Die Herausgabe einer Uebersetzung in französischer, englischer und anderen modernen Sprachen wird vorbehalten.

Lehrbuch

der

Physik und Meteorologie.

Von

Dr. Joh. Müller,
Professor der Physik und Technologie an der Universität zu Freiburg im Breisgau.

Fünfte umgearbeitete und vermehrte Auflage.

In zwei Bänden.

Mit circa 1500 in den Text eingedruckten Holzschnitten, farbigen und schwarzen Kupfertafeln.

Erster Band.

Braunschweig,
Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.
1856.

Lehrbuch

der

Physik und Meteorologie.

Theilweise nach

Pouillet's Lehrbuch der Physik

selbständig bearbeitet

von

Dr. Joh. Müller,

Professor der Physik und Technologie an der Universität zu Freiburg im Breisgau.

Fünfte umgearbeitete und vermehrte Auflage.

In zwei Bänden.

Mit circa 1500 in den Text eingedruckten Holzschnitten, farbigen und schwarzen Kupfertafeln.

Erster Band.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1856.

Holzschnitte
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

Papier
aus der mechanischen Papier-Fabrik
der Gebrüder Vieweg zu Wendhausen
bei Braunschweig.

Vorrede.

Wenn von einem Werke, wie das vorliegende in verhältnißmäßig kurzer Zeit (die erste Auflage wurde im Jahre 1844 vollendet) mehrere Auflagen erscheinen, so ist das Publikum wohl berechtigt, an jede folgende höhere Anforderungen zu stellen als an die vorhergehenden. — Dies anerkennend, war ich auch bei Ausarbeitung dieser fünften Auflage nach Kräften bemüht in derselben die Physik nicht allein in einer dem jetzigen Stande der Wissenschaft entsprechenden Weise, sondern auch in einer Form darzustellen, welche das Eindringen in die Erkenntniß physikalischer Gesetze möglichst erleichtert, ohne jedoch der wissenschaftlichen Strenge und Consequenz etwas zu vergeben.

Die eben angedeutete Tendenz ist für ein Lehrbuch der Physik, welches einigermaßen Erfolg haben soll, durch die Verhältnisse der Wissenschaft und des Lebens gebieterisch vorgezeichnet; denn während das Material der Physik von Tag zu Tag anwächst, gewinnen ihre Lehren auch täglich einen größeren Einfluß auf das Leben. Auf der einen Seite wird also die Erlangung umfassender und gründlicher physikalischer Kenntnisse immer schwieriger, auf der anderen Seite wird aber möglichste Verbreitung derselben immer nothwendiger.

Diese Gegensätze zu vermitteln ist die Aufgabe der Lehrbücher.

Um diese Aufgabe zu lösen schien es mir vor Allem nothwendig, die Fundamentalerscheinungen als die Basis des ganzen Lehrgebäudes mit möglichster Treue und Klarheit darzustellen und dann in möglichst präciser und verständlicher Form den Zusammenhang zwischen der Thatsache und der Theorie zu entwickeln, dabei aber auf der einen Seite eine breitspurige Pedanterie zu vermeiden, welche den Leser langweilt und die Klarheit des Ueberblicks stört; auf der andern

Seite aber auch ein allzu flüchtiges, nach dem Schein der Genialität haschendes Hinwerfen der Gedanken, welches den Leser täuscht und eine gründliche Erkenntniß nicht aufkommen läßt.

Alle physikalischen Erscheinungen entwickeln sich in Zeit und Raum und zwar sind sie in solcher Weise Functionen derselben, daß ohne mathematische Anschauung ein richtiges Verständniß der Naturgesetze vollkommen unmöglich ist. Daraus folgt nun auch, daß ein Lehrbuch der Physik sich einer mathematischen Betrachtungsweise nicht entschlagen darf, daß es im Gegentheile so viel als irgend möglich auf eine solche hinleiten muß. In einem Werke aber, welches physikalische Kenntnisse in weiteren Kreisen verbreiten soll, muß man sich auf die Anwendung der Elementarmathematik beschränken und wo Formeln nothwendig sind, müssen dieselben gehörig eingeführt und entwickelt werden, damit auch der weniger Geübte dem Gange folgen kann.

Wenn es auch öfters unmöglich ist, ein physikalisches Gesetz in seiner ganzen Allgemeinheit mit elementaren Hülfsmitteln darzustellen, so gelingt es doch oft ein solches in concreten Fällen unter einfachen Verhältnissen anschaulich zu machen und eine richtige Vorstellung des Grundprincips zu entwickeln. — Auf diesem Wege ist es mir, wie ich hoffe, gelungen eine oder die andere Parthie der Naturlehre einem allgemeineren Verständniß zu eröffnen, welche demselben bisher verschlossen war.

Da alle naturwissenschaftliche Erkenntniß von der Anschauung ausgehen muß, da ferner zum Verständniß der Experimente die Kenntniß der Apparate bis zu einem gewissen Grade unerläßlich ist, so sind gute Abbildungen für ein Lehrbuch der Physik von wesentlicher Bedeutung; ich habe ihnen deshalb die größte Sorgfalt gewidmet und der Umstand, daß ich fast alle Figuren selbst gezeichnet habe, sichert den großen Vortheil, daß dieselben vollkommen dem Bedürfniß des Textes entsprechen, was kaum zu erreichen ist, wenn Verfasser und Zeichner verschiedene Personen sind. — Die zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitte befördern aber nicht allein das Verständniß, sie erleichtern auch dem Leser die Orientirung im Buch und unterstützen das Gedächtniß, indem der Anblick der Figuren unwillkürlich an den Gegenstand erinnert, zu dessen Erläuterung sie dient.

Für die vortreffliche Ausführung der Holzschnitte, welche zu dem Ausgezeichnetsten gehören, was in diesem Fache geleistet wurde, und welche für diese fünfte Auflage fast sämmtlich neu gestochen wur-

den, fühle ich mich meinem Freunde Eduard Vieweg um so mehr verpflichtet, als der Preis dieses Lehrbuchs im Verhältniß der Bogenzahl nicht höher gestellt ist als der ähnlicher aber ungleich schlechter ausgestatteter Werke.

Außer den zahlreichen Holzschnitten sind dem Buche noch zwölf größtentheils zur Erläuterung der Optik dienende, theils in Farbendruck ausgeführte Tafeln beigegeben.

Den Ausgangspunkt für das vorliegende Lehrbuch bilden Pouillets Éléments de physique expérimentale et de Météorologie, deren Bearbeitung ich übernommen hatte. War aber bereits diese erste Bearbeitung eine ganz selbständige, so wurden in den folgenden Auflagen allmälig die Spuren französischer Abkunft vollständig verwischt. Das Werk ist in seiner gegenwärtigen Form nicht allein dem Lehrgange deutscher Unterrichtsanstalten angepaßt, sondern es sind in demselben vorzugsweise solche Apparate abgebildet und beschrieben, wie sie sich in unsern physikalischen Sammlung finden und wie sie aus den Werkstätten deutscher Mechaniker hervorgehen.

Obgleich nun, wie jeder Sachverständige anerkennt, dieses Werk in seiner gegenwärtigen Form durchaus meine eigene selbständige Arbeit ist, so schien es doch nicht zweckmäßig den Titel zu ändern, unter welchem es bereits eine so große Verbreitung gefunden hat. Möge auch diese neue Auflage eine wohlwollende Aufnahme finden und zur Verbreitung gründlicher physikalischer Kenntnisse beitragen.

Freiburg, im Juli 1857.

Dr. J. Müller.

den, fühle ich mich unserem Freunde [illegible] um so mehr verpflichtet, als der [illegible] im Verhältniß der [illegible] [illegible] als [illegible] Schriften aus [illegible].

Außer den zahlreichen Beschreibungen, die dem Buche noch [illegible] zur Erläuterung des Textes [illegible], sind in Holzschnitt [illegible] worden.

Den Ausgangspunkt für das vorliegende Lehrbuch bildeten Pouillet's Eléments de physique expérimentale et de Météorologie, deren Bearbeitung ich übernommen hatte. War aber bereits diese erste Bearbeitung eine ganz selbständige, so wurden in den folgenden Auflagen [illegible] Abschnitt [illegible] [illegible], [illegible] nach [illegible] dem [illegible] [illegible], [illegible] wie [illegible], so [illegible] aus [illegible].

Obgleich nun [illegible] dieses Werk [illegible] Form durchaus nicht [illegible] ist, so kann es doch nicht [illegible] den Titel zu ändern, unter welchem [illegible] so große Verbreitung gefunden hat. Möge auch [illegible] eine wohlwollende Aufnahme finden und zur Verbreitung gründlicher [illegible] Kenntnisse beitragen.

Freiburg, im [illegible]

Dr. J. Müller.

Inhaltsverzeichniß
des ersten Bandes.

Seite

Einleitung.

Erstes Buch.

Die Mechanik.

Erstes Capitel.

Statik oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.

Zweites Capitel.

Gleichgewicht der Theile fester Körper unter einander.

Drittes Capitel.

Hydrostatik oder die Lehre vom Gleichgewichte der Flüssigkeiten.

Viertes Capitel.

Molekularwirkungen zwischen festen und flüssigen Körpern, sowie zwischen den einzelnen Theilchen der Flüssigkeiten selbst.

Fünftes Capitel.

Vom Gleichgewichte der Gase und dem atmosphärischen Druck.

Sechstes Capitel.

Anziehung zwischen gasförmigen und festen, sowie zwischen gasförmigen und flüssigen Körpern.

Siebentes Capitel.

Bewegung fester Körper unter dem Einfluß beschleunigender Kräfte.

Achtes Capitel.

Hydrodynamik oder die Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten.

Neuntes Capitel.

Bewegung der Gase.

Zweites Buch.

Die Akustik.

Erstes Capitel.

Gesetze der Wellenbewegung im Allgemeinen und der Schallwellen insbesondere.

Zweites Capitel.

Gesetze der Vibrationen musikalischer Töne.

Drittes Capitel.

Erzeugung und Verbreitung des Schalles in verschiedenen Mitteln.

Viertes Capitel.

Von der Stimme und dem Gehör.

Drittes Buch.

Optik oder die Lehre vom Lichte.

Erstes Capitel.

Allgemeine Bemerkungen über die Fortpflanzung des Lichtes.

Zweites Capitel.

Von der Katoptrik oder der Reflexion des Lichtes.

Drittes Capitel.

Dioptrik oder Brechung des Lichtes.

Viertes Capitel.

Prismatische Farbenzerstreuung.

Fünftes Capitel.

Die natürlichen Farben der Körper.

Sechstes Capitel.

Die chemischen Wirkungen des Lichtes.

Siebentes Capitel.

Vom Auge und den optischen Instrumenten.

Achtes Capitel.

Interferenz und Beugung des Lichtes.

Neuntes Capitel.

Polarisation des Lichtes.

Zehntes Capitel.

Von der doppelten Brechung.

Elftes Capitel.

Chromatische Polarisation oder die Farben doppeltbrechender Krystallplatten im polarisirten Lichte.

Anhang.

Einleitung.

Gegenstand der Naturwissenschaften. Die Erscheinungen der Natur, welche sich fortwährend auf der Erde und am Himmel wiederholen, bieten unseren Augen ein so großartiges Schauspiel, sie regen unsere Wißbegierde so mächtig an, daß wir uns fast unwillkürlich hingerissen fühlen, über die Gesammtheit der Ursachen nachzudenken, welche diese wunderbaren Wirkungen hervorbringen. Kaum sind wir der ersten Kindheit entwachsen, so fesseln schon die verschiedensten Gegenstände der Natur unsere Blicke; wir beobachten die Gestalt des Bodens und der Gebirge, die Schwere der Körper, die Bewegungen des Wassers, der Luft und der Wolken, das prachtvolle Himmelsgewölbe und die unendlich mannigfaltigen Erscheinungen der zahllosen Gestirne, die es mit überraschender Regelmäßigkeit zu durchlaufen scheinen. Wir sind geborene Beobachter, und insofern ist jeder Mensch ein Physiker. Aber in der Mitte zahlloser Erscheinungen ist es uns doch nicht vergönnt, uns unmittelbar zur Erkenntniß der Ursachen und der allgemeinen Gesetze zu erheben, welchen diese Phänomene unterworfen sind. Nichts ist in der Entwickelungsgeschichte des menschlichen Geistes interessanter, als Jahrhunderte hindurch die eigenthümlichen Ideen zu verfolgen, welche sich die Menschen von den Eigenschaften der Körper, von den Elementen, aus denen sie zusammengesetzt sind, von den Kräften, welche in der Materie wirken und welche die Harmonie der Welt erhalten, gemacht haben. Welche Verwirrung von Hypothesen und Irrthümern, zwischen welche geistvolle Männer dann und wann einige fruchtbare Wahrheiten hineinwarfen! Was für abenteuerliche Vorstellungen findet man selbst noch jetzt bei vielen Menschen? Man kann wohl sagen, daß sich bei jeder Generation alle Meinungen der verflossenen Jahrhunderte wiederfinden, die Irrthümer bei den Ungebildeten, bei den Gebildeten aber alle die Kenntnisse, welche von einem Zeitalter auf das andere übergingen, und alle allgemeinen Gesetze, zu welchen sich zu erheben dem Verstande gelungen ist. 1

Es ist die Aufgabe der Naturwissenschaften, den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Naturerscheinungen zu ermitteln, und sie, so weit es möglich ist, auf ihre Ursache zurückzuführen. Will man durchaus eine

allgemeine Definition haben, so möchte diese freilich die einfachste sein. Aber wer überhaupt eine Wissenschaft zu definiren versucht, setzt sich der Gefahr aus, unverständlich zu sein; denn eine Wissenschaft läßt sich nicht wie ein materieller Gegenstand oder eine geometrische Figur durch irgend eine charakteristische Eigenschaft definiren. Es wird uns deshalb gewiß erlaubt sein, das Studium der Physik nicht mit einer vagen, dunkeln Definition der Wissenschaft selbst, sondern mit einer klaren und scharfen Bezeichnung der Gegenstände zu beginnen, mit welchen sie sich beschäftigt.

Die gesammten Naturwissenschaften haben es mit Körpern zu thun; hier ist aber das Wort »Körper« nicht in dem Sinne des Mathematikers zu nehmen, der nur die Raumverhältnisse betrachtet und nicht nach dem Stoffe fragt, welcher den Raum erfüllt; der Naturforscher betrachtet gerade die Eigenschaften der den Raum erfüllenden Materie.

Das innere Wesen der Körper ist uns verschlossen, sie sind uns nur durch die äußere Erscheinung bekannt, d. h. wir wissen von ihnen unmittelbar nur das, was wir durch die Vermittelung unserer Sinne von ihnen erfahren. Ein Körper ohne Zusammenhang mit unseren Sinnen ist für uns so gut wie nicht vorhanden. Es ist möglich, ja wahrscheinlich, daß noch Manches in der Natur um uns her vorgeht, wovon wir keine Ahnung haben, weil uns dafür gewissermaßen ein Sinn fehlt.

Wie lange hat man nicht mit dem prismatischen Farbenspectrum experimentirt, ohne auch nur eine Ahnung von Strahlen zu haben, welche noch brechbarer als die äußersten violetten Strahlen sind; und doch ist die Existenz solcher Strahlen, welche unmittelbar keine Wirkung auf das Auge hervorbringen, durch die Photographie und die Fluorescenz nachgewiesen worden.

Die Naturwissenschaften haben nun zwischen den, durch Vermittelung der Sinne zum Bewußtsein gebrachten Erscheinungen einen Zusammenhang auszumitteln und sie so zusammenzustellen, wie sie sich einander erläutern und bedingen. Ist man im Stande, eine Erscheinung auf ihren Zusammenhang mit anderen zurückzuführen, so ist diese Erscheinung erklärt, und man kennt ein Naturgesetz, sobald man die unveränderliche Zusammenhangsart von Naturerscheinungen kennt, wenn uns auch die letzten Ursachen unbekannt bleiben.

2 **Eintheilung der Naturwissenschaften überhaupt.** Das große Gebiet der Naturwissenschaften zerfällt zunächst in zwei große Abtheilungen, die Naturbeschreibung und die Naturlehre. Die Naturbeschreibung, gewöhnlich Naturgeschichte genannt, lehrt uns die Beschaffenheit einzelner Gegenstände kennen und ordnet sie nach ihrer Aehnlichkeit in Systeme, die Naturlehre will dagegen die Gesetze der gegenseitigen Einwirkung der Körper zur Einsicht bringen.

Die Physik ist derjenige Theil der Naturlehre, welcher es mit den Gesetzen solcher Erscheinungen zu thun hat, die nicht auf einer Veränderung der Bestandtheile der Körper beruhen, denn damit beschäftigt sich die Chemie.

Begreiflicherweise läßt sich das Feld dieser beiden Wissenschaften nicht immer trennen, und viele Erscheinungen müssen sowohl in der einen, wie auch in der anderen besprochen werden. Physik und Chemie sind aufs Innigste mit einander verwandt, ja sie bilden gewissermaßen ein Ganzes, welches nur deshalb äußerlich getrennt erscheint, weil die Masse des zu untersuchenden Materials zu sehr angewachsen ist.

Methode der physikalischen Disciplinen. Es handelt sich nun 3
zunächst darum, den Weg zu bezeichnen, auf welchem man zur Erkenntniß der Naturgesetze gelangen kann, und auf welchem in der That alles bis jetzt Erkannte gefunden worden ist. Die Erkenntnißquelle sowohl, als auch der Weg zur Erkenntniß ist nicht und kann nicht für alle Wissenschaften derselbe sein. Der Mathematiker kann, von selbstgeschaffenen Begriffen ausgehend, aus sich heraus seine ganze Wissenschaft entwickeln, ja es wäre denkbar, daß ein Mensch in seinen vier Wänden, abgeschlossen von aller Naturanschauung, die ganze Mathematik aus den Begriffen des Raumes und der Zahl construirte. In dieser Beziehung ist die Mathematik eine rein speculative Wissenschaft, was die Naturwissenschaften durchaus nicht sind und nicht sein können, da sie Dinge behandeln, welche einzig und allein durch sinnliche Wahrnehmung, also auf dem Wege der Erfahrung, zu unserem Bewußtsein kommen.

Den Alten war eine, auf Erfahrung sich stützende Naturforschung in unserem Sinne gänzlich unbekannt; wir finden bei ihnen nur philosophische Speculationen über die Welt überhaupt, über die Entstehung und das Urwesen aller Dinge, und es kann uns nicht wundern, wenn die auf diesem Wege entwickelten Vorstellungen entweder nichtssagend sind, oder sogar mit der Erfahrung in directem Widerspruche stehen.

Auch im Mittelalter wurden die Naturwissenschaften nur wenig weiter entwickelt, theils weil die ganze geistige Thätigkeit jener Zeit anderen Interessen zugewendet war, theils weil die Aristotelische Philosophie in so hohem Ansehen stand, daß dadurch jede weitere Prüfung der in derselben ausgesprochenen Naturansichten, und also auch jeder Fortschritt abgeschnitten war.

Erst Galiläi schlug den Weg der Erfahrung ein und Baco von Verulam zeigte, daß es nur auf diese Weise möglich sei, zur Kenntniß der Naturgesetze zu gelangen.

Die einzige Quelle unserer Naturerkenntniß ist die sinnliche Wahrnehmung, die Erfahrung, die Beobachtung. Aus dieser Quelle schöpfen wir das Material, welches durch unser geistiges Zuthun zur Wissenschaft verarbeitet und vereinigt werden soll.

Die wissenschaftlichen Wahrnehmungen machen wir entweder an Erscheinungen, die uns die Natur selbst darbietet, oder wir versetzen die Körper durch Kunst unter solche Umstände, wodurch sie genöthigt werden, gewisse Wirkungen hervorzubringen. Im ersten Falle stellen wir eine Beobachtung, im zweiten einen Versuch an.

Durch gute Beobachtungen und zweckmäßig angestellte Versuche lernen wir den äußeren Zusammenhang der Erscheinungen kennen. Dieser Zusammenhang ist es, was wir ein Naturgesetz nennen.

Auf dem Wege der Erfahrung können wir zur Kenntniß dieser Gesetze gelangen, wenn uns auch der innere Zusammenhang, die Natur der Kräfte, das Wesen der Dinge, ganz und gar unbekannt ist. Das Gesetz der Brechung des Lichtes war lange schon bekannt, ehe man über die Natur des Lichtes im Reinen war; ebenso kennen wir die Gesetze der elektrischen Vertheilung, obgleich wir über das Wesen der Elektricität selbst so gut wie nichts wissen.

Nur der äußere, nicht der innere Zusammenhang kann durch die Erfahrung gefunden werden. Ueber die inneren Ursachen der Erscheinungen, über das Wesen der Kräfte, welche sie hervorbringen, können wir nur Vermuthungen, Hypothesen, aufstellen. Diese Hypothesen sind gleichsam Fragen, die man an die Natur stellt, worauf sie aber nicht mit Ja und Nein antwortet, sondern: es kann so sein, oder: es kann nicht so sein.

Aus der Hypothese, die man über die Ursache mehrerer zusammenhängender Erscheinungen aufgestellt hat, lassen sich meistens weitere Folgerungen ziehen, welche durch fernere Beobachtungen entweder bestätigt oder als unzulässig erkannt werden. Je mehr Thatsachen sich mit Hülfe einer Hypothese erklären lassen, je mehr sie durch neue Beobachtungen bestätigt wird, desto mehr Wahrscheinlichkeit gewinnt sie.

In allen Zweigen der Physik finden wir Beispiele und Belege für die Richtigkeit der eben ausgesprochenen Ansichten.

4 **Nutzen des physikalischen Studiums.** Wie wichtig für das praktische Leben die Cultur der Naturwissenschaften in einer Zeit ist, in welcher Industrie und Verkehr einen so mächtigen Aufschwung genommen haben, ist wohl zu sehr in die Augen fallend, als daß weitläufige Erörterungen deshalb nöthig wären. Angesichts unserer Dampfmaschinen und Eisenbahnen, der Blitzableiter und der elektrischen Telegraphen wird wohl Niemand im Ernst die materielle Bedeutung der Naturwissenschaften beanstanden. — Ueberhaupt ist es wohl von vornherein klar, daß wir die Natur und ihre Kräfte um so besser und vollständiger zu unseren Zwecken benutzen können, daß wir in dem Maße mehr Herr der Natur werden, je mehr wir die Eigenschaften der Naturproducte und ihre Kräfte kennen lernen.

Was in dieser Beziehung von den Naturwissenschaften im Allgemeinen gesagt ist, das gilt auch im vollsten Maße von der Physik. Ganz abgesehen von der unmittelbar praktischen Anwendbarkeit physikalischer Kenntnisse ist ihr Studium eine unentbehrliche Vorbereitung für alle übrigen Zweige der Naturwissenschaften.

Aber nicht allein in materieller, sondern auch in formeller Beziehung ist das Studium der Physik von der höchsten Wichtigkeit. Unter allen verwandten Wissenschaften ist sie nebst der Astronomie in theoretischer Beziehung am ausgebildetsten, sie ist also vorzugsweise geeignet, uns in den Geist der inductiven

Methode einzuführen, welche sich ja vorzugsweise an physikalischen Problemen entwickelt hat. Die Physik lehrt uns klar den Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung auffassen; in verwickelten Phänomenen die bedingenden und wesentlichen Umstände von den zufälligen zu unterscheiden, sie lehrt uns vorurtheilsfrei zu beobachten und die Thatsachen von der subjectiven Meinung getrennt zu erhalten.

Den hohen Werth einer richtigen Methode lernen wir schätzen, wenn wir nur einen flüchtigen Blick auf die Geschichte der Wissenschaft werfen. Die rasche Entwickelung, deren sich in der neueren Zeit die Chemie, deren sich die Elektricitätslehre, die Lehre vom Lichte u. s. w. erfreuet hat, war nur möglich, weil sich an dem Studium der Astronomie und Mechanik bereits die wahren Grundsätze der Naturforschung entwickelt hatten. Kepler, Galiläi und Newton haben nicht allein große astronomische und mechanische Wahrheiten entdeckt, sie haben den späteren Naturforschern auch den Weg gezeigt, welchen man verfolgen muß, um neue Entdeckungen zu machen.

Eintheilung der physikalischen Disciplinen. Physik im weiteren Sinne des Wortes ist mit Naturlehre gleichbedeutend, und wenn man 5
diese Bedeutung zu Grunde legt, sind Astronomie und Chemie physikalische Disciplinen; allein diese Zweige der Naturlehre haben eine solche Ausdehnung gewonnen, das Material, welches die Physik in dem bereits oben angedeuteten engeren Sinne des Wortes zu behandeln hat, ist so sehr angewachsen, daß jede dieser Disciplinen für sich allein cultivirt und gelehrt werden muß.

Nach Ausschluß der Astronomie und Chemie bleiben der Physik im engeren Sinne noch folgende Disciplinen:

1) Die Grundzüge der Mechanik, oder die Lehre vom Gleichgewicht und der Bewegung. In ihrer ganzen Ausdehnung kann die Mechanik gleichfalls nicht mehr in den Vortrag der Physik aufgenommen werden, die Grundgesetze der Mechanik bilden aber einen integrirenden Theil der Physik.

2) Die Akustik, oder die Lehre vom Schalle.

3) Die Optik, oder die Lehre vom Lichte.

4) Die Lehre vom Magnetismus und der Elektricität.

5) Die Lehre von der Wärme.

Diese fünf Disciplinen werden nun in den ersten fünf Büchern des vorliegenden Lehrbuchs abgehandelt, während die Anwendung der physikalischen Gesetze zur Erklärung der wichtigsten meteorologischen Erscheinungen den Gegenstand des sechsten Buches bildet.

Bevor wir jedoch zu den einzelnen Disciplinen übergehen, müssen wir erst noch die allgemeinen Eigenschaften der Körper betrachten, um eine richtige Grundanschauung von den Körpern und den in ihnen thätigen Kräften zu erlangen.

Allgemeine Eigenschaften der Körper. Da sich die Physik mit 6
Körpern beschäftigt, so ist es vor allen Dingen wichtig, daß man sich eine Vor-

stellung von dem Wesen dieser Körper bildet, und dazu gelangt man zunächst durch die Betrachtung der allgemeinen Eigenschaften, d. h. derjenigen Eigenschaften, welche wir an allen Körpern beobachten, so verschieden sie auch sonst sein mögen.

Zum Wesen eines Körpers ist nothwendig, daß er einen begränzten Raum einnimmt, daß er also eine Ausdehnung hat, und daß in demselben Raume nicht zu gleicher Zeit zwei Körper vorhanden sein können, was man mit dem Namen der Undurchdringlichkeit bezeichnet. Außer diesen beiden Eigenschaften, ohne welche die Materie gar nicht denkbar ist, beobachtet man aber noch andere allgemeine Eigenschaften, nämlich Trägheit, Schwere, Gewicht, Masse, Dichtigkeit, Theilbarkeit, Veränderlichkeit des Volumens und Porosität.

7 **Trägheit.** In der ganzen Natur kann keine Veränderung in dem Zustande der Dinge vorgehen, ohne daß sie von einer besonderen Ursache veranlaßt wird; was für Veränderungen also ein Körper auch erleiden mag, seien es nun Veränderungen im Zustande der Ruhe oder der Bewegung, seien es Veränderungen seines Aggregatzustandes u. s. w., immer ist, um eine solche Veränderung hervorzubringen, eine Kraft nöthig. Ist ein Körper in Ruhe, so ist eine Kraft nöthig, um ihn in Bewegung zu setzen; ist er in Bewegung, so ist eine Kraft nöthig, um ihn in Ruhe zu bringen; ein Körper, der einmal in Bewegung ist, wird ohne Einwirkung äußerer Kräfte seine Bewegung mit unveränderlicher Geschwindigkeit, in unveränderter Richtung fortsetzen, bis sie durch äußere Hindernisse aufgehoben wird. Man bezeichnet die eben besprochene Eigenschaft der Körper mit dem Namen der Trägheit oder des Beharrungsvermögens.

Schon im alltäglichen Leben finden wir zahlreiche Erscheinungen, welche sich durch das Gesetz der Trägheit erklären lassen. Das Schwungrad einer Maschine läuft noch eine Weile fort, wenn auch die Kraft, welche die Maschine treibt, zu wirken aufgehört hat; es würde ewig fortlaufen, wenn die Reibung die Bewegung nicht fortwährend verzögerte.

Wenn man stark läuft, kann man nicht plötzlich einhalten, und wenn man in einem Nachen steht, fällt man mit dem Oberkörper rückwärts, wenn der Nachen eben vom Lande abstößt, vorwärts, wenn er anstößt. Wir werden später Gelegenheit haben, den Einfluß der Trägheit auf viele Bewegungserscheinungen noch genauer nachzuweisen.

Dem Gesetze der Trägheit zufolge muß ein Körper jeder Kraft einen Widerstand entgegensetzen, welche ihn aus dem Zustande der Ruhe in Bewegung zu setzen, oder welche, wenn einmal der Körper in Bewegung ist, seine Bewegung zu beschleunigen, verzögern oder ganz aufzuheben strebt. Es ist demnach klar, daß die Wirkung, welche eine Kraft auf den Bewegungszustand eines Körpers ausübt, einerseits von der Größe (Intensität) der Kraft, andererseits aber auch von der Größe der Trägheit abhängt.

Wenn ein ruhender Körper in eine schnelle Bewegung versetzt werden soll, so ist eine größere Kraft nöthig, als wenn er in gleicher Zeit nur in den Zustand langsamer Bewegung übergeführt werden soll.

Fig. 1.



Auf die Oeffnung einer Flasche lege man ein Kartenblatt, auf das Kartenblatt eine Münze, so daß sie sich genau über der Mitte der Oeffnung befindet (Fig. 1). Schnellt man nun mit dem Finger das Kartenblatt in horizontaler Richtung schnell fort, so gleitet es unter dem Geldstück weg, so daß dieses in die Flasche herabfällt, während es auf dem Kartenblatt liegen bleibt, wenn man das letztere ebenfalls in horizontaler Richtung, aber nur langsam fortbewegt.

Das Geldstück wird nur durch die Reibung auf dem Kartenblatt zurückgehalten, das Kartenblatt wird also unter dem Geldstück weggleiten, wenn der Widerstand, den dieses der Ueberführung aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung entgegensetzt, größer ist, als die Reibung, vermöge welcher es gleichsam an der Karte haftet. Wird die Karte nur langsam weggeführt, so ist der Widerstand, welchen das Geldstück der Ueberführung in den Zustand langsamer Bewegung entgegensetzt, nicht so groß wie die Reibung, das Geldstück bleibt liegen; wird aber die Karte schnell weggestoßen, so müßte ein großer Widerstand überwunden werden, wenn das Geldstück der Bewegung des Kartenblattes folgen sollte; es ist die Reibung nicht so stark wie der Widerstand, welchen die Trägheit des Geldstückes der Ueberführung in den Zustand rascher Bewegung entgegensetzt, das Kartenblatt wird also unter dem Geldstück weggleiten.

Von manchen Seiten hat man sich dagegen ausgesprochen, das Beharrungsvermögen als einen Widerstand gegen jede Veränderung im Bewegungszustande zu bezeichnen, weil das, was man sonst noch mit dem Namen Widerstand bezeichnet, wie z. B. der Reibungswiderstand, allerdings etwas von dem eben besprochenen wesentlich Verschiedenes ist; um diesen Unterschied hervorzuheben, könnte man den Widerstand des Beharrungsvermögens als passiven Widerstand bezeichnen, während der Reibungswiderstand z. B. ein activer Widerstand genannt wird. Worauf der Unterschied beruht, werden wir unten bei Betrachtung der Reibung sehen.

Je größer die Quantität der Materie, d. h. je größer die Masse ist, auf welche eine Kraft wirkt, desto größer ist auch der Widerstand, welchen die Kraft zu überwinden hat; wir schätzen überhaupt die Masse eines Körpers nach der Größe des Widerstandes, den er in Folge seiner Trägheit einer beschleunigenden Kraft entgegensetzt. Diese Begriffe von Trägheit und Masse werden erst

durch Späteres, namentlich durch die Lehre von der Schwere und der Bewegung recht klar und geläufig werden.

Das Gesetz der Trägheit ist für die gesammte Naturlehre von der höchsten Wichtigkeit, und Galiläi, welcher es zuerst erkannt und ausgesprochen hat, wurde eben dadurch der Gründer einer wissenschaftlichen Physik. Ohne dies Gesetz bleibt die Einsicht in alle Bewegungserscheinungen verschlossen. Das Gesetz der Trägheit mußte bekannt sein, ehe eine richtige Erklärung der Gesetze des freien Falles, der Schwungkraft, der Pendelschwingungen, der Planetenbewegung u. s. w. möglich war.

8 **Schwere.** Wenn man einen Stein, ein Stück Holz u. s. w. vom Boden entfernt, sich selbst überläßt, so fallen sie, bis sie den Boden oder irgend einen anderen Körper treffen, welcher sie aufhält. Da die Materie träg ist, so kann sie nicht von selbst aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung übergehen. Wenn wir also sehen, daß ein ruhender Körper in demselben Moment sich zu bewegen beginnt, in welchem wir ihm seine Unterstützung entziehen, so müssen wir dies einer Kraft zuschreiben, und diese Kraft nennen wir Schwere.

Um die Richtung der Schwere zu bestimmen, giebt es kein besseres Mittel, als einen Faden an einem Ende irgend wie zu befestigen, und an seinem anderen Ende einen kleinen schweren Körper anzuhängen. Die Richtung des Fadens, wenn er gespannt und in Ruhe ist, fällt genau mit der Richtung der Schwere zusammen; denn wenn diese Kraft nach einer anderen Linie wirkte, so würde sie den Faden nach dieser Linie hinziehen. Diese Vorrichtung, Fig. 2, nennt man das Bleiloth; die Linie, welche der Faden für den Fall des Gleichgewichts einnimmt, nennt man die Verticale. Die Richtung der Schwere ist also die des Bleilothes oder der Verticalen.

Fig. 2.



Wie wir später in der Hydrostatik sehen werden, muß die Oberfläche eines jeden ruhig stehenden Gewässers rechtwinklig auf der Richtung der Schwere sein. Man sagt statt dessen wohl auch, daß die Richtung der Schwere stets auf der Erdoberfläche rechtwinklig stände. Wie man leicht begreift, ist darunter nicht die wirkliche Erdoberfläche mit all ihren Bergen und Thälern, sondern eine ideale Oberfläche zu verstehen, die man sich auf folgende Weise zu denken hat: Nehmen wir an, der atlantische Ocean, die Südsee und alle Meere, welche unter sich in Verbindung stehen, seien einen Augenblick vollkommen ruhig, so würde ihr ungeheurer Spiegel einen Theil einer fast kugelförmigen Oberfläche ausmachen. Denken wir uns nun, daß die verschiedenen Theile dieser Oberfläche mit Beibehaltung ihrer Krümmung sich unter der Oberfläche der Festländer ausdehnten, so würden sie eine Kugeloberfläche bilden, die weder Berge noch Thäler hat. Diese zum Theil wirkliche, zum Theil ideale Oberfläche ist es, welche man Meeresfläche, Niveaufläche oder Horizontalfläche nennt. Wenn man sagt, daß der Gipfel des Montblanc 14690 Fuß über der Meeresfläche liegt, so heißt das, daß ein von

diesem Gipfel auf die erwähnte ideale Oberfläche gefälltes Perpendikel eine Länge von 14690 Fuß hat. In Holland findet man ganze Landstrecken, welche unter der Meeresoberfläche liegen, d. h. die verlängerte Oberfläche des Meeres geht über die Köpfe der Bewohner hinweg. Das todte Meer liegt 319 Meter unter dem Spiegel des mittelländischen Meeres.

Die Schwerkraft ist, wie aus dem bisher Gesagten unmittelbar folgt, stets nach dem Mittelpunkte der Erde gerichtet. Die Richtungen des Bleiloths an zwei verschiedenen Orten der Erde sind demnach auch nicht parallel, sondern machen einen Winkel mit einander, dessen Spitze in den Mittelpunkt der Erde fällt. Berlin und das Cap der guten Hoffnung sind zwei Orte, welche nahe in demselben Meridian liegen. Berlin liegt 52°31′13″ nördlich, das Cap 33°55′15″ südlich vom Aequator, eine von Berlin und eine vom Cap nach dem Mittelpunkte der Erde gezogene Linie werden demnach einen Winkel von 86°26′28″ mit einander machen; und dies ist auch der Winkel, den das Bleiloth zu Berlin mit dem Bleiloth auf dem Cap macht. Stellt man Versuche auf einem engen Raume, etwa auf zwei Punkten eines Zimmers, ja selbst an zwei verschiedenen Punkten einer Stadt an, so erscheinen die Richtungen des Bleilothes vollkommen parallel. Der Grund davon liegt darin, daß der Vereinigungspunkt der beiden Richtungen (der Mittelpunkt der Erde) um mehr als 18 Millionen Fuß (den Halbmesser der Erde) entfernt ist. Da nun 600 Fuß kaum den 30tausendsten Theil des Erdhalbmessers ausmachen, so folgt, daß 2 Bleilothe, die 600 Fuß von einander entfernt sind, einen Winkel von etwa 6,3 Secunden mit einander machen. Sind die beiden Orte noch näher, so wird der Winkel derselben bald eine völlig verschwindende Größe.

Wenn ein Körper durch irgend eine Unterlage am Fallen verhindert ist, so hört deshalb die Wirkung der Schwere nicht auf, sie äußert sich in diesem Falle durch einen Druck, welcher auf die Unterlage ausgeübt wird.

Die Schwere ist eine allgemeine Eigenschaft der Körper, d. h. sie ist nicht allein eine Eigenschaft der festen Körper, sondern sie kommt auch den Flüssigkeiten und den Gasen zu. Das Fallen der Regentropfen beweist schon die Schwere der Flüssigkeiten; daß aber auch die Gase Schwere besitzen, daß also die ganze Luftmasse, welche unseren Erdball umgiebt, auf die Erdoberfläche drückt, dafür werden wir später noch Beweise finden.

Gewicht. Die Größe des Druckes, welchen ein Körper auf seine Unterlage ausübt, heißt sein Gewicht; dieser Druck nun wächst mit der Anzahl seiner materiellen Theilchen. Um das Gewicht verschiedener Körper mit einander zu vergleichen, bedienen wir uns der Wage, deren Anwendung allgemein bekannt ist, deren Einrichtung aber später noch beschrieben werden soll. 9

In Frankreich ist das Gramm gesetzlich als Einheit des Gewichtes bestimmt; außerdem wird aber auch fast überall diese Gewichtseinheit bei wissenschaftlichen Untersuchungen angewendet. Das Gramm ist das Gewicht von einem Cubikcentimeter reinen Wassers im Zustande seiner größten Dichtigkeit.

Das französische Gewichtssystem hat den großen Vorzug vor anderen, daß die Einheiten des Gewichtes und des Raummaßes in einer einfachen Beziehung stehen, so daß man leicht vom Volumen auf das Gewicht und umgekehrt schließen kann. Eine genauere Entwickelung des neueren französischen Maßsystems, sowie eine Vergleichung der neufranzösischen Maße und Gewichte mit anderen wird weiter unten folgen.

10 **Masse.** Nach der oben gegebenen Erklärung ist die Masse eines Körpers die Quantität der Materie, aus welcher er zusammengesetzt ist; von der Quantität der Materie eines Körpers hängt aber die Größe seines Beharrungsvermögens ab, und die Größe des Beharrungsvermögens ist dem Begriff nach das eigentliche Maß der Masse. Ein bequemes Mittel, die Masse eines Körpers zu bestimmen, liefert uns aber erst die Schwere.

Die Masse eines Körpers ist stets seinem Gewichte proportional. Dieser Zusammenhang zwischen Masse und Gewicht wird uns überall durch den Versuch nachgewiesen, obgleich er dem Begriffe nach nicht durchaus nöthig ist; d. h. es wäre denkbar, daß es in der Natur Körper gebe, auf welche die Schwere gar nicht wirkt, obgleich sie deshalb nicht aufhören träge Massen zu sein. Es wäre ferner denkbar, daß die Schwerkraft ungleich auf die Theilchen verschiedener Substanzen wirke, daß eine Bleikugel z. B. nur deshalb schwerer ist als eine gleich große Kugel von Holz, weil eben die Schwere auf die Theilchen des Bleies vorzugsweise wirkte, ohne daß deshalb die Masse der Bleikugel größer wäre als die der Holzkugel. Denken wir uns, um die Sache recht klar zu machen, zwei gleich große Kugeln, eine von Holz, die andere von Blei, und nehmen wir einmal an, die Masse beider, d. h. ihr Beharrungsvermögen, sei gleich, so müßte offenbar die Bleikugel schneller fallen; denn wir wissen, daß die Bleikugel etwa 12mal so viel wiegt, daß also die Kraft, welche die Bleikugel fallen macht, 12mal größer ist als die, welche die Holzkugel niedertreibt; sie müßte also bei gleichem Widerstande offenbar eine größere Geschwindigkeit hervorbringen. Nun aber fällt die Bleikugel nicht schneller als die Holzkugel (wenigstens im leeren Raume), und daraus geht hervor, daß die 12mal größere Kraft, welche die Bleikugel zur Erde zieht, auch eine 12mal so große träge Masse in Bewegung zu setzen hat, daß also die träge Masse der Bleikugel 12mal so groß ist als die Masse der Holzkugel.

Da nun, wie wir bald sehen werden, die Fallgeschwindigkeit für alle Körper dieselbe ist (im leeren Raume), so schließen wir auf dieselbe Weise, daß die Masse eines Körpers stets seinem Gewichte proportional sei, daß also das Gewicht eines Körpers ein Maß für seine Masse ist.

11 **Dichtigkeit.** Die Dichtigkeit der Körper ist das Verhältniß ihres Gewichtes zu ihrem Volumen. Der Begriff der Dichtigkeit fällt mit dem des specifischen Gewichtes zusammen. Das specifische Gewicht ist für jede Substanz eine beständige, charakteristische Eigenschaft. Um die Dichtigkeit der Körper zu bestimmen, muß man die Dichtigkeit irgend eines Körpers, und man hat

dafür das Wasser im Zustande seiner größten Dichtigkeit gewählt, als Einheit annehmen. Die Dichtigkeit oder das specifische Gewicht eines Körpers ist demnach die Zahl, welche angiebt, wie vielmal ein Körper schwerer ist als ein gleiches Volumen Wasser. Ein Cubikzoll Eisen wiegt 210,6, ein Cubikzoll Gold 520 Gramm, während ein gleiches Volumen Wasser nur 27 Gramm wiegt; also ist $\frac{210,6}{27} = 7,8$ das specifische Gewicht des Eisens, $\frac{520}{27} = 19,26$ das specifische Gewicht des Goldes. Man findet allgemein das specifische Gewicht eines Körpers, wenn man sein absolutes Gewicht durch das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser dividirt.

Es läßt sich diese Regel auch durch die Formel

$$S = \frac{P}{p} \quad . \; . \; . \; . \; 1)$$

ausdrücken, wenn S das specifische und P das absolute Gewicht eines Körpers bezeichnet, während p das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ausdrückt.

Die Data also, welche man durch den Versuch bestimmen muß, um aus denselben das specifische Gewicht eines Körpers zu berechnen, sind das absolute Gewicht desselben und das Gewicht eines gleichen Wasservolumens.

Am leichtesten ist es, diese Data für Flüssigkeiten auszumitteln. Man fülle ein Gefäß, am besten ein solches, welches oben in einen engen Hals mündet, bis zu einer bezeichneten Höhe (bis zu einem am Halse markirten Striche), einmal mit Wasser, dann mit der zu bestimmenden Flüssigkeit, und bestimme jedesmal mit Hülfe der Wage das Gewicht der in der Flasche enthaltenen Flüssigkeit. Es sei z. B. das specifische Gewicht des englischen Vitriolöls auf diese Weise auszumitteln. Man bringe das leere Glasgefäß auf die eine Wagschale und lege auf die andere das entsprechende Tarirgewicht auf. Nun fülle man das Gefäß bis zu dem Merkzeichen mit Wasser. Gesetzt, es halte gerade 1 Litre, d. h. 1000 Cubikcentimeter, so wird das eingegossene Wasser gerade 1000 Gramm wiegen. Füllt man nun das Gefäß mit Vitriolöl, so wird man auf der anderen Wagschale, außer dem Tarirgewicht für die Flasche, noch 1848 Gr. auflegen müssen, um das Gleichgewicht der Wage wieder herzustellen. Das Vitriolöl in der Flasche wiegt also 1848 Gramm, während ein gleiches Volumen Wasser nur 1000 Gramm wiegt, das specifische Gewicht des Vitriolöls ist also $\frac{1848}{1000} = 1,848$.

Nicht immer stehen so große Mengen der zu untersuchenden Flüssigkeit zu Gebote, daß man ein Gefäß, wie das eben besprochene, damit füllen kann; außerdem aber ist es nicht einmal vortheilhaft, solche Mengen anzuwenden, weil solche Lasten für eine gute Wage zu groß sind. Es ist deshalb zweckmäßig, kleinere Gefäße anzuwenden. Gläschen, die man zu diesem Zwecke verfertigt und welche man Pyknometer nennt, haben in der Regel bei-

stehende Gestalt (Fig. 3) und sind durch einen eingeriebenen Stöpsel von Glas verschlossen. Der cubische Inhalt derselben beträgt 8 bis 20 Cubikcentimeter. Der eingeriebene Glasstöpsel ist von einem Stück einer Thermometerröhre verfertigt, damit bei etwaiger Erwärmung der Flüssigkeit ein Theil derselben durch die feine Oeffnung austreten könne, weil sonst der Stöpsel entweder gehoben, oder das Gefäß zersprengt würde.

Fig. 3.



Um das specifische Gewicht fester Substanzen zu bestimmen, kann man sich aus demselben einen Körper von regulärer Gestalt formen, etwa einen Würfel, eine Kugel u. s. w., so daß es leicht ist, den cubischen Inhalt der zu untersuchenden Stücke zu berechnen. Das absolute Gewicht solcher Körper findet man durch die Wage, das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ist durch das bekannte Volumen der Körper gegeben. Ein Würfel von Marmor z. B. wiege 22,7 Gr. Wenn nun jede Seite dieses Würfels 2 Centimeter betrüge, so ist der cubische Inhalt desselben 8 Cubikcentimeter; ein gleich großer Würfel von Wasser wird also 8 Gr. wiegen, folglich ist das specifische Gewicht des Marmors $\frac{22,7}{8} = 2,84$.

Eine Kugel von trockenem Hainbuchenholz wiege 25,79 Gr. Wenn der Durchmesser dieser Kugel 4 Centimeter ist, so kann man daraus den cubischen Inhalt berechnen und wird ihn gleich 33,49 Cubikcentimeter finden. Eine gleiche Wasserkugel wiegt also 33,49 Gr., und das specifische Gewicht dieses Holzes ist demnach $\frac{25,79}{33,49} = 0,77$.

Nicht von jeder Substanz hat man solche Massen, um daraus reguläre Körper bilden zu können; außerdem aber ist es ungemein schwierig, ja fast unmöglich, reguläre Körper genau genug zu arbeiten. Man muß deshalb nach anderen Methoden sich umsehen, um das specifische Gewicht fester Körper zu bestimmen. Die meisten dieser Methoden beruhen auf hydrostatischen Gesetzen, welche wir erst später werden kennen lernen. Die folgende Methode gründet sich jedoch nicht auf diese Principien; sie wird häufig angewendet, um das specifische Gewicht solcher Körper zu bestimmen, welche in kleinen Stücken vorkommen.

Man bringe zuerst das oben erwähnte Gläschen mit Wasser gefüllt auf der Wage ins Gleichgewicht, lege dann die zu bestimmenden Körnchen daneben und mache ihr absolutes Gewicht ausfindig. Nun nimmt man die Körnchen und das Glas von der Wage weg, wirft die Körnchen in das Glas und setzt den Stöpsel wieder auf; es muß nothwendig Wasser ausfließen, und zwar gerade so viel, als durch die hineingeworfenen Körnchen verdrängt wurde. Aus einer abermaligen Wägung ergiebt sich, wie viel Wasser ausgeflossen ist, wie viel also eine Wassermenge wiegt, deren Volumen dem Volumen der zu bestimmenden Körper gleich ist.

Es soll z. B. das specifische Gewicht von Platinakörnchen bestimmt werden, wie sie sich in der Natur finden.

Das Glas mit Wasser wiege . . .	13,52 Gr.
Die Körnchen	4,056 »
Also beides zusammen	17,576 Gr.

Nachdem man die Körner in das Glas geworfen, den Stöpsel aufgesetzt und alles ausgeflossene Wasser sorgfältig abgeputzt hat, wägt man wieder. Gesetzt, man fände nun das Gewicht des Gläschens mit Allem, was darin ist, gleich 17,316 Gr., so ist offenbar das Gewicht des durch die Körnchen verdrängten Wassers 17,576 — 17,316 = 0,26 Gr., folglich ist das specifische Gewicht der Platinakörner $\frac{4,056}{0,26} = 15,6$.

Dasselbe Verfahren läßt sich auch bei größeren Stücken anwenden, wenn man nur ein passendes, etwa ein cylindrisches Gefäß wählt, dessen oberer Rand sorgfältig abgeschliffen ist, so daß man durch Auflegen einer Glasplatte immer genau dasselbe Volumen abgränzt.

Wenn der zu bestimmende Körper in Wasser löslich ist, so füllt man das Glas mit einer anderen Flüssigkeit, in welcher sich der Körper nicht löst, etwa mit Alkohol, Terpentinöl u. s. w. Durch das so eben beschriebene Verfahren findet man nun, wie viel eine Menge der gewählten Flüssigkeit wiegt, welche mit dem zu bestimmenden Körper gleiches Volumen hat. Wenn aber nun das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit schon bekannt ist, so kann man leicht das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser berechnen.

Gesetzt, ein Stück eines Salzes, welches in Terpentinöl unlöslich ist, wiege 0,352 Gr. und verdränge, in das Glas geworfen, 0,13 Gr. Terpentinöl. Nun ist das specifische Gewicht des Terpentinöls 0,872, eine gleiche Menge Wasser wiegt demnach $\frac{0,13}{0,872} = 0,149$ Gr., und das specifische Gewicht dieses Salzes ist also $\frac{0,352}{0,149} = 2,36$.

Wir werden weiter unten noch andere Methoden zur Bestimmung des specifischen Gewichtes kennen lernen.

Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung von specifischen Gewichten einiger Körper, welche zu kennen häufig nothwendig oder wenigstens von Interesse ist.

Tabelle der specifischen Gewichte einiger fester Körper (bei 0 Grad).

Platin	gemünzt	22,10
	gewalzt	22,07
	geschmolzen	20,86
Gold	gemünzt	19,32
	geschmolzen	19,25
Iridium		18,60
Wolfram		17,60
Blei, geschmolzen		11,35
Palladium		11,30
Silber		10,47
Wismuth		9,82
Kupfer	gehämmert	8,88
	gegossen	7,79
	zu Draht gezogen	8,78
Kadmium		8,69
Molybdän		8,61
Messing		8,39
Arsenik		8,31
Nickel		8,28
Stahl		7,82
Kobalt		7,81
Eisen	geschmiedet	7,79
	gegossen	7,21
Bleiglanz		7,76
Zinn		7,29
Zink		7,00
Antimon		6,71
Tellur		6,11
Jod		4,95
Schwerspath		4,43
Diamant		3,52
Flintglas	von Fraunhofer	3,78
	französisches	3,20
	englisches	3,37
Flußspath		3,15
Bouteillenglas		2,60
Spiegelglas		2,37
Turmalin (grün)		3,15
Marmor		2,84
Smaragd		2,77
Bergkrystall		2,68
Porzellan	sächsisches	2,49
	französisches	2,14
	chinesisches	2,38
Gyps (krystallisirt)		2,31
Schwefel (natürlich)		2,03
Elfenbein		1,92
Alabaster		1,87
Graphit		1,8 bis 2,4
Anthracit		1,80
Phosphor		1,77
Bernstein		1,08
Wachs, weißes		0,97
Natrium		0,97
Kalium		0,86
Ebenholz		1,23
Eichenholz (alt)		1,17
Buxbaum		1,33
Ahornholz	frisch	0,90
	trocken	0,65
Buchenholz	frisch	0,98
	trocken	0,59
Edeltanne	frisch	0,89
	trocken	0,55
Erlenholz	frisch	0,86
	trocken	0,50
Eschenholz	frisch	0,90
	trocken	0,64
Hainbuchenholz	frisch	0,94
	trocken	0,77
Lindenholz	frisch	0,82
	trocken	0,44
Mahagonyholz		1,06
Nußbaumholz		0,68
Cypressenholz		0,60
Cedernholz		0,56
Pappelholz		0,38
Kork		0,24

Dichtigkeit einiger Flüssigkeiten

(bei 0 Grad, wo nichts weiter bemerkt ist).

Destillirtes Wasser	1,000
Quecksilber	13,598
Brom	2,966
Schwefelsäure (englische)	1,848
Verdünnte Schwefelsäure nach Delezenne bei 15° C.:	
10 Proc. Säure	1,066
20 » »	1,138
30 » »	1,215
40 » »	1,297
50 » »	1,387
60 » »	1,486
70 » »	1,595
80 » »	1,709
90 » »	1,805
100 » »	1,840
Verdünnte Salpetersäure:	
10 Proc. Säure	1,054
20 » »	1,111
30 » »	1,171
40 » »	1,234
50 Proc. Säure	1,295
60 » »	1,348
70 » »	1,398
80 » »	1,438
90 » »	1,473
100 » »	1,500
Schwefelkohlenstoff	1,272
Milch	1,030
Meerwasser	1,026
Wein: Bordeaux=	0,994
» Champagner=	0,998
» Malaga=	1,022
» Rhein=	0,999
Oele: Citronenöl	0,852
» Leinöl	0,953
» Mohnöl	0,929
» Olivenöl	0,915
» Terpentinöl	0,872
Alkohol, absoluter	0,793
Schwefeläther	0,715
Valyl ($C_8 H_9$)	0,694

Obgleich wir die Methoden, nach welchen das specifische Gewicht der Gase bestimmt wird, erst später besprechen können, so mögen doch hier auch die Zahlenwerthe für die Dichtigkeit einiger Gase Platz finden.

Specifisches Gewicht einiger Gase

(bei 0 Grad und 760mm Barometerstand).

Sauerstoff	0,001432
Stickstoff	0,001267
Chlor	0,003209
Wasserstoff	0,0000894
Chlorwasserstoff (Salzsaures Gas)	0,00164
Stickoxydulgas	0,00197
Kohlensäure	0,00198

Wenn man die Größen P und p der Gleichung 1) Seite 10, in einem Maßsystem ausdrückt, bei welchem, wie bei dem neueren französischen, das Gewicht der Volumeneinheit Wasser zur Gewichtseinheit gewählt ist, so ist p gleich dem Volumen V des Körpers, dessen Gewicht wir mit P bezeichnet haben, es ist also

$$S = \frac{P}{V} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

d. h. man findet das specifische Gewicht eines Körpers, wenn man sein absolutes Gewicht durch sein Volumen dividirt, und daraus folgt weiter

$$V = \frac{P}{S} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 3)$$

d. h. man findet das Volumen eines Körpers, wenn man das absolute Gewicht desselben durch sein specifisches Gewicht dividirt.

Es wiege z. B. ein Stück Marmor 3600 Gramm, so ist sein Volumen

$$V = \frac{3600}{2{,}84} = 1268 \text{ Cubikcentimeter}$$

und endlich ist

$$P = VS \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 4)$$

d. h. man erhält das absolute Gewicht eines Körpers, wenn man sein Volumen mit seinem specifischen Gewicht multiplicirt.

12 **Theilbarkeit.** So weit unsere Erfahrung reicht, sind alle Körper theilbar, d. h. man kann sie in kleinere und immer kleinere Partikelchen zerlegen.

Alle Flüssigkeiten sind in so kleine Theilchen theilbar, daß sie weit jenseits der Gränze dessen liegen, was wir in unserem Tastsinn fühlen und mit unseren Augen sehen können, denn man sieht auf ihrer Oberfläche keine Unebenheit, und wenn man die Hand in ihre Masse eintaucht, so kann das Gefühl die Theilchen nicht unterscheiden, wie wir etwa Sandkörnchen durch das Gefühl unterscheiden können.

Bei festen Körpern läßt sich die Theilbarkeit gleichfalls so weit verfolgen, bis die Theilchen nicht mehr sinnlich wahrnehmbar sind. Polirter Stahl, polirte Edelsteine haben Oberflächen, an welchen unsere Sinne keine Unebenheiten wahrnehmen können, und doch sind diese Flächen durch Polirmittel hervorgebracht, die ja doch aus lauter feinen Körnchen bestehen, und jedes Körnchen macht Ritzen in die Oberfläche, welche seiner Größe proportional sind.

Eine nicht gar empfindliche Hand kann noch sehr wohl einen einfachen Faden von Wolle oder Seide fühlen; diese Fäden haben in der Regel folgende Dimensionen:

	Durchmesser, ausgedrückt in Linien.
Gewöhnliche Wolle . . .	0,02‴
Merino	0,008
Seide	0,004.

Diese so feinen Fäden sind jedoch noch sehr zusammengesetzte Körper; jeder hat eine besondere Structur, welche wir nur durch den Sinn des Gesichts wahrnehmen können, jeder ist noch aus Theilchen verschiedener Elemente zusammengesetzt, welche uns die Chemie zu trennen lehrt.

Viele Dinge, welche dem Sinne des Gefühls entgehen, sind noch durch das Auge wahrnehmbar. Man sieht auf dem Probirstein noch die Goldtheilchen, welche die empfindlichste Hand nicht mehr zu fühlen im Stande ist. Durch Lupen und Mikroskope aber ist der Gesichtssinn nicht nur ausnehmend geschärft, sondern auch die Möglichkeit gegeben, solche kleine Größen genau zu messen.

Es ist bekannt, daß man in den Künsten Fäden von Kupfer, Eisen und Silber anwendet, welche eben so fein sind wie ein Haar; ja Wollaston hat Platindraht dargestellt, welcher nur $^1/_{3000}$ Linie dick ist. Man müßte 140 solcher Drähte zusammenlegen, um nur die Dicke eines einzelnen Coconfadens zu erhalten, und obgleich das Platin der schwerste aller bekannten Körper ist, so würde ein solcher Draht von 3000 Fuß Länge kaum einen Gran wiegen. Um einen solchen Draht zu erhalten, welcher wohl das Feinste sein möchte, was die Kunst darzustellen vermag, nahm Wollaston einen Platindraht, dessen Durchmesser $^1/_{100}$ engl. Zoll betrug, befestigte ihn in der Axe einer cylindrischen Form von $^1/_5$ Zoll Durchmesser, goß diese Form mit geschmolzenem Silber aus und erhielt so einen Cylinder von Silber, dessen Axe aus Platin bestand. Diesen Cylinder ließ er nun durch einen Drahtzug gehen; beide Metalle verlängerten sich dabei gleichmäßig. Nachdem nun der zusammengesetzte Faden bis zur äußerst möglichen Feinheit ausgezogen worden war, kochte er ihn in Salpetersäure, welche das Silber auflöst und den feinen Kern vom Platin bloßlegt.

Mit Hülfe des Mikroskops erkannte man, daß das Blut nicht, wie es auf den ersten Anblick scheint, eine gleichförmige Flüssigkeit ist, sondern daß es aus einer Menge kleiner Kügelchen besteht, welche in einer Flüssigkeit schwimmen, die man Serum nennt. Ihre Größe schwankt, je nach den verschiedenen Thiergattungen, zwischen $^1/_{312}$ und $^1/_{875}$ Linien.

Endlich giebt es Thierchen, welche nicht größer sind als diese Blutkügelchen, und obgleich wir hier an der Gränze der sinnlichen Wahrnehmung stehen, so können wir doch noch schließen, daß sie wohl organisirte Körper sind, weil sie Leben und Bewegung haben; sie müssen Gelenke und Glieder haben, welche ihre Bewegung möglich machen, im Inneren ihres Körpers müssen Organe zur Ernährung und Kanäle vorhanden sein, in denen sich die Säfte bewegen.

Wie weit aber geht diese Theilbarkeit? Kommen wir bei fortgesetzter Verkleinerung wohl zu Theilchen, die noch sinnlich wahrnehmbar, aber doch nicht weiter theilbar sind? So weit unsere Erfahrung reicht, geht die Theilbarkeit stets über die Gränzen der sinnlichen Wahrnehmung hinaus. Als Beispiele außerordentlicher Theilbarkeit führt man gewöhnlich den Moschus an, welcher Jahre lang ein ganzes Zimmer mit einem intensiven Geruche erfüllen kann, ohne merklich an Gewicht abzunehmen.

Am besten beweisen uns alle chemisch zusammengesetzten Körper, daß die

Theilbarkeit über die Gränzen der sinnlichen Wahrnehmung hinausgeht. Der Zinnober z. B. ist aus Quecksilber und Schwefel zusammengesetzt, und man kann ihn leicht in diese beiden Bestandtheile zerlegen; man ist aber nicht im Stande, die kleinen Theilchen von Schwefel und Quecksilber einzeln für sich zu unterscheiden; selbst durch das beste Mikroskop betrachtet, erscheint der Zinnober doch immer noch als eine vollkommen homogene (gleichartige) Masse.

Obgleich nun die Theilbarkeit weit über die Gränzen der sinnlichen Unterscheidung hinausgeht, so können wir uns doch nicht wohl vorstellen, daß sie über alle Gränzen hinausgeht. Vielmehr führt uns die Betrachtung der physikalischen sowohl, wie auch namentlich der chemischen Erscheinungen zu der Annahme, daß die Körper aus kleinen nicht weiter veränderlichen und theilbaren Urtheilchen bestehen, welche man Atome nennt.

Diese Grundansicht von der Constitution der Körper, ohne welche man sich weder von den verschiedenen Aggregatzuständen, unter welchen uns derselbe Körper erscheinen kann (Eis, Wasser, Dampf), noch von dem Wesen chemischer Verbindungen eine klare Vorstellung machen kann, ist unter dem Namen der atomistischen Theorie jetzt von allen Physikern und Chemikern angenommen.

Wenn man überhaupt von kleinen Theilchen redet, ohne gerade diese Urtheilchen, die Atome, bezeichnen zu wollen, so bedient man sich gewöhnlich des Wortes Molekül, welches mit Massentheilchen gleichbedeutend ist.

13 **Veränderlichkeit des Volumens.** Eine weitere allgemeine Eigenschaft ist die Veränderlichkeit des Volumens. Ein und derselbe Körper nimmt nicht immer genau denselben Raum ein; er kann durch Druck und Erkaltung verkleinert, durch Spannung und Erwärmung vergrößert werden. Nehmen wir nun an, daß die Atome ein für allemal unveränderlich sind, so läßt sich die Ausdehnbarkeit nur durch die Annahme erklären, daß die Atome nicht in unmittelbarer Berührung stehen, sondern durch Zwischenräume getrennt sind, durch deren Vergrößerung oder Verkleinerung das Volumen der Körper zu- oder abnimmt.

Fig. 4.



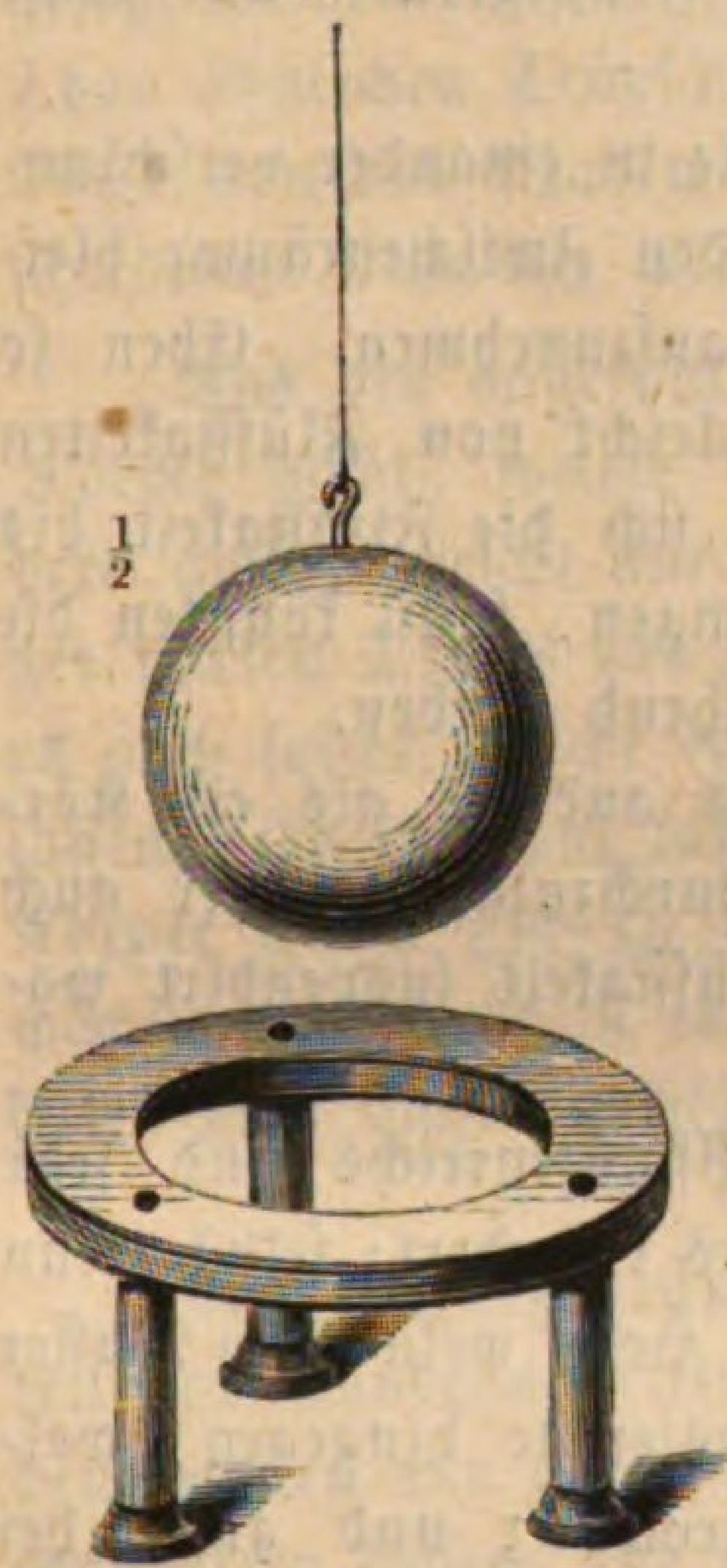
Die Luft dehnt sich sehr leicht und sehr stark durch die Wärme aus. Ein Glasgefäß, Fig. 4, von nicht zu dickem Glase, sei luftdicht mittelst eines Korkes verschlossen, durch welchen zwei Glasröhren hindurchgehen; die eine reicht fast bis auf den Boden, so daß ihr unteres Ende in die in der Flasche befindliche Flüssigkeit eintaucht; die andere ist ganz kurz; wird die kurze verstopft, so ist die innere Luft von der äußeren abgesperrt. Berührt man jetzt das Glasgefäß nur mit der Hand, so dehnt sich die eingeschlossene Luft aus und treibt die Flüssigkeit in der langen Röhre in die Höhe.

Die Ausdehnung der Flüssigkeiten durch die Wärme läßt sich an dem gewöhnlichen Thermometer zeigen.

Für feste Körper kann man den Versuch auf verschiedene Arten anstellen. Am einfachsten möchte wohl der folgende sein:

Eine Metallkugel, an einem Metalldraht hängend, paßt kalt ganz genau in den Metallring Fig. 5, so daß sie eben hindurchgeht, was nicht mehr der Fall ist, wenn man sie über einer Spiritusflamme stark erwärmt hat.

Fig. 5.



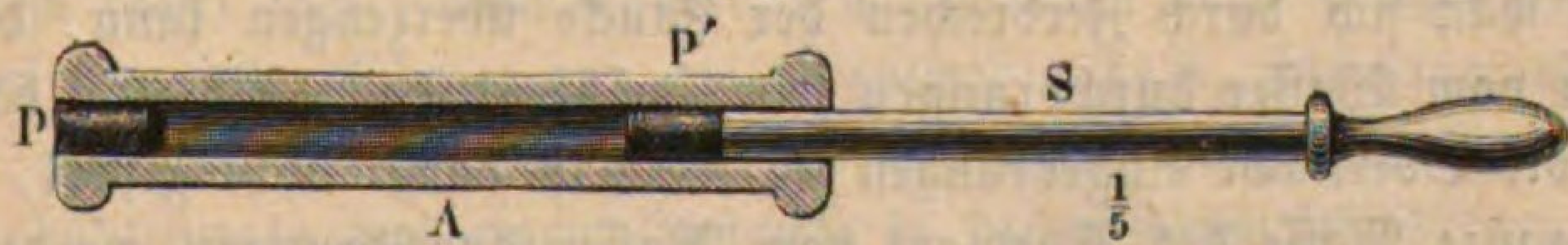
Die Gesetze der Ausdehnbarkeit werden wir in der Lehre von der Wärme näher kennen lernen.

So wie die Körper nicht gleiche Ausdehnbarkeit besitzen, so sind sie auch nicht gleich zusammendrückbar. Ein Schwamm läßt sich auf $1/4$ bis $1/10$ seines ursprünglichen Volumens zusammenpressen. Holz, Papier, Gewebe, welche Flüssigkeiten einsaugen, lassen sich zusammenpressen und verlieren dabei das eingesaugte Wasser.

Münzen und Medaillen erhalten ihr Gepräge durch einen heftigen Stoß des Stempels. Die Gewalt des Stoßes ist so groß, daß sich die Buchstaben und das Bild des Stempels dem Metall aufprägen, wie man weichem Wachs durch den Druck der Hand beliebige Formen aufdrücken kann. Was aber hier das Wichtigste ist, das Volumen des gemünzten Stückes ist kleiner als es vorher war. Flüssigkeiten sind im Allgemeinen weit weniger compressibel als feste Körper. Wenn man Wasser in einen Kanonenlauf einschließt, dessen Wände 3 Zoll dick sind, so wird bei Ausübung eines starken Druckes das Metall eher bersten, als man das Wasser auf $19/20$ seines Volumens zusammenpreßt.

Die Luft und die Gase überhaupt sind unter allen Körpern am leichtesten zusammenzudrücken; man kann dies durch viele Versuche beweisen, am einfachsten aber schon durch ein Kinderspielzeug, die Hollunderbüchse. Eine Röhre wird an beiden Enden durch Pfropfe $p\,p'$ (Fig. 6) verschlossen, und dadurch die innere Luft abgesperrt. Wird nun der eine Pfropf mittelst des Stempels s hineingedrückt, so wird die innere Luft comprimirt, bis sie endlich in Folge des wachsenden Druckes den anderen Pfropf mit Gewalt hinaustreibt.

Fig. 6.



Die anderen Gase haben in dieser Hinsicht genau dieselben Eigenschaften, wie die atmosphärische Luft.

14 **Porosität.** Die Zwischenräume, welche sich zwischen den verschiedenen Theilchen der Körper befinden, nennt man *Poren*. Bezeichnet man mit diesem Namen auch die Zwischenräume zwischen den Atomen der Körper, so ist dem oben Gesagten zufolge jeder Körper porös, die *Porosität* also eine allgemeine Eigenschaft. Im gewöhnlichen Leben versteht man aber unter Poren nur solche Zwischenräume, welche groß genug sind, um Flüssigkeiten und Gase durchzulassen.

Da alle künstlichen Gewebe aus Fäden bestehen, die in einander verschlungen sind, so ist es klar, daß zwischen den einzelnen Fäden Zwischenräume bleiben müssen, welche groß genug sind, um Flüssigkeiten aufzunehmen. Eben so verhält es sich mit gepulverten Körpern, sie können leicht von Flüssigkeiten durchdrungen werden; in einem Sandhaufen verbreitet sich die Flüssigkeit bis zur Spitze, und ein Aschenhaufen ist von Luft durchdrungen, sonst könnten die Kohlen unter der Asche nicht längere Zeit hindurch glühend bleiben.

Ein Filter, wie es der Chemiker braucht, ist nichts anderes als ein Körper, dessen Poren groß genug sind, um Flüssigkeiten durchzulassen, aber auch klein genug, um fremde Körpertheilchen, die in der Flüssigkeit suspendirt waren, zurückzuhalten.

Auch die natürlichen Gewebe des Thier- und Pflanzenreichs sind sehr porös, wie dies schon das ganze Wesen des Organismus erfordert; selbst wenn sie abgestorben sind, behalten sie ihr poröses Gefüge. Holz, welches in Wasser getaucht wird, nimmt an Gewicht und Volumen zu; dasjenige hingegen, welches man frei in der Luft liegen läßt, schwindet bei trockener und quillt bei feuchter Witterung.

Versteinerte Thiere und versteinertes Holz sind ein schlagender Beweis für ihre Porosität, weil ja die versteinernde Substanz alle Fasern der zu versteinernden Masse durchdringen mußte.

Mineralische Substanzen sind bald mehr, bald weniger porös. Undurchsichtige Steine und solche, deren Theilchen sehr unregelmäßig gelagert sind, sind in der Regel die porösesten.

Kreide und Marmor haben gleiche chemische Zusammensetzung und unterscheiden sich nur durch die verschiedene Anordnung der Theilchen, in Folge dessen sie auch eine sehr ungleiche Porosität besitzen.

Taucht man ein Stück Kreide und ein Stück Marmor in Wasser ein, so wird, wie man sich durch Zerbrechen der Stücke überzeugen kann, die Kreide bald ganz vom Wasser durchdrungen sein, während beim Marmor das Wasser kaum in die Oberfläche eingedrungen ist. Es ist damit nicht gesagt, daß nicht auch die ganze Masse des Marmors vom Wasser durchdrungen werden könnte, nur ist dazu mehr Zeit und ein starker Druck nöthig. Steine, welche man von dem Boden der Flüsse und des Meeres in die Höhe holt, sind deshalb auch in der Regel sehr feucht.

Unter den zum Kieselgeschlecht gehörigen Mineralien giebt es eines, welches den Namen *Hydrophan* führt, dessen Porosität ein eigenthümliches Phänomen hervorbringt. Der Hydrophan ist im gewöhnlichen Zustande nur

durchscheinend, kurze Zeit in Wasser eingetaucht, wird er aber durchsichtig wie Glas, weil das Wasser in seine Poren eindringt, wie das Oel in die Poren des Papiers.

Endlich finden wir selbst bei Metallen deutliche Beweise ihrer Porosität. Eine mit Wasser angefüllte Kugel von Gold, welche einem starken Drucke ausgesetzt wird, überdeckt sich auf der ganzen Oberfläche mit ganz kleinen, dem Thau ähnlichen Tröpfchen. Dieser Versuch wurde zum ersten Male im Jahre 1661 von den Akademikern in Florenz angestellt, und wurde seitdem mit verschiedenen Metallen, aber stets mit demselben Erfolge, wiederholt.

Aus den angeführten Beispielen geht zur Genüge hervor, daß es viele Körper giebt, welche Flüssigkeiten mit Leichtigkeit durchlassen; daß es andere giebt, welche nur nach längerer Zeit und unter einem mehr oder weniger starken Drucke von Flüssigkeiten durchdrungen werden können; endlich giebt es auch solche, welche eher zerbrechen, als daß sie Flüssigkeiten oder Gase durchlassen. Es ist wohl kaum nöthig zu bemerken, daß nicht alle Flüssigkeiten jeden Körper gleich gut zu durchdringen im Stande sind. Für physikalische und chemische Versuche ist es von großer Wichtigkeit, daß das Glas weder Flüssigkeiten noch Gase durchläßt.

Aggregatzustände. Nachdem wir durch die Betrachtung der Theilbar- 15
keit und Ausdehnbarkeit die Grundidee der atomistischen Theorie entwickelt haben, wollen wir zunächst sehen, wie sich die verschiedenen Körper aus Atomen construiren lassen, und dann erst zur Betrachtung der übrigen allgemeinen Eigenschaften übergehen.

Alle Körper, welche wir kennen, gehören einem der drei verschiedenen Zustände an, welche wir mit den Namen *fest*, *flüssig* und *gasförmig* bezeichnen, und die sich am besten am *Wasser* anschaulich machen lassen. Derselbe Körper nämlich, welchen wir im gewöhnlichen Leben als tropfbar flüssiges Wasser kennen, wird bei niedriger Temperatur *fest* und führt dann den Namen *Eis*, bei höherer Temperatur aber läßt sich das Wasser leicht in einen *luftförmigen* Körper verwandeln, welchen wir *Dampf* nennen. Durch Erwärmung kann das Eis wieder geschmolzen und durch Erkaltung der Dampf wieder zu tropfbar flüssigem Wasser verdichtet werden.

Einem dieser drei Zustände, welche wir so eben beim Wasser kennen lernten, gehört nun jeder Körper an; er ist entweder *fest*, *flüssig* oder *gasförmig*. Die meisten Körper lassen sich aber auch wie das Wasser durch Temperaturveränderungen aus einem Zustande in den anderen überführen.

Die festen Körper haben, die geringen Veränderungen abgerechnet, welche durch Wärme und Druck hervorgebracht werden, ein *unveränderliches Volumen* und eine *selbstständige Gestalt*; es gehört auch eine mehr oder weniger bedeutende Kraft dazu, um einen festen Körper zu zertheilen. Es ist z. B. unmöglich, ein Stück Eisen auf die Hälfte, auf den dritten Theil seines Volumens zusammenzupressen, oder zu machen, daß es den doppelten,

dreifachen Raum einnimmt; nur mit großer Gewalt sind wir im Stande, seine Gestalt zu ändern oder es zu theilen.

Die Flüssigkeiten haben in demselben Sinne wie die festen Körper ein unveränderliches Volumen, d. h. wenn wir sie durch einen starken Druck auch ein klein wenig zusammendrücken können, wenn sie sich auch durch Erwärmung etwas ausdehnen, so sind diese Volumenveränderungen doch immer nur sehr unbedeutend; wir können das Wasser, welches eine Flasche ausfüllt, nicht in ein halb so großes Gefäß hineinpressen, und wenn wir es in ein doppelt so großes Gefäß hineingießen, so füllt es dieses nur zur Hälfte aus. Die Flüssigkeiten haben aber keine selbstständige Gestalt, wie die festen Körper, sondern die Gestalt des Raumes, den sie einnehmen, ist von der Form der sie umgebenden festen Körper, also von der Form der Gefäße abhängig; wenn eine Flüssigkeit ein Gefäß nicht ganz ausfüllt, so ist sie oben durch eine horizontale Oberfläche begränzt. Endlich unterscheiden sich die flüssigen Körper von den festen noch dadurch, daß schon die geringste Kraft hinreicht, um ihre Theilchen von einander zu trennen.

Die gasförmigen Körper haben weder eine selbständige Form, noch ein bestimmtes Volumen; der Raum, den sie einnehmen, hängt nur von dem äußeren Drucke ab. Man kann eine Luftmasse leicht auf $^1/_2$, $^1/_4$ . . . $^1/_{10}$ ihres Volumens zusammenpressen; und umgekehrt, wenn man sie in einen 2, 4 . . . 10mal größeren leeren Raum bringt, so füllen sie auch diesen vollständig aus, wie wir später noch ausführlicher sehen werden; sie haben also ein Bestreben, sich so viel wie möglich auszudehnen. Die leichte Theilbarkeit haben die Gase mit den Flüssigkeiten gemein.

Diese Unterschiede können nach unserer Ansicht von der Zusammensetzung der Körper nur darauf beruhen, daß bei den festen Körpern die einzelnen Theilchen nicht allein in einer bestimmten Entfernung, sondern auch in einer bestimmten gegenseitigen Lage bleiben, während die Theilchen der Flüssigkeiten zwar auch in einer bestimmten Entfernung bleiben, aber doch sehr leicht sich an einander verschieben lassen; bei den gasförmigen Körpern endlich finden wir ein Bestreben der Theilchen, sich möglichst weit von einander zu entfernen.

16 **Verschiedenheit der Atome.** Vergleichen wir verschiedene Körper, so gewahren wir alsbald Unterschiede, welche sich nicht auf eine verschiedene Anordnung der Theilchen zurückführen lassen. So sind z. B. der Schwefel und das Blei feste Körper, aber feste Körper, welche mit sehr verschiedenen Eigenschaften begabt sind. Man mag den Schwefel behandeln wie man will, man kann ihn nie in Blei, und umgekehrt kann man das Blei durch keinerlei Operationen in Schwefel umwandeln; wir sehen uns daher zu der Annahme genöthigt, daß die Atome, aus welchen das Bleistück besteht, von denen des Schwefels wesentlich verschieden sind.

Die meisten Körper sind nicht aus gleichartigen, sondern aus verschiedenartigen Atomen zusammengesetzt, obgleich das äußere Ansehen keine Ungleichartigkeit der kleinsten Partikelchen erkennen läßt.

Durch gewisse Operationen, welche die Chemie näher kennen lehrt, kann man z. B. aus dem Zinnober Schwefel und Quecksilber abscheiden, man kann das Wasser in Sauerstoff und Wasserstoff, das Kochsalz in Chlor und Natrium zerlegen.

Solche Körper nun, welche aus Atomen verschiedener Natur zusammengesetzt sind, und welche sich in verschiedene Körper zerlegen lassen, nennt man chemisch zusammengesetzte Körper, im Gegensatz zu denen, welche sich nicht in verschiedenartige Bestandtheile zerlegen lassen, und welche man deshalb einfache Körper, Grundstoffe oder Elemente nennt.

Solche Stoffe, welche man bis jetzt wenigstens nicht weiter in verschiedenartige Bestandtheile zerlegen kann, zählt man jetzt 63. Die wichtigsten und bekanntesten dieser Elemente sind:

Sauerstoff,	Antimon,	Nickel,
Schwefel,	Silicium,	Eisen,
Stickstoff,	Gold,	Zink,
Chlor,	Platin,	Wasserstoff,
Jod,	Silber,	Mangan,
Brom,	Quecksilber,	Aluminium,
Phosphor,	Kupfer,	Magnesium,
Arsen,	Wismuth,	Calcium,
Kohlenstoff,	Zinn,	Barium,
Chrom,	Blei,	Natrium,
Molybdän,	Kobalt,	Kalium.

Die nähere Betrachtung dieser Elemente, die Art und Weise, wie sie sich unter einander zu verschiedenen zusammengesetzten Körpern verbinden, die Mittel, welche man anzuwenden hat, um chemisch zusammengesetzte Körper in ihre Bestandtheile zu zerlegen, gehört der Chemie an; dessen ungeachtet müssen wir auch hier die Grundgesetze der chemischen Verbindungen wenigstens kurz besprechen, weil sie mit einer Reihe von physikalischen Gesetzen in der innigsten Beziehung stehen.

Chemische Aequivalente. Wenn zwei einfache Stoffe eine chemische 17
Verbindung mit einander eingehen, so entsteht ein neuer Körper, welcher ganz andere Eigenschaften besitzt als jeder der Bestandtheile, und sich wesentlich von einem Gemenge derselben unterscheidet. Wenn man fein vertheilten Schwefel noch so lange mit Quecksilber zusammenreibt, so erhält man doch nur ein Gemenge, in welchem man mit Hülfe des Mikroskops immer noch die einzelnen Schwefel- und Quecksilbertheilchen unterscheiden kann und dessen Bestandtheile sich leicht trennen lassen, wenn man dasselbe in Wasser bringt, in welchem nämlich das schwerere Quecksilber alsbald zu Boden sinkt.

Ein ganz anderes Resultat erhält man, wenn man Quecksilber mit geschmolzenem Schwefel zusammenbringt; man erhält auf diese Weise einen schwarzen Körper, welcher durch Sublimation in eine dunkelrothe krystallinische Masse verwandelt wird, deren Farbe durch Reiben in das prachtvollste Scharlachroth

übergeht. Dies ist der Zinnober, eine chemische Verbindung von Quecksilber und Schwefel, in welcher das beste Mikroskop nicht mehr die einzelnen Bestandtheile erkennen läßt, die man auch dadurch nicht trennen kann, daß man das Zinnoberpulver in Wasser schüttet.

Schwefel und Kohlenstoff verbinden sich zu einer durchsichtigen, äußerst flüchtigen, das Licht stark brechenden und zerstreuenden Flüssigkeit, dem Schwefelkohlenstoff.

Unser gewöhnliches Kochsalz ist eine Verbindung des gasförmigen Chlors mit einem metallischen Körper, welcher Natrium genannt wird. Das Chlornatrium, ein in Wasser lösliches Salz, ist aber in allen seinen Eigenschaften wesentlich vom Chlor sowohl wie auch vom Natrium verschieden.

Während man verschiedene einfache Stoffe in den verschiedensten Verhältnissen zusammenmengen kann, so treten sie doch nur in bestimmten Verhältnissen zu chemischen Verbindungen zusammen. Der Zinnober enthält z. B. auf 200 Gewichtstheile Schwefel stets 1250 Gewichtstheile Quecksilber. Schmilzt man Schwefel und Quecksilber in anderen Verhältnissen zusammen, so bleibt außer dem gebildeten Zinnober noch ein Ueberschuß von Schwefel oder Quecksilber übrig, welcher nicht in die Verbindung eingeht, je nachdem man von dem einen oder anderen dieser Stoffe zuviel genommen hat.

Es ist nun höchst wichtig, genau die Gewichtsverhältnisse zu kennen, in welchen die einfachen Stoffe zu chemischen Verbindungen zusammentreten. Die Untersuchungen der Chemiker haben nun in dieser Beziehung zu folgenden Hauptresultaten geführt.

Es verbinden sich 100 Gewichtstheile Sauerstoff (O) mit

200 Gew.-Thln.	Schwefel . . .	S		1295 Gew.-Thln.	Blei	Pb
175 »	Stickstoff . . .	N		350 »	Eisen	Fe
443 »	Chlor	Cl		407 »	Zink	Zn
387,5 »	Phosphor . . .	P		12,5 »	Wasserstoff .	H
75 »	Kohlenstoff . .	C		345 »	Mangan . .	Mn
1350 »	Silber	Ag		250 »	Calcium . . .	Ca
1250 »	Quecksilber . .	Hg		287,4 »	Natrium . . .	Na
396 »	Kupfer	Cu		489 »	Kalium . . .	K

Die oben mitgetheilten Zahlen geben aber nicht allein an, in welchen Verhältnissen sich die genannten Körper mit Sauerstoff, sondern auch, in welchen Verhältnissen sie sich unter einander verbinden. So verbinden sich 200 Gew.-Thle. Schwefel mit 1250 Gew.-Thln. Quecksilber zu Schwefelquecksilber (Zinnober), und 200 Gew.-Thle. Schwefel mit $12^1/_2$ Gew.-Thln. Wasserstoff zu Schwefel-Wasserstoffgas. Ferner vereinigen sich 443 Gew.-Thle. Chlor mit 396 Gew.-Thln. Kupfer zu Chlorkupfer, mit 407 Gew.-Thln. Zink zu Chlorzink, mit 287,4 Gew.-Thln. Natrium zu Chlornatrium u. s. w.

Diese Zahlen, welche also zunächst angeben, in welchen Gewichtsverhältnissen je zwei einfache Stoffe zu chemischen Verbindungen zusammentreten können, werden chemische Aequivalente genannt und durch die in obiger

Tabelle beigefügten Buchstaben bezeichnet. So bezeichnet H ein Aequivalent Wasserstoff, Cl ein Aeq. Chlor, Hg ein Aeq. Quecksilber u. s. w.

Ein zusammengesetzter Körper wird durch die Zusammenstellung der Zeichen seiner Bestandtheile bezeichnet; so ist z. B. HO das Zeichen des Wassers, d. h. Verbindung von 1 Aeq. Wasserstoff mit 1 Aeq. Sauerstoff; HgS ist das chemische Zeichen für Zinnober, ZnCl das für Chlorzink u. s. w. Das Aequivalent eines zusammengesetzten Körpers ist stets die Summe der Aequivalente seiner Bestandtheile; so ist z. B. das Aequivalent für

Kali	KO = 589	Zinkoxyd	ZnO = 507
Natron . . .	NaO = 387,4	Schwefelzink . .	ZnS = 607 u. s. w.

Es kommt häufig vor, daß zwei einfache Stoffe sich in mehreren bestimmten Verhältnissen verbinden, alsdann aber sind die Mischungsgewichte der in solchen Verbindungen enthaltenen Bestandtheile einfache Multipla der einfachen Aequivalente. So verbinden sich z. B. 200 Gew.-Thle. Schwefel mit 200 Gew.-Thln. Sauerstoff zu schwefliger Säure und mit 300 Gew.-Thln. Sauerstoff zu Schwefelsäure.

Die schweflige Säure besteht also aus 1 Aeq. Schwefel und 2 Aeq. Sauerstoff, die Schwefelsäure aus 1 Aeq. Schwefel und 3 Aeq. Sauerstoff. Es ist demnach das chemische Zeichen für schweflige Säure SO_2, für Schwefelsäure SO_3, indem man mit O_2 und O_3 zwei und drei Aequivalente Sauerstoff bezeichnet. Das chemische Aequivalent der schwefligen Säure ist 400, das der Schwefelsäure ist 500.

Eben so giebt es mehrere Verbindungen von Kohlenstoff und Sauerstoff, nämlich

Kohlenoxydgas . . . $CO = 175$
Kohlensäure . . . . . $CO_2 = 275$;

ferner giebt es mehrere Verbindungen von Stickstoff und Sauerstoff, nämlich

Stickstoffoxydul . . . $NO = 275$
Stickstoffoxyd . . . . $NO_2 = 375$
Salpetrige Säure . . . $NO_3 = 475$
Untersalpetersäure . . . $NO_4 = 575$
Salpetersäure . . . . . $NO_5 = 675$.

In der Salpetersäure sind also auf jedes Aequivalent Stickstoff 5 Aeq. Sauerstoff enthalten, oder mit anderen Worten, die Salpetersäure besteht aus 175 Gew.-Thln. Stickstoff und 500 Gew.-Thln. Sauerstoff.

Die meisten Verbindungen des Sauerstoffs mit den nicht metallischen Elementen sind Säuren; die Verbindungen des Sauerstoffs mit Metallen werden dagegen Oxyde genannt; sie gehören meist einer Classe von Verbindungen an, welche die Chemiker Basen nennen, deren Eigenschaften aber hier nicht weiter besprochen werden können.

Die binären, d. h. die aus zwei Elementen zusammengesetzten Körper gehen unter einander weitere Verbindungen ein; so verbinden sich z. B. die Säuren und Basen zu Salzen, und auch diese Verbindungen stehen unter

dem Gesetz der Aequivalente. Das chemische Aequivalent jedes zusammengesetzten Körpers ist stets die Summe der Aequivalente seiner Bestandtheile.

So ist z. B.

Salpetersaures Kali . . $NO_5 + KO = 1264$
Salpetersaures Natron . $NO_5 + NaO = 1062{,}4$
Salpetersaures Zinkoxyd . $NO_5 + ZnO = 1182$.

Statt die chemische Formel für Säure und Basis durch + zu verbinden, setzt man auch ein Komma zwischen beide, es ist also $NO_5 + KO = NO_5, KO$, ferner ist

Schwefelsaures Natron . . $SO_3, NaO = 887{,}4$
Kohlensaures Natron . . . $CO_2, NaO = 662{,}4$.

Das schwefelsaure Natron verbindet sich mit 10 Aeq. Wasser zu krystallisirtem Glaubersalz; es ist also

Glaubersalz $= SO_3, NaO + 10 HO = 887 + 1125 = 2012{,}4$.

In 2012,4 Gew.-Thln. Glaubersalz sind also auf 1400 Gew.-Thle. (14 Aeq.) Sauerstoff, 125 Gew.-Thle. (10 Aeq.) Wasserstoff, 200 Gew.-Thle. (1 Aeq.) Schwefel und 287,4 Gew.-Thle. (1 Aeq.) Natrium enthalten.

Diese Beispiele mögen genügen, um das Gesetz der chemischen Aequivalente zu erläutern.

Es ist klar, daß es bei Feststellung der chemischen Aequivalente nur auf das Verhältniß, nicht auf den absoluten Zahlenwerth derselben ankommt; der absolute Zahlenwerth ändert sich nämlich, wenn man eine andere Einheit zu Grunde legt. Setzt man das Aequivalent des Wasserstoffs gleich 1, so ist:

$O = 8$	$Cl = 35{,}4$
$N = 14$	$Zn = 32{,}5$
$S = 16$	$K = 39$ u. s. w.

Nimmt man an, daß, wenn 1 Aeq. eines Stoffes mit 1 Aeq. eines anderen verbunden ist, die Verbindung auch gleich viel Atome von jedem Bestandtheile enthält, so geben obige Aequivalentzahlen auch das Gewichtsverhältniß der verschiedenen Atome an, und man kann in dieser Voraussetzung jene Zahlen auch **Atomgewichte** nennen.

Nimmt man z. B. an, daß im Zinnober immer 1 Atom Schwefel mit 1 Atom Quecksilber verbunden sei, so ist klar, daß sich alsdann auch das Gewicht von 1 Atom Schwefel zum Gewicht von 1 Atom Quecksilber verhalten müsse wie 200 : 1250.

In diesem Sinne werden dann auch die Zahlen, wie sie in der Tabelle auf Seite 23 enthalten sind, **Atomgewichte** genannt. Nur für einige gasförmige Körper nimmt man das Atomgewicht nur halb so groß als das chemische Aequivalent, und zwar aus folgenden Gründen.

Wenn man Wasser mit Hülfe der galvanischen Säule in seine Bestandtheile zerlegt, so erhält man stets 1 Volumen Sauerstoffgas auf 2 Volumina Wasserstoffgas und umgekehrt verbinden sich 2 Volumina Wasserstoffgas mit 1 Volumen Sauerstoffgas zu Wasser. Nimmt man nun an, daß 1 Volumen Sauerstoffgas so viel Atome enthält wie 1 Volumen Wasserstoffgas, so würde daraus folgen,

daß im Wasser immer 2 Atome Wasserstoff auf 1 Atom Sauerstoff enthalten sind, und wenn also das Gewicht von 1 Atom Sauerstoff mit 100 bezeichnet wird, so wäre das Gewicht von 2 Atomen Wasserstoff gleich 12,5 und das Atomgewicht des Wasserstoffs 6,25.

Da sich 1 Volumen Wasserstoffgas mit 1 Volumen Chlorgas zu Salzsäure verbindet, so muß das Atomgewicht des Chlors gleichfalls halb so groß genommen werden, als das oben angegebene chemische Aequivalent des Chlors.

Ebenso wird auch das Atomgewicht des Stickstoffs halb so groß angenommen als sein Aequivalent.

Das Aequivalentvolumen. Dividirt man die Aequivalentgewichte der 18
einfachen Stoffe durch ihre specifischen Gewichte, so muß man nach Gleichung 3) auf Seite 15 die Volumina der Aequivalente, d. h. die Zahlen erhalten, welche angeben, nach welchen Raumverhältnissen die chemischen Elemente in den chemischen Verbindungen zusammentreten. Für die bereits auf Seite 23 angeführten einfachen Stoffe ergeben sich auf diese Weise folgende Werthe der Aequivalentvolumina.

Sauerstoff . .	69832	Kupfer . .	50,77
Stickstoff . .	138121	Blei . . .	114,10
Chlor . . .	138050	Eisen . .	47,59
Wasserstoff . .	139821	Zink . . .	58,14
Schwefel . . .	98,60	Mangan . .	42,96
Phosphor . .	225,98	Nickel . .	42,72
Silber . . .	128,94	Natrium .	298,36
Quecksilber . .	91,91	Kalium . .	565,32.

Es verbinden sich also 98,6 Volumtheile krystallisirten Schwefels mit 91,9 Volumtheilen Quecksilber zu Zinnober, mit 565 Volumtheilen Kalium zu Schwefelkalium u. s. w.

Der Begriff des Aequivalentvolumens ist von Kopp in die Wissenschaft eingeführt worden, welcher demselben aber den Namen specifisches Volumen beilegte.

Setzt man in der Gleichung $V = \frac{P}{S}$ für P statt des Aequivalentgewichts eines Körpers das Atomgewicht desselben, so erhält man sein Atomvolumen. Das Atomvolumen steht zu dem Aequivalentvolumen in derselben Beziehung, wie Atomgewicht zu Aequivalentgewicht.

Die in der letzten Tabelle angeführten Werthe der Aequivalentvolumina für Stickstoff, Chlor und Wasserstoff sind gleich, und in der That wissen wir ja, daß sich gleiche Volumina Chlor und Wasserstoff zu Salzsäure u. s. w. verbinden; dagegen ist das Aequivalentvolumen des Sauerstoffs nur halb so groß als das der genannten Gase, es verbindet sich also, wie wir bereits wissen, 1 Volumen Sauerstoffgas mit 2 Volumen Wasserstoffgas zu Wasser.

Das Atomvolumen des Wasserstoffs, Chlors und Stickstoffs ist halb so groß, als der oben angeführte Werth ihres Aequivalentvolumens, es ergiebt sich

also, daß die Atomvolumina aller gasförmigen Körper einander gleich sein müssen.

Für Körper von ähnlichem chemischen Verhalten sind die Aequivalentvolumina nahezu gleich, wie z. B. beim Eisen, Nickel und Mangan, oder ihre Aequivalentvolumina stehen nahezu in einem einfachen Verhältniß. So ist z. B. das Aequivalentvolumen des Kaliums fast doppelt so groß als das des Natriums.

Die Aequivalentvolumina der Körper können nicht in der Weise unveränderlich sein wie die Aequivalentgewichte, da sie sich mit der Dichtigkeit der Körper also auch mit der Temperatur ändern. Für Körper, welche man in verschiedenen Aggregatzuständen kennt, muß man natürlich auch ganz verschiedene Aequivalentvolumina erhalten, je nachdem man bei ihrer Berechnung das specifische Gewicht des einen oder des anderen Zustandes zu Grunde legt. Das Aequivalentvolumen des festen Schwefels ist 98,6, das des Schwefeldampfes ist 29000.

Für das Aequivalentvolumen des Kohlenstoffs erhält man 21,3 oder 37,5, je nachdem man das specifische Gewicht des Diamants oder des Graphits in Rechnung bringt.

Das Aequivalentgewicht einer chemischen Verbindung ist die Summe der Aequivalentgewichte seiner Bestandtheile; in Beziehung auf die Aequivalentvolumina ist dies nur selten der Fall. Das Aequivalentvolumen des Schwefels ist 98,6, das des Bleies ist 114,1; das Aequivalentvolumen des Bleiglanzes ist aber nicht $98,6 + 114,1 = 212,7$, sondern $\frac{1495}{7,76} = 192$; das Aequivalentvolumen der Verbindung ist hier kleiner als die Summe der Aequivalentvolumina der Bestandtheile, es hat also eine Verdichtung stattgefunden.

Eine solche Verdichtung findet nun in den meisten Fällen Statt; am auffallendsten zeigt sie sich, wenn ein Gas sich mit einem festen Element zu einem festen Körper verbindet, z. B. bei den Metalloxyden. So ist z. B. das Gewichtsäquivalent des Zinkoxyds (ZnO) gleich $407 + 100 = 507$, das specifische Gewicht desselben 5,43, mithin ist das Aequivalentvolumen des Zinkoxyds $\frac{507}{5,43} = 93$, also bei weitem kleiner als die Summe der Aequivalentvolumina des Zinks und des gasförmigen Sauerstoffs.

Nimmt man an, daß das Zink im Zinkoxyd mit seinem ursprünglichen Aequivalentvolumen enthalten sei, so bleibt für den im Zinkoxyd enthaltenen Sauerstoff das Aequivalentvolumen 35 übrig, der Sauerstoff ist also im Zinkoxyd vom Aequivalentvolum 69832 auf das Atomvolumen 35, also fast auf $\frac{1}{2000}$ verdichtet.

Zieht man das Aequivalentvolumen eines Metalls von dem Aequivalentvolumen seines Oxydes ab, so bleibt nahezu immer derselbe Rest, es ist deshalb, wie Schröder wahrscheinlich machte, in allen Oxyden das Metall mit unver-

ändertem Atomvolumen, der Sauerstoff mit dem Atomvolumen 35 (genauer 34,8) enthalten (Pogg. Annal. Bd. L. S. 553).

Bis jetzt ist es noch nicht gelungen, allgemeine Gesetze nachzuweisen, nach welchen die Verdichtungen bei chemischen Verbindungen vor sich gehen.

Kräfte und Imponderabilien. Alle Erscheinungen, welche wir in 19
der Natur wahrnehmen, beweisen uns, daß eine beständige Wechselwirkung sowohl zwischen den verschiedenen Körpern als auch zwischen den einzelnen Theilchen eines und desselben Körpers stattfindet.

Die unsichtbaren Ursachen dieser Wechselwirkung nennen wir *Kräfte*.

Die Kräfte können nie Gegenstand einer unmittelbaren Wahrnehmung sein. Die Vorstellungen, die wir uns von diesen Kräften machen, sind immer nur Hypothesen, die wir so construiren und modificiren, wie wir sie eben zur Erklärung der Thatsachen bedürfen.

Im Allgemeinen ist in der Physik von Kräften zweierlei Art die Rede, von solchen nämlich, welche in die Ferne wirken, wie die Schwere, die magnetischen und elektrischen Anziehungs- und Abstoßungskräfte u. s. w., und dann von solchen, welche nur in die kleinsten Entfernungen wirken, also nur bei fast unmittelbarer Berührung der Körpertheilchen in Thätigkeit treten und welche deshalb den Namen der *Molekularkräfte* führen. Diese Kräfte sind es, welchen wir die Erhaltung der verschiedenen Aggregatzustände und der chemischen Verbindungen zuschreiben.

Die Kraft, welche die Theilchen der festen Körper zusammenhält, nennt man *Cohäsionskraft* und nimmt an, daß sie ihren Grund in einer gegenseitigen Anziehung der Atome hat.

Da wir durch Erwärmung feste Körper schmelzen und flüssige in den gasförmigen Zustand überführen können, so ist klar, daß die Wärme der Cohäsionskraft entgegenwirkt; in der Wärme erkennen wir also die *Expansionskraft*, welche in den gasförmigen Körpern das Uebergewicht über die Cohäsionskraft erlangt hat und ein Bestreben zeigt, die einzelnen Theilchen möglichst von einander zu entfernen.

In den tropfbar flüssigen Körpern ist die Cohäsionskraft, mit welcher sich die einzelnen Körpertheilchen anziehen, durch die Wärme (Expansionskraft) bereits soweit überwunden, daß schon die geringste Kraft hinreicht, um eine gegenseitige Verschiebung und Trennung der Theilchen zu bewirken.

Um die ausdehnende Kraft der Wärme sowie die übrigen später noch ausführlich zu besprechenden Wärmephänomene zu erklären, nimmt man die Existenz eines eigenthümlichen *Wärmestoffs* an, welcher bei äußerster Feinheit sich von den eigentlichen Körpern dadurch unterscheidet, daß er von der Schwere nicht afficirt wird. Nimmt man nun an, daß dieser feine Stoff zwischen den einzelnen Atomen der Körper einzudringen vermag, daß die einzelnen Atome gleichsam mit Wärmeatmosphären eingehüllt sind, und daß ferner die einzelnen Theilchen dieses unwägbaren Wärmestoffes sich gegenseitig abstoßen, so begreift

man wohl, wie durch Vermehrung der Wärme eines Körpers die von der Anziehung der ponderabeln Atome herrührende Cohäsion geschwächt wird, und daß endlich, wenn die Repulsion der Wärmeatmosphären stärker ist als die gegenseitige Anziehung der ponderabeln Atome, der gasförmige Zustand eintreten muß.

Die Existenz eines solchen Wärmestoffes ist durchaus hypothetisch; wir postuliren denselben, weil wir ohne eine solche Hypothese die Wärmephänomene nicht zu erklären vermögen. Dergleichen Hypothesen können aber bei fortschreitender Erkenntniß der Naturgesetze mannigfache Modificationen erleiden.

Außer dem Wärmestoff nehmen die Physiker noch andere unwägbare (imponderabele) Stoffe an, welche man mit dem gemeinsamen Namen der Imponderabilien bezeichnet, um die Erscheinungen des Magnetismus und der Elektricität zu erklären. Auch der Aether, durch dessen Vibrationen man die Lichterscheinungen erklärt, gehört zu diesen Imponderabilien.

Erstes Buch.

Die Mechanik.

Erstes Capitel.

Statik oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.

Parallelogramm der Kräfte. Ein Körper ist im *Gleichgewicht*, 20
wenn alle auf ihn wirkenden Kräfte keine Veränderung in seinem Zustande hervorbringen, wenn ihre Wirkung durch eine andere Kraft oder einen Widerstand aufgehoben wird. Die Wirkung der Schwere eines Körpers, welcher an einem Faden aufgehängt ist, wird durch den Widerstand des Fadens aufgehoben. Ist der Faden nicht stark genug, so reißt er, und der Körper fällt zu Boden. Oft findet Gleichgewicht ohne festen Stützpunkt und ohne scheinbaren Widerstand Statt. Der Fisch kann im Wasser, der Luftballon in der Luft im Gleichgewicht sein; hier aber ist die Schwere dieser Körper durch einen Druck aufgehoben, von dem später mehr die Rede sein wird.

Man kann sagen, daß alle Körper, welche uns in Ruhe erscheinen, solche sind, auf welche mehrere sich gegenseitig vernichtende Kräfte einwirken.

Die *Statik* beschäftigt sich damit, die Bedingungen des Gleichgewichts auszumitteln; die *Dynamik* dagegen untersucht die Gesetze der Bewegungen, welche entstehen, wenn den Bedingungen des Gleichgewichts nicht genügt ist.

Um Kräfte zu messen, muß man irgend eine beliebige Kraft als Einheit annehmen.

Zwei Kräfte sind gleich, wenn sie nach entgegengesetzten Richtungen auf einen Punkt wirkend sich im Gleichgewicht halten. Zwei gleiche Kräfte, die nach derselben Richtung wirken, sind der doppelten Kraft gleichzusetzen. Man würde eine dreifache Kraft haben, wenn man drei gleiche Kräfte nach derselben Richtung wirken ließe u. s. w.

Wie viele Kräfte auch auf einen materiellen Punkt wirken mögen, welches auch ihre Richtung sein mag, so werden sie demselben doch nur eine Bewegung in einer bestimmten Richtung mittheilen. Es läßt sich demnach eine Kraft denken, welche für sich allein dieselbe Wirkung hervorzubringen im Stande ist, welche also das ganze System jener Kräfte ersetzen kann. Sie führt den Namen der *Resultirenden*. Wenn z. B. ein Schiff durch die gleichzeitige

Wirkung des Stromes, der Ruder und des Windes getrieben wird, so bewegt es sich nach einer bestimmten Richtung; wenn die Wirkungen des Stromes, der Ruder und des Windes aufhörten, so könnte man doch offenbar dem Schiffe dieselbe Bewegung dadurch wieder ertheilen, daß man an einem Seil, welches am Schiffe befestigt ist, eine bestimmte Kraft nach jener Richtung anbringt, nach welcher es sich unter gleichzeitiger Einwirkung der drei Kräfte bewegte. Dies ist die Resultirende der drei Kräfte.

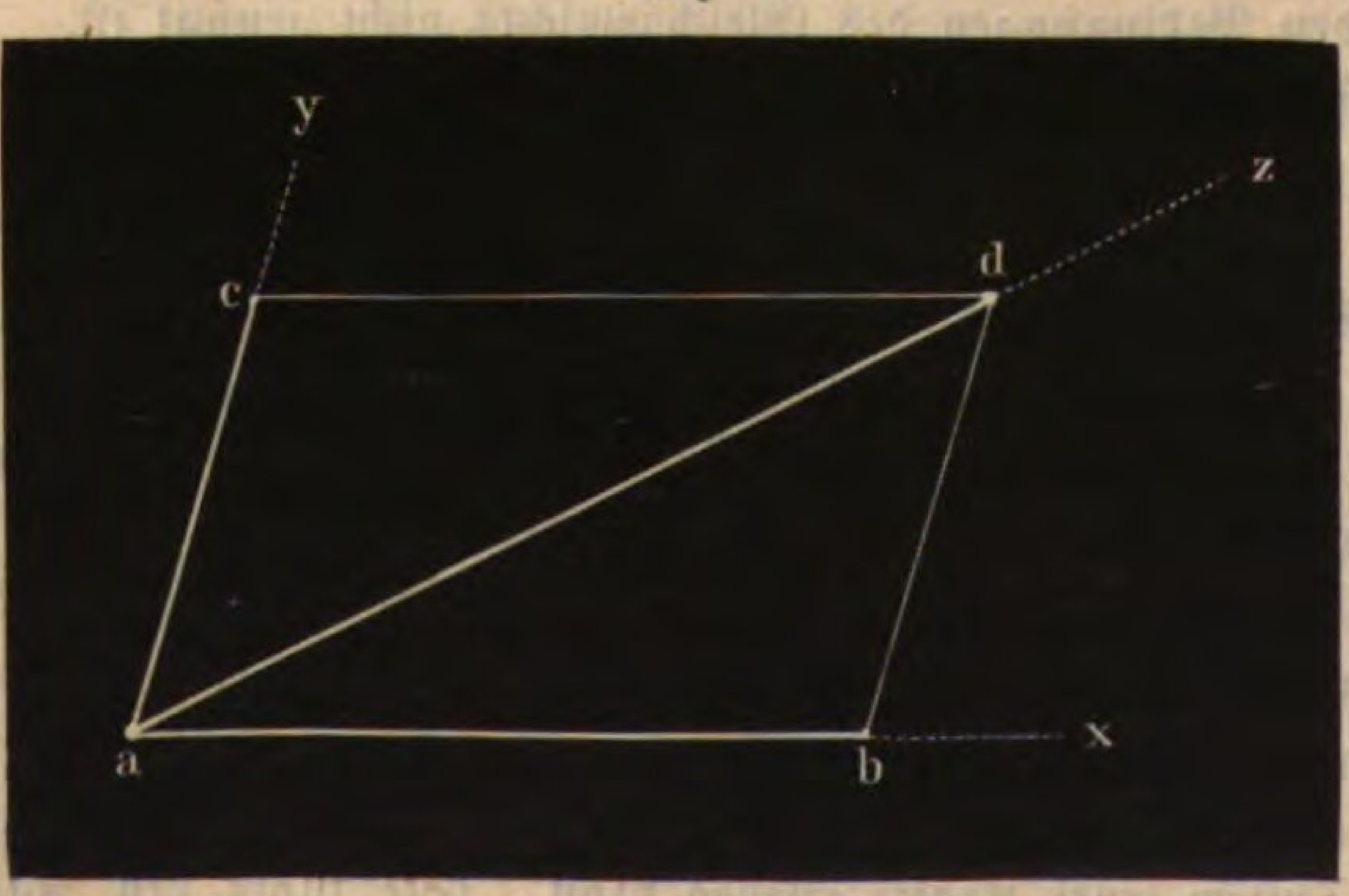
Die Gesammtheit von Kräften, welche auf einen Punkt zusammenwirken, nennt man ein System von Kräften. In Beziehung auf die Resultirende, welche die Gesammtheit der Kräfte ersetzen kann, nennt man diese auch die Seitenkräfte. Es ist klar, daß, wenn man einem System von Kräften eine neue Kraft hinzufügt, welche der Resultirenden des Systems gleich und entgegengesetzt ist, daß sich alsdann alle zusammenwirkenden Kräfte das Gleichgewicht halten müssen.

Hätte man z. B., um bei dem oben angeführten Beispiele stehen zu bleiben, an einem, am Schiff befestigten Seile eine Kraft wirken lassen, welche der resultirenden Kraft des Stromes, des Windes und der Ruder gleich, aber entgegengesetzt ist, so wird diese neu angebrachte Kraft Gleichgewicht hervorbringen; das Schiff wird still stehen müssen.

Wenn zwei oder mehrere Kräfte nach derselben Richtung hin wirken, so ist ihre Resultirende gleich der Summe der einzelnen Kräfte. — Wenn zwei Kräfte gerade in entgegengesetzter Richtung auf einen Punkt einwirken, so ist die Resultirende gleich der Differenz der beiden und sie wirkt in der Richtung der größeren.

Wenn die Richtungen zweier Kräfte, welche auf einen materiellen Punkt wirken, einen Winkel mit einander machen, so findet man die Resultirende nach einem Gesetze, welches unter dem Namen des Parallelogramms der Kräfte bekannt ist. Man gelangt zu diesem Gesetz durch folgende einfache Betrachtung. Auf den Punkt a (Fig. 7) sollen zwei Kräfte gleichzeitig einwirken, die eine nach der Richtung ax, die andere nach der Richtung ay. Die eine Kraft mag von der Art sein, daß sie für sich allein in einem bestimmten Zeittheilchen, etwa einer Secunde, den Punkt von a nach b bewegen würde, während die andere für sich allein in einer gleichen Zeit ihn von a

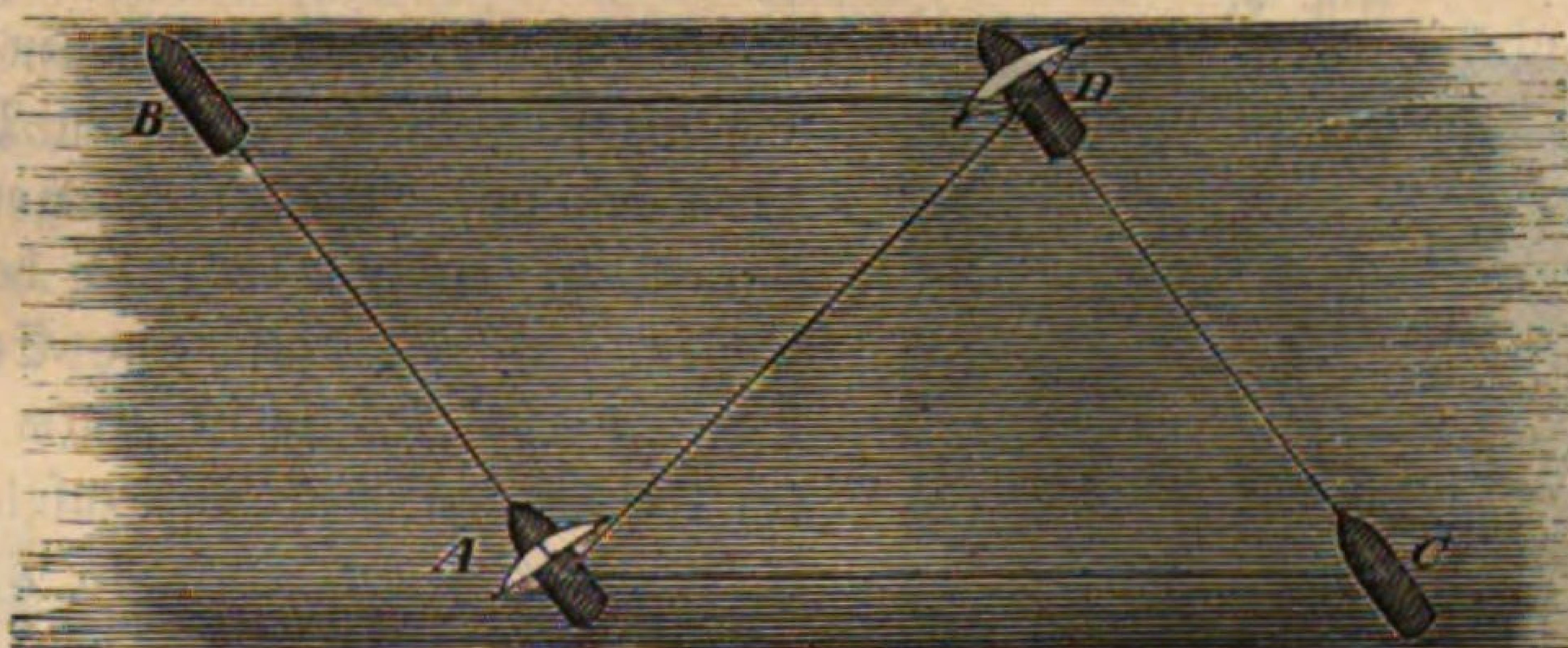
Fig. 7.



nach *c* treibt. Wenn nun der Punkt eine Secunde lang der gleichzeitigen Einwirkung beider Kräfte ausgesetzt ist, so ist die Wirkung offenbar dieselbe, als ob er eine Secunde lang der Punkt nur der Einwirkung der einen, in der folgenden Secunde aber nur der Einwirkung der anderen Kraft unterworfen wäre. Die eine Kraft allein treibt den Punkt in einer Secunde von *a* nach *b*. Hörte nun in dem Moment, in welchem er in *b* ankommt, jede von dieser Kraft herstammende auf, während der Punkt von nun an nur der Einwirkung der zweiten Kraft folgt, so würde er am Ende der folgenden Secunde in *d* anlangen. In demselben Punkte *d* muß also auch der Punkt *a* nach einer Secunde ankommen, wenn beide Kräfte gleichzeitig wirken.

Ein Beispiel wird dies anschaulicher machen. Von dem Punkte *A* (Fig. 8) an dem Ufer eines Flusses fährt ein Schiff ab, auf welches gleichzeitig zwei

Fig. 8.



Kräfte, der Strom und der Wind, einwirken. Nehmen wir an, das Schiff werde durch den Wind allein in einer bestimmten Zeit, etwa in einer Viertelstunde, quer über den Fluß, von *A* nach *B*, getrieben; durch den Strom allein aber würde es, wenn gar kein Wind ginge, in derselben Zeit von *A* nach *C* gelangen, so muß es, wenn Strom und Wind gleichzeitig wirken, in einer Viertelstunde den Weg von *A* bis *D* zurücklegen, d. h. es muß nach einer Viertelstunde unter gleichzeitiger Wirkung beider Kräfte in demselben Punkte *D* ankommen, als ob eine Viertelstunde lang der Wind allein wirkend das Schiff von *A* bis *B* getrieben hätte, und es alsdann in der folgenden Viertelstunde durch den Strom allein von *B* bis *D* geführt worden wäre.

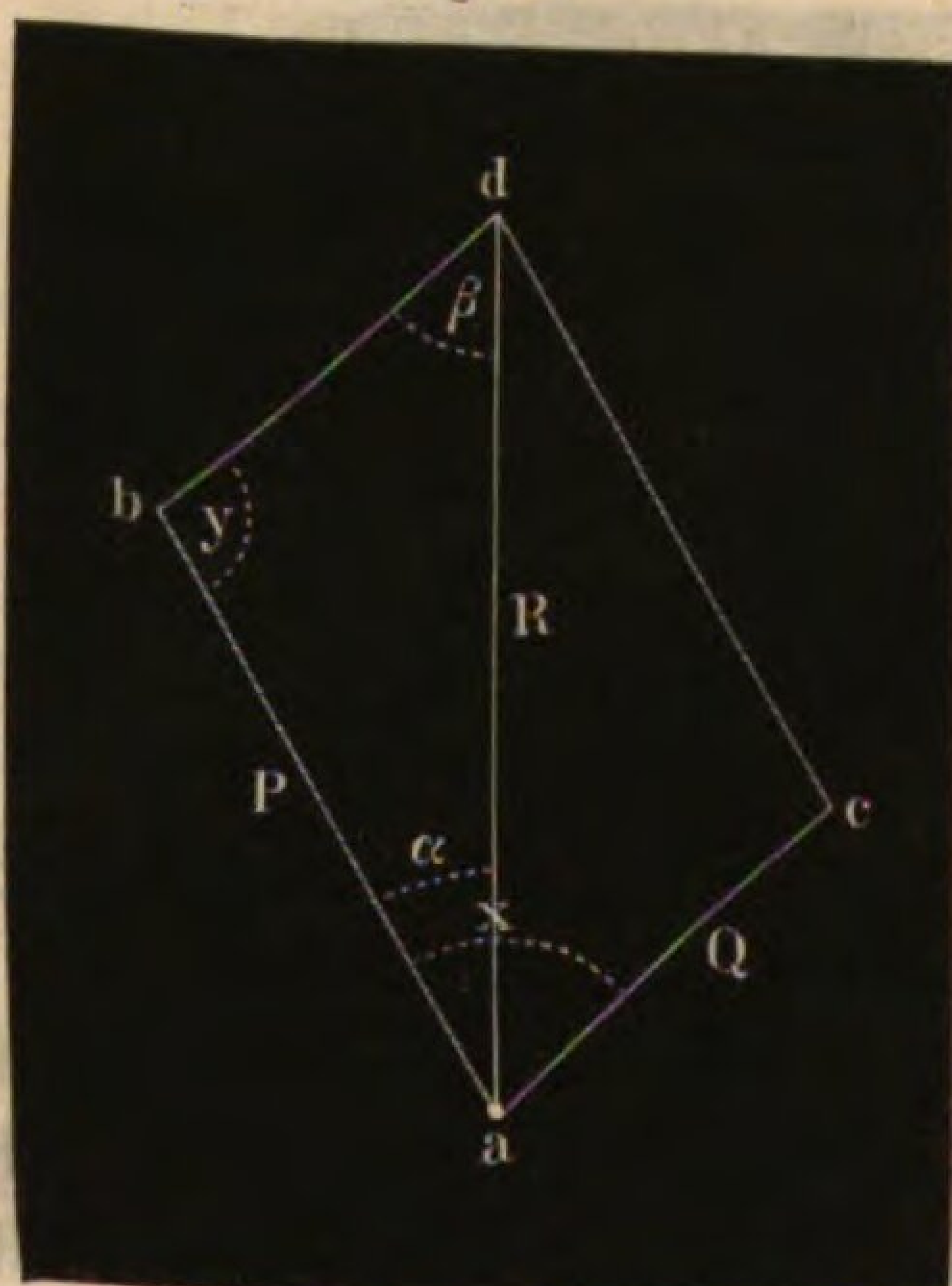
Die Linie *ad* (Fig. 7) ist die Diagonale des Parallelogramms *abdc*; das durch unsere Betrachtung gefundene Gesetz kann demnach folgendermaßen ausgedrückt werden; »Die Resultirende zweier Kräfte, welche gleichzeitig unter irgend einem Winkel auf einen materiellen Punkt einwirken, ist von der Art, daß sie den Punkt durch die Diagonale des Parallelogramms zu bewegen strebt, welches man aus den Bahnen construiren kann, die jeder der Seitenkräfte entsprechen.«

Da die Bahn, welche ein Körper in einer gegebenen Zeit durchläuft, unter sonst gleichen Umständen der Kraft proportional ist, welche ihn treibt, da es ferner bei Bestimmung der Resultirenden sich nur darum handelt, ihre Richtung

und ihr Größenverhältniß zu den beiden Seitenkräften zu finden, so läßt sich das Gesetz auch so ausdrücken: »Wenn man durch den Angriffspunkt zweier Kräfte zwei Linien in der Richtung derselben gezogen und ihre Länge den resp. Kräften proportional gemacht denkt, so stellt die Diagonale des Parallelogramms, welches durch diese beiden Linien bestimmt ist, sowohl der Größe als auch der Richtung nach, die Resultirende der beiden Kräfte dar.«

21 **Berechnung der Resultirenden.** Da man die Resultirende zweier gegebener Kräfte, welche auf einen materiellen Punkt wirken, durch eine geometrische Construction finden kann, so muß man sie nach denselben Principien auch durch Rechnung finden können. — Nehmen wir an, daß auf den Punkt a (Fig. 9) zwei Kräfte P und Q wirken, welche sich verhalten wie die Linien ab und ac, während ihre Richtungen den Winkel x mit einander machen, so ist die Resultirende, dem vorigen Paragraphen zufolge, durch die Diagonale ad dargestellt, die wir mit R bezeichnen wollen. ad ist aber eine Seite des Dreiecks abd, folglich ist, einem bekannten trigonometrischen Satz zufolge

Fig. 9.



$$ad^2 = ab^2 + bd^2 - 2\, ab . bd . \cos y$$

oder

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2\, P . Q \cos y,$$

wenn man mit y den Winkel dba bezeichnet. Nun aber ist $y = 180^0 - x$, also $\cos y = - \cos x$, folglich

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2\, PQ \cos x \ldots 1)$$

Es sei z. B. $P = 3$, $Q = 2$ und der Winkel x gleich 75^0, so ergiebt sich

$$R^2 = 9 + 4 + 2 . 3 . 2 . \cos 75^0$$

$$R^2 = 13 + 12 . 0{,}259 = 16{,}1$$

mithin

$$R = 4.$$

Ist einmal die Größe der Resultirenden mit Hülfe der Gleichung 1) ermittelt, so kann man leicht auch die Winkel berechnen, welche die Resultirende mit den Seitenkräften macht. Bezeichnen wir den Winkel bad mit α, so ergiebt sich aus dem Dreieck abd

$$R : Q = \sin.\, y : \sin.\, \alpha$$

also

$$\sin.\, \alpha = \frac{Q \sin.\, y}{R}$$

oder

$$\sin.\, \alpha = \frac{Q \sin.\, x}{R}$$

da $sin.\ x = sin.\ (180 - x)$ ist. Für unser obiges Beispiel ergäbe sich also

$$sin.\ \alpha = \frac{2\ sin.\ 75^0}{4} = 0{,}5\ .\ 0{,}966 = 0{,}483,$$

mithin $\alpha = 28^0\ 53'$.

Bezeichnen wir mit β den Winkel, welchen Q mit R macht, so ist $\beta = x - \alpha$, also in unserm Falle

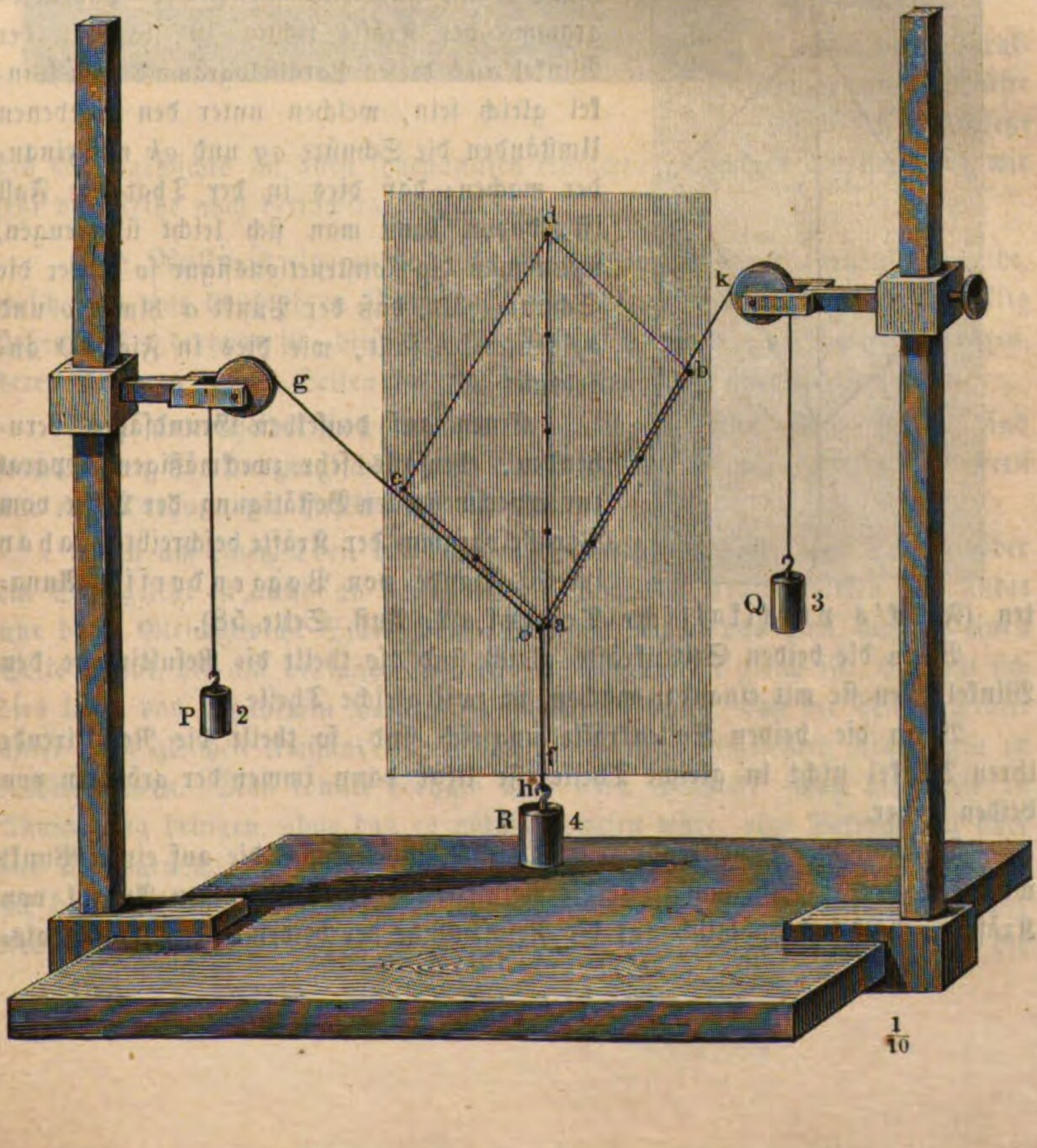
$$\beta = 75^0 - 28^0 73' = 46^0 7'.$$

Experimentelle Prüfung des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte. Das in den beiden letzten Paragraphen besprochene Gesetz ist aus theoretischen Betrachtungen entwickelt worden, es bleibt uns also noch übrig, die Richtigkeit desselben durch Versuche zu prüfen. 22

Wenn auf einen materiellen Punkt zwei Kräfte nach verschiedenen Richtungen einwirken, so muß man den Zustand des Gleichgewichts dadurch herstellen können, daß man an demselben Punkte eine dritte Kraft anbringt, welche der Resultirenden der beiden ersten gleich und entgegengesetzt ist.

Wenn also auf einen Punkt drei Kräfte einwirken, so muß Gleichgewicht stattfinden, wenn jede die Resultirende der beiden anderen ist.

Fig. 10.

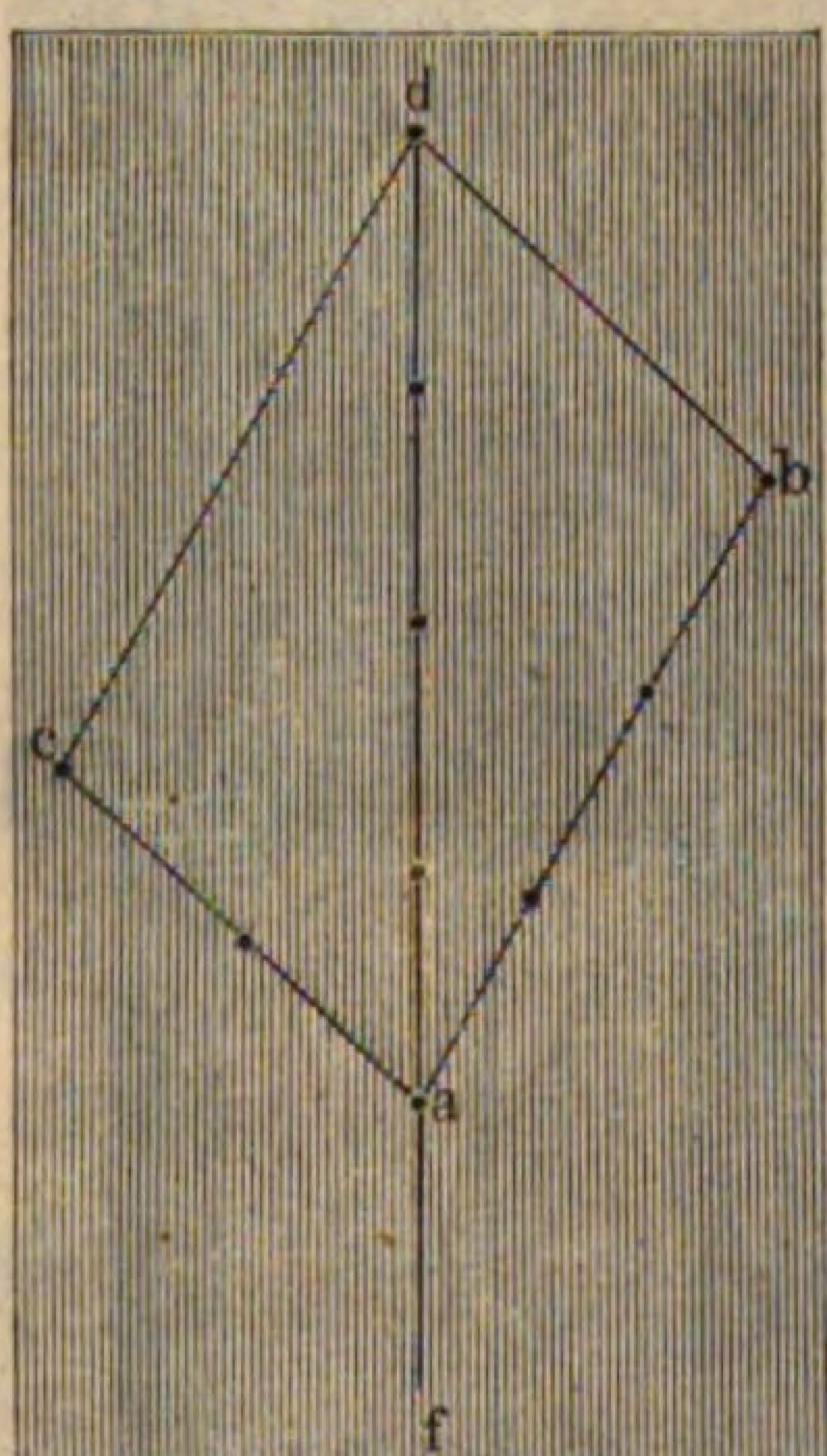


Mit Hülfe dieses Satzes ist es nun leicht, die Richtigkeit der eben vorgetragenen Beziehungen zwischen den Seitenkräften und ihrer Resultirenden durch einen der Statik selbst angehörigen Versuch zu prüfen, und zwar kann man dazu den in Fig. 10 (a. vor. S.) dargestellten Apparat anwenden.

An einem Tischblatt sind zwei verticale Stäbe angeschraubt, an jedem Stab aber ist eine Hülse verschiebbar, welche eine um ihre Axe in verticaler Ebene leicht bewegliche Rolle trägt; die Stäbe müssen so angeschraubt sein, daß die Verticalebenen beider Rollen zusammenfallen. Schlingt man eine Schnur über die Rollen, hängt man an dem einen Ende ein Gewicht P, am anderen Ende ein Gewicht Q, zwischen den Rollen ein Gewicht R an, so wird sich bei irgend einer bestimmten Lage der Fäden Alles ins Gleichgewicht stellen; man hat nun drei auf den Punkt o nach der Richtung og, ok und oh wirkende Kräfte, und es ist leicht zu prüfen, ob zwischen der Größe und Richtung derselben diejenigen Beziehungen wirklich stattfinden, wie sie das Gesetz des Parallelogramms der Kräfte verlangt.

Es sei z. B. $P = 2$ Loth, $Q = 3$ Loth und $R = 4$ Loth, so construire man ein Parallelogramm $abcd$ (Fig. 11), in welchem die Seite ac 2 Decimeter, die Seite ab 3 Decimeter und die Diagonale ad 4 Decimeter lang ist, und verlängere noch die Diagonale da nach f hin. Wenn nun das Gesetz des Parallelogramms der Kräfte richtig ist, so muß der Winkel cab dieses Parallelogramms dem Winkel gleich sein, welchen unter den gegebenen Umständen die Schnüre og und ok mit einander machen; daß dies in der That der Fall ist, davon kann man sich leicht überzeugen, wenn man die Constructionsfigur so hinter die Schnüre hält, daß der Punkt a hinter o und of hinter oh fällt, wie dies in Fig. 10 angedeutet ist.

Fig. 11.



Einen auf denselben Grundsätzen beruhenden, ebenfalls sehr zweckmäßigen Apparat zur experimentellen Bestätigung der Lehre vom Parallelogramm der Kräfte beschreibt Crahay im 60. Bande von Poggendorff's Annalen (Frick's physikalische Technik, 2. Aufl. Seite 58).

Wenn die beiden Seitenkräfte gleich sind, so theilt die Resultirende den Winkel, den sie mit einander machen, in zwei gleiche Theile.

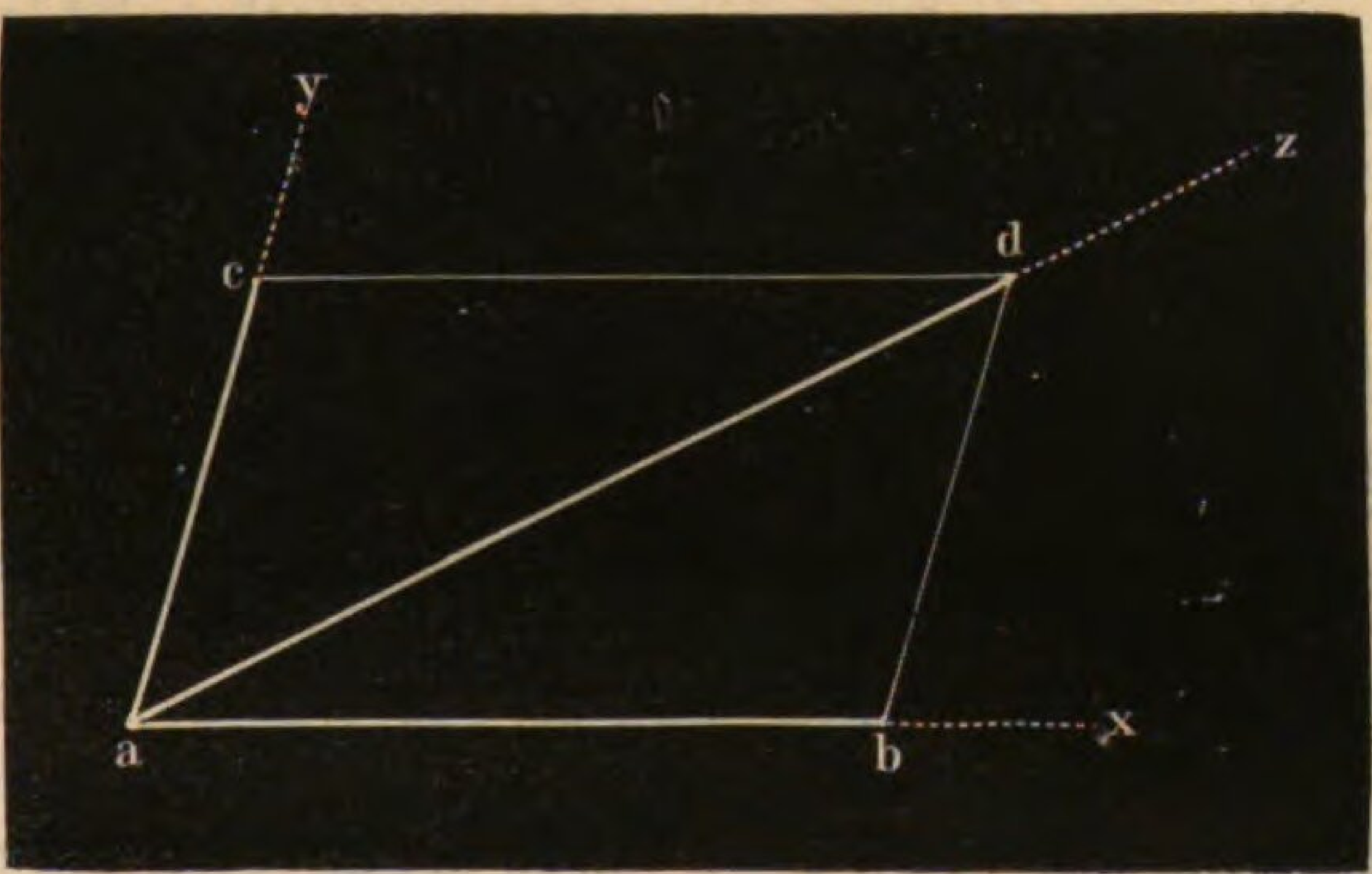
Wenn die beiden Seitenkräfte ungleich sind, so theilt die Resultirende ihren Winkel nicht in gleiche Theile, sie liegt dann immer der größeren von beiden näher.

Da man die Resultirende zweier Kräfte finden kann, die auf einen Punkt wirken, so findet man auch leicht die Resultirende einer beliebigen Anzahl von Kräften; man sucht nämlich nur die Resultirende der beiden ersten Kräfte, als-

dann sucht man die Resultirende der eben gefundenen mit der dritten Kraft, verbindet diese Resultirende wieder mit der vierten Kraft u. s. w.

Weil zwei Kräfte durch eine einzige ersetzt werden können, so kann man umgekehrt für eine Kraft auch zwei andere substituiren. Man sieht ferner auch leicht ein, daß unzählig viele verschiedene Systeme von zwei Kräften dieselbe Resultirende haben können, daß also auch eine Kraft auf unzählig viel verschiedene Arten durch ein System von zwei Kräften ersetzt werden kann. Wenn man aber z. B. verlangte, daß die Kraft *ad* (Fig. 12) durch zwei andere ersetzt werden sollte, deren eine die Richtung *ay* und die Größe *ac* haben soll, so ist die Aufgabe vollkommen bestimmt, weil es jetzt nur noch eine Art giebt, das Parallelogramm zu vollenden und die andere Seitenkraft *ab* zu finden.

Fig. 12.



Aus dem Parallelogramm der Kräfte lassen sich die Gesetze des Gleichgewichts an allen sogenannten einfachen Maschinen ableiten, die wir jetzt der Reihe nach betrachten wollen.

Die Rolle ist eine runde, nicht gar dicke, am Rande ausgehöhlte Scheibe, welche um eine durch ihren Mittelpunkt gehende, auf ihrer Ebene rechtwinklig stehende Axe drehbar ist; diese Axe ist gewöhnlich durch eine Scheere getragen, deren Arme zu beiden Seiten der Rolle bis etwas über ihre Mitte reichen. 23

Man unterscheidet feste und bewegliche Rollen. Feste Rollen sind solche, deren Axe unbeweglich ist, so daß keine Verrückung derselben, sondern nur eine Drehung um dieselbe möglich ist.

Wenn um einen Theil des Umfangs einer festen Rolle eine Schnur oder ein Seil gelegt ist, und an beiden Enden derselben Kräfte wirken, so findet nur dann Gleichgewicht Statt, wenn die Kraft, welche das Seil auf der einen Seite spannt, der auf der anderen Seite wirkenden Kraft gleich ist. Es läßt sich dies leicht von vornherein einsehen, wenn man bedenkt, daß die beiden Kräfte unter sonst gleichen Umständen die Rolle nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben. Man konnte deshalb auch oben Seite 37 schon die Rolle in Anwendung bringen, ohne daß es nöthig gewesen wäre, eine Betrachtung über das Gleichgewicht der Kräfte an der Rolle vorauszuschicken. Uebrigens läßt sich das Gleichgewicht der Kräfte an der Rolle auch vom Parallelogramm der Kräfte ableiten, und von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet, wollen wir die

Rolle hier näher besprechen. Fig. 13 stellt eine um ihren festen Mittelpunkt *c* drehbare Rolle vor; das um dieselbe geschlungene Seil sei durch Kräfte gespannt, welche nach den Richtungen *ab* und *de* wirken. Denken wir uns die Linien *de* und *ab* bis zu ihrem Durchschnittspunkte *n* verlängert, so ist klar, daß, wenn *n* ein mit der Rolle fest verbundener Punkt wäre, man, ohne in der Wirkung etwas zu ändern, die Angriffspunkte der beiden Kräfte von *a* und *d* nach *n* verlegen könnte, und so hätte man dann zwei in einem Punkte *n* angreifende Kräfte, die nur dann im Gleichgewicht sein können, wenn ihrer Resultirenden das Gleichgewicht gehalten wird. Wenn die beiden in *n* angreifenden, nach den Richtungen *nb* und *ne* wirkenden Kräfte gleich sind, so wird ihre Resultirende den Winkel *bne* halbiren, die Richtung dieser Resultirenden geht alsdann durch den festen Mittelpunkt *c*, und mithin findet Gleichgewicht Statt. Wäre eine der beiden Kräfte größer als die andere, so würde die Resultirende nicht mehr durch den festen Punkt gehen, es könnte also auch kein Gleichgewicht mehr stattfinden.

Fig. 13.



Der Druck, den die Axe der Rolle auszuhalten hat, ist offenbar der Resultirenden der beiden Kräfte gleich, und wenn die Richtungen der beiden Kräfte parallel sind, wie Fig. 14, so ist der Druck auf die Axe gleich der Summe der beiden Kräfte (wozu noch das Gewicht der Rolle selbst zu rechnen ist).

Auch an einer beweglichen Rolle kann nur dann Gleichgewicht stattfinden, wenn die Kräfte, welche die beiden Enden des Seils spannen, einander gleich sind, denn nur in diesem Falle geht ihre Resultirende durch den Mittelpunkt der Scheibe; die Wirkung dieser Resultirenden wird aber hier nicht dadurch aufgehoben, daß der Mittelpunkt fest ist, sondern dadurch, daß in dem Mittelpunkte, und zwar in der Richtung der Resultirenden, eine dritte Kraft wirkt, welche dieser Resultirenden gleich und entgegengesetzt ist. Diese dritte Kraft ist ge-

Fig. 14.

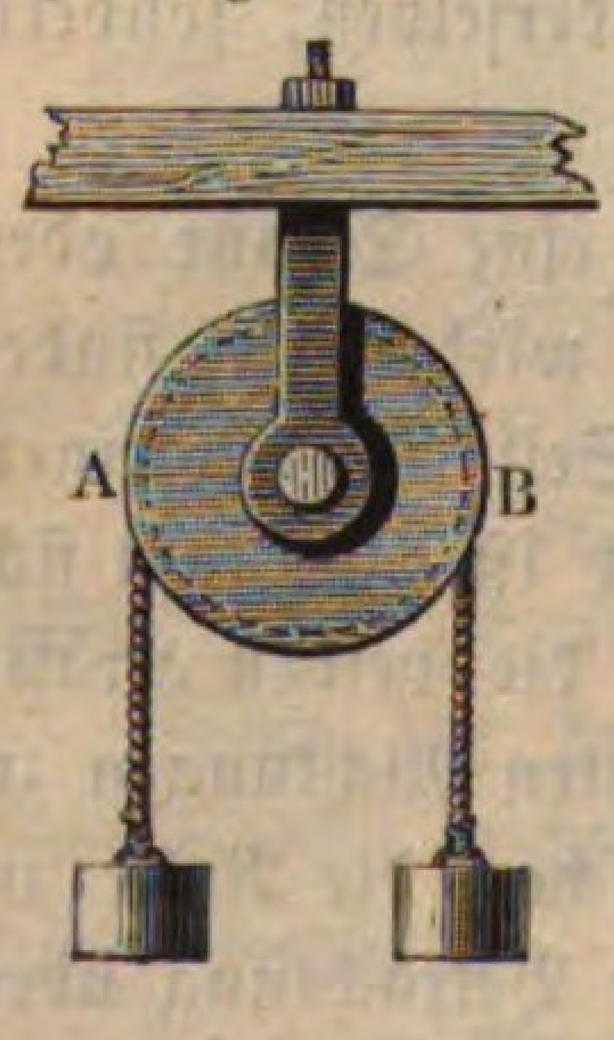


Fig. 15.

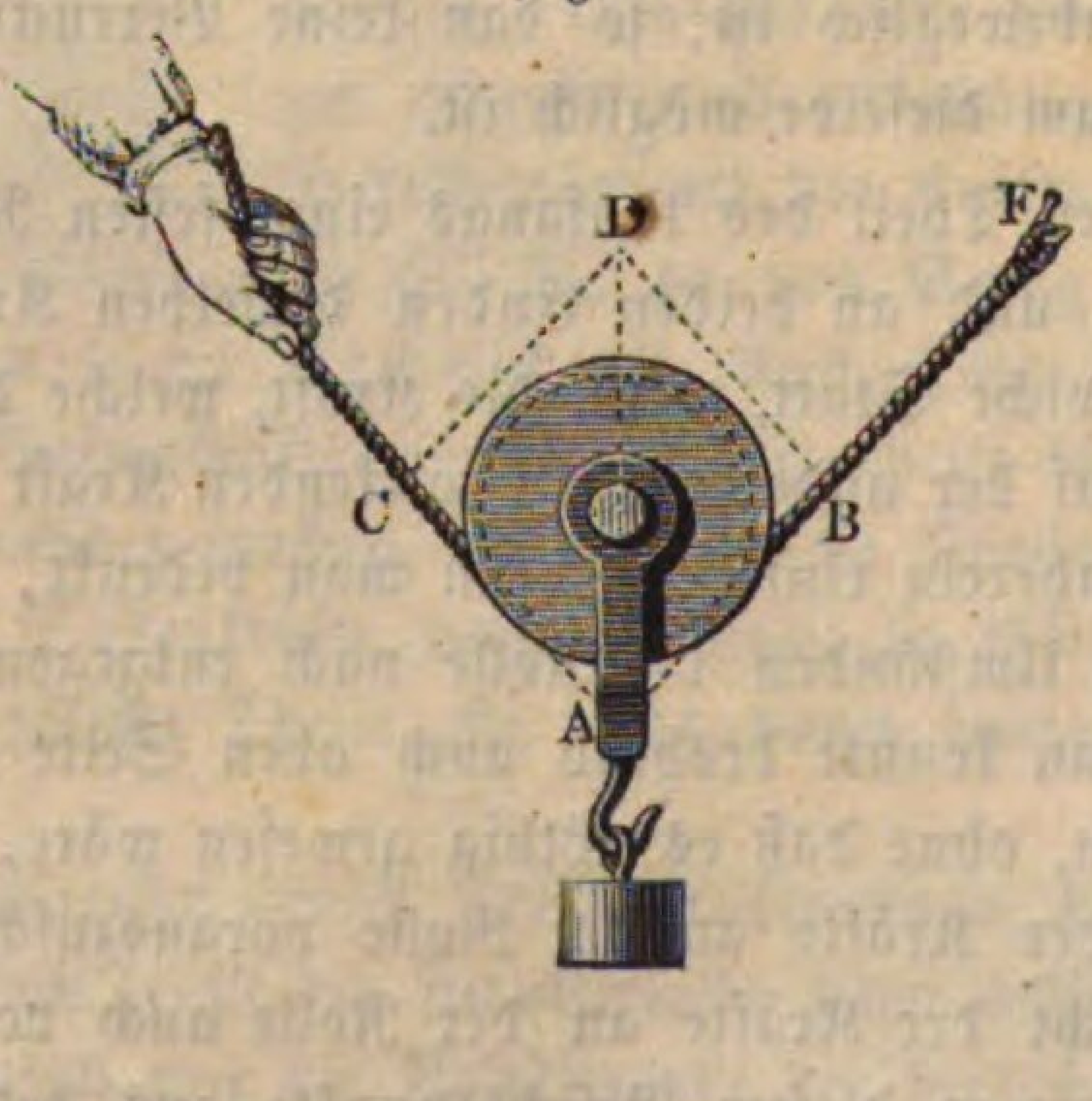
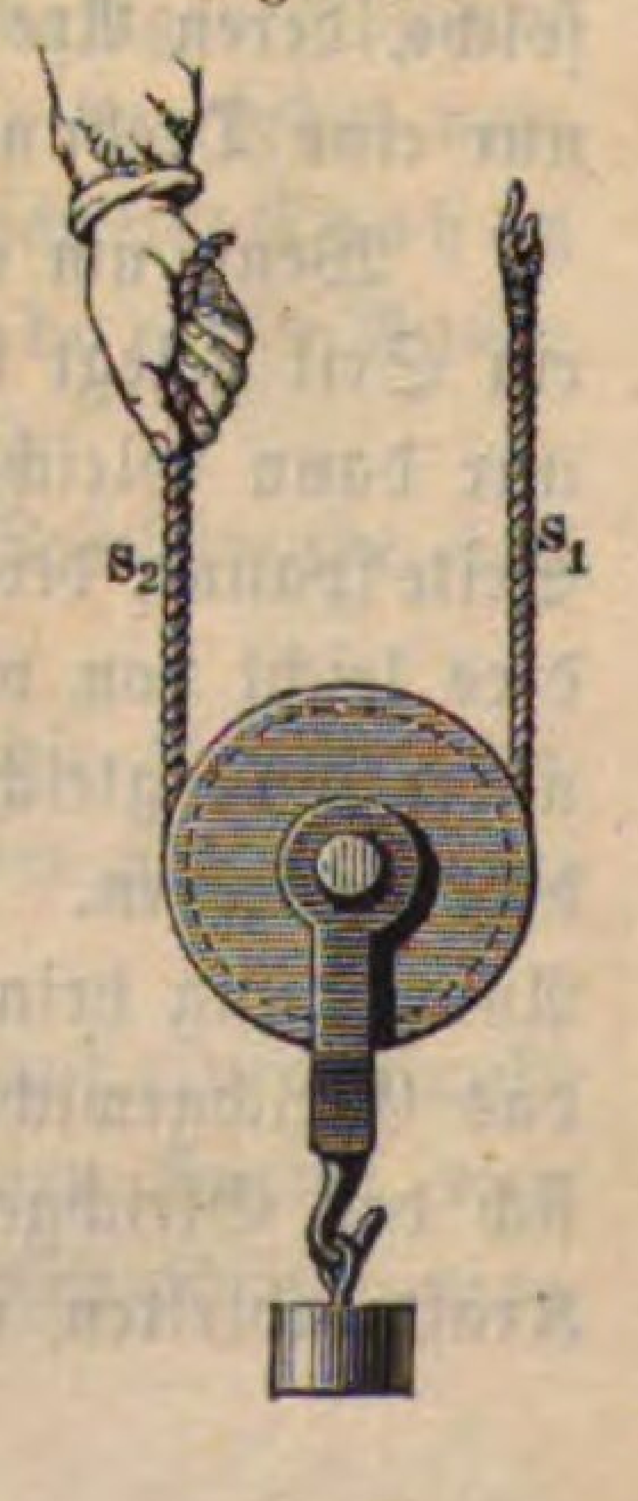


Fig. 16.



wöhnlich an einem an der Scheere befestigten Haken angebracht; in Fig. 15 ist sie durch das Gewicht dargestellt.

Wenn die beiden Enden des um die bewegliche Rolle geschlungenen Seils einander parallel sind, wie Fig. 16, so ist klar, daß die Kraft, mit welcher jedes Seilende gespannt wird, halb so groß ist als die Last, welche an der Scheere hängt.

Wenn zwei oder mehrere Rollen in einem Gehäuse sich befinden, wenn sie also gleichsam eine gemeinschaftliche Scheere haben, so nennt man eine solche Zusammensetzung eine Flasche. Wenn zwei Flaschen, von denen die eine fest, die andere beweglich ist, durch ein Seil so verbunden werden, daß es abwechselnd von einer festen auf eine bewegliche Rolle geht, so erhält man einen Flaschenzug.

Die Fig. 17 stellt einen Flaschenzug dar, der aus drei festen und drei beweglichen Rollen besteht. Die Last q, welche an der gemeinschaftlichen Scheere

Fig. 17.

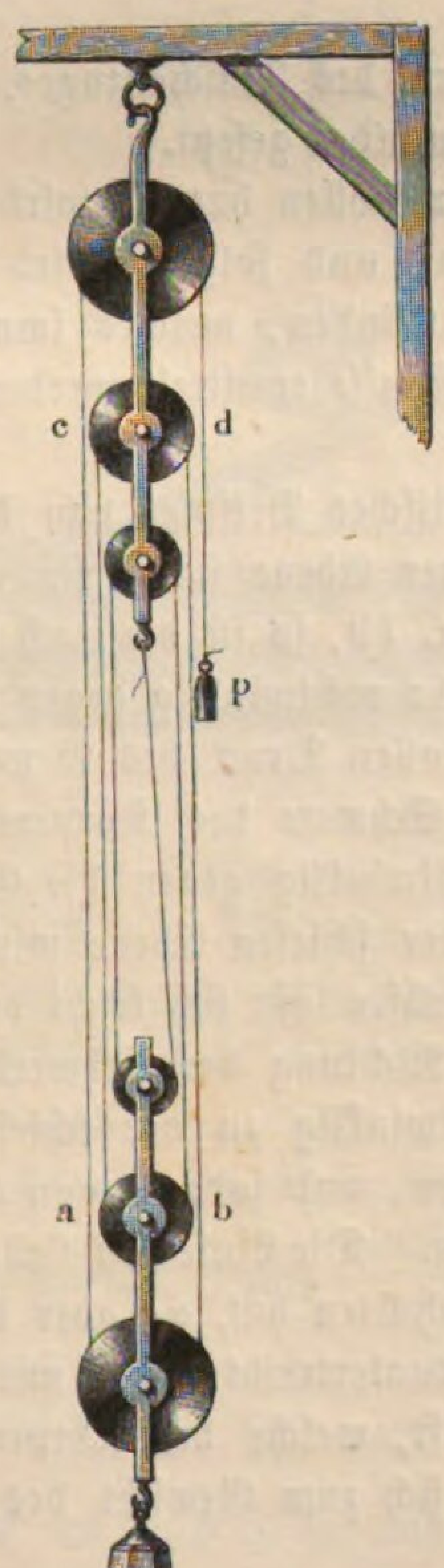


Fig. 18.



der drei beweglichen Rollen hängt, wird offenbar durch die sechs Seile getragen, welche die oberen und unteren Rollen mit einander verbinden; die Last vertheilt sich also gleichmäßig auf 6 Seile, und folglich ist jedes durch $\frac{1}{6}$ der Last q gespannt; wäre z. B. eine Last von 60 Pfund angehängt, so würde jedes der 6 Seile gerade so stark gespannt sein, als ob es für sich allein eine Last von 10 Pfunden zu tragen hätte.

Betrachten wir nun das Seilstück, welches über die oberste feste Rolle geschlungen ist, und welches auf der rechten Seite derselben frei herunter hängt. Soll Gleichgewicht stattfinden, so muß das Seilstück auf der linken und auf der rechten Seite der obersten Rolle gleich stark gespannt sein; das Seilstück links ist aber, wie wir gesehen haben, durch $\frac{1}{6}$ der Last q gespannt; folglich muß man, um das Gleichgewicht zu erhalten, an das Ende des Seils d ein Gewicht anhängen, welches gleich $\frac{1}{6}\,q$ ist. Einer Last von 60 Pfund kann man also an unserem Flaschenzuge mit einer Kraft von 10 Pfund das Gleichgewicht halten.

Fig. 18 (a. vor. S.) zeigt eine andere Form des Flaschenzuges, hier sind nämlich die zusammengehörigen Rollen neben einander gesetzt.

Wenn der Flaschenzug mehr oder weniger Rollen hat, so wird sich auch die Last auf mehr oder weniger Seile vertheilen, und folglich wird auch ein anderes Verhältniß zwischen Kraft und Last stattfinden, welches immer durch eine der eben angewandten ganz ähnliche Schlußweise ermittelt werden kann.

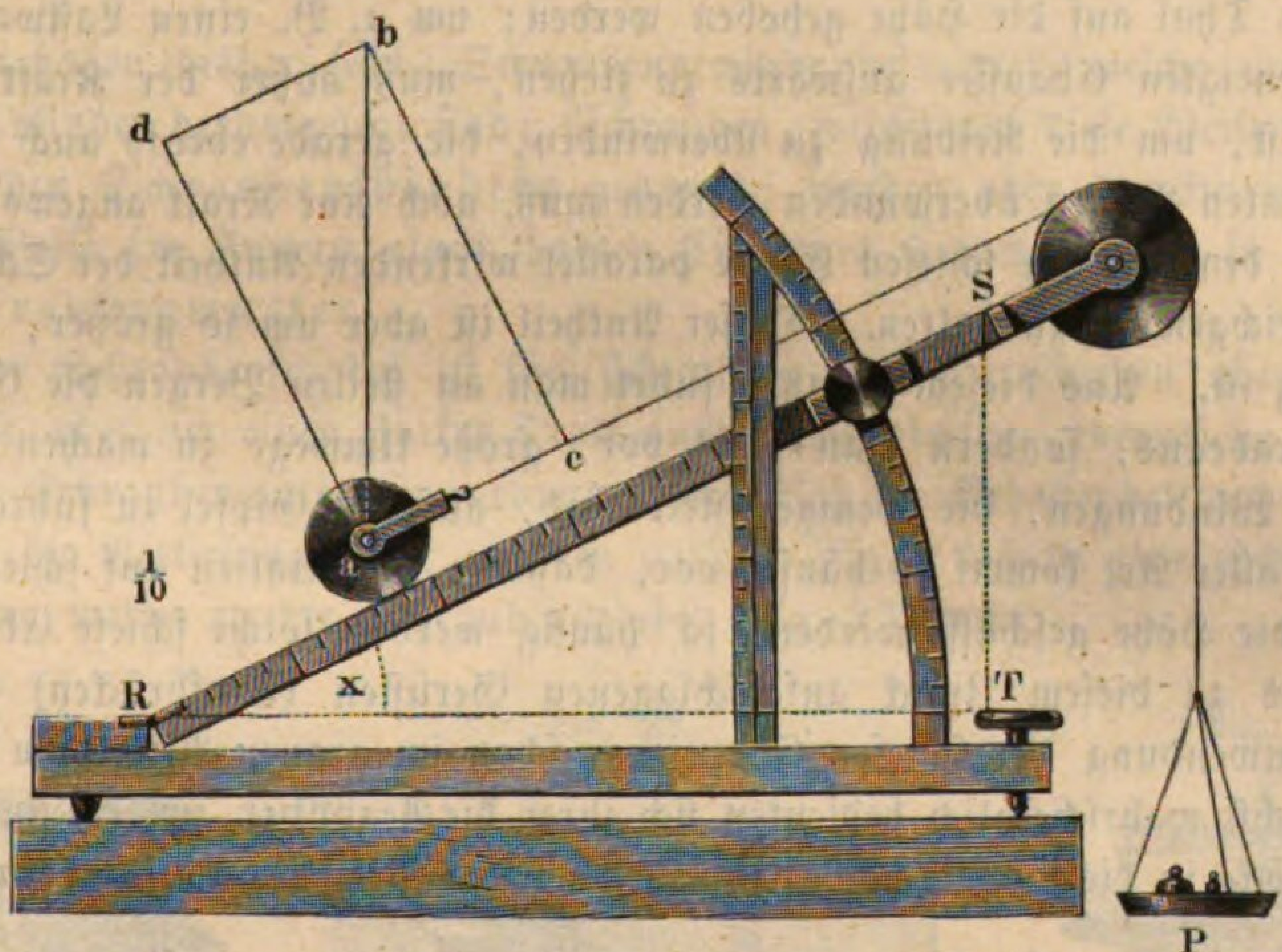
24 **Die schiefe Ebene** bietet uns ein praktisches Beispiel von der Zerlegung der Kräfte dar. Wenn eine Last auf einer Ebene sich befindet, welche mit der Horizontalen einen Winkel x bildet, Fig. 19, so ist die nach der Richtung ab wirkende Schwere des Körpers nicht mehr rechtwinklig gegen die Ebene gerichtet, die Ebene hat also auch nicht den vollen Druck des Gewichtes der Last auszuhalten. In der That läßt sich die Schwere des Körpers in zwei andere Kräfte zerlegen, von denen die eine rechtwinklig gegen die Ebene als Druck wirkt, während die andere parallel mit der schiefen Ebene wirkend den Körper herabtreibt. Die Größe dieser beiden Kräfte läßt sich leicht durch Construction ermitteln. Wenn ab die Größe und Richtung der Schwerkraft darstellt, so haben wir durch a nur eine Linie rechtwinklig zu der schiefen Ebene und eine andere parallel mit derselben zu ziehen, und sodann von b aus die Perpendikel bd und bc auf diese Linie zu fällen. Die Linie ad stellt uns die Größe des Drucks dar, welchen die Ebene auszuhalten hat, ac aber die Größe der Kraft, welche die Last zur schiefen Ebene heruntertreibt, oder mit anderen Worten, der Druck auf die Ebene und die Kraft, welche den Körper parallel der schiefen Ebene zu bewegen strebt, verhalten sich zum Gewicht des Körpers, wie die Linie ad und ac zu ab.

Nun aber ist das Dreieck abc dem Dreieck RST ähnlich, und zwar verhält sich $ab : ac = RS : ST$, und daraus folgt, daß die Kraft, welche den Körper zur schiefen Ebene heruntertreibt, sich zu seinem Gewicht verhält, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Bezeichnet man mit x den Winkel, welchen die schiefe Ebene mit der horizontalen macht, so ist offenbar $ac = ab \, . \, sin. \, x$ und $bc = ab \, cos. \, x$. Bezeichnen wir also mit P das Gewicht des Körpers, so ist der Druck, welchen die Ebene auszuhalten hat, gleich $P \, cos. \, x$, und die Kraft, welche ihn zur schiefen Ebene heruntertreibt, gleich $P \, sin. \, x$.

Ein Versuch mag dies noch anschaulicher machen und es bestätigen. Eine auf die schiefe Ebene gelegte Walze wird alsbald herabrollen, und um dies Herabrollen zu verhindern, kann man an einer an der Axe der Walze angebrachten Scheere eine Schnur befestigen, welche um eine Rolle geschlungen ist und an deren Ende ein Gewicht P hängt (Fig. 19).

Fig. 19.



Gesetzt, die Walze sammt der Scheere wiege 1000 Gramm, und der Winkel x sei 30°. Für diesen Fall ist $ST = \frac{1}{2} RS$, also auch $ac = \frac{1}{2} ab$; d. h. die Kraft, welche die Walze heruntertreibt, ist der Hälfte ihres Gewichtes gleich, man wird also das Herabrollen verhindern können, wenn man das Gewicht $P = 500$ Gramm macht.

Wäre der Winkel $x = 19^0 30'$, so würde $ST = \frac{1}{3} RS$ sein, und man dürfte das Gewicht P nur $\frac{1000}{3} = 333$ Gramm machen, um das Herabrollen der Walze zu verhindern.

Da $sin. \, 14^0 30'$ sehr nahe gleich $\frac{1}{4}$ ist, d. h. da für den Winkel $x = 14^0 30'$ $ST = \frac{1}{4} RS$, so muß für diesen Fall $P = \frac{1000}{4} = 250$ Gramm sein.

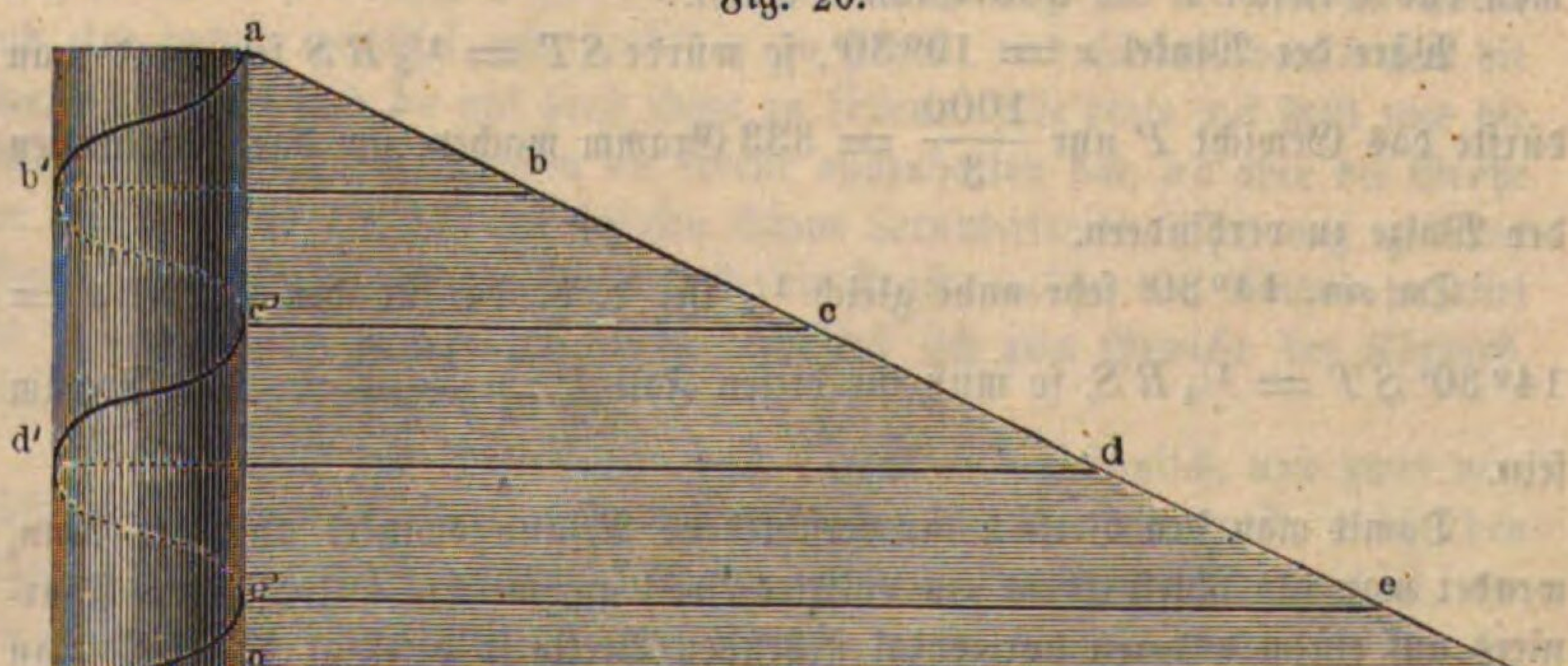
Damit man den Versuch für verschiedene Neigungswinkel anstellen kann, wendet man als schiefe Ebene ein polirtes Brett an, welches mittelst eines Charniers auf einem anderen horizontal stehenden Brette so befestigt ist, daß man

ihm jede beliebige Lage geben kann. Die Rolle, um welche die Schnur geschlungen ist, kann an dem Brette befestigt sein; man kann aber auch zu diesem Zweck leicht einen der Stäbe von Fig. 10 anwenden, da man ja die Hülse mit der Rolle nach Belieben am Stabe auf- und abschieben und so die Rolle in die Höhe bringen kann, in welcher man sie haben will. Statt das Gewicht *P* direct an die Schnur anzuhängen, befestigt man eine leichte Wagschale am Ende derselben, deren Gewicht genau ausgemittelt werden muß, und legt dann noch so viel Gewichte zu, daß die Wagschale mit den Gewichten so viel wiegt, als das berechnete *P*.

Praktische Anwendungen der schiefen Ebene kommen täglich vor. Jeder Weg, welcher eine Anhöhe hinaufführt, ist eine schiefe Ebene, auf welcher Lasten von dem Thal auf die Höhe gehoben werden; um z. B. einen Lastwagen auf einer geneigten Chaussee aufwärts zu ziehen, muß außer der Kraft, welche nöthig ist, um die Reibung zu überwinden, die gerade ebenso auch bei ganz horizontalen Wegen überwunden werden muß, noch eine Kraft angewandt werden, um dem mit der schiefen Ebene parallel wirkenden Antheil der Schwerkraft das Gleichgewicht zu halten. Dieser Antheil ist aber um so größer, je steiler der Weg ist. Aus diesem Grunde führt man an steilen Bergen die Chausseen nicht geradeaus, sondern man zieht vor, große Umwege zu machen und den Weg in Windungen, die weniger steil sind, auf den Gipfel zu führen. Bei Bauten aller Art kommt es häufig vor, daß die Materialien auf schiefen Ebenen in die Höhe geschafft werden, ja häufig werden solche schiefe Ebenen auf besonders zu diesem Zweck aufgeschlagenen Gerüsten (Laufbrücken) angelegt. Diese Anwendung der schiefen Ebene war schon im grauen Alterthum bekannt, denn höchst wahrscheinlich bedienten sich ihrer die Aegyptier, um die ungeheuren Steinblöcke in die Höhe zu schaffen, welche sie zu ihren Pyramiden verwendeten.

25 **Die Schraube** ist eine um einen Cylinder herumgewundene schiefe Ebene. Es sei *aof* (Fig. 20) ein rechtwinkliges Stück Papier, dessen verticale Kathete an dem Cylinder befestigt ist. Wird nun das Papier um den Cylinder herumgewickelt, so bildet die Hypotenuse *af* auf dem Cylinder eine Schraubenlinie, deren Lauf man in der Figur leicht verfolgen kann.

Fig. 20.



Ist *cc* gleich dem Umfange des Cylinders, so wird beim Ummickeln *c* nach *c'*, also vertical unter *a* kommen. Der Punkt *b* kommt nach *b'*, *d* nach *d'* u. s. w. Die auf die hintere Seite des Cylinders fallenden Stücke der Schraubenlinie sind punktirt. Die Höhe von *a* bis *c'*, von *b'* bis *d'* u. s. w. ist die Höhe eines Schraubenganges.

Denken wir uns an der Schraubenlinie um den Cylinder ein Dreieck fortgeführt, welches die Höhe eines Schraubenganges hat, so entsteht ein sogenanntes scharfes Schraubengewinde, wie ein solches in Fig. 21 dargestellt ist; denkt man sich aber ein Viereck, dessen Höhe gewöhnlich halb so groß ist als die Höhe eines Schraubenganges, auf dieselbe Weise um den Cylinder geführt, so entsteht ein flaches Schraubengewinde; ein solches ist Fig. 23 dargestellt.

Wir haben bisher solche Schraubengewinde betrachtet, welche um einen soliden Cylinder herumgelegt sind; Schrauben, welche auf diese Weise gebildet sind, werden Schraubenspindeln genannt; werden aber die Gewinde auf dieselbe Weise im Innern eines hohlen Cylinders herumgeführt, so entsteht eine Schraubenmutter.

Eine Schraubenspindel ist für sich allein zum Fortschieben oder Heben einer Last, oder um einen starken Druck auszuüben, nicht zu gebrauchen; sie muß mit einer Schraubenmutter so verbunden sein, daß die Erhabenheiten der einen genau in die Vertiefungen der anderen passen. Fig. 22 stellt eine Schraubenmutter dar, welche zu der Schraubenspindel, Fig. 23, paßt.

Fig. 21.

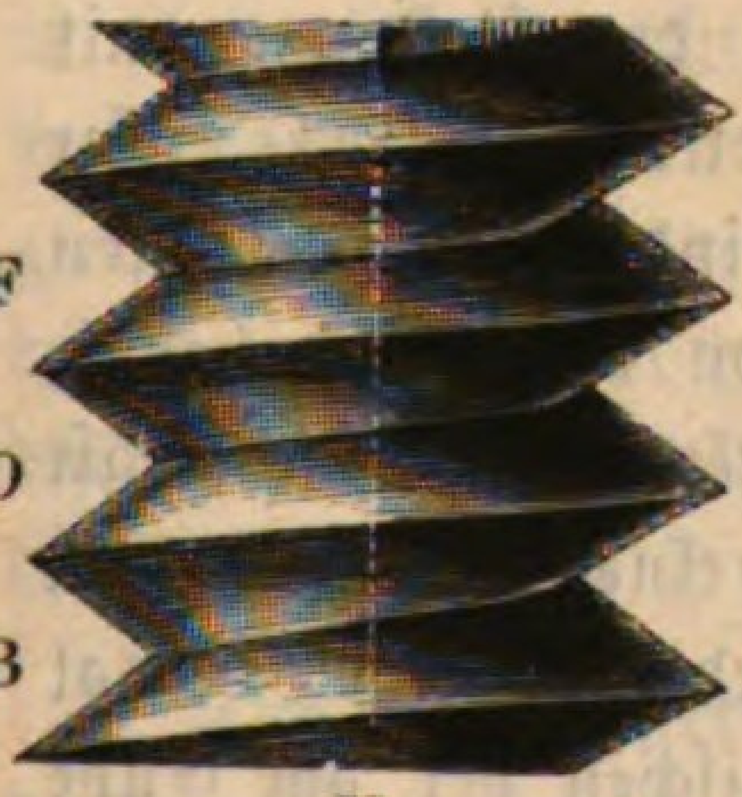


Fig. 22.

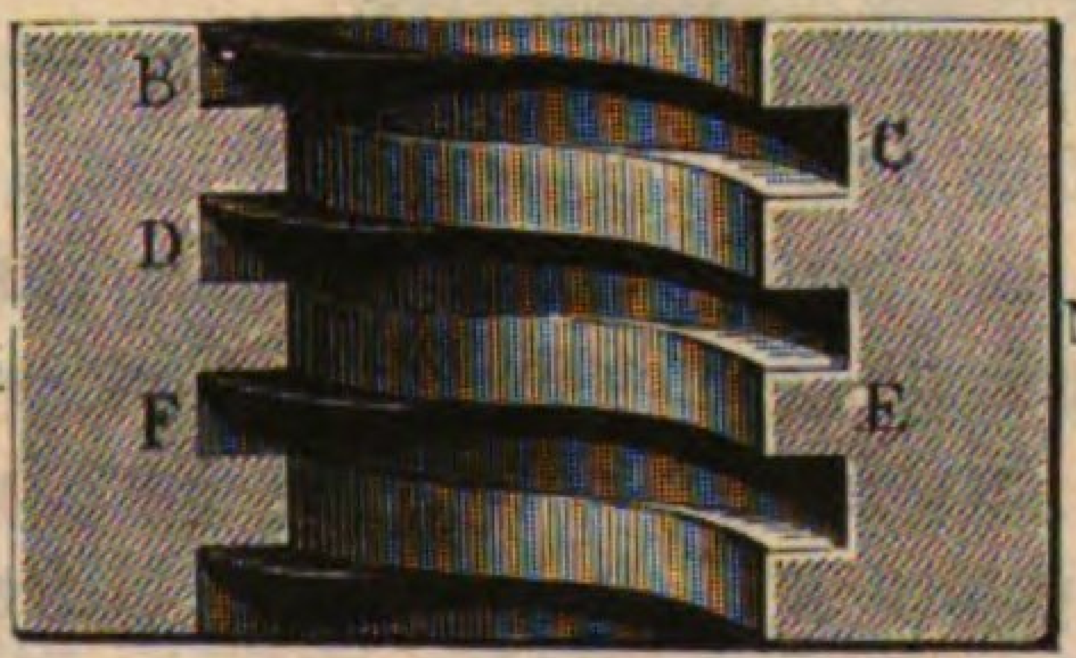
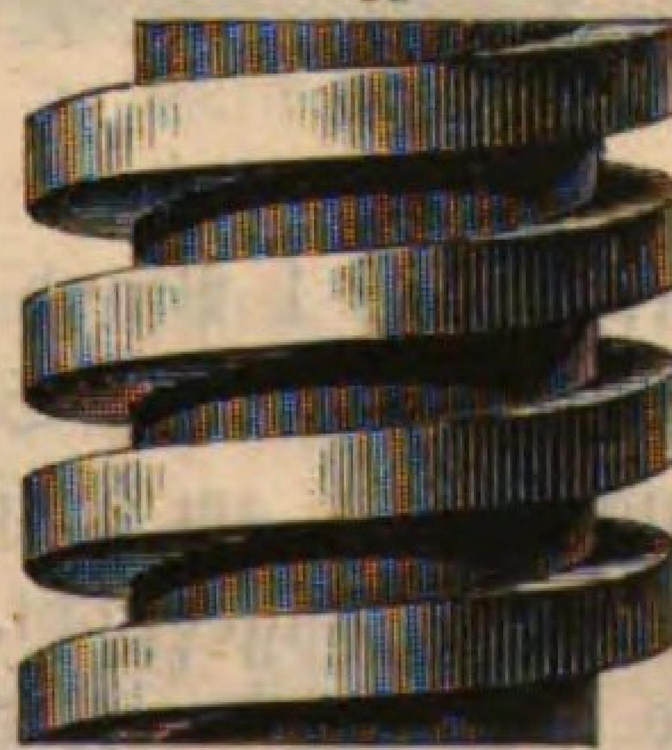


Fig. 23.

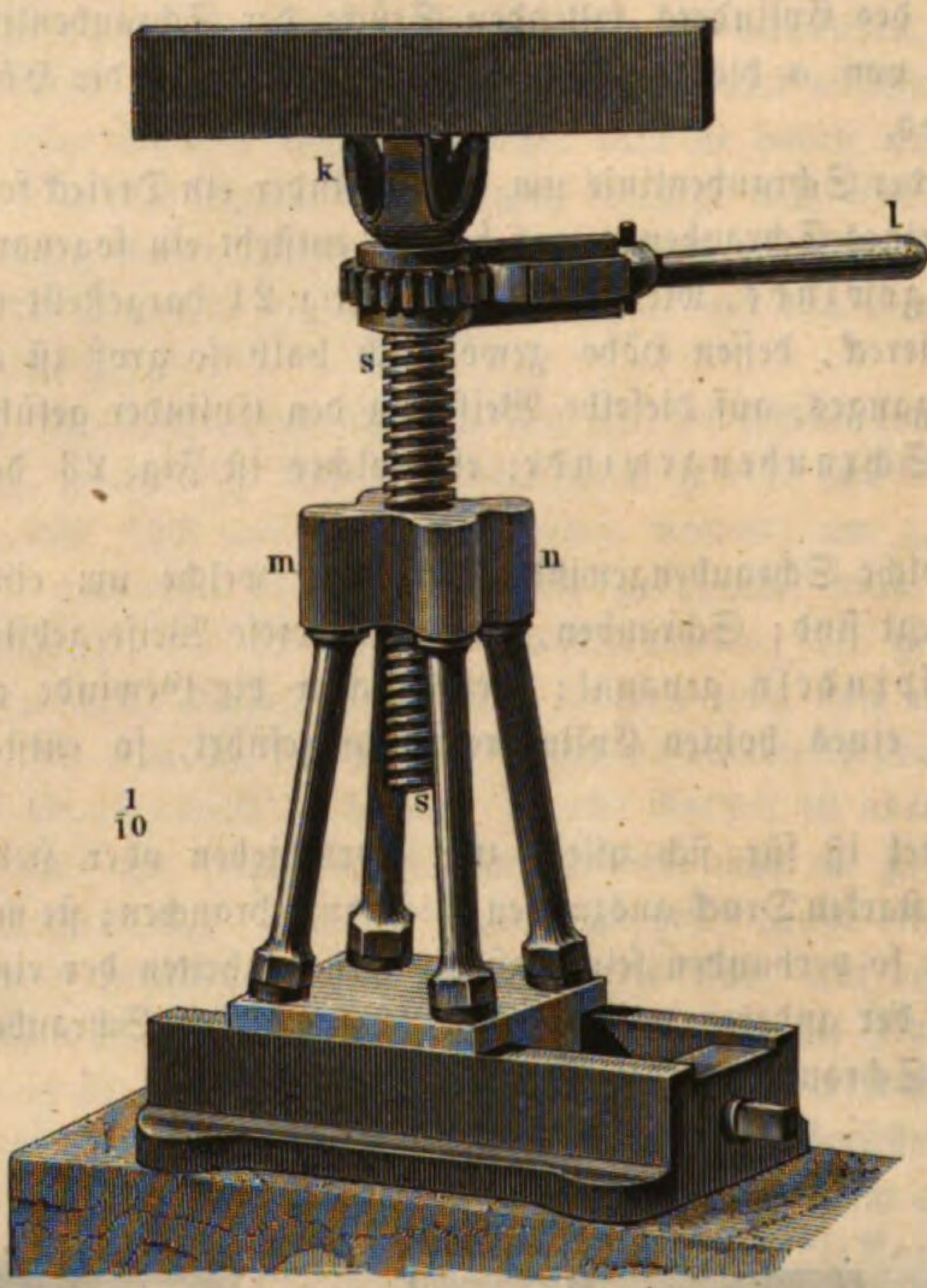


Die Schraubenwinde, Fig. 24 (a. f. S.) ist ganz besonders geeignet, um die Anwendung der Schraube zu erläutern. In der Mitte des durch vier eiserne Säulchen getragenen massiven Messingstückes *mn* ist die Schraubenmutter eingeschnitten, in welche die eiserne Schraubenspindel *ss* paßt. Sobald nun diese Schraubenspindel umgedreht wird, so wird sie bei jeder Umdrehung um die Höhe eines Schraubenganges auf- oder niedergehen, indem die Windungen der Schraubenspindel auf den Windungen der Schraubenmutter wie auf einer schiefen Ebene auf- und niedergleiten.

Wenn nun auf den Kopf *k*, mit welchem die Schraubenspindel oben endigt, irgend eine Last aufgelegt wird, so muß diese Last dadurch gehoben werden, daß die Schraubenspindel in der entsprechenden Richtung umgedreht wird,

und es ist klar, daß hier dieselben Principien zur Anwendung kommen, als ob die Last auf einer schiefen Ebene hinaufgezogen werden sollte, welche ebenso stark gegen die Horizontale geneigt ist wie die Windungen der Schraube; es **wird sich also die** (am Umfange der Schraubenspindel angebrachte) **Kraft für den Fall des Gleichgewichts an der Schraube verhalten, wie die Höhe eines Schraubenganges zum Umfange der Spindel.**

Fig. 24.

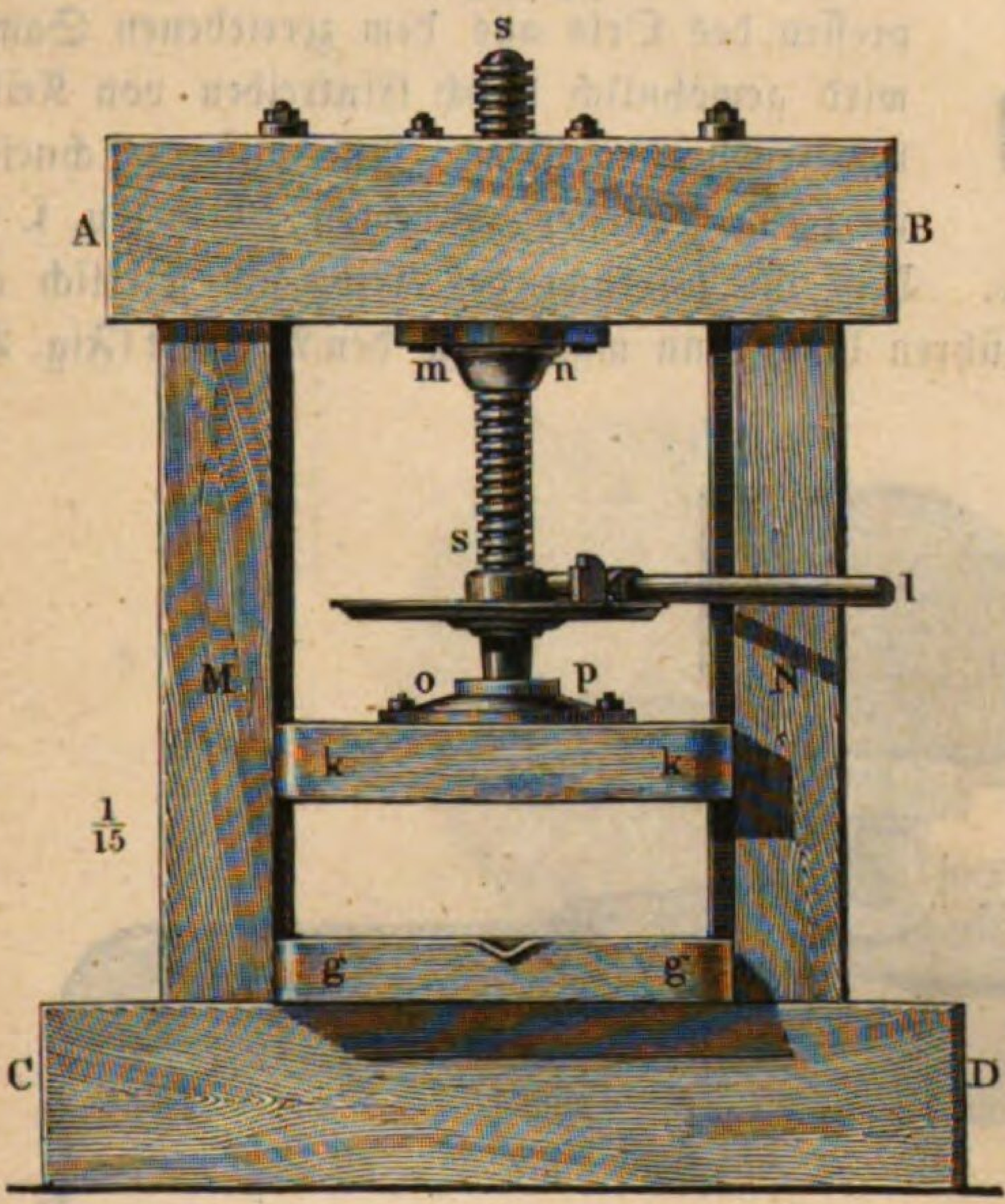


Nehmen wir an, die Höhe eines Schraubenganges an der Winde, Fig. 24, sei $^1/_{10}$ vom Umfange der Spindel *ss*, so könnte man (abgesehen von der Reibung) mit einer am Umfange dieser Spindel angebrachten Kraft von 1 Pfund eine auf der Schraube liegende Last von 10 Pfund heben. Um aber mit der Schraube einen größeren Effect zu erreichen, wird die Kraft nicht direct am Umfange der Spindel, sondern am Ende eines Hebelarmes *l*, Fig. 24, angebracht. Nehmen wir an die Länge dieses Hebelarmes sei 10mal so groß als der Radius der Spindel, so bestände also zwischen der am Ende des Hebels *l* angreifenden Kraft und der auf *k* liegenden Last das Verhältniß von 1 zu 100.

So gut, wie man mit Hülfe einer Schraube eine Last zu heben im Stande ist, kann man sie auch anwenden, um einen großen Druck auszuüben, und darauf gründet sich ihre Anwendung in der **Schraubenpresse**, Fig. 25. Die Schraubenspindel *SS* paßt in die metallene Schraubenmutter *mn*, welche in dem starken horizontalen Balken *AB* befestigt ist. *AB* ist mit *CD* durch zwei starke verticale Balken *M* und *N* verbunden. Die Drehung der Schraube wird mittelst des Hebels *l* bewerkstelligt. — Der auf- und niedergehenden Bewegung der Schraube *SS* folgt die Preßplatte *kk*, ohne jedoch an der Drehung der Spindel Theil zu nehmen. Das untere Ende der Schraubenspindel steckt nämlich mittelst eines Kugelgelenkes in der auf der Preßplatte befestigten Metall-

platte *op*, so daß sich also die Spindel ohne die Preßplatte drehen kann, welch letztere durch die Seitenpfosten *M* und *N* an einer Drehung gehindert wird. Der zu pressende Körper wird zwischen der Preßplatte *kk* und zwischen die Bodenplatte *gg* gelegt.

Fig. 25.



Wenn es gilt, mit Hülfe einer Schraubenwinde eine Last zu heben oder mit Hülfe einer Schraubenpresse einen starken Druck auszuüben, so kann man jedoch nie den nach den oben angedeuteten Principien berechneten theoretischen Effect erreichen, weil ein großer Theil der Kraft zur Ueberwindung der hier nicht unbedeutenden Reibungswiderstände erforderlich ist.

Auch zu anderen Zwecken, als zur Hebung einer Last oder zur Ausübung eines großen Druckes wird die Schraube angewandt. Eine Schraube, welche in ihrer Längenrichtung nicht verschiebbar ist, wird eine bewegliche Schraubenmutter bei jeder Umdrehung um einen Schraubengang voranschieben; bei gleichförmiger Umdrehung der Schraube wird also auch die Mutter mit gleichmäßiger Geschwindigkeit fortgeschoben und zwar um so langsamer, je feiner das Gewinde ist. Darauf beruht unter anderen das gleichförmige Fortschieben des Supports an Drehbänken.

Da bei einigermaßen feinen Schraubengängen selbst einer ganzen Umdrehung des Schraubenkopfes nur ein sehr geringes Fortschieben entspricht, so benutzt man bei Meßinstrumenten eine feine Schraube zur genaueren Einstellung. — Da man ferner, wenn der Schraubenkopf einigermaßen groß und in Grade eingetheilt ist, noch den 360sten Theil einer ganzen Umdrehung messen kann, so ist man auch im Stande, vermittelst einer solchen Schraube noch ein Fortschieben um den 360sten Theil der ohnehin schon geringen Höhe eines Schraubenganges zu messen; eine feine Schraube kann also als **Mikrometerschraube** zur Hervorbringung und Messung sehr kleiner Längenverschiebungen angewendet werden. In dieser Weise benutzt man die Mikrometerschraube bei Mikroskopen zur Messung kleiner Gegenstände.

Der Keil. Eine andere Form, in welcher die schiefe Ebene zur Anwendung kommt, ist der **Keil**; er wird gebraucht, um Holz- und Steinmassen 26

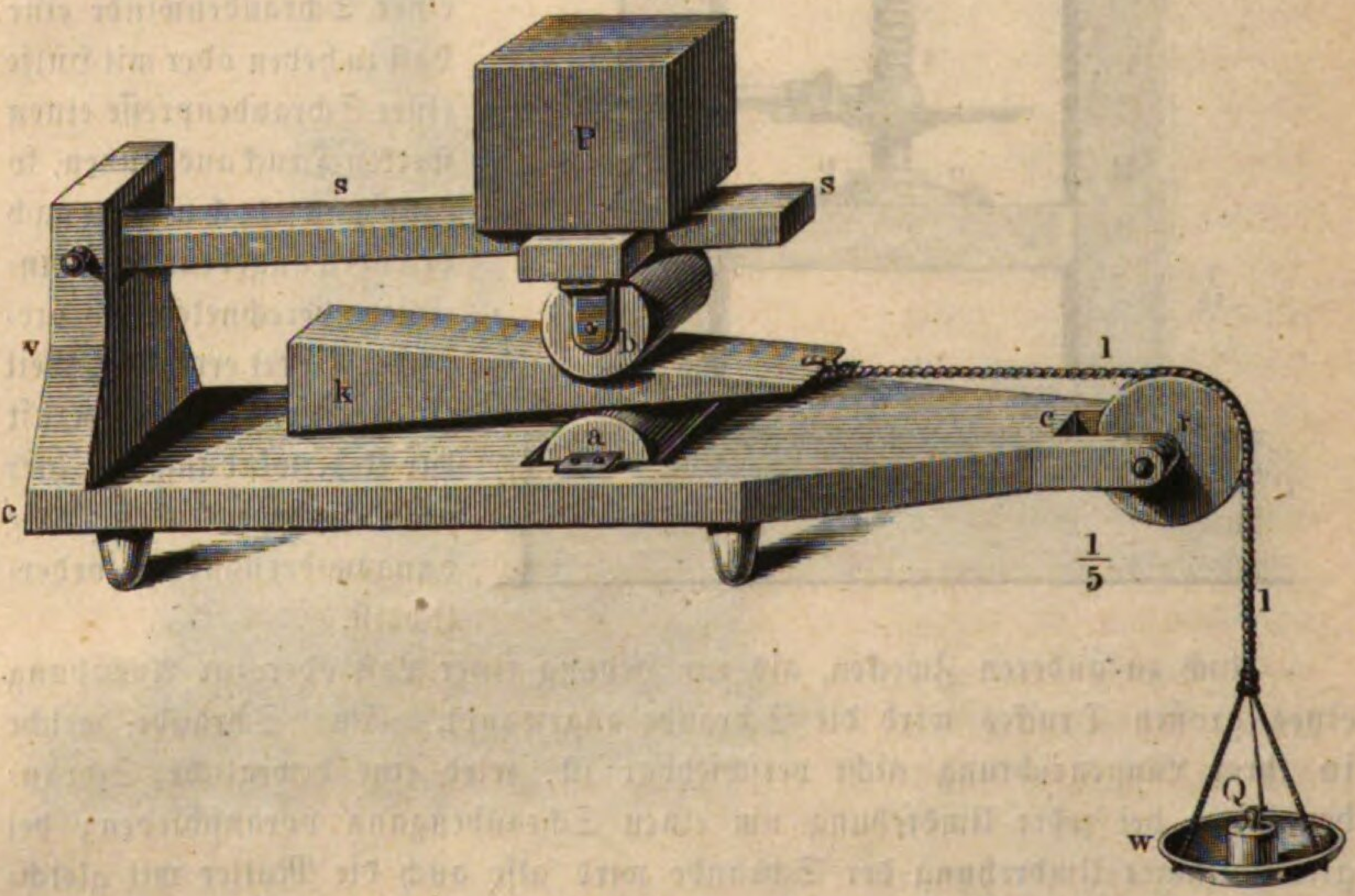
zu spalten (Fig. 26); dadurch, daß man Keile unter die Kiele der Schiffe treibt,

Fig. 26.



werden sie auf den Werften gehoben; das Auspressen des Oels aus dem zerriebenen Samen wird gewöhnlich durch Eintreiben von Keilen bewerkstelligt u. s. w. Alle unsere Schneidewerkzeuge, Messer, Scheeren, Meißel u. s. w., sind nichts anderes als Keile. Daß die Wirkung des Keils sich wirklich auf die der schiefen Ebene zurückführen läßt, kann man durch den Apparat (Fig. 27)

Fig. 27.



erläutern. Der Keil *k* soll zwischen den Rollen *a* und *b* hindurchgezogen werden. *a* ist fest, *b* an dem beweglichen Brett *s* befestigt. Auf *s* liegt ein Gewicht *P*. Mit einem kleinen Gewicht *Q*, welches in der Wagschale *w* liegend den Keil nach der Rechten zieht, kann man eine verhältnißmäßig große Last heben, und zwar eine um so größere, je schmäler der Rücken des Keils im Vergleich zu seiner Länge ist.

Aus der Theorie der schiefen Ebene läßt sich leicht ableiten, daß zwischen der Kraft *Q* und der Last *P* am Keil Gleichgewicht stattfindet, wenn

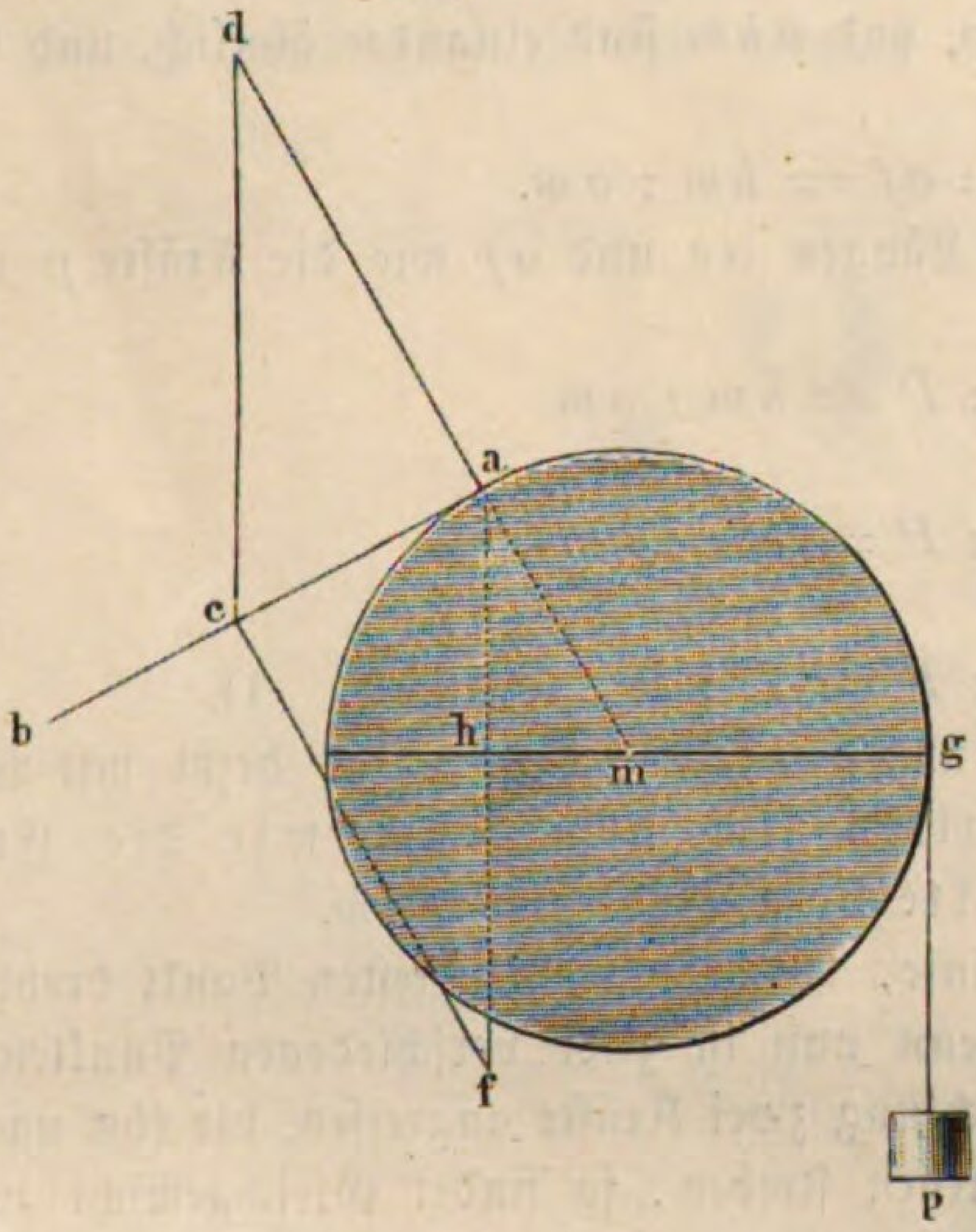
$$Q = P \,.\, \sin. \alpha,$$

vorausgesetzt, daß die Last *P* rechtwinklig auf die Seitenfläche, die Kraft *Q* rechtwinklig gegen den Rücken wirkt und daß mit α der Winkel der Schneide bezeichnet wird.

Wenn der Winkel α nicht zu groß ist, läßt sich das Gesetz des Gleichgewichts am Keil in Worten auch so ausdrücken: **Eine Kraft *Q*, welche rechtwinklig gegen den Rücken des Keils wirkt, hält einem rechtwinklig gegen die Seite des Keils wirkenden Druck *P* das Gleichgewicht, wenn sich *Q* zu *P* verhält, wie die Breite des Keilrückens zur Länge des Keils.**

Der Hebel. Um eine Rolle, Fig. 28, sei eine Schnur geschlungen, 27

Fig. 28.



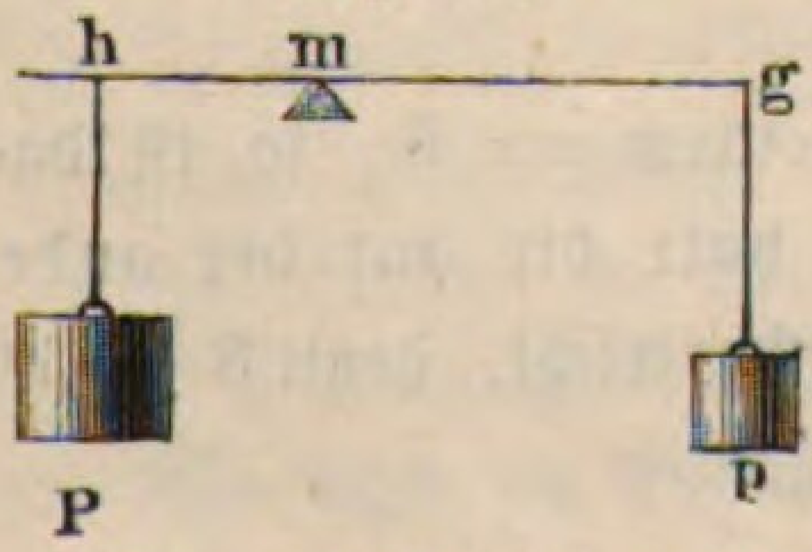
und an das eine Ende derselben ein Gewicht p gehängt, während auf der anderen Seite die Schnur in der Richtung ab mit einer dem Gewichte p gleichen Kraft gespannt ist. Nun kann man die in a angreifende, in der Richtung ab wirkende Kraft nach der Lehre vom Parallelogramm der Kräfte in zwei Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine in der Richtung von a nach d, also in der Verlängerung des Halbmessers ma wirkt, während die Richtung af der anderen Seitenkraft parallel mit gp ist.

Wenn die Rolle eine feste ist, wie wir hier voraussetzen, so wird die Wirkung der Kraft ad durch den Widerstand des festen Mittelpunktes m aufgehoben, man kann also die nach ad wirkende Seitenkraft ganz weglassen, ohne das Gleichgewicht zu stören; man kann ohne Weiteres die nach ab wirkende Kraft durch ihre nach af wirkende Seitenkraft ersetzen.

Stellen wir durch die Linie ac die nach ab wirkende Kraft p dar, so stellt uns die Linie af die Größe der Seitenkraft P vor, und ohne vor der Hand das Größenverhältniß zwischen ac und af oder p und P genauer zu ermitteln, sieht man doch leicht ein, daß P größer sein muß als p. Wir können also die in der Richtung ab wirkende Kraft p durch eine andere ebenfalls in a angreifende, aber in verticaler Richtung wirkende größere Kraft P ersetzen, ohne das Gleichgewicht zu stören.

Anstatt die Kraft P in a angreifen zu lassen, kann man, ohne das Gleichgewicht zu stören, ihren Angriffspunkt in jeden beliebigen Punkt der Linie af verlegen; wir können also auch die Kraft P im Punkte h angreifen lassen, welcher auf dem Durchschnitt der Linie af und der Verlängerung des Halbmessers gm liegt; und somit haben wir zwei an den Enden einer um m, Fig. 29,

Fig. 29.



drehbaren geraden Linie hg wirkende, rechtwinklig zu hg angreifende Kräfte, p und P, welche sich das Gleichgewicht halten. Diese beiden Kräfte sind ungleich, ihre Angriffspunkte h und g liegen aber auch in ungleichen Entfernungen vom Drehpunkte m.

Es ist jetzt zu ermitteln, welches Verhältniß

zwischen den Größen der Kräfte p und P und den Längen hm und gm besteht.

Die Dreiecke caf, Fig. 28, und ahm sind einander ähnlich, und daraus folgt

$$ac : af = hm : am.$$

Nun aber verhalten sich ja die Längen ac und af wie die Kräfte p und P, wir haben also

$$p : P = hm : am$$

und, da $am = gm$,

$$p : P = hm : gm$$

oder

$$p : P = L : l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1),$$

wenn wir die Länge $hm = L$ und $gm = l$ setzen. Das heißt mit Worten, die Kräfte P und p verhalten sich umgekehrt wie die Entfernungen ihrer Angriffspunkte vom Drehpunkte m.

Eine gerade unbiegsame Linie, welche um einen festen Punkt drehbar ist, wird ein Hebel genannt. Wenn nun in zwei verschiedenen Punkten eines Hebels rechtwinklig zu seiner Richtung zwei Kräfte angreifen, die ihn nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben, so findet Gleichgewicht zwischen ihnen Statt, wenn die eben ausgesprochene Bedingung erfüllt ist. Die Entfernung des Angriffspunktes einer Kraft von dem Drehpunkte wird der Hebelarm der Kraft genannt; wir können demnach die Bedingung des Gleichgewichts am Hebel auch so ausdrücken: Zwei Kräfte, welche den Hebel nach entgegengesetzten Seiten zu drehen streben, halten sich das Gleichgewicht, wenn sie den entsprechenden Hebelarmen umgekehrt proportional sind.

Wäre z. B. der Hebelarm hm in Fig. 29 halb so groß als gm, so müßte P doppelt so groß sein als p. Eine Kraft p kann an einem Hebel einer 100fachen Kraft P das Gleichgewicht halten, wenn nur der Hebelarm mg auch 100mal so groß ist als der Hebelarm hm.

Aus der Proportion bei 1) folgt $PL = pl$, d. h. wenn sich zwei Kräfte an einem Hebel das Gleichgewicht halten sollen, so muß das Product, welches man erhält, wenn man die Kraft mit ihrem Hebelarm multiplicirt, für die beiden Kräfte gleich sein.

Das Product, welches man erhält, wenn man eine an einem Hebel wirkende Kraft mit ihrem Hebelarm multiplicirt, wird das statische Moment der Kraft genannt. Man könnte auch sagen, das statische Moment einer Kraft ist diejenige Kraft, welche man statt ihrer an dem Hebelarm 1 anbringen muß, wenn durch diese Vertauschung der Gleichgewichtszustand nicht gestört werden soll.

In Fig. 30 sei die Kraft rechts $= 6$, ihr Hebelarm $= 5$, so ist das statische Moment dieser Kraft gleich $5 \times 6 = 30$; ihr hält die auf der anderen Seite am Hebelarm 3 wirkende Kraft 10 das Gleichgewicht, denn 3×10 ist auch gleich 30.

Wenn auf jeder Seite des Drehpunktes nicht eine, sondern mehrere Kräfte wirken, so findet Gleichgewicht Statt, wenn die Summe der statischen Momente auf der einen gleich ist der Summe der statischen Momente auf der

Fig. 30.

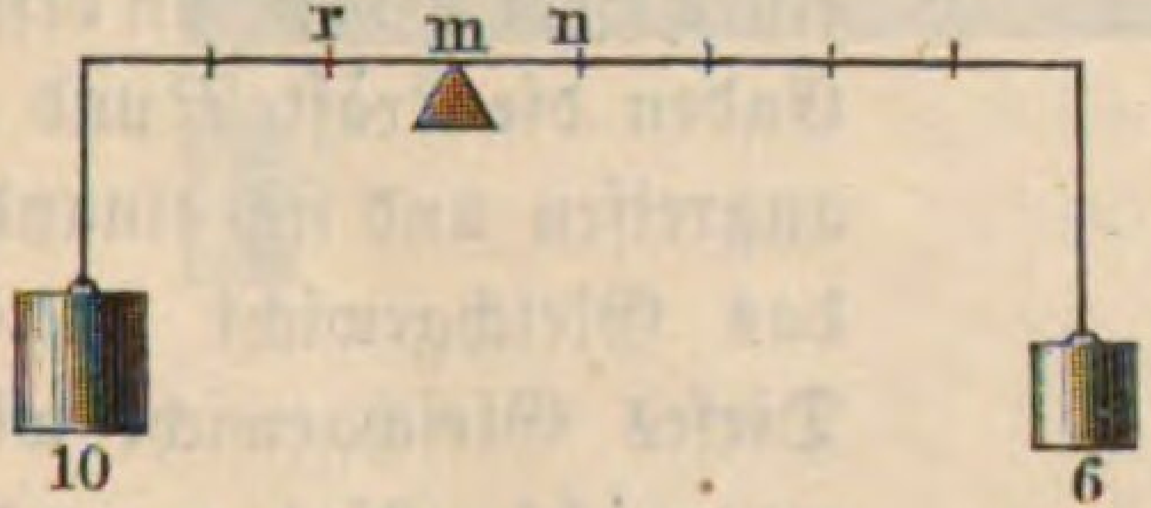
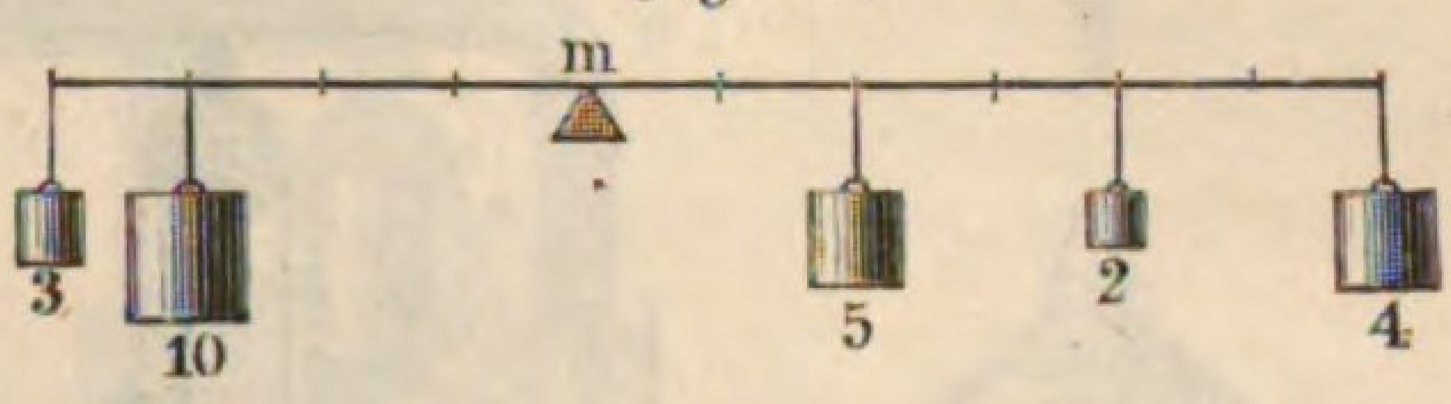


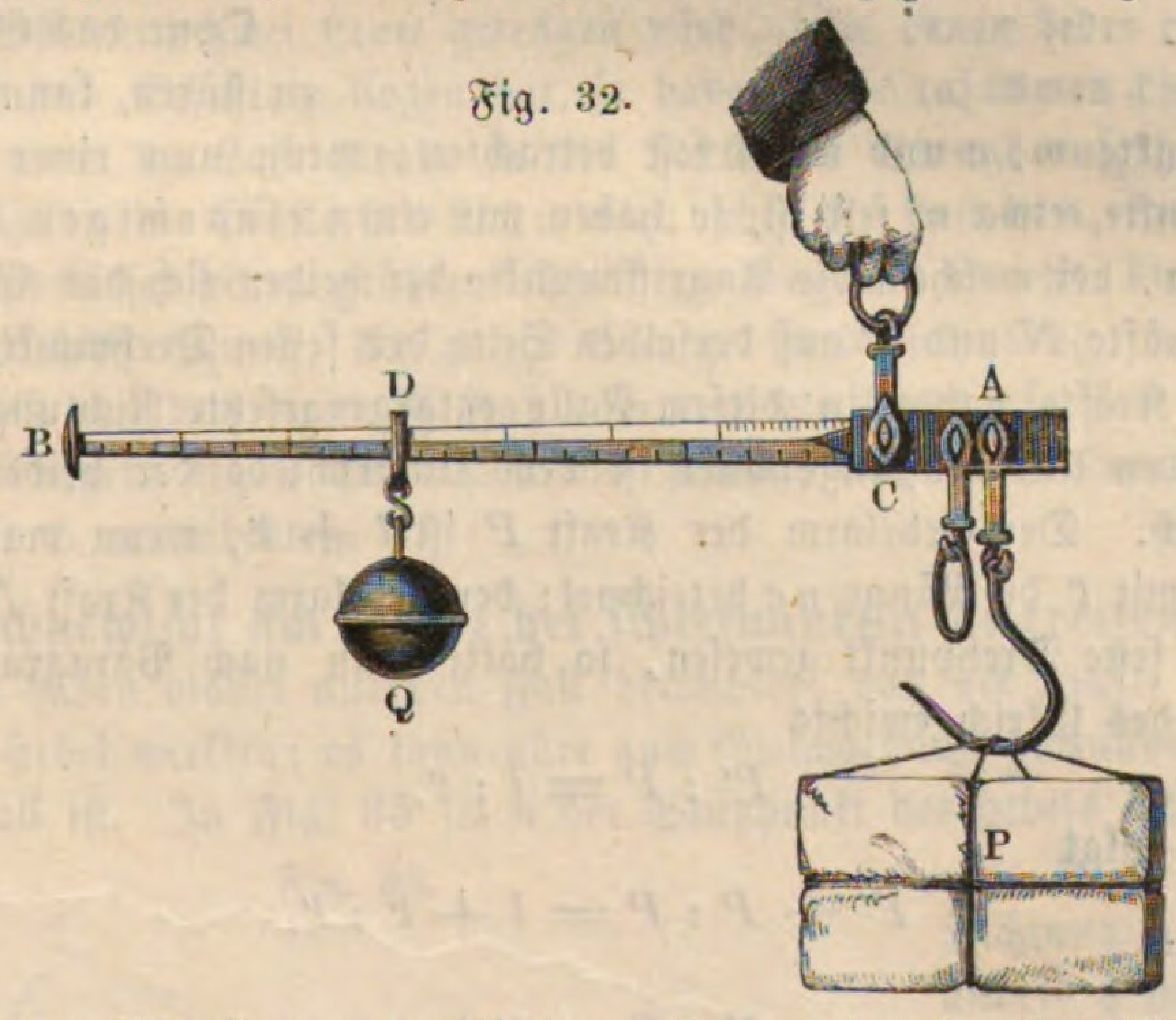
Fig. 31.



anderen Seite. Es sei z. B. in Fig. 31 m der Drehpunkt. Auf der einen Seite wirke an dem Hebelarm 2 die Kraft 5, am Hebelarm 4 die Kraft 2, am Hebelarm 6 die Kraft 4, auf der anderen Seite aber die Kräfte 10 und 3 an den Hebelarmen 3 und 4, so wird zwischen allen diesen Kräften Gleichgewicht stattfinden, denn die Summe der statischen Momente ist auf beiden Seiten gleich, nämlich gleich 42.

Die gewöhnliche **Schnellwage** liefert uns ein sehr passendes Beispiel der Anwendung eines zweiarmigen Hebels. Die Fig. 32 mag dazu dienen,

Fig. 32.

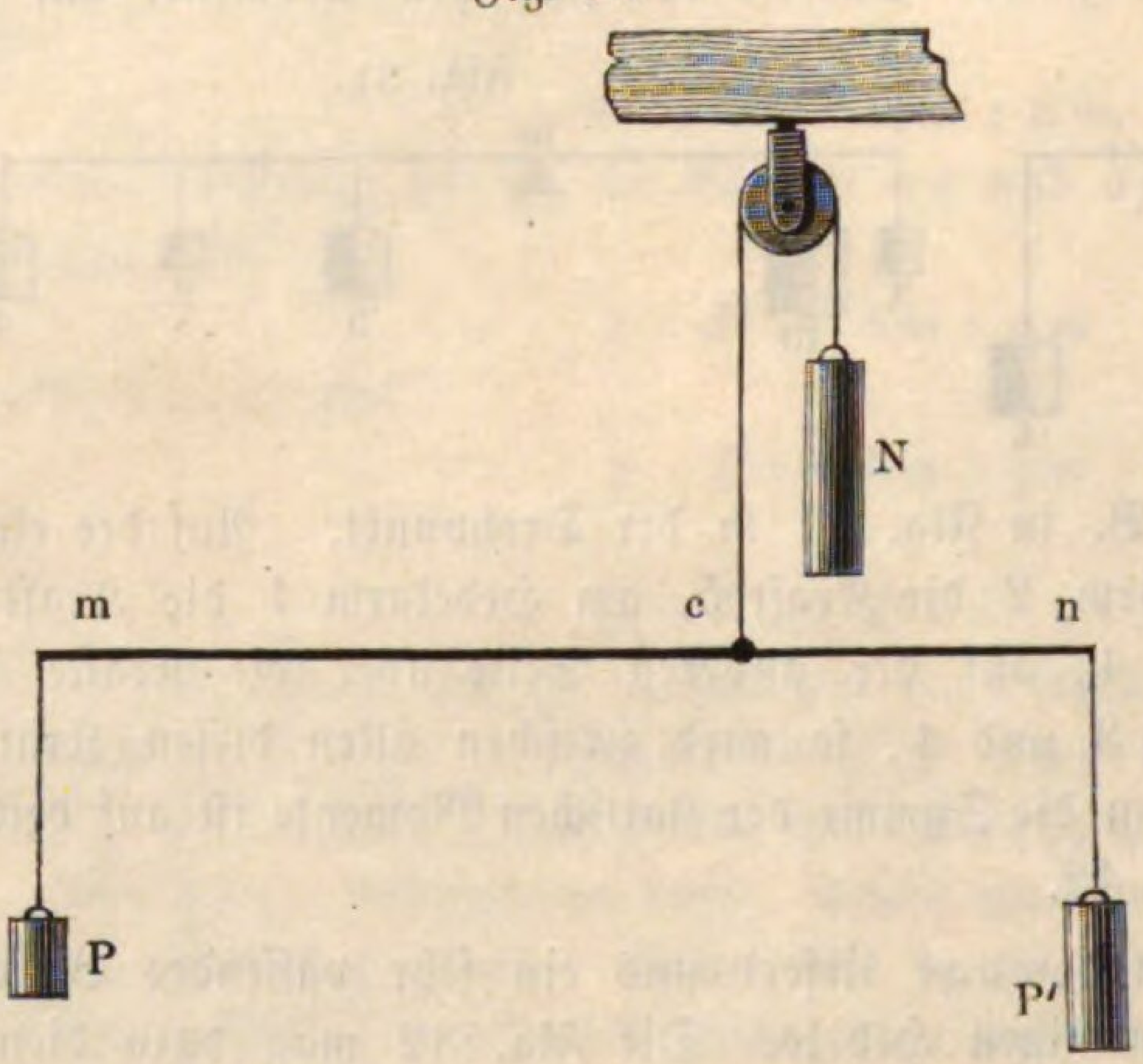


das Princip der Schnellwage zu erläutern. Der zweiarmige Hebel ist bei C drehbar, bei A ist eine Wagschale oder ein Haken angehängt, welche die Last P aufnimmt, die also an dem Hebelarm AC wirkt; dieser Last nun wird durch ein am anderen Arm des Hebels angehängtes Laufgewicht Q das Gleichgewicht gehalten. Je größer die Last wird, desto mehr muß man das Laufgewicht Q vom Drehpunkte C entfernen.

Der einarmige Hebel. An einem solchen Hebel, wie wir ihn bisher 28
betrachtet haben, hat der feste Drehpunkt einen Druck auszuhalten, welcher der Summe der an beiden Seiten wirkenden Kräfte gleich ist; ein solcher Hebel kann also auch im Gleichgewichte sein, wenn dieser mittlere Punkt nicht fest ist,

sondern wenn in ihm eine Kraft wirkt, welche der Summe der beiden anderen gleich, der Richtung nach aber ihnen entgegengesetzt ist. Die Fig. 33 mag dies erläutern. Nehmen wir an, c sei der feste Drehpunkt eines Hebels mn, an dessen Enden die Kräfte P und P' angreifen und sich einander das Gleichgewicht halten. Dieses Gleichgewicht wird nun nicht gestört, wenn der Punkt c aufhört fest zu sein, wenn in ihm aber eine Kraft N angebracht wird, welche der Summe von P und P' gleich ist, die aber nach oben wirkt, während die Kräfte P und P' nach unten ziehen.

Fig. 33.



Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man jeden der drei Punkte m, c und n als fest betrachten; wenn nun einer der beiden äußeren Punkte, etwa n, fest ist, so haben wir einen einarmigen Hebel, d. h. einen solchen, bei welchem die Angriffspunkte der beiden sich das Gleichgewicht haltenden Kräfte N und P auf derselben Seite des festen Drehpunktes n liegen. Die beiden Kräfte haben in diesem Falle entgegengesetzte Richtung, und der Druck auf den Unterstützungspunkt ist dem Unterschiede der beiden Kräfte P und N gleich. Der Hebelarm der Kraft P ist $l + l'$, wenn man mit l die Länge mc, mit l' die Länge nc bezeichnet; der Hebelarm der Kraft N ist aber l'. Wäre c der feste Drehpunkt gewesen, so hätte man nach Paragraph 27 als Bedingung des Gleichgewichts

$$P' : P = l : l',$$

und daraus folgt

$$P' + P : P = l + l' : l',$$

oder

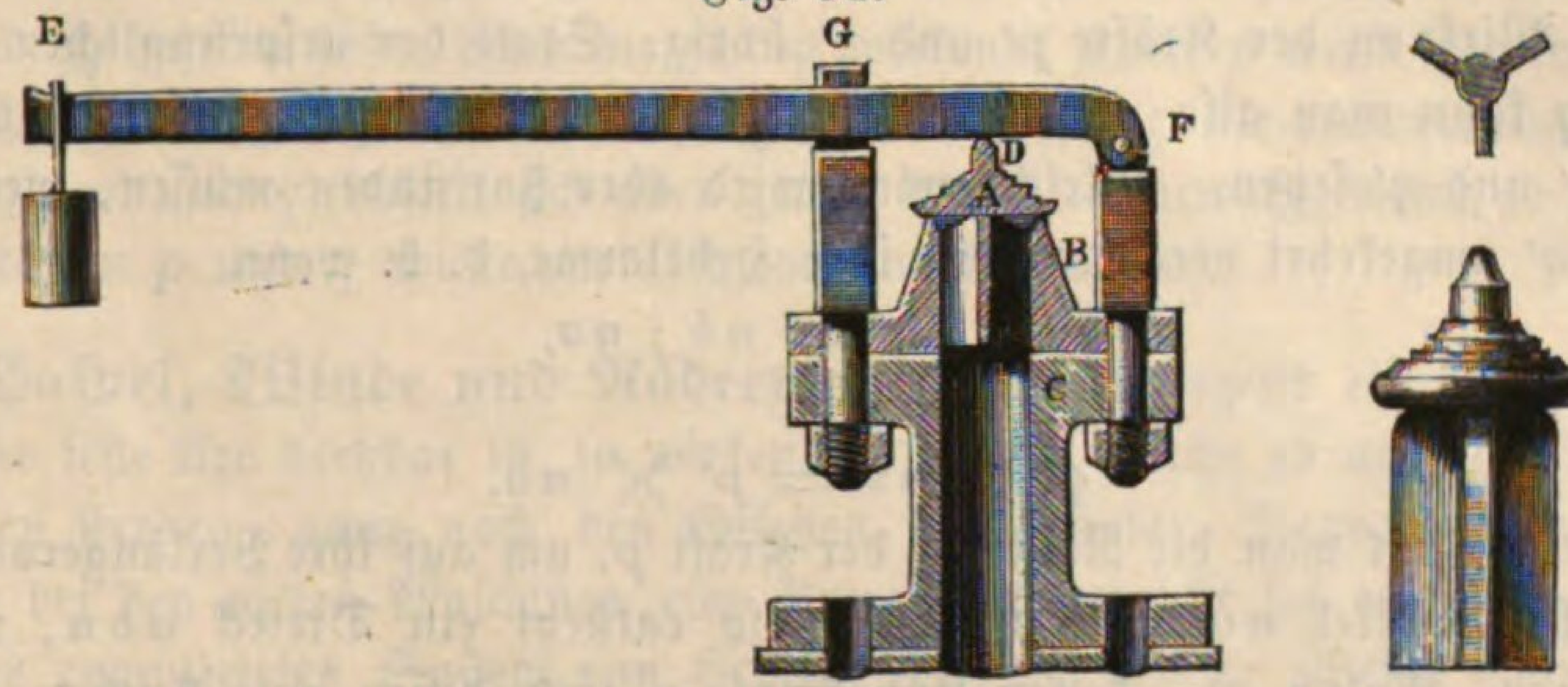
$$N : P = l + l' : l'.$$

Wenn also die an dem einarmigen Hebel in entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte N und P sich das Gleichgewicht halten sollen, so müssen sie sich ebenfalls umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme.

Die Fig. 34 zeigt uns eine Anwendung des einarmigen Hebels. Das Ventil A, welches etwa eine Oeffnung eines Dampfkessels verschließt, wird durch den Druck des Dampfes nach oben gedrückt; an dem um F drehbaren Hebelarm bei D angreifend, strebt er also denselben zu heben; diesem nach oben wirkenden Druck wird aber durch ein weit kleineres, bei E angehängtes, den Hebel niederziehendes Gewicht das Gleichgewicht gehalten.

Das Ventil A kann also erst gehoben werden, wenn die Spannkraft des Dampfes eine Gränze erreicht hat, welche von der Größe und der Stellung des

Fig. 34.

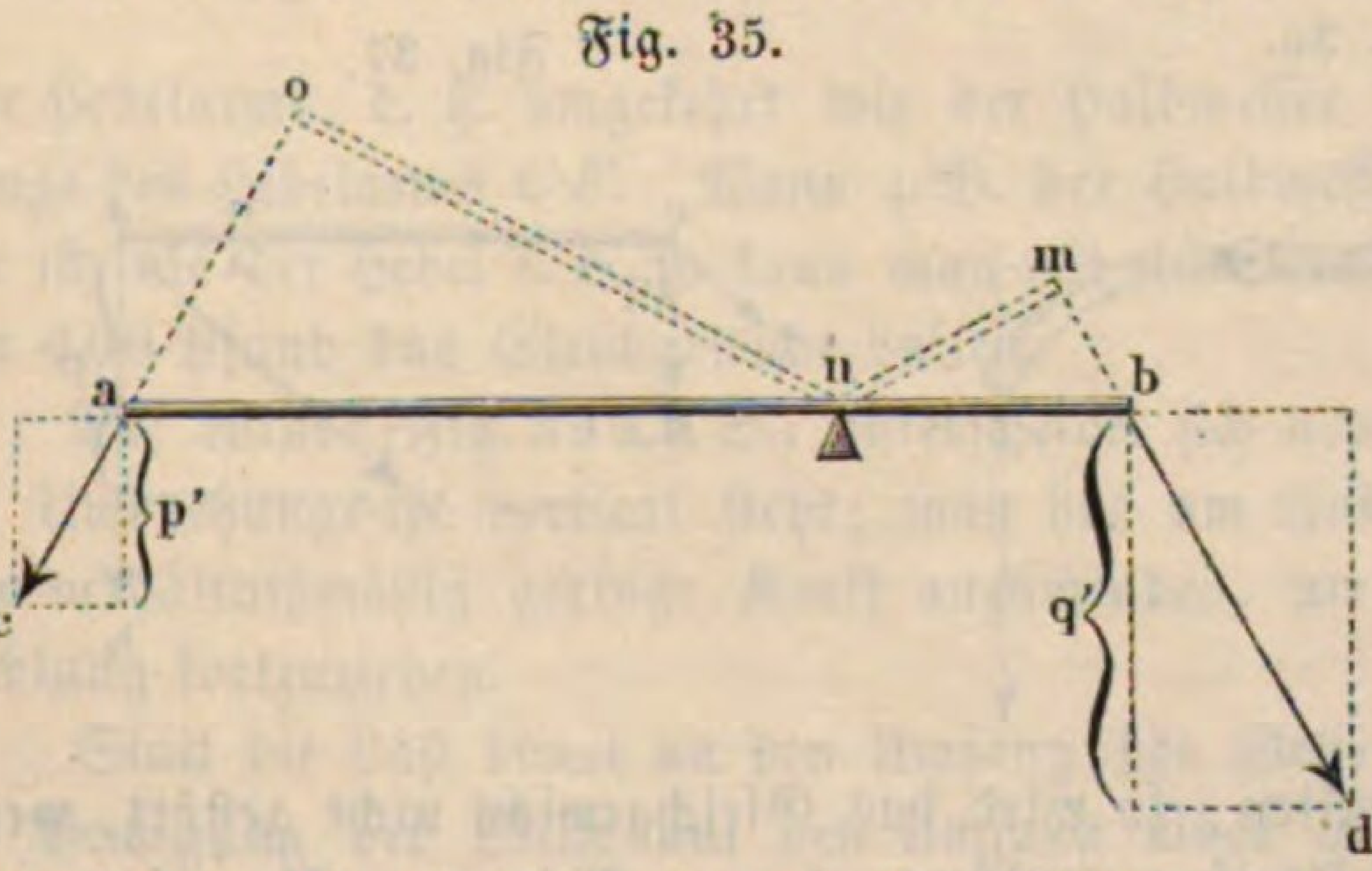


am Hebel angehängten Gewichtes abhängt. Näheres darüber bei der Lehre von der Spannkraft der Dämpfe.

Auch die beiden Endpunkte m und n der Stange mn, Fig. 33, können fest sein, während in c eine Kraft N wirkt; alsdann aber hat der Punkt m einen Druck P, der Punkt n einen Druck P' auszuhalten. Wenn eine an einer Stange hängende Last durch zwei Leute getragen wird, von denen jeder ein Ende der Stange auf den Schultern liegen hat, so haben beide zusammen die ganze Last zu tragen; wenn die Last gerade in der Mitte der Stange aufgehängt ist, so kommt auf jeden die Hälfte der Last; wird aber die Last dem einen näher gerückt, so hat dieser einen größeren Theil zu tragen. Gesetzt, die angehängte Last betrage 100 Pfund, die ganze Stange sei 5 Fuß lang, und die Last hänge 2 Fuß von dem einen, 3 Fuß vom anderen Ende, so hat die Schulter des einen Trägers einen Druck von 60 Pfund, die des anderen einen Druck von 40 Pfund auszuhalten.

Gleichgewicht am Hebel bei schiefwinklig angreifenden Kräften. 29 Wir haben bisher nur den Fall betrachtet, daß die Kräfte rechtwinklig gegen den Hebel wirkten; es kann aber auch Gleichgewicht stattfinden, ohne daß dies der Fall ist. In Fig. 35 sei n der Stützpunkt des Hebels ab, in a wirke eine Kraft p nach der Richtung ac, in b eine andere q nach der Richtung bd. Die Kräfte p und q sollen sich verhalten wie die Linien ac und bd. Nach dem Parallelogramm der Kräfte läßt sich p in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine p' rechtwinklig auf ab, die andere in der Richtung von ab wirkt. Eben so kann man die Kraft q in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine q' rechtwinklig

Fig. 35.



auf ab und die andere in der Richtung dieser Linie wirkt. Die Wirkung der beiden Seitenkräfte, welche in die Richtung der Linie ab fallen, wird offenbar durch den Widerstand des festen Punktes n völlig aufgehoben, und somit bleibt nur die Wirkung der Kräfte p' und q' übrig. Statt der ursprünglichen Kräfte p und q kann man also ohne Weiteres ihre rechtwinklig angreifenden Seitenkräfte p' und q' setzen. Gleichgewicht wird aber stattfinden müssen, wenn sich p' und q' umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme, d. h. wenn

$$p' : q' = nb : na,$$

oder wenn

$$q' \times nb = p' \times na.$$

Verlängert man die Richtung der Kraft p, um auf ihre Verlängerung von n das Perpendikel $no = l$ zu fällen, so entsteht ein Dreieck aon, welches demjenigen ähnlich ist, dessen Hypotenuse p und dessen eine Kathete p' ist; aus der Aehnlichkeit dieser Dreiecke folgt

$$p : p' = an : l,$$

und daraus

$$p \times l = p' \times an.$$

Die an den Hebelarm an schief angreifende Kraft p wirkt also gerade so wie ihre in demselben Punkte a angreifende Seitenkraft p'; und auch so, als ob die Kraft p selbst rechtwinklig an einem kleineren Hebelarm wirkte, welchen man findet, wenn man vom Drehpunkt n ein Perpendikel auf die Richtung der Kraft p fällt.

Das Moment einer schräg angreifenden Kraft findet man also, indem man die Kraft multiplicirt mit dem vom Drehpunkt auf die Richtung der Kraft gefällten Perpendikel.

Demnach wirkt die schief angreifende Kraft q gerade so, als ob sie rechtwinklig am Hebelarm nm angriffe, und die beiden Kräfte p und q halten sich das Gleichgewicht, wenn $p \times on = q \times mn$.

Auf die eben entwickelte Weise findet man auch die Momente der Kräfte, wenn der Hebel nicht mehr eine gerade Linie ist, Fig. 36.

Wenn zwei parallele rechtwinklig angreifende Kräfte an einem Hebel ein-

Fig. 36.

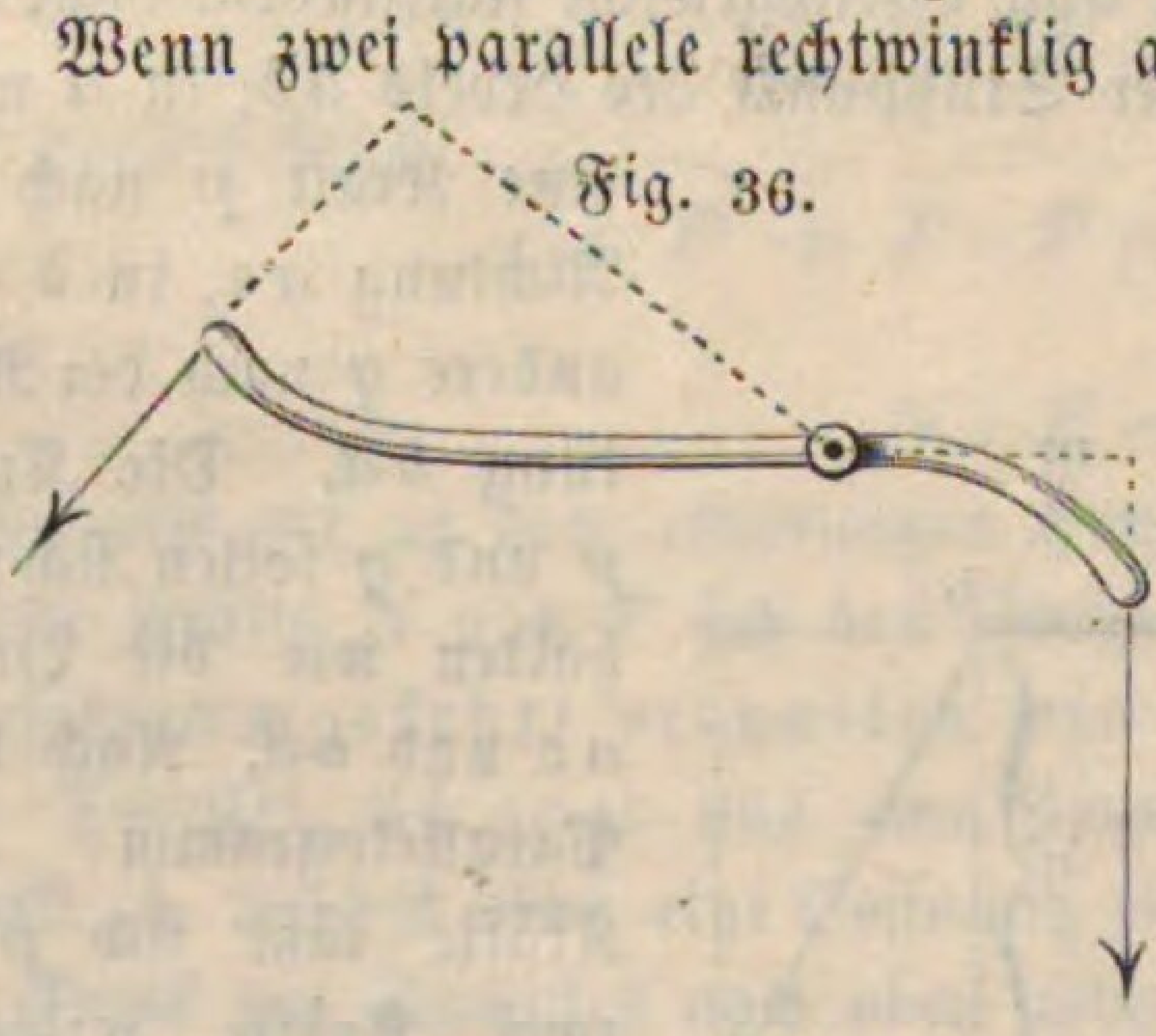
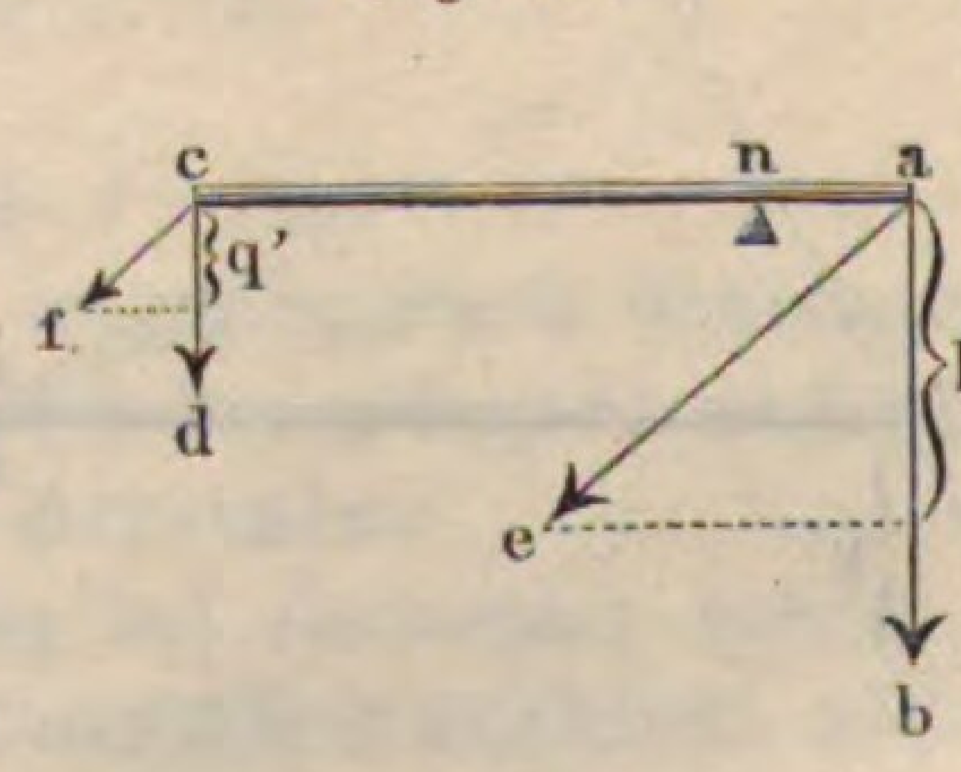


Fig. 37.

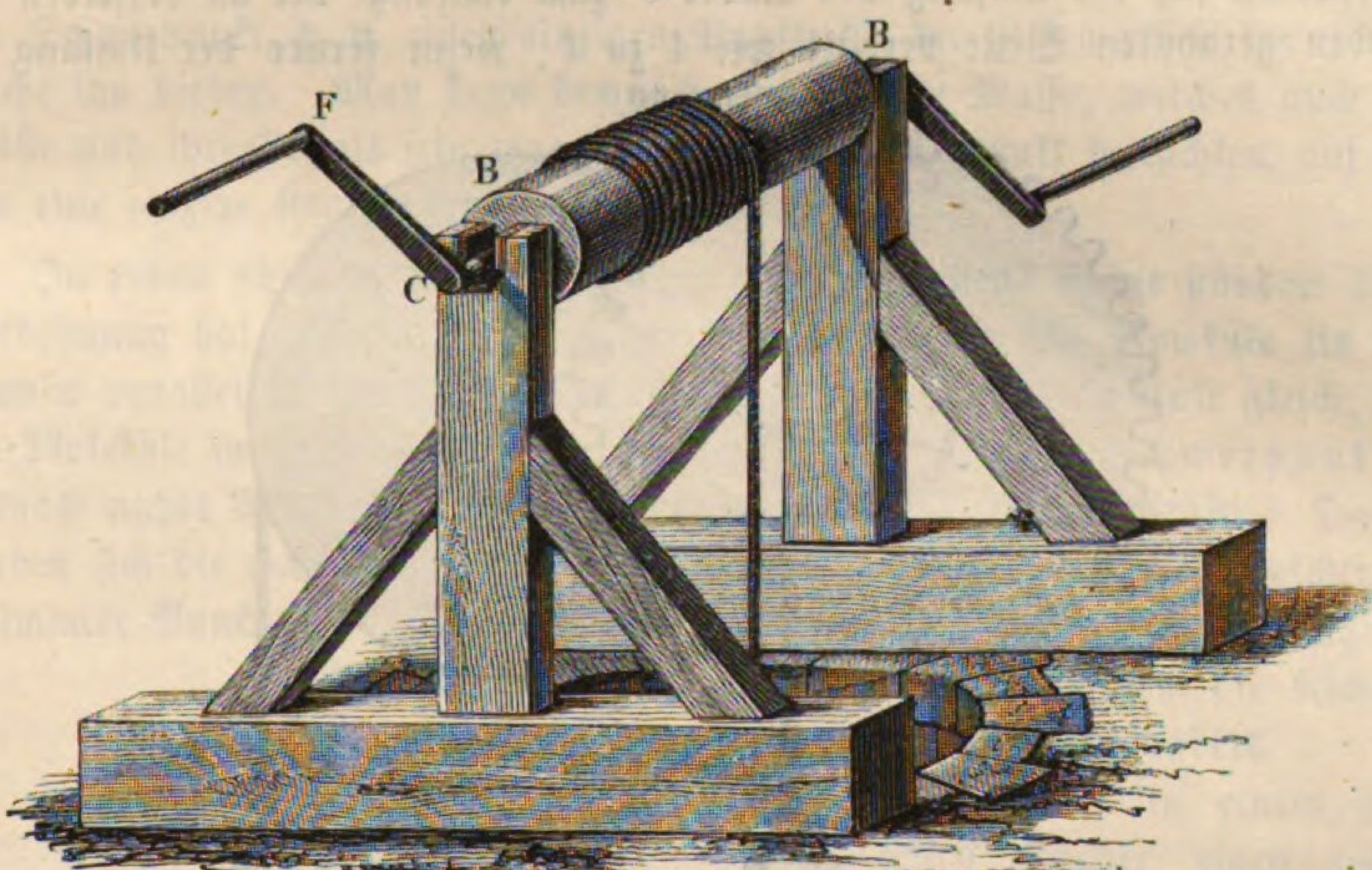


ander das Gleichgewicht halten, so wird das Gleichgewicht nicht gestört, wenn man sie in gleichem Verhältniß vergrößert oder verkleinert. Eben so wenig wird das Gleichgewicht gestört, wenn beide Kräfte ihre Richtung so ändern,

daß sie unter sich parallel bleiben. Wenn z. B. die Kräfte $ab = p$ und $cd = q$ an dem Hebel ac, Fig. 37, sich das Gleichgewicht halten, so besteht dasselbe auch noch, wenn man dieselben Kräfte nach den einander parallelen Richtungen ae und cf wirken läßt; denn die schräg wirkende Kraft p wirkt wie ihre rechtwinklige Seitenkraft p' und die schräg wirkende q wie die rechtwinklig angreifende q'; p' und q' halten sich aber gewiß das Gleichgewicht, wenn es zwischen den Kräften p und q bei rechtwinkligem Angriff bestand.

Haspel, Winde und Räderwerke. Wenn irgend ein festes System 30
um eine feste Axe drehbar ist, so wirken die Kräfte, welche es um diese Axe umzudrehen streben, ganz nach den Gesetzen des Hebels. Deshalb finden diese Gesetze bei den vielen Maschinen eine Anwendung, welche sich in ein mehr oder weniger complicirtes System von Hebeln zerlegen lassen. Beim Haspel z. B. (Fig. 38) verhält sich die Last zur entgegenwirkenden Kraft umgekehrt wie

Fig. 38.



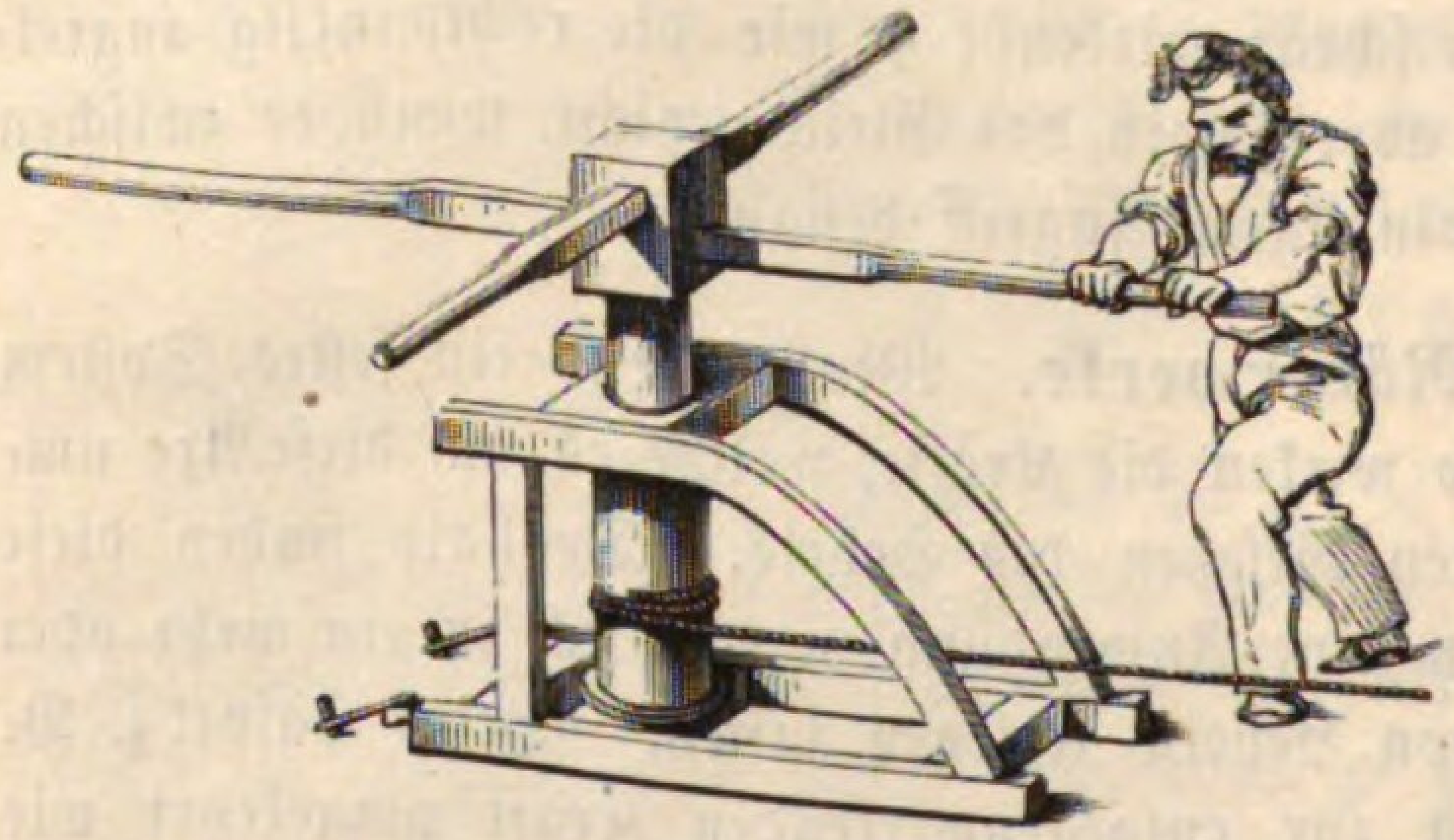
ihre Hebelarme, d. h. umgekehrt wie der Halbmesser des Wellbaumes BB zur Länge des Hebelarms CF. Wenn z. B. der Halbmesser der Welle viermal kleiner ist, als der Hebel CF, so kann man mit einer Kraft von 25 Pfund einer Last von 100 Pfund das Gleichgewicht halten.

Die Winde (Fig. 39 a. f. S.) unterscheidet sich vom Haspel nur dadurch, daß die Umdrehungsaxe vertical steht; man hat am Ende der horizontalen Hebel eine verhältnißmäßig geringe Kraft anzuwenden, um die Last in horizontaler Richtung fortzuziehen.

Statt die Last direct an den Umfang der Welle anzubringen, kann man die Bewegung der Welle auf den Umfang eines größeren Rades übertragen und an dessen Welle erst die Last anbringen, wodurch man im Stande ist, mit einer sehr kleinen Kraft eine so große Last zu bewältigen, wie es mit

einem einzigen Rade an der Welle nicht möglich gewesen wäre, ohne unbequeme Dimensionen zu nehmen oder die Haltbarkeit der Maschine zu gefährden.

Fig. 39.

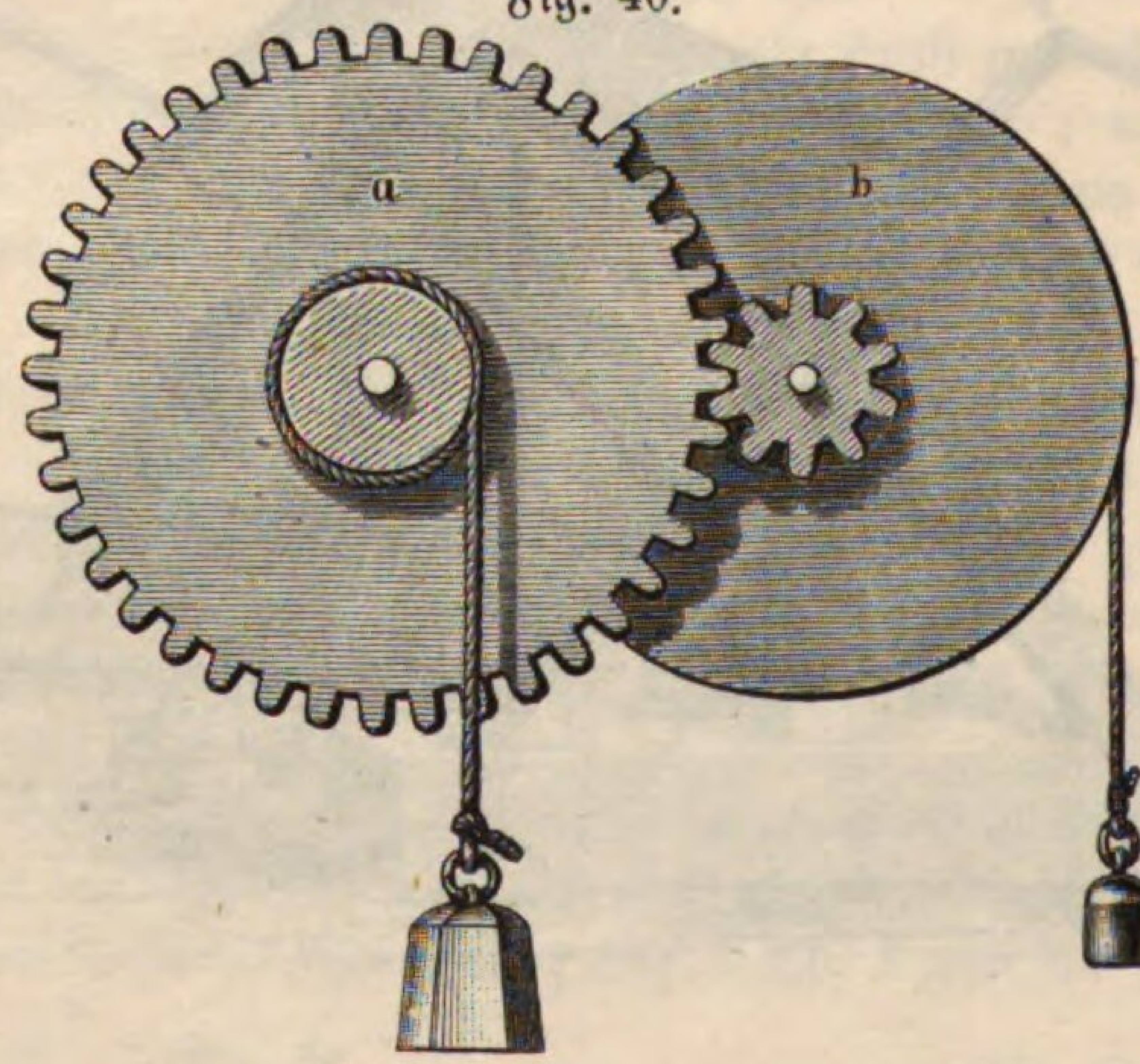


Die Uebertragung der Bewegung von einer Welle auf ein Rad geschieht durch Zahnräder, in manchen Fällen auch durch Riemen oder Seile.

Solche Vorrichtungen, bei denen die Bewegung eines Rades auf ein anderes übertragen wird, nennt man **Räderwerke**. Fig. 40 mag zur Erläuterung eines Räderwerkes dienen.

Wenn sich der Umfang des Rades *b* zum Umfange der an derselben Axe sitzenden gezahnten Welle verhält wie 4 zu 1, wenn ferner der Umfang des

Fig. 40.



gezahnten Rades *a* 4 mal so groß ist als der Umfang der Welle, an welcher die Last hängt, so ist das Verhältniß von Kraft zur Last wie 1 zu 16.

Die Axe des Rades *b* dreht sich 4 mal um, während die Axe des Rades *a* sich nur 1 mal umdreht.

Solche Räderwerke werden nicht allein benutzt, um große Lasten mit kleinen Kräften zu heben, wie dies z. B. bei Krahnen der Fall ist, sondern um die Umdrehung einer Axe in eine schnellere oder langsamere zu verwandeln.

Ein Mühlstein muß mit ziemlich großer Geschwindigkeit umgedreht werden, während das Wasserrad sich sehr langsam umdreht; durch Vermittelung eines Räderwerkes wird die langsame Umdrehung des Wasserrades in eine rasche Umdrehung des Mühlsteins verwandelt. — Aehnliches findet auch bei Uhren Statt.

Schwerpunkt. Ein schwerer Körper, wie groß oder klein er auch sein 31
mag, kann als eine Vereinigung unendlich vieler materieller Punkte betrachtet werden, auf welche die Schwere wirkt.

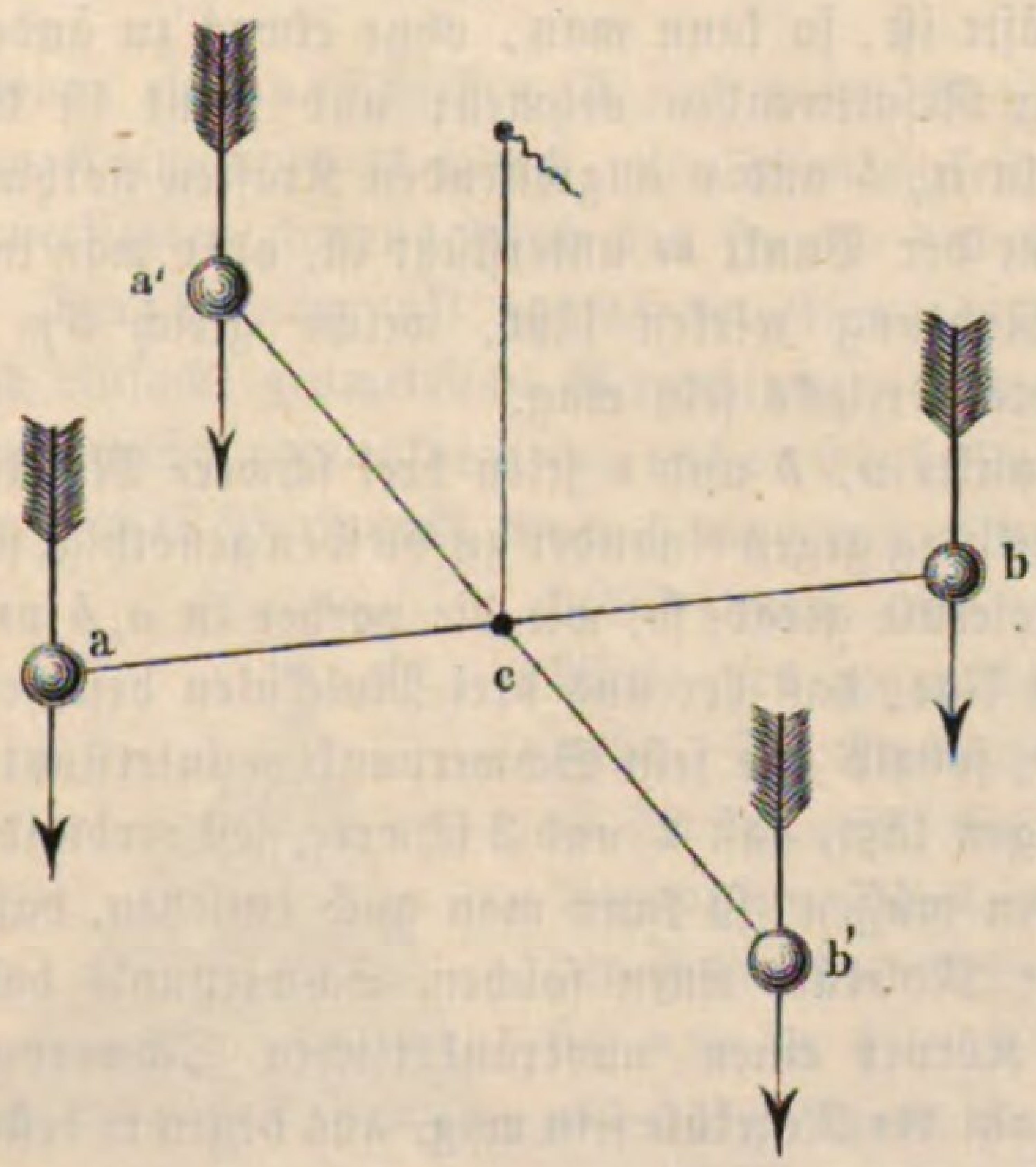
Alle diese Kräfte, obgleich unendlich an Zahl, können durch eine einzige Kraft ersetzt werden, welche an einem bestimmten Punkte angreift. Diese einzige Kraft, welche nichts Anderes ist, als die Summe oder die Resultirende aller einzelnen Wirkungen der Schwere, nennt man das *Gewicht* des *Körpers*, und der Angriffspunkt dieser Resultirenden ist sein *Schwerpunkt*.

Diese Definition genügt schon, damit man *Schwere* und *Gewicht* nicht verwechsele. Die Schwere ist die Elementarkraft, welche auf alle Theilchen der Materie überhaupt wirkt, während das Gewicht eines Körpers die Summe der Wirkungen ist, welche die Schwere auf diesen Körper insbesondere ausübt.

Es ist sehr wichtig, das Gewicht der Körper und ihren Schwerpunkt bestimmen zu können, weil man alsdann das Gewicht, d. h. eine einzige Kraft, für alle die elementaren Kräfte setzen kann, welche auf den Körper wirken; und den Schwerpunkt, d. h. einen einzigen Punkt, für die Gesammtheit der Punkte, welche ihn bilden. Man kann demnach eine schwere Masse, welches auch ihre Größe und ihre Gestalt sein mag, als einen einzigen Punkt betrachten, auf welchen eine einzige Kraft wirkt.

In einem schweren Körper, welcher nicht wenigstens einige hundert Meter Ausdehnung hat, ist die Richtung der Schwerkraft für alle Moleküle als vollkommen parallel zu betrachten; sie ist aber auch für alle Moleküle gleich, weil alle Moleküle im leeren Raume gleich schnell fallen. Der *Schwerpunkt* ist demnach nichts Anderes, als der *Mittelpunkt paralleler Kräfte*. Daraus ergeben sich die charakteristischen Eigenschaften des Schwerpunktes, welcher ein bestimmter Punkt ist, dessen Lage sich nicht ändert, wenn man die Lage des Körpers gegen die Richtung der Schwere ändert.

Fig. 41.

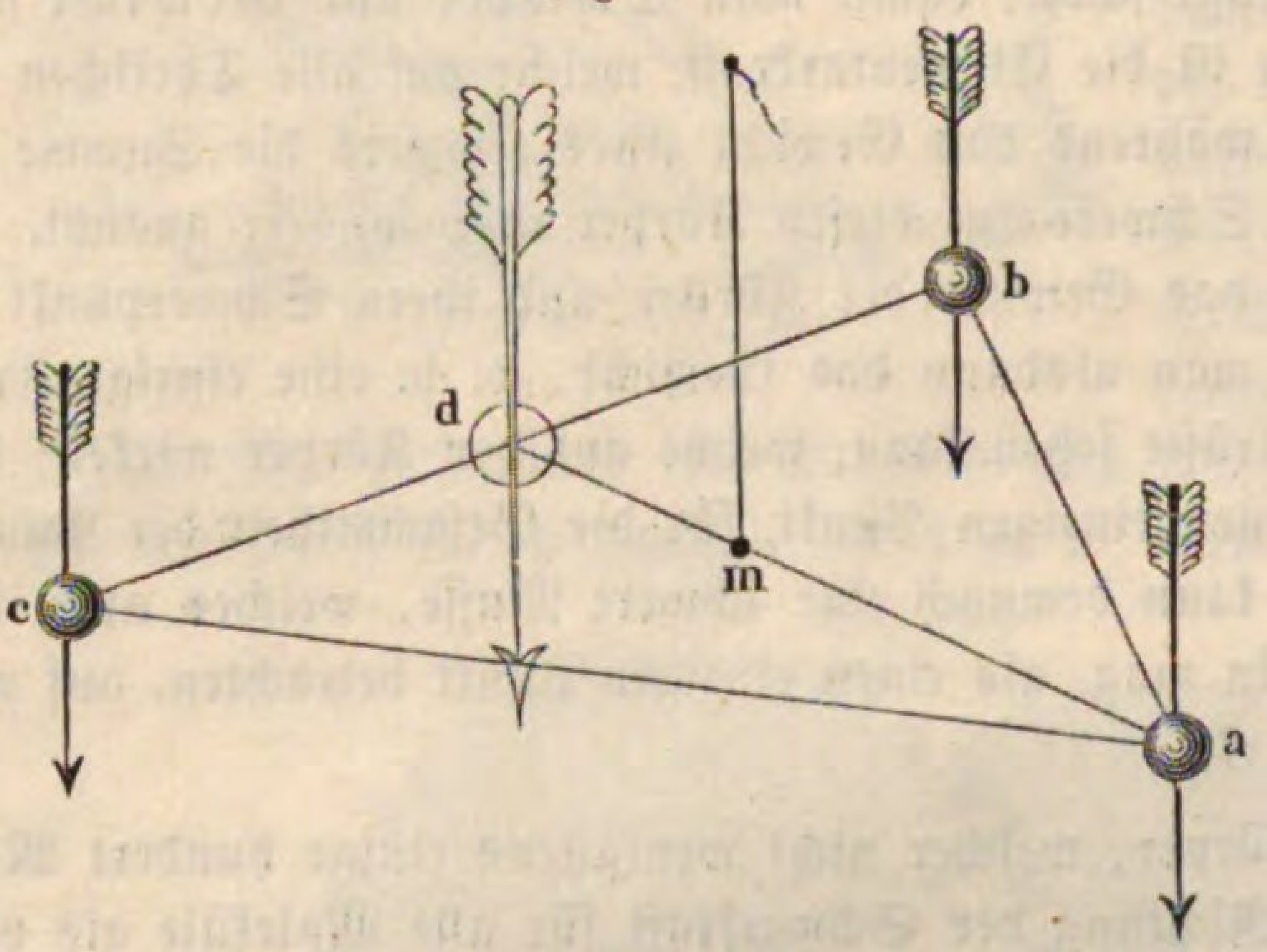


Daß es in einem jeden festen Körper einen solchen Schwerpunkt geben muß, läßt sich aus den Gesetzen der Wirkung paralleler Kräfte ableiten. Stellen wir uns vor, die beiden Punkte a und b, Fig. 41, seien zwei schwere, durch die gerade, feste, gewichtlose Linie ab verbundene Moleküle, so folgt aus den Hebelgesetzen, daß Gleichgewicht stattfinden muß, sobald nur der Punkt c unterstützt ist, welches auch der Winkel sein mag, welchen die Linie ab mit der Horizontalen macht. Fin-

det also Gleichgewicht Statt, wenn der Hebel die Lage *ab* hat, so bleibt es auch noch bestehen, wenn man ihn in die Lage *a'b'* bringt. Der Punkt *c* ist der Schwerpunkt des aus den beiden schweren Molekülen *a* und *b* bestehenden Körpers. Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man die Wirkungen der Schwerkraft der beiden Moleküle im Schwerpunkt *c* vereinigt denken.

Wenn an den drei Eckpunkten eines starren gewichtlosen Dreiecks *abc* (Fig. 42) drei gleiche parallele Kräfte wirken, so ist es leicht, den Angriffspunkt ihrer Mittelkraft zu bestimmen. Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man die beiden in *b* und *c* wirkenden Kräfte in der Mitte *d* der Linie *bc* vereinigen; und so ist die Wirkung der drei Kräfte auf die Wirkung von zweien reducirt, welche in den Punkten *a* und *d* angreifen. Die in *d* angreifende Kraft ist doppelt so groß als die in *a* angreifende; wenn man demnach die Linie *ad* durch den Punkt *m* so in zwei Theile theilt, daß *am* doppelt so groß ist als *dm*, so muß zwischen den in *d* und *a* wirkenden parallelen Kräften $2p$ und p nothwendig Gleichgewicht stattfinden, wenn nur der Punkt *m* unterstützt ist, welches auch übrigens die Lage der Linie *ad* sein mag. Da aber die in *d* wirkende Kraft ja nur die Resultirende der in *b* und *c* wirkenden parallelen Kräfte ist, so kann man, ohne etwas zu ändern, auch diese selbst wieder statt ihrer Resultirenden nehmen; und somit ist klar, daß zwischen den drei parallelen in *a*, *b* und *c* angreifenden Kräften nothwendig Gleichgewicht besteht, wenn nur der Punkt *m* unterstützt ist, oder man in *m* eine Kraft in entgegengesetzter Richtung wirken läßt, welche gleich $3p$ ist, welches auch übrigens die Lage des Dreiecks sein mag.

Fig. 42.



Stellen wir uns vor, die Punkte *a*, *b* und *c* seien drei schwere Moleküle, welche stets in unveränderlicher Stellung gegen einander zu bleiben genöthigt sind, so wirkt die Schwerkraft dieser Moleküle gerade so, wie die vorher in *a*, *b* und *c* angehängten Gewichte; und es ist klar, daß der aus drei Molekülen bestehende Körper im Gleichgewicht sein wird, sobald nur sein Schwerpunkt *m* unterstützt ist.

Gerade so aber, wie sich zeigen läßt, daß 2 und 3 schwere, fest verbundene Moleküle einen Schwerpunkt haben müssen, so kann man auch einsehen, daß je 4, 5, 6 u. s. w. fest verbundene Moleküle einen solchen Schwerpunkt haben müssen, daß endlich jeder feste Körper einen unveränderlichen Schwerpunkt haben muß, wie groß auch die Anzahl der Moleküle sein mag, aus denen er besteht.

Damit ein schwerer Körper im Gleichgewicht sei, braucht nur eine einzige

Bedingung erfüllt zu sein, nämlich die, daß sein Schwerpunkt unterstützt ist. Wenn demnach der Schwerpunkt eines Körpers für sich selbst ein fester Punkt ist, so mag man den Körper auf alle nur mögliche Weisen drehen, er wird immer im Gleichgewicht sein. Man kann den Versuch mit einer homogenen Scheibe machen, die man um eine horizontale, feste Axe dreht, welche durch ihren Schwerpunkt geht. Wenn ein Körper in einem Punkte unterstützt ist, welcher nicht mit dem Schwerpunkt zusammenfällt, so ist das Gleichgewicht zwar noch möglich, aber es findet nicht in allen Lagen, sondern nur bei zwei besonderen Stellungen Statt, wenn nämlich der Schwerpunkt vertical über oder unter dem Unterstützungspunkte liegt. Der Versuch ist ebenfalls mit einer Scheibe leicht anzustellen.

Aus diesen Betrachtungen läßt sich eine Methode ableiten, den Schwerpunkt der Körper durch den Versuch zu finden. Man hänge den Körper an einem Punkte *a* auf (Fig. 43), so wird die Verlängerung des den Körper tragenden Fadens in einem Punkte *c* aus dem Körper austreten. Auf der Linie *ac* muß nothwendig der Schwerpunkt liegen. Hängt man den Körper in einem zweiten Punkte *b*, Fig. 44, auf, so muß der Schwerpunkt abermals auf der Verlängerung des Fadens, also auf der Linie *bd*, liegen; der Schwerpunkt liegt also auf dem Durchschnittspunkte der Linien *bd* und *ac*. Der Schwerpunkt von homogenen ebenen Scheiben ist nach dieser Methode leicht zu bestimmen; bei anderen Körpern ist es jedoch mit Schwierigkeiten verbunden, die Verlängerung des verticalen Fadens durch das Innere des Körpers genau zu ermitteln.

Fig. 43.

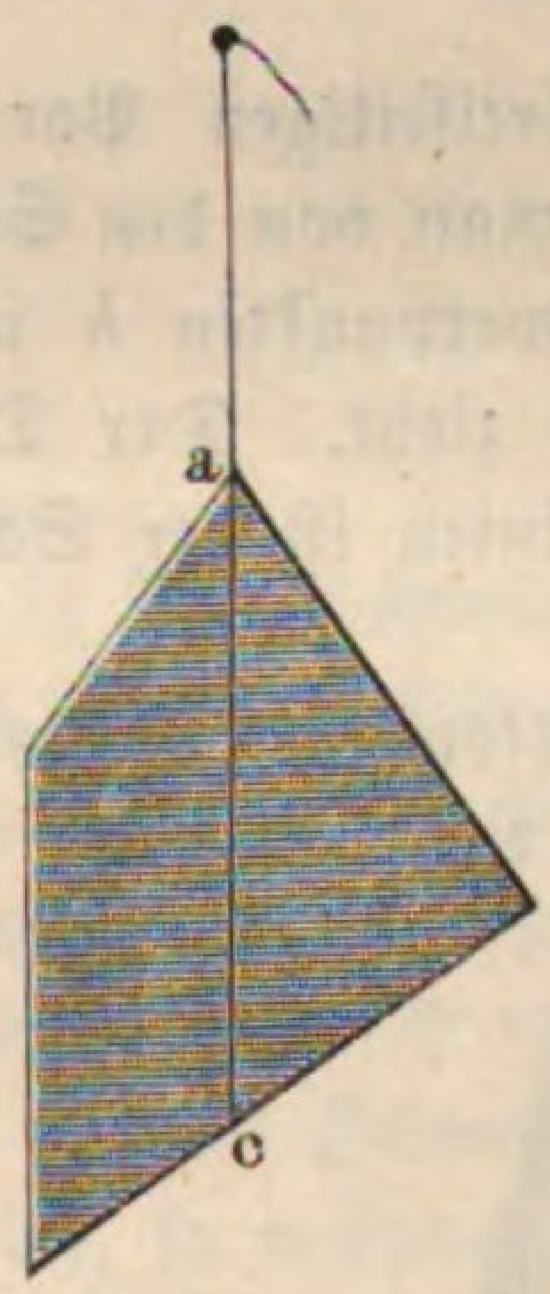
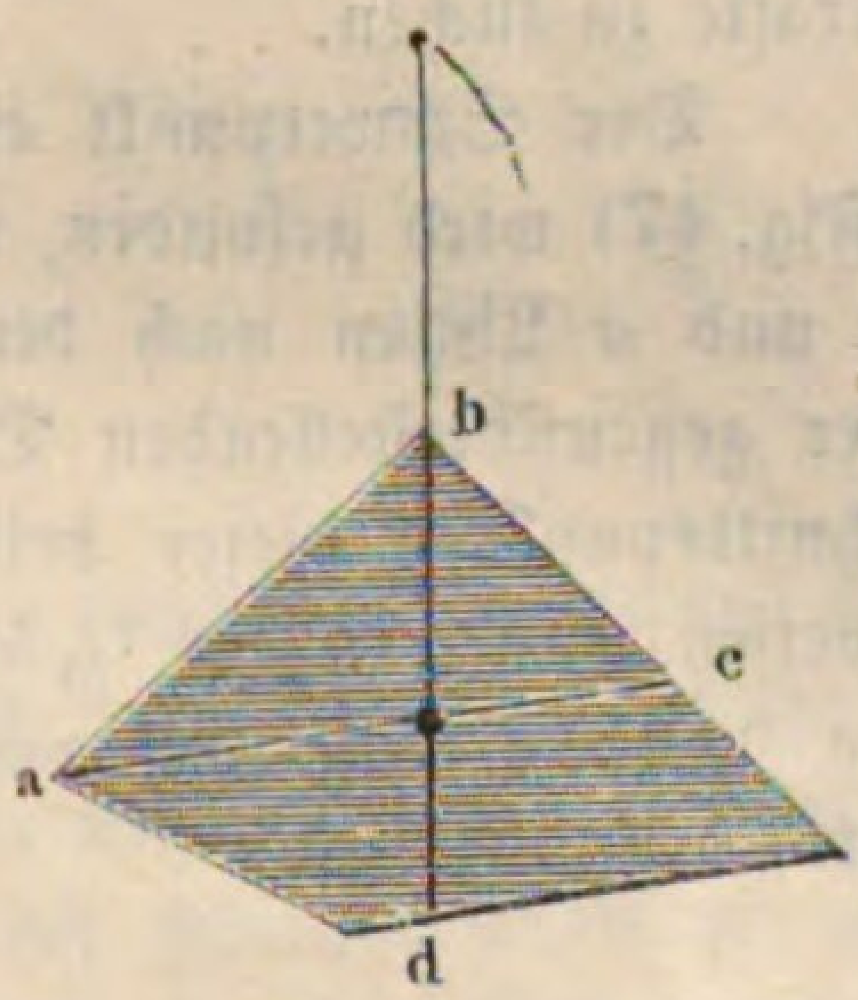


Fig. 44.

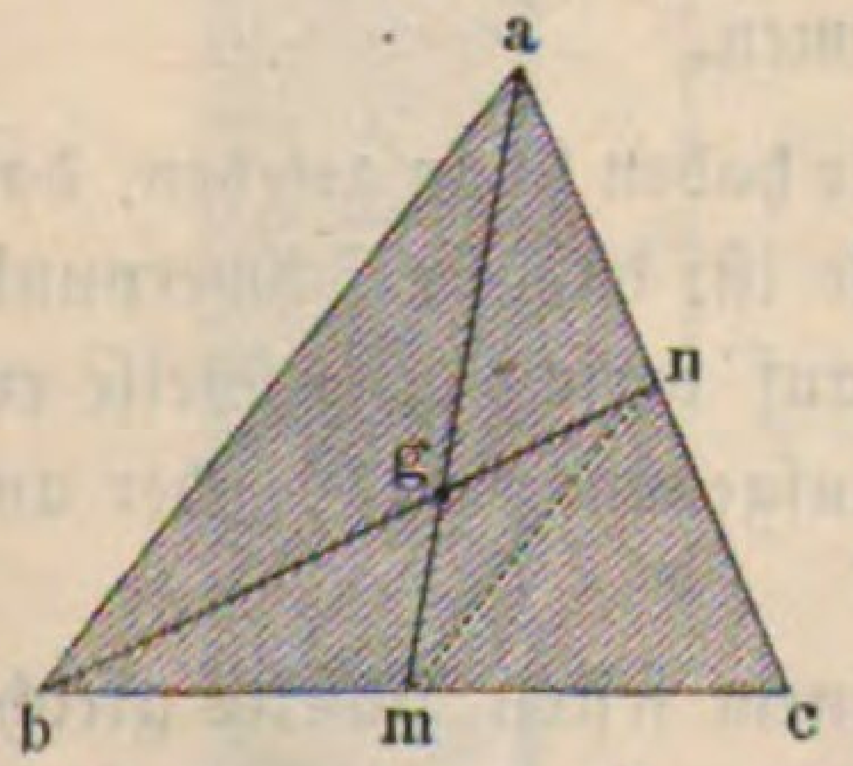


Der Schwerpunkt homogener Körper von regelmäßiger Gestalt läßt sich durch einfache geometrische Betrachtungen bestimmen.

Der Schwerpunkt einer geraden Linie liegt offenbar in der Mitte ihrer Länge.

Der Schwerpunkt eines homogenen Dreiecks (Fig. 45) wird gefunden, indem man von zwei Spitzen desselben nach der Mitte der gegenüberstehenden Seiten gerade Linien zieht. Der Durchschnittspunkt *g* dieser beiden Linien ist der gesuchte Schwerpunkt. Die Wahrheit dieser Behauptung ist leicht einzusehen. Der Punkt *m* ist der Schwerpunkt der geraden Linie *bc*; denkt man sich nun im Dreieck irgend eine gerade Linie parallel mit *bc* gezogen, so wird sie offenbar durch die Linie *am* halbirt; auf der Linie *am* liegen also die

Fig. 45.

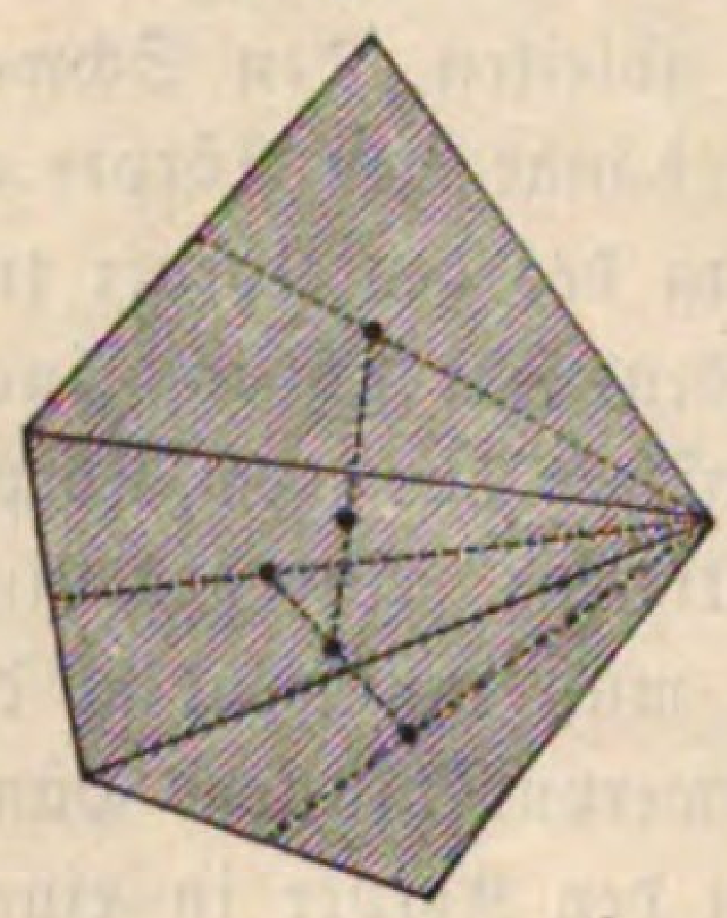


Schwerpunkte aller im Dreieck parallel mit bc gezogenen Linien; am ist also so zu sagen eine Schwerlinie des Dreiecks, und offenbar muß der Schwerpunkt des Dreiecks auf am liegen. Dieselbe Schlußweise zeigt aber auch, daß der Schwerpunkt auf der Linie nb liegen müsse.

Der Punkt g liegt so, daß $gm = \frac{1}{3}am$ und $gn = \frac{1}{3}bn$ ist. Dies zu zeigen, ziehe man die Linie mn, so ist offenbar $mn = \frac{1}{2}ba$. Die Dreiecke gmn und gab sind aber ähnlich, und daraus folgt, daß $gm : ga = mn : ba$, daß also $gm = \frac{1}{2}ag$.

Der Schwerpunkt eines Polygons (Fig. 46) wird gefunden, wenn man es in Dreiecke zerlegt und den Schwerpunkt eines jeden bestimmt. Da nun die in den Schwerpunkten dieser Dreiecke angreifenden Kräfte dem Flächeninhalte der Dreiecke proportional sind, so hat man nur noch nach den bekannten Regeln die Resultirende dieser Kräfte zu suchen.

Fig. 46.



Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide (Fig. 47) wird gefunden, wenn man von den Spitzen g und a Linien nach den Schwerpunkten h und k der gegenüberstehenden Dreiecke zieht. Der Durchschnittspunkt g'' dieser beiden Linien ist der Schwerpunkt. Es ist leicht zu beweisen, daß $g''h = \frac{1}{4}hg$ ist.

Der Schwerpunkt eines Kegels (Fig. 48) von kreisförmiger Basis liegt auf der geraden Linie, welche von der Spitze nach dem Mittelpunkte der Basis gezogen werden kann, und zwar ist seine Entfernung von dem Mittelpunkte der Basis $\frac{1}{4}$ dieser ganzen Höhe.

Fig. 47.

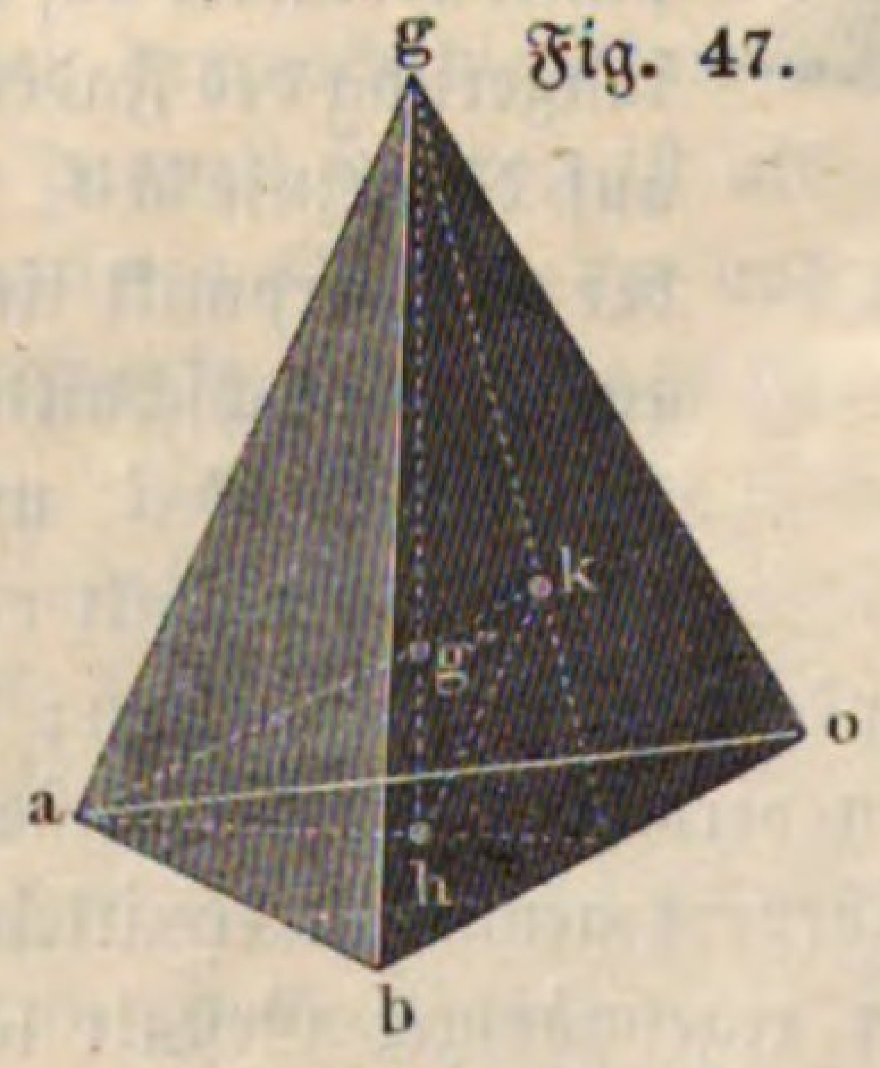
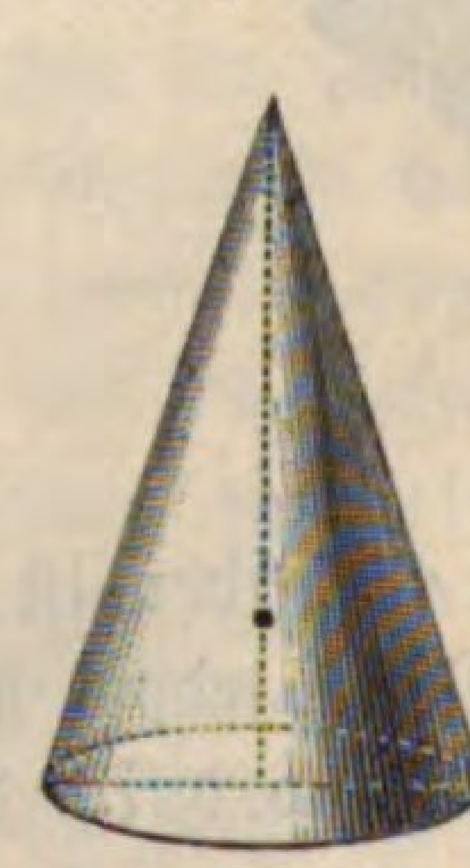


Fig. 48.



Der Schwerpunkt einer regelmäßigen Ecksäule, eines Cylinders, einer Kugel fällt mit dem geometrischen Mittelpunkte zusammen.

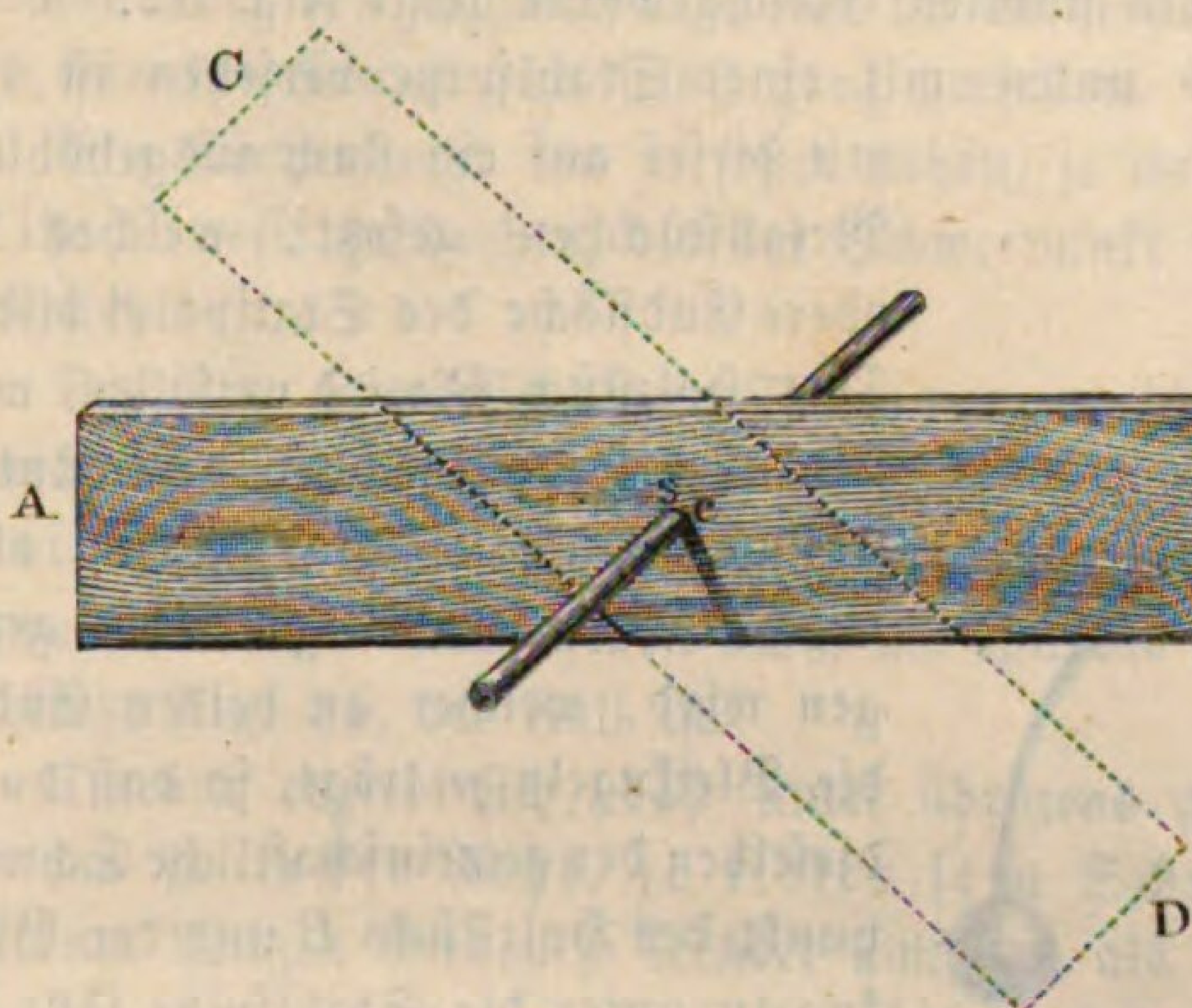
32 **Vom Gleichgewicht schwerer Körper.** Wir haben schon gesehen, daß die einzige Gleichgewichtsbedingung schwerer Körper die ist, daß ihr Schwerpunkt unterstützt sein muß. Diese Bedingung aber kann auf verschiedene Weise erfüllt sein, je nachdem die Körper in festen Punkten aufgehängt sind, oder auf Stützpunkten ruhen.

Betrachten wir zunächst einen Körper, der an einem festen Punkte gleichsam aufgehängt ist, um welchen er sich frei drehen kann, so ist er nur dann

im Gleichgewicht, wenn sein Schwerpunkt *s* mit jenem festen Drehpunkt *c* in einer Verticallinie liegt. Was die gegenseitige Lage dieser Punkte betrifft, so sind folgende drei Fälle möglich:

1) Der feste Punkt *c* (die feste Drehungsaxe) geht durch den Schwerpunkt des Körpers selbst hindurch, wie dies z. B. Fig. 49 darstellt. In diesem Falle liegen *s* und *c* jedenfalls in einer Verticalen, welche Lage man übrigens auch dem Körper giebt; es findet also Gleichgewicht Statt, wie er auch gestellt sein mag, für die Stellung *AB* also ebenso gut wie für die Stellung *CD*.

Fig. 49.



Es ist dies der Fall des **indifferenten Gleichgewichts**.

2) Der Schwerpunkt *s* liegt vertical **unter** dem Drehpunkt *c*, Fig. 50. Dreht man den Körper aus dieser Lage heraus, so daß etwa der Schwerpunkt nach *s'* kommt, so führt die Schwerkraft den Körper wieder in die Gleichgewichtslage zurück, sobald die störende Kraft zu wirken aufhört. Ein solches Gleichgewicht wird ein **festes** oder **stabiles** genannt. Ist endlich

3) Der Schwerpunkt *s* des Körpers vertical **über** dem Drehpunkt, wie Fig. 51, so befindet sich der Körper im Zustand des **labilen** oder **veränder**-

Fig. 50.

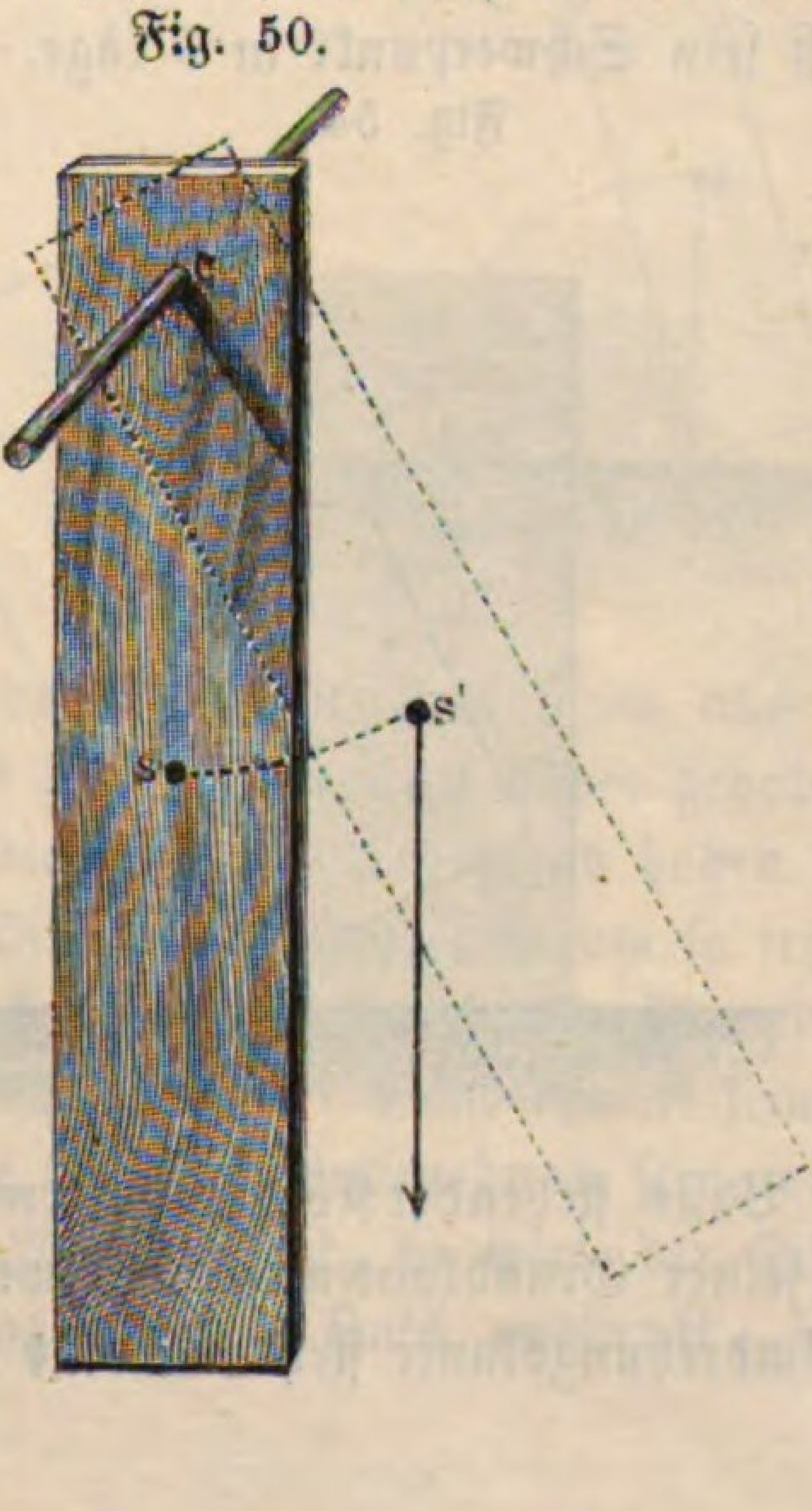
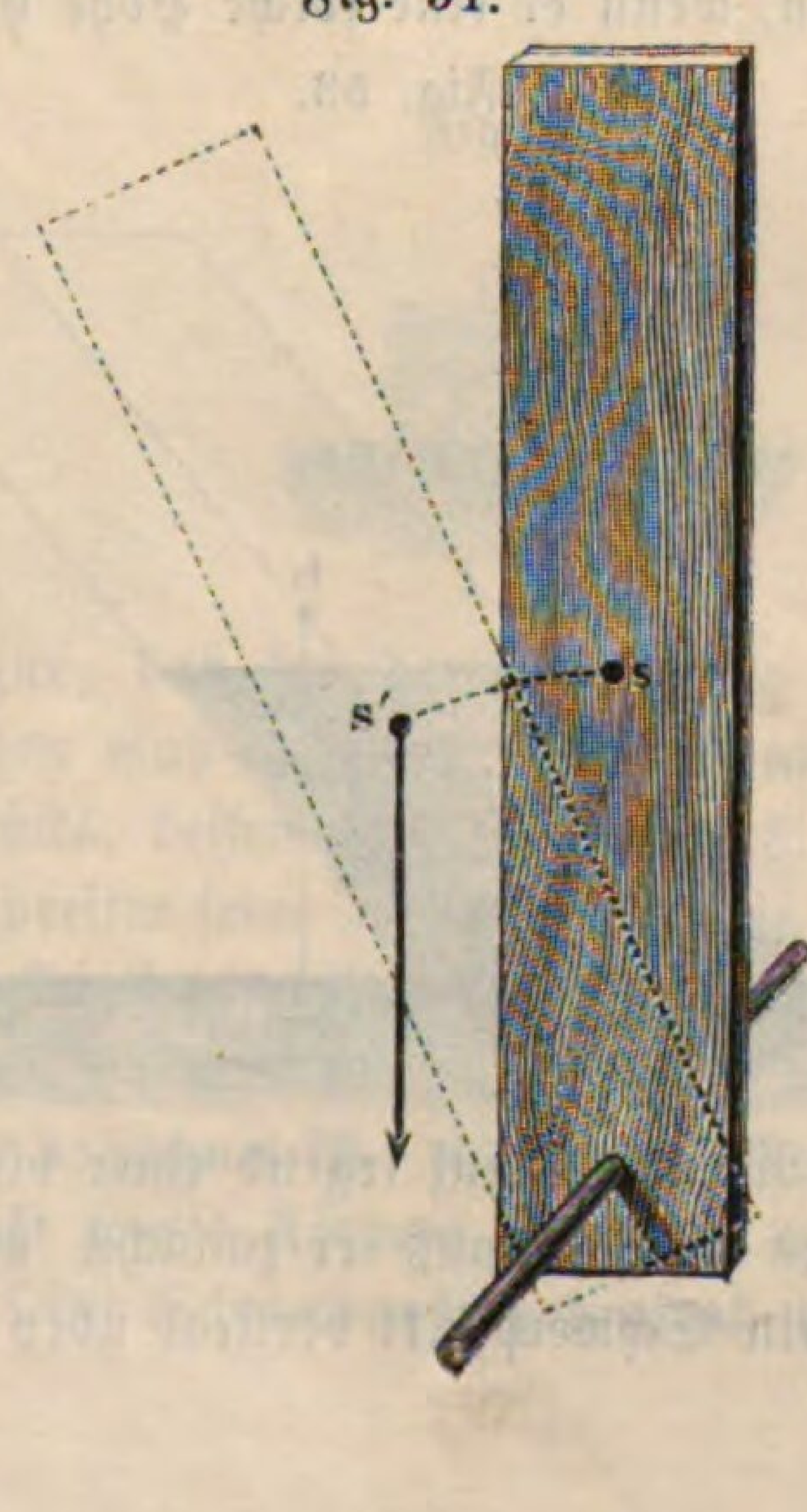


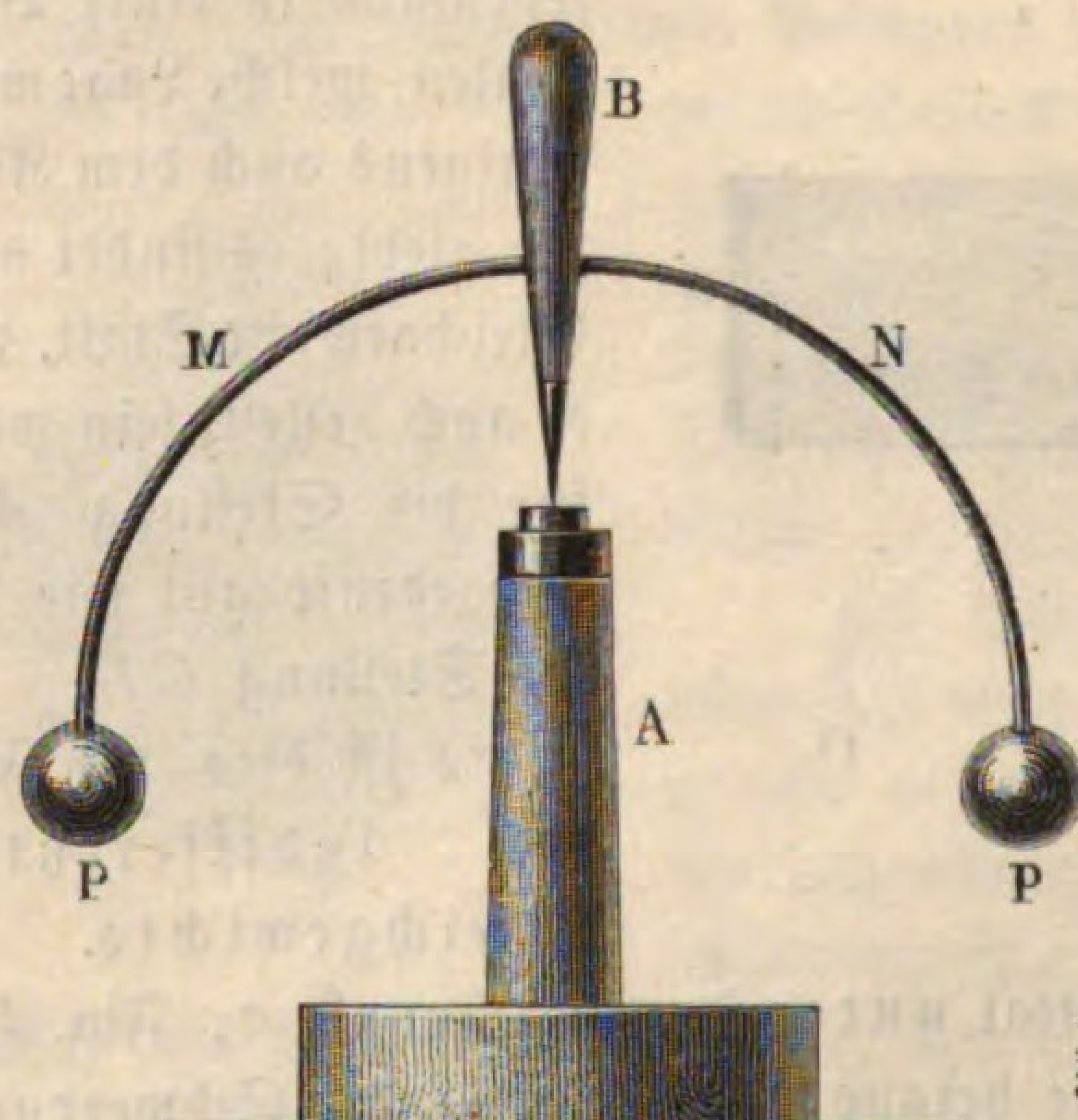
Fig. 51.



lichen Gleichgewichts; denn wenn die geringste störende Kraft den Körper aus dieser Lage herausbringt, so wirkt die im Schwerpunkt *s'* angreifende Schwerkraft des Körpers dahin, ihn noch weiter von seiner Gleichgewichtslage zu entfernen, und er kann nicht eher wieder in die Ruhe kommen, als bis nach einer halben Umdrehung der Schwerpunkt vertical unter dem Drehpunkt angekommen ist.

Einen interessanten Fall des stabilen Gleichgewichts zeigt Fig. 52.

Fig. 52.



Ein Holzstück *B*, welches unten mit einer Stahlspitze versehen ist, sei mit dieser auf ein flach ausgehöhltes Metallstückchen gesetzt, welches die obere Endfläche des Stativs *A* bildet. Das Holzstück *B* wird umfallen, weil sein Schwerpunkt über dem Unterstützungspunkte liegt. Wenn aber durch *B* ein Drahtbogen *MN* gezogen wird, welcher an beiden Enden die Bleikugeln *p* trägt, so daß durch dieselben der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Holzstücks *B* und der Bleikugeln unter die Stahlspitze fällt, so findet nun ein stabiles Gleichgewicht Statt, *B* fällt nicht mehr um; der Körper ist jetzt eigentlich aufgehängt.

Wenn ein Körper mit mehr oder weniger breiter Basis auf dem Boden steht, so muß die durch seinen Schwerpunkt gezogene Verticale noch die Basis selbst treffen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll. Demnach muß der schiefe Cylinder (Fig. 53) im Gleichgewicht sein, wenn er nur die in der Figur schattirte Länge hat; er würde umfallen müssen, wenn er eine solche Höhe hätte, daß sein Schwerpunkt in *b* läge.

Fig. 53.

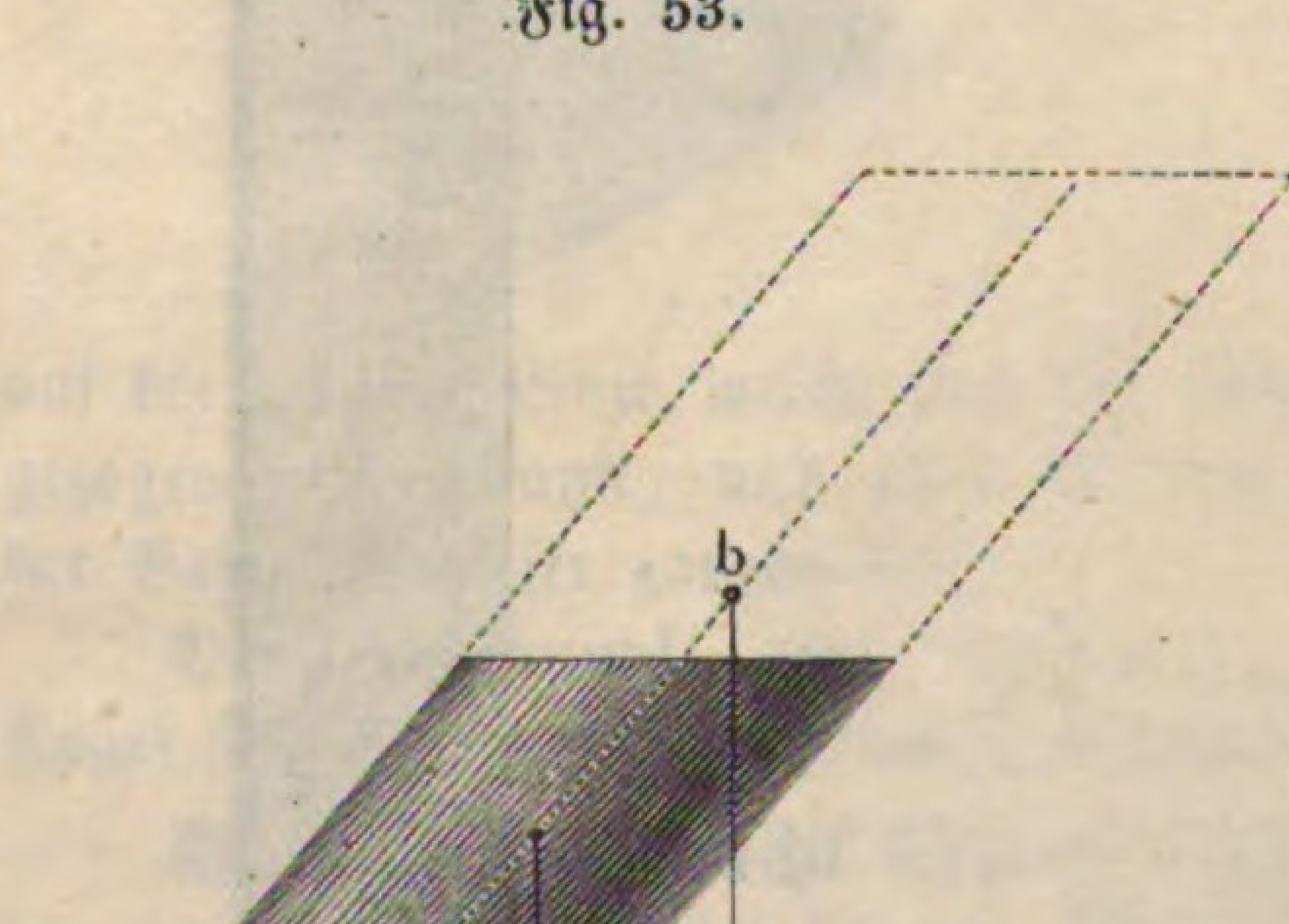
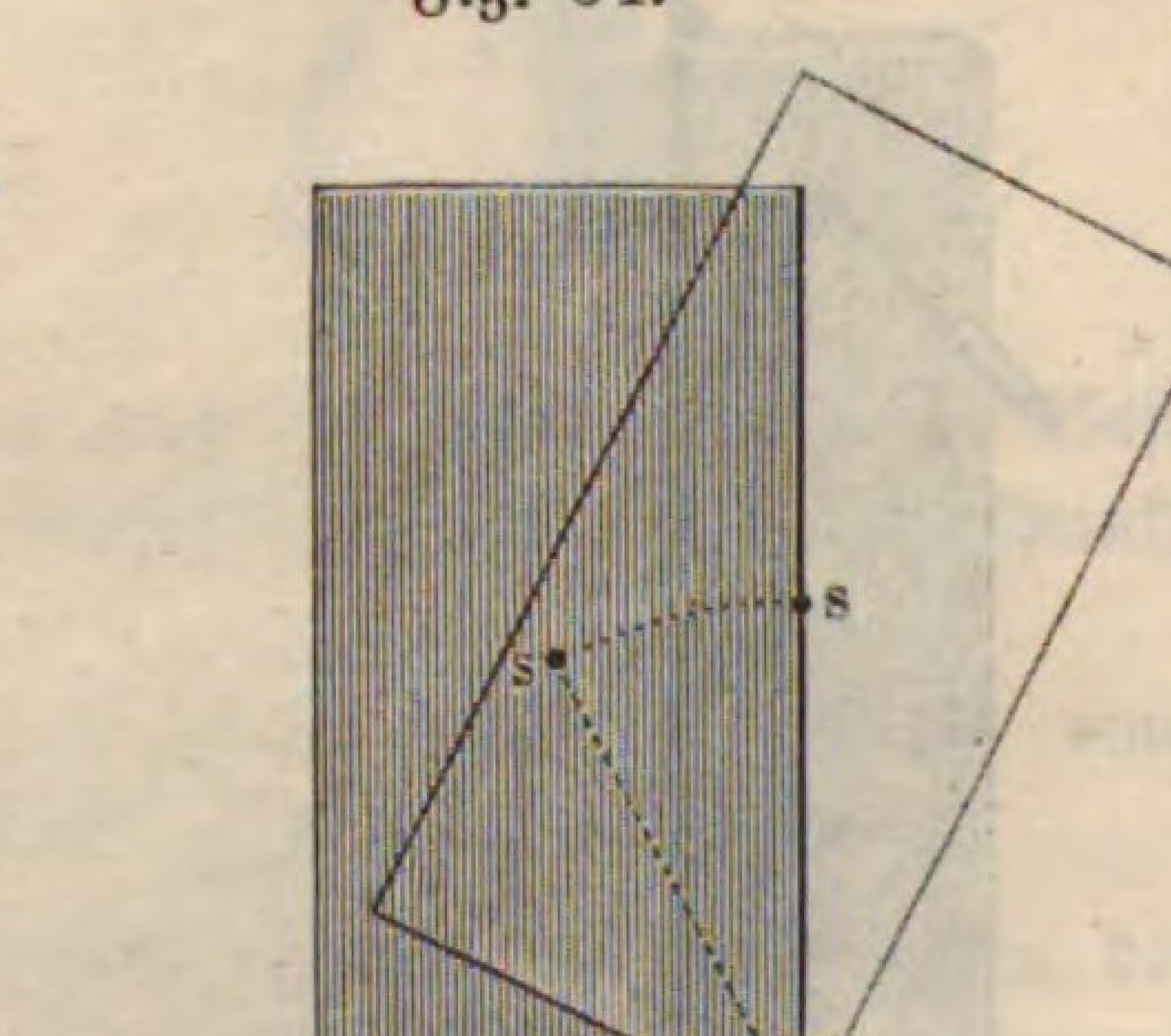


Fig. 54.



Wenn ein auf irgend einer vieleckigen Basis stehender Körper umgeworfen werden soll, so muß er zunächst um eine seiner Grundkanten gedreht werden, bis sein Schwerpunkt vertical über dieser Umdrehungskante steht. Sollte z. B.

der in Fig. 54 dargestellte Kloß umgeworfen werden, und dabei die Kante *a* die Rolle der Umdrehungskante spielen, so hätte man zunächst den Kloß so weit zu drehen, bis der Schwerpunkt *s* in die Lage von *s'* kommt; ließe die Kraft, welche das Umwerfen bewirken soll, eher nach, als der Schwerpunkt in *s'* angekommen ist, so wird der Kloß in seine ursprüngliche Lage zurückfallen müssen; hat man aber den Schwerpunkt nur im Mindesten über *s'* hinausgebracht, so wird nun der Körper von selbst ganz umfallen.

Ein Körper wird um so fester stehen, je mehr Kraft man anwenden muß, um ihn so weit zu drehen, bis der Schwerpunkt vertical über der Umdrehungskante steht.

Die Fig. 55 stelle einen Stein vor, welcher dieselbe Basis und dasselbe Gewicht hat wie der Holzkloß Fig. 54, so wird es viel schwerer sein, den Stein um die Kante *a* umzuwerfen, als den Holzkloß, weil man beim Stein den Schwerpunkt weit mehr heben muß, um ihn bis *s'* zu bringen, als dies beim Holzkloß, Fig. 54, der Fall ist.

Daraus ergiebt sich, daß unter übrigens gleichen Umständen ein Körper um so fester steht, je tiefer sein Schwerpunkt liegt. Ein hochbeladener Wagen wird also leichter umfallen als ein anderer, der mit gleichem Gewicht, aber nicht bis zu derselben Höhe geladen ist. Es ergiebt sich daraus auch die Regel, daß man beim Laden von Wagen die schwereren Gegenstände so weit als möglich in den unteren Theil des Wagens bringen muß.

Ein Körper steht auch um so fester, je breiter unter übrigens gleichen Umständen seine Basis ist. Es stelle z. B. Fig. 55 einen Stein, Fig. 56 aber ein Metallstück von gleichem Gewicht und gleicher

Fig. 55.

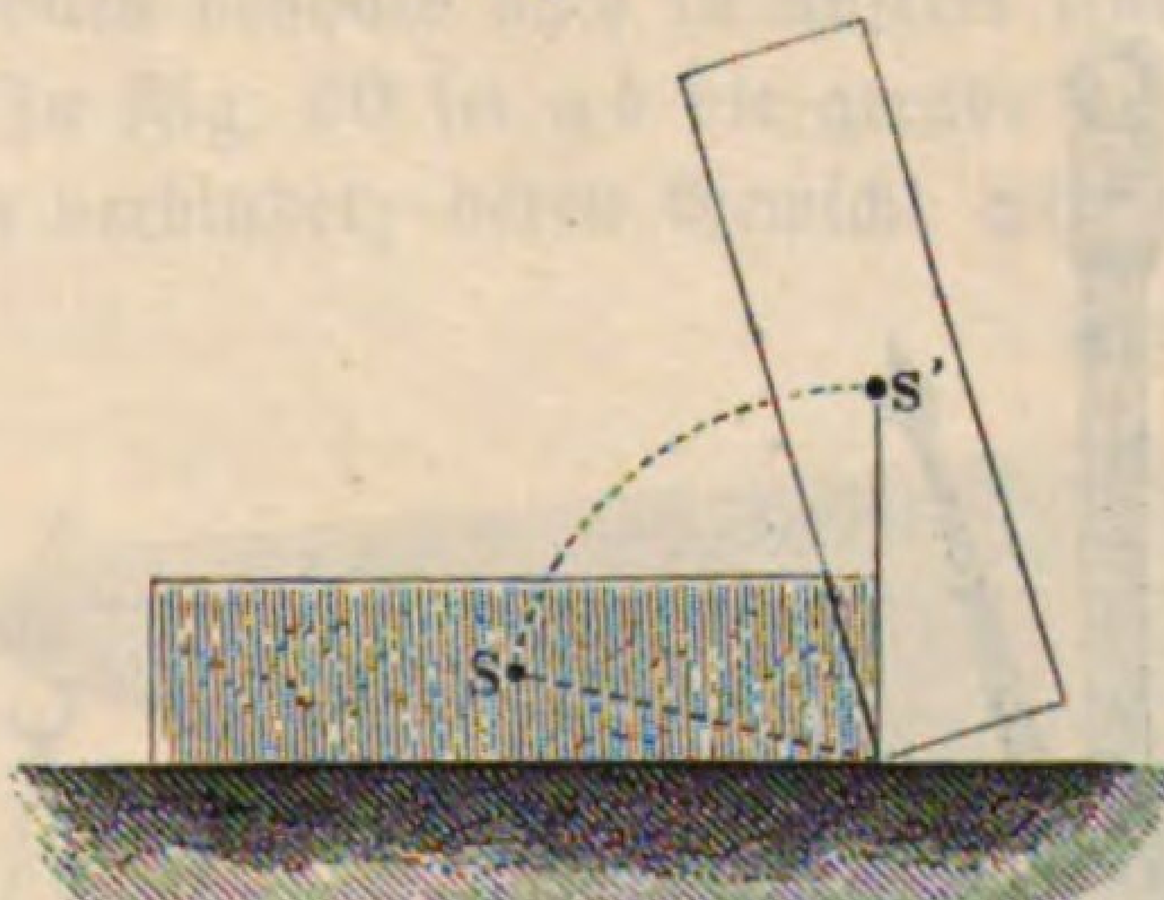
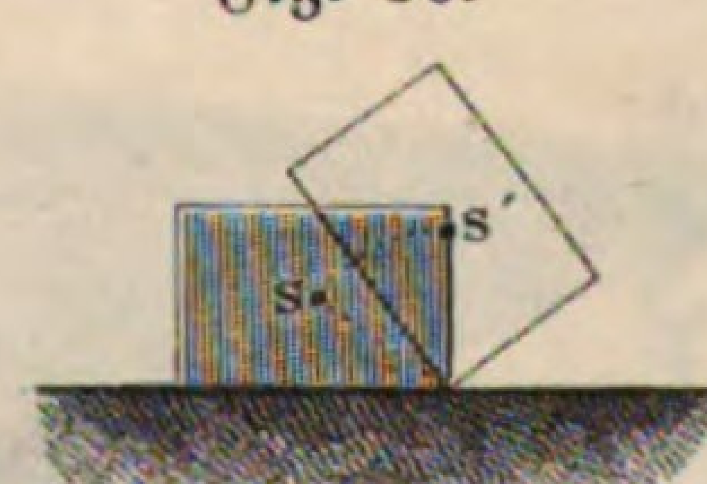


Fig. 56.



Höhe dar, so sieht man schon aus der Figur, daß bei der Umkantung des Steins der Schwerpunkt höher gehoben werden muß, als bei der Umkantung des gleich schweren und gleich hohen Metallstücks, dessen Basis schmäler ist.

Ein Körper steht also um so fester, je breiter seine Basis ist und je weniger hoch sein Schwerpunkt über dieser Basis liegt. Ein vierfüßiges Thier steht fest, wenn der Schwerpunkt seines ganzen Körpers über dem Viereck liegt, welches auf dem Boden durch seine vier Füße bezeichnet ist. Wenn ein Mensch seinen Arm aufhebt, so wird der Schwerpunkt seines Körpers verrückt; wenn ein Vogel seinen Hals ausstreckt, so wird sein Schwerpunkt bedeutend nach

vorn gerückt. Ein Mensch, welcher Lasten trägt, muß, je nach der Art des Tragens, seine Stellung ändern. Trägt er die Last auf dem Rücken (Fig. 57) so muß er sich vorbeugen, trägt er sie in der linken Hand (Fig. 58), so muß

Fig. 57.



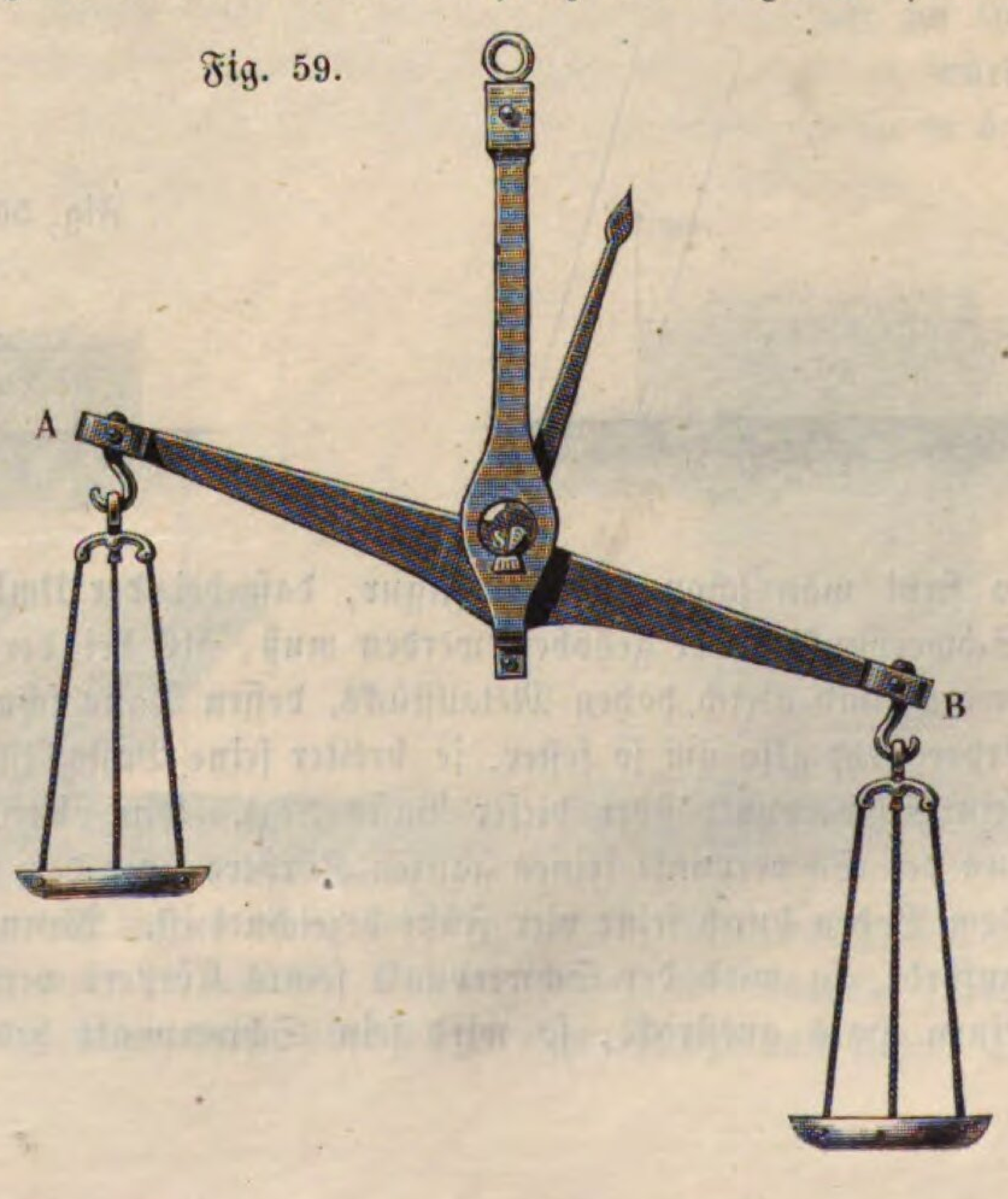
Fig. 58.



er den Oberkörper rechts neigen, denn sonst fiele der gemeinschaftliche Schwerpunkt des menschlichen Körpers und der getragenen Last außerhalb der Verbindungslinie der Füße, er müßte also umfallen.

33 **Die Wage.** Die gewöhnliche Wage (Fig. 59) besteht im Wesentlichen aus einem Stabe, einem Balken *AB* Fig. 59, welcher um eine wagerechte durch die Schneide *s* gebildete feste Axe drehbar ist, die sich in der Mitte seiner Länge befindet und welche auf einer Stahlpfanne ruht. Ohne Belastung an den Enden soll der Wagbalken eine vollkommen horizontale Lage annehmen. Auf beiden

Fig. 59.



Seiten des Wagbalkens hängen Wagschalen, welche zur Aufnahme des zu wägenden Körpers und der Gewichte dienen. Bei gleicher Belastung der Wagschalen muß der Wagbalken seine horizontale Stellung beibehalten; bringt man jedoch in die eine Schale ein Uebergewicht, so muß sich der Wagbalken nach dieser Seite senken, wie es die Figur zeigt.

Wir wollen nun untersuchen, durch welche Einrichtung den eben ausgesprochenen Forderungen Genüge geleistet werden kann. Denken wir uns vorerst die Wagschalen noch weg, und nehmen wir an, die horizontale Axe ginge durch den Schwerpunkt des Wagbalkens, so haben wir den Fall eines indifferenten Gleichgewichts, der Wagbalken wird bei jeder beliebigen Neigung gegen die Horizontale im Gleichgewicht sein. Eine solche Vorrichtung erfüllt also die erste Forderung nicht, daß der Wagbalken für sich, ohne Belastung an den Enden, eine horizontale Lage annehmen muß. Dieser Forderung kann nur dadurch genügt werden, daß der Schwerpunkt des Wagbalkens **unter** seinem Drehpunkte liegt.

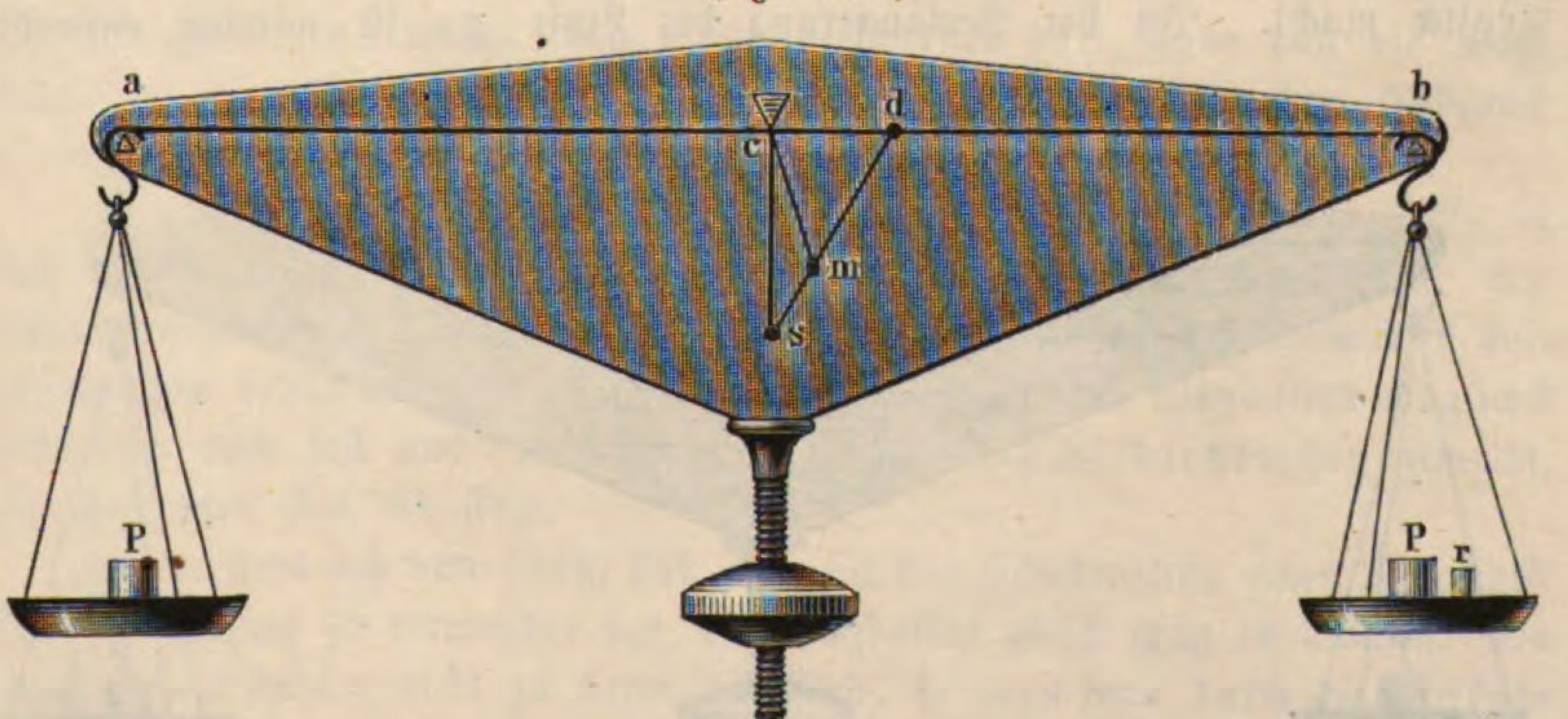
Denken wir uns rechtwinklig auf die Längenaxe des Wagbalkens eine Linie gezogen, welche dieselbe halbirt, so muß diese Linie durch den Drehpunkt des Wagbalkens und durch seinen Schwerpunkt gehen.

Durch das Anhängen der Wagschalen wird in unserer Schlußweise nichts geändert, denn wir können uns ihr Gewicht im Aufhängepunkte vereinigt denken, und dann machen sie einen integrirenden Theil des Wagbalkens aus.

Wenn man die Aufhängepunkte der Wagschalen durch eine gerade Linie verbindet, so kann diese Linie durch den Drehpunkt gehen, oder über oder unter demselben liegen. Der erstere dieser drei Fälle ist sowohl für die Betrachtung der einfachste, als auch für die praktische Ausführung der zweckmäßigste; wir wollen deshalb auch in unserer Untersuchung von diesem Falle ausgehen.

In Fig. 60 sei ab die gerade Linie, welche die Aufhängepunkte der Wagschalen verbindet, deren Gewicht wir uns in den Punkten a und b vereinigt

Fig. 60.



denken; c sei der Aufhängepunkt des Wagbalkens, also der Drehpunkt desselben; s aber der Schwerpunkt des Wagbalkens. Wenn in a und b gleiche

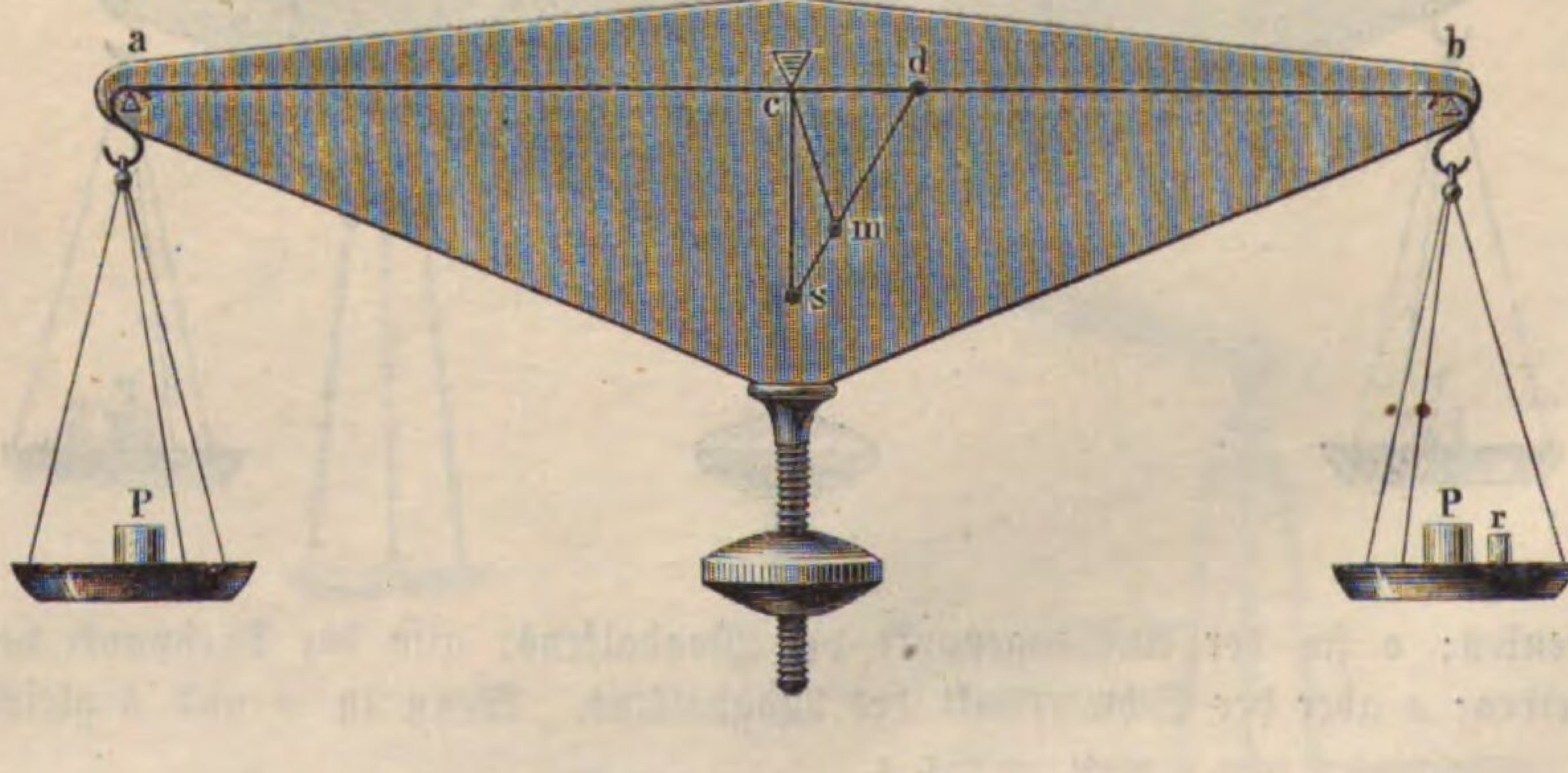
Gewichte P angehängt werden, so bleibt der Wagbalken in horizontaler Lage stehen; denn man kann sich die eine der Lasten direct in a, die andere direct in b wirkend denken, und somit fällt der gemeinschaftliche Schwerpunkt der beiden Lasten P mit dem Punkte c zusammen, und der gemeinschaftliche Schwerpunkt aller an c hängenden Massen, d. h. des Wagbalkens und der Lasten P, fällt demnach in einen Punkt zwischen c und s; dieser gemeinschaftliche Schwerpunkt liegt noch vertical unter dem Aufhängepunkte, das Gleichgewicht ist also nicht gestört.

Bringt man auf der einen Seite ein Uebergewicht r an, so fällt der Schwerpunkt der angehängten Lasten (die wir uns natürlich in den Punkten a und b vereinigt denken müssen) nicht mehr mit c zusammen, sondern er rückt auf der Linie ab nach der Seite des Uebergewichts, etwa nach d hin, der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Wagbalkens und der Lasten fällt demnach auf irgend einen Punkt m der Linie ds; da aber bei horizontaler Stellung des Wagbalkens der gemeinschaftliche Schwerpunkt m nicht mehr vertical unter dem Aufhängepunkte c liegt, so muß sich der ganze Wagbalken um die Axe c so weit drehen, bis diese Bedingung erfüllt ist. Dabei wird sich nothwendig der Arm ca heben, cb aber senken. Der Winkel, welchen der Wagbalken für den Fall des Uebergewichts auf der einen Seite mit der Horizontalen macht, heißt **Ausschlagswinkel**.

Wir wollen nun untersuchen, wie eine Wage eingerichtet sein muß, damit sie recht empfindlich sei, d. h. damit sie bei einem kleinen Uebergewichte schon einen großen Ausschlag gebe.

1) **Der Schwerpunkt des Wagbalkens muß möglichst nahe unter dem mittleren Aufhängepunkte liegen**, denn wenn bei übrigens unveränderten Umständen der Schwerpunkt s des Wagbalkens in die Höhe gerückt wird, so rückt auch der Punkt m vertical nach oben, was offenbar eine Vergrößerung des Ausschlags zur Folge hat. Bei guten Wagen hat man eine Vorrichtung angebracht, welche eine Regulirung der Lage des Schwerpunkts möglich macht. In der Verlängerung der Linie cs ist nämlich entweder

Fig. 61.



unterhalb des Wagbalkens, wie dies Fig. 61 andeutet, oder oberhalb desselben, wie bei der chemischen Wage Fig. 62 (auf folgender Seite) eine feine Schraube angebracht, an welcher ein den Umständen entsprechendes Gewicht auf- und abgeschraubt werden kann, womit offenbar eine Verrückung des Schwerpunkts verbunden ist. Hätte man dies Gewicht so weit verschraubt, daß *s* mit *c* zusammenfiele, so hätte man ohne Belastung und bei gleicher Belastung auf beiden Seiten den Fall des indifferenten Gleichgewichts; brächte man dann auf der einen Seite das Uebergewicht *r* an, so würde der Punkt *m* auf die Linie *ab* fallen, d. h. also schon bei dem geringsten Uebergewichte würde der Ausschlagswinkel ein rechter werden, der Wagbalken würde ganz umschlagen, kurz das Instrument würde aufhören brauchbar zu sein.

2) Die Empfindlichkeit nimmt mit der Länge des Wagbalkens zu. Wenn man, ohne sonst etwas zu verändern, den Wagbalken verlängern könnte, so würde die Entfernung *cd* in demselben Verhältniß größer werden, und der Punkt *m* würde also auch nach einer Richtung, die mit *ab* parallel ist, weiter von der Linie *cs* weggerückt werden, die Linie *cm* würde also einen größeren Winkel mit *cs* machen, der Ausschlagswinkel würde also wachsen. (Es ist leicht einzusehen, daß der Winkel *mcs* selbst dem Ausschlagswinkel gleich ist.)

3) Der Wagbalken muß möglichst leicht sein. In dem Punkte *d* können wir uns das Gewicht der Lasten $2P + r$, in *s* aber das Gewicht des Wagbalkens, welches wir mit *g* bezeichnen wollen, vereinigt denken. Offenbar hängt nun die Lage des gemeinschaftlichen Schwerpunktes *m* von der Größe der an den Enden der Linie *ds* wirkenden Kräfte ab. Wenn das in *s* wirkende Gewicht *g* und das in *d* wirkende $2P + r$ einander gleich wären, so fiele *m* in die Mitte von *ds*, je kleiner aber *g* im Vergleich zu $2P + r$ wird, desto mehr muß *m* nach *d* hinrücken, und desto größer wird dann begreiflicherweise der Ausschlag.

Was nun die beiden letzten Punkte betrifft, so ist man doch an gewisse Gränzen gebunden, welche man nicht überschreiten darf, ohne daß die Wage wegen der zu großen Länge der Wagbalken zu unbequem für den Gebrauch würde, oder wegen ihrer Leichtigkeit die nöthige Haltbarkeit verlöre.

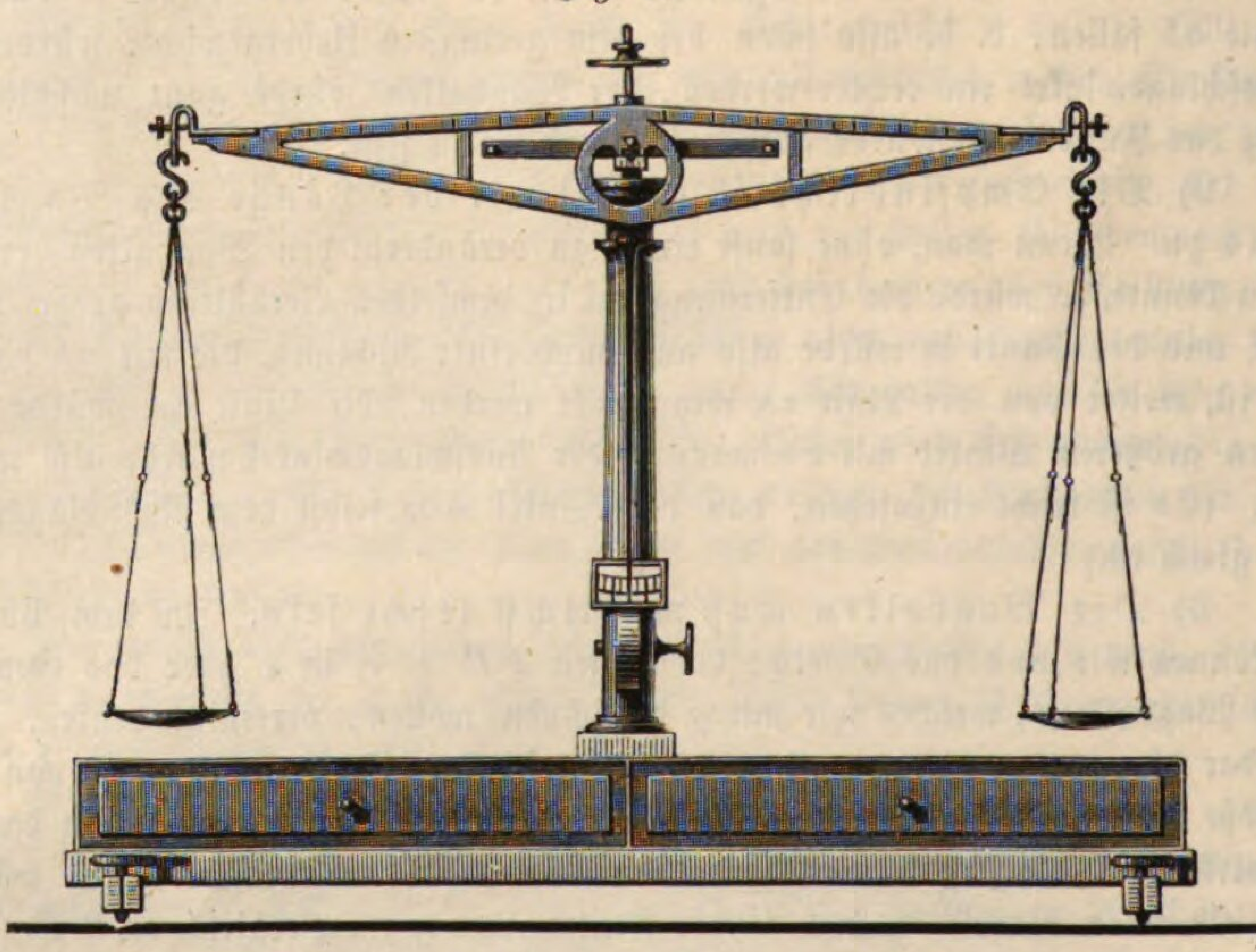
Je nachdem man eine Wage zu verschiedenen Zwecken anwenden will, ist auch der Grad der Genauigkeit, welchen man verlangt, sehr verschieden. Am genauesten müssen die Wagen sein, welche zu physikalischen und chemischen Untersuchungen bestimmt sind. Damit bei diesen Wagen der Wagbalken möglichst leicht und doch fest und unbiegsam sei, wird derselbe durchbrochen gemacht, wie man dies Fig. 62 sieht.

Es versteht sich von selbst, daß man bei der Construction einer Wage alle Sorgfalt darauf zu verwenden hat, die Wagbalken gleich lang zu machen. Da jedoch kleine Fehler nicht zu vermeiden sind, so muß man durch die Methode der Wägung einen etwaigen Fehler zu corrigiren suchen. Die zweckmäßigste Wägungsmethode möchte in dieser Beziehung wohl folgende sein: Man legt den zu wägenden Körper auf die eine Wagschale und bringt ihn durch Sand,

Schrotkörner oder sonstige Gegenstände, die man auf die andere Wagschale legt, ins Gleichgewicht. Ist dies geschehen, so nimmt man den zu wägenden Körper weg und substituirt statt seiner so viel Gewichte, daß das Gleichgewicht dadurch abermals hergestellt wird. Diese neu aufgelegten Gewichte geben genau das Gewicht des Körpers an, die Wagbalken mögen nun gleich lang sein oder nicht.

Ganz besondere Bequemlichkeit beim Wägen gewährt noch folgende von Berzelius angegebene Einrichtung (Fig. 62). Jede Hälfte des Wagbalkens

Fig. 62.



ist nämlich durch verticale Theilstriche in 10 gleiche Theile getheilt. Bei den zu diesen Wagen gehörigen Gewichten befinden sich nun Häkchen von feinem Drahte, welche gerade ein Centigramm wiegen, so daß, wenn man sie auf den ersten, zweiten, dritten u. s. w. Theilstrich, von der Mitte an gerechnet, hängt, sie denselben Ausschlag bewirken, als ob man in die entsprechende Wagschale ein Gewicht von 1, 2, 3 u. s. w. Milligramm aufgelegt hätte.

34 **Die Brückenwage.** Es möchte wohl hier der geeignetste Platz sein, auch die Brückenwage, die zur Wägung größerer Lasten so außerordentlich bequem ist, zu beschreiben.

Fig. 63 stellt die Einrichtung der Brückenwage schematisch dar. Die Last liegt auf einem Brette A, welches bei a auf einer Schneide ruht, bei b aber an einer Stange E befestigt ist, die bei b' an dem einen Arme eines auf der Schneide K ruhenden Hebels angehängt ist.

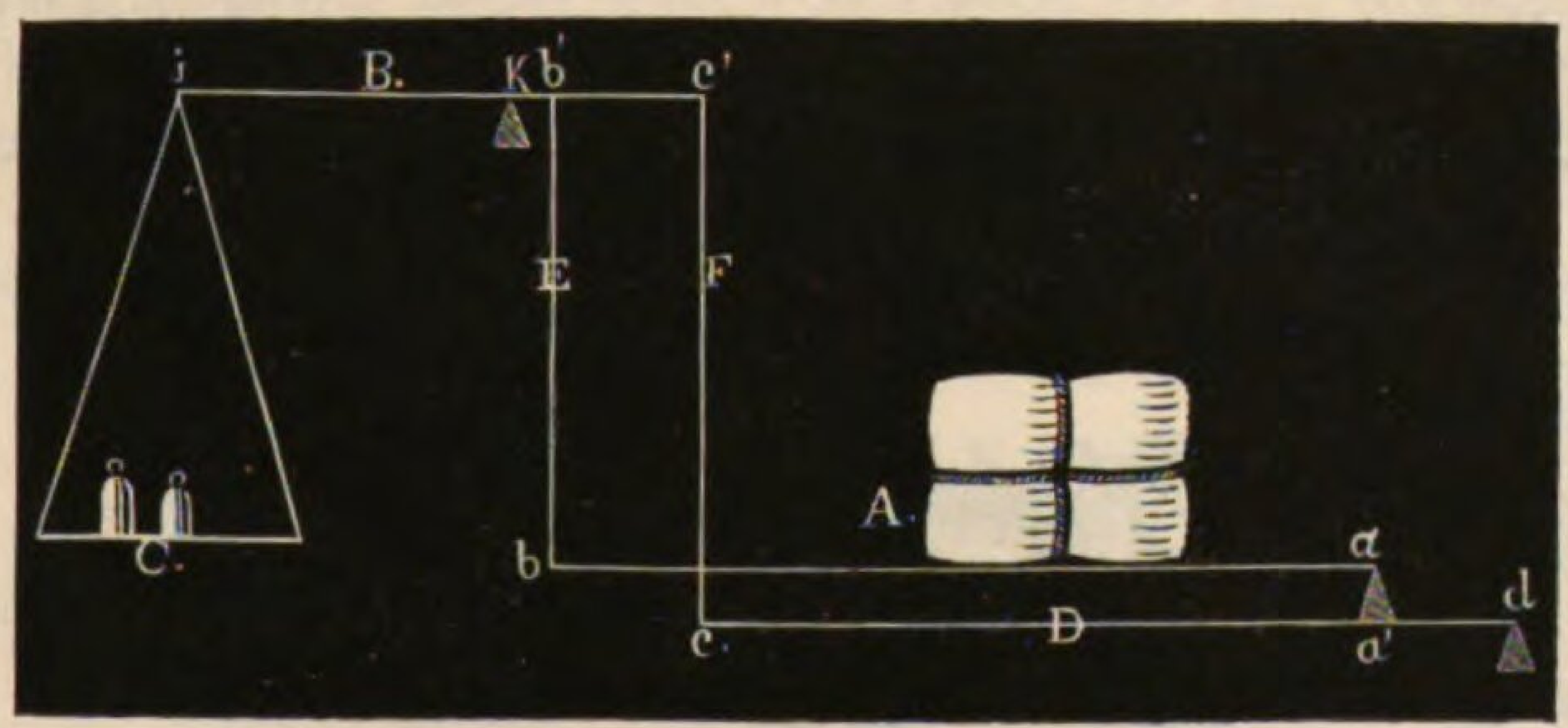
Die Schneide a ruht auf einem Hebel D, dessen Drehpunkt bei d ist und dessen anderes Ende c an einer bei c' angehängten Stange F befestigt ist.

Wenn Kb' sich zu Kc' genau ebenso verhält wie da' zu dc, was bei einer guten Brückenwage durchaus der Fall sein muß, so wirkt die auf

das Brett A gelegte Last gerade ebenso, als ob sie an die Stange E angehängt wäre, welche Stelle des Brettes A die Last auch einnehmen mag.

Es ist dies leicht zu beweisen. Ein Theil des Gewichtes der Last, die

Fig. 63.



wir mit P bezeichnen wollen, drückt auf die Schneide a, ein Theil zieht an der Stange E. Bezeichnen wir mit q den Druck auf die Schneide a, mit p den Zug an der Stange E, so ist $p + q = P$.

Die Last q, welche die Schneide a niederdrückt, wirkt an dem Hebelarm $a'd$; nehmen wir an, es sei $cd = n \,.\, a'd$, so müßte man in c eine Last $\frac{q}{n}$ anbringen, wenn sie an dem Hebel D dieselbe Wirkung hervorbringen sollte, wie die in a' wirkende Kraft q; dadurch also, daß bei a' die Kraft q drückt, wird die Stange F mit einer Kraft niedergezogen, welche gleich $\frac{q}{n}$ ist.

An dem Hebelarm B ziehen also rechts von der Schneide K zwei Kräfte, nämlich bei b' die Last p, bei c' aber die Kraft $\frac{q}{n}$.

Die Kraft $\frac{q}{n}$, welche in c' angreift, wirkt aber gerade so, wie eine $n$mal größere Kraft, welche bei b' hängt, weil $Kc' = n \,.\, Kb'$, also gerade so, als ob bei b' die Last $\frac{q}{n} \,.\, n = q$ hinge; die beiden Kräfte, welche bei b' und c' angreifen, ziehen also den Hebel gerade eben so stark nieder, als ob bei b' die Last $p + q = P$ angehängt wäre.

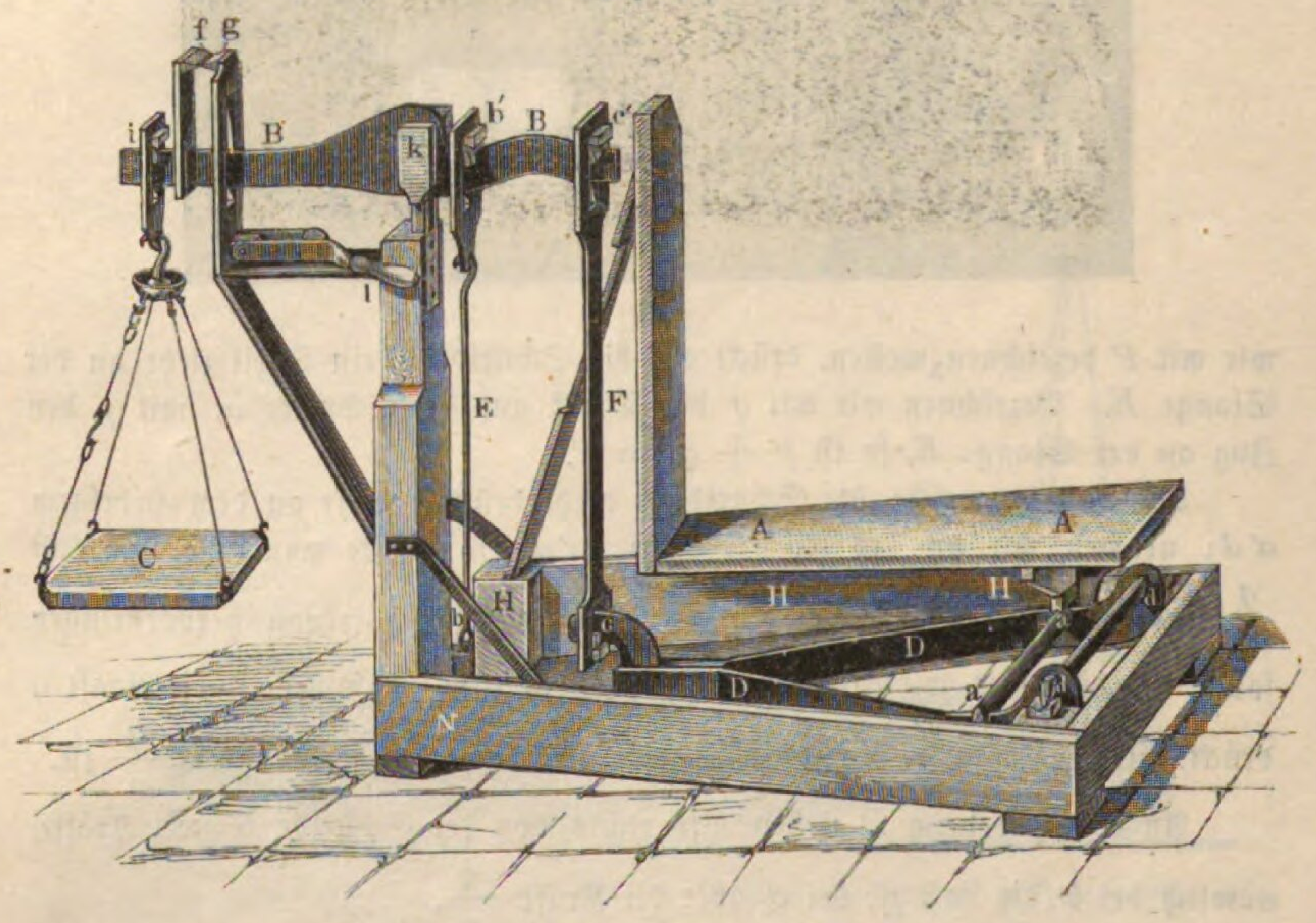
Am linken Ende des Hebelarms B bei i ist die Wagschale angehängt, auf welche die Gewichte gelegt werden. Das Gewicht auf der Wagschale ist ein aliquoter Theil der Last P; das Verhältniß zwischen Last und Gewicht hängt ab von dem Verhältniß des Hebelarms Kb' zu Ki. In der Regel sind die Brückenwagen so construirt, daß $Kb' = {}^1\!/_{10}\, Ki$, daß man also auf der Wagschale ${}^1\!/_{10}$ des Gewichts der Last aufzulegen hat, um das Gleichgewicht herzustellen.

Fig. 64 (a. f. S.) stellt die Ansicht einer Brückenwage und zwar zum Theil im Durchschnitt dar. Die Buchstaben sind dieselben, wie in Fig. 63. Das Brett A, welches zur Aufnahme der Lasten dient, ist auf einem dreiseitigen hölzernen

Rahmen *H* befestigt, von welchem unsere Figur ebenso wie vom Brett *A* nur die hintere Hälfte zeigt. Der Rahmen *H* sitzt hinten auf der Schneide *a* auf und ist vorn bei *b* an die Stange *E* angehängt. Die Schneide *a* ist auf dem gabelförmig gestalteten Hebel *D* befestigt, dessen Drehpunkt hinten durch die Schneide *d* gebildet ist und welcher vorn bei *c* an der Stange *F* hängt.

In unserer Figur ist der Deutlichkeit wegen der Rahmen *H*, auf welchem das Tragbrett *A* befestigt ist, viel zu hoch gezeichnet worden; er ist so niedrig,

Fig. 64.



daß wenn durch Aufschlagen des Hebels *l* die linke Seite des Hebels *B* gehoben wird, die rechte Seite desselben sich so weit senkt, daß die Brücke *A* auf dem Rande des Gestelles *N* aufsitzt, so daß also die Schneiden *c* und *c'* nicht mehr die Last der Brücke zu tragen haben. Der Hebel *l* wird nach jedesmaligem Gebrauche aufgeschlagen, damit die Schneiden geschont werden.

Das Gewicht der Brücke ist so geordnet, daß es, wenn der Hebel *l* niedergelegt ist, den Wagbalken *B* wagerecht stellt, daß also die Schneide *g* genau der Schneide *f* gegenüber zu stehen kommt. Ist die Brücke belastet, so werden so viel Gewichte aufgelegt, daß die Schneiden einander wieder gegenüberstehen.

Zweites Capitel.

Gleichgewicht der Theile fester Körper unter einander.

Elasticität. So lange ein Körper seinen inneren Zustand nicht ändert, so lange die einzelnen Theilchen nicht allein in unveränderter Entfernung, sondern auch in unveränderter gegenseitiger Lage bleiben, müssen sich offenbar die zwischen einzelnen Theilchen wirkenden Molecularkräfte das Gleichgewicht halten. Bei den festen Körpern nun ist das zwischen den einzelnen Theilchen bestehende Gleichgewicht ein stabiles; denn es ist ja eine größere oder geringere Kraft nöthig, um diesen Gleichgewichtszustand zu stören. 35

Wie wir gesehen haben, ist bei den festen Körpern die Cohäsionskraft überwiegend, sie hält die Theilchen zusammen und wirkt sowohl ihrer Verschiebung, als auch ihrer Trennung entgegen.

Wenn die Theilchen eines festen Körpers durch eine äußere Kraft wirklich ein wenig aus ihrer gegenseitigen Lage verrückt worden sind, so ist deshalb der frühere Gleichgewichtszustand noch nicht völlig vernichtet; denn die Theilchen können in ihre frühere Lage zurückkehren, wenn die störende Kraft zu wirken aufhört. Diese Eigenschaft der Körper, vermöge deren die Theilchen in ihre frühere Gleichgewichtslage zurückkehren, wenn die durch äußere Kraft veranlaßte Verschiebung gewisse Gränzen nicht überschritten hat, nennt man Elasticität. Die Elasticität der festen Körper beweist, daß sich die Theilchen in einem stabilen Gleichgewichtszustande befinden; denn nur für den Fall des stabilen Gleichgewichts kehrt der Körper in seine Ruhelage zurück, wenn die Kräfte, welche ihn daraus entfernten, zu wirken aufhören.

Nicht alle Körper sind gleich elastisch; es giebt Körper, deren Theilchen selbst nach bedeutender Verschiebung doch wieder vollkommen in ihre frühere Lage zurückkehren, und solche Körper, wie z. B. Federharz (Gummi elasticum), Stahl, Elfenbein u. s. w., werden vorzugsweise elastisch genannt, andere hingegen, wie Blei, Glas u. s. w., sind nur in geringem Grade elastisch, sie können keine große Verschiebung der Theilchen ertragen, ohne daß der frühere Gleichgewichtszustand aufgehoben wird.

Wenn überhaupt eine große Kraft nöthig ist, um eine Verschiebung der Theilchen eines Körpers hervorzubringen, so nennt man ihn hart. Ein Körper kann hart und elastisch sein, wie dies beim Elfenbein, beim Stahl u. s. w. der Fall ist; das Glas dagegen ist hart und wenig elastisch.

Ein Körper, dessen Theilchen schon durch eine geringe Kraft verschoben werden können, wird **weich** genannt. Auch diese weichen Körper können entweder elastisch sein, wie z. B. Federharz, oder nur einen sehr geringen Grad von Elasticität besitzen, wie dies z. B. beim feuchten Thon der Fall ist. Der Aggregatzustand solcher weichen, mehr oder weniger breiartigen Körper kann gewissermaßen als ein Mittelzustand zwischen dem vollkommen festen und dem vollkommen flüssigen betrachtet werden.

Wenn die Theilchen eines Körpers über die Elasticitätsgränze hinaus verschoben werden, so hört entweder der Zusammenhang ganz auf, sie zerbrechen (Glasthränen), oder die Theilchen ordnen sich zu einem neuen stabilen Gleichgewichtszustande. Im ersteren Falle nennt man die Körper **spröde**, im letzteren **dehnbar**. Die äußere Gestalt spröder Körper läßt sich durch Druck, durch Stoß u. s. w. nicht bleibend ändern; wenn durch äußere Ursachen ihre Theilchen über eine gewisse Gränze verschoben werden, so erfolgt eine vollständige Trennung; die Gestalt dehnbarer Körper hingegen läßt sich durch solche mechanische Mittel bleibend verändern, wie dies z. B. das Prägen der Münzen beweist.

Die Verschiebung der Theilchen kann entweder durch Spannung, durch Zusammendrückung oder durch Drehung hervorgebracht werden.

Daß Drähte und Stäbe von Metall, welche durch irgend eine Kraft gespannt und durch diese Spannung verlängert werden, innerhalb gewisser Gränzen vollkommen elastisch sind, und daß ihre Verlängerung den ziehenden Kräften proportional ist, läßt sich durch verschiedene Methoden nachweisen. Wenn es sich um ziemlich biegsame Drähte handelt, so kann man den horizontal ausgespannten Draht an seinen beiden Enden in ein passendes gehörig festes Gestell einklemmen und dann beobachten, wie tief die Mitte desselben niedergezogen wird, wenn man hier verschiedene Gewichte anhängt.

Stärkere Drähte oder Stäbe werden, vertical von ihrem oberen gehörig eingeklemmten Ende herabhängend, an ihrem unteren Ende mit verschiedenen Gewichten belastet, und die jeder Gewichtsvermehrung entsprechende Verlängerung mit möglichster Genauigkeit gemessen.

Die folgende Tabelle giebt in der zweiten Columne die **Elasticitätsgränze** der in der ersten Verticalreihe genannten Körper oder vielmehr sie giebt an, um den wievielten Theil ihrer ursprünglichen Länge man sie verlängern kann, bis sie ihre Elasticitätsgränze erreicht haben.

Namen der Körper.	Ausdehnung bei der Elasticitätsgränze.	Elasticitätsmodulus.
Buchen-, Eichen- und Tannenholz	1/600	1800000
Eisen in Drähten	1/1250	26000000
Eisen in Stäben	1/1520	20000000
Gußeisen	1/1200	17000000
Stahl	1/835	30000000
Gehärteter Gußstahl	1/4500	44000000
Messingdraht	1/742	145000000
Bleidraht	1/1500	1000000
Vulcanisirtes Kautschuk		144

Die dritte Verticalreihe dieser Tabelle enthält den Elasticitätsmodulus, d. h. die Zahl, welche ausdrückt, wie viel Pfund man an den Körper (bei 1 Quadratzoll Querschnitt) anhängen müßte, um den Körper bis zur doppelten Länge auszuziehen, vorausgesetzt, daß der Körper sich auch über die Elasticitätsgränze hinaus eben so verhielt, wie innerhalb derselben. Da die Elasticitätsgränze bei den meisten Körpern schon bei einer sehr geringen Verlängerung erreicht wird, so kann dieser Elasticitätsmodulus durchaus nicht durch eine directe Beobachtung ermittelt, er muß vielmehr aus den innerhalb der Elasticitätsgränze gemachten Versuchen berechnet werden.

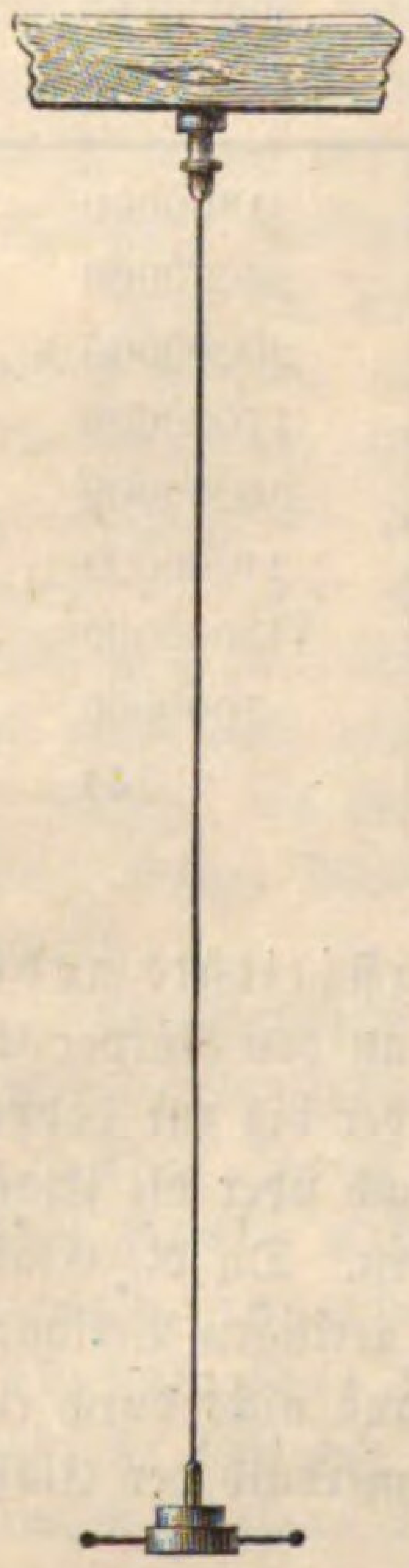
Nur beim vulcanisirten Kautschuk ist der in der Tabelle angeführte Elasticitätsmodulus wirklich durch Ausziehen bis zur doppelten Länge ermittelt worden.

Es ist natürlich anzunehmen, daß das Volumen eines Körpers durch Ziehen eben so vergrößert, wie durch Compression verkleinert wird. Dies hat Cagniard La Tour in der That beobachtet, indem er einen Kupferdraht auszog, welcher auf eine passende Weise der Länge nach in einer mit Wasser gefüllten Röhre befestigt war. Poisson hat bewiesen, daß, wenn die Länge durch Ziehen im Verhältniß von 1 zu $1 + a$ zunimmt, der Durchmesser im Verhältniß von 1 zu $1 - \frac{a}{4}$ kleiner wird.

Um die Gesetze der Torsionselasticität nachzuweisen, hängt man an einem passenden Stativ den Draht auf, wie Fig. 65 (a. f. S.) andeutet. Wenn der Draht durch ein Gewicht gespannt ist, und man nun dies Gewicht in horizontaler Ebene um seine verticale Axe umdreht, so wird dadurch der Draht gewunden; läßt man dann das Gewicht wieder los, so wird durch das Bestreben der Theilchen, ihre ursprüngliche gegenseitige Lage wieder einzunehmen, das Gewicht wieder zurückgedreht; in der ursprünglichen

Gleichgewichtslage angekommen, bleibt aber doch das Gewicht nicht gleich in dieser Lage stehen, sondern es geht nun in Folge der Trägheit über dieselbe nach der anderen Seite hinaus, und so entsteht eine Reihe von Schwingungen, die immer kleiner werden, bis dann endlich das Gewicht in seiner ursprünglichen Lage wieder zur Ruhe kommt.

Fig. 65.



Wenn man das am unteren Ende des Drahtes befestigte Gewicht um 5, 10, 20° u. s. w. aus seiner Gleichgewichtslage dreht, so wird die Schwingungsdauer doch stets dieselbe bleiben, und daraus folgt, wie wir später bei den Pendelgesetzen sehen werden, daß die Kraft, mit welcher der gedrehte Draht wieder in seine Gleichgewichtslage zurückzukehren strebt, der Größe der Drehung proportional ist, vorausgesetzt, daß diese Drehung gewisse Gränzen nicht überschreite, welche von den Dimensionen des Drahtes, der Belastung u. s. w. abhängen.

Bei stärkerer Belastung sind die Schwingungen schneller, bei stärkerer Belastung wächst also die Kraft, mit welcher der Draht der Torsion widersteht und mit welcher er in die Gleichgewichtslage zurückzukehren strebt.

Die Gesetze der Torsionselasticität hat besonders Coulomb ermittelt, und eine für die Physik sehr wichtige Anwendung derselben in der Drehwage gemacht, welche wir später kennen lernen werden.

36 **Festigkeit.** Die Kraft, mit welcher ein Körper der Trennung seiner Theilchen widersteht, nennt man seine Festigkeit.

Der zwischen den einzelnen Theilchen eines festen Körpers stattfindende Zusammenhang läßt sich durch Zerreißen, durch Zerbrechen, durch Zerwinden (Abdrehen) oder durch Zerdrücken aufheben.

Absolute Festigkeit nennt man die Kraft, mit welcher ein Körper dem Zerreißen widersteht, wenn er der Länge nach angespannt wird. Dieser Widerstand hängt aber offenbar von dem Querschnitte des zu zerreißenden Körpers ab, und zwar ist er diesem Querschnitte proportional, denn es muß ja der Zusammenhang von zwei-, drei-, viermal so viel Theilchen aufgehoben werden, wenn der Querschnitt eines Körpes zwei-, drei-, viermal so groß gemacht wird. Um nun die absolute Festigkeit verschiedener Materialien leicht mit einander vergleichen zu können, muß man irgend eine Einheit für diesen Querschnitt annehmen und dann ermitteln, wie groß die Kraft ist, welche erfordert wird, um einen Körper, dessen Querschnitt dieser Einheit gleich ist, zu zerreißen. Wenn der Querschnitt des dem Versuche unterworfenen Körpers auch größer oder kleiner ist als der zur Einheit angenommene Querschnitt, so läßt sich doch die Festigkeit auf diesen reduciren.

Schon Muschenbroek hat zahlreiche Versuche über die absolute Festigkeit verschiedener Körper angestellt. Die folgende Tabelle giebt für verschiedene Körper das nach seinen Versuchen berechnete Gewicht an, welches nöthig ist, um einen Stab zu zerreißen, und zwar in der ersten verticalen Zahlenreihe, wenn sein Querschnitt 1 Quadratlinie, in der zweiten, wenn sein Querschnitt 1 Quadratcentimeter beträgt.

Lindenholz	87	Pfund	918	Kilogr.
Kiefernholz (Pinus silvestris) . . .	97	»	1021	»
Weißtanne (Pinus abies) . .	57 bis 88	»	600 bis 929	»
Eichenholz	110 bis 140	»	1150 bis 1466	»
Buchenholz	136 bis 148	»	1349 bis 1586	»
Ebenholz	89	»	934	»
Kupferdraht	266	»	2782	»
Messingdraht	340	»	3550	»
Golddraht	442	»	4645	»
Bleidraht	26	»	272	»
Zinndraht	43	»	457	»
Silberdraht	326	»	3411	»
Eisendraht	398	»	4182	»
Glas, weißes	14 bis 22	»	142 bis 233	»
Hanfseile	34 bis 60	»	350 bis 620	»

Die große Verschiedenheit in der Festigkeit der Hanfseile rührt von der ungleichen Beschaffenheit der Materiale her, aus denen sie verfertigt sind. Dünne Seile sind verhältnißmäßig stärker als dicke, weil sie aus besserem Hanf gemacht sind. Durch starkes Drehen der einzelnen Fäden wird die Tragkraft der Seile bedeutend vermindert. Nasse Seile haben eine geringere Festigkeit als trockene.

Bei praktischen Anwendungen wird man der Sicherheit wegen wohl thun, bei Metallen nur $\frac{1}{2}$, bei Hölzern nur $\frac{1}{3}$ der durch die Versuche ermittelten absoluten Festigkeit in Rechnung zu bringen.

Die Kraft, welche ein Körper dem Zerbrechen entgegensetzt, nennt man seine relative, diejenige, welche er dem Zerdrücken entgegensetzt, die rückwirkende Festigkeit. Die relative Festigkeit sowohl wie die rückwirkende steht in einem innigen Verhältniß zur absoluten, was sich auch in mathematischer Form ausdrücken läßt; doch ist hier nicht der Ort, weiter darauf einzugehen.

Adhäsion. Dieselbe Kraft, welche die Theilchen eines festen Körpers 37
zusammenhält, wirkt auch, um die Theilchen zweier vorher getrennten Körper zusammenzuhalten, wenn man nur im Stande ist, sie in eine hinreichend innige Berührung zu bringen. So verbinden sich Spiegelplatten, welche nach der Politur dicht an einander gelegt worden sind, oft so innig mit einander, daß sie nicht mehr von einander getrennt werden können, ohne die Platten zu

zerbrechen. Ebenso haften zwei Bleiplatten, die man zusammendrückt, fast so fest auf einander, als ob sie nur eine einzige Bleimasse ausmachten, vorausgesetzt, daß die Flächen, in welchen sich die beiden Bleistücke berühren, vollkommen eben und metallisch sind.

Dieses Aneinanderhaften zweier Körper wird mit dem Namen der Adhäsion bezeichnet.

Die Adhäsion zeigt sich nicht allein zwischen gleichartigen, sondern auch zwischen verschiedenartigen Körpern. Eine Bleiplatte mit einer Zinnplatte oder eine Kupferplatte mit einer Silberplatte durch Glättwalzen gezogen, giebt ein fast untrennbares Ganzes.

Besonders stark zeigt sich die Adhäsion verschiedenartiger Körper, wenn ein flüssiger Körper mit einem festen Körper in Berührung gebracht und dann durch Erkalten oder durch Verdunstung des Lösungsmittels fest wird; hierauf beruht das Zusammenkleben, das Leimen und Kitten. Kittet man vermittelst Siegellack zwei Glasstücke zusammen, so kommt es oft vor, daß sich beim Auseinanderreißen nicht das Glas vom Siegellack trennt, sondern daß Stücke aus dem Glase herausgerissen werden. Wenn man eine Glasplatte mit Leim bestreicht, so haftet dieser oft so fest am Glase, daß Stücke aus demselben (dem Glase) herausgerissen werden, wenn sich der Leim beim Austrocknen zusammenzieht.

Wenn zwei Körper mit ebenen Flächen auf einander liegen, und man den einen über den anderen hinausschieben will, so setzt die Adhäsion dieser Bewegung ein Hinderniß entgegen; die Adhäsion hat also einigen Antheil am Reibungswiderstande, der überall da überwunden werden muß, wo zwei Körper über einander hingleiten oder wo sich ein Körper über einen anderen hinwälzt. Von der Reibung wird noch weiter unten die Rede sein.

38 **Krystallisation.** Wenn ein Körper aus dem flüssigen oder gasförmigen Zustande in den festen übergeht, so ist es die nun das Uebergewicht erlangende Cohäsionskraft, welche die bis dahin beweglichen Theilchen in einer bestimmten gegenseitigen Lage fixirt. In der ganzen Natur zeigt sich aber bei diesem Uebergange in den festen Zustand ein Bestreben, eine regelmäßige Anordnung der Theilchen hervorzubringen. In der unorganischen Natur bewirkt dieses Bestreben die Krystallisation.

Krystalle nennt man solche feste Körper, welche sich in regelmäßigen, durch ebene Flächen begränzten Gestalten gebildet haben. In der Natur findet man eine Menge solcher Krystalle; Quarz (Bergkrystall), Kalkspath, Schwerspath, Topas, Granat u. s. w. werden oft sehr schön krystallisirt gefunden.

Wenn ein Körper aus dem flüssigen Zustande in den festen übergeht, so bilden sich fast immer Krystalle. Der Uebergang aus dem flüssigen in den festen Zustand findet entweder durch Erkaltung eines geschmolzenen Körpers, oder durch Ausscheidung aus einer Auflösung Statt.

Wenn man geschmolzenes Wismuth in eine etwas erwärmte Schale gießt, so bildet sich nach einiger Zeit auf der Oberfläche eine feste Kruste. Wenn man nun diese Kruste durchsticht und das noch flüssige Metall abgießt, so erhält man mehrere Linien große würfelförmige Krystalle, die das Innere der Höhlung ausfüllen, welche durch die zuerst erkaltete feste Kruste eingeschlossen wird.

Auf ähnliche Weise kann man auch Krystalle aus einer geschmolzenen Schwefelmasse erhalten.

Wenn man mit Aufmerksamkeit ein gefrierendes Wasser beobachtet, so sieht man, wie feine Eisnadeln sich bilden, wie sie von einem Augenblicke zum anderen sich ausbreiten und verzweigen. Freilich sieht man hierbei selten so regelmäßige krystallinische Gestalten, wie man sie beim Schnee beobachtet, doch sieht man deutlich, daß die Eisbildung eine Krystallbildung ist.

Viele Körper lösen sich in Flüssigkeiten, namentlich in Wasser, auf, und zwar läßt sich in einer bestimmten Menge Wasser nur eine bestimmte Menge irgend eines Stoffes auflösen; doch löst sich in warmem Wasser meistens mehr auf, als in kaltem. Wenn nun eine Auflösung bei hoher Temperatur gesättigt ist, wenn man z. B. in einer bestimmten Menge warmen Wassers so viel Alaun aufgelöst hat als möglich, so kann diese Salzmasse nicht mehr ganz aufgelöst bleiben, wenn die Lösung erkaltet, ein Theil des Salzes wird sich wieder ausscheiden, und zwar schießt es in regelmäßigen Krystallen an. — Auch dann bilden sich Krystalle, wenn das Wasser einer gesättigten Lösung allmälig verdunstet.

Nicht allein aus wässerigen Lösungen scheiden sich Krystalle aus; der Schwefel z. B. löst sich in Schwefelkohlenstoff, in Chlorschwefel, in Terpentinöl auf, und aus diesen Lösungen kann man schöne durchsichtige Krystalle von Schwefel erhalten.

Die Krystalle werden um so größer und regelmäßiger, je langsamer die Erkaltung oder die Verdunstung vor sich geht. Bei schneller Krystallisation bilden sich kleine Krystalle, die sich zu unregelmäßigen Gruppen zusammenhäufen, an denen man oft kaum ein krystallinisches Gefüge erkennen kann.

Jedem Stoffe kommt eine eigenthümliche Krystallform zu; so ist z. B. die Krystallform des Bergkrystalls eine andere als die des Alauns, und diese wieder eine andere als die des Kupfervitriols.

Die Untersuchung der Symmetriegesetze, welche zwischen den einzelnen Krystallflächen stattfinden, sowie die Beschreibung der Krystallformen überhaupt, ist ein Gegenstand, mit welchem sich die Krystallographie zu beschäftigen hat; da jedoch die äußere Gestalt der Krystalle in einem innigen Zusammenhange mit den physikalischen Eigenschaften der Körper steht, so müssen wir hier wenigstens die Grundzüge dieser Symmetriegesetze betrachten.

Wenn man zwei Krystalle desselben Stoffes untersucht, so findet man freilich keine absolute Gleichheit oder Aehnlichkeit der Gestalten im geometrischen Sinne. So haben z. B. Quarzkrystalle häufig die vollkommen regelmäßige

Gestalt, Fig. 66, sehr oft kommen sie aber auch in der Form Fig. 67 vor,

Fig. 66.

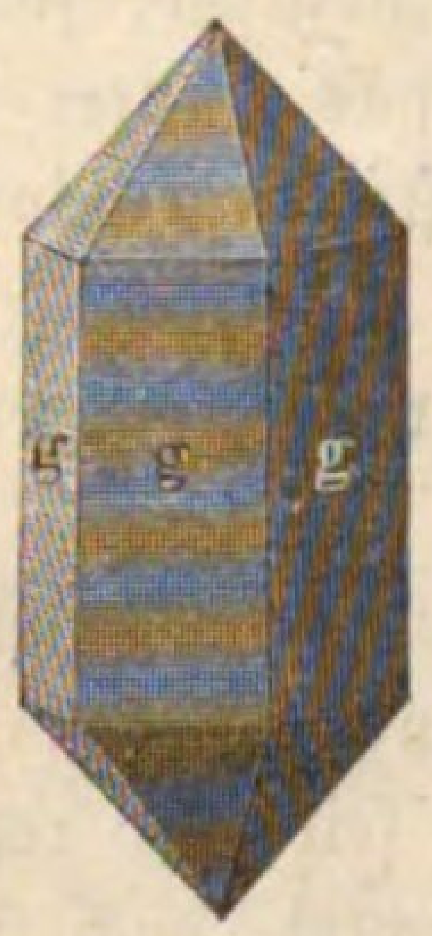
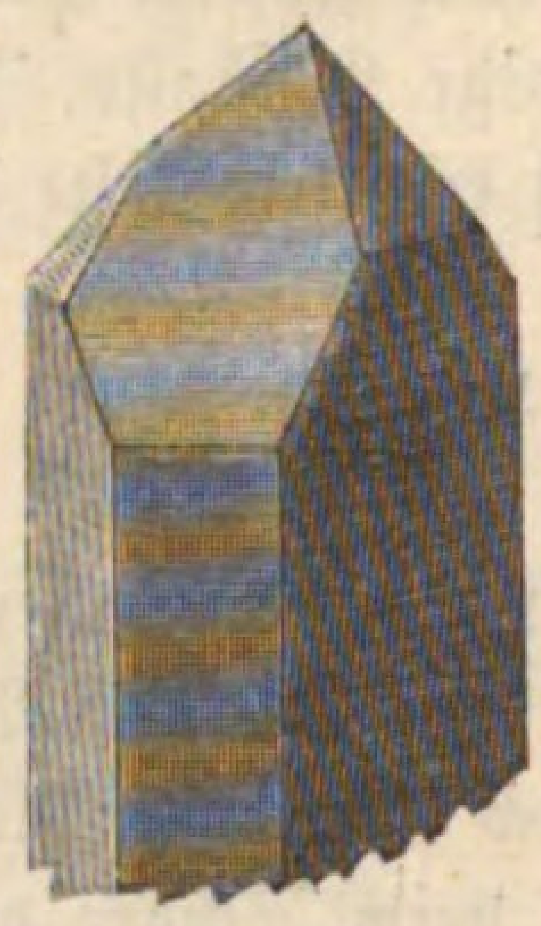


Fig. 67.

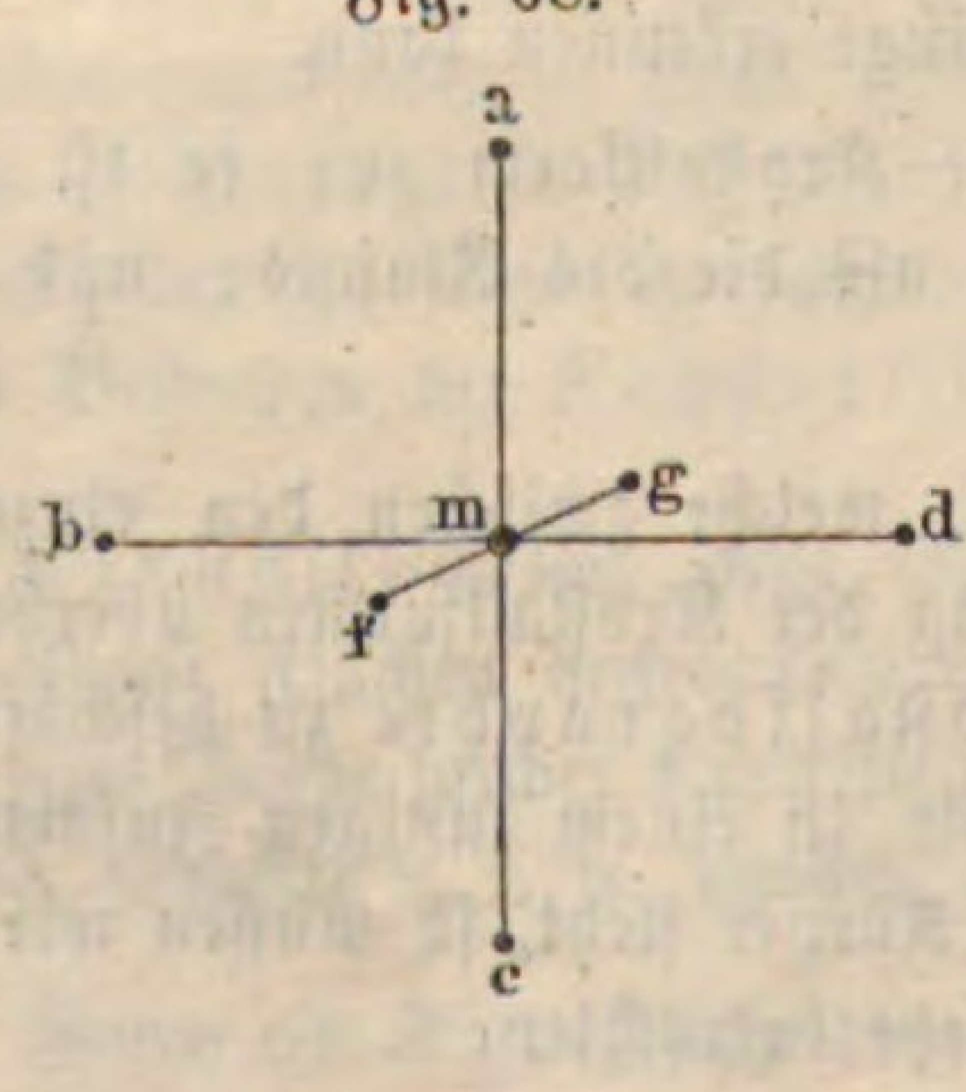


und oft weichen sie noch weit mehr von dem normalen Habitus Fig. 66 ab. Wie aber auch die verschiedenen Quarzkrystalle verzerrt erscheinen mögen, so behalten sie doch immer einen selbst dem weniger Geübten leicht erkennbaren Grundtypus, sie bilden eine durch 6seitige Pyramiden zugespitzte 6seitige Säule; diese Pyramidenflächen erscheinen aber nicht immer ganz gleichmäßig ausgebildet, sie liegen nicht immer in gleicher Entfernung vom geometrischen Mittelpunkte des Krystalls; aller dieser Unregelmäßigkeiten ungeachtet sind die Winkel der entsprechenden Flächen für alle Krystallindividuen desselben Körpers stets dieselben. So ist z. B. der Winkel, den eine Säulenfläche des Bergkrystalls mit der benachbarten macht, stets 120°, der Winkel zweier neben einander liegenden Pyramidenflächen ist stets 133° 44′ u. s. w.

Wenn man die Krystallform eines Körpers beschreibt, wenn man sie zeichnet, so abstrahirt man von allen Zufälligkeiten, man betrachtet alle entsprechenden Flächen als gleich weit vom Mittelpunkte des Krystalls liegend. Wir wollen eine solche Krystallgestalt den idealen Krystall nennen; die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf diese idealen Formen.

39 **Krystallsysteme.** In jedem Krystalle kann man gewisse Richtungen unterscheiden, gegen welche die einzelnen Flächen eine symmetrische Lage haben; diese Richtungen sind die Axen. In dem Krystall Fig. 66 ist offenbar die Linie, welche die Spitzen der beiden 6seitigen Pyramiden verbindet, eine solche Axe. Die mit *g* bezeichneten Säulenflächen sind dieser Axe parallel, alle Pyramidenflächen sind gleich gegen dieselbe geneigt.

Fig. 68.



Die gegenseitige Lage und das Größenverhältniß dieser Axen ist aber nicht für alle Krystalle dieselbe; man hat in dieser Beziehung 6 verschiedene Krystallsysteme zu unterscheiden.

1) Das reguläre System mit drei zu einander rechtwinkligen und gleichen Axen.

Fig. 68 stellt das Axensystem des regulären Systems dar. Die drei Axen schneiden sich in dem Punkte *m*, und zwar steht jede derselben rechtwinklig auf der Ebene der beiden anderen. Zwei dieser Axen, *ac* und *bd*, erscheinen in unserer Figur unverkürzt, dagegen erscheint die dritte, von vorn nach hinten gerichtete Axe *fg* verkürzt. In der That ist $mf = ma = mb$.

Denken wir uns in jede der 8 körperlichen Ecken des Axenkreuzes (Fig. 68) eine Fläche gelegt, welche gegen alle drei Axen gleich geneigt ist, also eine Fläche durch die Punkte *a, f* und *d*; eine zweite durch *f, d* und *c*; eine dritte durch *f, b* und *a* u. s. w., so entsteht das Octaëder, Fig. 69, welches man als die Grundgestalt des regulären Systems betrachtet, weil man von ihm leicht alle anderen Gestalten dieses Systems ableiten kann.

Alle Ecken des regulären Octaëders sind unter einander gleich und jede Modification einer Ecke muß an allen übrigen in derselben Weise stattfinden.

Wird jedes Octaëdereck durch eine Fläche abgestumpft, welche auf der entsprechenden Axe rechtwinklig steht, so entsteht der Körper Fig. 70. Denken wir

Fig. 69.

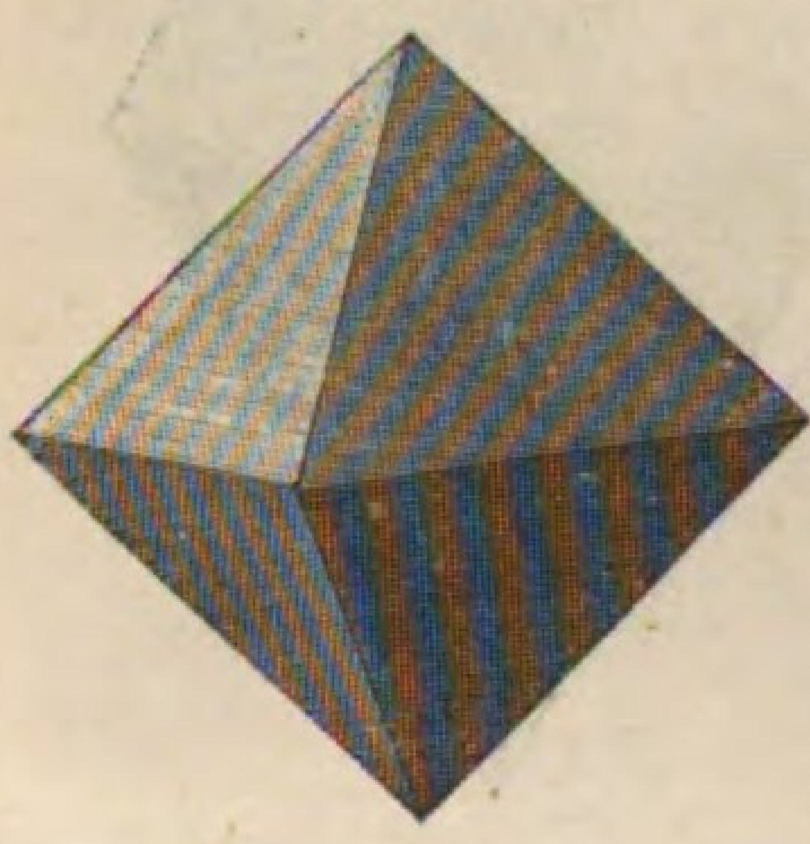


Fig. 70.

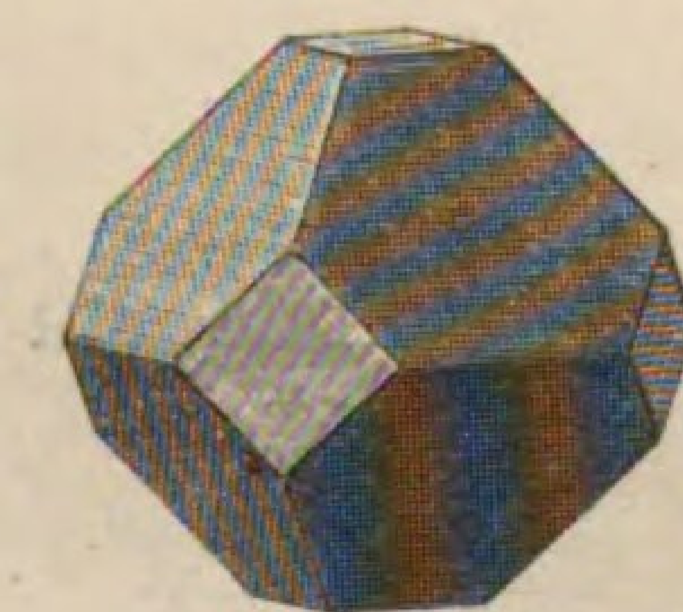


Fig. 71.



uns die Abstumpfungsflächen bis zur gegenseitigen Durchschneidung ausgedehnt, so erhält man den Würfel Fig. 71.

An dem Würfel sind wieder alle Ecken unter sich gleich; ebenso sind alle Kanten gleichartig, und jede Modification eines Ecks oder einer Kante findet sich in derselben Weise auch an den übrigen.

Die 12 Kanten des Octaëders sind ebenfalls einander gleich; denken wir uns jede Octaëderkante durch eine Fläche abgestumpft, welche mit der abgestumpften Kante und einer Axe parallel läuft, so entsteht der Körper Fig. 72. Wenn die Abstumpfungsflächen der Octaëderkanten bis zu ihrer gegenseitigen Durchschneidung wachsen, so entsteht das Rhombendodekaëder Fig. 73.

Fig. 72.

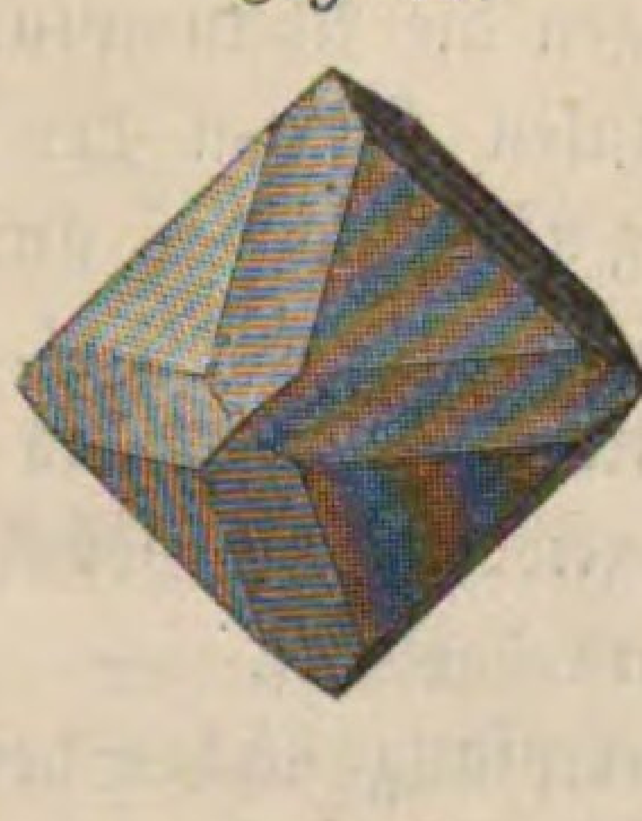
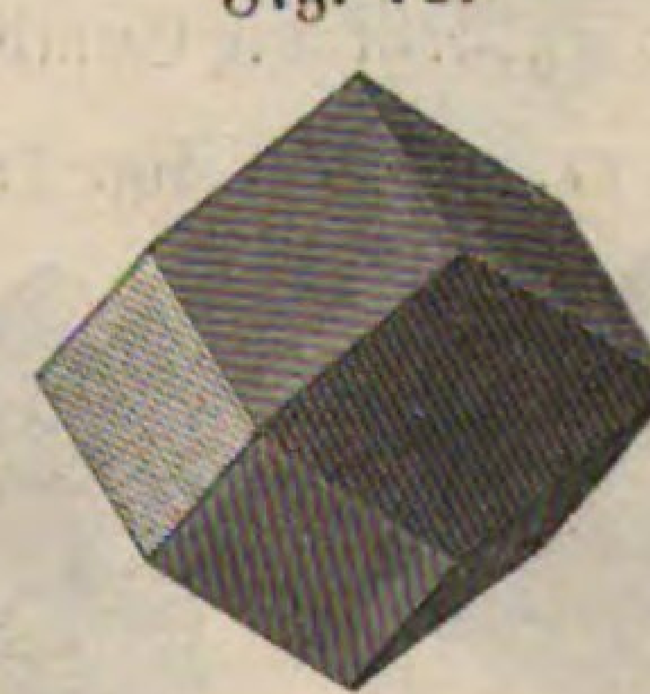


Fig. 73.

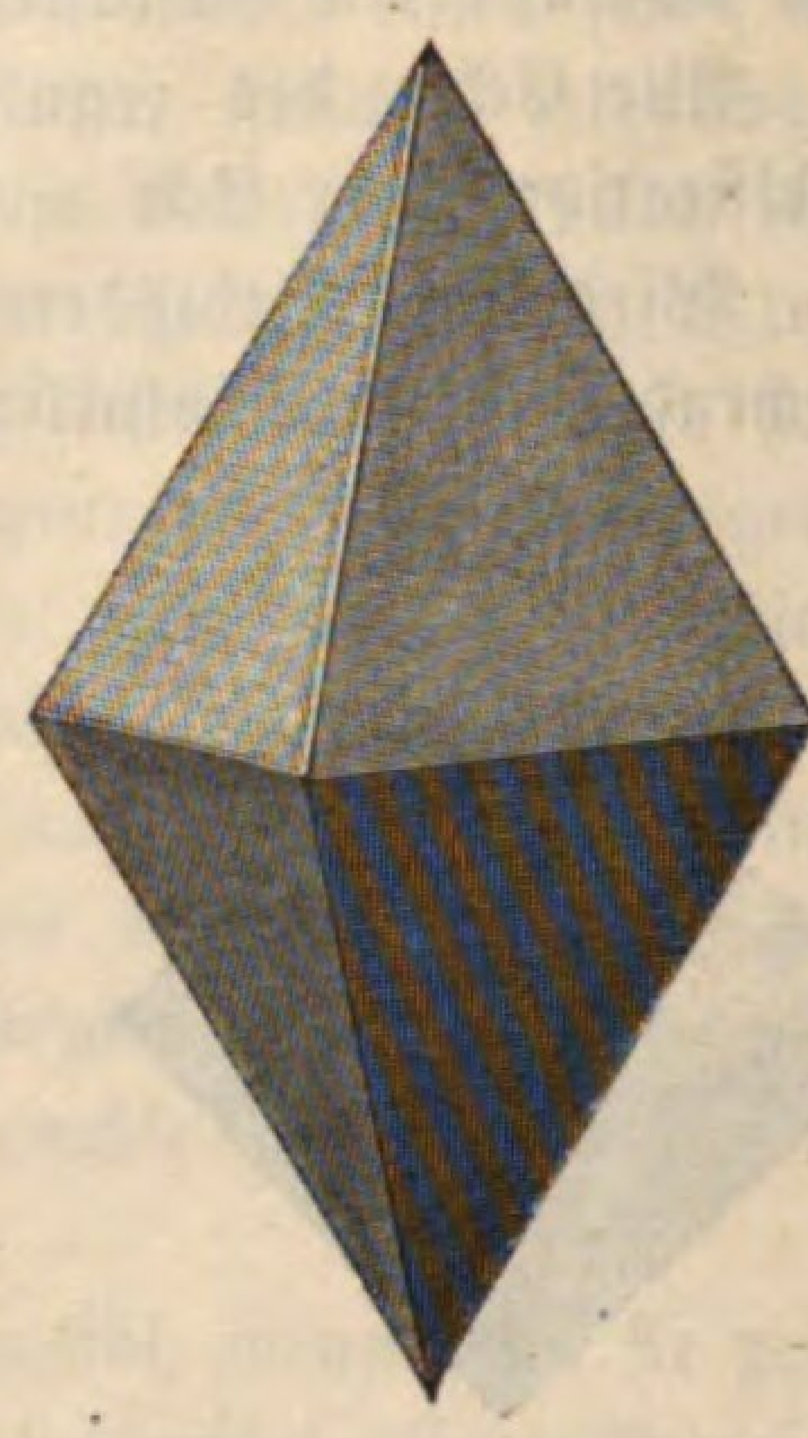


Auf dieselbe Weise lassen sich auch die übrigen Formen des regulären Systems ableiten; doch würde es uns hier zu weit führen, wenn wir alle näher betrachten wollten; das Gesagte wird schon hinreichen, um zu zeigen, daß der Charakter des regulären Systems eben darin besteht, daß alle Formen desselben in Beziehung auf die drei Axen vollkommen symmetrisch

sind. Im regulären System krystallisiren Alaun, Kochsalz, Granat, Flußspath u. s. w.

2) Das quadratische System. Die Grundform dieses Systems ist ein Quadratoctaëder, Fig. 74 und Fig. 75, d. h. ein Octaëder, welches sich von dem regulären dadurch unterscheidet, daß zwei Axen unter sich, aber nicht der dritten gleich sind. Diese letztere ausgezeichnete Axe wollen wir die Hauptaxe nennen und uns dieselbe immer vertical gestellt denken.

Fig. 75.



Die Hauptaxe steht zu den beiden anderen

Fig. 74.

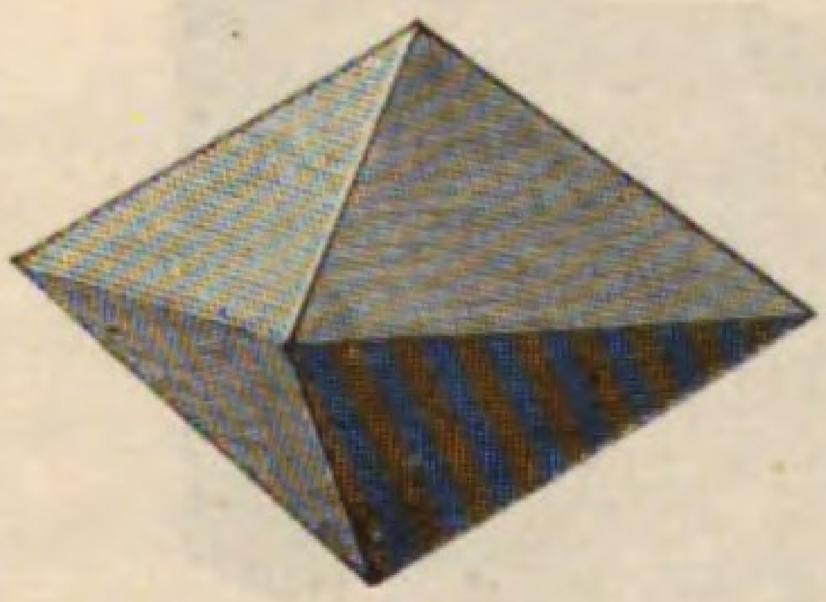
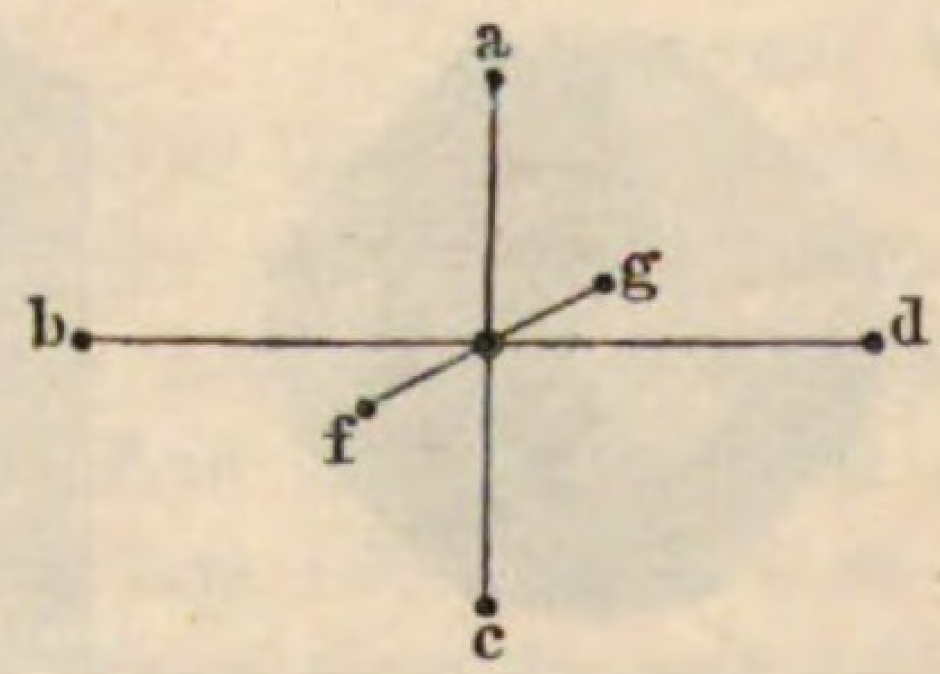


Fig. 76.



nicht in einem rationalen Verhältniß; sie ist bald größer, bald kleiner als die horizontalen Axen; doch ist das Axenverhältniß für einen und denselben Körper stets dasselbe. Fig. 76 stellt z. B. das Axenkreuz dar, wie es den Krystallen des arsenikſauren Kalis entspricht; hier sind die Axen *fg* und *bd* einander gleich. Nimmt man die Länge dieser Axen zur Einheit, so ist für dieses Salz die verticale Axe *ac* gleich 0,66. Fig. 75 stellt die Grundform des Blutlaugensalzes dar, bei welchem die Hauptaxe größer ist, als die Nebenaxen; und zwar verhält sich hier die Hauptaxe zu den Nebenaxen wie 1,77 zu 1.

Die 4 horizontalen Kanten des Quadratoctaëders sind einander gleich, aber sie sind von den übrigen Kanten dieses Octaeders verschieden; die 4 horizontalen Kanten können deshalb abgestumpft sein, ohne daß es die anderen sind, und so entsteht die Combination Fig. 77. Liegen die Abstumpfungsflächen der 4 horizontalen Kanten der Hauptaxe verhältnißmäßig näher, so daß nur ein kleinerer Theil des Octaëders bleibt, so nimmt diese Combination den Habitus Fig. 78 an, welche die gewöhnliche Gestalt des arsenikſauren Kalis darstellt.

Fig. 77.

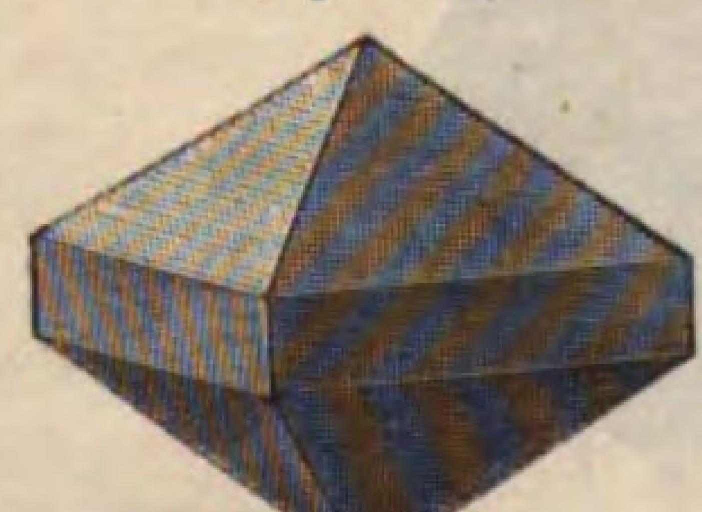


Fig. 78.

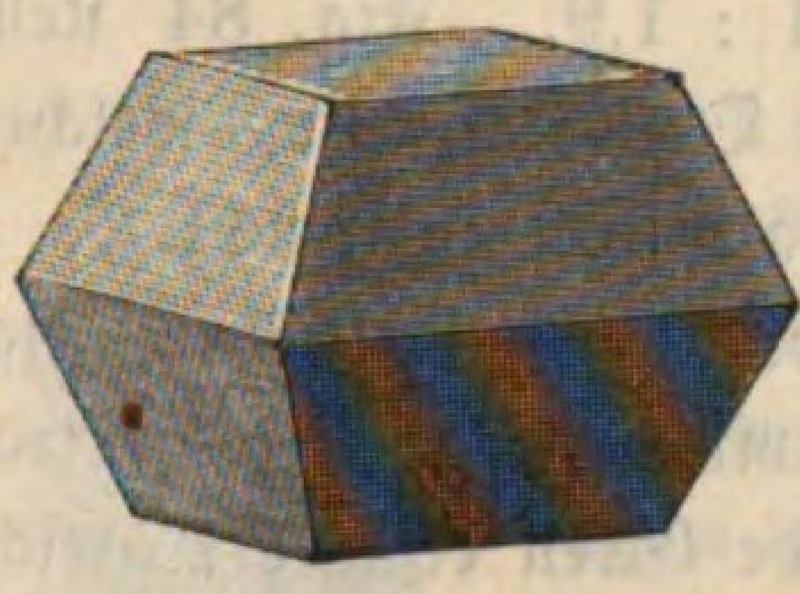


Die 4 Abstumpfungsflächen der horizontalen Kanten bilden zusammen eine quadratische Säule, und so sind Fig. 77 und 78 Combinationen des Quadratoctaëders mit der quadratischen Säule.

Die 6 Ecken des Quadratoctaëders sind ebenfalls nicht gleichartig; die 4 Ecken, in welchen die Nebenaxen endigen, sind unter sich gleich, aber sie sind

verschieden von dem Eck am oberen und unteren Ende der Hauptaxe. Deshalb können das obere und untere Eck des Quadratoctaëders allein abgestumpft sein, wie es Fig. 79 zeigt welches die gewöhnliche Form des Blutlaugensalzes darstellt; bei anderen Krystallen dagegen sind die vier horizontalen Ecken abgestumpft, ohne daß es die Ecken der Hauptaxe sind.

Fig. 79.



Ohne in eine weitere Betrachtung der Gestalten dieses Systems einzugehen, wird aus dem Gesagten schon klar der Grundcharakter desselben hervorgehen, welcher eben darin besteht, daß die verticale Axe von den beiden anderen unter sich gleichartigen ausgezeichnet ist.

Im quadratischen Systeme krystallisiren unter anderen Vesuvian, Honigstein, Blutlaugensalz, schwefelsaures Nickeloxyd, saures arsenikfaures Kali u. s. w.

3) Das hexagonale System mit vier Axen (Fig. 80 a), von denen drei, nämlich *cd*, *ef* und *hg* in einer Ebene liegend, einander gleich sind und einen Winkel von 60 Grad mit einander machen, während die vierte ausgezeichnete Axe, die Hauptaxe, rechtwinklig auf der Ebene der drei anderen steht und ihnen ungleich ist. Bezeichnen wir mit 1 die Länge der horizontalen Nebenaxen, so ist für Bergkrystall die Länge der Hauptaxe 1,1, für Kalkspath aber 0,83. In dieses System gehören die regulären 6seitigen Pyramiden (Fig. 80 b), welche in gleicher Weise als die Grundgestalt dieses Systems betrachtet werden können, wie die Octaëder der übrigen Systeme. Wenn die horizontalen

Fig. 80 a.

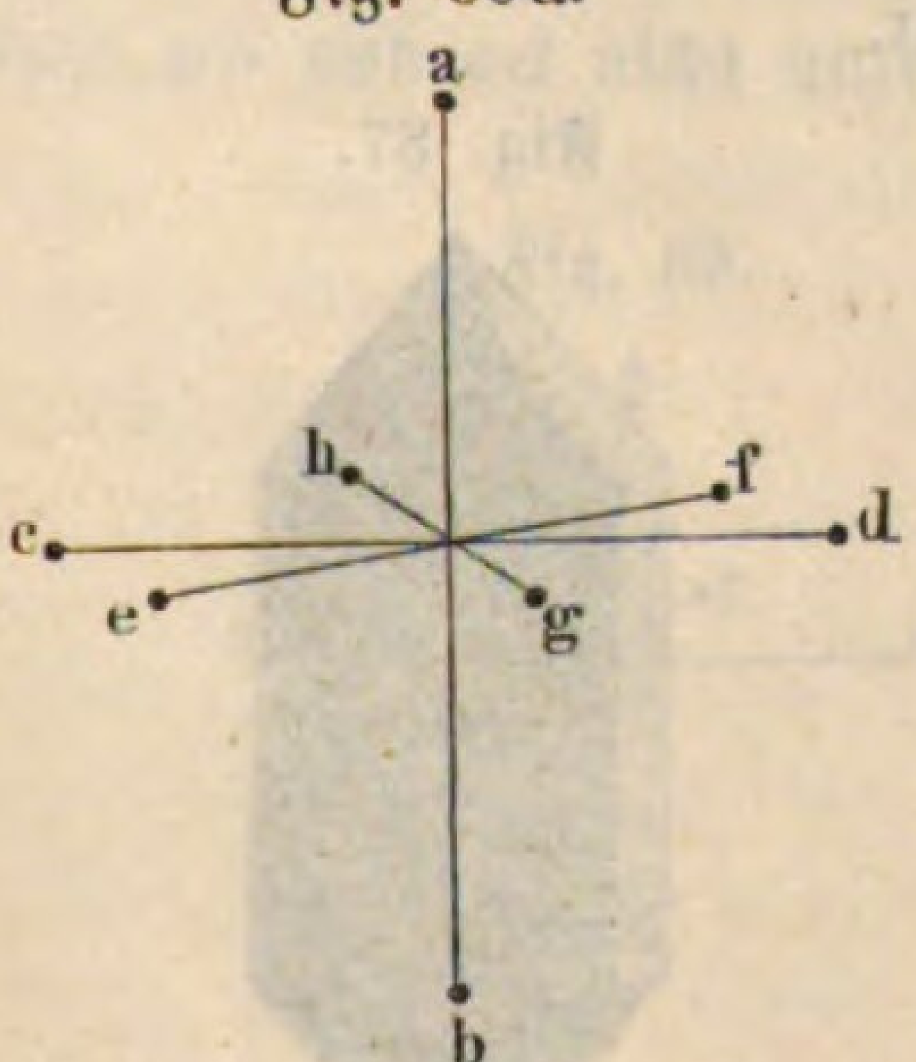


Fig. 80 b.

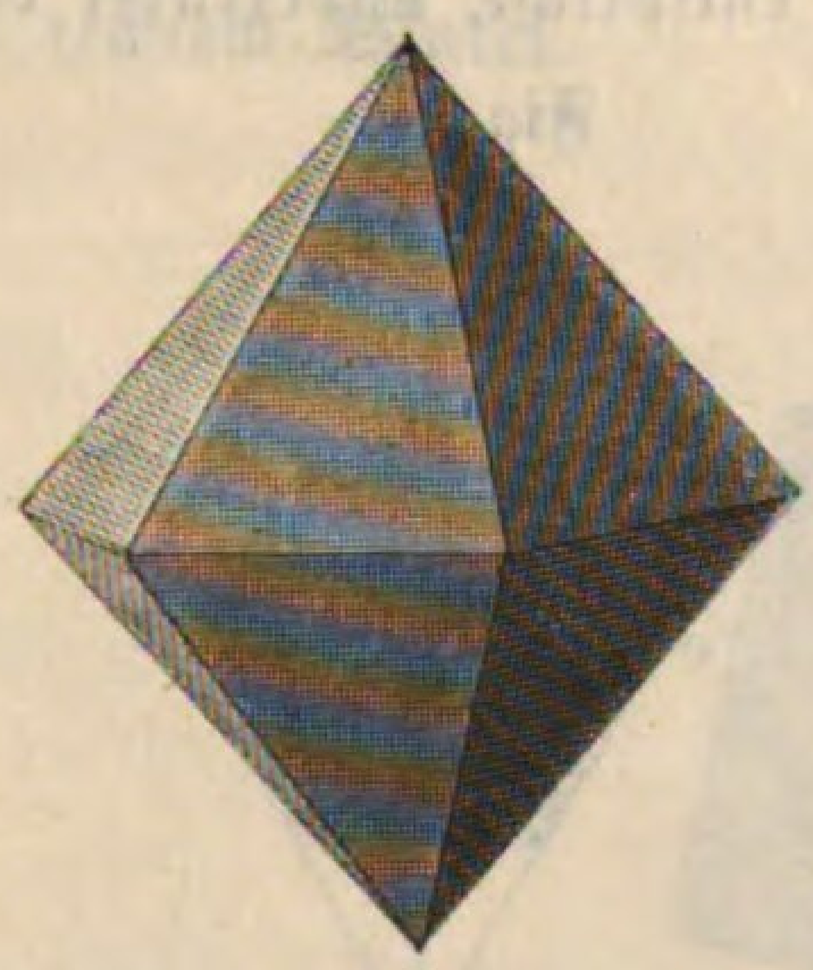


Fig. 81.

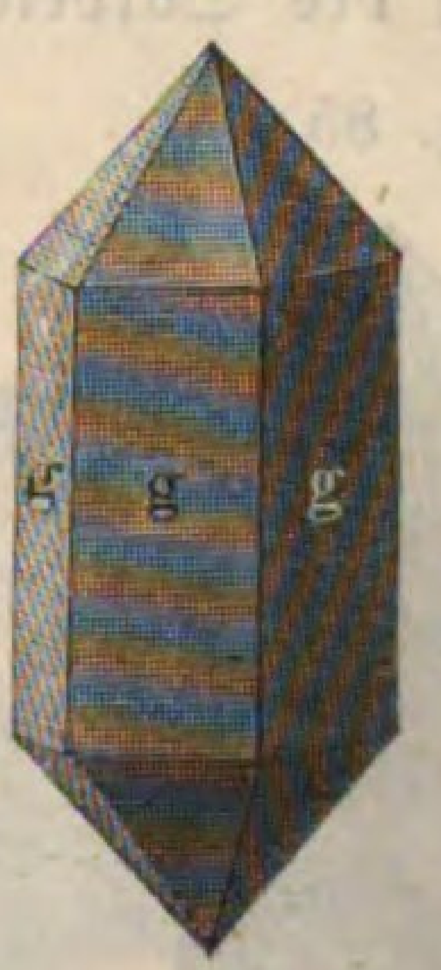


Fig. 82.



Kanten dieser Pyramide durch Flächen abgestumpft sind, welche mit der Hauptaxe parallel sind, so entsteht die Combination, Fig. 81.

Die Abstumpfungsflächen der horizontalen Kanten bilden zusammen eine reguläre 6seitige Säule, welche in Fig. 82 mit der geraden Endfläche, d. h. mit einer Fläche combinirt ist, welche rechtwinklig auf der Hauptaxe steht.

4) Das rhombische System mit drei zu einander rechtwinkligen, aber ungleichen Axen. Denken wir uns eine dieser Axen vertical gestellt, so liegen die beiden anderen in einer horizontalen Ebene; doch sind hier die beiden horizontalen Axen nicht gleich wie beim quadratischen Systeme.

Fig. 83 stellt das Axenkreuz des in dieses System gehörigen natürlichen Schwefels dar. Für dieses Mineral verhalten sich die Axen *cd* : *ef* : *ab* wie 0,8 : 1 : 1,9. Fig. 84 stellt das rhombische Octaëder dar, welches diesen Axenverhältnissen entspricht.

Fig. 83.

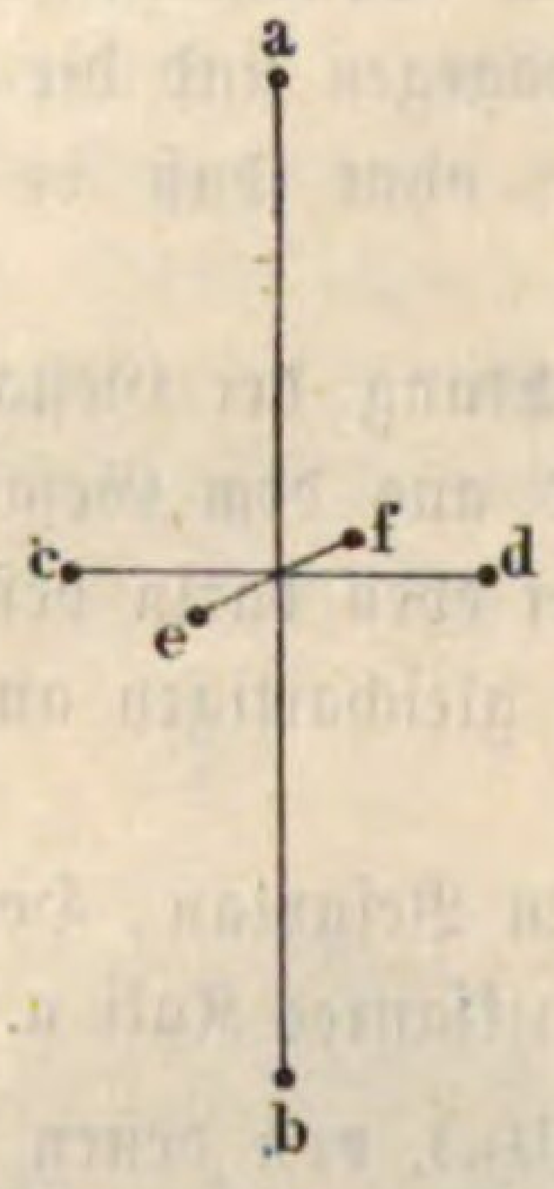


Fig. 84.



An dem rhombischen Octaëder, Fig. 84, sind nur immer je zwei diametral gegenüberliegende Ecken einander gleich, also das obere und untere, das vordere und hintere, das Eck rechts und das Eck links; wir haben also hier drei verschiedene Arten von Octaëderecken zu unterscheiden. Ebenso hat man am rhombischen Octaëder dreierlei Kanten zu unterscheiden: die vier horizontalen Kanten; die vier Kanten, welche in der Ebene der verticalen und der kleineren horizontalen Axe liegen, und endlich die Kanten, welche die verticale Axe mit der größeren horizontalen verbinden.

Werden die vier horizontalen Kanten des rhombischen Octaëders durch Flächen abgestumpft, welche der Hauptaxe parallel sind, so entsteht eine Combination des rhombischen Octaëders mit der geraden rhombischen Säule, Fig. 85. Die Gestalt des horizontalen Querschnitts, der Basis dieser Säule, hängt von dem Größenverhältniß der beiden horizontalen Axen ab. Fig. 86 stellt der Rhombus *cfde* die Basis der rhombischen Säule, wie sie den Axenverhältnissen des Salpeters entspricht, unverkürzt dar.

Fig. 85.



Fig. 86.

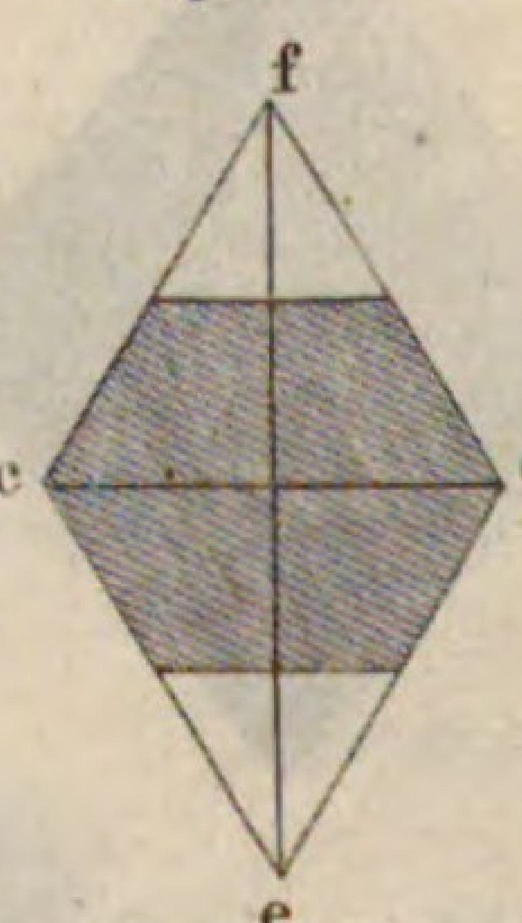


Fig. 87.



Die verticalen Kanten dieser rhombischen Säule sind einander nicht alle gleich; die vordere und hintere Kante (in *f* und *e*) ist spitzwinklig, die Kanten rechts und links (*c* und *d*) sind stumpfwinklig, es können also auch nur die Kanten vorn und hinten, oder die Kanten rechts und links abgestumpft sein.

Durch Abstumpfung zweier diametral gegenüber stehenden Kanten der rhombischen Säule entsteht eine 6seitige Säule. So erscheinen an der rhombischen Säule des Salpeters meist die scharfen Kanten abgestumpft (Fig. 87),

wodurch eine 6seitige Säule entsteht, deren wahre Gestalt in Fig. 86 durch Schraffirung angedeutet ist.

Fig. 88 stellt den gewöhnlichen Habitus der Salpeterkrystalle dar; es ist eine Combination der eben besprochenen 6seitigen Säule mit mehreren Flächen, die parallel mit der Axe cd laufen und verschiedene Neigung gegen die Hauptaxe haben. Die Octaëderflächen sind bei den Salpeterkrystallen meist gänzlich verschwunden.

Fig. 88.



Das rhombische System ist also dadurch ausgezeichnet, daß sich in verticaler Richtung andere Symmetrieverhältnisse zeigen als von vorn nach hinten, und in dieser Richtung wieder andere als von der Linken zur Rechten.

Außer den schon genannten Körpern krystallisiren unter anderen im rhombischen Systeme Zinkvitriol, schwefelsaures Kali, Arragonit, Schwerspath, Topas u. s. w.

5) Das monoklinische System, in welchem unter anderen der Gyps, das Glaubersalz, der Eisenvitriol, das essigsaure Natron, der Zucker u. s. w. krystallisiren, zeichnet sich vor dem rhombischen Systeme dadurch aus, daß zwei Axen sich nicht unter rechtem Winkel schneiden, während die dritte rechtwinklig auf der Ebene der beiden schiefwinkligen steht.

Fig. 89 stellt ein in dieses System gehöriges Axenkreuz dar: die Axe ef steht rechtwinklig auf der Ebene der beiden anderen, dagegen schneiden sich die Axen ab und cd nicht unter rechtem Winkel.

Fig. 89.

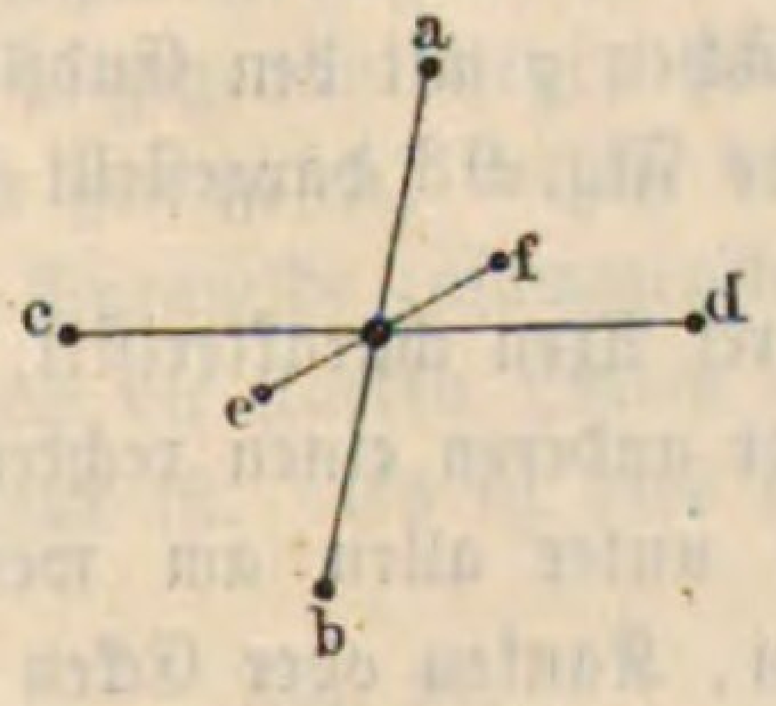


Fig. 90.



Die charakteristischste und am häufigsten theils allein, theils in Combination mit anderen Flächen vorkommende Form dieses Systems ist die schiefe rhombische Säule, Fig. 90, welche sich von der geraden rhombischen Säule des vorigen Systems dadurch unterscheidet, daß die Hauptaxe dieser Säule nicht rechtwinklig auf der Basis steht.

Die Säule ist in unserer Figur so gestellt, daß die Ebene der beiden schiefwinkligen Axen unverkürzt, die dritte auf ihrer Ebene rechtwinklig stehende Axe aber, als gegen den Beschauer gerichtet, verkürzt erscheint.

Auch hier haben wir zwei scharfe und zwei stumpfe Säulenkanten zu unterscheiden. Die Abstumpfungsfläche der vorderen und hinteren Säulenkante (die Fläche *a* in Fig. 91) steht rechtwinklig zu der oberen Endfläche *c*; dagegen macht die Abstumpfungsfläche *b* (Fig. 92) der Säulenkanten rechts und links einen schiefen Winkel mit *c*.

Die horizontalen Kanten der durch die Fläche *c* begränzten schiefen rhombischen Säule sind nicht gleicher Natur, wie dies bei der geraden rhombischen

Fig. 91.

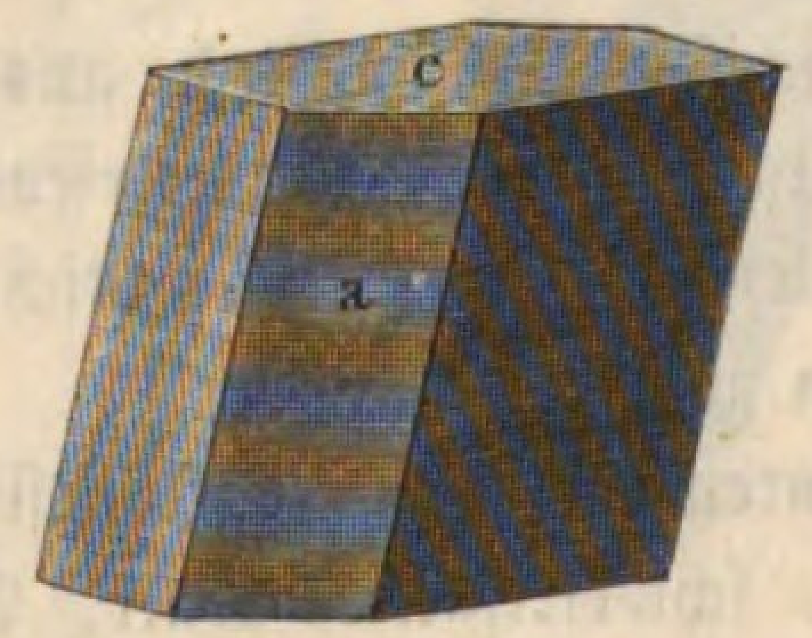
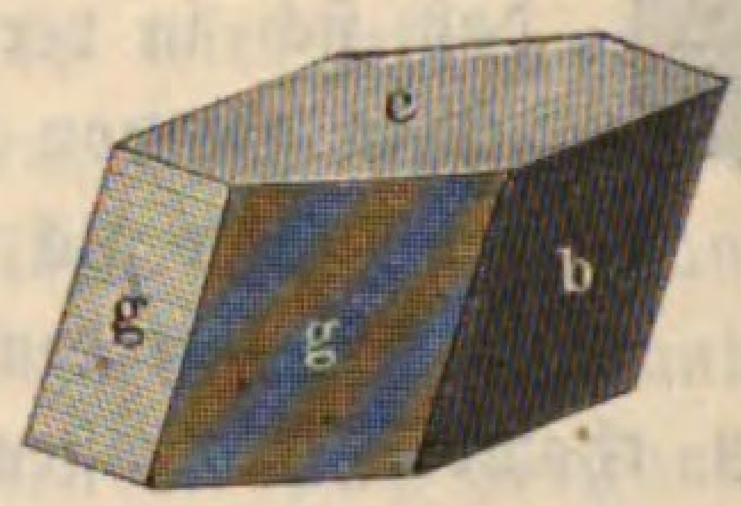


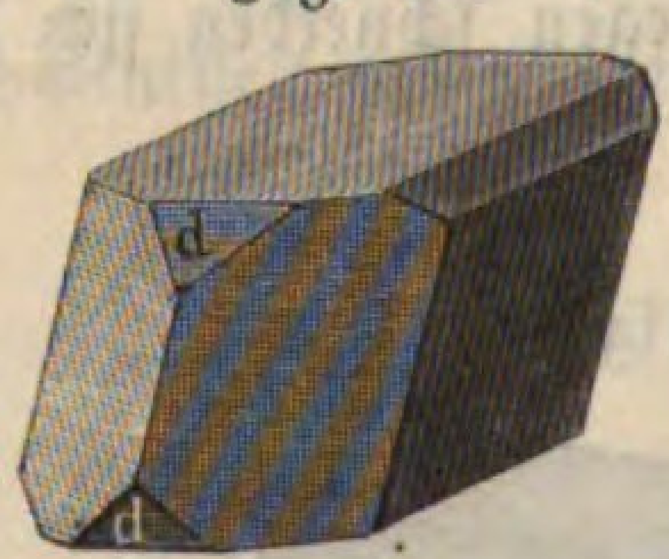
Fig. 92.



Säule der Fall war; an der oberen Fläche, Fig. 90, sind die beiden Kanten rechts scharfe Kanten, die beiden horizontalen Kanten auf der linken Seite der oberen Fläche sind dagegen stumpfe Kanten. An der unteren Fläche liegen die beiden scharfen Kanten links, die stumpfen rechts.

Die scharfen horizontalen Kanten können für sich allein abgestumpft sein, während bei anderen Krystallen nur die stumpfen horizontalen Kanten abgestumpft sind.

Fig. 93.



Die schon oben besprochene Gestalt, Fig. 92, zeigt die gewöhnliche Krystallform des Zuckers. Häufig erscheinen aber an den Zuckerkrystallen noch die spitzen Kanten zwischen *c* und *b* und die Ecken abgestumpft, in welchen die Säulenflächen *g* mit den Endflächen *c* zusammentreffen, wie dies Fig. 93 dargestellt ist.

6) **Das triklinische System** ist durch drei Axen charakterisirt, welche alle drei ungleich sind und von denen keine mit der anderen einen rechten Winkel macht. Die Krystalle dieses Systems zeigen unter allen am wenigsten Symmetrie. Hier sind nur immer je zwei Flächen, Kanten oder Ecken gleichartig, welche einander diametral gegenüber stehen.

Dem triklinischen Systeme gehören unter anderen die Krystalle des Axinits und des Kupfervitriols an.

40 **Die Hemiëdrie.** Es kommt bei Krystallen häufig vor, daß die Hälfte der Flächen einer einfachen Gestalt nach bestimmten Gesetzen in solchem Maße ausgedehnt ist, daß die andere Hälfte der Flächen vollkommen verschwindet. Solche Krystalle nennt man **Halbflächner** oder **hemiëdrische Krystalle**. Wir müssen hier der Hemiëdrie noch kurz erwähnen, weil dieselbe in innigem Zusammenhange mit einigen physikalischen Erscheinungen der Krystalle steht.

Denken wir uns an dem regulären Octaëder, Fig. 94, die Fläche *o* und die in unserer Zeichnung nicht sichtbare Fläche der oberen Pyramide hinten rechts nach allen Seiten gewachsen, so schneiden sich diese beiden Flächen in der Kante *ab*. Wenn ferner von den vier unteren Octaëderflächen *n* und die Fläche hinten links wächst, so schneiden sich diese in der Kante *cd*; die gewachsenen Flächen *o* und *n* schneiden sich in der Kante *b c* u. s. w. Kurz, wenn die Fläche *o* und die drei Flächen des Octaëders, welche mit *o* nur in einer Spitze zusammentreffen, wachsen, bis diejenigen Octaëderflächen, welche mit *o* in einer Kante zusammenstoßen, und diejenige Octaëderfläche, welche mit *o* parallel liegt, ganz verschwunden sind, so entsteht ein nur von 4 Flächen begränzter Körper *abcd*, Fig. 94.

Fig. 94.

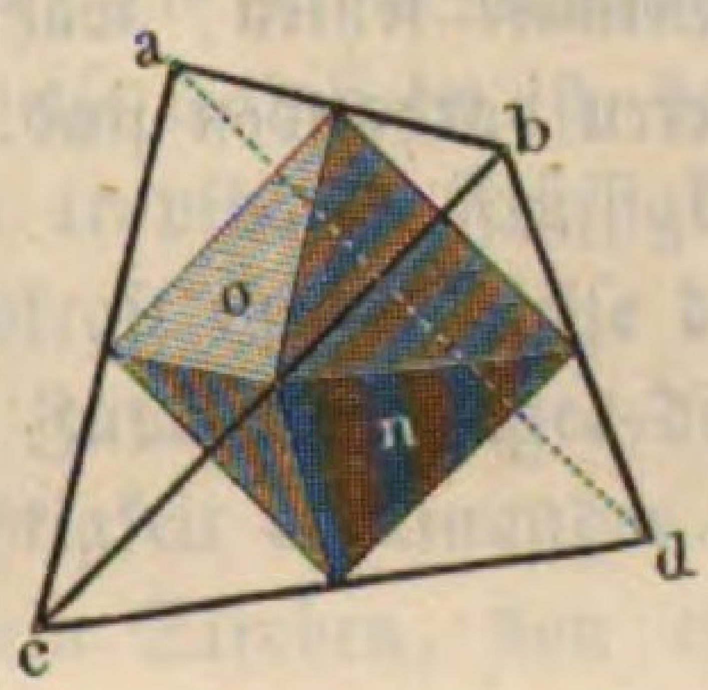


Fig. 95.

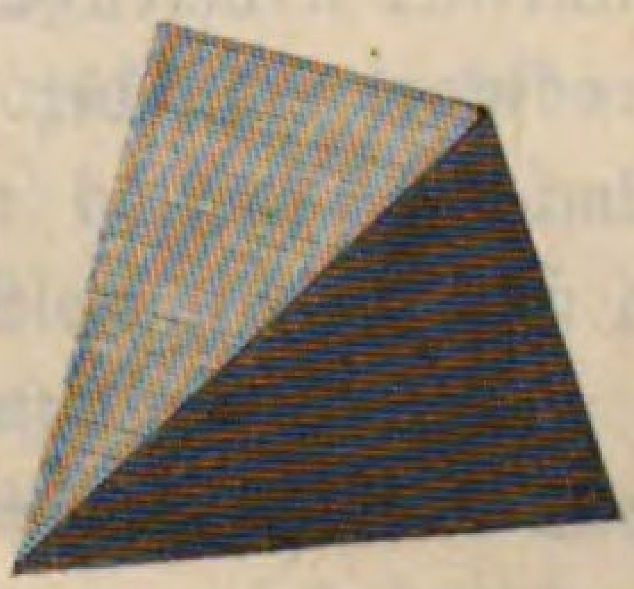


Fig. 96.

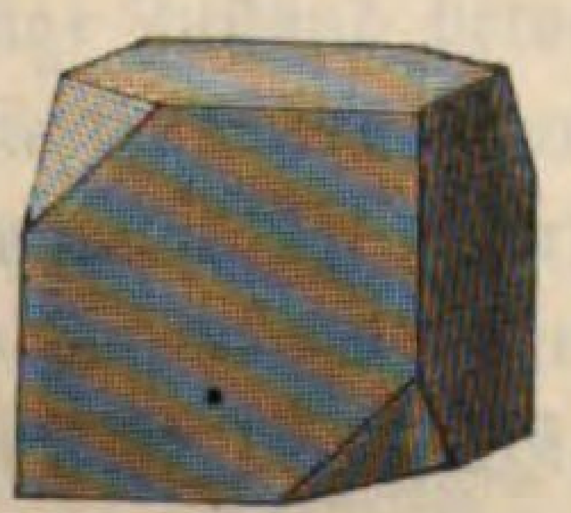


Fig. 95 stellt diesen Körper, welcher das **Tetraëder** genannt wird, für sich allein dar.

Fig. 96 ist eine Combination des regulären Tetraëders mit dem Würfel.

Wie aus dem regulären Octaëder das Tetraëder, so entsteht aus der doppeltsechsseitigen Pyramide des hexagonalen Systems durch Wachsen der einen Hälfte der Flächen das **Rhomboëder**. Denken wir uns von der oberen Pyramide, Fig. 97, die Flächen *r*, *t* und diejenige auf der hinteren Seite, welche *s* gegenüberliegt, von der unteren Pyramide aber gerade derjenigen Flächen gewachsen, welche in einer Kante mit den ausgefallenen Flächen der oberen Pyramide zusammenstoßen, so entsteht das Rhomboëder, wie es in Fig. 97 durch die starken Linien angedeutet und welches in Fig. 98 für sich allein dargestellt ist. Es ist dies die Grundgestalt des **Kalkspaths**.

Fig. 97.

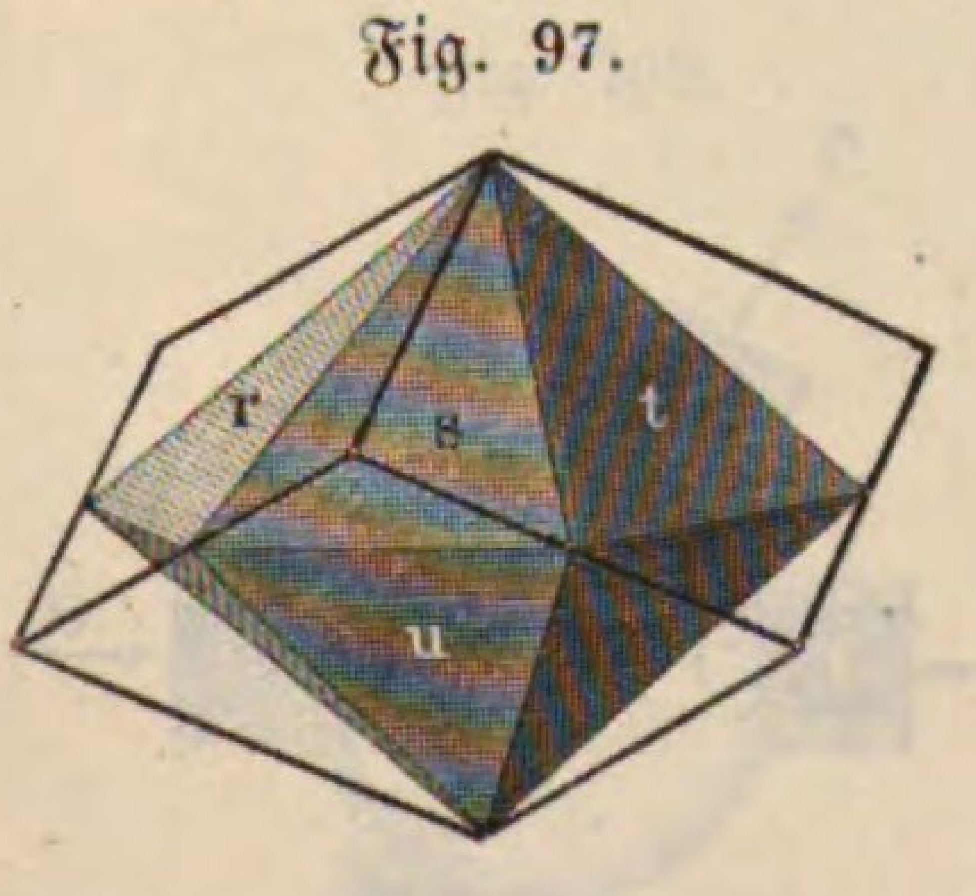


Fig. 98.

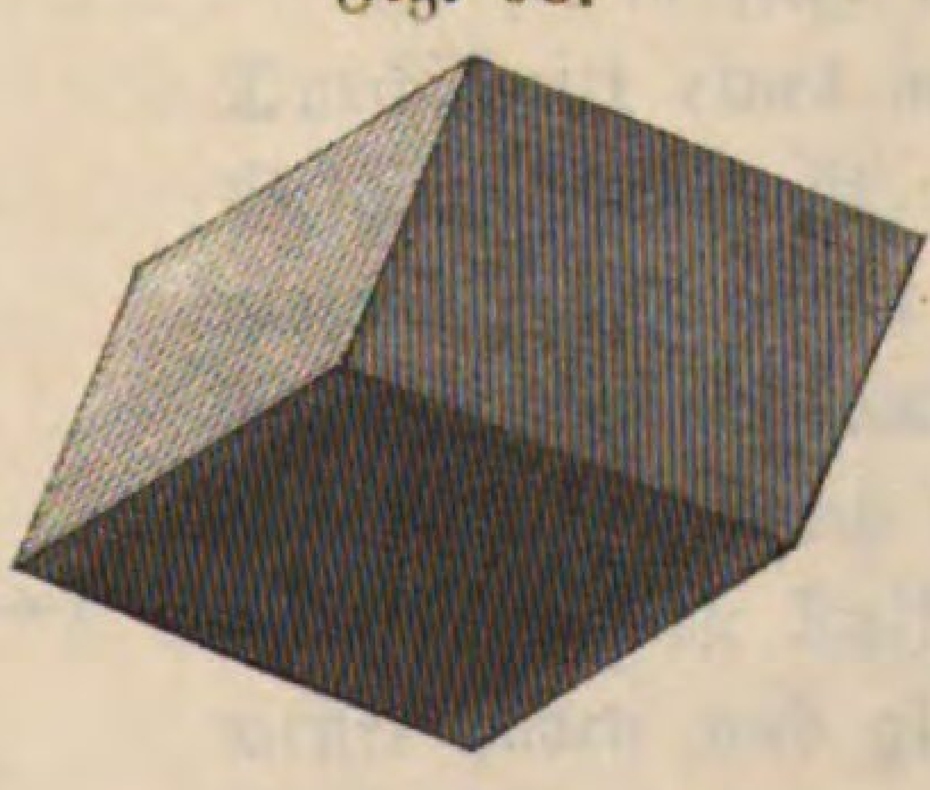


Fig. 99.



Fig. 99 zeigt eine Combination des Rhomboëders Fig. 98 mit der regulären 6seitigen Säule.

Fig. 100 stellt eine Combination der geraden rhombischen Säule mit dem rhombischen Octaëder dar, wie sie den Axenverhältnissen des Zinkvitriols entspricht. Wenn nun hier nach dem oben für das reguläre Octaëder angegebenen Gesetze die Hälfte der Octaëderflächen durch Wachsen der benachbarten Flächen verschwindet, so entsteht die Combination Fig. 101, welche beim Zinkvitriol und beim Bittersalz sehr häufig beobachtet wird.

Fig. 100.



Fig. 101.



Bei den Zuckerkrystallen tritt die Hemiëdrie häufig in der Weise auf, daß die Flächen *d*, Fig. 93, an der vorderen Säukenkante fehlen, während sie an der hinteren vorhanden sind.

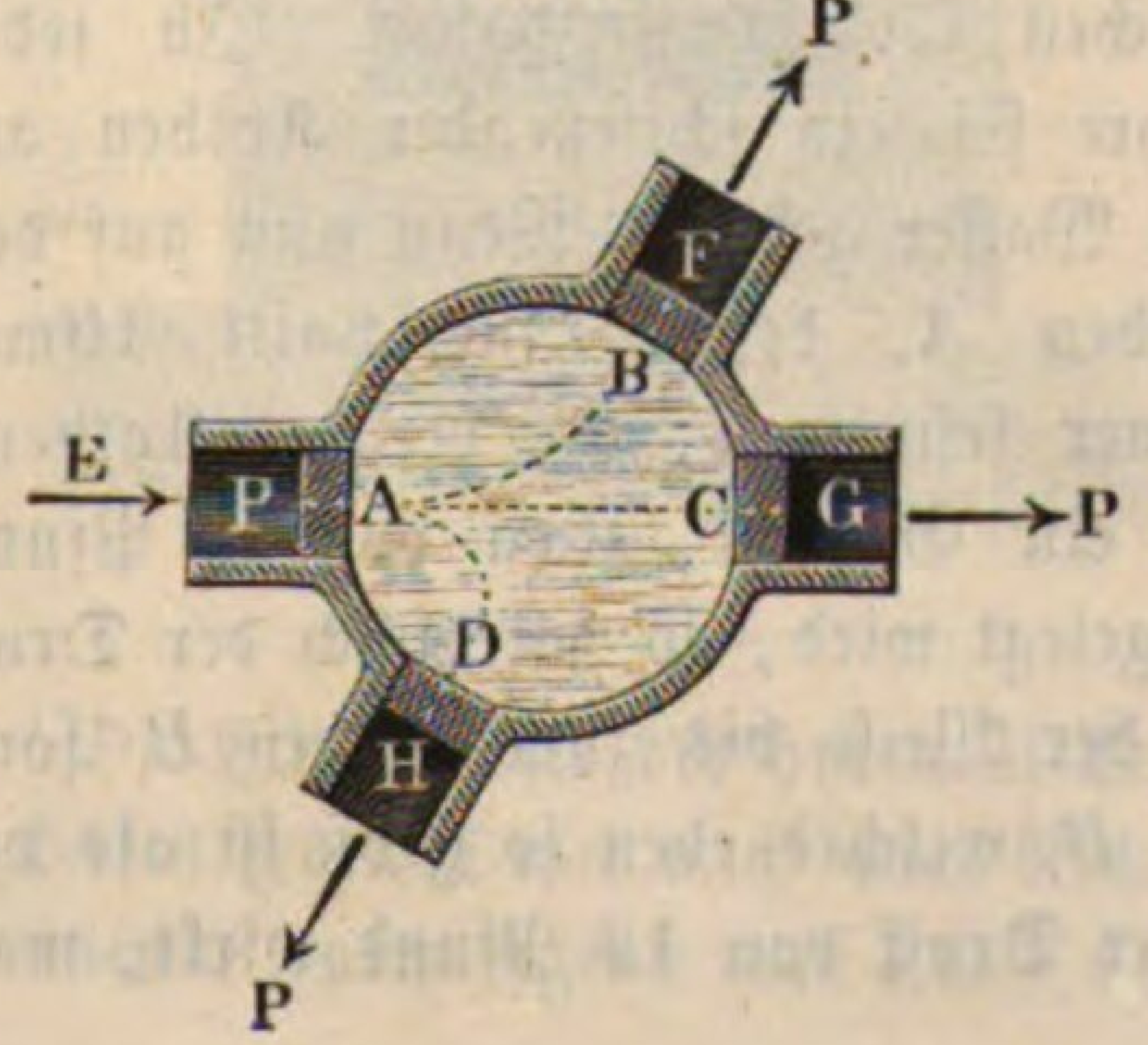
Drittes Kapitel.

Hydrostatik oder die Lehre vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten.

Gleichförmige Fortpflanzung des Druckes durch flüssige Körper. 41
Die Eigenschaften tropfbar flüssiger Körper sind durch zwei Kräfte bedingt: die Schwere nämlich, welche auf sie wie auf alle anderen Körper wirkt, und die Molecularanziehung, deren Wirkung bei ihnen gerade auf eine solche Weise modificirt ist, daß daraus der tropfbar flüssige Zustand hervorgeht. Bei den tropfbaren Flüssigkeiten halten sich nämlich die Cohäsions- und Expansionskraft in der Weise das Gleichgewicht, daß ohne vollständiges Verschwinden des Zusammenhanges die einzelnen Theilchen sich doch noch mit der größten Leichtigkeit an einander verschieben lassen. Die Theilchen der Flüssigkeiten zeigen kein Streben, von einander zurückzuweichen und immer größere Volumina einzunehmen, wie wir es bei den Gasen beobachten. Das Volumen einer bestimmten Menge einer tropfbaren Flüssigkeit ist in dem auf Seite 21 angedeuteten Sinne unveränderlich, sie sind also mit der schon dort angedeuteten Beschränkung incompressibel. Aus den eben erwähnten Eigenschaften lassen sich nun alle Gesetze des Gleichgewichts tropfbar flüssiger Körper ableiten.

Denken wir uns irgend ein Gefäß, ganz mit Wasser ausgefüllt, vollständig verschlossen. Wird nun von irgend einer Stelle her ein Druck auf die Flüssigkeit ausgeübt, so werden die zunächst getroffenen Wassertheilchen ein Bestreben zeigen, die benachbarten aus ihrer Stelle zu treiben, und zwar würden diese, in Folge der leichten Beweglichkeit, nach allen Seiten hin gleich leicht ausweichen, wenn ihnen nur irgendwo ein Ausweg gestattet wäre; daraus ergiebt sich aber als eine nothwendige Eigenschaft, daß sie jeden Druck, welcher auf einen Theil ihrer Oberfläche ausgeübt wird, nach allen Seiten gleichmäßig fortpflanzen.

Fig. 102.



Es sei in Fig. 102 der horizontale Durchschnitt eines mit Wasser gefüllten Gefäßes dargestellt, an welchem sich in gleicher Tiefe unter der Oberfläche des Wassers vier vollkommen gleiche Röhren befinden, die durch Kolben verschlossen sind. Da diese Kolben gleichen Durchmesser haben und gleich tief unter dem Wasserspiegel liegen, so haben sie auch vollkommen gleichen Druck durch die Schwere des Wassers auszuhalten, einen

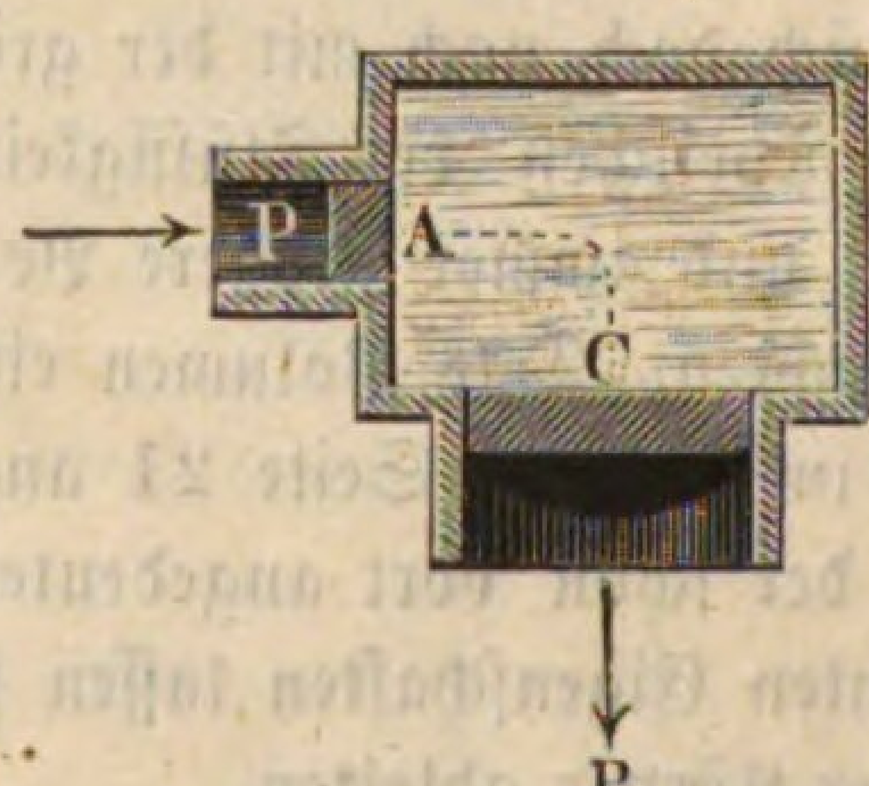
Druck, von welchem wir vor der Hand ganz absehen, den wir also als nicht vorhanden betrachten wollen.

Würde nun durch irgend eine Kraft einer der Kolben, etwa *A*, nach Innen gedrückt, so pflanzt sich dieser Druck durch das Wasser hindurch auf die übrigen Kolben fort, und man müßte, um zu verhindern, daß diese Kolben herausgedrückt werden, auf jeden derselben einen nach Innen gerichteten Gegendruck anbringen, welcher vollkommen dem auf den Kolben *A* wirkenden Druck gleich ist; das Gleichgewicht kann also nur dann bestehen, wenn alle vier Kolben durch ganz gleiche Kräfte nach Innen gedrückt werden.

Der Druck pflanzt sich jedoch nicht allein vom Kolben *A* auf die übrigen Kolben, sondern auf alle Theile der Gefäßwand fort, so daß jeder Flächentheil der Gefäßwand, welcher eben so groß ist, wie der Querschnitt des Kolbens, auch einen eben so großen Druck auszuhalten hat.

In Fig. 103 ist der Durchschnitt eines ähnlichen Gefäßes mit zwei Röhren dargestellt, welche gleichfalls mit Kolben geschlossen sein sollen, die Röhren und folglich auch der Querschnitt der Kolben sind aber nicht gleich. Es sei z. B. die Oberfläche des Kolbens *C* 4mal so groß, als die des Kolbens *A*, so wird, wenn irgend eine Kraft gegen den Kolben *A* drückt, der Gesammtdruck auf den Kolben *C* auch 4mal so groß sein, als der auf *A* wirkende, weil jedes Flächenstück des Kolbens *C*, welches der Oberfläche des Kolbens *A* gleich ist, einen eben so großen Druck auszuhalten hat als *A*.

Fig. 103.



Wenn man also den Kolben *A* mit einer Kraft von 10 Pfund nach Innen drückt, so müßte man zur Erhaltung des Gleichgewichts an dem Kolben *C* einen nach Innen gerichteten Druck von 40 Pfund anbringen.

Der Druck pflanzt sich nicht allein in einer Horizontalebene fort, wie dies in den bisher betrachteten Beispielen der Fall war, sondern nach allen Seiten, also auch nach oben und nach unten.

Fig. 104 stellt den verticalen Durchschnitt zweier unten verbundener, mit Wasser gefüllter Röhren dar, welche ungleichen Querschnitt haben. In jeder Röhre sei ein schließender Kolben auf das Wasser gesetzt. Wenn nun auf den Kolben *A*, dessen Querschnitt 10mal kleiner sein mag, als der des Kolbens *B*, ein Gewicht, etwa von 12 Pfund aufgelegt wird, so wird sich der Druck in der Weise bis zum Kolben *B* fortpflanzen, daß gegen jedes Flächenstück von *B*, welches eben so groß ist als der Querschnitt von *A*, ein nach oben gerichteter Druck von 12 Pfund wirkt, man

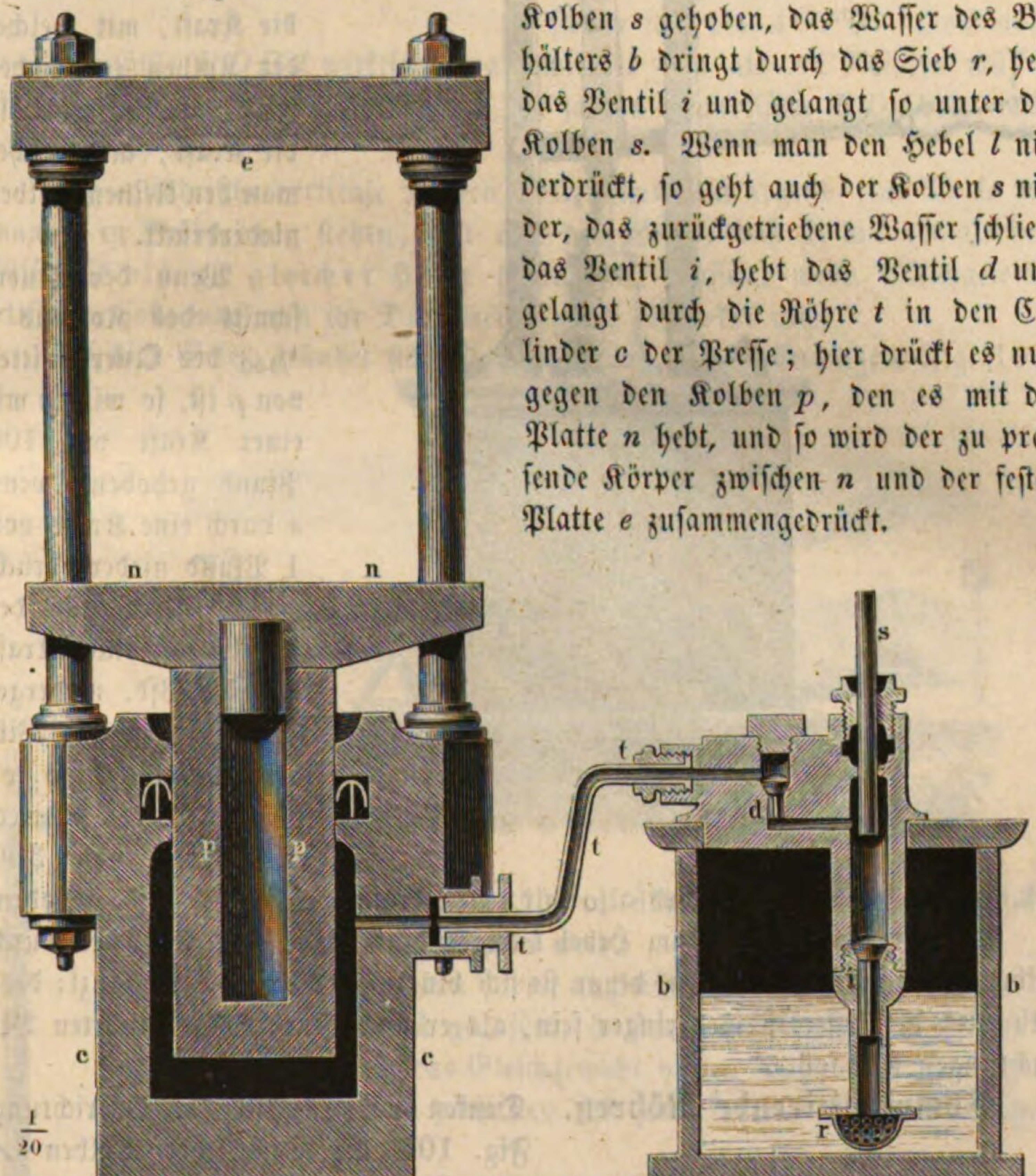
Fig. 104.



müßte also den Kolben *B* mit 120 Pfund belasten, wenn das Gleichgewicht ungestört bleiben soll.

Auf der gleichförmigen Fortpflanzung des Druckes durch Flüssigkeiten beruht die **hydraulische Presse**; sie besteht aus zwei Haupttheilen, einer Saug- und Druckpumpe, welche den Druck ausübt, und einem Kolben mit einer Platte, welche den Druck empfängt, um ihn auf den zu pressenden Körper zu übertragen. Fig. 105 ist ein Durchschnitt der hydraulischen Presse. Fig. 106 a. f. S. eine äußere Ansicht der Druckpumpe von der rechten Seite der Fig. 105 aus gesehen. Durch den Hebel *l* wird der Kolben *s* gehoben, das Wasser des Behälters *b* dringt durch das Sieb *r*, hebt das Ventil *i* und gelangt so unter den Kolben *s*. Wenn man den Hebel *l* niederdrückt, so geht auch der Kolben *s* nieder, das zurückgetriebene Wasser schließt das Ventil *i*, hebt das Ventil *d* und gelangt durch die Röhre *t* in den Cylinder *c* der Presse; hier drückt es nun gegen den Kolben *p*, den es mit der Platte *n* hebt, und so wird der zu pressende Körper zwischen *n* und der festen Platte *e* zusammengedrückt.

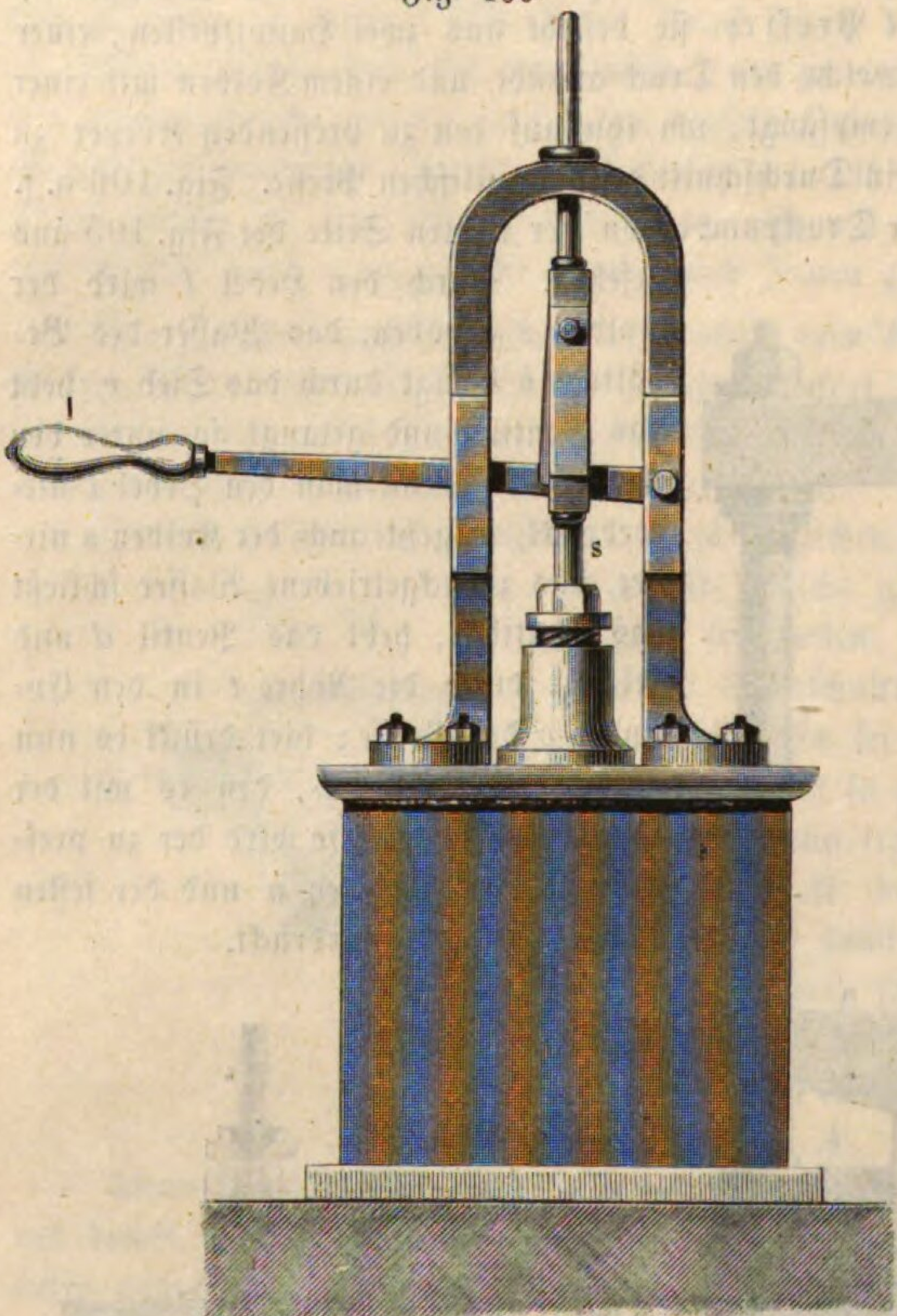
Fig. 105.



Die Wirksamkeit der hydraulischen Presse beruht also darauf, daß die Flüssigkeiten jeden Druck nach allen Richtungen gleichmäßig fortpflanzen. Wenn der Kolben *s* durch irgend eine Kraft niedergedrückt wird, so hat jeder Flächentheil

der Gefäßwände, welcher dem Querschnitt des Kolbens *s* gleich ist, einen gleichen Druck auszuhalten. Nun kann man aber die Unterfläche des Kolbens *p* als einen Theil der Gefäßwand betrachten: so vielmal also der Querschnitt des Kolbens *p* größer ist als der Querschnitt des Kolbens *s*, so vielmal wird auch die Kraft, mit welcher der Kolben *p* gehoben wird, größer sein als die Kraft, mit welcher man den kleinen Kolben niederdrückt.

Fig. 106.

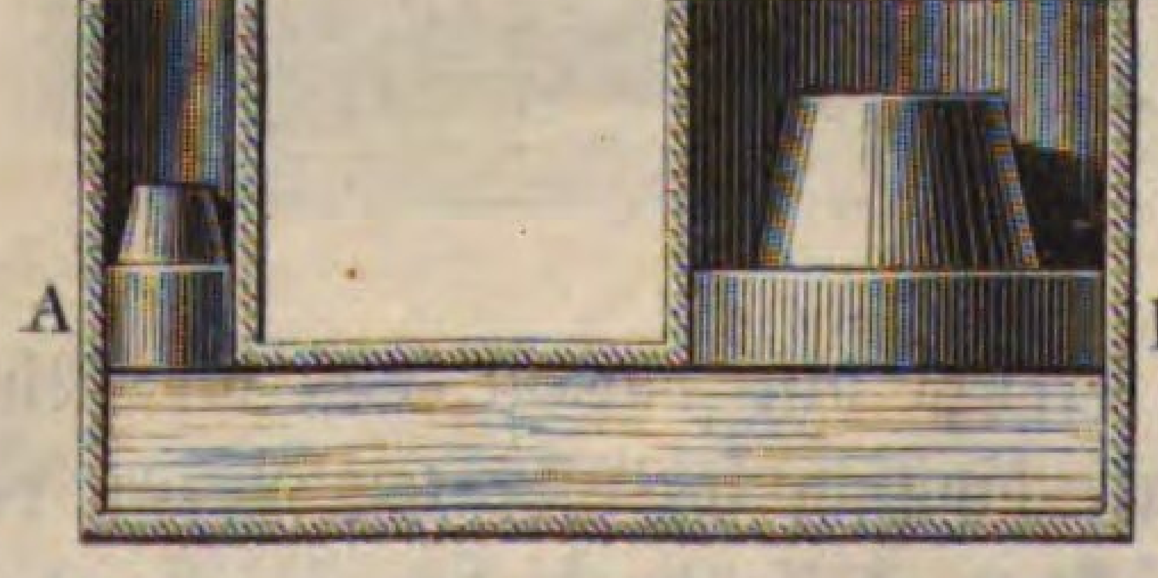


Wenn der Querschnitt des Kolbens *s* $^1/_{100}$ des Querschnittes von *p* ist, so wird *p* mit einer Kraft von 100 Pfund gehoben, wenn *s* durch eine Kraft von 1 Pfund niedergedrückt wird. Wird nun der Hebel *l* mit einer Kraft von 50 Pfd. niedergedrückt, so ist die Wirkung dieselbe, als ob auf den Kolben *s* direct eine Kraft von 300 Pfd. wirkte, der Kolben *p* wird also mit einer Kraft von 30000 Pfd. gehoben.

Von der Kraft, welche am Hebel *l* angewandt wird, geht ein Theil durch Reibungswiderstände verloren, bevor sie sich bis zum Kolben *p* fortpflanzt; deshalb wird der Effect stets geringer sein, als er nach den eben angeführten Betrachtungen sein sollte.

42 **Communicirende Röhren.** Denken wir uns in der Vorrichtung Fig. 107 die Dicke der Kolben *A* und *B* auf Null reducirt, oder denken wir uns statt der Kolben nur Wasserschichten, so werden doch die Gleichgewichtsbedingungen unverändert dieselben bleiben. Wenn auf die Schicht *AC*, Fig. 108, irgend ein gleichförmiger Druck ausgeübt wird, so findet

Fig. 107.



das Gleichgewicht nur dann Statt, wenn auf die $n$mal größere Schicht BD ein auch $n$mal größerer Druck wirkt. Wird auf die Wasserschicht AC eine Wassersäule $ACFG$ aufgeschüttet, so ist es das Gewicht derselben, welches auf AC drückt. Will man diesem Druck durch eine auf BD lastende Wassersäule das Gleichgewicht halten, so muß diese Wassersäule $BDHJ$ nothwendig $n$mal so schwer sein als $ACFG$. Soll aber die Wassersäule $BDHJ$ wirklich $n$mal schwerer sein als $ACFG$, so müssen beide Wassersäulen gleiche Höhe haben, da ja die Grundfläche BD schon $n$mal größer ist als AC.

Fig. 108.



Für cylindrische verticale Röhren, die unten auf irgend eine Weise mit einander in Verbindung stehen, gilt also das Gesetz, daß sie mit der gleichen Flüssigkeit bis zu gleicher Höhe gefüllt sein müssen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll, mag nun ihr Durchmesser gleich sein oder nicht.

Auf dies Gesetz gründet sich die Anwendung der Wasserwagen, Fig. 109.

Fig. 109.

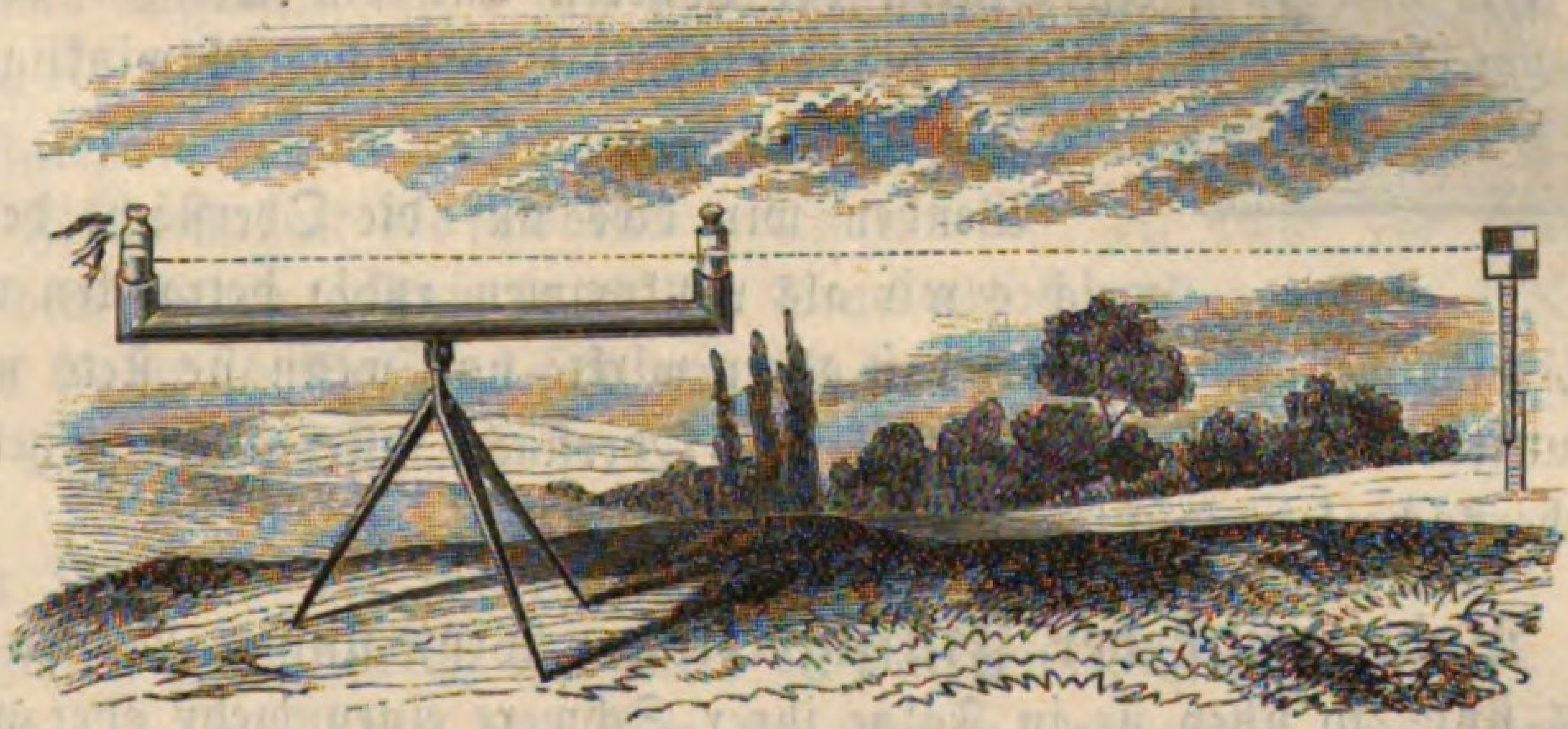


Fig. 110.



Nur bei ganz engen Röhren findet eine Abweichung Statt, die später besprochen werden wird.

Sind Flüssigkeiten von ungleichem specifischen Gewicht in die beiden Schenkel gegossen, so sind natürlich die Flüssigkeitssäulen, welche sich das Gleichgewicht halten, nicht mehr gleich hoch, sondern ihre Höhen verhalten sich umgekehrt wie ihre specifischen Gewichte.

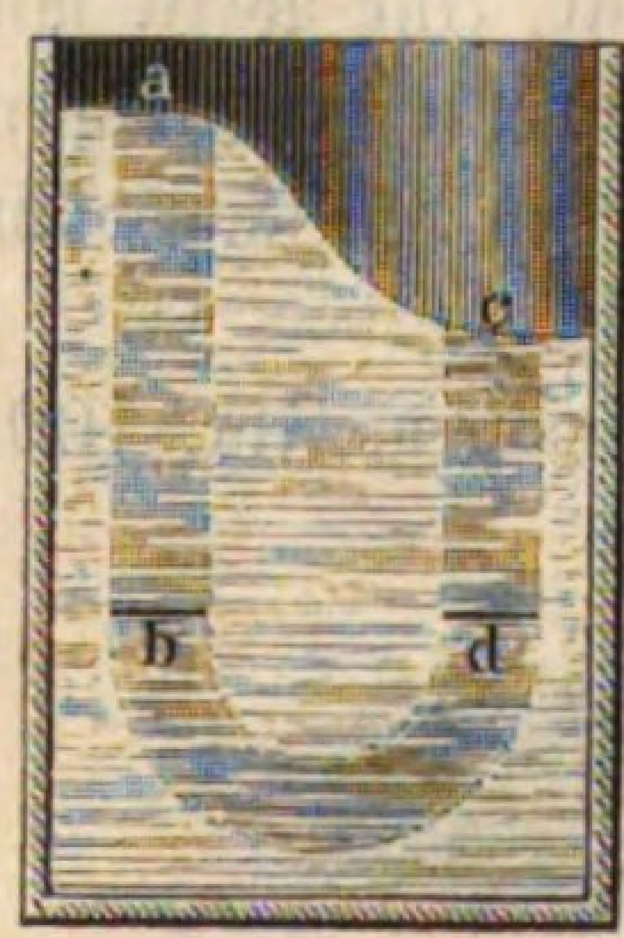
In die heberförmig gebogene Röhre, Fig. 110, sei z. B. Quecksilber und dann in den längeren Schenkel Wasser gegossen. Denken wir uns durch die Berührungsstelle von Quecksilber und Wasser eine horizontale Ebene BA gelegt, so wird alles Quecksilber unter BA für sich im Gleichgewicht sein, die Höhe der Quecksilbersäule AE ist aber für den Fall des Gleichgewichtes beinahe 14mal geringer als die Höhe der Wassersäule FB im

anderen Schenkel, weil das specifische Gewicht des Quecksilbers nahe 14mal so groß ist als das des Wassers.

Was man nun auch für verschiedene Flüssigkeiten anwenden mag, immer müssen sich die Höhen der Säulen umgekehrt wie ihre specifischen Gewichte verhalten. So hält z. B. eine 8 Zoll hohe Säule von concentrirter Schwefelsäure einer Wassersäule von 14,8 Zollen, und eine 8 Zoll hohe Säule von Schwefeläther einer Wassersäule von 5,7 Zollen das Gleichgewicht.

43 **Freie Oberfläche der Flüssigkeiten.** Aus dem Satze, welcher zu Anfang des vorigen Paragraphen bewiesen wurde, geht nun auch hervor, daß die freie Oberfläche einer Flüssigkeit in irgend einem Gefäße nothwendig horizontal sein muß. Wir können uns die ganze Flüssigkeitsmasse in eine beliebige Menge verticaler Säulchen zerlegt denken und diese müssen sich unter einander nach dem Principe der communicirenden Röhren das Gleichgewicht halten. Hätte z. B. die Oberfläche der Flüssigkeit die Gestalt der Fig. 111, so könnten sich unmöglich die Wassersäulen *cd* und *ab*, welche zur Unterscheidung von der übrigen Wassermasse stärker schraffirt sind, das Gleichgewicht halten; es muß nothwendig ein Sinken der höheren und ein Steigen der niedrigeren erfolgen, bis die ganze Oberfläche rechtwinklig ist zur Richtung der Schwere.

Fig. 111.



Wenden wir dies auf die Oberfläche des Meeres an, welches wir als vollkommen ruhig betrachten wollen, so ist klar, daß, wenn die Schwerkraft allein wirkte und wenn sie stets nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet wäre, die Oberfläche aller Meere Theile einer Kugeloberfläche sein müßten.

44 **Bodendruck der Flüssigkeiten.** Wenn flüssige Massen im Gleichgewicht sind, so üben sie in Folge ihrer Schwere einen mehr oder minder bedeutenden Druck auf den Boden und die Seitenwände der Gefäße aus, in denen sie enthalten sind und dessen Werth wir nun bestimmen wollen. Zunächst wollen wir den Druck untersuchen, welcher von oben nach unten, oder von unten nach oben auf horizontale Flächen, alsdann den Druck, welcher auf die Seitenflächen ausgeübt wird.

Der Druck, den eine Flüssigkeit von oben nach unten auf den Boden des Gefäßes ausübt, in welchem sie enthalten ist, ist von der Form des Gefäßes ganz unabhängig; er ist immer dem Gewicht einer geraden Säule von derselben Flüssigkeit gleich, deren Basis der Boden des Gefäßes, und deren Höhe die verticale Entfernung vom Boden bis zum Spiegel der Flüssigkeit ist.

In Gefäßen, die wie in Fig. 112 bis 115 gleiche Grundfläche haben und bis zu gleicher Höhe mit Wasser gefüllt sind, hat also der Boden gleichen Druck auszuhalten, mag nun das Gefäß oben weit oder eng, mag es gerade oder schräg sein.

Der Druck, welchen der Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäßes auszuhalten hat, ist gleich dem Gewicht einer verticalen Wassersäule, deren Basis gleich ist jenem Boden und deren Höhe gleich ist der Tiefe des Bodens unter dem Wasserspiegel.

Der Druck, welchen der Boden der Gefäße Fig. 112 bis 115 auszuhal-

Fig. 112.



Fig. 113.



Fig. 114.



Fig. 115.



ten hat, ist also gleich dem Gewichte der im Gefäß Fig. 113 enthaltenen Wassersäule.

Wenn man allgemein mit s den Flächeninhalt des Bodens, den man betrachtet, mit h die Höhe des Spiegels und mit d das Gewicht der Raumeinheit der Flüssigkeit bezeichnet, so ist der Druck auf die Fläche s gleich $s \cdot h \cdot d$. Ist z. B. der Flächeninhalt des Bodens 3 Quadratfuß, die Höhe des Wasserspiegels über dem Boden 4 Fuß, so ist der Druck auf den Boden $3 \times 4 \times 66$ Pfund, da der Cubikfuß Wasser 66 Pfund wiegt und die verticale Wassersäule $3 \cdot 4 = 12$ Cubikfuß hält.

Daß der Druck auf den Boden eines geraden cylindrischen Gefäßes, wie Fig. 113 gleich ist dem Gewicht des darin enthaltenen Wassers, ist klar; daß aber der Druck auf den Boden der oben erweiterten, verengten und schrägen Gefäße derselbe sein muß, bedarf noch eines Beweises.

Fig. 116.

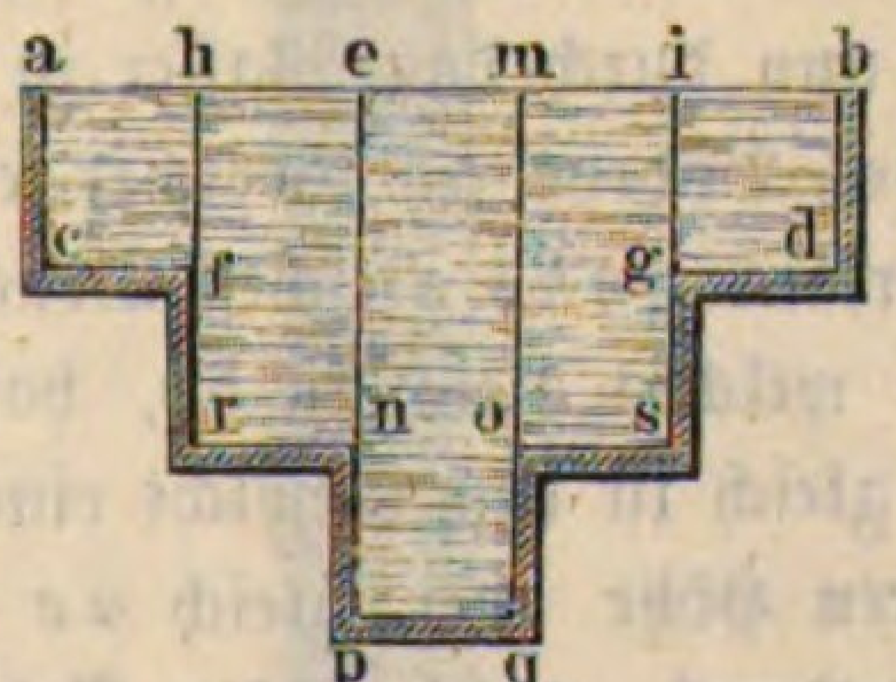
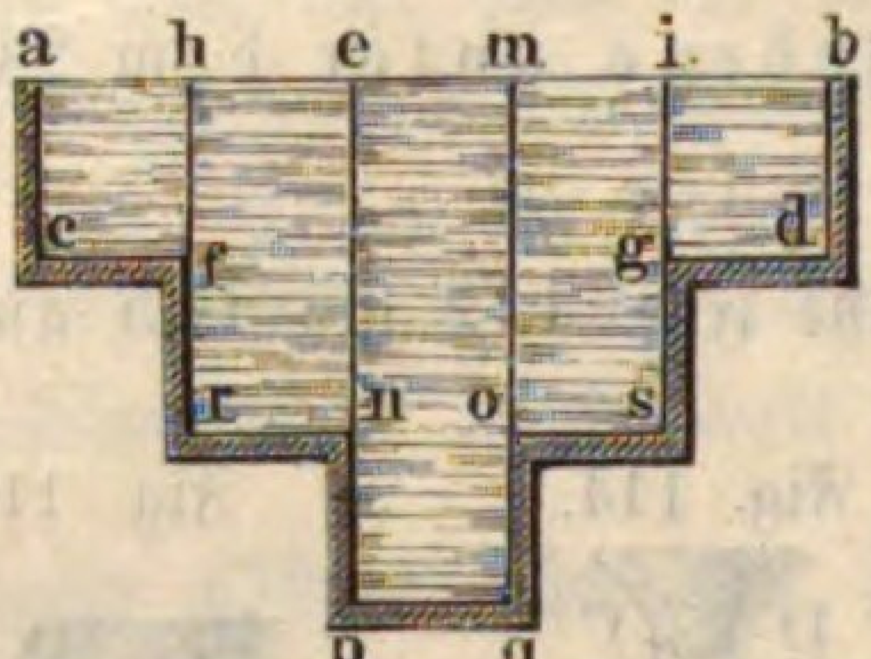


Fig. 116 stellt ein Gefäß vor, welches sich in treppenförmigen Absätzen nach oben erweitert. Die oberste verticale Wassersäule *abcd* drückt mit ihrem ganzen Gewicht auf die Grundfläche *cd*; jeder Theil dieser Grundfläche hat natürlich gerade das Gewicht der vertical auf ihm lastenden Wassersäule zu tragen und somit ist die Wasserschicht *fg* durch das Gewicht der Wassersäule *fghi* gedrückt.

Der Druck der Wassersäule *hfgi* pflanzt sich vertical nach unten fort, so daß die Fläche *rs*, welche gleich *fg* ist, nicht nur den Druck der unmittelbar

auf ihr lastenden Wassersäule *rfgs*, sondern auch noch den der Wassersäule *fghi* zu tragen hat. — Die Fläche *rs* trägt also das Gewicht der Wassersäule *rshi*.

Fig. 117.



Wenn man auf diese Weise weiter schließt, so ergiebt sich, daß die Basis *pq* einen Druck auszuhalten hat, welcher gleich ist dem Gewichte der Wassersäule *pqem*.

Dasselbe gilt auch für ein Gefäß, bei welchem, wie Fig. 118, die einzelnen treppenförmigen Absätze eine ganz geringe Höhe haben, der Boden *ab* ist durch das Gewicht der Wassersäule *abcd* gedrückt.

Da diese Schlüsse von der Höhe und den Dimensionen dieser Absätze überhaupt ganz unabhängig sind, so gelten sie auch noch für den Fall, daß die einzelnen treppenförmigen Absätze verschwindend klein werden, sie gelten also auch noch für ein Gefäß von der Form Fig. 112.

Fig. 118.

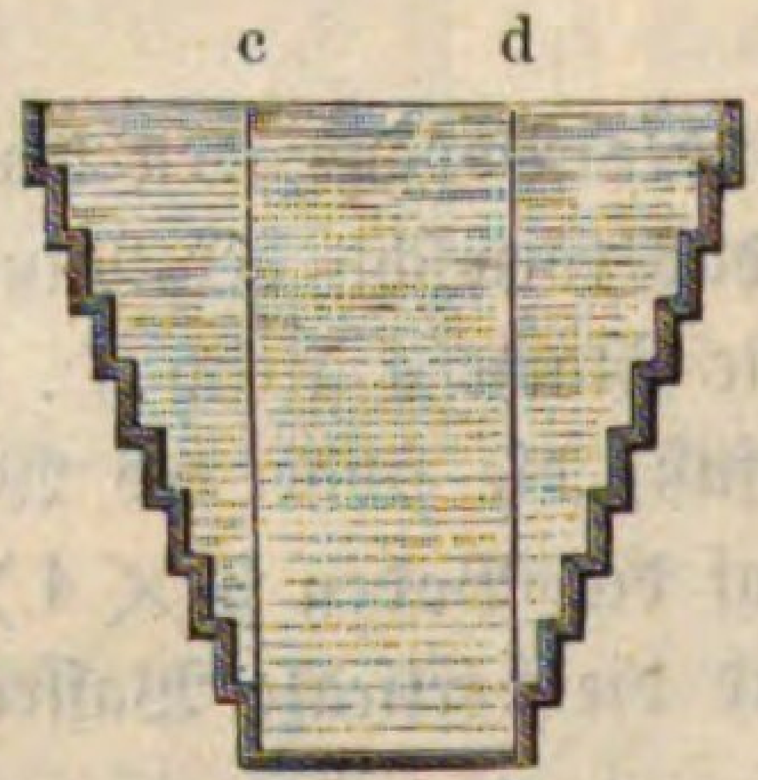


Fig. 119.

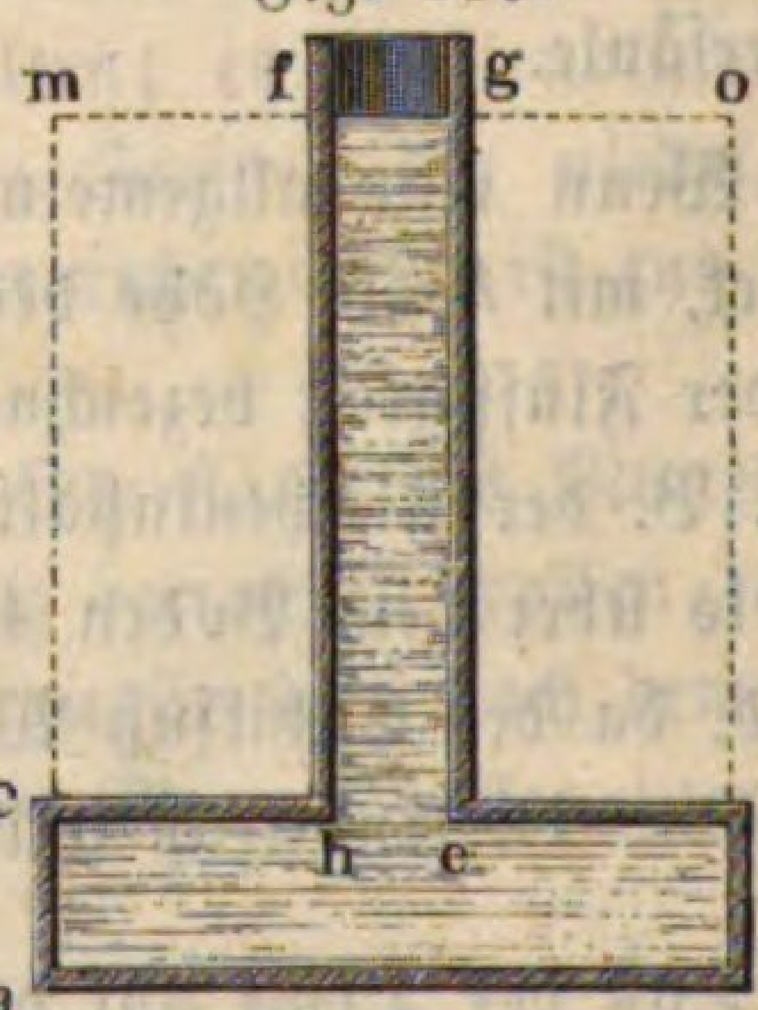


Fig. 119 stelle ein unten weites Gefäß dar, an welches sich oben eine engere Röhre ansetzt. Das Gefäß sei bis *fg* mit Wasser gefüllt. Der Boden *ab* hat zunächst das Gewicht der Wassersäule *abcd* zu tragen. Diese ist aber selbst durch die Wassersäule *hfge* gedrückt, deren Gewicht auf die Wasserschicht *he* preßt. Der auf *he* lastende Druck pflanzt sich nun durch das Wasser in *abcd* in der Art gleichförmig fort, daß jeder Theil des Bodens *ab*, welcher eben so groß ist wie *he*, einen dem Gewicht der Wassersäule *fghe* gleichen Druck auszuhalten hat. Jedes Flächenstück des Bodens, welches gleich ist *he*, hat demnach einen Gesammtdruck auszuhalten, welcher gleich ist dem Gewicht einer verticalen Wassersäule, deren Basis gleich *he*, deren Höhe aber gleich $ac + hf$ ist; daraus folgt nun ferner, daß der Gesammtdruck, welchen der Boden *ab* auszuhalten hat, gleich ist dem Gewicht einer geraden Wassersäule, deren Basis *ab* und deren Höhe *am* ist.

Darauf gründet sich die Real'sche Presse.

Wenden wir diese Schlüsse auf das Gefäß Fig. 120 an, welches bis Oben hin mit Wasser gefüllt sein soll, so ergiebt sich, daß der Druck auf den

Boden *ab* gleich ist dem Gewicht einer verticalen Säule, deren Basis *ab* und deren Höhe *ac* ist.

Fig. 120.

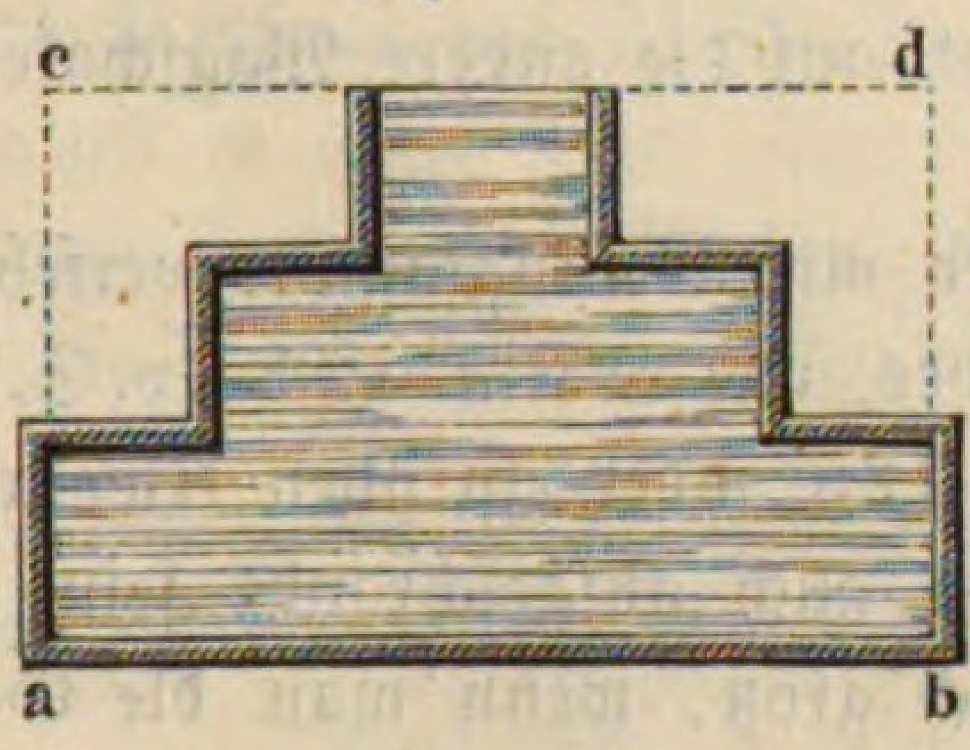
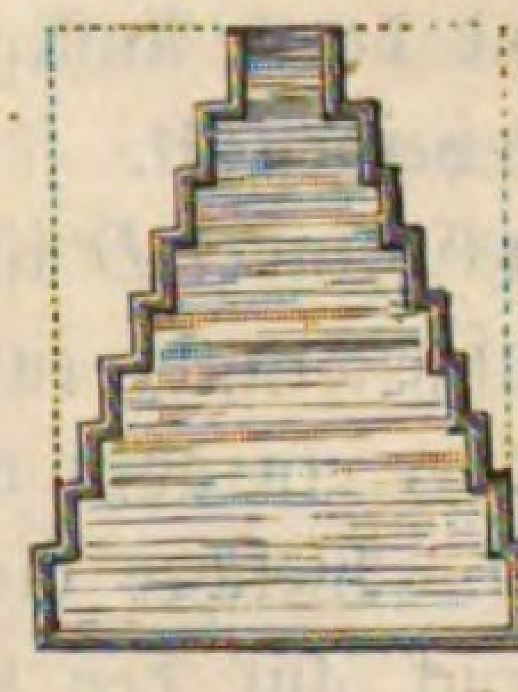


Fig. 121.

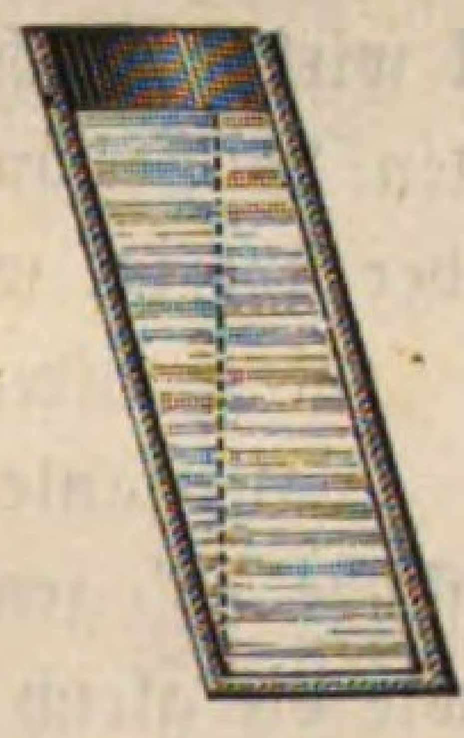


Aus denselben Gründen sind auch die Boden der Gefäße Fig. 121 und Fig. 122 gerade so stark gedrückt, als ob sie eine gerade Wassersäule von gleicher Basis und gleicher Höhe zu tragen hätten, da ja diese Schlüsse ebenso für kleinere und endlich auch für verschwindend kleine Absätze des Gefäßes gültig sind.

Fig. 122.



Fig. 123.



Aus dem Gesagten ergiebt sich auch nun leicht die Richtigkeit unseres Satzes für den in Fig. 123 dargestellten Fall, daß das Gefäß schräg ist.

Kurz, der Druck, den der Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäßes auszuhalten hat, ist von der Form dieses Gefäßes ganz unabhängig, er hängt bloß von der Größe des Bodens und seiner Tiefe unter dem Wasserspiegel ab.

Die Behauptung, welche so eben theoretisch begründet wurde, muß auch noch experimentell bewiesen werden und dazu eignet sich besonders der Apparat Fig. 124. In den Messingcylinder *D*, welcher unten eine Oeffnung hat, paßt

Fig. 124.



Fig. 125.



Fig. 126.

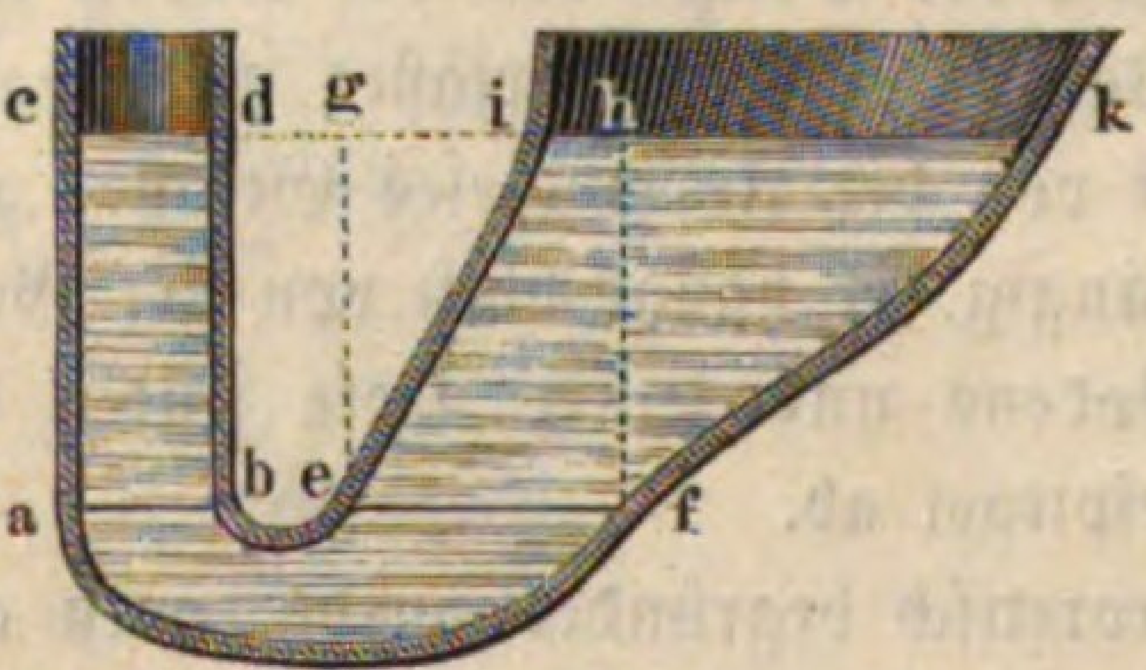


ganz genau der oben mit einem Haken versehene Kolben *E*, jedoch so, daß er sich noch ohne große Reibung leicht auf- und abbewegen läßt. Mittelst eines Drahtes wird nun der Kolben *E* an der einen Wagschale eines Wagbalkens angehängt und durch Auflegen von Tarirgewicht auf die andere Wagschale das Gleichgewicht hergestellt.

Auf den Cylinder *D* ist nun aber ein unten mit Messingfassung versehenes Glasgefäß aufgeschraubt, entweder ein cylindrisches, wie es Fig. 124 a. v. S. dargestellt ist, oder ein oben verengtes, wie Fig. 125, oder ein oben erweitertes, wie Fig. 126. Welches dieser drei Gefäße nun auch aufgeschraubt sein mag, so ist der Druck auf den Kolben *E* stets gleich groß, wenn man die Gefäße gleich hoch voll Wasser gießt, was man daran erkennt, daß man in allen Fällen immer gleichviel Gewicht auf die andere Wagschale auflegen muß, um dem Druck das Gleichgewicht zu halten, den *E* durch das Wasser erleidet.

Daraus folgt nun ferner, daß der Satz, welcher in Paragraph 42 nur für gerade cylindrische Gefäße bewiesen wurde, ganz allgemein wahr ist, daß in communicirenden Gefäßen für den Fall des Gleichgewichts der Spiegel der Flüssigkeit in gleicher Höhe sein muß, welches auch übrigens die Gestalt der Gefäße sein mag. Dem Druck der Wassersäule *abcd* (Fig. 127) wird das Gleichgewicht gehalten, wenn auf *ef* ein Druck wirkt, welcher dem Gewicht der verticalen Wassersäule *efgh* gleich ist. Nun aber übt ja, wie wir eben gesehen haben, die unregelmäßig geformte schräge Wassersäule *efik* auf ihre Grundfläche *ef* genau denselben Druck aus, wie die gleich hohe gerade Säule *efgh*, folglich muß in der That in beiden Schenkeln unsers Gefäßes das Wasser gleich hoch stehen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll.

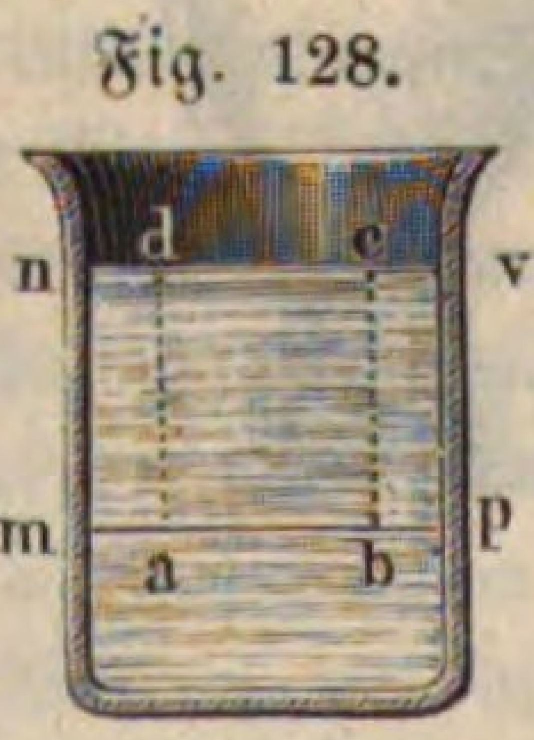
Fig. 127.



45 **Seitendruck.** Der Druck, welchen ein Stück der Seitenwand eines Gefäßes aushält, ist dem Gewicht einer Flüssigkeitssäule gleich, welche so hoch ist, als der Schwerpunkt dieses Wandstücks unter dem Niveau liegt, und deren Basis gleich ist der Größe des Wandstücks selbst.

Der Seitendruck läßt sich aus dem entsprechenden horizontalen Drucke nach dem Princip der gleichmäßigen Fortpflanzung des Drucks nach allen Seiten ableiten. Der Punkt *m* (Fig. 128) ist ein Punkt der horizontalen Schicht *m p*; der Druck, dem es ausgesetzt ist, pflanzt sich gleichmäßig nach allen Richtungen, also auch rechtwinklig gegen die Wand fort. Jeder Punkt der Seitenwand erleidet demnach denselben Druck, dem jeder Punkt der gleich hohen horizontalen Flüssigkeitsschicht ausgesetzt ist. Betrachten wir nun irgend einen Flächentheil der Seitenwand, dessen höchster Punkt so wenig über seinem tiefsten liegt, daß der Druck, den diese beiden Punkte

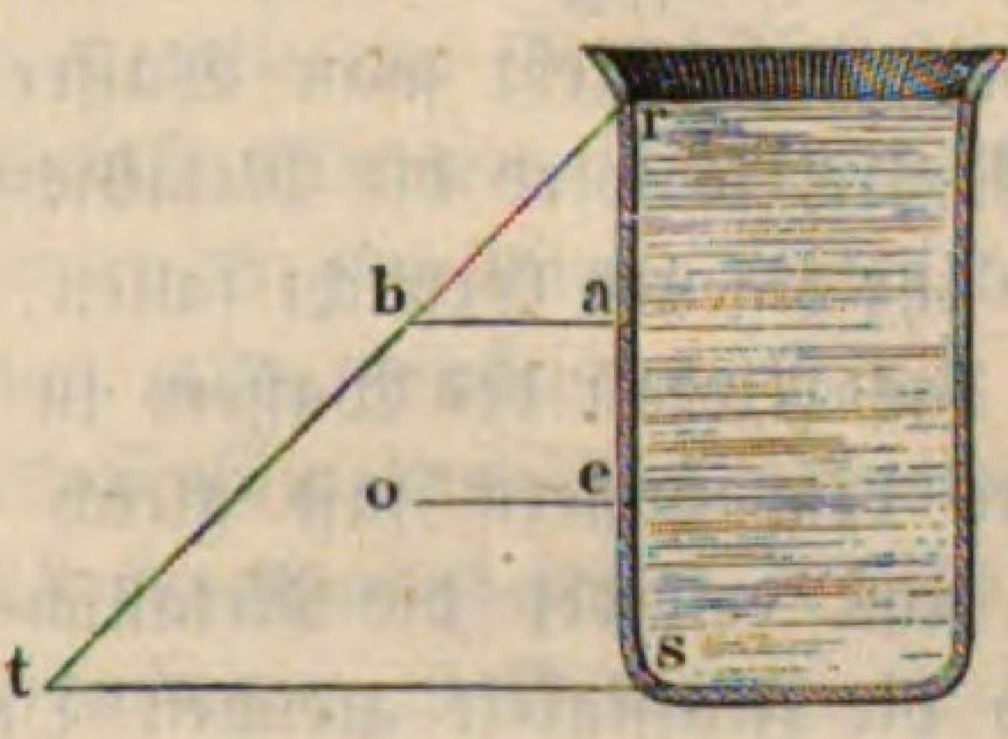
Fig. 128.



erleiden, ohne merklichen Fehler als gleich angenommen werden kann, so ist der Druck, welchen dieses Flächenstück aushält, offenbar $s \times h \times d$, wenn s, h und d die Seite 93 angeführte Bedeutung haben. In einem 10 Meter (31,8′) hohen Behälter voll Wasser ist der Druck auf ein Quadratcentimeter der Seitenwand in einer Tiefe von 1 Meter (3,18′) gleich 100 Grammen ($^1/_5$ Pfd.), in einer Tiefe von 2 Metern 200 Grammen, in einer Tiefe von 10 Metern aber, d. h. am Boden, gleich 1 Kilogramm (2 Pfd.).

Der Druck, den irgend ein Punkt a der verticalen Wand eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefäßes auszuhalten hat, läßt sich durch Zeichnung (Fig. 129) anschaulich machen. Man ziehe in a eine wagerechte Linie und mache ihre Länge ab gleich der Tiefe des Punktes a unter dem Wasserspiegel, so kann die Linie ab den Druck repräsentiren, den der Punkt a auszuhalten hat. Macht man dieselbe Construction für mehrere Punkte der verticalen Linie rs, so werden die Endpunkte aller der horizontalen Drucklinien in die Linie rt fallen. Es folgt daraus, daß der Gesammtdruck, welchen die Linie rs der verticalen Gefäßwand auszuhalten hat, durch das Dreieck rst repräsentirt ist.

Fig. 129.



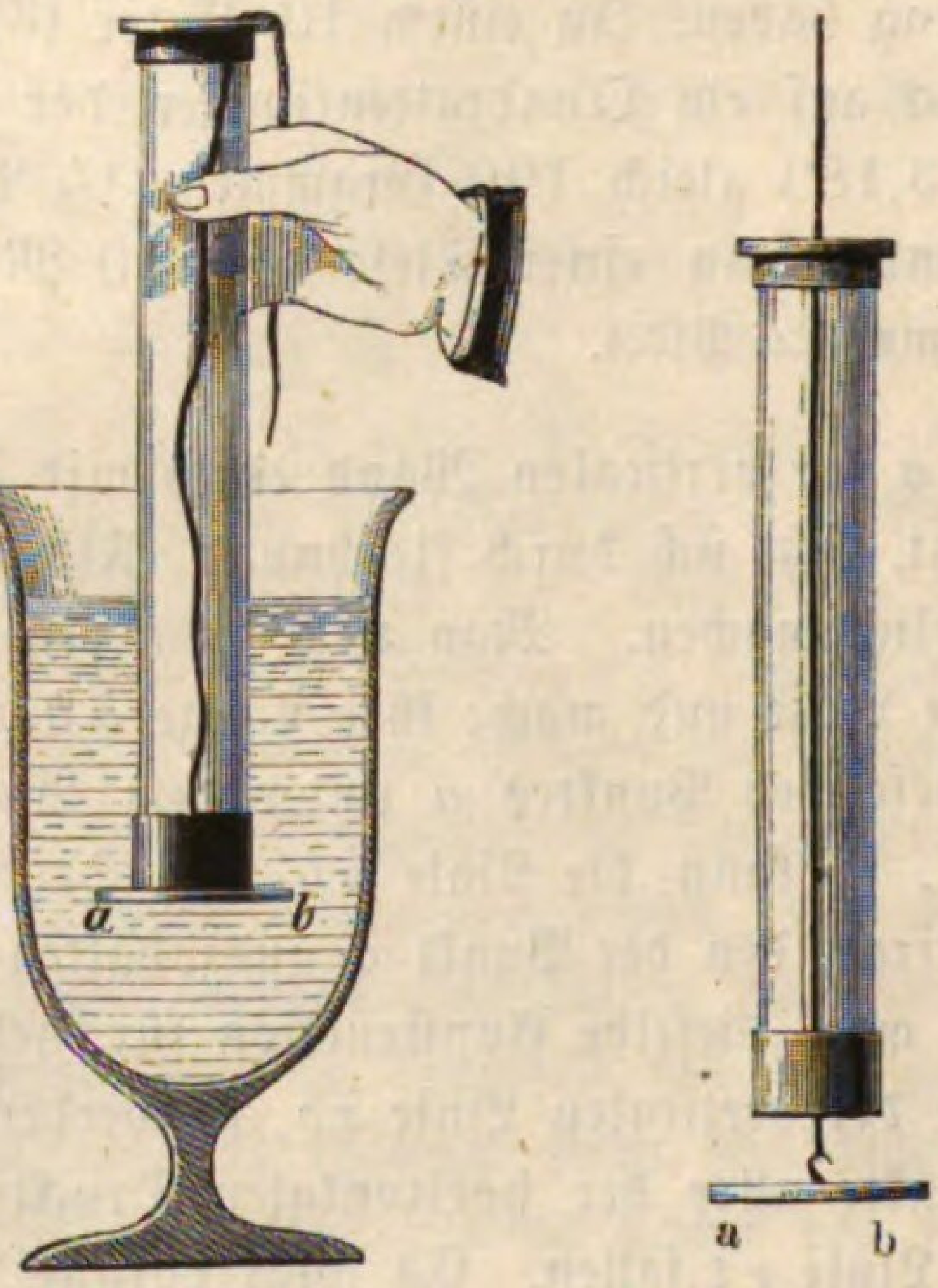
Der Angriffspunkt der Resultirenden aller elementaren Pressungen, welche ein Wandstück auszuhalten hat, heißt **Mittelpunkt des Drucks**. Er liegt immer tiefer als der Schwerpunkt des Flächenstücks, weil ja die Stärke des Drucks nach unten wächst. Der Mittelpunkt des Drucks für die verticale Linie rs ist leicht zu ermitteln; denn es ist offenbar derjenige Punkt e, in welchem die Linie rs von derjenigen horizontalen Linie getroffen wird, die durch den Schwerpunkt o des Dreiecks rst geht. Wir haben hier nur eine Linie rs betrachtet; nehmen wir statt derselben einen beliebig breiten Streifen der verticalen Wand, so liegt der Mittelpunkt des Druckes für denselben auf seiner verticalen Mittellinie, und zwar ist seine Höhe über dem Boden $^1/_3$ der Höhe, in welcher sich der Wasserspiegel über dem Boden befindet.

Druck im Inneren der Flüssigkeiten, Auftrieb. Jede Schicht im Inneren einer Flüssigkeit wird von beiden Seiten mit gleicher Kraft gedrückt; die Schicht ab (Fig. 128) hat von oben das Gewicht der Wassersäule $abcd$ zu tragen. Dieser Druck ist aber durch einen ganz gleichen, von den benachbarten Wassersäulen herrührenden von unten her gegen ab wirkenden äquilibrirt. Daß im Inneren der Flüssigkeit ein solcher nach oben wirkender Druck wirklich vorhanden ist, läßt sich leicht durch den Versuch zeigen. 46

Das untere Ende einer etwas weiten Glasröhre ist mit einer Messingfassung versehen, wie dies Fig. 130 a. f. S. zeigt. Der Rand derselben ist genau eben abgeschliffen. ab ist eine Metallscheibe, welche in ihrer Mitte einen Haken

hat, vermittelst dessen man sie an eine Schnur anhängen kann, welche durch die Röhre hindurchgeht, so daß, wenn man den Faden anzieht, die Scheibe die untere Oeffnung der Röhre vollkommen verschließt. Auf diese Weise verschlossen, wird die Röhre in Wasser eingetaucht. Nun ist es nicht mehr nöthig, den Faden anzuziehen, um das Herunterfallen der Scheibe zu verhindern, weil sie durch die Flüssigkeit nach oben gedrückt wird. Gießt man Wasser in die Röhre, so wird die Metallscheibe durch ihr eigenes Gewicht fallen, sobald das Niveau des Wassers in der Röhre dem äußern fast gleich ist, denn nun erleidet die Metallscheibe durch die Flüssigkeit gleichen Druck nach unten und nach oben.

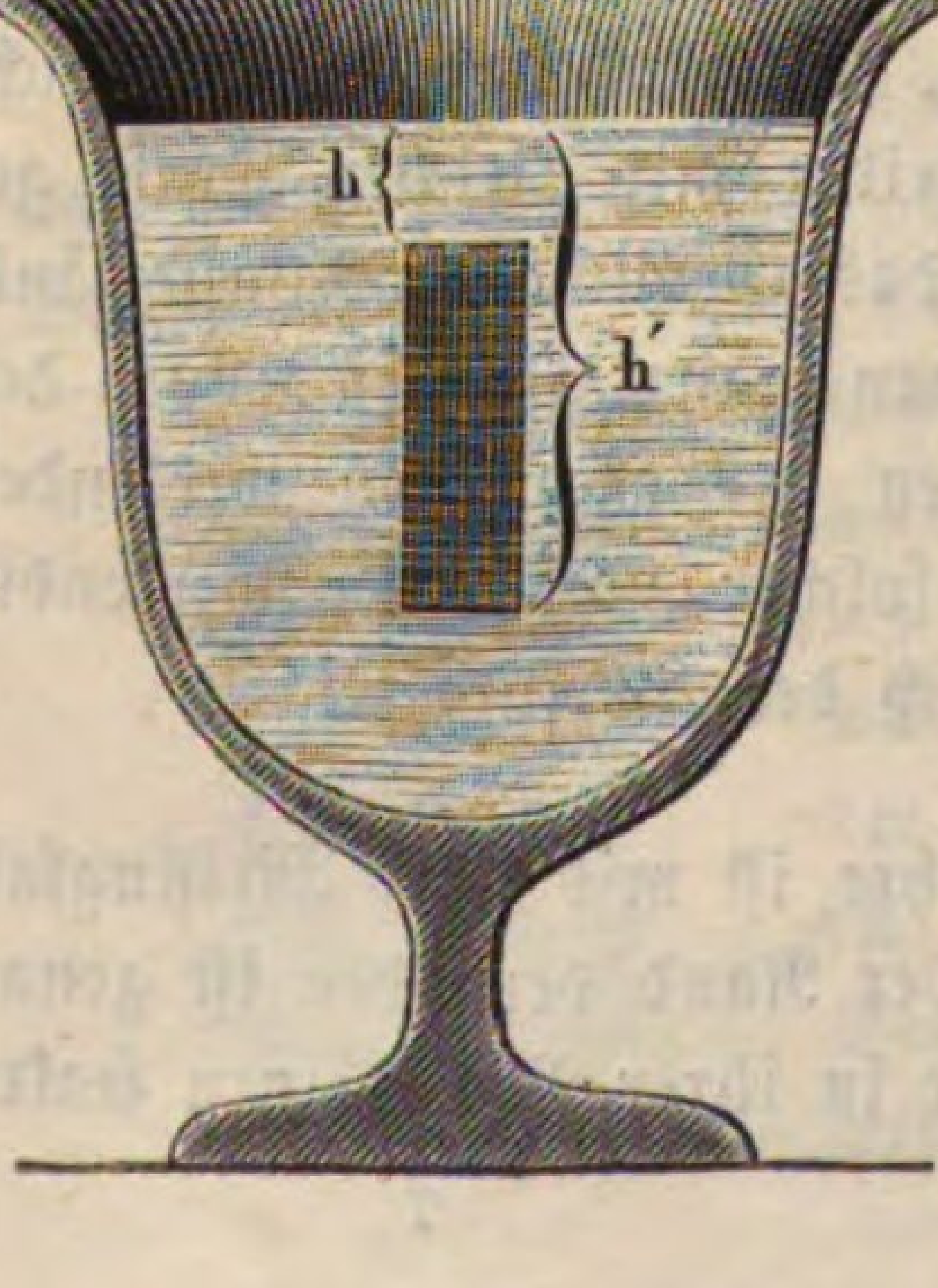
Fig. 30.



47 **Das Archimedische Princip.** Man sieht oft, daß schwere Körper sich in einem der Richtung der Schwere entgegengesetzten Sinne bewegen; Kork und Holz z. B. steigen in die Höhe, wenn sie in Wasser getaucht werden; ebenso steigt Eisen in Quecksilber und der Luftballon in der Luft in die Höhe. Alle diese Erscheinungen gründen sich auf ein Princip, welches unter dem Namen des *Archimedischen Princips* bekannt ist, weil es von *Archimedes* entdeckt wurde.

Dies Princip kann so ausgedrückt werden: *Ein Körper, welcher in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, verliert von seinem Gewichte gerade so viel, als die aus der Stelle vertriebene Flüssigkeit wiegt.* Oder richtiger gesagt: *Wenn ein Körper in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, so wird ein Theil seines Gewichtes von der Flüssigkeit getragen, welcher dem Gewichte der aus der Stelle getriebenen Flüssigkeit gleich ist.*

Fig. 131.



Man kann sich von der Richtigkeit dieses Princips durch eine einfache Betrachtung überzeugen. Irgend ein gerades Prisma sei vertical in die Flüssigkeit eingetaucht, wie es beistehende Figur zeigt, so ist jeder Druck auf die Seiten des Prismas durch einen gleichen und entgegengesetzten aufgehoben, die obere Fläche aber erleidet den Druck einer Flüssigkeitssäule, welche mit dem Prisma gleiche Grundfläche und die Höhe h hat.

Die untere Fläche dagegen wird von unten nach oben mit einer Kraft gedrückt, welche dem Gewicht einer Flüssigkeitssäule von derselben Basis und der Höhe h' gleich ist. Die Höhen h und h' differiren aber gerade um die Höhe des Prismas, und somit ist klar, daß der Druck auf die untere Fläche den auf die obere um das Gewicht einer Flüssigkeitssäule übertrifft, welche dem Volumen des Prismas gleich ist. Da aber nun dieser Ueberschuß des Drucks nach oben der Schwere des Körpers selbst entgegenwirkt, so wird offenbar die Wirkung der Schwerkraft des Körpers auf die angegebene Weise vermindert.

Es sei z. B. die Basis jenes Prismas 1 Quadratcentimeter, seine Höhe 10 Centimeter, die obere Fläche befinde sich 3 Centimeter unter dem Niveau des Wassers, so hat die obere Fläche den Druck einer Wassersäule von 1 Quadratcentimeter Grundfläche und 3 Centimeter Höhe, also das Gewicht von 3 Cubikcentimetern Wasser, d. h. 3 Grammen, zu tragen. Die untere Fläche ist aber 13 Centimeter unter dem Wasserspiegel, sie hat also einen von unten nach oben wirkenden Druck auszuhalten, welcher gleich dem Gewicht einer Wassersäule von 1 Quadratcentimeter Basis und 13 Centimeter Höhe ist, also 13 Gramme beträgt. Zieht man von diesen 13 Grammen die Größe des Drucks von 3 Grammen ab, welcher auf die obere Fläche nach unten wirkt, so bleiben 10 Gramm für die Kraft, mit welcher das Prisma durch den Druck des Wassers nach oben getrieben wird. 10 Gramme aber ist das Gewicht einer Wassersäule, welche mit dem Prisma gleiches Volumen hat. Bestände dieses Prisma aus Marmor, so würde es 27 Gramme wiegen, in Wasser eingetaucht hat es aber einen nach oben gerichteten Druck von 10 Grammen auszuhalten, folglich wird es sich im Wasser gerade so verhalten, als ob es nun 10 Gramme leichter geworden wäre.

Nehmen wir statt eines solchen Prismas ein Bündel von mehreren, so ist klar, daß jedes einzelne Prisma durch das Eintauchen in Wasser von seinem Gewichte so viel verliert, als ein gleiches Volumen Wasser wiegt, folglich ist auch der Gewichtsverlust, welchen der ganze, aus mehreren Prismen zusammengesetzte Körper erleidet, gleich dem Gewichte einer Wassermasse, deren Volumen dem Gesammtvolumen aller Prismen gleich ist. Da man sich aber einen jeden Körper in eine Menge solcher vertical stehenden Prismen von sehr kleinem Durchmesser zerlegt denken kann, so läßt sich unser Schluß auf jeden beliebigen Körper ausdehnen.

Fig. 132.

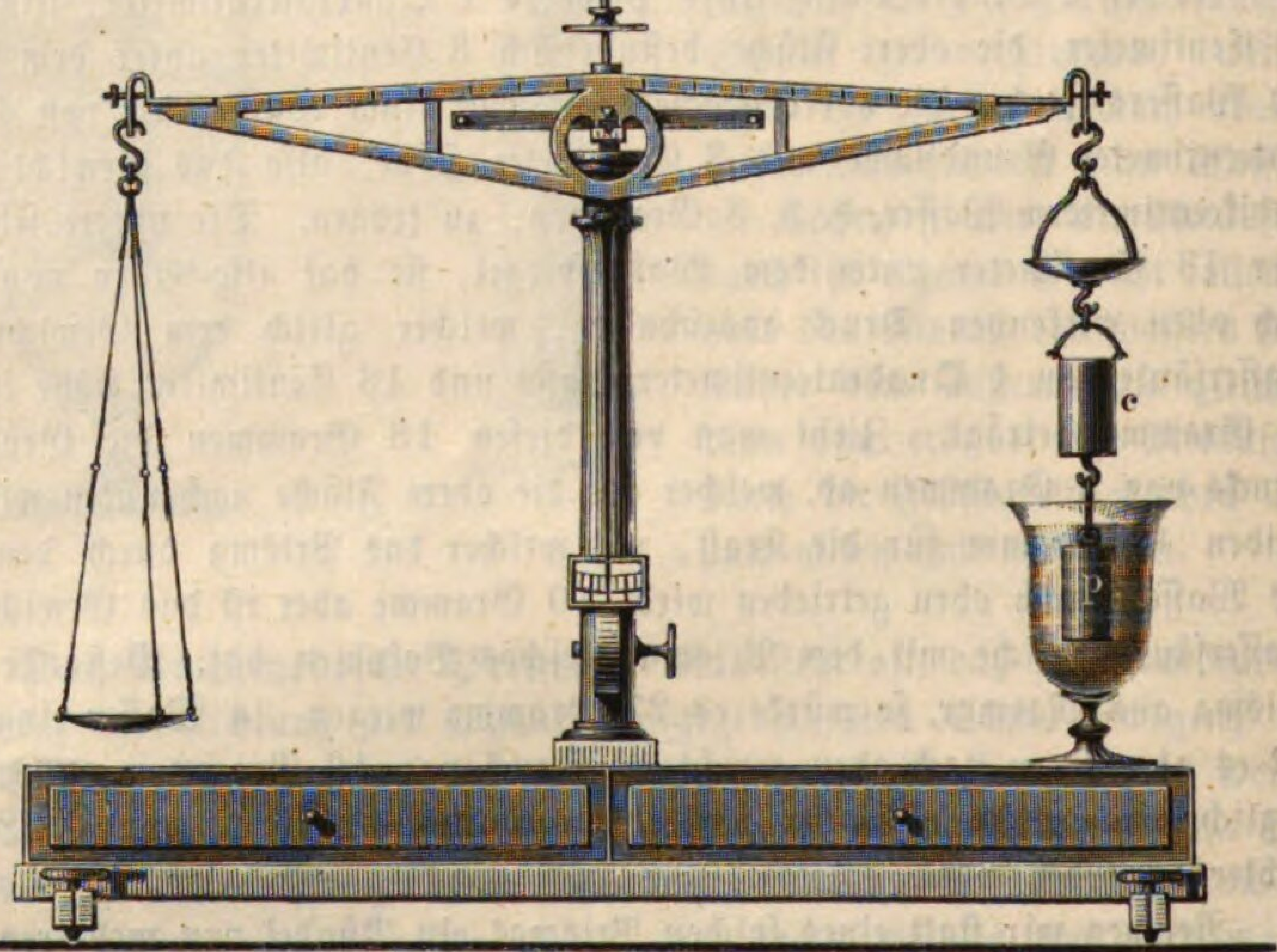


Ein ganz anderes Raisonnement führt uns zu demselben Resultate. Denken wir uns, der Raum, den der in Wasser eingetauchte Körper einnimmt, sei selbst mit Wasser angefüllt, so wird dieser Wasserkörper in der übrigen Wassermasse schweben, er wird nicht steigen und nicht sinken. Denken wir uns nun den Wasserkörper durch einen anderen ersetzt, der bei gleichem Volumen gleiches Gewicht mit dem

Wasserkörper hat, so wird auch dieser schweben, sein ganzes Gewicht wird also durch das Wasser, in welchem er eingetaucht ist, getragen, und somit ist klar, daß allgemein von dem Gewicht eines jeden in Wasser eingetauchten Körpers ein Theil durch das Wasser getragen wird, welcher dem Gewichte des verdrängten Wassers gleich ist.

Von der Wahrheit des Archimedischen Princips kann man sich auch direct durch den Versuch überzeugen. An der einen Schale einer Wage, Fig. 133, ist

Fig. 133.



ein hohler Cylinder *c* angehängt, an welchem wieder ein massiver Cylinder *p* hängt, der genau die Höhlung des oberen ausfüllt. Auf die andere Wagschale legt man nun so viel Gewichte, daß das Gleichgewicht hergestellt ist. Taucht man aber nun den Cylinder *p* in Wasser, so verliert er dadurch einen Theil seines Gewichtes, das Gleichgewicht ist also gestört; um es wieder herzustellen, braucht man aber nur den Cylinder *c* voll Wasser zu gießen, was offenbar zeigt, daß *p* durch das Eintauchen in Wasser gerade so viel an Gewicht verloren hat, als das Wasser wiegt, welches den Cylinder *c* ausfüllt. Das Volumen des in *c* befindlichen Wassers ist nämlich dem Volumen des Wassers gleich, welches der Cylinder *p* aus der Stelle treibt; mithin ist der Gewichtsverlust von *p* gleich dem Gewichte des aus der Stelle vertriebenen Wassers.

Wie wir vorhin gesehen haben, würde Alles im Gleichgewicht sein, wenn man einen ins Wasser eingetauchten Körper selbst in Wasser verwandeln könnte. Dieser Wasserkörper aber würde auch vollkommen im Gleichgewicht bleiben, wie man ihn auch um seinen Schwerpunkt drehen mag. Der von unten nach oben wirkende Druck der umgebenden Flüssigkeit ist demnach eine Kraft, deren Angriffspunkt mit dem Schwerpunkte des gedachten Wasserkörpers zusammenfällt. Dieser Punkt mag **Mittelpunkt des Druckes** (der Flüssigkeit) heißen.

Wenn nun statt des gedachten Wasserkörpers irgend ein anderer Stoff, z. B. Kork, Marmor, Eisen u. s. w. wieder seinen Raum einnimmt, so wird der Druck, den dieser Körper von der umgebenden Wassermasse auszuhalten hat, genau derselbe sein, welchen der gedachte Wasserkörper hätte aushalten müssen. Ein in Wasser eingetauchter Körper ist demnach der Wirkung zweier Kräfte unterworfen, deren Größe und Angriffspunkt wir jetzt kennen. Die erste Kraft ist die Schwere des Körpers, welche von oben nach unten wirkt, und deren Angriffspunkt der Schwerpunkt des Körpers ist; die zweite Kraft, welche von unten nach oben wirkt, ist gleich dem Gewichte des aus der Stelle vertriebenen Wassers, und ihr Angriffspunkt der Schwerpunkt dieser Wassermasse. Wenn ein vollständig untergetauchter Körper vollkommen homogen ist, so fällt sein Schwerpunkt mit dem Schwerpunkte der vertriebenen Wassermasse zusammen.

Der nach oben wirkende Druck der Flüssigkeit wird mit dem Namen Auftrieb bezeichnet.

Bedingungen des Gleichgewichts untergetauchter Körper. 48

Wenn ein durchaus homogener Körper in einer Flüssigkeit untergetaucht sich in derselben schwebend erhalten soll, so ist weiter nichts nöthig, als daß sein Gewicht dem Gewichte der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit vollkommen gleich sei, die Stellung des Körpers ist dabei völlig gleichgültig; wir haben hier den Fall eines indifferenten Gleichgewichts. Um dies durch den Versuch zu zeigen, bilde man einen Körper von beliebiger Form aus einer Masse, die aus 1 Gewichtstheile feingepulverten Zinnobers auf 225 Gewichtstheile weißen Wachses besteht. Beide Bestandtheile müssen gehörig durcheinander gearbeitet sein, damit die Masse die nöthige Gleichförmigkeit hat. Ein aus dieser Masse gebildeter Körper wird im Wasser schweben, und zwar in jeder beliebigen Stellung im Gleichgewicht bleiben. In Weingeist sinkt er unter, in einer Salzlösung steigt er in die Höhe und schwimmt an der Oberfläche.

Fig. 134.



Wenn der eingetauchte Körper nicht homogen ist, so daß der Schwerpunkt des Körpers nicht mit dem Schwerpunkte des vertriebenen Wassers zusammenfällt, so kann er allerdings noch in der Flüssigkeit schweben, wenn sein Totalgewicht gerade dem Gewichte des vertriebenen Wassers gleich ist, jedoch ist er nur dann im Gleichgewicht, wenn der Schwerpunkt des Körpers und der Schwerpunkt des vertriebenen Wassers in einer Verticallinie liegen; stabil ist aber das Gleichgewicht nur dann, wenn der Schwerpunkt des Körpers die tiefste Stellung einnimmt.

Ein solches Schweben läßt sich leicht mit Hülfe des Apparates Fig. 134 hervorbringen;

die hohle Glaskugel *l* ist zum Theil mit Luft, zum Theil mit Wasser gefüllt und hat unten eine kleine Oeffnung. Das ganze Gefäß ist oben mit einer Blase oder noch besser mit Kautschuk verschlossen; wenn man auf dieselbe drückt, so wird etwas mehr Wasser in die Kugel *l* hineingepreßt, sie wird schwerer und sinkt nieder; wenn der Druck nachläßt, dehnt sich die Luft in der Kugel *l* wieder aus und treibt etwas Wasser aus, die Kugel wird leichter und steigt; es ist nun leicht, den Druck so zu modificiren, daß die Kugel gerade im Wasser schwebt, ohne zu sinken oder zu steigen.

49 **Bedingungen des Gleichgewichts schwimmender Körper.** Wenn ein Körper schwimmt, so ist sein ganzes Gewicht gleich dem Gewichte der Flüssigkeitsmasse, welche der eingetauchte Theil verdrängt; die Bedingung der Stabilität schwimmender Körper ist jedoch von der Bedingung der Stabilität bei untergetauchten Körpern verschieden. Ein Schiff z. B., welches eine Million Kilogramme wiegt, ist im Gleichgewichte, wenn es 1000 Cubikmeter Wasser verdrängt, und wenn sein Schwerpunkt und der Mittelpunkt des Wasserdrucks in einer Verticallinie liegen; es ist jedoch zur Stabilität nicht nöthig, daß sein Schwerpunkt unter dem Mittelpunkte des Drucks liegt; es ist schon hinreichend, wenn er tiefer als ein anderer Punkt liegt, welcher den Namen Metacentrum führt. Die Lage des Metacentrums hängt von der Gestalt des Schiffes ab, die Lage des Schwerpunkts von der Vertheilung der Ladung.

Wenn auch die allgemeine Bestimmung des Metacentrums uns hier zu weit führen würde, so müssen wir doch den Begriff feststellen. Figur 135 stellt einen schwimmenden Körper dar, den wir der einfacheren Betrachtung wegen als ein längliches Rechteck annehmen wollen. Wenn der Körper in seiner Gleichgewichtslage schwimmt, so ist *m* Schwerpunkt der verdrängten Wassermasse und der Schwerpunkt des Körpers liegt auf der durch *m* gezogenen Verticallinie. Liegt er unter *m*, so schwimmt der Körper auf jeden Fall stabil, denn wir haben ja einen Körper, der im Wasserpunkte *m* gleichsam aufgehängt ist und dessen Schwerpunkt tiefer ist als der Aufhängepunkt, also ein Pendel, welches um die Gleichgewichtslage oscillirt. Der Körper kann aber auch noch stabil schwimmen, wenn sein Schwerpunkt über *m*, wenn er etwa in *p* liegt.

Wenn der Körper aus der Lage, Figur 135, herausgebracht wird und in die Lage Fig. 136 kommt, so ist das Dreieck *cgh* aus dem Wasser emporgehoben, *gbf* dagegen untergetaucht; da aber die Quantität des verdrängten

Fig. 135.

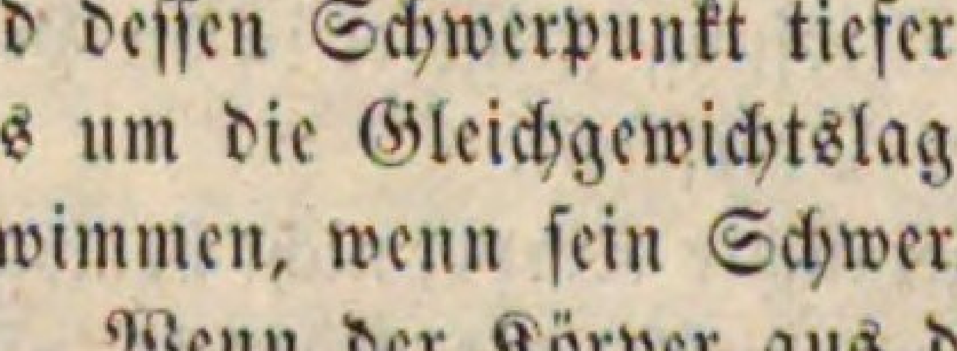
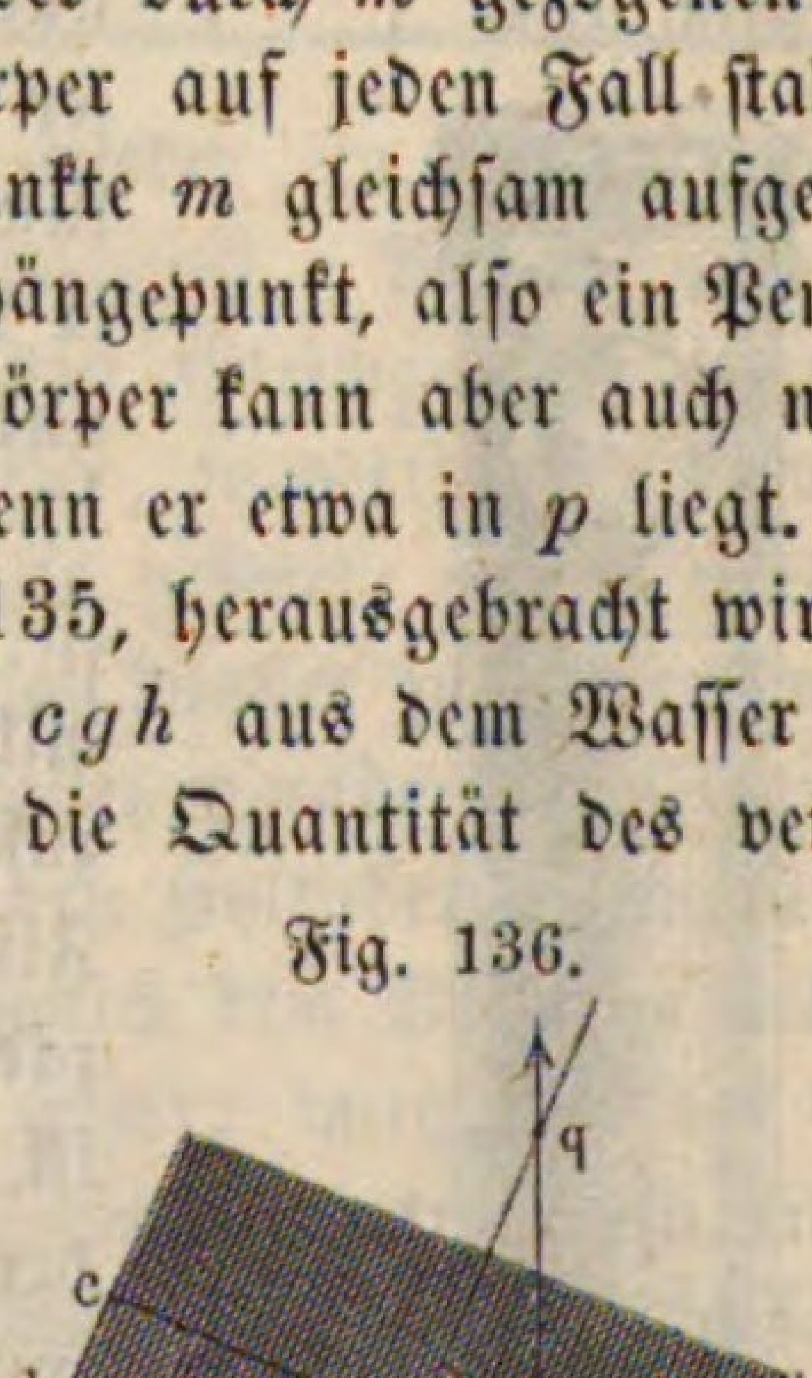


Fig. 136.

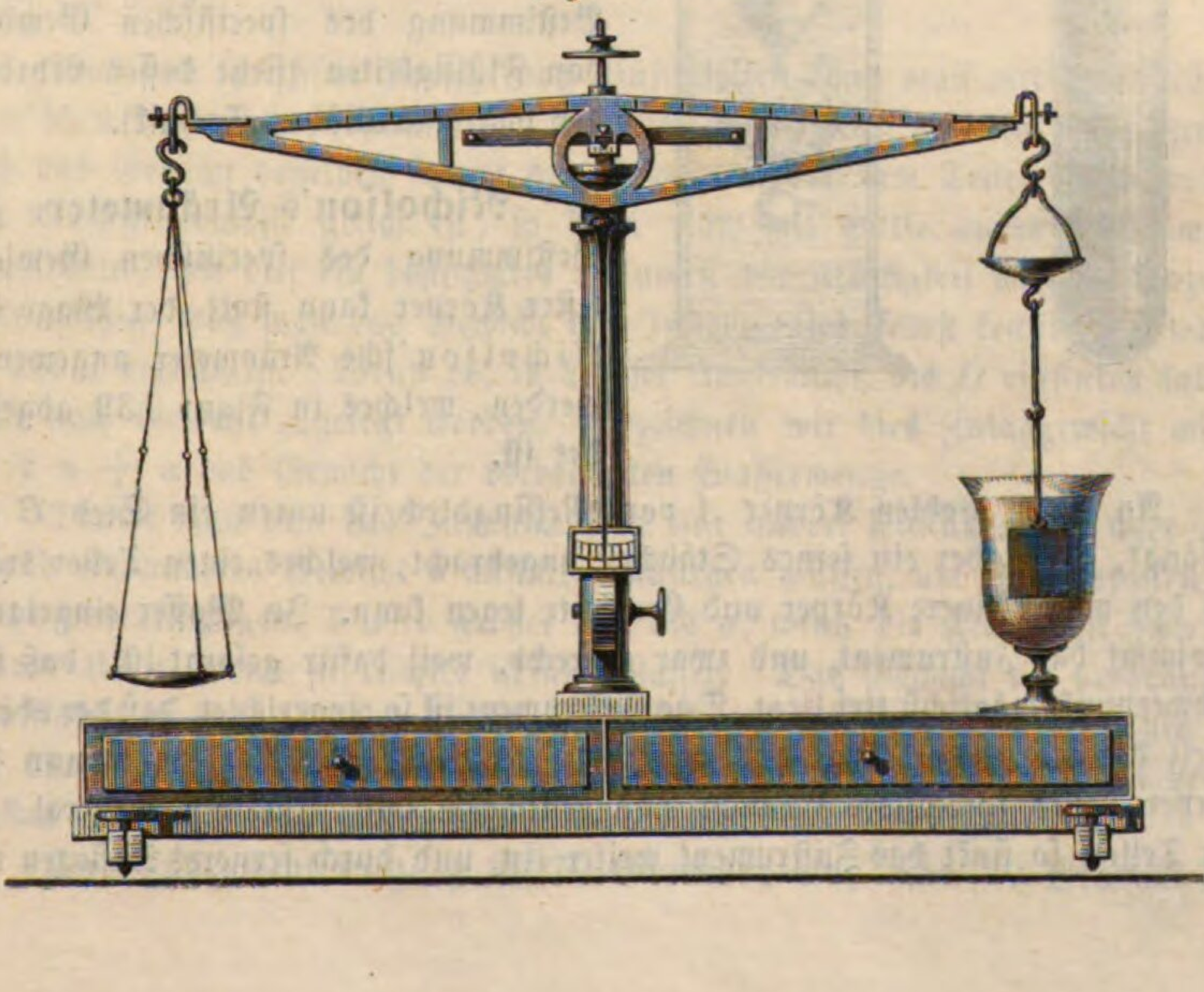


Wassers immer dieselbe sein muß, welche Lage auch der Körper haben mag, so folgt, daß $cgh = gbf$. Nun aber ist die Gestalt des untergetauchten Theiles eine andere als vorher, begreiflicherweise befindet sich also auch der Schwerpunkt der verdrängten Wassermasse nicht mehr da wo er früher war, sondern in einem andern Punkte o, dessen Lage für jeden speciellen Fall besonders zu ermitteln ist. Denken wir uns nun durch o ein Perpendikel gezogen, so wird es das in der Gleichgewichtslage durch m gezogene Perpendikel in einem Punkte q schneiden, und dieser Punkt ist das Metacentrum. Sobald der Schwerpunkt des Körpers nur tiefer als q liegt, wird das in diesem Schwerpunkte angreifende Gewicht des Körpers ihn um o so drehen, daß er wieder in die frühere Gleichgewichtslage zurückkehrt. Der schwimmende Körper verliert seine Stabilität vollständig, sobald sein Schwerpunkt über dem Metacentrum liegt.

Der Körper schwimmt um so stabiler, je breiter der eingetauchte Theil ist und je tiefer der Schwerpunkt liegt.

Anwendung des Archimedischen Princips zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester und flüssiger Körper. 50 Das Archimedische Princip giebt uns treffliche Mittel, das specifische Gewicht fester und flüssiger Körper zu bestimmen. Um die Dichtigkeit eines festen Körpers zu berechnen, muß man sein absolutes Gewicht und das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser kennen. In den meisten Fällen aber läßt sich das Volumen eines Körpers durch Ausmessung seiner Dimensionen entweder nur höchst schwierig, oder gar nicht ausmitteln. Nach dem Archimedischen Princip giebt uns ein einziger Versuch ohne Weiteres das Gewicht einer Wassermasse, welche mit dem zu bestimmenden Körper gleiches Volumen hat, wir haben nur seinen Gewichtsverlust beim Eintauchen in Wasser zu bestimmen.

Fig. 137.



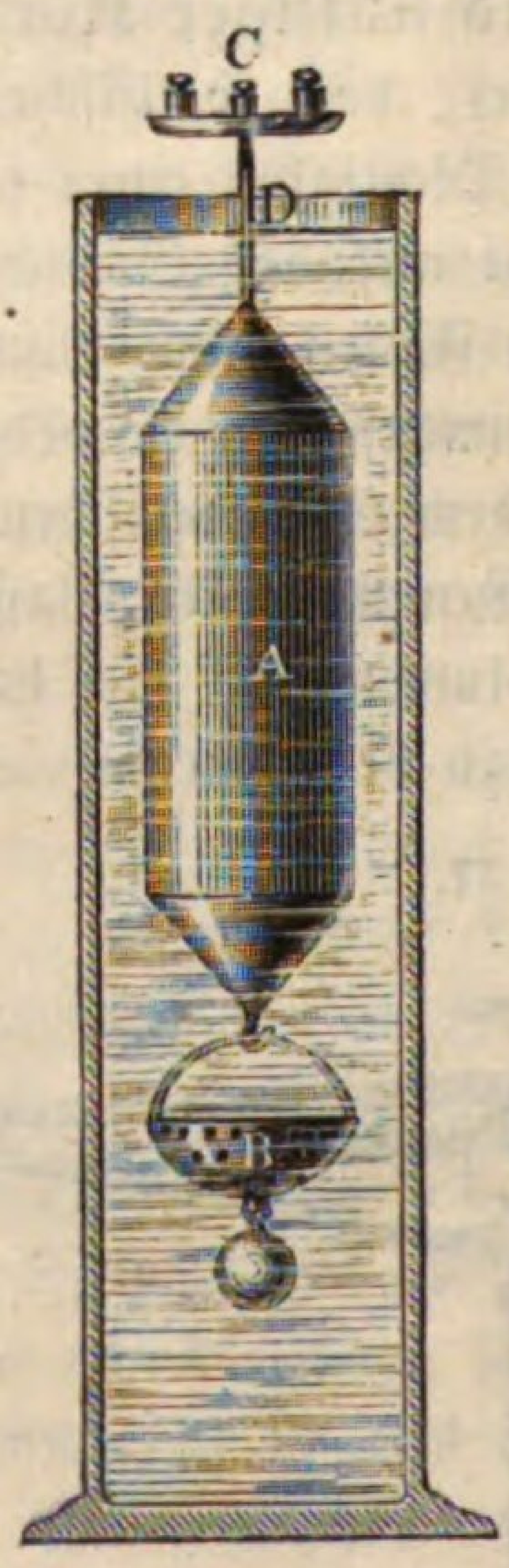
Um diese Bestimmung mittelst einer Wage leicht ausführen zu können, wird an derselben eine kleine Veränderung angebracht, wodurch sie in eine sogenannte **hydrostatische Wage** umgewandelt wird, Fig. 137 a. v. S. Man hängt nämlich statt der einen Wagschale eine andere an, welche nicht so weit herabreicht und an welcher sich unten ein Häkchen befindet, an welches der zu bestimmende Körper mittelst feiner Fäden angehängt werden kann. Ist dies geschehen, so kann man durch Auflegen von Gewichten auf die andere Wagschale das absolute Gewicht g des Körpers bestimmen. Taucht man ihn nun in Wasser ein, so muß man von dem aufgelegten Gewichte g einen Theil a wegnehmen, um das Gleichgewicht der Wage wieder herzustellen, a ist also der Gewichtsverlust, welchen der Körper beim Eintauchen in Wasser erleidet, folglich $\frac{g}{a}$ sein specifisches Gewicht.

Wenn ein Körper von passender Form, etwa ein zum Theil mit Quecksilber gefülltes Glasgefäß, wie es Fig. 138 in natürlicher Größe darstellt, mittelst eines feinen Platindrahtes an dem einen Arme der Wage angehängt und äquilibrirt ist, so ist es leicht, den Gewichtsverlust zu ermitteln, welchen derselbe beim Eintauchen in verschiedene Flüssigkeiten erleidet, und da dieser Gewichtsverlust stets dem specifischen Gewicht der Flüssigkeiten proportional ist, in welche das Senkgläschen eingetaucht wird, so kann man auf diese Weise leicht das specifische Gewicht von Flüssigkeiten bestimmen. Darauf gründet sich **Mohr's** Wage zur Bestimmung des specifischen Gewichts von Flüssigkeiten (siehe dessen Lehrbuch der pharmaceutischen Technik).

Fig. 138.



Fig. 139.



51 **Nicholson's Aräometer.** Zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester Körper kann statt der Wage das **Nicholson'sche** Aräometer angewendet werden, welches in Figur 139 abgebildet ist.

An einem hohlen Körper A von Messingblech ist unten ein Sieb B angehängt, oben aber ein feines Stäbchen angebracht, welches einen Teller trägt, auf den man kleinere Körper und Gewichte legen kann. In Wasser eingetaucht schwimmt das Instrument, und zwar aufrecht, weil dafür gesorgt ist, daß sein Schwerpunkt möglichst tief liegt. Das Instrument ist so eingerichtet, daß der oberste Theil des Körpers A noch aus dem Wasser herausragt. Legt man nun den Körper, dessen specifisches Gewicht man bestimmen will, etwa ein Mineral, auf den Teller, so sinkt das Instrument weiter ein, und durch ferneres Auflegen von

Tarirgewichten kann man es leicht dahin bringen, daß es genau bis zu einem Punkte D eingesenkt ist, welchen man auf irgend eine Weise (gewöhnlich durch einen Feilstrich) auf dem Stäbchen markirt hat. Man nimmt nun das Mineral weg und legt statt dessen so viel Gewichte auf, bis das Instrument wieder genau bis D einsinkt. Auf diese Weise erhält man das absolute Gewicht des Körpers. Es betrage n Milligramme.

Hat man auf diese Weise das absolute Gewicht des Minerals bestimmt, so werden die n Milligramme wieder weggenommen und der Körper in das Sieb gelegt. Das Instrument würde nun wieder bis D einsinken, wenn der in das Sieb B gelegte Körper nicht dadurch, daß er jetzt in Wasser eingetaucht ist, an Gewicht verlöre. Man wird also auf den Teller noch Gewichte, m Milligramme, auflegen müssen, damit das Instrument wieder bis zur Marke eingetaucht ist. Man hat auf diese Weise das absolute Gewicht des Körpers n und das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser m ermittelt; das gesuchte specifische Gewicht ist also $\frac{n}{m}$.

Es sei z. B. das specifische Gewicht eines Diamanten zu bestimmen. Man hat ihn auf den Teller gelegt und so viel Tarirgewicht zugefügt, daß das Instrument bis D einsinkt. Nachdem der Diamant weggenommen worden, hatte man statt seiner 1,2 Gramme aufzulegen, damit das Aräometer eben so weit einsank; es beträgt also das absolute Gewicht des Minerals 1,2 Gramme. Diese werden wieder weggenommen und der Diamant in das Sieb gelegt; um es nun wieder dahin zu bringen, daß das Instrument bis D einsinkt, muß man noch 0,34 Gramme auf den Teller legen; das Gewicht eines dem Diamanten gleichen Wasservolumens ist also 0,34 Gramme, und das verlangte specifische Gewicht

$$\frac{1,2}{0,34} = 3,53.$$

Auch das specifische Gewicht von Flüssigkeiten kann man mit dem Nicholson'schen Aräometer bestimmen. Da das Instrument stets so weit einsinkt, daß das Gewicht desselben sammt den Gewichten auf dem Teller der verdrängten Flüssigkeitsmasse gleich ist, so kann man mit Hülfe dieses Instruments ausmitteln, wie viel ein bestimmtes Volumen der Flüssigkeit wiegt. Dazu ist aber nöthig, daß man das Gewicht des Instrumentes selbst kennt; wir wollen es mit n bezeichnen. Wenn es, in Wasser eingetaucht, bis D einsinken soll, so muß noch Gewicht zugelegt werden. Bezeichnen wir dies Zulaggewicht mit a, so ist $n + a$ das Gewicht der verdrängten Wassermenge.

Taucht man nun das Instrument in eine andere Flüssigkeit, so wird man irgend ein anderes Gewicht b anstatt a auflegen müssen, um ein Einsinken bis D zu bewerkstelligen; b wird größer sein als a, wenn die Flüssigkeit schwerer, kleiner als a, wenn sie leichter ist als Wasser. Das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit ist $n + b$; das Volumen derselben ist aber genau so groß als das der Wassermenge, deren Gewicht $n + a$ ist, weil ja das Aräometer in beiden Fällen gleich tief eingesunken ist.

Das Instrument wiege z. B. 70 Gramme; muß man 20 Gramme auf-

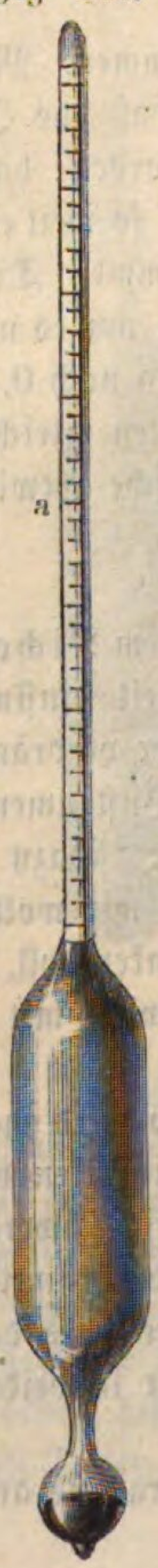
legen, damit es in Wasser, 1,37 Gramme, damit es in Weingeist bis D einsinkt, so ist das specifische Gewicht des Weingeistes $\frac{70 + 1{,}37}{70 + 20} = 0{,}793$.

Dieses Aräometer ist um so empfindlicher, je dünner das Stäbchen im Vergleich zum Körper A ist.

Mit diesem Aräometer das specifische Gewicht von Flüssigkeiten zu bestimmen, ist immer etwas umständlich. Man könnte eben so schnell mit Hülfe der Wage nach dem oben angegebenen Verfahren mit weit größerer Genauigkeit zum Ziele kommen. In vielen Fällen des praktischen Lebens aber kommt es darauf an, schnell durch ein möglichst einfaches Verfahren das specifische Gewicht einer Flüssigkeit auszumitteln, um daraus auf die Qualität einer Flüssigkeit zu schließen. In solchen Fällen reicht es aber vollkommen hin, das specifische Gewicht bis auf zwei Decimalstellen genau zu finden; man erreicht dies am schnellsten durch die Scalenaräometer, die wir sogleich näher betrachten wollen.

52 **Scalenaräometer.** Mit Hülfe des Nicholson'schen Aräometers kann man das specifische Gewicht einer Flüssigkeit aus der Vergleichung des absoluten Gewichtes gleicher Volumina ableiten. Der Gebrauch der Scalenaräometer aber gründet sich darauf, daß bei gleichem Gewichte zweier Flüssigkeitsmassen ihre specifischen Gewichte sich umgekehrt verhalten wie die Volumina.

Fig. 140.



Es stellt Fig. 140 ein Scalenaräometer da. In der Regel bestehen sie aus einer cylindrischen Glasröhre, welche unten erweitert ist, wie man in der Abbildung sieht. In der unteren Kugel befindet sich etwas Quecksilber, wodurch nur bezweckt wird, daß das Instrument aufrecht schwimmt. Denken wir uns das Instrument im Wasser schwimmend, so ist das Gewicht des verdrängten Wassers dem Gewichte des Instrumentes gleich. Senken wir es nun in eine andere Flüssigkeit, so wird es tiefer oder weniger tief einsinken, je nachdem die Flüssigkeit leichter oder schwerer ist als Wasser. Gesetzt, das Aräometer wiege 10 Gramme, so wird es, in Wasser schwimmend, 10 Cubikcentimeter verdrängen. Taucht man es in Weingeist, so wird es so tief einsinken, daß die verdrängte Weingeistmenge auch 10 Gramme wiegt. Aber 10 Gramme Weingeist nehmen einen größeren Raum ein als 10 Gramme Wasser, das Instrument muß also tiefer einsinken, und zwar so, daß das in Weingeist eingesenkte Volumen sich zu dem in Wasser eingesenkten umgekehrt verhält wie die specifischen Gewichte dieser Flüssigkeiten.

Man begreift nun wohl, daß, wenn die Röhre zweckmäßig getheilt ist, man aus einer einzigen leicht anzustellenden Beobachtung das specifische Gewicht einer Flüssigkeit ermitteln kann. Unter allen Scalen, welche man auf Aräometern angebracht hat, ist unstreitig die von Gay-Lussac angegebene die einfachste und zweckmäßigste; wir wollen deshalb diese zuerst betrachten.

Denken wir uns an einem Aräometer denjenigen Punkt a der Röhre bezeichnet, bis zu welchem das Instrument in Wasser einsinkt, alsdann auf der Röhre, von diesem Punkte ausgehend, eine Reihe von Theilstrichen so angebracht, daß das Volumen eines Röhrenstücks, welches zwischen je zwei solcher Theilstriche fällt, $^1/_{100}$ von dem in Wasser einsinkenden Volumen ist. Nehmen wir z. B. an, das Volumen desjenigen Theils des Aräometers, welcher im Wasser untergetaucht ist, betrüge gerade 10 Cubikcentimeter, so müßte das Volumen des Röhrenstücks, welches zwischen je zwei Theilstriche fällt, 0,1 Cubikcentimeter betragen.

Der Wasserpunkt a wird mit 100 bezeichnet und die Theilung von unten nach oben gezählt. Die auf diese Weise getheilten Aräometer werden mit dem besonderen Namen **Volumeter** bezeichnet.

Gesetzt, das Aräometer sänke in irgend einer Flüssigkeit bis zum Theilstrich 80 der Volumeterscala ein, so weiß man dadurch, daß 80 Volumentheile dieser Flüssigkeit so viel wiegen wie 100 Volumentheile Wasser; das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit verhält sich also zu dem des Wassers wie 100 zu 80, es ist also $\frac{100}{80}$ oder 1,25.

Wäre das Volumeter in einer anderen Flüssigkeit bis zum Theilstrich 116 der Volumeterscala eingesunken, so finden wir nach derselben Schlußweise, daß das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit $\frac{100}{116} = 0,862$ ist. Kurz, **wenn das Volumeter in einer Flüssigkeit bis zu einem bestimmten Punkte y der Scala einsinkt, so findet man das specifische Gewicht s der Flüssigkeit, wenn man die Zahl des beobachteten Scalenpunktes in 100 dividirt, d. h. es ist $s = \frac{100}{y}$.**

Die Genauigkeit eines solchen Instrumentes ist um so größer, je größer die Entfernung eines Theilstriches vom anderen, je dünner also die Röhre im Vergleich zu dem Volumen des ganzen Instrumentes ist. Damit jedoch die Röhre nicht gar zu lang wird, macht man kein Volumeter, welches für alle Flüssigkeiten anwendbar ist, sondern solche, welche entweder nur für leichtere, oder nur für schwerere Flüssigkeiten gebraucht werden können. Bei den ersteren befindet sich der mit 100 bezeichnete Wasserpunkt nahe am unteren, bei den letzteren aber nahe am oberen Ende der Röhre.

Bevor man die Theilung aufträgt, hat man erst durch Vermehrung oder Verminderung der Quecksilbermasse in der Kugel das Instrument so zu reguliren, daß es in Wasser bis zu einem entweder nahe am unteren oder oberen Ende der Röhre gelegenen Punkt einsinkt. Ist dies geschehen, so hat man einen zweiten Punkt der Scala zu bestimmen, und dies geschieht auf folgende Art:

Das Instrument sei für schwere Flüssigkeiten bestimmt, also der Wasserpunkt am oberen Ende der Röhre. Man verschafft sich eine Flüssigkeit, deren

specifisches Gewicht genau 1,25 ist; eine solche Flüssigkeit läßt sich leicht durch Mischen von Wasser und Schwefelsäure erhalten und ihr specifisches Gewicht mit Hülfe der Wage prüfen. In diese Flüssigkeit taucht man nun das Instrument und merkt sich den Punkt, bis zu welchem es einsinkt. Das specifische Gewicht 1,25 entspricht aber dem Theilstrich 80 der Volumeterscala; dieser zuletzt markirte Punkt ist also mit 80 zu bezeichnen, der Zwischenraum zwischen ihm und dem Wasserpunkt in 20 gleiche Theile zu theilen und diese Theilung auch noch unterhalb des Punktes 80 fortzusetzen.

Ist das Volumeter für leichtere Flüssigkeiten bestimmt, also der Punkt 100 am unteren Ende der Röhre, so findet man einen zweiten Punkt der Scala, indem man das Instrument in eine Mischung von Wasser und Weingeist taucht, deren specifisches Gewicht genau 0,8 ist. Das specifische Gewicht 0,8 entspricht dem Theilstrich 125, man hat also den Raum zwischen diesem Theilstrich und dem Wasserpunkt in 25 gleiche Theile zu theilen.

In der Regel ist die Theilung auf einem Papierstreifen gemacht und in dem Inneren der Röhre befestigt.

Eine zweite rationelle Theilungsart der Aräometerscala, welche ebenfalls von Gay-Lussac angegeben, früher aber schon von Brisson und G. G. Schmidt ausgeführt wurde, ist diejenige, welche unmittelbar die specifischen Gewichte angiebt.

Die folgende Tabelle giebt an, welche Volumetergrade den daneben stehenden specifischen Gewichten entsprechen.

Specif. Gewicht.	Entsprechende Volumetergrade.	Specif. Gewicht.	Entsprechende Volumetergrade.
2,0	50,00	1,1	90,90
1,9	52,63	**1,0**	**100**
1,8	55,55	0,95	105,26
1,7	58,82	0,90	111,11
1,6	62,50	0,85	117,64
1,5	66,66	0,80	125,00
1,4	71,43	0,75	133,33
1,3	76,92	0,70	142,85
1,2	83,33		

Figur 141 stellt die Volumeterscala für schwere Flüssigkeiten, also von den Theilstrichen 50 bis 100, die Fig. 142 stellt eine solche für leichtere Flüssigkeiten, also von 100 bis 150 dar. In Fig. 141 findet man aber neben der Volumeterscala noch die Punkte markirt, welche den specifischen Gewichten 2,0 — 1,9 — 1,8 u. s. w. bis 1, und in Fig. 142 diejenigen, welche den specifischen Gewichten 1 — 0,9 — 0,8 und 0,7 entsprechen. In der letzteren Figur findet man außerdem auch noch die Punkte für die specifischen Gewichte 0,95 — 0,85 und 0,75 markirt.

Theilt man den Abstand je zweier auf einander folgenden Theilstriche auf der rechten Seite der Fig. 141 in 10 gleiche Theile, den Abstand je zweier auf einander folgender Theilstriche auf der rechten Seite der Fig. 142 aber in 5 gleiche Theile, so erhält man Scalen, für welche der Abstand je zweier auf einander folgender Theilstriche einer Differenz von $^1/_{100}$ im specifischen Gewicht entspricht, man kann also mit so getheilten Aräometern das specifische Gewicht unmittelbar bis auf die zweite Decimalstelle ablesen. Die obige Tabelle sowohl, wie die beiden Figuren 141 und 142 zeigen, daß für gleiche Differenzen des specifischen Gewichts die Theilstriche am unteren Ende der Scala näher an einander rücken als am oberen.

Fig. 141.

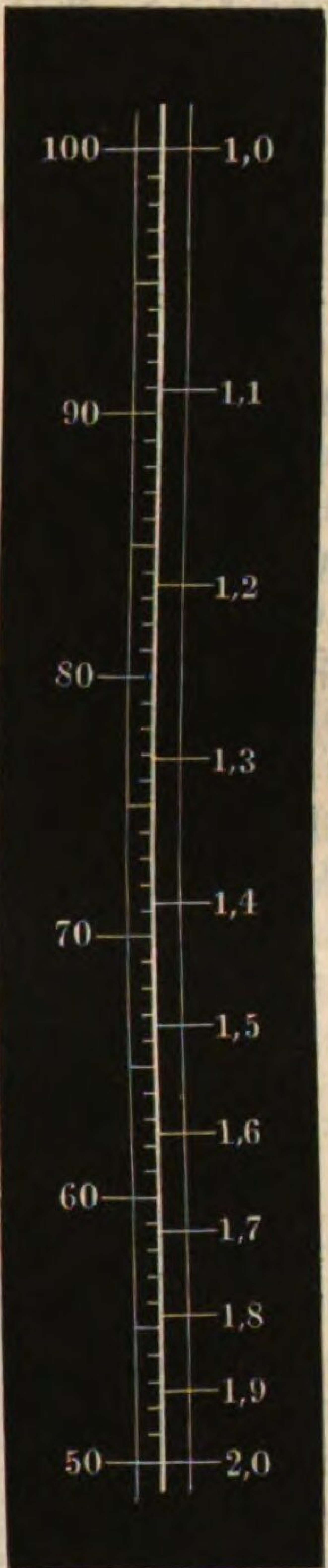
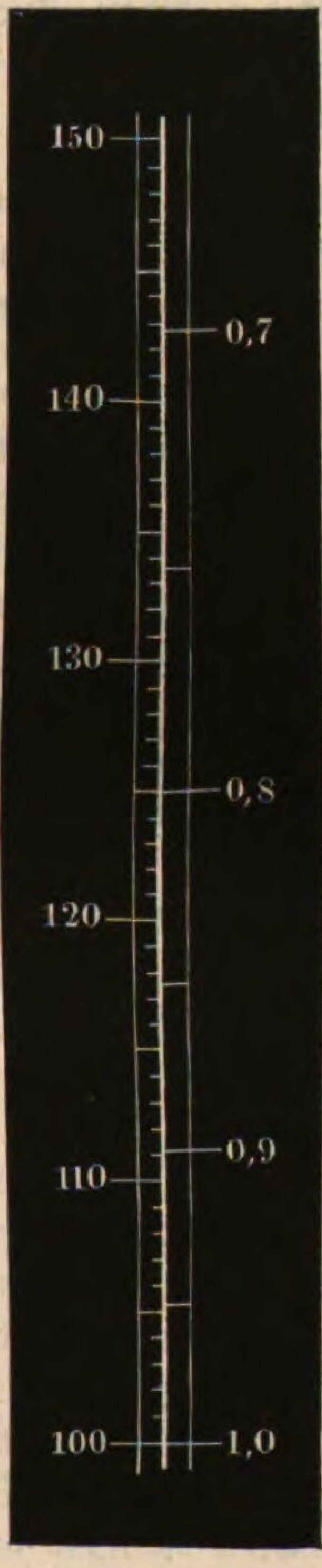


Fig. 142.



Aräometer für besondere Flüssigkeiten. 53
Im praktischen Leben ist es nicht direct der Zweck, das specifische Gewicht einer Flüssigkeit zu erfahren, sondern man will den Concentrationsgrad einer Salzlösung, die Mischungsverhältnisse einer Flüssigkeit kennen lernen. Diese stehen nun freilich mit dem specifischen Gewicht in genauer Beziehung, so daß, wenn man mit Hülfe des Aräometers das specifische Gewicht einer Flüssigkeit ausgemittelt hat, man daraus auch auf die Natur der Flüssigkeit schließen kann. Man hat jedoch für solche Flüssigkeiten, welche in der Praxis häufig vorkommen, besondere Aräometer construirt, welche unmittelbar die Mischungsverhältnisse angeben; wir wollen hier nur eins der wichtigsten, nämlich das Alkoholometer, näher betrachten.

Das Alkoholometer dient zur Bestimmung des Alkoholgehaltes einer Mischung von Wasser und Weingeist.

Das specifische Gewicht des Alkohols ist 0,793, wenn man das des Wassers als Einheit annimmt; eine Mischung von Wasser und absolutem Alkohol

wird also eine Dichtigkeit haben, welche zwischen 1 und 0,793 fällt und sich mehr der einen oder der anderen Gränze nähert, je nachdem die Mischung mehr Wasser oder mehr Alkohol enthält. Die Dichtigkeit der Mischung weicht jedoch von dem arithmetischen Mittel ab, welches man aus den Mischungsverhältnissen berechnet.

Fig. 143.



Der Grund dieser Abweichung liegt darin, daß, wenn man Wasser und Weingeist mischt, eine Contraction stattfindet, die wir erst durch einen Versuch anschaulich machen wollen.

Man gieße eine Glasröhre. Fig. 143, welche ungefähr eine Länge von 30 Zoll hat, halb voll Wasser und fülle die andere Hälfte mit Weingeist (für Vorlesungen ist gefärbter Weingeist zu empfehlen), so werden sich die Flüssigkeiten nicht mischen; der Weingeist schwimmt auf dem Wasser. Nachdem das offene Ende durch einen Korkstöpsel fest verschlossen worden ist, so daß durchaus keine Flüssigkeit entweichen kann, kehrt man die Röhre um, und nun wird durch das Sinken des Wassers alsbald eine Mischung der Flüssigkeiten vor sich gehen. Hat die Mischung vollständig stattgefunden, so sieht man, daß die vorher ganz volle Röhre nicht mehr ganz angefüllt ist, es hat sich ein leerer Raum gebildet, der in der Röhre eine Länge von ungefähr ½ Zoll einnimmt.

100	Maßtheile	Wasser +	0	Maßtheile	Alkohol	geben	100	Maßtheile.
90	»	»	10	»	»	»	99,4	»
80	»	»	20	»	»	»	98,2	»
70	»	»	30	»	»	»	97,2	»
60	»	»	40	»	»	»	96,6	»
50	»	»	50	»	»	»	96,3	»
40	»	»	60	»	»	»	96,5	»
30	»	»	70	»	»	»	96,9	»
20	»	»	80	»	»	»	97,4	»
10	»	»	90	»	»	»	98,3	»
0	»	»	100	»	»	»	100	»

Aus diesen Angaben folgt, daß das specifische Gewicht einer Mischung von Wasser und Weingeist stets größer sein muß als das berechnete arithmetische Mittel.

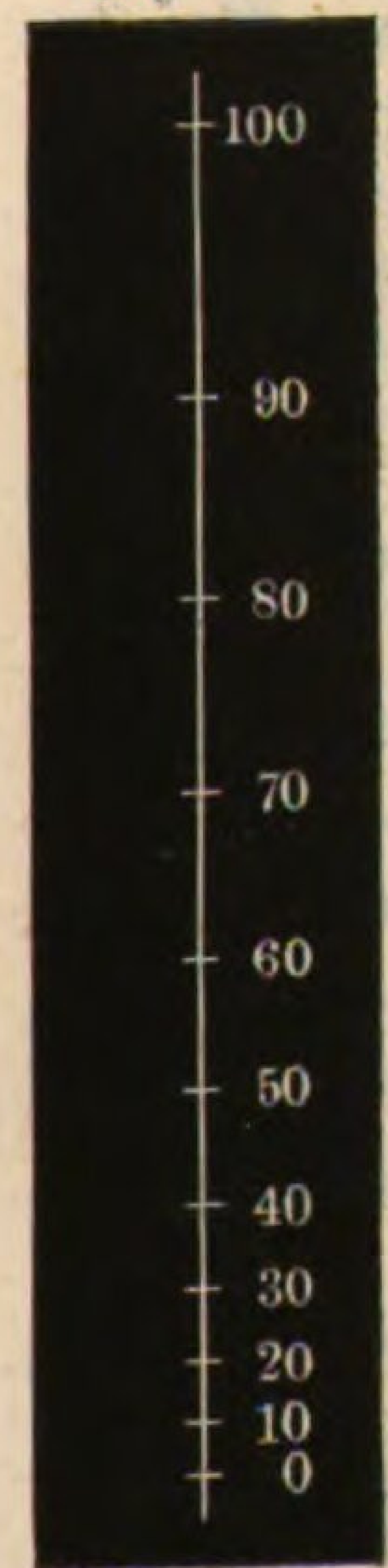
Die folgende Tabelle giebt an, welches das specifische Gewicht einer Flüssigkeit ist, welche man erhält, wenn man die in der ersten Verticalreihe stehende Menge Alkohol mit der daneben stehenden Wassermenge mischt.

Maßtheile Alkohol	Maßtheile Wasser.	Specif. Gew. der Mischung.	Arithmetisches Mittel.
100	0	0,793	0,793
90	10	0,828	0,814
80	20	0,857	0,834
70	30	0,883	0,855
60	40	0,908	0,876
50	50	0,930	0,896
40	60	0,950	0,917
30	70	0,965	0,938
20	80	0,976	0,959
10	90	0,985	0,979
0	100	1,000	1,000

Die letzte Verticalreihe dieser Tabelle mit der Ueberschrift »Arithmetisches Mittel« giebt an, welches das specifische Gewicht einer Mischung von entsprechenden Mengen Alkohol und Wasser sein würde, wenn keine Contraction stattfände.

Wenn man nun an einer Aräometerröhre diejenigen Punkte markirt, welche den specifischen Gewichten 0,793, 0,828 . . . . 0,976, 0,985 und 1 entsprechen und sie mit den Zahlen 100, 90, 80 .... 20, 10, 0 bezeichnet, wenn man ferner, was ohne merklichen Fehler geschehen kann, den Raum zwischen je zwei dieser Punkte in 10 gleiche Theile theilt, so erhält man ein Procent-Aräometer für Weingeist, d. h. ein Aräometer, an welchem man unmittelbar ablesen kann, wie viel Volumenprocente Alkohol in einer Mischung von Wasser und Weingeist sich befinden.

Fig. 144.



Solche Alkoholometer wurden in Frankreich nach Gay-Lussac's, in Deutschland nach Tralles' Angaben ausgeführt und gesetzlich bestimmt, daß der Alkoholgehalt des der Besteuerung unterworfenen Branntweins, Weingeistes u. s. w. mit Hülfe dieses Instrumentes ermittelt werden sollte. Beistehende Scala, Fig. 144, zeigt die Hauptabtheilungen eines solchen Alkoholometers in ihrem richtigen Verhältniß. Man sieht, wie sich erwarten ließ, daß die Atheilungen ungleiche Größe haben.

Das Volumeter kann das Alkoholometer recht gut ersetzen, wenn man nur eine Tabelle zur Hand hat, in welcher der Alkoholgehalt angegeben ist, welcher den verschiedenen Volumetergraden entspricht.

Begreiflicherweise kann man das Alkoholometer einzig und allein zu dem angegebenen Zwecke verwenden, für jede andere Flüssigkeit ist es völlig unbrauchbar. Auf ähnliche Weise, wie das Alkoholometer, hat man auch Aräometer construirt, welche genau den Gehalt einer Säure, einer Salzlösung u. s. w angeben sollen. Weil jedoch ein solches Instrument nur für eine einzige specielle Flüssigkeit brauchbar ist, so wendet man besser ein für

allemal das Volumeter oder ein Aräometer an, an welchem man direct das specifische Gewicht der Flüssigkeit ablesen kann und sucht den Gehalt, welcher dem beobachteten specifischen Gewichte entspricht, in Tabellen, welche eigens zu diesem Zwecke berechnet worden sind.

54 **Aräometer mit willkürlicher Scala.** Es bleiben jetzt nur noch die älteren Aräometerscalen zu erwähnen, welche jedoch durchaus keinen wissenschaftlichen Werth haben.

Beaumé bestimmte außer dem Wasserpunkte noch einen zweiten fixen Punkt dadurch, daß er das Instrument in eine Lösung von 1 Gewichtstheil Kochsalz in 9 Gewichtstheilen Wasser tauchte. Den Raum zwischen diesen beiden Punkten theilte er in 10 gleiche Theile, die er Grade nannte; die Theilung ist auch noch jenseits der beiden fixen Punkte fortgesetzt. Für Flüssigkeiten, welche schwerer sind als Wasser, ist der Wasserpunkt mit 0 bezeichnet, und die Grade werden nach unten gezählt. Für leichtere Flüssigkeiten ist der Wasserpunkt mit 10 bezeichnet, und die Grade werden nach oben gezählt. Man sieht wohl, daß man durch ein solches Instrument weder das specifische Gewicht, noch den Gehalt einer Flüssigkeit erfährt.

Cartier brachte an der Beaumé'schen Scala eine unwesentliche Veränderung an, er machte nämlich die Grade etwas größer, so daß + 15 seiner Grade gleich 16 Beaumé'schen sind. Wenn er dadurch auch nichts genützt hat, so hat er doch wenigstens seinen Namen verewigt, denn so werthlos seine Scala auch sein mag, so ist sie doch ungemein verbreitet.

In Deutschland hat sich besonders Meißner um die Aräometrie verdient gemacht, und sein Werk: »Die Aräometrie in ihrer Anwendung auf Chemie und Technik. Wien, 1816«, ist wohl das vollständigste, was die Literatur über diesen Gegenstand aufzuweisen hat. Seine Aräometer bestehen aus einfachen cylindrischen Glasröhren von 6 bis 8 Millimeter Durchmesser, ohne Erweiterung am unteren Ende. Das untere Ende der Röhre ist mit Schrotkörnern, die in Siegellack eingeschmolzen sind, ausgefüllt; im oberen Theile befindet sich die Scala.

Viertes Capitel.

Molekularwirkungen zwischen festen und flüssigen Körpern, sowie zwischen den einzelnen Theilchen der Flüssigkeiten selbst.

Haarröhrchen. Wenn man das eine Ende eines Glasröhrchens in 55
eine Flüssigkeit eintaucht, so steht das Niveau der Flüssigkeit im Röhrchen nie in gleicher Höhe mit dem Spiegel der Flüssigkeit außerhalb. In Wasser z. B. eingetaucht, erhebt sich die Flüssigkeitssäule im Röhrchen (Fig. 145); wenn man hingegen das Glasröhrchen in Quecksilber eintaucht, so steht der Gipfel der Quecksilbersäule im Röhrchen tiefer (Fig. 146). Diese Erscheinungen der Hebung und Senkung werden mit dem Namen der Capillarerscheinungen bezeichnet, die Kraft aber, welche sie hervorbringt, heißt Capillarattraction, oder auch bloß Capillarität. Diese Kraft wirkt nicht bloß, um die Flüssigkeit in Röhrchen zu heben oder zu senken, sie wirkt überall, wo Flüssigkeiten mit festen Körpern, Flüssigkeiten unter sich, oder allgemein, wo die kleinsten Theilchen der ponderabeln Materie einander berühren.

Fig. 145.

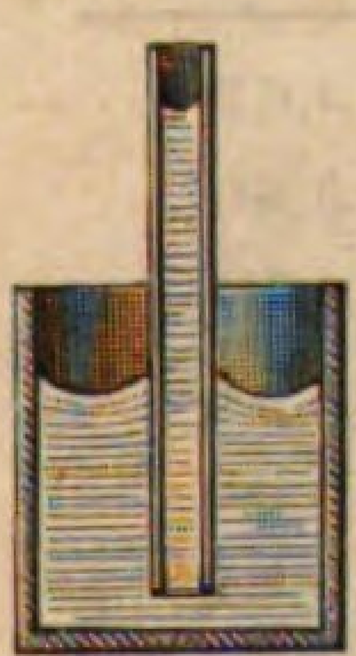
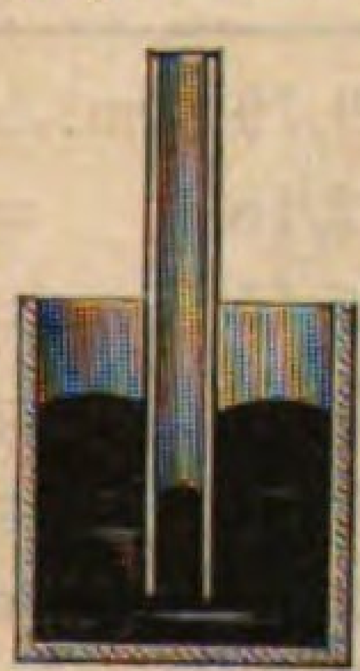


Fig. 146.



Es ist leicht, sich durch den Versuch davon zu überzeugen, daß die Höhendifferenz der Spiegel der Flüssigkeit in und außer der Röhre um so größer ist, je enger die Röhren sind. Taucht man zwei Röhrchen, von denen das eine einen doppelt so großen Durchmesser hat als das andere, in Wasser, so wird das Wasser im engeren doppelt so hoch steigen; taucht man sie in Quecksilber, so wird im engeren die Flüssigkeit doppelt so viel niedergedrückt.

Die genauesten Versuche über die Höhe, bis zu welcher Flüssigkeiten in benetzten Röhren ansteigen, hat Gay-Lussac angestellt. Die folgende Tabelle enthält einige der von ihm gefundenen Resultate.

Namen der Substanz.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Erhebung in einer Röhre, deren Durchmesser war:		
			1,2944 Millimeter.	1,9038 Millimeter.	10,508 Millimeter
Wasser	1	8,5° C.	23,1634	15,5861	»
Alkohol	0,8196	8	9,1823	6,4012	»
id.	0,8595	10	9,301	»	»
id.	0,9415	8	9,997	»	»
id.	0,8135	16	7,078	»	0,3835
Terpentinöl	0,8695	8	9,8516	»	»

Die Dichtigkeiten sind für die in der dritten Columne angegebenen Temperaturen genommen.

Die Durchmesser der beiden ersten Röhren verhalten sich umgekehrt wie 1,474 zu 1, die entsprechenden beobachteten Höhen aber verhalten sich für Wasser wie 1,486 zu 1, für Weingeist wie 1,434 zu 1. Man kann demnach wohl als durch den Versuch bestätigt annehmen, daß die gehobenen Säulen sich umgekehrt verhalten wie die Durchmesser der Röhren. Berechnet man nach diesen Angaben die Höhe der Säulen von Wasser, Alkohol und Terpentinöl, welche in einer 1 Millimeter weiten Röhre gehoben werden können, so erhält man folgende Zahlen:

Namen der Substanz.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Erhebung in einer Röhre von 1 Millimeter (0,459''') Durchmesser.
Wasser	1	8,5° C.	29,79 Mm. = 13,67'''
Alkohol	0,8196	8	12,18 = 5,60
id.	0,8135	16	9,15 = 4,19
id.	0,8595	10	12,01 = 5,51
id.	0,9415	8	12,91 = 5,92
Terpentinöl	0,8695	8	12,72 = 5,83

Die Temperaturen und Dichtigkeiten sind mit Sorgfalt angegeben, weil, wie es scheint, die Differenz des Niveaus für eine und dieselbe Flüssigkeit sich gerade wie die Dichtigkeit verhält.

Die Resultate, welche man nach diesem Verfahren erhält, sind ganz und gar unabhängig von der Dicke der Röhre und der Substanz, aus welcher sie besteht, vorausgesetzt, daß sie von der Flüssigkeit benetzt wird.

Ehe man die Röhrchen zum Versuche anwendet, müssen die inneren Wände vollständig mit der Flüssigkeit benetzt und von allen Unreinigkeiten befreit werden. Es ist auch wesentlich, daß man die flüssige Säule mehrmals oscilliren läßt, damit man die wahre Höhe beobachtet.

Der Durchmesser der Röhren wird dadurch bestimmt, daß man das Quecksilber wiegt, welches ein Röhrenstück von gemessener Länge enthält.

Es ist nun noch zu erwähnen, daß, wenn eine Flüssigkeit in einem engen Rohre aufsteigt, der Gipfel der flüssigen Säule immer hohl ist, wie Fig. 147.

Fig. 147.

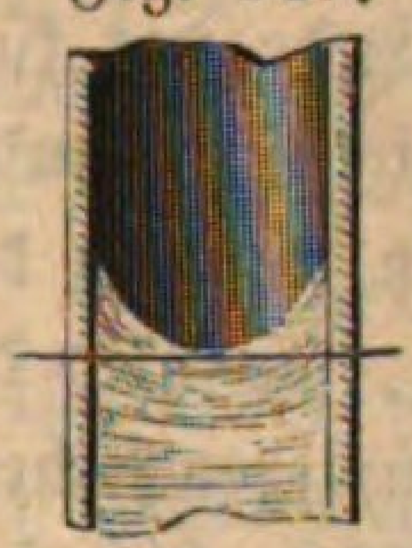
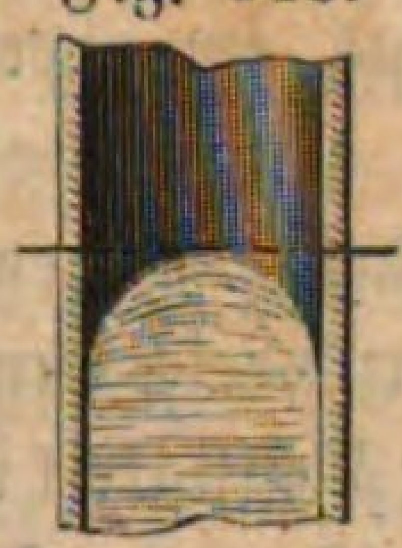


Fig. 148.



Wenn hingegen eine Depression stattfindet, so nimmt der Gipfel der Flüssigkeit eine gewölbte Gestalt, Fig. 148, an. Diese Gestalten sind wesentlich mit der Hebung oder Senkung verbunden, denn wenn man etwa die inneren Wände einer Röhre mit einer fettigen Substanz überzieht und sie dann ins Wasser taucht, so erhält man einen convexen Meniskus, gerade so als ob man eine gewöhnliche Glasröhre in Quecksilber taucht. Es geht daraus hervor, daß die Differenzen des Niveaus von der Form des Meniskus abhängen und daß also alle zufälligen Ursachen, welche verhindern, daß der Meniskus seine regelmäßigen Formen annimmt, auch die Höhe der Säulen modificiren. Wenn z. B. eine Röhre im Inneren nicht vollkommen rein und glatt ist, so bilden sich zahnartige Einschnitte am Rande des Meniskus, und man erhält alsdann, wenn man den Versuch mehrmals wiederholt, sehr verschiedene Resultate.

Verschiedene Höhen, bis zu welchen dieselbe Flüssigkeit in 56
derselben Röhre steigen kann. Wenn eine Röhre zum Versuche gedient hat und man sie mit Vorsicht aus der Flüssigkeit herausnimmt, so beobachtet man, daß die flüssige Säule, welche im Inneren der Röhre hängen bleibt, immer größer ist als sie vorher war, da die Röhre noch in die Flüssigkeit eingetaucht war. Es sei z. B. *ab*, Fig. 149, die Säule, welche in der Röhre aufsteigt, während sie in die Flüssigkeit eingetaucht ist, so kann die Säule, welche in der Röhre hängen bleibt, wenn man sie aus der Flüssigkeit herausnimmt,

Fig. 149.

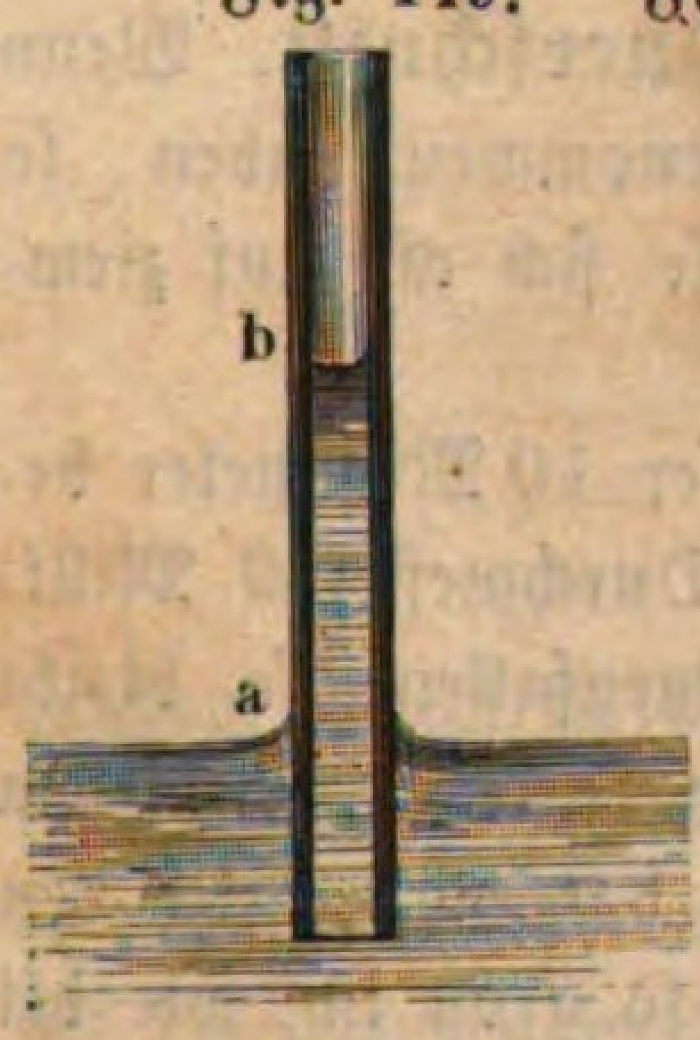


Fig. 150.



Fig. 151.

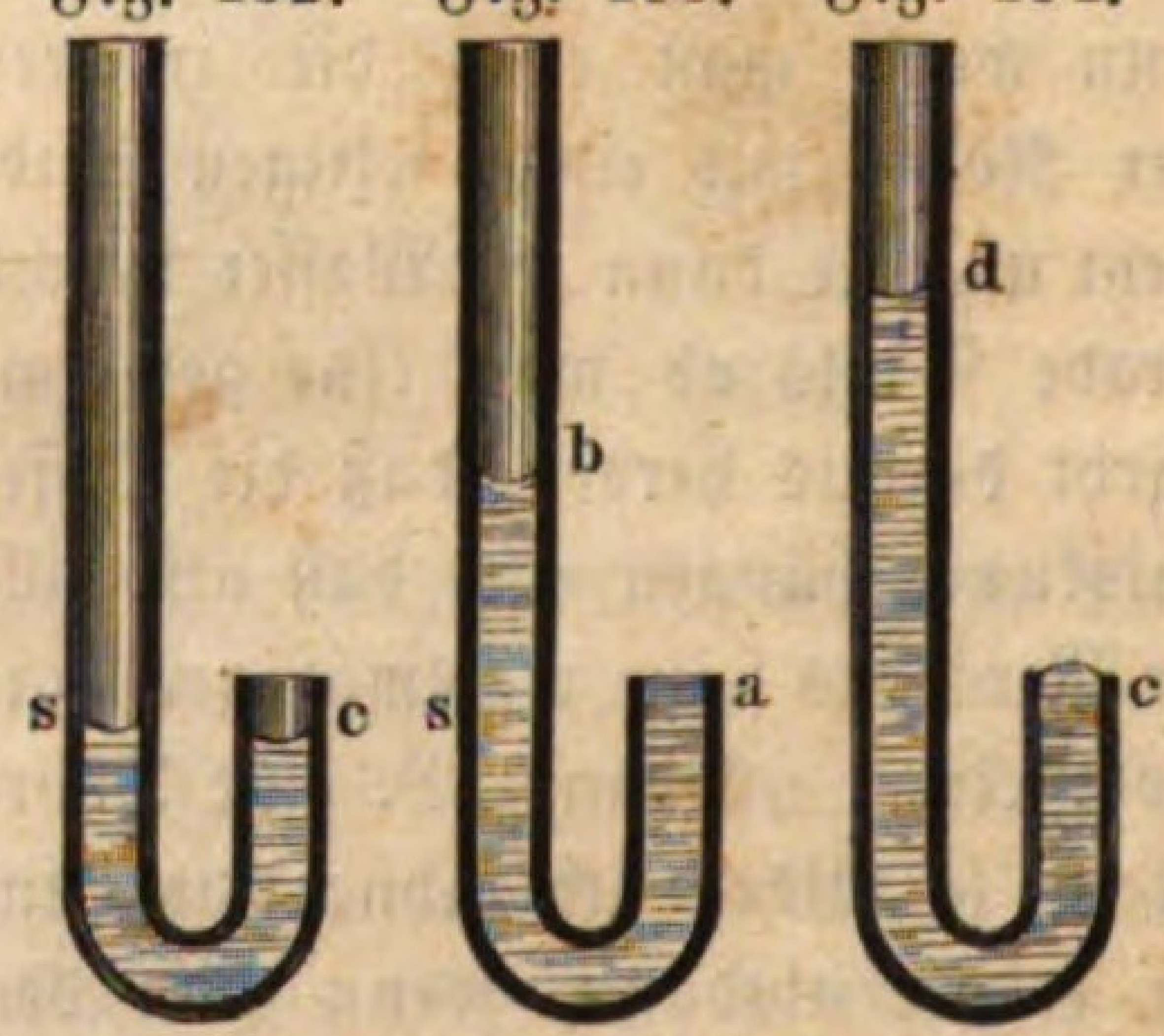


die Höhe *cd*, Fig. 150, oder gar die Höhe *fg*, Fig. 151, erreichen. Dieser Unterschied hängt von dem Tropfen ab, welcher sich am unteren Ende der Röhre bildet und welcher ein mehr oder minder convexer Meniskus ist. In der That, wenn die Röhrenwände sehr dick sind, so breitet sich der Tropfen aus, und in diesem Falle ist die Erhebung geringer; wenn aber die Wände dünn sind, so ist der convexe Meniskus des Tropfens fast gleich dem concaven Meniskus am oberen Ende der Säule, und in diesem Falle ist die Höhe der Säule *fg*, Fig. 151, welche in der Röhre hängen bleibt, fast doppelt so groß, als die Höhe *ab*, Fig. 149, der Säule, welche man beobachtet, wenn dieselbe Röhre noch in die Flüssigkeit eingetaucht ist.

Heberförmig gekrümmte Röhren bieten ähnliche Erscheinungen dar und sind zugleich für die Versuche bequemer. In einer hakenförmigen Röhre, Fig. 152 (a. f. S.), deren Durchmesser überall gleich weit ist, steht die Flüssigkeit in beiden Schenkeln gleich hoch, so lange die Flüssigkeit noch nicht das Ende des kürzeren

Schenkels erreicht. Läßt man ganz allmälig in den längeren Schenkel Flüssigkeit zufließen, so steigt das Niveau bald bis zum oberen Rande des kürzeren Schenkels. Von nun an steigt bei fernerem Zufließen im längeren Schenkel die Flüssigkeit in demselben, während der Meniskus am oberen Ende des kürzeren Schenkels immer flacher wird. Wenn man genau beobachtet, so findet man, daß in dem Moment, in welchem der Meniskus ganz verschwunden, wo also die Oberfläche der Flüssigkeit im kürzeren Schenkel ganz eben ist, wie Fig. 153, die Höhendifferenz von *a* bis *b* gleich ist der Höhe der Flüssigkeitssäule, welche in demselben Rohre aufgestiegen wäre, wenn man es in die Flüssigkeit eingetaucht hätte. Bei fernerem Zufluß in den längeren Schenkel steigt die flüssige Säule noch höher, während die Oberfläche der Flüssigkeit im kürzeren Schenkel convex wird, wie Fig. 154. Das Steigen dauert fort, bis die Höhendifferenz *cd*, Fig. 154, doppelt so groß ist als die Höhendifferenz *ab*, Fig. 153. In diesem Augenblicke ist der Meniskus auf dem kürzeren Schenkel eine Halbkugel. Wenn nun noch Flüssigkeit im längeren Schenkel zufließt, so reißt die gewölbte Oberfläche, und die Säule fällt mehr oder weniger weit herab, je nachdem der abfließende Tropfen größer oder kleiner ist.

Fig. 152. Fig. 153. Fig. 154.



Diese Erscheinungen können in umgekehrter Ordnung hervorgebracht werden, wenn man in den längeren Schenkel eine Flüssigkeitssäule bringt, welche so hoch ist, als sie eben noch getragen werden kann, und dann nach und nach am Gipfel des kürzeren Schenkels etwas Flüssigkeit wegnimmt.

57 **Haarröhrchen von verschieden gestaltetem Querschnitt.** Wenn der enge Raum nicht cylindrisch ist, wie wir bisher angenommen haben, so sind die Erscheinungen etwas verwickelter, jedoch lassen sie sich oft auf ziemlich einfache Gesetze zurückführen.

Denken wir uns eine Röhre, deren innerer Durchmesser 10 Millimeter beträgt, in diese eine zweite Röhre geschoben, deren äußerer Durchmesser 9 Millimeter ist, und zwar so, daß die Axen beider Röhren zusammenfallen, so bleibt zwischen beiden ein ringförmiger Raum von $^1/_2$ Millimeter Dicke. In diesem Raume nun finden Capillarerscheinungen Statt, und zwar hat man durch den Versuch gefunden, daß die Höhendifferenz hier gerade eben so groß ist, wie bei einem Röhrchen, dessen Durchmesser 1 Millimeter beträgt. Dieses Resultat läßt sich allgemein so ausdrücken: in einem ringförmigen Raume von beliebiger Dicke ist die Hebung oder Senkung gerade eben so groß wie in einer cylindrischen Röhre, deren Durchmesser doppelt so groß ist als die Dicke dieses ringförmigen Raumes.

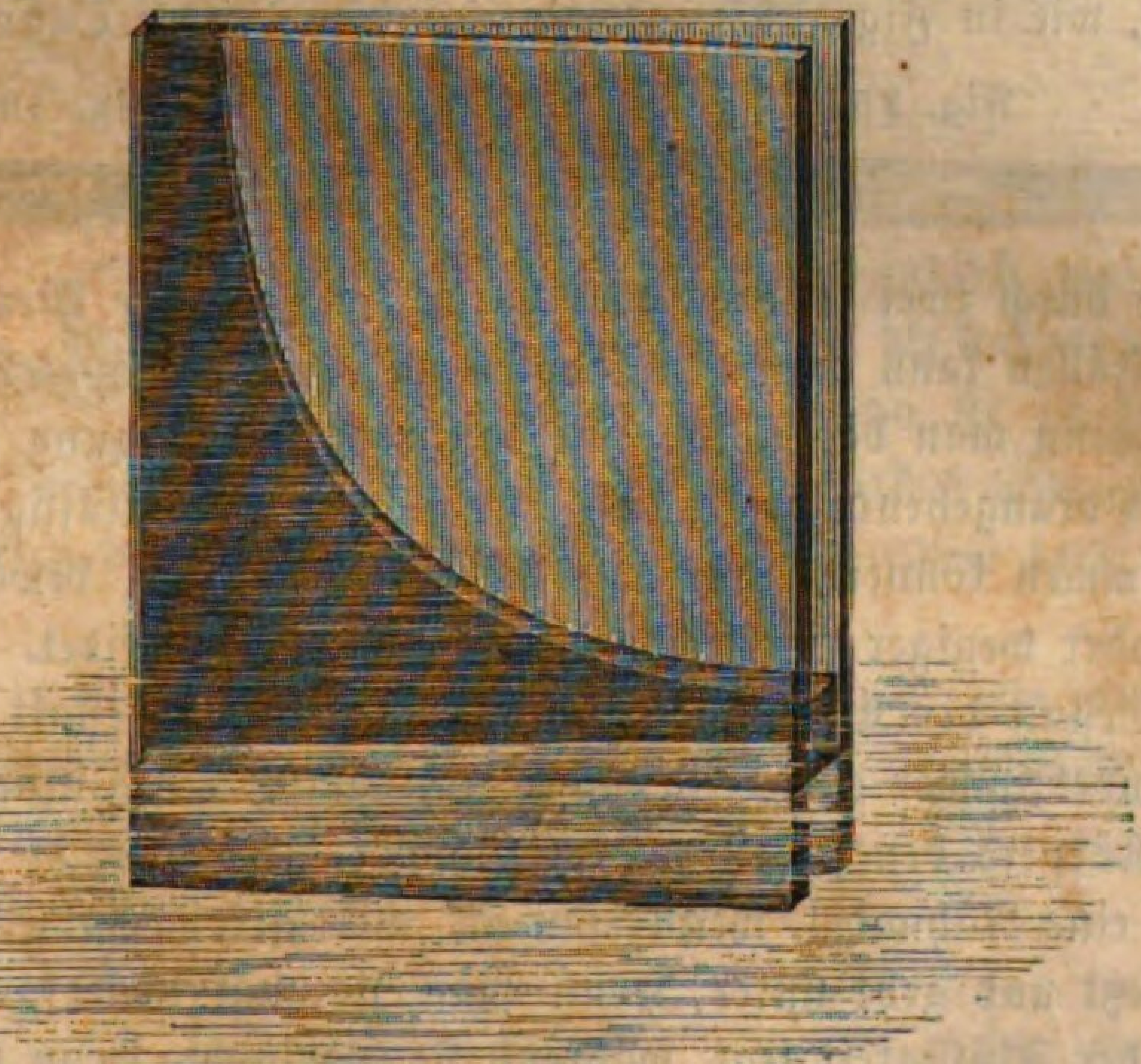
Wenn der innere Cylinder selbst eine hohle Röhre ist, so finden in dieser Röhre und in dem ringförmigen Raume die Capillarerscheinungen gerade so Statt, als ob jeder derselben für sich allein da wäre. Wäre also der Durch-

messer der Röhre gerade doppelt so groß als die Dicke des Ringes, so würden die Gipfel der Säulen in beiden gleich hoch stehen. Wenn die Röhre enger ist, so ist der Gipfel ihrer Säule höher, wenn es sich um eine Hebung, tiefer, wenn es sich um eine Senkung handelt; das Gegentheil findet Statt, wenn die Röhre weiter ist.

Der zwischen zwei parallelen Platten befindliche Raum ist nichts als ein Stück eines ringförmigen Raumes von unendlich großem Halbmesser, die Höhen der gehobenen oder gesenkten Säulen müssen also denselben Gesetzen folgen, wie dies der Versuch in der That bestätigt. Welches auch die Entfernung zweier parallelen Platten sein mag, sie bringen dieselbe Wirkung hervor, wie eine cylindrische Röhre, deren Durchmesser doppelt so groß ist als die Entfernung der Platten.

Die Fig. 155 stellt zwei Glasplatten dar, die mit ihren verticalen Kanten auf der einen (linken) Seite zusammenstoßen und einen Winkel mit einander

Fig. 155.

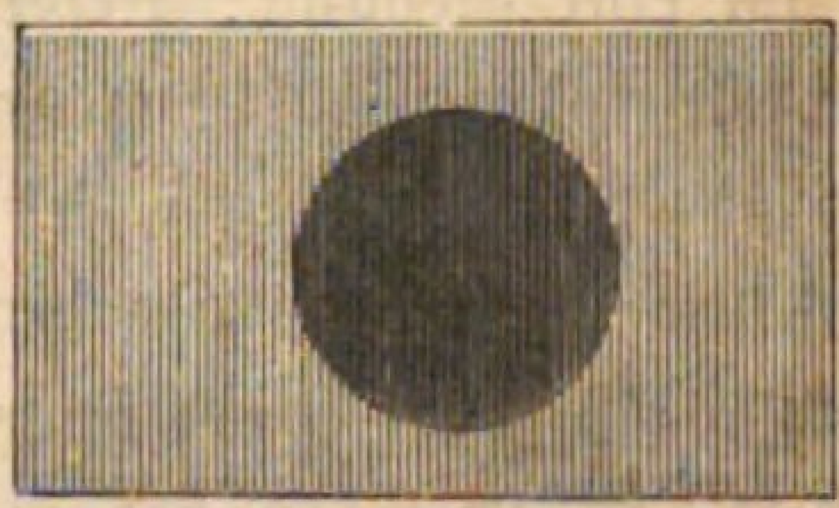


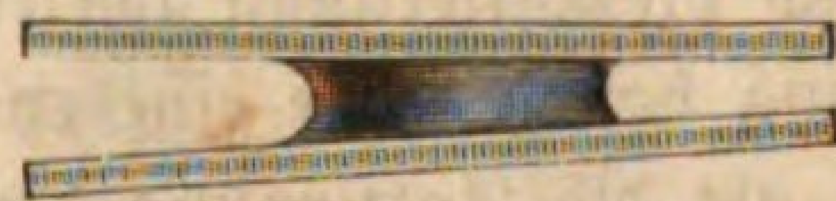
machen, indem sie auf der entgegengesetzten (rechten) Seite mehr oder weniger von einander entfernt werden. Wenn man nun diese Platten in Wasser taucht, so muß es an der engeren Stelle auf der linken Seite höher steigen als da wo die Platten weiter von einander abstehen. An allen Stellen zwischen den beiden Platten wird die Flüssigkeit um so höher steigen, je mehr man sich der Kante nähert, in welcher beide Platten zusammenstoßen. Es ist leicht durch eine einfache Rechnung zu zeigen, daß der Gipfel des gehobenen Wassers eine gleichseitige Hyperbel bildet, deren Asymptoten auf der einen Seite die Durchschnittslinie der Platten, auf der anderen das Niveau der Flüssigkeit ist, in welche sie eingetaucht sind.

Die Fig. 156 (a. f. S.) stellt ebenfalls zwei gegen einander geneigte Platten dar, die sich aber in einer horizontalen Linie schneiden; die geometrische Ebene,

welche ihren Winkel halbirt, kann selbst horizontal, oder auch mehr oder weniger geneigt sein. Wenn man zwischen die beiden Platten einen Wassertropfen bringt, welcher beide Platten berührt, so sieht man, daß er sich augenblicklich kreisförmig abrundet und gegen den Scheitel des Winkels hineilt. Seine Geschwindigkeit ist größer oder kleiner, je nachdem der Winkel der Platten größer oder kleiner ist. Hält man die obere Platte stets wagerecht, so kann man es durch gehöriges Neigen der unteren Platte dahin bringen, daß die Attractivkraft, welche den Tropfen gegen den Scheitel des Winkels zieht, gerade seiner Schwere, die ihn zur schiefen Ebene heruntertreibt, das Gleichgewicht hält.

Fig. 156.



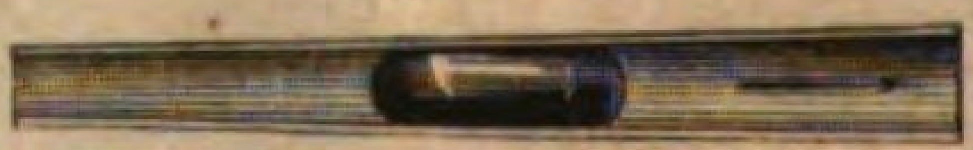


Die Erscheinungen, von denen wir eben gesprochen haben, wiederholen sich bei conischen Röhren. Die kleine Flüssigkeitssäule bewegt sich gegen die Spitze des Kegels, wie in Fig. 157, oder gegen die weitere Oeffnung, Fig. 158, je

Fig. 157.



Fig. 158.



nachdem sie durch zwei concave oder durch zwei convexe Menisken begränzt ist. In beiden Fällen kann man den Tropfen an einer bestimmten Stelle der Röhre festhalten, wenn man der Röhre eine entsprechende Neigung giebt.

Das Vorangehende zeigt, daß feste Körper und Flüssigkeiten nicht in Berührung kommen können, ohne daß die Oberfläche der beweglichen Flüssigkeit eine mehr oder weniger merkliche Formveränderung erleidet.

Die Gestalt der Krümmungen hängt von der Gestalt der festen Körper ab. Es findet immer eine Erhebung Statt, wenn die Flüssigkeit die Oberfläche des festen Körpers benetzt, eine Depression, wenn dies nicht der Fall ist. So wird z. B. eine Nähnadel, wenn man sie mit Alkohol abgewaschen hat, vom Wasser benetzt und geht unter, wenn man sie auch noch so vorsichtig auf die Oberfläche der Flüssigkeit legt, während sie schwimmt, wenn sie etwas fettig ist, so daß sie um sich herum eine Depression veranlaßt. Die Insecten, welche (Fig. 159) über die Oberfläche des Wassers dahinlaufen, würden bald ganz benetzt in die Flüssigkeit hinabgezogen werden, wenn ihr Körper nicht gegen die Benetzung gesichert wäre.

Fig. 159.



Auch die Federn der Wasservögel sind stets etwas fettig, so daß sie nicht benetzt werden; das Gefieder bleibt trocken, wenn sie auch den ganzen Körper untertauchen.

Anziehung und Abstoßung, durch Capillarität hervorgebracht. 58

Körper, welche in Flüssigkeiten eingetaucht sind oder auf ihnen schwimmen, bieten so merkwürdige Erscheinungen von Anziehung und Abstoßung dar, daß es nöthig ist, hier einige Beispiele anzuführen.

Zwei Korkkugeln, welche auf Wasser schwimmen und von demselben benetzt werden, üben gar keine Einwirkung auf einander aus, wenn sie einigermaßen weit von einander entfernt sind; wenn man sie aber so weit nähert, daß das Wasser zwischen beiden keine Ebene mehr bildet, wie Fig. 160, so erfolgt eine lebhafte Anziehung.

Zwei Kugeln, welche nicht benetzt werden, wie Wachskugeln, welche auf Wasser schwimmen, oder Glaskugeln auf Quecksilber, üben unter gleichen Umständen gleichfalls eine Anziehung aus (Fig. 161).

Fig. 160.

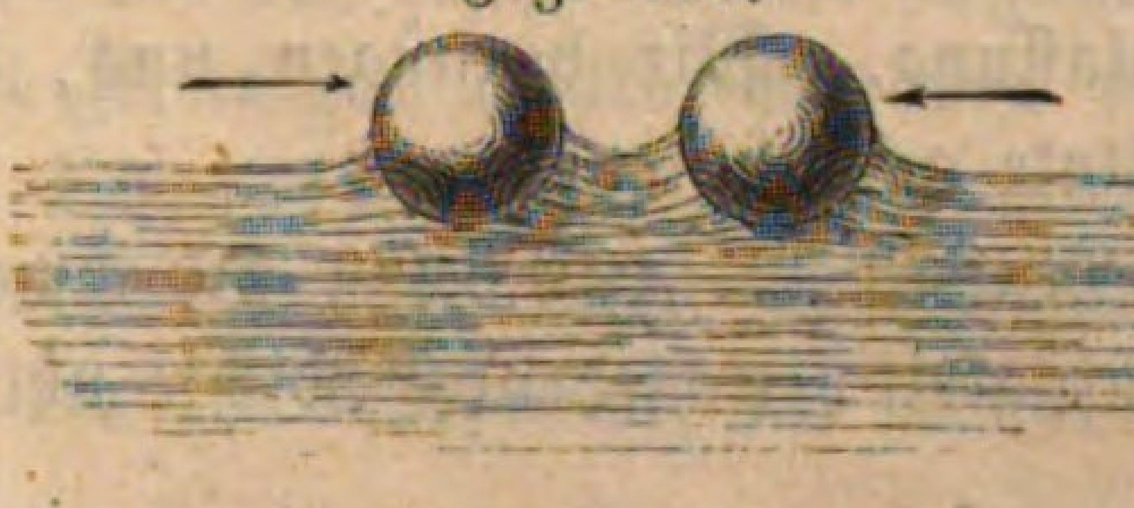


Fig. 161.

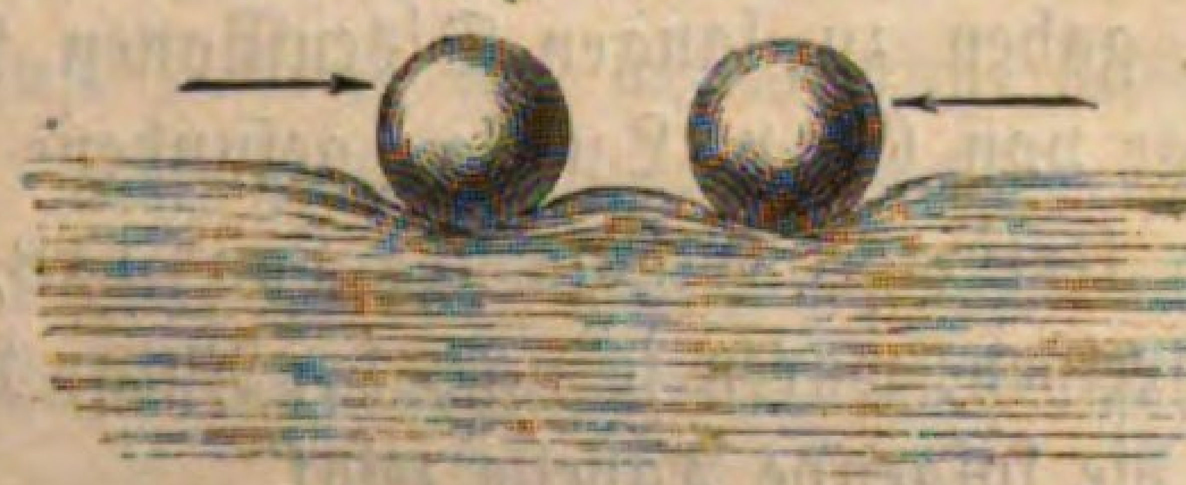


Fig. 162.



Zwei Kugeln endlich, von denen die eine benetzt wird, die andere nicht, stoßen einander ab, wenn sie in die gehörige Nähe gebracht werden (Fig. 162).

Verticale Platten bieten ähnliche Erscheinungen dar (Fig. 163, Fig. 164, Fig. 165).

Fig. 163.

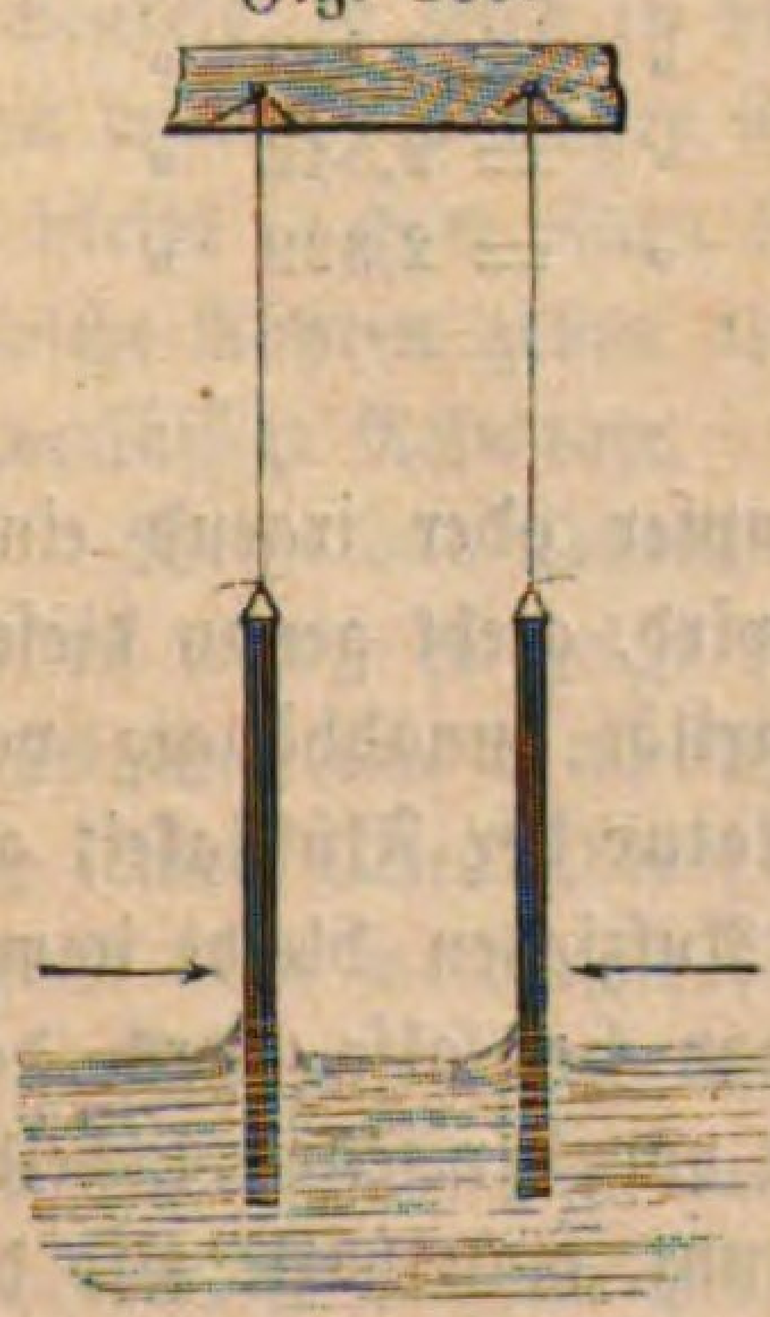


Fig. 164.

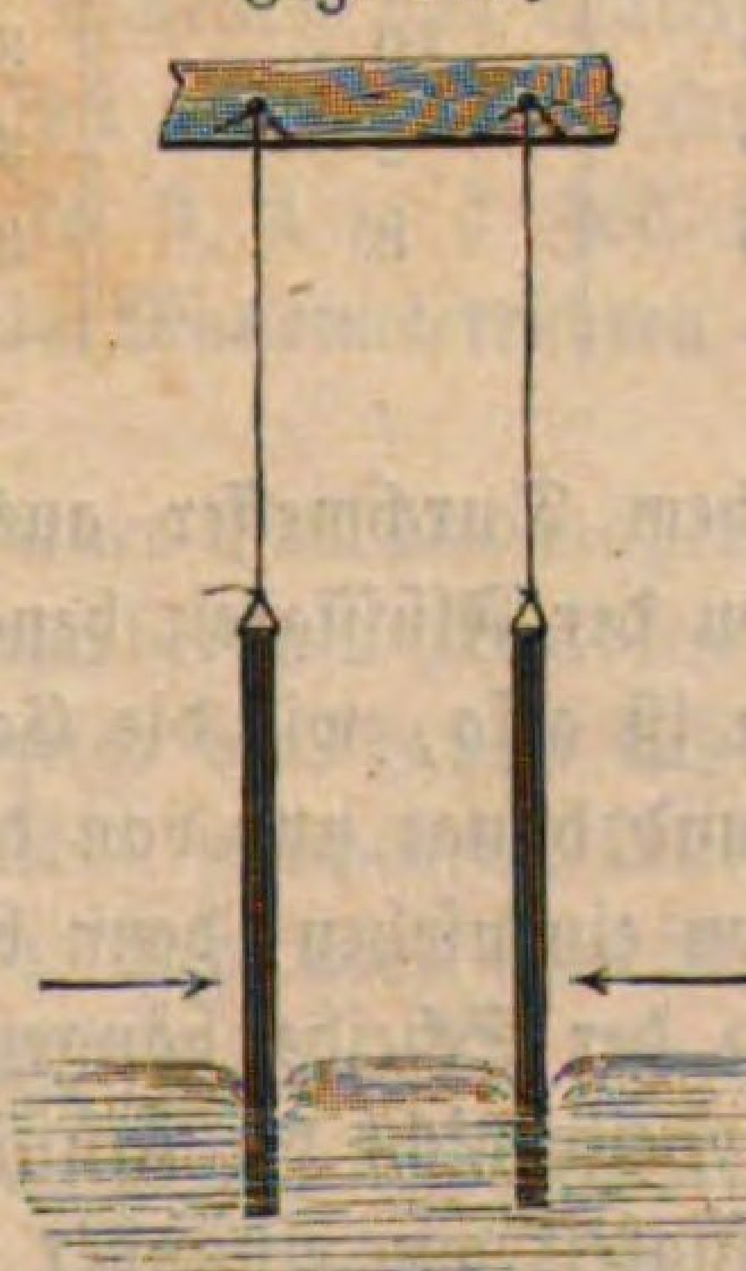
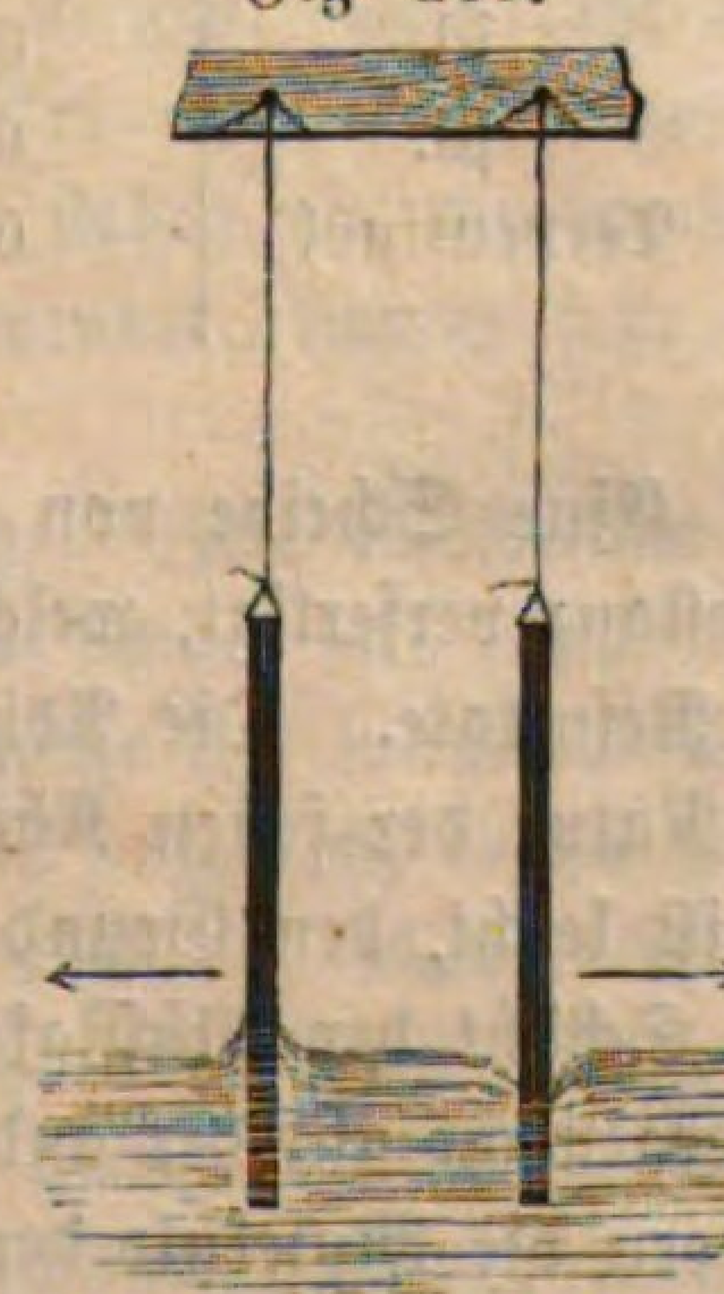


Fig. 165.



Man glaubte früher, daß diese Bewegungen von einer directen Einwirkung der Materie herrührten; es ist aber leicht einzusehen, daß sie von der Krümmung der Flüssigkeit abhängen, weil dieselben Körper, die sich auf Wasser anziehen oder abstoßen, bei gleicher Entfernung im leeren Raume, in Luft oder in irgend einem Mittel, welches sie von allen Seiten umgiebt, gar keine Wirkung auf einander ausüben.

59 Adhäsion der Flüssigkeiten an den Oberflächen fester Körper.

Wenn eine feste Scheibe auf die Oberfläche einer Flüssigkeit gesetzt wird, so kann man sie in horizontaler Stellung nicht mehr in die Höhe ziehen, wie wenn sie frei in der Luft hinge; es ist, um sie in die Höhe zu ziehen, eine mehr oder minder große Kraft nöthig. Um diese Kraft zu messen, bedient man sich der Wage. An der einen Seite hängt man eine horizontale Scheibe an, auf der anderen Seite legt man ein Gegengewicht auf, welches sie im Gleichgewichte hält. Wenn das Gleichgewicht hergestellt ist, nähert man der Scheibe von unten die Oberfläche einer Flüssigkeit, bis die Flüssigkeit die untere Fläche der Scheibe gerade berührt, dann legt man, ohne zu stoßen, auf der anderen Seite Gewichte auf und bemerkt, wie viel nöthig ist, um die Scheibe von der Flüssigkeit abzureißen. Dieses Verfahren ist von Taylor erdacht worden, und die Resultate, welche Cigna, Guyton und viele andere Physiker erhalten haben, gaben zu langen Discussionen Veranlassung. Wir begnügen uns, hier einige von Gay-Lussac gefundene Resultate anzuführen.

Um eine Glasscheibe von 118,366 Mill.-Met. (4″6,32‴) Durchmesser abzureißen, waren je nach der Natur der Flüssigkeit verschiedene Gewichte nöthig, wie die folgende Tabelle zeigt.

Namen der Substanz.	Dichtigkeit.	Temperatur.	Gewicht.
Wasser	1	8,5°C.	59,40 Grm. = 4,063 Loth.
Alkohol	0,8196	8	31,08 » = 2,126 »
id.	0,8595	10	32,87 » = 2,249 »
id.	0,9415	8	37,15 » = 2,542 »
Terpentinöl	0,8695	8	34,10 » = 2,329 »

Eine Scheibe von gleichem Durchmesser aus Kupfer oder irgend einer Substanz verfertigt, welche von der Flüssigkeit benetzt wird, giebt genau dieselben Resultate. Die Adhäsion ist also, wie die Capillarität, unabhängig von der Natur der festen Körper und hängt nur von der Natur der Flüssigkeit ab. Es ist leicht, den Grund davon einzusehen, denn beim Aufziehen bleibt immer eine Schicht der Flüssigkeit an der Scheibe hängen; man hat also durch das Uebergewicht auf der anderen Seite nicht die Flüssigkeit von der festen Scheibe, sondern die Moleküle der Flüssigkeit von einander getrennt, man hatte also die Cohäsion der Flüssigkeit zu überwinden. Die in Rede stehenden Versuche geben also ein Maß für die Cohäsion der Flüssigkeiten, also für die Attraction, welche zwischen den Theilchen derselben stattfindet, und man sieht, daß diese Attraction sehr bedeutend ist und daß sie sich mit der Natur der Flüssigkeiten ändert.

Wenn die Oberfläche der Scheibe nicht von der Flüssigkeit benetzt wird,

wie es z. B. der Fall ist, wenn man eine Glasscheibe auf Quecksilber setzt, so drückt das Zulagegewicht, welches das Abreißen bewirkt, nicht mehr die Cohäsion der Flüssigkeit aus. Gay-Lussac mußte bald ein Zulagegewicht von 296 Grammen, bald eins von 158 Grammen auflegen, um eine Glasscheibe, deren Durchmesser 118,366 Mill.-Met. betrug, von Quecksilber abzureißen, je nachdem zum Auflegen der Gewichte eine längere oder kürzere Zeit verwendet wurde. Diese Versuche zeigen sehr deutlich, daß selbst, wenn ein fester Körper nicht von einer Flüssigkeit benetzt wird, zwischen den Molekülen der Flüssigkeit und denen des festen Körpers eine mehr oder minder große Attraction stattfindet; nur ist in dem Falle, daß keine Benetzung stattfindet, die Cohäsion der Flüssigkeit größer als die Adhäsion zwischen der Flüssigkeit und dem festen Körper.

Die Adhäsion des Quecksilbers an Glas erklärt einige Erscheinungen, welche für den ersten Anblick auffallend erscheinen. So bleibt z. B., wenn man wohl gereinigte, vollkommen von aller Luft befreite und etwas enge Röhren zum Toricelli'schen Versuch anwendet, manchmal die ganze Quecksilbersäule bis oben hin suspendirt, und es sind dann einige Stöße nöthig, um zu machen, daß die Quecksilbersäule bis zu der dem Luftdruck entsprechenden Höhe herabfällt.

Die Adhäsion und die Reibung des Quecksilbers am Glase hat bei allen Manometerröhren einen Einfluß, der um so störender wird, je enger die Röhren sind. Daher sind nicht allein für Barometer, sondern auch für alle Manometer weite Röhren vorzuziehen. Bei sehr engen Röhren kann der Einfluß der Wände sehr bedeutende Fehler veranlassen. Man fülle z. B. eine heberförmig gebogene Thermometerröhre halb mit Quecksilber, so daß es in beiden Schenkeln gleich hoch steht. Saugt man nun an dem oberen Ende des einen Schenkels, so wird in diesem Schenkel das Quecksilber steigen. Ueberläßt man nun wieder die Röhre sich selbst, so fällt das Quecksilber nicht wieder zurück, es bleibt in dem einen Schenkel 3, 4 ja 5 Zoll höher stehen als im anderen. Solche Röhren geben also, als Manometerröhren angewendet, immer sehr unzuverlässige Resultate.

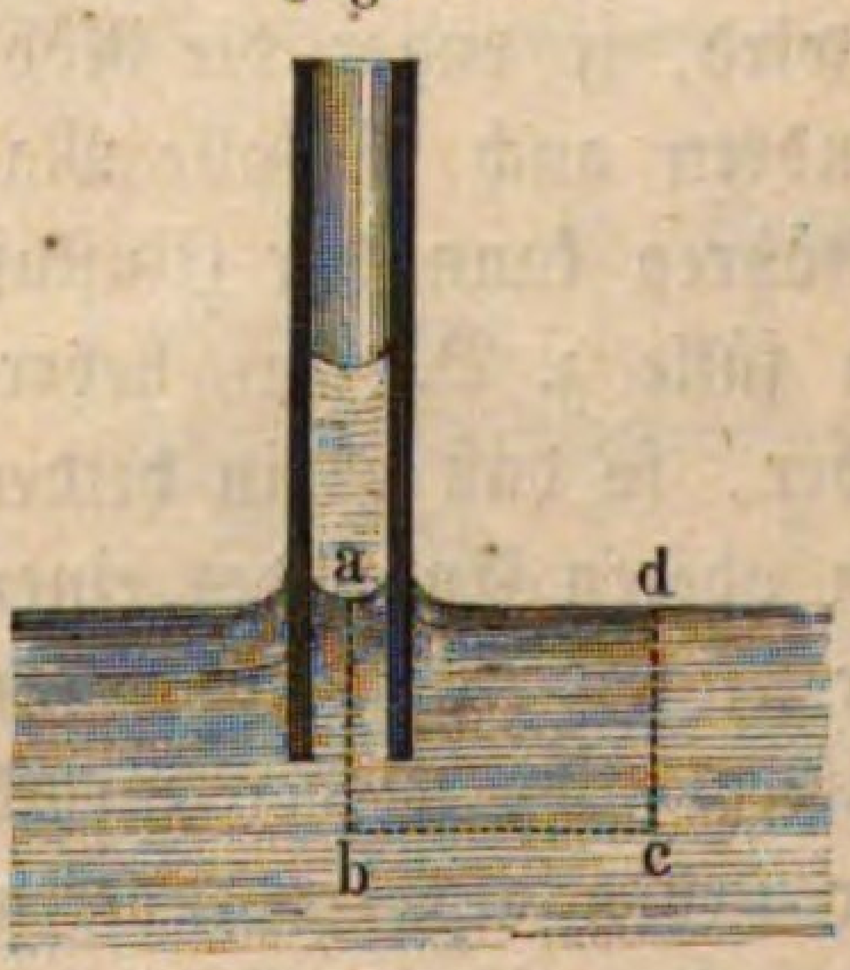
Wenn das Quecksilber einer Barometerröhre längere Zeit im Kochen erhalten wird, so zeigt sich nachher der Meniskus weit flacher als sonst. Es rührt dies, wie Dulong gezeigt hat, daher, daß in Folge des langen Kochens sich etwas Quecksilberoxyd bildet, welches im Quecksilber aufgelöst, dessen Dichtigkeit nicht merklich verändert, wohl aber seine Adhäsion an das Glas vermehrt.

Theoretische Andeutungen. Da die bis jetzt aufgestellten Theorien 60
der Capillarität fast durchgängig auf das Gebiet der mathematischen Analyse gehören, so müssen wir uns darauf beschränken, die physikalischen Principien anzuführen, welche beim Aufbau jener Theorien zu Grunde gelegt wurden. Diese Principien reduciren sich zuletzt auf folgende Annahmen: 1) daß in jeder Flüssigkeit eine besondere Cohäsionskraft, d. h. eine anziehende Kraft zwischen den benachbarten Molekülen vorhanden ist; 2) daß zwischen festen und flüssigen Körpern eine Adhäsionskraft wirkt, d. h. eine anziehende Kraft zwischen den benachbarten Molekülen des festen und des flüssigen Körpers.

Laplace nimmt an, daß die anziehenden Kräfte, welche die Capillarerscheinungen hervorbringen, so rasch mit der Entfernung abnehmen, daß sie auf merkliche Distanzen Null sind; und wenn eine Flüssigkeit in einer Röhre aufsteigt, haftet nach seiner Annahme eine ganz dünne Schicht der Flüssigkeit an der Wandung der Röhre; diese dünne Schicht bildet selbst eine Röhre, welche eine zweite etwas niedrigere hinaufzieht, die dann wieder eine dritte hebt u. s. w.; jede folgende Schicht ist aber niedriger als die vorhergehende. Auf diese Weise erklärt sich, daß die Flüssigkeit an der Röhrenwandung aufsteigt, daß sich ein Meniskus bildet; daß aber dieser Meniskus die Hebung einer ganzen Flüssigkeitssäule veranlaßt, ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

Irgend ein Wassertheilchen, welches mitten in der Flüssigkeit sich befindet, wird durch die Nachbartheilchen nach allen Seiten hin gleich stark angezogen; ein Wassertheilchen dagegen, welches sich auf der horizontalen Oberfläche des Wassers befindet, wird durch die unter ihm befindlichen Wassertheilchen angezogen, ohne daß eine entsprechende Anziehung nach oben stattfindet; dadurch aber entsteht nach unten hin ein Druck, welcher die Wirkung der Schwerkraft der oberen Wassertheilchen auf die unteren vermehrt. Wird nun aber ein enges Röhrchen, Fig. 166, in die Flüssigkeit eingetaucht, so wird wenigstens am Rande sogleich die Flüssigkeit steigen, es wird sich ein Meniskus bilden. Nun aber befindet sich das Theilchen *a*, welches den tiefsten Punkt des Meniskus einnimmt, nicht mehr in einer horizontalen Ebene, rings um dasselbe herum sind Theilchen, welche höher liegen und welche, nach oben ziehend, dem durch die unter *a* liegenden Wassertheilchen veranlaßten nach unten gerichteten Zuge entgegen wirken; denken wir uns nun einen sehr engen Canal *abcd*, dessen Röhrenwände selbst Wasser sind, so wird das Gewicht der Wassersäule *ab* der gleich hohen *dc* das Gleichgewicht halten; da aber die Wassertheilchen in *d* stärker niedergezogen werden, also stärker auf die unteren drücken, als die Wassertheilchen in *a*, so kann in dieser Weise kein Gleichgewicht bestehen, die Wassertheilchen in *a* müssen steigen, bis dem Ueberschusse des Druckes in *d* durch das Gewicht der gehobenen Wassersäule das Gleichgewicht gehalten wird.

Fig. 166.



Je enger die Röhre ist, desto stärker wird die Krümmung des Meniskus, desto mehr Wassertheilchen können wirken, um den nach unten gerichteten Zug auf das Theilchen *a* zu vermindern; desto höher wird also die Wassersäule in der Röhre steigen müssen; eine genaue mathematische Untersuchung zeigt, daß die Höhe der gehobenen Säule wirklich dem Durchmesser der Röhren umgekehrt proportional sein muß.

Fig. 167.



Wenn sich in einem Haarröhrchen ein convexer Meniskus bildet, wie Fig. 167, so werden die Flüssigkeitstheilchen im Gipfel des Meniskus stärker nach unten gezogen, als wenn sie in einer horizontalen Ebene lägen; sie werden also stär-

ker nach unten drücken, und dadurch erklärt sich die in diesem Falle stattfindende Depression.

Einen Versuch einer neuen physikalischen Theorie der Capillarität hat Mile publicirt (Pogg. Annal. Bd. 45, S. 287 und 501), welche die verschiedenen hierher gehörigen Erscheinungen recht gut unter einem gemeinschaftlichen Gesichtspunkte zusammenfaßt. Er legt folgende von Laplace angedeutete, von Anderen vielfach modificirte Ansicht über die Materie zu Grunde:

Die Moleküle der Körper ziehen sich gegenseitig an. Diese Anziehung aber wird durch die Wärme-Atmosphären modificirt, in welche die Moleküle gleichsam eingehüllt sind. Diese Wärme-Atmosphären nämlich stoßen sich gegenseitig ab, und so erklärt sich, daß Attractionen und Repulsionen gleichsam von denselben Mittelpunkten ausgehen. Je nach der Entfernung der Moleküle ist Attraction oder Repulsion vorherrschend, in tropfbar flüssigen Körpern aber sind beide Kräfte im Gleichgewichte.

Mile's neue Theorie stützt sich nicht auf subtile hypothetische Voraussetzungen, die sich auf die innere Constitution der Materie beziehen, gehört aber auch nicht zu den mathematischen Theorien, die, seiner Ansicht nach, die Sache viel zu tief schöpfen wollen. Er sieht die Capillarität nur als eine mechanische molekulare Thätigkeit an, die den Tropfen und die Blase, den negativen Tropfen, bildet. Capillare Phänomene sind nur durch den Einfluß eines engen Raumes und der Adhäsion modificirte partielle Tropfen- oder Blasenbildungen.

Quecksilber bildet auf Papier, Wasser auf einer fettigen oder bestäubten Fläche kugelförmige Tropfen. Gewöhnlich erklärt man diese Erscheinung aus der allgemeinen Attraction aller Moleküle unter sich, gerade so wie man die sphärische Bildung der Himmelskörper erklärt. Diese Erklärung aber ist deshalb unzulässig, weil die molekulare Attraction ganz anders wirkt als die allgemeine Schwere; weil sie, nur in unmerklichen Entfernungen auf die nächsten Moleküle wirkend, sich nicht so summiren kann, daß gleichsam ein Anziehungsmittelpunkt, dem Gravitationsmittelpunkte der Weltkörper ähnlich, gebildet wird. Die folgende Erklärung scheint richtiger zu sein.

In einer Flüssigkeit müssen die Moleküle in einer solchen Entfernung verharren, daß Attraction und Repulsion einander neutralisiren. Es ist die nur dann möglich, wenn die Moleküle in parallelen Schichten gelagert sind, in der Art, daß jedes Molekül von zwölf anderen umgeben ist, ungefähr so wie man die gleich großen Kanonenkugeln zu lagern pflegt. Diese Anordnung ist dann nicht im mindesten gestört, wenn die Flüssigkeit auch eben endigt. Jedes Molekül ist hier nach allen Seiten hin vollkommen gleichen Einwirkungen unterworfen, alle Moleküle sind hier in vollkommen gleichen Entfernungen von einander. Diese Anordnung mag die normale Lagerung der Moleküle heißen. Wird ein Theil der Gränzfläche gekrümmt, so kann der gegenseitige Abstand der Moleküle nicht mehr gleich weit bleiben, und eine solche Lagerung mag anomal genannt werden.

Sobald durch irgend eine äußere Kraft die normale Lagerung der Mole-

küle gestört wird, wird auch das bisher vollständige Gleichgewicht gestört; es entsteht eine Spannung, welche den gestörten Parallelismus der Schichten wieder herzustellen strebt und welche die Flüssigkeitstheilchen sogleich wieder in die normale Lagerung zurückführt, sobald die störende Ursache zu wirken aufhört. Wenn man ein Stäbchen, welches von der Flüssigkeit benetzt wird, in dieselbe eintaucht, so kann man durch langsames Herausziehen einen Hügel bilden, der nach dem Abreißen sogleich wieder in die Ebene zurückeilt. Dies könnte nun freilich bloß Folge der Schwere sein, allein dasselbe findet in der umgekehrten Lage der Ebene Statt. Füllt man ein Röhrchen, welches nicht über drei Linien Durchmesser hat und nur an einem Ende offen ist, ganz mit Wasser, so kann man es umdrehen, ohne daß das Wasser ausläuft. Es bildet eine hängende Ebene, an der man wie vorher Hügel herausziehen kann, die sich nach dem Abreißen, der Schwere entgegen, in die Ebene zurückziehen.

Eine tropfbare Flüssigkeit strebt also in einer Ebene zu endigen. Nun aber kann eine rings herum freie Masse nicht durch die einzige Ebene begränzt werden. Wäre sie durch ebene Flächen begränzt, so würden die Kanten durch die Spannung der Moleküle in denselben bald abgeflacht werden; ist aber die Masse durch eine krumme Oberfläche begränzt, deren Krümmung nicht an allen Stellen gleich ist, so würde an den stärker gekrümmten Theilen der Oberfläche nothwendig auch eine stärkere Spannung stattfinden, welche die Abrundung zur vollkommenen Kugel zur Folge hat. Auf diese Weise geht auch die Abrundung des Tropfens vor sich.

Die oberflächlichen Moleküle einer ringsum freien tropfbaren Flüssigkeit bilden demnach ein, die innere Masse kräftig zusammendrückendes Netzwerk. Hat man eine Seifenblase gemacht, so behält diese ihre Größe bei, wenn man die Oeffnung des Röhrchens zuhält; sobald man sie aber öffnet, verkleinert sich die Blase mehr und mehr. Wäre die Luft in der Blase nicht durch die umschließende Flüssigkeitsschicht zusammengedrückt gewesen, wäre sie nicht dichter als die sie umgebende Atmosphäre, so würde sie in der Blase bleiben und nicht dem atmosphärischen Luftdruck entgegen durch das Röhrchen entweichen.

Wird Quecksilber in ein Glas gebracht, so steht es von seinen Wänden, wenn auch nicht merklich, ab; bringt man Wasser oder Baumöl darauf, so dringt dies in den Zwischenraum ein. Auch sickert bei schlecht gekochten Barometern Luft durch diesen Zwischenraum in die Toricelli'sche Leere. Das Quecksilber bildet also in dem Glase einen frei liegenden großen Tropfen, dessen Form nur durch die Gefäßwände bedingt ist. Er endet oben mit einer horizontalen Fläche, die aber nicht bis an die Wand reichen kann, weil die scharfe Kante des Tropfens, wie wir oben gesehen haben, abgerundet wird.

Bringt man einen Tropfen Quecksilber in ein vollkommen cylindrisches Glasröhrchen, welches horizontal gestellt ist, so bildet er einen an beiden Enden abgerundeten Cylinder. Es kann aber durchaus keine Bewegung entstehen, weil die Convexität an beiden Enden gleich ist.

Ist aber das Röhrchen conisch, wie Fig. 158, so ist die Convexität des Quecksilberfadens am engeren Ende mehr gekrümmt; hier wirkt also die Span=

nung der anomal gelagerten Moleküle stärker als auf der anderen Seite, und die Folge dieser überwiegenden Spannung ist, daß sich der Quecksilberfaden nach dem weiteren Ende hin bewegt.

Füllt man ein Röhrchen ganz mit Quecksilber, legt man es horizontal hin, läßt man das eine Ende des Quecksilberfadens mit einem Tropfen Quecksilber zusammenfließen, so vergrößert sich der Tropfen, und das Quecksilber tritt zuletzt ganz aus dem Röhrchen heraus und vereinigt sich ganz mit dem Tropfen. Der Grund davon ist leicht einzusehen. Durch die starke Krümmung der Convexität am Ende des Quecksilbercylinders entsteht von dieser Seite ein weit stärkerer Druck auf die Masse als von der Seite des Tropfens.

Taucht man ein Glasröhrchen vertical in Quecksilber, so wird es im Röhrchen tiefer stehen als außen, weil die starke Convexität des Quecksilbercylinders in der Röhre deprimirend wirkt. Es ist klar, daß die Depression um so größer sein muß, je enger die Röhre ist.

Wenn die Flüssigkeit an den Gefäßwänden adhärirt, dieselben benetzt, so kann sie nicht mehr, wie im vorigen Falle, als ein großer Tropfen betrachtet werden, die Oberfläche kann also auch nicht, wie dort, eine convexe Gestalt annehmen. Die Moleküle der Gefäßwand, welche mit der Flüssigkeit in Berührung sind, wirken auf die Flüssigkeit gerade so wie die Flüssigkeitsmoleküle auf einander. Die festen Gefäßwände sind demnach nur als eine starre Fortsetzung der Flüssigkeit zu betrachten. Die über der Flüssigkeit im Gefäße befindliche Luft muß demnach als eine Blase angesehen werden, die unten von der Flüssigkeit, auf den Seiten durch die Gefäßwände begränzt ist. Wäre die Oberfläche der Flüssigkeit vollkommen eben, so würde die Blase, da wo Flüssigkeit und Gefäßwand zusammentreffen, eine scharfe Kante haben, welche alsbald durch die gegenseitige Anziehung der Moleküle der Wand und der Flüssigkeit abgerundet werden muß; da aber die Moleküle des Gefäßes fest sind, so bleibt nichts übrig, als daß die Oberfläche der Flüssigkeit eine concave Gestalt annimmt, indem Moleküle der Flüssigkeit an den Wänden aufsteigen. Bei der Blase aber bewirkt die Spannung der anomal gelagerten Wassermoleküle einen Druck auf die eingeschlossene Luft; so wird denn auch hier die concave Flüssigkeitsoberfläche gegen die Luft der Blase, also nach oben, einen Druck ausüben.

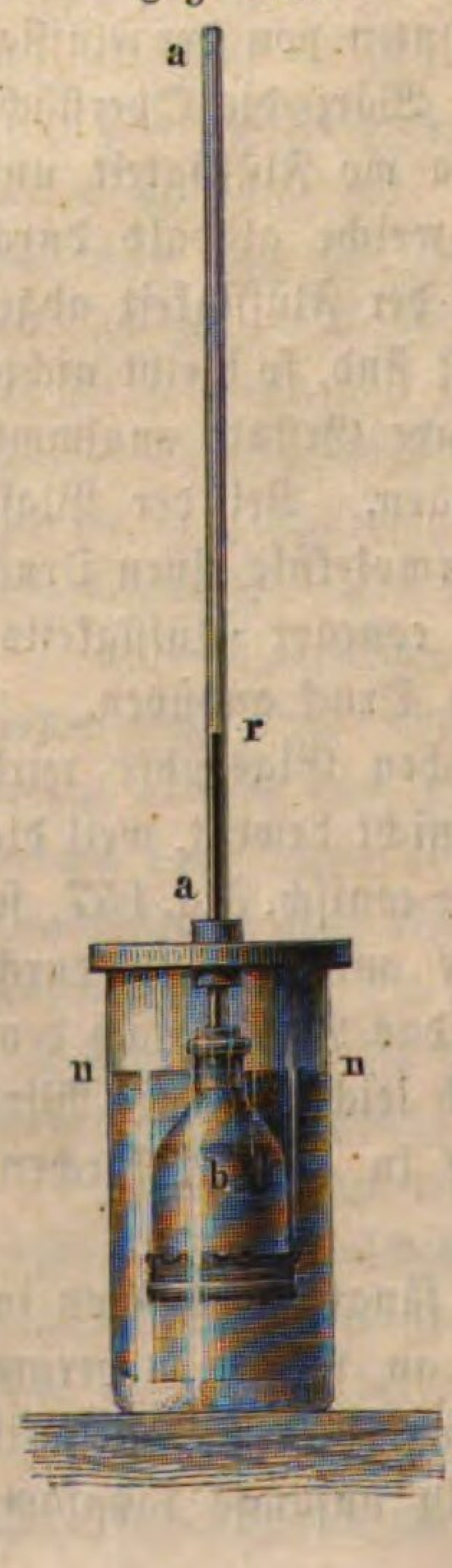
Ein Tropfen Wasser in einer horizontalen cylindrischen Glasröhre wird einen an beiden Enden concaven Cylinder bilden, der sich nicht bewegt, weil die Concavitäten an beiden Enden gleich sind. Ist das Röhrchen conisch, Fig. 157, so ist natürlich die eine Concavität stärker gekrümmt als die andere, und durch die überwiegende Spannung der stärker gekrümmten wird das Wasser nach dem engeren Theile der Röhre hingezogen. Ebenso erklärt sich leicht aus der Wirkung der concaven Oberfläche das Aufsteigen des Wassers in einem Röhrchen, welches vertical in Wasser eingetaucht wird.

Schwimmt eine hohle gläserne Kugel auf Wasser, so fängt dieses schon in einem Abstande von mehr als sechs Linien von der Kugel an, sich rings herum gegen dieselbe zu heben. Bringt man eine zweite Glaskugel einen Zoll weit von der ersten in das Wasser, so nähern sich die Kugeln anfangs langsam,

dann schneller und schneller, bis sie endlich an einander stoßen. Wären beide Kugeln fest gewesen, so würde in Folge des Bestrebens der Ebenebildung das Wasser zwischen den Kugeln gestiegen sein; da sie aber mobil sind, so muß die an sie gleichsam angeheftete und durch ihre Schwere sinkende Wasserfläche, welche sich zwischen ihnen befindet, die Kugeln gegen einander ziehen.

61 **Die Endosmose.** Wenn zu einer concentrirten wässerigen Auflösung irgend einer Substanz noch mehr Wasser zugesetzt wird, so zieht dieses nach und nach die Theilchen des aufgelösten Körpers an sich, bis eine vollkommen gleichförmige Vertheilung stattfindet. Wenn aber das Wasser und die Lösung nicht in unmittelbarer Berührung, sondern durch irgend einen porösen Körper getrennt sind, so müssen die Flüssigkeiten durch diese Wand zu einander übergehen, und da es nun möglich ist, daß die poröse Wand die eine Flüssigkeit leichter durchläßt als die andere, so muß die Menge der Flüssigkeit auf der einen oder der anderen Seite zunehmen. Füllt man z. B. eine unten mit einer Blase zugebundene Glasröhre mit einer concentrirten Lösung von Kupfervitriol, taucht man dann die durch die Blase verschlossene Oeffnung in ein Gefäß mit Wasser, so dringt das Wasser allmälig durch die Blase in die Röhre, so daß in der Röhre die Flüssigkeit steigt, während sie außen sinkt. Umgekehrt sinkt die Flüssigkeit in der Röhre, wenn das Wasser innen, die Lösung des Kupfervitriols außen ist. Etwas von der Lösung des Kupfervitriols dringt freilich auch durch die Blase zum Wasser, wie man bald an der Färbung erkennt.

Fig. 168.



Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn man in die Röhre Alkohol gießt und sie in Wasser taucht. Nach einiger Zeit beobachtet man, daß das Niveau der Flüssigkeit in der Röhre gestiegen ist.

Man bezeichnet diesen Austausch von Flüssigkeiten durch eine poröse Scheidewand hindurch mit dem Namen der Endosmose.

Dutrochet betrachtete die Zunahme der Flüssigkeit auf der einen Seite als Maß für die Endosmose, und um diese Volumenzunahme recht auffallend und meßbar zu machen, construirte er den Apparat, Fig. 168, den er Endosmometer nannte; *a* ist eine Glasröhre, deren innerer Durchmesser einige Millimeter beträgt und die auf irgend eine Weise, etwa durch einen sehr wohlschließenden Kork, in dem Halse eines weiteren Glasgefäßes *b* befestigt ist. Dieses weitere Gefäß ist unten durch eine Thierblase verschlossen. Dieser mit der einen Flüssigkeit gefüllte Apparat wird nun in ein weiteres Gefäß, welches die andere Flüssigkeit enthält, eingesetzt, ohne daß jedoch die Blase auf dem Boden des Gefäßes *n* aufsitzt.

Das Gefäß *b* mit der Röhre *a* sei z. B. mit Weingeist gefüllt, das untere Gefäß enthalte Wasser. So-

bald das Gefäß *b* eingesetzt ist, wird sich alsbald ein mechanisches Gleichgewicht zwischen der inneren und äußeren Flüssigkeit und der Spannung der Blase herstellen. Es sei bei *nn* das Niveau des Wassers, bei *r* der Gipfel der Weingeistsäule in der Röhre. Nach einer Viertelstunde beobachtet man schon eine bedeutende Veränderung, die Flüssigkeit ist nämlich schon um einige Millimeter über *r* hinaus gestiegen, und dieses Steigen dauert fort. Wenn die Röhre selbst 4 bis 5 Decimeter hoch ist, so läßt sich erwarten, daß die Flüssigkeit nach einem Tage den Gipfel erreicht hat, um oben auszufließen. Das Wasser ist also trotz des Druckes, welchen der Alkohol in Folge seiner Schwere auf die Blase ausübt, durch die Poren derselben in das Gefäß *b* eingedrungen; es hat also eine Endosmose des Wassers zum Alkohol durch die Blase hindurch stattgefunden. Macht man den Versuch in umgekehrter Ordnung, indem man das Wasser innen, den Alkohol außen hin bringt, so sinkt das Niveau in der Röhre, während es außen steigt.

Wenn man in ein Gefäß von ungebranntem Thon (etwa eine poröse Thonzelle, wie sie zu Grove's und Bunsen's galvanischen Batterien gebraucht werden) Schwefelsäure gießt und es dann in ein anderes Gefäß mit Wasser stellt, so findet eine ähnliche Erscheinung Statt; das Wasser sickert durch den Thon durch, das Niveau der Flüssigkeit im Inneren der Thonzelle steigt, während es außen sinkt.

Die Wirkung der Endosmose dauert fort, wenn auch allmälig immer schwächer, bis die Flüssigkeiten zu beiden Seiten der Scheidewand ganz gleichartig sind.

Daß der Spiegel der Flüssigkeit auf der einen Seite so hoch über das Niveau auf der anderen Seite steigen kann, rührt daher, daß die Poren der Scheidewand zu fein sind, als daß ein hydrostatischer Druck sich durch dieselben fortpflanzen könnte. Wenn man Wasser in eine poröse Thonzelle gießt, so werden die Wände zwar feucht, aber das Wasser tropft nicht durch, und eine Thierblase, welche gleichfalls vom Wasser befeuchtet wird, kann nicht zum Filtriren des Wassers gebraucht werden.

Welche der getrennten Flüssigkeiten an Volumen zunimmt, hängt wesentlich von der Natur der trennenden Scheidewand ab; wenn Wasser und Weingeist durch eine Kautschukplatte getrennt sind, so nimmt das Wasser an Volumen zu, indem der Weingeist leichter durch den Kautschuk wandert als Wasser.

Jolly hat gezeigt, daß Dutrochet's Endosmometer kein richtiges Maß für die Größe des durch die Scheidewand stattfindenden Austausches von Flüssigkeiten sein kann, indem keineswegs bloß eine Flüssigkeit durch die Scheidewand hindurchgeht. Untersucht man mit einem Aräometer das Wasser und den Weingeist, bevor man sie in den Apparat Fig. 168 einfüllt, und nachher, nachdem man den Versuch abgebrochen hat, so findet man, daß das specifische Gewicht des Wassers abgenommen hat, während das des Weingeistes stieg; es ist also nicht bloß Wasser zum Weingeist, sondern auch umgekehrt Weingeist zum Wasser übergegangen; die Volumenvermehrung des Weingeistes rührt also

nur von der Differenz der beiden entgegengesetzten Strömungen her. Es konnte ein sehr bedeutender Austausch der beiden Flüssigkeiten stattfinden, ohne daß das Endosmometer die geringste Anzeige davon giebt, wenn nämlich beide Flüssigkeiten in gleichem Maße durch die Scheidewand hindurchgingen.

Um zu ermitteln, in welchem Verhältniß die Wanderung der Substanzen nach entgegengesetzter Richtung vor sich geht, wandte Jolly folgendes Verfahren an:

Das eine Ende einer Glasröhre wurde mit einem Stück Schweinsblase zugebunden, in dieselbe die Substanz gebracht, deren endosmotisches Verhalten gegen Wasser untersucht werden sollte, z. B. Weingeist. — Das untere Ende dieser Röhre wurde nun, nachdem sie gewogen worden war, in ein größeres Gefäß mit Wasser eingetaucht; nach einiger Zeit, etwa nach einem Tage, wurde die in Folge der Endosmose eingetretene Gewichtszunahme des Inhalts der Glasröhre ermittelt (natürlich mit Beachtung aller nöthigen Vorsichtsmaßregeln, deren Besprechung nicht hierher gehört) und das äußere Wasser durch frisches ersetzt.

So wurde nun fortgefahren, bis die Röhre keine Gewichtszunahme mehr zeigte; es ergab sich nun, daß der Röhreninhalt reines Wasser war; die vorher in der Röhre befindlich gewesene Substanz ist allmälig zu dem immer wieder weggegossenen Wasser des äußeren Gefäßes übergegangen.

Hier läßt sich nun ausmitteln, wie viel Wasser gegen die ausgetretene Substanz in die Röhre eingetreten ist.

Um den Gang der Untersuchung besser übersehen zu können, wollen wir einen solchen Versuch genauer verfolgen.

Das Gewicht der Röhre, leer, aber mit feuchter Blase, betrug 37,81 Gramme.

In dieselbe wurden 2,4 Gramme trockenen Kochsalzes gebracht und sie in das Wassergefäß eingesetzt. Allmälig ging Wasser durch die Blase zum Kochsalz, welches sich auflöste; das Volumen dieser Lösung, welche natürlich immer verdünnter wurde, nahm mehr und mehr zu, bis sich endlich nach vier Tagen keine Gewichtszunahme mehr zeigte. Das Gewicht der Röhre betrug nun 48,17 Gramme, der Inhalt derselben, welcher aus reinem Wasser bestand, wog 48,17 — 37,81 = 10,36 Gramme. Während diese 10,36 Gramme Wasser durch die Blase in die Röhre eintraten, sind aber die 2,4 Gramme Kochsalz in entgegengesetzter Richtung hindurch gegangen oder auf 1 Gramm Kochsalz 4,3 Gramm Wasser.

Jolly nennt das endosmotische Aequivalent einer Substanz die Zahl, welche angiebt, wie viel Gewichtstheile Wasser gegen einen Gewichtstheil der fraglichen Substanz durch die Blase hindurchgehen, es ist also 4,3 das endosmotische Aequivalent des Kochsalzes.

Auf diese Weise ermittelte Jolly das endosmotische Aequivalent folgender Substanzen:

Kochsalz	4,3
Glaubersalz	11,6
Schwefelsaures Kali . .	12
Schwefelsaure Magnesia .	11,7
Schwefelsaures Kupferoxyd	9,5
Kalihydrat	215
Schwefelsäurehydrat . .	0,39
Saures schwefelsaures Kali	2,3
Alkohol	4,2
Zucker	7,1

Im Allgemeinen nimmt das endosmotische Aequivalent mit der Temperatur zu.

Die Menge der in gleichen Zeiten durch die Blase zum Wasser übertretenden Stoffe ist dem Concentrationsgrad der Lösung proportional.

Ludwig hat durch eine sehr genaue Versuchsreihe dargethan, daß das endosmotische Aequivalent für denselben Stoff keineswegs eine constante, sondern daß es eine von dem Concentrationsgrade der Flüssigkeiten abhängige Größe ist. (Pogg. Annal. LXXIII, 307.)

Theorie der Endosmose. Alle zu endosmotischen Versuchen brauchbaren Scheidewände sind von unzählig vielen ausnehmend feinen Poren durchzogen, welche zu fein sind, als daß sich durch dieselben ein hydrostatischer Druck fortpflanzen kann. — Wird eine solche Zwischenwand in eine Flüssigkeit getaucht, so wird, je nach der Molekularanziehung, welche zwischen der Membran und der Flüssigkeit besteht, eine größere oder kleinere Menge der Flüssigkeit resorbirt und zurückgehalten werden. 62

Ueber die Resorption von Flüssigkeiten durch thierische Blasen hat Liebig Versuche angestellt, welche den Vorgang bei den endosmotischen Erscheinungen sehr schön erläutern.

100 Gewichtstheile trockene Ochsenblase nehmen in 24 Stunden auf:

268	Gewichtstheile	Wasser
133	»	Kochsalzlösung (1,204 specif. Gewicht)
38	»	Weingeist (84 Proc.)
17	»	Knochenöl.

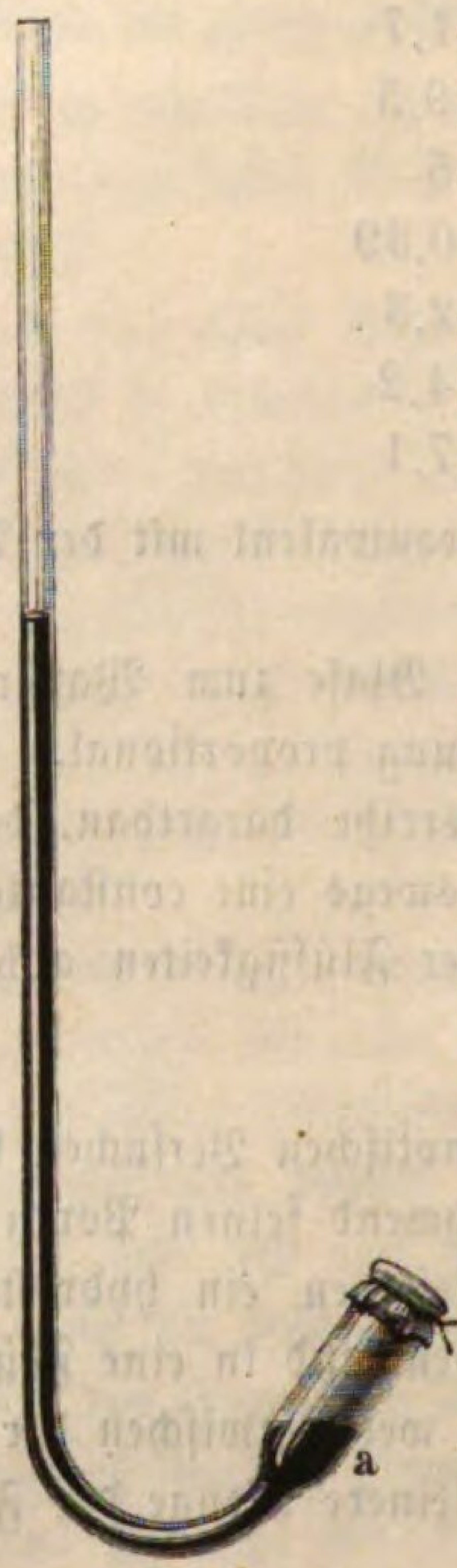
Das Absorptionsvermögen der thierischen Membranen für verschiedenartige Flüssigkeiten ist also sehr ungleich. In Wasser gelegt, quillt die Blase auf und wird weich, in Alkohol bleibt sie hart.

Durch Druck läßt sich die resorbirte Flüssigkeit aus den Poren der Membran nach und nach entfernen, durch Druck kann man die Flüssigkeiten durch die Poren der Membranen hindurch treiben.

Wenn die weite Oeffnung der Röhre, Fig. 169 (a. f. S.), mit einer Blase überbunden, bis *a* mit Wasser angefüllt, und in die senkrechte engere Röhre Quecksilber gegossen wird, so sieht man, wenn die Quecksilbersäule eine gewisse Höhe erreicht hat, daß sich die ganze Oberfläche der Blase mit feinen Tröpfchen bedeckt.

Durch eine Ochsenblase fließt, nach Liebig's Versuchen, Wasser in der erwähnten Weise unter einem Drucke von 12 Zoll Quecksilber; eine gesättigte Kochsalzlösung bedarf eines Druckes von 18 bis 20, Knochenöl 34 Zoll. Unter einem Drucke von 48 Zoll fand noch kein merkliches Ausfließen von Weingeist Statt.

Fig. 169.



Wenn eine Blase, welche irgend eine Flüssigkeit resorbirt hat, mit einer Substanz in Berührung gebracht wird, welche gleichfalls eine Anziehung auf die Theilchen der resorbirten Flüssigkeit äußert, so wird ein Theil dieser Flüssigkeit der Blase entzogen.

Wenn eine mit Wasser gesättigte Blase mit Kochsalz bestreuet wird, so entsteht überall da, wo das Salz mit dem Wasser in Berührung kommt, welches die offenen Poren erfüllt, eine gesättigte Salzlösung, da aber die Resorptionsfähigkeit der Blase für Salzlösung geringer ist als für reines Wasser, so tritt ein Theil der Flüssigkeit aus und fließt in Tropfen ab; dabei schrumpft die Blase zusammen.

Wird ein Stück mit Wasser gesättigter Blase in Alkohol gelegt, so verliert sie in 24 Stunden ungefähr die Hälfte ihres Gewichtes, was von einem Zusammenschrumpfen und Hartwerden der Blase begleitet ist.

Diese Thatsachen erläutern nun den Vorgang der Endosmose ganz vortrefflich.

Wenn eine Membran zur Trennung zweier Flüssigkeiten dient, so wird sie von jedem der getrennten Stoffe durch Molekularanziehung, durch Resorption in sich aufnehmen; die resorbirte Flüssigkeit wird aber nach der anderen Seite der Blase wieder austreten, weil sie von dort her durch eine chemische Anziehung den Poren der Blase entzogen wird. Dieser Proceß wird fortdauern, bis die auf beiden Seiten befindlichen Flüssigkeiten einander gleich geworden sind.

63 **Einfluß der Verdunstung auf die Endosmose.** Durch Verdunstung wird einer Blase in ähnlicher Weise das resorbirte Wasser entzogen, wie wenn man sie mit Salz bestreut oder in Alkohol legt. Wenn also ein Blasenstück fortwährend einerseits mit Wasser, andererseits mit trockener Luft in Berührung ist, so wird für das Wasser, welches auf der einen Seite verdunstet, von der anderen Seite her frisches Wasser in die Poren eintreten.

Füllt man eine Röhre, welche auf einer Seite mit einer Blase zugebunden ist, ganz mit Wasser, stellt man sie mit dem offenen Ende in ein Gefäß mit Quecksilber, wie es Fig. 170 zeigt, so wird in dem Maße, in welchem das Wasser an der Blase verdunstet, das Quecksilber in der Röhre steigen; für eine einfache Ochsenblase steigt es bis zu einer Höhe von 12 Zoll.

Wenn die Röhre, Fig. 171, ganz mit Wasser gefüllt und an beiden Enden mit Blase zugebunden ist, so kann in der Röhre keine neue Flüssigkeit als Ersatz für die verdunstete eintreten, wenn kein Röhrenende in eine Flüssigkeit eintaucht; in Folge dessen entsteht aber ein luftverdünnter Raum in der Röhre, welcher sich durch eine concave Wölbung der Blasen zu erkennen giebt; wird aber das eine Ende der Röhre in ein Gefäß mit Salzwasser gestellt, wie Fig. 172

Fig. 170.

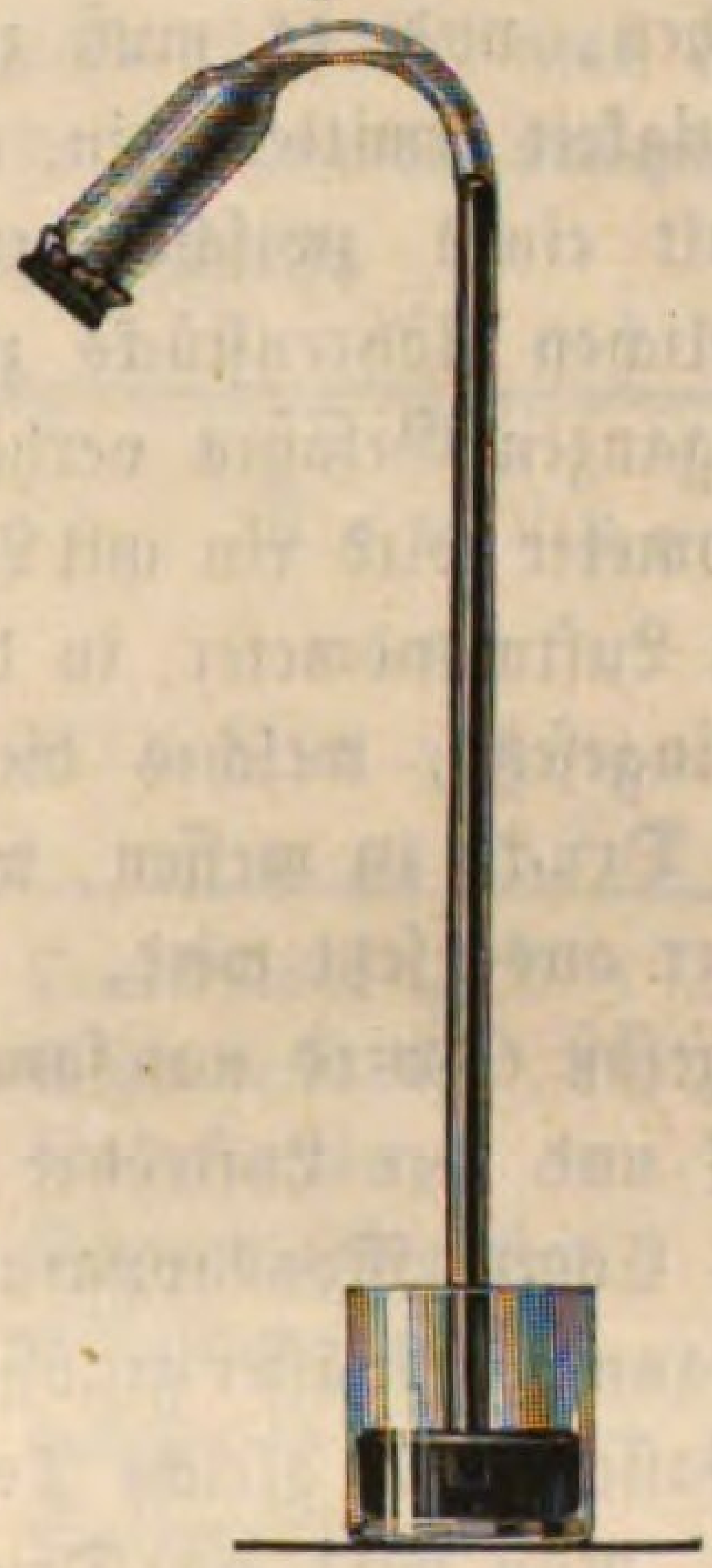


Fig. 171.



Fig. 172.



zeigt, während der andere Schenkel der Luftverdunstung freigegeben bleibt, so ist einleuchtend, daß, wenn die Verdunstung bis zu einem gewissen Grade fortgeschritten ist, der atmosphärische Luftdruck das Salzwasser durch die Poren der Blase hindurchdrückt.

Wenn in der That das Salzwasser durch Indigotinctur blau gefärbt wird, so sieht man schon nach wenigen Stunden, daß sich innerhalb der Röhre eine blaue Schicht bildet, die sich beständig vermehrt.

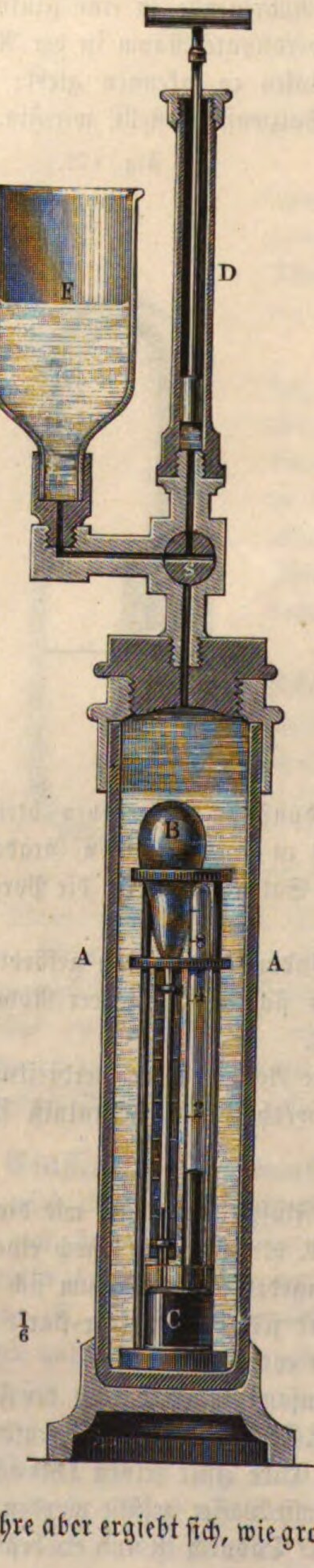
Es ist klar, daß die Endosmose eine große Rolle bei der Verbreitung der Säfte im Pflanzen- und Thierkörper spielt, weshalb ihre Kenntniß für die Physiologie von großer Wichtigkeit ist.

Elasticität der Flüssigkeiten. Die Flüssigkeiten sind, wie die festen 64
Körper, bis zu einem gewissen Grade elastisch, d. h. sie können durch einen starken Druck auf ein kleineres Volumen zusammengedrückt werden, um sich wieder auszudehnen, wenn der Druck nachläßt; es sind jedoch schon sehr starke Kräfte nöthig, um die Flüssigkeiten nur sehr wenig zu comprimiren.

Ein Apparat, mit Hülfe dessen man die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten beobachten und messen kann, ist Fig. 173 (a. f. S.) dargestellt. Ein birnförmiges Gefäß *B*, das Piezometer, ist an dem einen Ende einer feinen Thermometerröhre angesetzt, deren unteres Ende, nachdem *B* mit Wasser gefüllt worden ist, in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß *C* gesetzt wird. Dadurch ist nun ein bestimmtes

Quantum Wasser im Piezometer abgesperrt. Durch eine geringe Temperaturerhöhung bewirkt man, daß ein wenig Wasser aus dem Piezometer austritt und daß alsdann beim Wiedererkalten das Quecksilber im Piezometerrohre um einige Linien über den Spiegel des Quecksilbers in *C* steigt. Das Rohr des Piezometers ist mit einer Scala versehen, und es muß zum Voraus mit Genauigkeit ermittelt sein, wie sich der Rauminhalt eines zwischen zwei Theilstrichen befindlichen Röhrenstücks zum Rauminhalte des ganzen Gefäßes verhält.

Fig. 173.



Neben das Piezometer wird ein mit Luft gefülltes Rohr, ein Luftmanometer, in das Quecksilbergefäß eingesetzt, welches dient, um die Stärke des Drucks zu messen, welchem das Piezometer ausgesetzt wird.

Das Quecksilbergefäß *C* wird nun sammt dem Piezometer *B* und der Luftröhre in das Gefäß *A* des Compressionsapparates gesetzt und dieses dann voll Wasser gegossen, welches mit dem Wasser in *B* gleiche Temperatur haben muß. Nun wird eine Druckpumpe *D* auf das Gefäß *A* aufgeschraubt, welche durch den Hahn *s* abwechselnd mit dem Gefäße *A* oder mit *F* in Verbindung gesetzt werden kann.

Bei der Stellung des Hahns, wie ihn die Figur zeigt, wird der Kolben aufgezogen und dadurch Wasser aus *F* aufgesaugt; ist der Kolben oben angekommen, so wird der Hahn *s* um eine Viertelumdrehung nach der Rechten gedreht, so daß nun der Pumpenstiefel mit dem Gefäße *A* in Verbindung steht, und dann der Kolben wieder niedergedrückt. Dadurch wird aber offenbar die ganze Wassermasse in *A*, in *B* und die Luft im Manometerrohre comprimirt; das Quecksilber steigt im Piezometerrohre, und aus der Anzahl der Theilstriche, um welche es steigt, kann man auf die Compression schließen, welche das Wasser in *B* erlitten hat; aus dem Steigen des Quecksilbers im Manometerrohre aber ergiebt sich, wie groß der Druck war, dem das Wasser ausgesetzt war.

Es versteht sich von selbst, daß das Wasser in *B* vor dem Einfüllen durch Kochen luftfrei gemacht werden muß.

Statt Wasser kann man auch andere Flüssigkeiten in das Piezometer bringen und auf gleiche Weise ihre Zusammendrückbarkeit ermitteln.

Eine ausführliche Darstellung der Versuche, welche Colladon und Sturm über die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten anstellten, findet man im 12ten Bande Poggendorff's Annalen; Oersted's Abhandlungen über denselben Gegenstand findet man im 9ten, 12ten und 31sten Bande desselben Journals. In der folgenden Tabelle sind die Resultate der genannten Naturforscher zusammengestellt.

Namen der Flüssigkeiten.	Zusammendrückbarkeit für den Druck einer Atmosphäre in Millionentheilen des ursprünglichen Volumens.	
	Colladon und Sturm.	Oersted.
Quecksilber	3,38	2,65
Schwefelsäure	30,35	
Salpetersäure	30,55	
Schwefelkohlenstoff . . .		31,65
Essigsäure	40,55	
Luftfreies Wasser	49,65	46,65
Salpeteräther	69	
Terpentinöl	71,35	
Salzsäureäther	84,25 für die 1. Atm.	
id.	80,60 » » 9. »	
Alkohol	94,95 » » 1. »	21,65
id.	91,85 » » 9. »	
id.	87,35 » » 24. »	
Schwefeläther bei 0° . .	131,35 » » 1. »	61,65
id.	120,45 » » 24. »	
id. bei 11°	148,35 » » 1. »	
id.	139,35 » » 24. »	

Man sieht, daß die Zahlen von Colladon und Sturm immer größer sind als die von Oersted. Beim Quecksilber und dem Wasser ist der Unterschied gering, beim Schwefeläther und dem Alkohol ist er jedoch sehr bedeutend. Diese beiden letzten Flüssigkeiten und der Salzsäureäther zeigen, daß die Zusammendrückbarkeit mit wachsendem Druck abnimmt. Endlich sieht man auch aus der Tabelle, daß der Schwefeläther bei 11° weit stärker zusammendrückbar ist als bei 0°.

Fünftes Capitel.

Vom Gleichgewicht der Gase und dem atmosphärischen Druck.

65 **Schwere der Luft.** Die Luft ist ein Körper, welcher nicht unmittelbar so auf die Sinne wirkt wie die festen und tropfbar flüssigen Körper; aber mittelbar erkennen wir ihre Existenz in zahlreichen Erscheinungen, wie z. B. in der mechanischen Wirkung des Windes. Unser ganzer Erdball ist mit einer luftförmigen Hülle umgeben, welche den Namen der Atmosphäre führt.

Die chemischen Entdeckungen des vorigen Jahrhunderts lehrten mehrere Körper kennen, welche, obgleich ihrer Natur nach von der Luft verschieden, doch dieselben physikalischen Eigenschaften besitzen und welche man mit dem gemeinschaftlichen Namen der Gase bezeichnet. Die bekanntesten Gase sind Sauerstoffgas, Stickgas (die atmosphärische Luft ist ein Gemisch dieser beiden), Wasserstoffgas, Kohlensäure, Chlorgas u. s. w.

Schon sehr früh, ja selbst schon vor Aristoteles, vermuthete man, daß die Luft schwer sei. Diese Wahrheit wurde jedoch erst 1640 durch Galiläi bewiesen und später durch Toricelli's schöne Versuche bestätigt. Durch folgenden Versuch läßt sich die Schwere der Luft direct nachweisen: An den Hals eines Glasballons, Fig. 174, ist eine Messingfassung gekittet, die auf eine Luftpumpe aufgeschraubt werden kann. In dieser Fassung befindet sich ein Hahn, mittelst dessen man den Ballon nach Belieben öffnen oder schließen kann. Ist der Ballon auf die Luftpumpe aufgeschraubt, so kann man ihn evacuiren und, nachdem der Hahn geschlossen worden ist, an den einen Arm einer Wage anhängen. Durch Auflegen von Gewicht auf der anderen Seite wird das Gleichgewicht hergestellt. Oeffnet man nun den Hahn, so füllt sich der Ballon wieder mit Luft, das Gleichgewicht wird gestört, und die Wage neigt sich nach der Seite des Ballons hin. Auf der anderen Seite muß man von Neuem Gewicht auflegen, um das Gleichgewicht wieder herzustellen, und zwar

Fig. 174.



gerade so viel, als die Luft im Ballon wiegt. Für einen Ballon von 1 Liter beträgt die Differenz der Gewichte mehr als 1 Gramm, woraus als erste Annäherung folgt, daß 1 Liter (1,14 Quart) Luft unter den gewöhnlichen Umständen etwas über 1 Gramm (16 Gran) wiegt, d. h. daß das Wasser nicht ganz 1000mal so schwer ist als gewöhnliche Luft.

Wie die atmosphärische Luft, so sind auch alle anderen Gase der Schwerkraft unterworfen; von der Bestimmung des specifischen Gewichts der verschiedenen Gasarten kann aber erst weiter unten, bei der Lehre von der Wärme, die Rede sein.

Elasticität der Luft. Bei den festen Körpern überwiegt die Cohäsions- 66
kraft, welche zwischen den einzelnen Theilchen thätig ist, über die Expansionskraft, welche sie auseinander zu treiben strebt, in der Weise, daß die Moleküle nicht allein in unveränderter Entfernung, sondern auch in unveränderter gegenseitiger Stellung verharren. Bei tropfbar flüssigen Körpern halten sich Cohäsionskraft und Expansionskraft das Gleichgewicht, bei den Gasen aber überwiegt die Expansionskraft, die Theilchen zeigen ein Bestreben, sich möglichst weit von einander zu entfernen und können nur durch einen äußeren Druck zusammengehalten werden.

Dieses Bestreben der Luft, sich auszudehnen, wird leicht durch folgenden Versuch nachgewiesen. Man legt unter die Glocke der Luftpumpe eine nur wenig Luft enthaltende und deshalb runzlige Thierblase, deren Oeffnung fest zugebunden ist. Nach einigen Kolbenzügen schon bläht sich die Blase auf und ist endlich gerade so straff angespannt, als ob man mit aller Gewalt Luft hineingeblasen hätte. Läßt man die Luft wieder in den Recipienten hineintreten, so schrumpft die Blase wieder zusammen. Die in der Blase eingeschlossene Luft hat also wirklich ein Bestreben, sich auszudehnen, nur wird demselben durch die umgebende Luft Widerstand geleistet. Dieser Druck, welchen die Luft gegen die Wände der sie einschließenden Gefäße ausübt, ist dasjenige, was man ihre Elasticität, ihre *Spannkraft*, ihre *Tension*, ihre *Expansionskraft* nennt.

Eine Spiralfeder zeigt nur dann Elasticität, wenn man sie zusammendrückt, sie verliert ihre Spannkraft, sobald sie in ihren ursprünglichen Zustand zurückgekehrt ist. Die Luft hat aber immer eine Expansionskraft, es giebt für sie kein ursprüngliches Volumen, weil sie immer einen größeren Raum einzunehmen strebt. Brächte man 1 Liter gewöhnlicher Luft in einen leeren Raum von mehreren Cubikmetern, so würde sie sich in dem ganzen Raume gleichförmig verbreiten, sie würde immer noch ein Bestreben haben, sich auszudehnen, und würde also auch noch einen Druck auf die Wände ausüben.

Die Gase können keine freie Oberfläche haben, wie die flüssigen Körper, weil sie sich, vermöge ihrer Elasticität, bis ins Unendliche ausdehnen würden, wenn sie nicht durch äußere Hindernisse zurückgehalten sind. Man könnte daraus den Schluß ziehen, daß die Atmosphäre nicht, wie gewöhnlich angenommen wird, in einer Höhe von 12 bis 15 Meilen begränzt sein könne, sondern sich in alle Himmelsräume verbreiten müsse. Wir werden jedoch später sehen, daß dies nicht

der Fall ist, und ohne vor der Hand die Ursachen angeben zu können, welche die Luftmoleküle zurückhalten, wollen wir doch einstweilen als Thatsache annehmen, daß die Atmosphäre begränzt sei.

67 **Druck der Luft.** In Folge ihrer Schwere muß die Luft auf alle Körper der Erdoberfläche einen Druck ausüben, wie das Wasser auf den Boden seines Gefäßes. Von der Existenz dieses Druckes kann man sich leicht durch folgenden Versuch überzeugen.

Fig. 175.



Man setze auf den Teller der Luftpumpe einen Glas- oder Metallcylinder mit etwas dicken Wänden, welcher oben mit einer Thierblase verschlossen ist, die stark angespannt und an dem Rande recht festgebunden sein muß. Die Blase erleidet von beiden Seiten gleichen Druck und bildet deshalb eine Ebene. Wenn man nun auf irgend eine Weise mehr Luft in den Cylinder hineinbliese, so würde sich die Blase nach außen wölben; zieht man umgekehrt die Luft aus dem Cylinder heraus, so gewinnt der äußere Luftdruck das Uebergewicht und drückt die Blase nach innen. Letzteres läßt sich leicht mit Hülfe der Luftpumpe bewerkstelligen. Bei den ersten Kolbenzügen schon wird die Blase nach innen gekrümmt; je mehr man auspumpt, desto mehr nimmt die Krümmung zu, bis sie endlich in Stücke reißt, wobei ein heftiger Knall gehört wird. Dieser Knall wird durch das rasche Eindringen der Luft hervorgebracht; man kann sich aus der Kraft dieses Eindringens einen Begriff von der Größe des Luftdrucks machen, welcher auf der Blase lag.

Hätte man die ganze Anordnung so geändert, daß die Blase eine schräge Stellung gehabt, oder daß der Luftdruck von unten nach oben gewirkt hätte, so würde man denselben Effect erhalten haben, weil die Luft nach allen Seiten hin auf gleiche Weise drückt.

Auf den ersten Anblick scheint dieser Versuch sehr auffallend, weil doch die Luft im Zimmer unmöglich einen so enormen Druck ausüben kann. Von dem Gewichte der Luftsäule, welche auf der Blase ruht und sich von derselben bis zur Decke des Zimmers erstreckt, rührt freilich diese Wirkung nicht her, denn selbst eine Wassersäule von dieser Höhe könnte sie nicht hervorbringen. Hätte man den Versuch unter freiem Himmel angestellt, so hätte die Blase offenbar den Druck einer Luftsäule auszuhalten gehabt, deren Höhe gleich ist der Höhe der ganzen Atmosphäre. Derselbe Druck wirkt aber auch noch im Zimmer, denn die Luft des Zimmers ist ja durch den vollen Atmosphärendruck gepreßt.

Wir wollen hier zunächst noch einige Erscheinungen betrachten, welche sich durch die Wirkung des Luftdrucks erklären lassen.

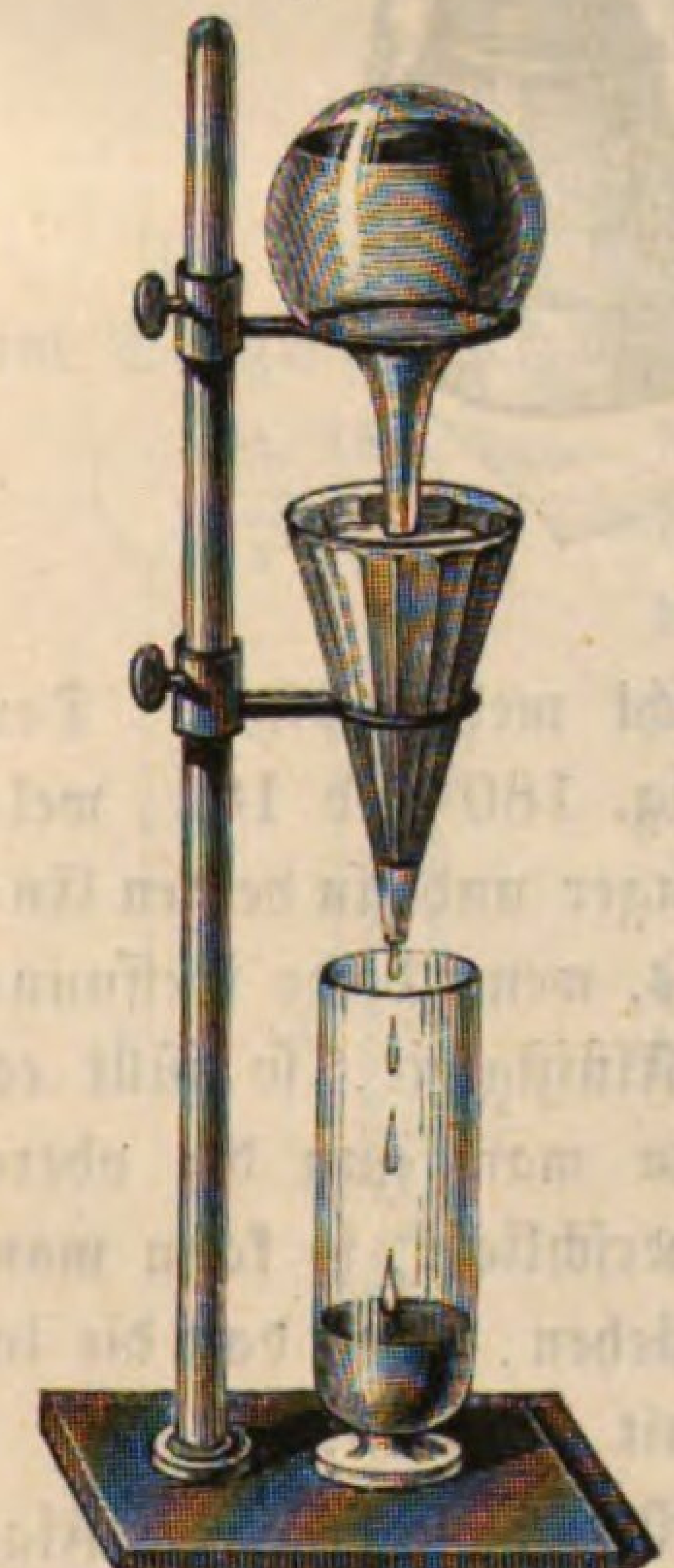
Taucht man das eine Ende einer Röhre in ein mit Wasser gefülltes Gefäß, so wird sich die Flüssigkeit in der Röhre so hoch stellen wie außerhalb, weil der Luftdruck in der Röhre gerade so auf das Niveau der Flüssigkeit

wirkt wie außerhalb. Saugt man aber einen Theil der Luft aus der Röhre, so steigt die Flüssigkeit in ihr um so mehr, je länger man saugt. Durch dieses Saugen wird nämlich der Luftdruck im Inneren der Röhre vermindert, während der äußere Luftdruck unverändert bleibt. Der Ueberschuß des äußeren Luftdrucks nun preßt die Flüssigkeit im Inneren der Röhre in die Höhe, bis das Gewicht der gehobenen Wassersäule diesem Ueberschuß das Gleichgewicht hält.

Wenn man eine mit Wasser gefüllte, mit einem Kork geschlossene Flasche umkehrt und den Hals in ein Becken mit Wasser taucht, so kann man nun unter dem Wasser diesen Kork herausziehen, ohne daß das Wasser aus der Flasche ausfließt, weil es so zu sagen durch den Luftdruck getragen wird.

Hebt man die Flasche langsam in die Höhe, bis die Mündung des Halses über den Spiegel des Wassers im Becken steht, so beginnt jetzt freilich das Wasser auszulaufen, aber nicht etwa weil der Luftdruck zu wirken aufhörte, sondern weil nun Luftblasen in die Flasche eindringen können. Darauf gründen sich einige Vorrichtungen, um in Gefäßen, aus welchen ein gleichförmiger Wasserabfluß stattfindet, stets ein nahezu unveränderliches Niveau zu erhalten, wie dies z. B. bei dem Apparat, Fig. 176, der Fall ist. Durch das Filter des Trichters tropft beständig Wasser in das untergesetzte Gefäß, in Folge dessen der Spiegel der Flüssigkeit im Trichter sinkt. Dieses Sinken kann aber nur fortdauern, bis die untere Oeffnung des in das Wasser des Trichters eingetauchten und gleichfalls mit Wasser gefüllten Ballons frei wird, denn nun dringt eine Luftblase in den Ballon ein, eine ihr entsprechende Quantität Wasser fließt aus, um die untere Oeffnung des Ballons wieder auf kurze Zeit zu schließen.

Fig. 176.



So kann aus dem unten offenen Oelgefäß *a* unserer Lampen, Fig. 177 (a. f. S.), erst dann Oel ausfließen, wenn das äußere Niveau *bb* so weit gesunken ist, daß die untere Oeffnung des Oelgefäßes für einen Augenblick frei wird. Dahin gehört auch das Tintenfaß, Fig. 178. Aus dem Hauptgefäße kann nur dann wieder etwas Tinte in das seitliche oben offene Eintauchrohr eintreten, wenn in demselben die Flüssigkeit so weit gesunken ist, daß eine Luftblase in das Hauptgefäß eindringen kann.

Der intermittirende Brunnen ist eine auf demselben Principe beruhende Spielerei.

Wenn man ein Trinkglas, dessen Rand möglichst eben ist (am besten mit abgeschliffenem Rande) ganz mit Wasser füllt, ein Papier darauf deckt und dann das Glas umkehrt, Fig. 179, so läuft das Wasser nicht aus; der gegen die untere Fläche des Papiers wirkende Luftdruck hindert das Herabfallen der Wassermasse. Das Papier ist nur deshalb nöthig, um das Glas umkehren zu können und um zu verhindern, daß das Wasser an den Seiten ausläuft und

statt dessen Luftblasen in das Gefäß eindringen. Wenn die untere Oeffnung klein genug ist, um ein solches Auslaufen nicht befürchten zu müssen, wie dies

Fig. 177.

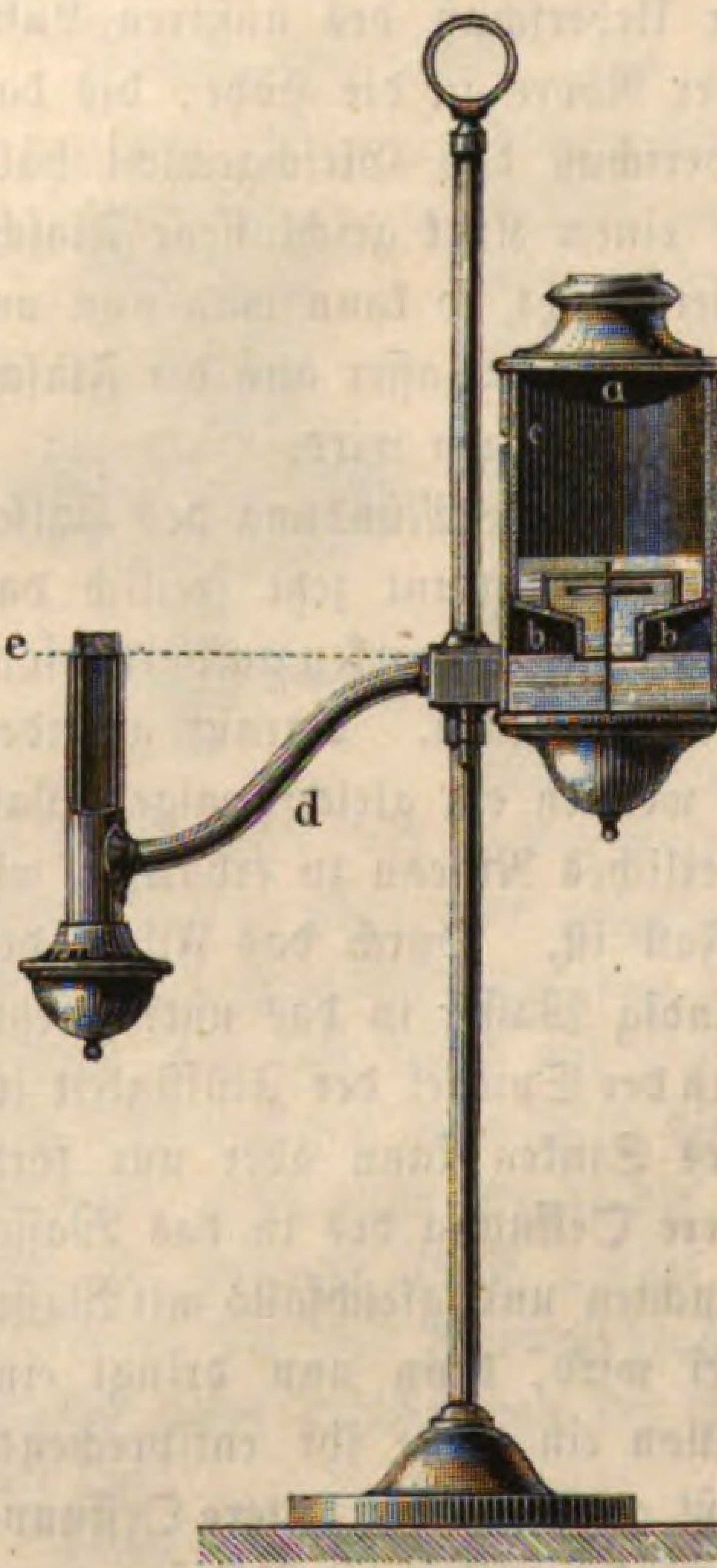


Fig. 178.



Fig. 179.



beim Stechheber der Fall ist, so ist das Papier nicht mehr nöthig. Der Stechheber ist ein gewöhnlich röhrenförmiges Gefäß, Fig. 180 und 181, welches oben und unten etwas enger und an beiden Enden offen ist. Taucht man es, wenn beide Oeffnungen frei sind, ganz in eine Flüssigkeit, so füllt es sich mit derselben, und wenn man nun die obere Oeffnung mit dem Daumen verschließt, so kann man den Stechheber in die Höhe ziehen, ohne daß die in demselben enthaltene Flüssigkeit ausläuft.

Fig. 180.

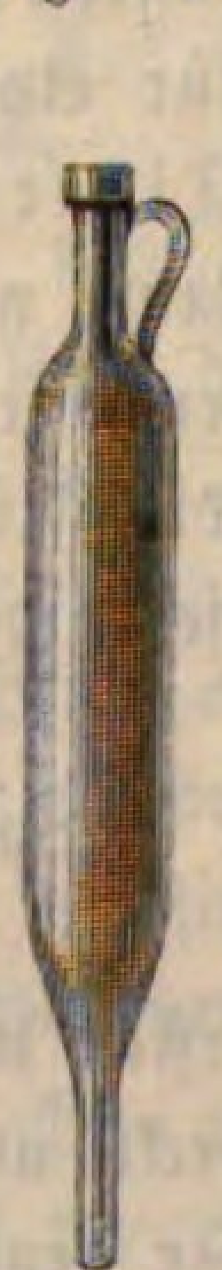


Fig. 181.



Der Heber ist eine gekrümmte Röhre *bsa*, Fig. 182, deren Schenkel ungleiche Länge haben. Wenn der kürzere Schenkel in eine Flüssigkeit eingetaucht und die ganze Röhre mit derselben gefüllt ist, so läuft sie am Ende *a* des längeren Schenkels, welches tiefer liegt als *b*, fortwährend aus; man kann also mit Hülfe eines Hebers leicht ein Gefäß entleeren. Die Wirkung des Hebers ist leicht zu erklären. Auf der einen Seite hat die Wassersäule *sa*, auf der anderen die Wassersäule von *s* bis zum Spiegel der Flüssig-

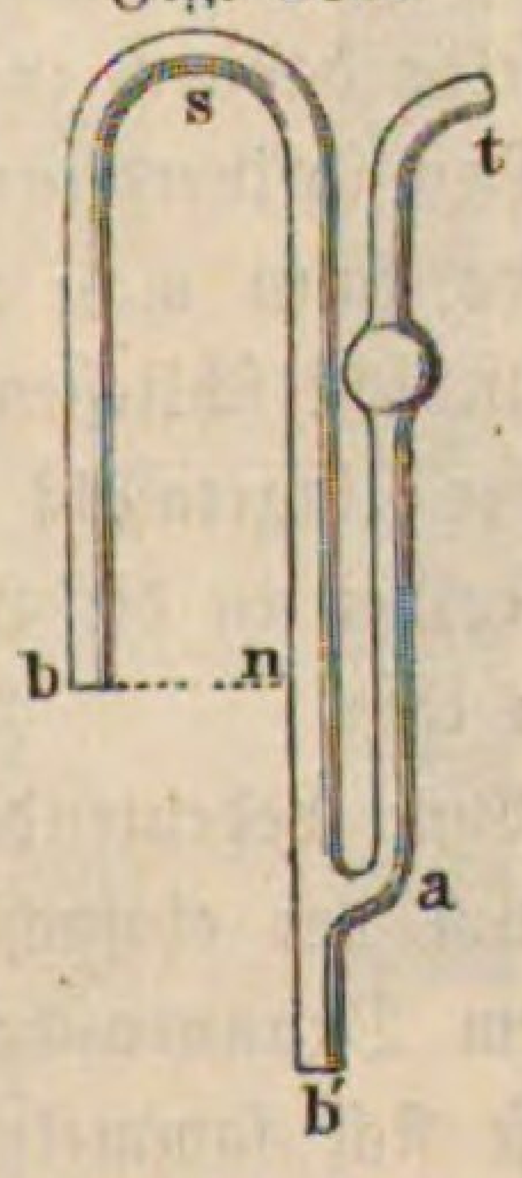
keit im Gefäß ein Bestreben, vermöge ihrer Schwere herabzufallen; der Schwere der in beiden Schenkeln befindlichen Wassersäulen wirkt aber auf beiden Seiten der Luftdruck entgegen, welcher auf der einen Seite gegen die Oeffnung *a*, auf der anderen aber auf den Spiegel des Wassers im Gefäß wirkt und dadurch die Bildung eines leeren Raumes im Inneren der Röhre verhindert, welcher sich nothwendigerweise bei *s* bilden würde, wenn die Wassersäulen auf beiden Seiten herabliefen. Da der Luftdruck auf der einen Seite so stark wirkt wie auf der anderen, so würde vollkommenes Gleichgewicht stattfinden, wenn die Wassersäulen in den beiden Schenkeln gleich hoch wären, wenn sich also die Oeffnung *a* in der Höhe des Wasserspiegels im Gefäße befände; sobald aber *a* tiefer liegt, erhält die Wassersäule im Schenkel *sa* das Uebergewicht, und in dem Maße, als hier das Wasser ausläuft, wird auf der anderen Seite durch den Luftdruck von neuem Wasser in die Röhre hineingetrieben, so daß das Ausfließen bei *a* fortdauert, bis der Spiegel der Flüssigkeit im Gefäße so weit gefallen ist, daß die Oeffnung *b* frei wird.

Fig. 182.



Um den Heber bequem füllen und in Wirksamkeit setzen zu können, wird eine Saugröhre *at*, Fig. 183, angebracht. Einen gewöhnlichen Heber füllt man nämlich dadurch, daß man bei *a*, Fig. 182, saugt; dabei ist aber nicht zu vermeiden, daß man etwas von der Flüssigkeit in den Mund bekommt, was in manchen Fällen unangenehm, oft sogar gefährlich sein kann, wie z. B. wenn man den Heber anwenden will, um ein Gefäß mit Schwefelsäure zu entleeren. In einem solchen Falle ist das Saugrohr unentbehrlich; denn wenn man die Röhre bei *b'*, Fig. 183, verschließt, so kann man durch Saugen bei *t* den ganzen Schenkel *sb'* füllen, ohne daß die Flüssigkeit an den Mund kommt. Das Auslaufen beginnt alsdann, sobald man das Röhrenende *b'* wieder öffnet.

Fig. 183.



Eine auf die Wirkung des Hebers gegründete Spielerei ist der **Zauberbecher**, Fig. 184 (a. f. S.).

Daß beim Heber wirklich der Luftdruck die eben bezeichnete Rolle spielt, läßt sich mit Hülfe des einfachen Apparates, Fig. 185, zeigen. Der Hals eines zum Theil mit Wasser gefüllten Glasballons ist mit einem wohlschließenden Kork verschlossen, welcher doppelt durchbohrt ist. In dem einen Loche steckt das kurze Röhrchen *ab*, im anderen der fast bis auf den Boden reichende Heber *cde*. Wenn man den Heber durch Einblasen bei *a* zum Fließen gebracht hat, so hört dieses Fließen alsbald auf, sobald man auf irgend eine Weise die Oeff-

nung bei *a* verschließt, weil nun die äußere Luft nicht mehr auf den Spiegel des Wassers im Ballon drücken kann.

Fig. 184.

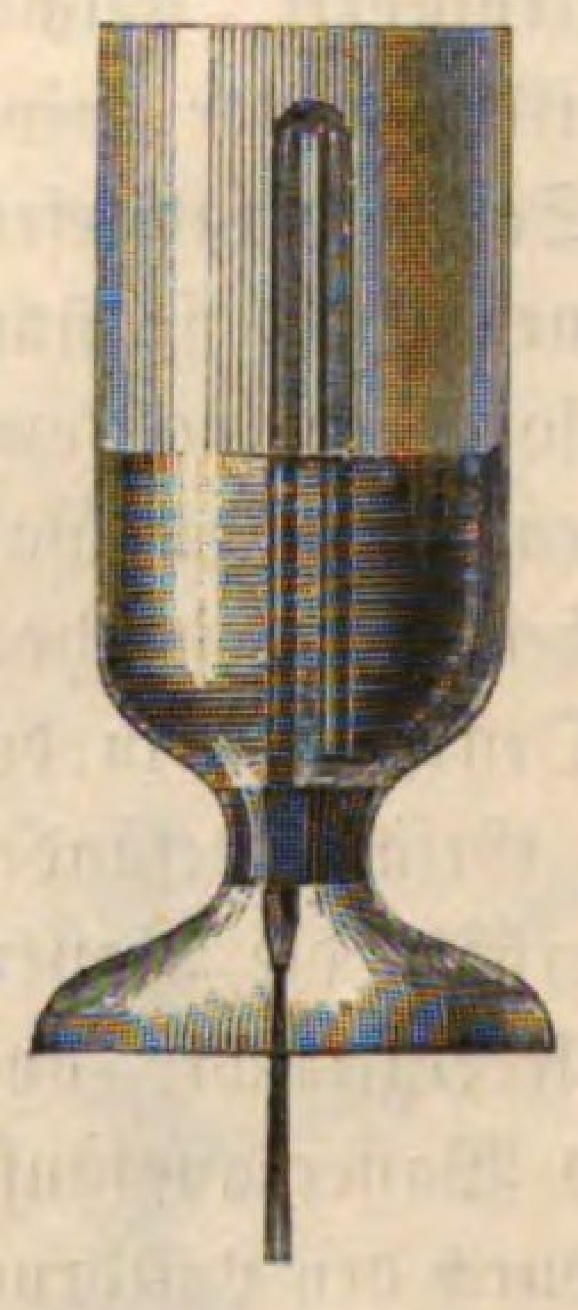
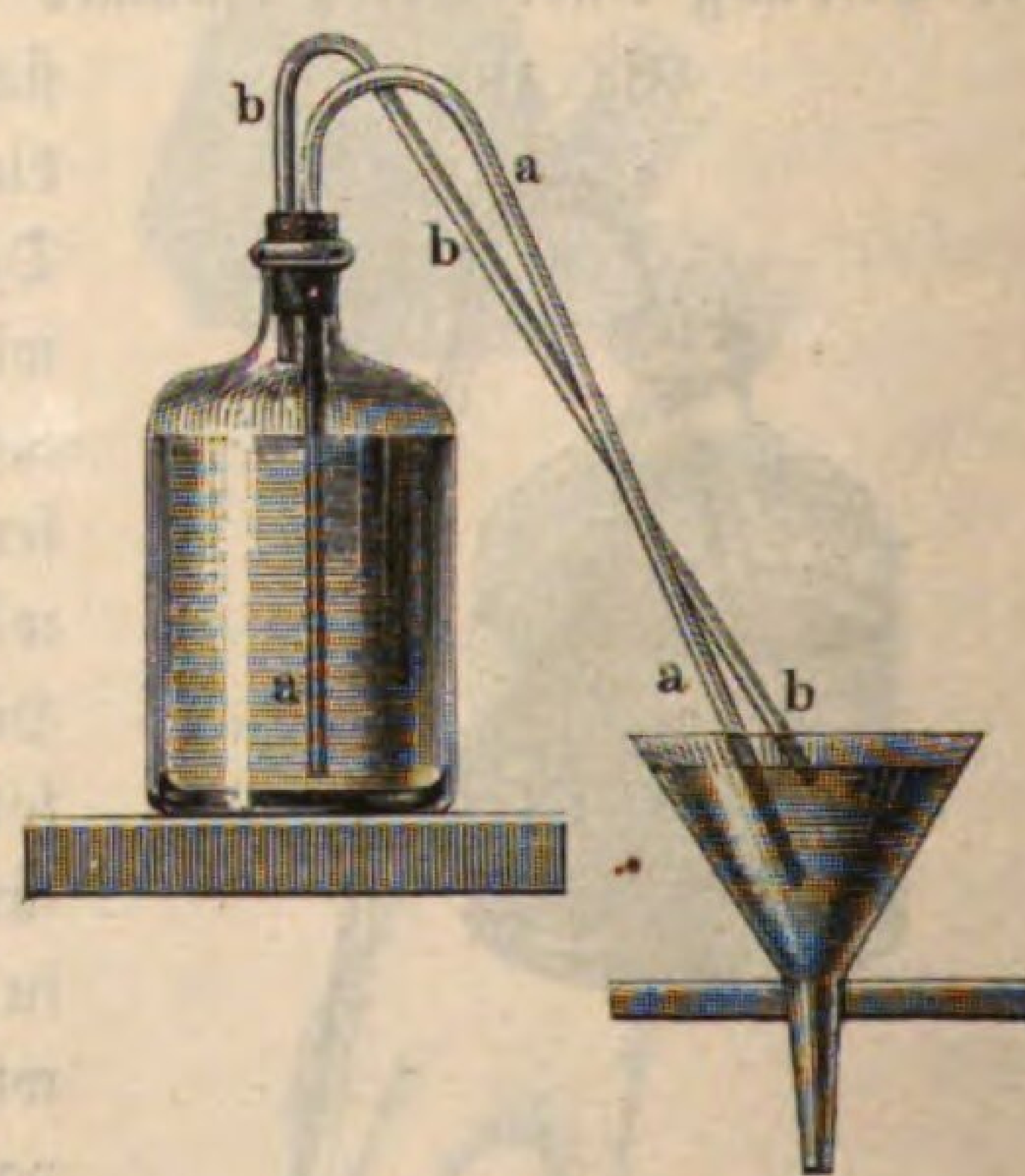


Fig. 185.



Fig. 186.



Durch den Heber *a*, Fig. 186, kann nur so lange Wasser auf das Filter fließen, als die untere Oeffnung des Rohres *b* frei ist. Sobald das Wasser im Trichter so hoch gestiegen ist, daß die untere Oeffnung von *b* unter dem Wasserspiegel steht, hört das Fließen des Hebers *a* auf.

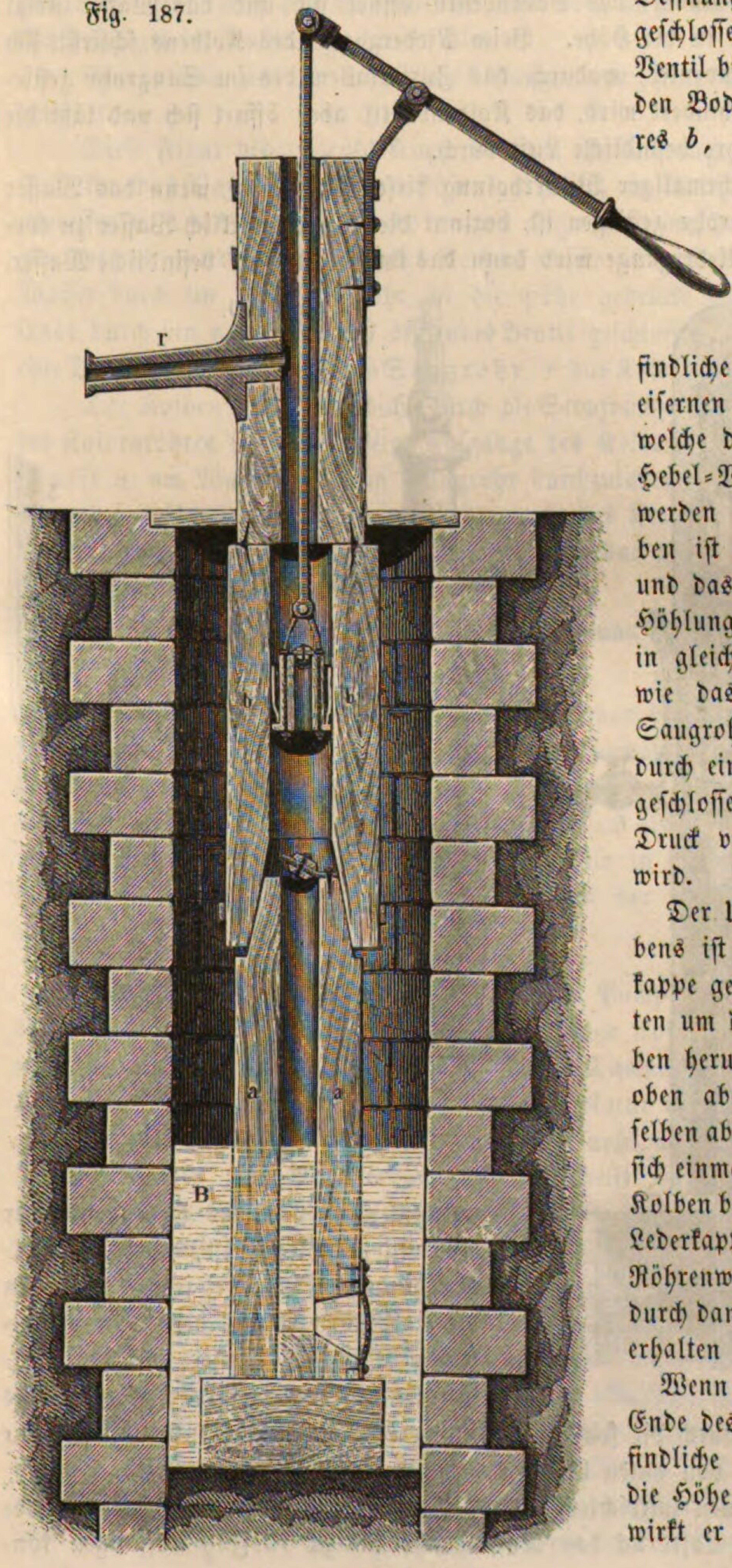
68 **Pumpen.** Wir haben bereits im Paragraph 67 gesehen, wie man in einer Röhre, deren unteres Ende in Wasser getaucht ist, dasselbe dadurch in die Höhe steigen macht, daß man an dem oberen Ende saugt. Den luftverdünnten Raum, welcher in diesem Falle durch den Mund erzeugt wurde, kann man aber auch dadurch hervorbringen, daß man in das Rohr einen luftdicht schließenden Kolben einsetzt. Ist das untere Ende des Rohres in Wasser eingetaucht, so füllt sich das Rohr mit dieser Flüssigkeit, wenn man den Kolben in die Höhe zieht, wie sich dies an den gewöhnlichen Spritzbüchsen zeigen läßt.

Dies Princip wird nun auch bei den Pumpen zur Hebung bedeutenderer Wassermengen angewandt. Fig. 187 stellt eine Saugpumpe der einfachsten Construction dar. Das hölzerne Saugrohr *a* steht in dem Brunnenschacht, und zwar geht es bis unter den Spiegel des in der Tiefe sich sammelnden Wassers *B* hinab. Das Wasser kann durch eine seitliche Oeffnung, welche zur Abhaltung von Unreinigkeiten durch ein Sieb verschlossen ist, in das Saugrohr eintreten. Auf das nach den Umständen kürzere oder längere, aus einem oder mehreren Stücken bestehende Saugrohr ist nun das etwas weitere, zwischen 2 und 3 Fuß hohe, genau cylindrisch ausgebohrte Kolbenrohr *b* aufgesetzt, in welchem ein Kolben luft- und wasserdicht schließend auf- und abbewegt werden kann.

Das obere Ende des Saugrohres *a* ist durch ein Ventil (hie einer in der Mitte mit Metall beschlagene Lederklappe) bedeckt, welches durch einen Druck

von unten gehoben, also geöffnet, durch einen Druck von oben aber fest auf die Oeffnung aufgedrückt, also geschlossen wird. Dieses Ventil bildet gewissermaßen den Boden des Kolbenrohres *b*, und wird deshalb das **Bodenventil** genannt.

Fig. 187.



Der im Kolbenrohre befindliche Kolben ist an einer eisernen Stange befestigt, welche durch eine passende Hebel-Vorrichtung bewegt werden kann; dieser Kolben ist selbst wieder hohl, und das obere Ende dieser Höhlung mit einem Ventil in gleicher Weise versehen wie das obere Ende des Saugrohres, so daß es durch einen Druck von oben geschlossen, durch einen Druck von unten geöffnet wird.

Der Umfang dieses Kolbens ist durch eine Lederkappe gebildet, welche unten um den hölzernen Kolben herum festgenagelt ist, oben aber frei von demselben absteht, so daß, wenn sich einmal Wasser über dem Kolben befindet, dasselbe die Lederkappe fest gegen die Röhrenwände anpreßt, wodurch dann ein guter Schluß erhalten wird.

Wenn der am unteren Ende des Kolbenrohres befindliche Kolben eben in die Höhe gezogen wird, so wirkt er wie ein massiver

Kolben, weil sich das Kolbenventil schließt, und es bildet sich unter demselben ein luftverdünnter Raum; das Bodenventil öffnet sich und das Wasser steigt in dem Saugrohre in die Höhe. Beim Niedergange des Kolbens schließt sich zunächst das Bodenventil, wodurch das Zurückfallen des im Saugrohr gestiegenen Wassers verhindert wird, das Kolbenventil aber öffnet sich und läßt die noch im Kolbenrohre befindliche Luft durch.

Erst nach mehrmaliger Wiederholung dieser Operation, wenn das Wasser bis in das Kolbenrohr gestiegen ist, beginnt die Pumpe wirklich Wasser zu fördern. Bei jedem Niedergange wird dann das im Kolbenrohre befindliche Wasser,

Fig. 188.

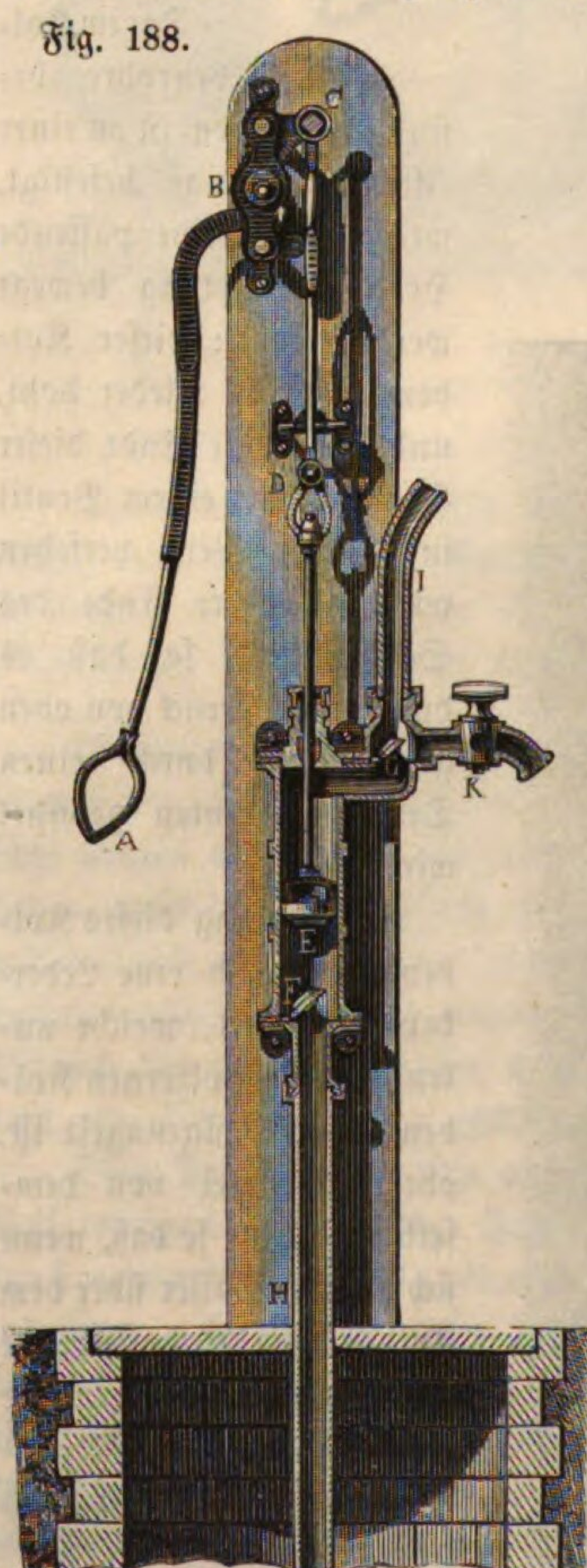
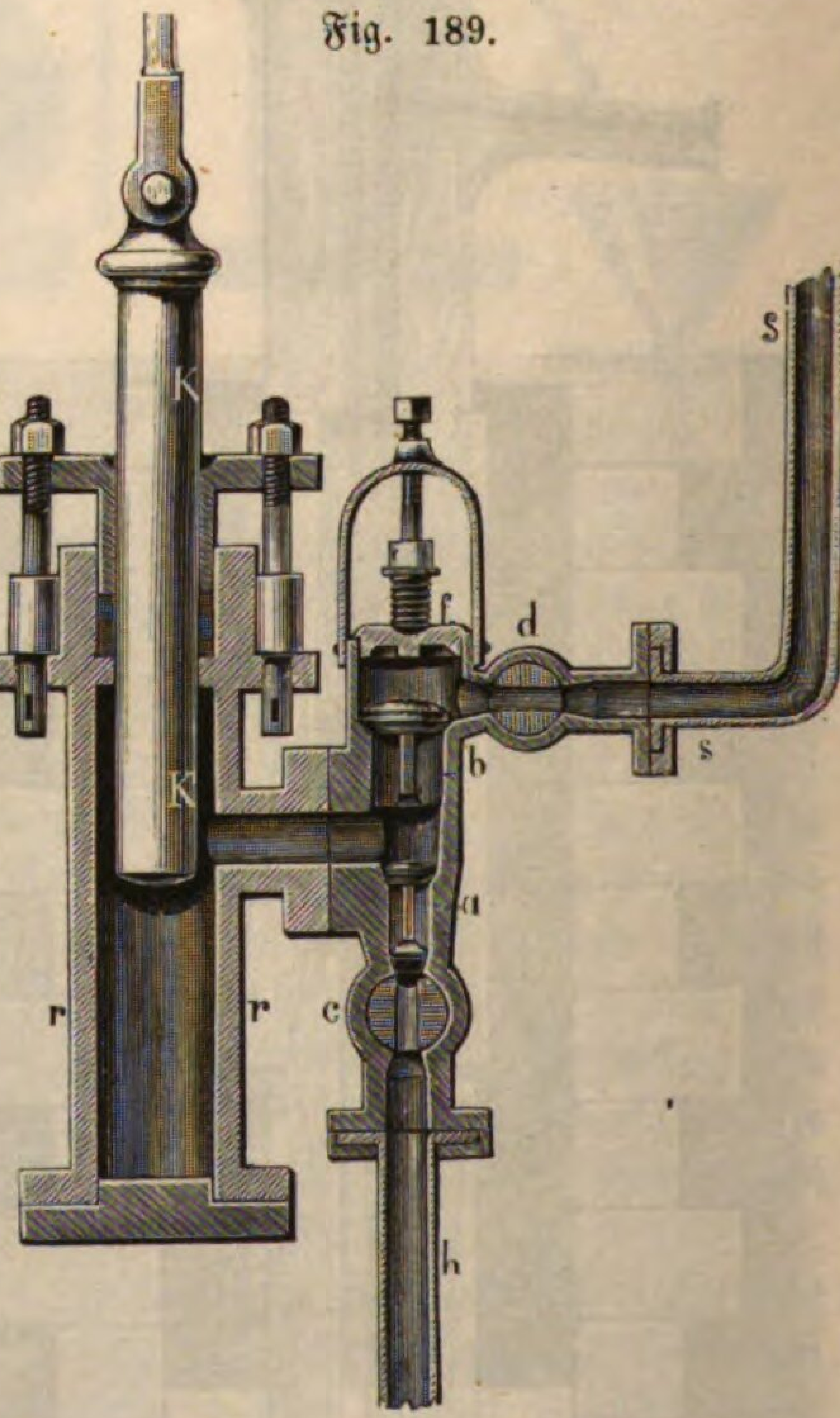


Fig. 189.



welchem nun durch das Bodenventil der Rückweg verschlossen ist, durch den Kolben hindurchgehen; bei jedem Aufziehen des Kolbens wird das bereits über demselben befindliche Wasser aus dem Kolbenrohre in das Steigrohr gehoben, aus welchem es dann durch die seitliche Oeffnung *r* abfließt, während zugleich eine neue Wassermenge von unten her in das Kolbenrohr eingesaugt wird.

Bei vollkommen luftdichtem Schluß des Kolbens und der Ventile würde man bei mittlerem Luftdruck das Wasser nahe bis zu 32 Fuß aufsaugen kön-

nen; bei der geringen Vollkommenheit jedoch, mit welcher solche Pumpen ausgeführt sind, darf das Bodenventil nicht wohl mehr als 20 Fuß über dem Wasserspiegel im Bassin angebracht sein.

Eine etwas anders construirte Saugpumpe sieht man Fig. 188 abgebildet.

Diese Figur bedarf wohl keiner weiteren Erläuterung.

Um das Wasser auf größere Höhen zu heben, um es in Dampfkessel hineinzupressen u. s. w., werden Druckpumpen angewandt, welche sich von den vorigen dadurch unterscheiden, daß der Kolben massiv ist und daß das aufgesaugte Wasser durch ein seitliches Rohr in die Höhe gedrückt wird, dessen unteres Ende durch ein nach oben sich öffnendes Ventil geschlossen wird. Fig. 189 stellt eine Druckpumpe dar; *h* ist das Saugrohr, *r* das Kolbenrohr, *s* das Steigrohr.

Der Kolben *K* geht luftdicht durch die Stopfbüchse, welche das obere Ende des Kolbenrohres schließt. Beim Aufgange des Kolbens hebt sich das Saugventil *a*, um Wasser aus dem Saugrohr durchzulassen, während das Druckventil *b* geschlossen bleibt; beim Niedergange des Kolbens schließt sich *a*, und das vorher aufgesaugte Wasser wird nun durch das geöffnete Ventil *b* in das Steigrohr *s* gepreßt.

Bei *d* und *c* sind Hähne angebracht, die man abstellen kann, wenn die Pumpe nicht mehr arbeiten soll.

Der Deckel *f* kann entfernt werden, wenn man die Ventile nachsehen will. Er ist durch eine starke Drahtfeder aufgedrückt, so daß er gehoben wird, wenn der Druck zu stark werden sollte, wie es z. B. erfolgen kann, wenn das Steigrohr sich verstopft hat oder der Hahn *d* geschlossen bleibt, während *c* offen ist und die Ventile spielen. Der Deckel *f* dient also in diesem Falle als Sicherheitsventil, indem durch sein Heben das Bersten der Röhrenwände verhindert wird.

Messung des Luftdrucks. Als die Pumpenmacher in Florenz in 69
einem Saugrohre das Wasser über 32 Fuß heben wollten, sahen sie zu ihrem größten Erstaunen, daß es nicht höher stieg. Damals erklärte man das Aufsteigen der Flüssigkeiten, indem man sagte, die Natur habe einen horror vacui. Galiläi genügte eine solche Erklärung nicht, und als ihm die von den Pumpenmeistern gemachte Beobachtung mitgetheilt wurde, kam er gleich auf die Vermuthung, daß die Schwere der Luft die wahre Ursache dieser Erscheinung sei. Sein Schüler Toricelli gab dafür entscheidende Beweise. Er machte ungefähr folgende Schlußfolge. Wenn zwei verschiedene Flüssigkeitssäulen sich das Gleichgewicht halten sollen, so müssen die Höhen der beiden Säulen sich umgekehrt verhalten wie ihre Dichtigkeiten. Das Quecksilber wiegt nahe 14mal so schwer als Wasser; wenn also der Druck der atmosphärischen Luft eine Wassersäule von 32 Fuß tragen kann, so muß er auch gerade eine Quecksilbersäule von $^{32}/_{14}$ Fuß, d. h. von nahe 28 Zoll tragen können. Der Versuch ist leicht anzustellen. Man füllt eine Glasröhre, welche ungefähr 30 Zoll lang und an dem einen Ende verschlossen ist, mit Quecksilber, hält das offene Ende mit dem

Finger zu und kehrt die Röhre um. Taucht man das mit dem Finger verschlossene Ende in ein flaches, mit Quecksilber gefülltes Gefäß *n*, Fig. 190, zieht den Finger alsdann weg, so wird das Quecksilber um einige Zoll fallen und zwar so weit, daß die Erhebung des Quecksilbers in der Röhre über das Niveau des Quecksilbers in dem Gefäße so groß ist, wie es aus den eben angeführten Betrachtungen folgt. Die in der Röhre getragene Quecksilbersäule ist als ein Gegengewicht gegen den atmosphärischen Luftdruck zu betrachten. Dieser Apparat ist das Barometer. Der leere Raum über der Quecksilbersäule des Barometers ist die Toricelli'sche Leere.

Um das Rohr zu halten und um es zugleich mit einer Scala zu versehen, kann man das Gefäß *n* in einen Fuß von Holz stellen, wie es Fig. 191 zeigt, und in welchem ein getheiltes Brett eingeschoben wird, welches in der Mitte mit einem Schlitze zur Aufnahme der Röhre versehen ist.

Fig. 191.

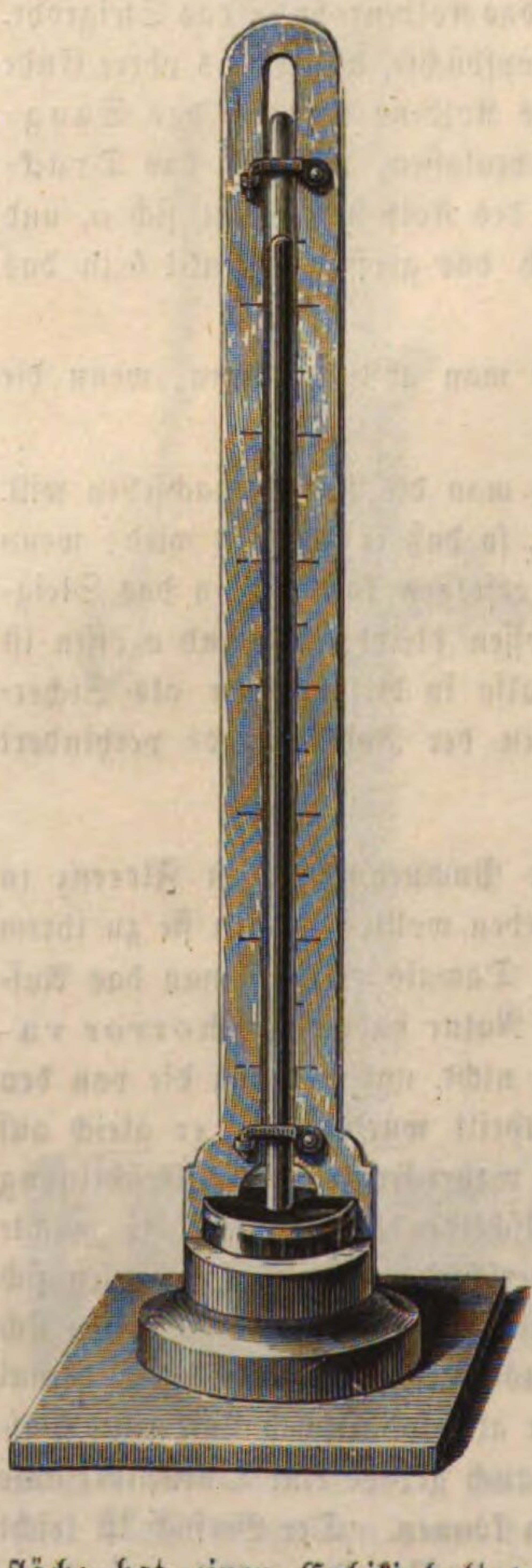


Fig. 190.



Wir können nun die vorhin besprochenen Resultate präciser ausdrücken. Die verticale Höhe des Niveaus in der Röhre über dem Niveau im Gefäße heißt die Barometerhöhe. Sie ist nicht an allen Orten und nicht zu allen Zeiten dieselbe. Am Ufer des Meeres beträgt sie durchschnittlich 76 Centimeter oder, was sehr nahe dasselbe ist, 28 pariser Zoll. Eine solche Quecksilbersäule von 1 Quadratcentimeter Grundfläche hat einen Cubikinhalt von 76 Cubikcentimetern. Da nun ein Cubikcentimeter Quecksilber 13,59 Gramme wiegt, so ist der Druck dieser Säule auf

ihre Basis 76 × 13,59 Gramme = 1,033 Kilogrammen. Die atmosphärische Luftsäule, welche im Niveau des Meeres auf einem Quadratcentimeter Basis ruht, drückt also auf diese Fläche mit einem Gewichte von 1,033 Kilogr. Man kann diese Rechnung noch weiter treiben und das Gewicht der ganzen Luftmasse bestimmen, welche die Atmosphäre bildet. So viel Quadratcentimeter nämlich die Erdoberfläche enthält, so vielmal 1,033 Kilogramme wiegt diese Luftmasse.

Diese Berechnung würde bei Zugrundelegung eines anderen Maaßsystems viel umständlicher gewesen sein, weil bei anderen Maaßsystemen keine einfache Beziehung zwischen Volumen und Gewicht besteht; doch läßt sich unser Resultat jetzt leicht in ein anderes Maaßsystem übertragen. Es ist 1 Quadratzoll preuß. = 6,8405 Quadratcentimeter, jeder Quadratzoll Oberfläche hat also durch die Atmosphäre einen Druck von 6,8405 × 1,033 = 7,066 Kilogrammen = 15,11 preuß. Pfund, jeder Quadratfuß hat also einen Druck von 15,11 × 144 = 2175,84 Pfunden auszuhalten.

Construction des Barometers. Man hat dem Barometer sehr ver- 70
schiedene Formen gegeben, welche in dem nächsten Paragraphen besprochen werden sollen. Welche Form man aber auch wählen mag, so müssen doch stets gewisse Bedingungen erfüllt sein, wenn man Genauigkeit fordert.

1) Das Quecksilber muß sehr rein sein, weil sich seine Dichtigkeit mit seiner Reinheit ändert, und weil das unreine Quecksilber am Glase anhängt. Das Quecksilber des Handels hat in der Regel nicht die erforderliche Reinheit. Man reinigt es am besten dadurch, daß man es mit reiner, aber stark verdünnter Salpetersäure wiederholt schüttelt. Will man auf diesem Wege alle Unreinigkeiten wegschaffen, so muß man das Quecksilber mehrere Wochen lang mit der Säure in Berührung lassen. Nachdem man die Säure vom Quecksilber entfernt hat, muß man dafür sorgen, daß auch keine Spur derselben zurückbleibt, was man durch wiederholtes Auswaschen mit destillirtem Wasser erreicht.

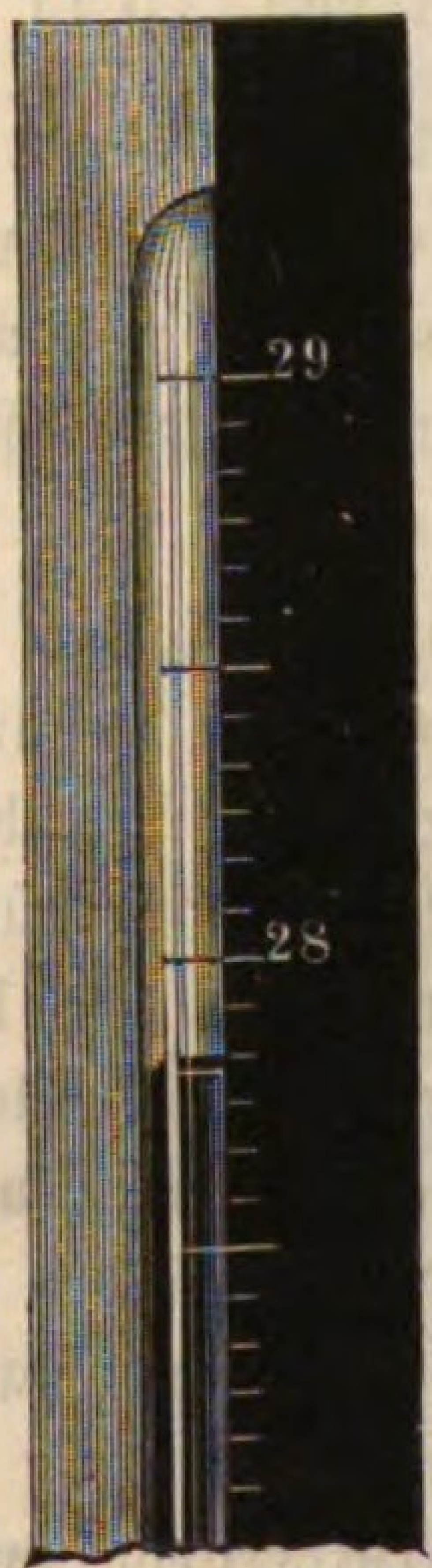
Das destillirte Quecksilber enthält stets aufgelöstes Quecksilberoxyd, welches jedoch durch Schütteln mit verdünntem Schwefelammonium weggeschafft werden kann.

2) Die Höhe der durch den Luftdruck getragenen Quecksilbersäule muß sehr genau gemessen werden können. Dies ist jedoch nur dann möglich, wenn das Barometerrohr eine vollkommen verticale Stellung hat. Zur Messung dieser Höhe ist in der Regel neben der Quecksilbersäule ein Maaßstab angebracht. An diesem Maaßstabe befindet sich ein beweglicher Zeiger, der mit einem Nonius verbunden ist und einen Theil des Glasrohrs umschließt. Dieser Zeiger wird in die Höhe der zu beobachtenden Quecksilberkuppe gerückt und dann der Nonius abgelesen. Hat man jedoch während des Einstellens das Auge nicht genau in der Höhe der Quecksilberkuppe gehalten, so ist auch der Zeiger nothwendig falsch eingestellt worden, nämlich zu hoch oder zu tief, wenn sich das Auge über oder unter der Kuppe befand.

Manchmal ist die Theilung auf dem Barometerrohre selbst eingeätzt, oder man hat die Theilung gerade hinter das Rohr gebracht, so daß das beobachtende Auge die Quecksilberkuppe gerade vor der Theilung erblickt. Auch hier ist derselbe Beobachtungsfehler möglich wie beim Zeiger, daß man nämlich das Auge nicht genau in die Höhe der Quecksilberkuppe hält und deshalb die Höhe der Säule etwas zu groß oder zu klein schätzt.

Eine äußerst sinnreiche Einrichtung hat Wilhelm Weber angegeben, wodurch dieser Fehler völlig vermieden wird (Pogg. Ann. Bd. 40, S. 28). Die Theilung befindet sich auf der Vorderseite eines Streifens von dickem Spiegelglase, auf dessen Hinterseite die eine Längenhälfte foliirt ist, so daß der Glasstreifen, von vorn betrachtet, zur Hälfte durchsichtig ist, zur Hälfte als Spiegel erscheint (Fig. 192). Das Barometerrohr ist hinter diesem Glasstreifen so angebracht, daß seine Mittellinie gerade hinter der Gränzlinie des Spiegels liegt, daß man also nur die eine Hälfte der Quecksilbersäule sieht. Wenn die Scala vertical steht, so ist der Punkt des Spiegels, an welchem der Beobachter das Bild seines Auges erblickt, genau in der Höhe des Auges selbst; wenn man also das Bild des Auges gerade neben der Quecksilberkuppe erblickt, so hat das Auge die richtige Stellung, und die Beobachtung ist somit von dem vorher gerügten Fehler frei.

Fig. 192.



Dies ist jedenfalls der wesentlichste Vortheil der Weber'schen Einrichtung, überdies aber ersetzt sie den Nonius vollkommen. Es ist klar, daß man in dem Spiegel das Bild der Theilung erblickt, im Bilde erscheint aber die Entfernung zweier Theilstriche kleiner als auf der Theilung selbst, denn das Bild der Theilung erscheint dem Beobachter gerade so, als ob man die Theilung um die doppelte Dicke des Glases zurückgerückt hätte. Es stehen demnach die Theilung und ihr Bild gerade in einer solchen Beziehung zu einander, wie Hauptheilung eines Maaßstabes zu der Noniustheilung. Es gehört jedoch viel Gewandtheit im Beobachten dazu, um von der Weber'schen Scala auch noch diesen Vortheil zu ziehen.

Häufig bringt man bei Barometern auch Mikroskope an, um die Quecksilberkuppe zu beobachten. Bei diesen ist natürlich auch ein vollkommen richtiges Einstellen gesichert.

3) Der Raum über der Quecksilbersäule muß vollkommen luftleer sein, denn wenn Luft in diesem Raume zurückbliebe, oder Dämpfe sich darin befänden, so würde ihre Tension die Quecksilbersäule niederdrücken. Um diesen Zweck zu erreichen, wird das Quecksilber in der Röhre auf folgende Weise ausgekocht: Man füllt $^1/_3$ der Röhrenlänge mit Quecksilber an und kocht es seiner ganzen Ausdehnung nach über einem Kohlenfeuer; alsdann gießt man eine neue Portion Quecksilber zu, welches aber etwas warm sein muß, damit die Röhre nicht springt, und kocht die neu hinzugegossene Quecksilbersäule auf die-

selbe Weise, und so fort, bis man fast die ganze Röhre auf diese Weise behandelt hat, und gießt zuletzt noch etwas heißes Quecksilber auf, um die Röhre vollständig zu füllen. Durch diese Operation wird sowohl die Luft, als auch die Feuchtigkeit, welche an den Röhrenwänden anhaftet, entfernt.

Wenn in der Toricelli'schen Leere noch etwas Luft zurückgeblieben ist, so erkennt man dies daran, daß, wenn man das Barometer neigt, das Rohr sich nicht vollkömmen mit Quecksilber füllt, sondern daß ein kleines Luftbläschen am Gipfel der Röhre zurückbleibt. Nach und nach dringt fast immer etwas Luft in die leere Kammer der Barometer; der Fehler, der daraus entsteht, ist jedoch um so geringer, je größer das Volumen der leeren Kammer ist.

Je länger man das Quecksilber in der Röhre kocht, desto flacher wird die Kuppe im Barometerrohre, ja der Quecksilberspiegel erscheint zuletzt fast ganz eben. Man hielt dies früher für einen Beweis, daß alle Luft vollständig aus dem Rohre entfernt sei; Dulong hat jedoch gezeigt, daß das Verschwinden der Quecksilberkuppe daher rühre, daß dem Quecksilber etwas Quecksilberoxyd beigemengt sei, wodurch das Anhaften an das Glas vermehrt wird. Dieses Oxyd bildet sich während des Auskochens.

Die Röhren, welche man zu Barometern anwenden will, dürfen nicht zu eng sein, denn bei weiten Röhren bringt, wie schon erwähnt, ein ganz kleines Luftbläschen, welches etwa in den leeren Raum eingedrungen sein sollte, einen geringeren Fehler hervor; man nimmt deshalb zu sehr genauen Barometern mitunter Röhren von 6‴ Durchmesser. Enge Röhren haben aber noch den großen Nachtheil, daß sie das Barometer unempfindlich machen. Bei engen Röhren ist nämlich der Einfluß des Reibungswiderstandes an den Glaswänden und des Anhaftens des Quecksilbers an denselben, namentlich, wenn etwas Quecksilberoxyd dem Quecksilber beigemischt ist, so bedeutend, daß geringe Veränderungen im Luftdrucke von einem solchen Barometer gar nicht angegeben werden, d. h. der Luftdruck kann sich etwas ändern, ohne daß die Quecksilberkuppe ihre Stellung ändert; es ist ein Anstoßen des Instrumentes, eine Erschütterung nöthig, damit diese Widerstände überwunden werden und die Kuppe ihre richtige Stellung einnimmt. Selbst bei Barometern, welche man nur zu Witterungsbeobachtungen anwenden will, darf das Rohr nicht weniger als eine Linie Durchmesser haben. Von den Correctionen, welche man an den gemessenen Barometerhöhen in Beziehung auf Capillarität und Temperatur anzubringen hat, wird später die Rede sein.

Gehen wir nun zur näheren Beschreibung der verschiedenen Arten von Barometern über, ohne jedoch die Künsteleien anzuführen, durch welche man die Barometer in zierliche Möbel umgestalten wollte, oder sie empfindlicher zu machen suchte, ohne jedoch den Zweck zu erreichen.

Das Gefäßbarometer. Die einfachste Form des Gefäßbarometers 71
haben wir bereits auf Seite 144 kennen gelernt. Allein ein solcher Apparat, so geeignet er auch zur Demonstration sein mag, ist zu fortgesetztem Gebrauche weder bequem, noch zu genauen Messungen geeignet.

Um aus dem Barometer ein Instrument zu machen, welches stets bequem

und sicher zu handhaben ist, muß man vor allen Dingen dafür sorgen, daß das Rohr mit dem Gefäß in fester Verbindung ist, was man z. B. dadurch erreichen kann, daß man ein Gefäß mit engerem Halse anwendet, in welchem man die Röhre mittelst eines Korkes einsetzt, welcher mit einer eingeschnittenen Rinne versehen sein muß, durch welche die Luft im oberen Theile des Gefäßes mit der äußeren Luft in Verbindung steht. Wir werden eine derartige Vorrichtung im Paragraph 82 kennen lernen.

Bei dem gewöhnlichen Barometer ist die Röhre und das Gefäß an einem Stück; es besteht nämlich aus einer Röhre, Fig. 193, welche unten gekrümmt ist, mit einem weiteren Gefäße endigt und auf einem Brette befestigt ist. Die Höhenscala ist in der Regel von Metall. Bei diesen Barometern, die zu genauen Untersuchungen weniger geeignet sind, befindet sich die Scala meist auch nur am oberen Theile des Instrumentes.

Um das Gefäßbarometer zum Transport auf Reisen geeigneter zu machen, hat ihm Lamont die Fig. 194 dargestellte Form gegeben. Will man das Barometer transportiren, so neigt man es langsam, bis die Toricelli'sche Leere ganz mit Quecksilber gefüllt ist, wobei dasselbe vollständig aus dem Gefäß zurücktritt; alsdann wird das unten enge Barometerrohr bei *a* durch ein mit etwas Baumwolle umwickeltes Hölzchen verschlossen, wie man in Fig. 195 sieht.

Fig. 193.



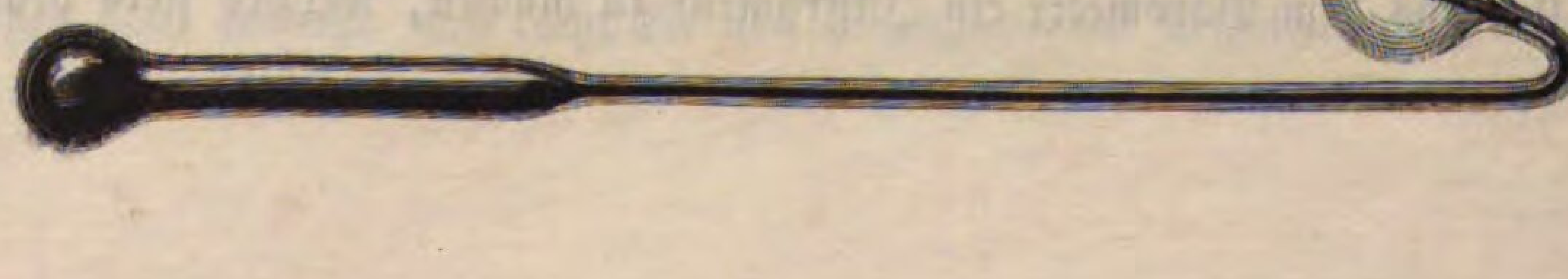
Fig. 194.



Die Gefäßbarometer leiden an dem Uebelstande, daß der Spiegel des Quecksilbers im Gefäß, welcher doch den Nullpunkt der Theilung bilden soll, keineswegs unverändert bleibt. Wenn der horizontale Querschnitt des Gefäßes *n* mal größer ist als der Querschnitt der Röhre, so werden auch die Höhenschwankungen im Gefäß *n* mal kleiner sein als die in der Röhre, das Steigen und Fallen des Quecksilbers im Gefäß wird also um so unbedeutender sein, je weiter das Gefäß im Verhältniß zur Röhre ist. Bei genauen Messungen muß man an den beobachteten Barometerhöhen noch eine Correction wegen der Schwankungen des Quecksilberspiegels im Gefäß anbringen, deren Größe natürlich für jedes Instrument besonders ermittelt werden muß.

Bei dem Fortin'schen Barometer ist durch eine eigenthümliche Vorrichtung dafür gesorgt, daß bei jeder Beobachtung der Quecksilberspiegel im Gefäß

Fig. 195.



genau in dieselbe Höhe gestellt werden kann. Der Boden des Gefäßes, welches Fig. 196 ungefähr in natürlicher Größe halb in äußerer Ansicht, halb im Durchschnitt dargestellt ist, wird nämlich durch einen Lederbeutel *l* (oder besser durch einen Beutel, dessen innere Seite aus nicht vulkanisirtem Kautschuk und dessen äußere aus Leder besteht) gebildet, gegen welchen von unten her der abgerundete Kopf der Schraube *s* drückt; je nachdem man die Schraube *s* dreht, wird also der Quecksilberspiegel im Gefäß gehoben oder gesenkt. Am Deckel des Gefäßes aber ist ein unten zugespitzter Stift *r* von Elfenbein befestigt, dessen Bild man in dem Quecksilberspiegel des Gefäßes erblickt. Durch Drehen der Schraube *s* ist es leicht, die Oberfläche des Quecksilbers gerade so hoch zu heben, daß sie eben die Spitze des Stiftes berührt. Diese Spitze nun ist der Nullpunkt der Barometerscala.

Fig. 196.

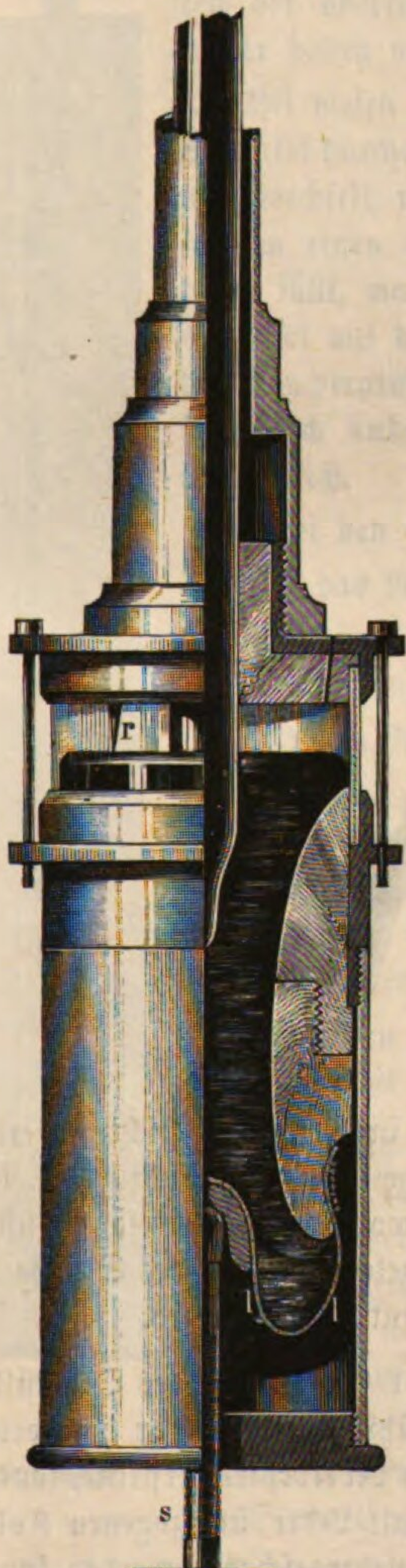


Fig. 197.

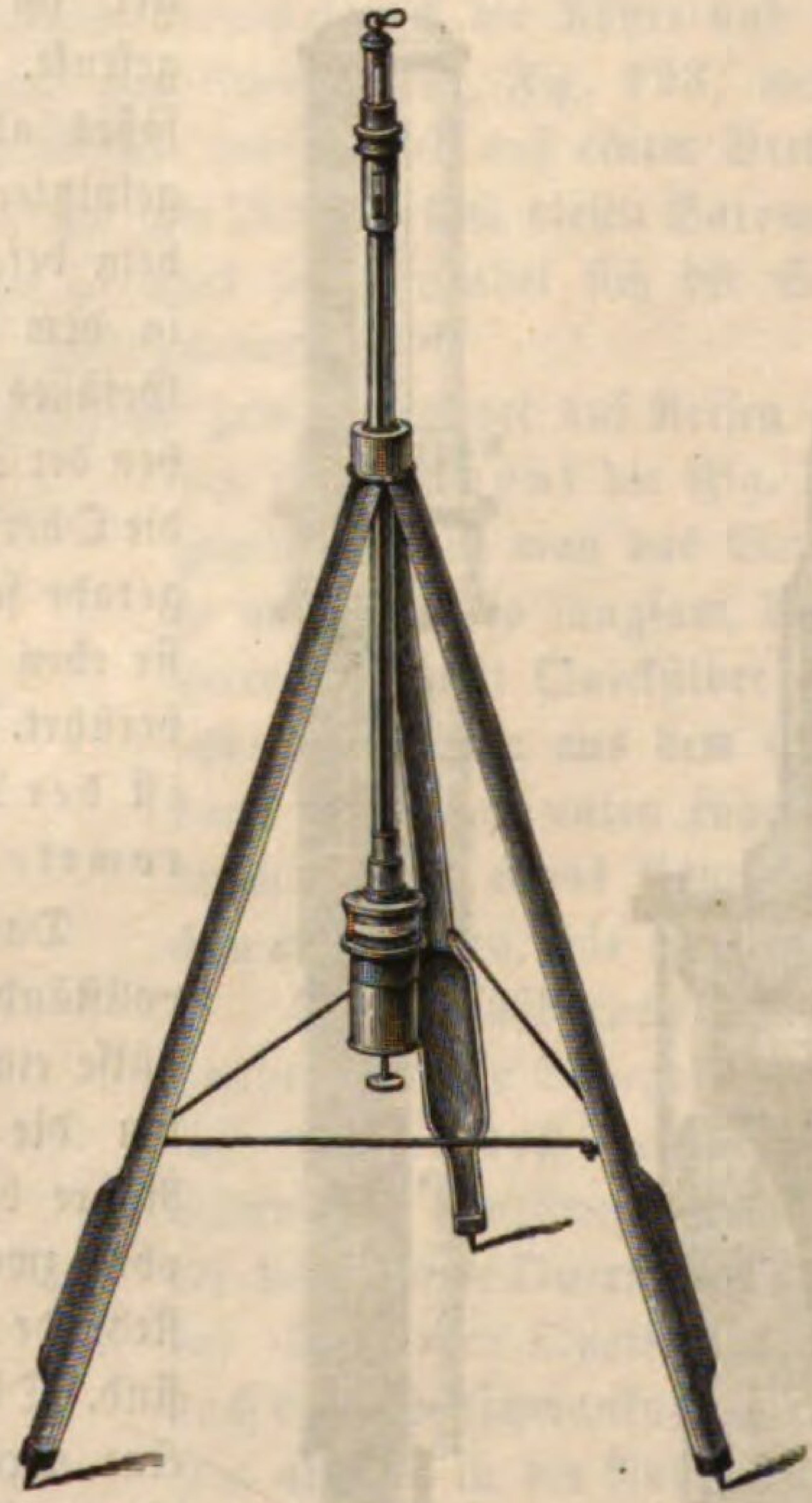


Das Barometerrohr ist vollständig von einer Messinghülse eingeschlossen, in welcher, um die Quecksilberkuppe im Rohre beobachten zu können, oben zwei einander gegenüberstehende Spalten angebracht sind. Diese Messinghülse trägt eine Scala, deren Nullpunkt die bereits erwähnte Elfenbeinspitze ist. Um den Stand der Quecksilberkuppe richtig ablesen zu können, ist auf dem getheilten Messingrohr eine Hülse *aa*, Fig. 197, verschiebbar, in welcher sich ebenfalls zwei diametral gegenüberstehende Spalten befinden, welche auf die Spalten des Rohres passen und nur etwas breiter sind als jene, so daß man noch die Theilung des Rohres sehen kann. Die oberen Ränder der beiden Schieberspalten sind genau in gleicher Höhe, und um eine Beobachtung zu machen, stellt man den Schieber so, daß diese oberen Ränder der

Schieberspalten in gleicher Höhe mit der Quecksilberkuppe stehen. Die eine Seite der vorderen Schieberspalte ist mit einem Nonius versehen.

Mittelst cardanischer Aufhängung, d. h. um zwei zu einander rechtwinklige horizontale Axen drehbar, wird nun das Instrument in den Hals eines dreiseitigen Statifs eingesetzt, wie man Fig. 198 sieht, so daß das Barometerrohr

Fig. 198.



durch das bedeutende Gewicht des Gefäßes stets in verticaler Richtung erhalten wird. Um das Barometer zu transportiren, wird die Schraube *s*, Fig. 196, so hoch in die Höhe geschraubt, daß das Rohr sowohl wie das Gefäß vollständig mit Quecksilber gefüllt sind. Die zusammengelegten Füße des Statifs bilden dann das Gehäuse, in welchem das Instrument verpackt wird.

Die Anwendung des beweglichen Bodens zur Einstellung des Quecksilberspiegels im Gefäß auf einem bestimmten Punkte rührt von Horner her, welcher übrigens den Boden des Gefäßes nicht durch einen Lederbeutel herstellte, sondern dazu einen dicht an die Wände anschließenden mit Leder überzogenen Kolben gebrauchte, welcher durch eine Schraube auf und niedergeschoben werden konnte.

Die Aufhängung des Barometers in einem dreibeinigen Statif wurde zuerst von Engelfield angewandt.

Heberbarometer. Den bisher besprochenen Gefäßbarometern gegenüber bilden die Heberbarometer eine zweite Hauptform dieses wichtigen Instrumentes, welche sich durch mehrfache Vortheile auszeichnet; namentlich sind die Heberbarometer bei größerer Genauigkeit weit transportabeler als die Gefäßbarometer. 72

Fig. 199.



Die Heberbarometer (Fig. 199) sind aus einem heberförmig gebogenen Glasrohre verfertigt, welches wenigstens an den Stellen der oberen und unteren Quecksilberkuppe gleichen Durchmesser haben muß.

Bei diesen Barometern hat die Quecksilberkuppe im kürzeren Schenkel durchaus keine feste Stellung. So lange die Temperatur nicht wechselt, muß bei verändertem Luftdruck die Quecksilbersäule in dem einen Schenkel genau so viel steigen, wie sie im anderen fällt, man könnte also aus den Schwankungen im einen Schenkel auf die im anderen schließen; da jedoch bei wechselnder Temperatur auch das Volumen des Quecksilbers im Barometer sich ändert, so ist die Beobachtung beider Kuppen unerläßlich.

Bei den Heberbarometern sind entweder

1) das Rohr und die Scala fest;

2) die Scala fest und das Rohr in verticaler Richtung verschiebbar;

3) das Rohr fest und die Scala verschiebbar.

Im ersten Falle ist es am bequemsten, wenn der Nullpunkt der Scala noch unter der unteren Kuppe liegt. Man hat alsdann abzulesen, wie hoch die obere und wie hoch die untere Kuppe über dem fraglichen Nullpunkte liegt; die Differenz der beiden Ablesungen giebt dann die Barometerhöhe.

Bei den besten nach diesem Princip construirten Barometern ist die Theilung oft auf das Glasrohr selbst geätzt.

Die Fig. 199 stellt ein Heberbarometer der zweiten Art dar. Das Rohr ist auf der Messingplatte *d* befestigt, welche mit Hülfe der Schraube *s* auf- und niedergeschoben werden kann, wodurch dann auch das Barometerrohr selbst gehoben oder gesenkt wird, indem die messingenen Halter *b* und *c* dasselbe zwar auf dem Brette halten, aber doch eine Verschiebung in verticalem Sinne gestatten. Soll eine Beobachtung gemacht werden, so wird zunächst die untere Kuppe auf den Nullpunkt der Scala eingestellt und dann der Stand der oberen abgelesen.

Bei den Heberbarometern der dritten Art ist die Scala mittelst eines in eine gezahnte Stange eingreifenden Triebes verschiebbar; sie wird bei jeder Beobachtung so eingestellt, daß der Nullpunkt der Scala in die Höhe der un-

teren Quecksilberkuppe zu stehen kommt. Barometer dieser Construction werden namentlich von J. G. Greiner jun. in Berlin ganz vortrefflich ausgeführt. — Die Barometerröhre ist ganz in ein Brett eingelassen, welches nur an den beiden Stellen durchbrochen ist, an welchen beobachtet werden soll; die verschiebbare Scala ist auf der Vorderseite dieses Brettes angebracht. Am unteren Ende der getheilten Stange ist ein kleines Mikroskop befestigt, welches so eingerichtet ist, daß man durch dasselbe die untere Kuppe des Barometers scharf sehen kann. Der Kreuzungspunkt des in diesem Mikroskop angebrachten Fadenkreuzes liegt in gleicher Horizontallinie mit dem Nullpunkte der Scala und dieser Kreuzungspunkt wird genau auf den Gipfel der unteren Kuppe eingestellt. Am oberen Ende der getheilten Stange ist gleichfalls aufs Feinste verschiebbar ein Nonius angebracht, dessen Nullpunkt in der Horizontallinie eines von ihm getragenen zweiten Mikroskops liegt, welches auf die obere Kuppe eingestellt wird. Der Nonius ist so getheilt, daß man mit demselben unmittelbar 0,02‴ ablesen kann. Ein gleicher Grad von Genauigkeit ist bei dem Fortin'schen Barometer nicht möglich, selbst wenn man die Einstellung auf die obere Kuppe mit dem Mikroskop ausführen wollte, weil die Einstellung auf die Spitze r im Gefäß Fig. 196 nicht mit der Genauigkeit ausgeführt werden kann, wie die Einstellung auf die untere Kuppe des eben beschriebenen Instrumentes.

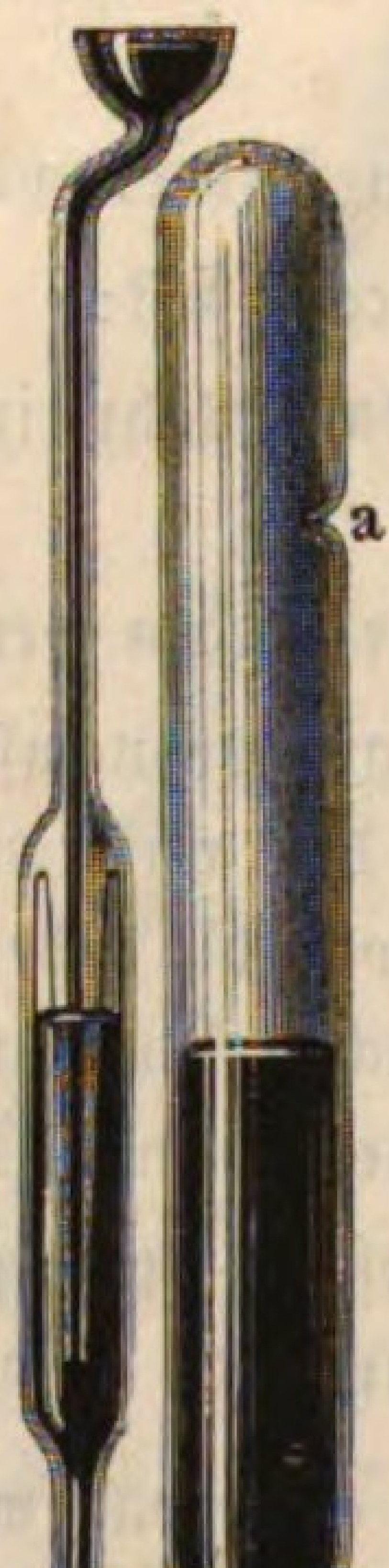
Fig. 200.



Fig. 201.



Fig. 202.



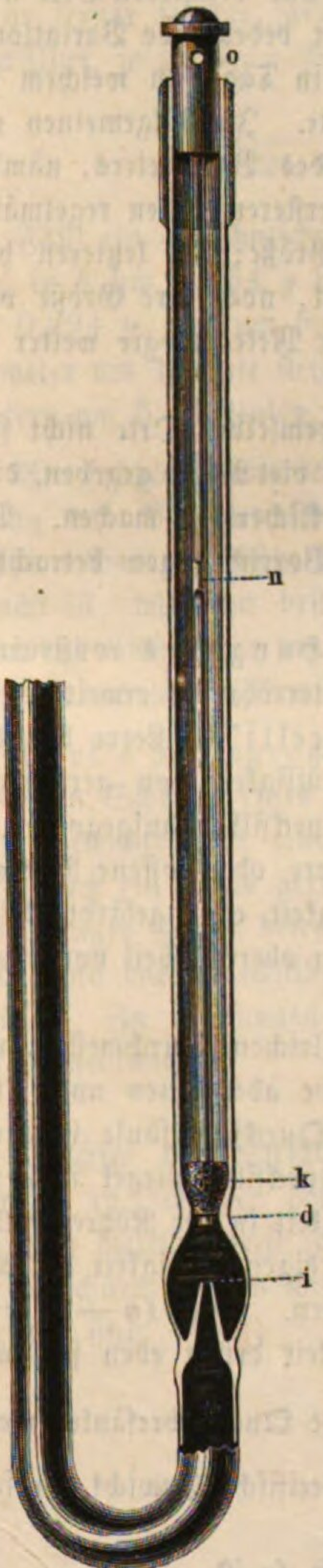
Dessenungeachtet behält das Fortin'sche Barometer seinen Werth für heiße Länder, für welche eine Befestigung des Barometerrohres auf Holz nicht rathsam sein dürfte.

Besondere Mühe hat man darauf verwandt, die Heberbarometer so zu construiren, daß sie bequem und sicher transportirt werden können. Fig. 200 stellt das Rohr des von Gay-Lussac angegebenen Barometers dar. Der offene Schenkel hat nur eine capillare Oeffnung a, groß genug, um die Luft frei eintreten zu lassen, aber zu klein, als daß Quecksilber durch dieselbe auslaufen könnte; man darf also das Instrument umkehren, Fig. 201, ohne fürchten zu müssen, daß man Quecksilber verliert. Damit man das Barometer aus der Lage Fig. 201 wieder zur Beobachtung umkehren könne, ohne daß Luft in den längeren Schenkel eintreten kann, hat Bunten an diesen Barometern die Fig. 202 abgebildete Einrichtung getroffen.

Bei den Gay-Lussac'schen Barometern findet man die Theilung meist auf das Glas geätzt.

Fig. 203 stellt den sehr zweckmäßigen Verschluß der Greiner'schen Heberbarometer dar. Der offene Schenkel ist nämlich nahe über der Krümmung bei *d* etwas verengert und unter dieser Einschnürung bauchig erweitert. In diese Erweiterung erhebt sich vom unteren Rande aus eine conisch verjüngte und oben bei *i* offene Fortsetzung des unteren Röhrentheils. Das Barometer enthält nun gerade so viel Quecksilber, daß die bauchige Erweiterung noch bis *d* mit Quecksilber gefüllt bleibt, wenn man durch Neigen des Instrumentes die Toricelli'sche Leere vollständig mit Quecksilber ausgefüllt hat. Zum Verschluß dient alsdann ein genau in die Verengung bei *d* passender Kork *k*, welcher am unteren Ende einer im Lichten ungefähr 1mm weiten, bei *n* zugeschmolzenen Glasröhre befestigt ist. Wenn nun selbst kleine Luftblasen in dem abgesperrten Theile zurückblieben, so können diese doch niemals in der Oeffnung bei *i* und durch diese in den längeren Schenkel des Barometers eindringen. Wenn bei steigender Temperatur das abgesperrte Quecksilber sich ausdehnt, so kann es in die durch den Kork *k* gesteckte Glasröhre eintreten. Es ist dafür gesorgt, daß während des Transportes die fragliche Glasröhre sammt dem Kork *k* in der Stellung festgehalten wird, in welcher sie Fig. 203 darstellt. Soll das Instrument gebraucht werden, so wird die enge Glasröhre sammt dem daran steckenden Korke *k* in die Höhe gezogen.

Fig. 203.



Wenn ein Heberbarometer einige Jahre lang in der Beobachtungsstellung hängen bleibt, so wird die Stelle des offenen Schenkels, an welcher die untere mit der Luft in Berührung stehende Quecksilberkuppe auf- und abspielt, durch anhaftendes Quecksilberoxyd und Quecksilber verunreinigt, was eine genaue Beobachtung sehr erschwert und endlich ganz unmöglich macht. Um diesen Uebelstand zu vermeiden, thut man wohl, das Barometer so aufzuhängen, daß das Rohr einen Winkel von 20 bis 30 Graden mit der Verticalen macht, und es nur in die verticale Stellung zu bringen, wenn man eine Beobachtung machen will.

73 **Variationen des Barometerstandes.** Das Gewicht der atmosphärischen Luftsäule, welche sich über uns befindet, ist durch mancherlei Einflüsse bedingt. Der beständige Wechsel der Temperatur, die Winde, die veränderliche Menge der in der Luft verbreiteten Wasserdämpfe führen fortwährende Aenderungen des Luftdrucks mit sich, welcher auf das Barometer wirkt. Man begreift demnach sehr wohl, daß die Barometersäule an einem und demselben Orte nicht stationär bleiben kann, und daß sie mehr oder weniger bedeutende Variationen erleidet. In unseren Gegenden z. B. vergeht fast kein Tag, an welchem der Barometerstand sich nicht um einige Millimeter änderte. Im Allgemeinen unterscheidet man zweierlei Arten von Schwankungen des Barometers, nämlich periodische und zufällige Schwankungen. Die ersteren treten regelmäßig zu bestimmten Zeiten ein und haben eine constante Größe; die letzteren hingegen sind unregelmäßig, so daß man weder ihre Zeit, noch ihre Größe voraussehen kann. Wir werden diesen Gegenstand in der Meteorologie weiter besprechen.

Da die Variationen des Barometerstandes an demselben Orte nicht sehr bedeutend sind, so hat man sich viel Mühe gegeben, diese Schwankungen dem Auge merklicher zu machen. Wir wollen hier nur zwei solcher Vorrichtungen betrachten, die ziemlich verbreitet sind.

Fig. 204.

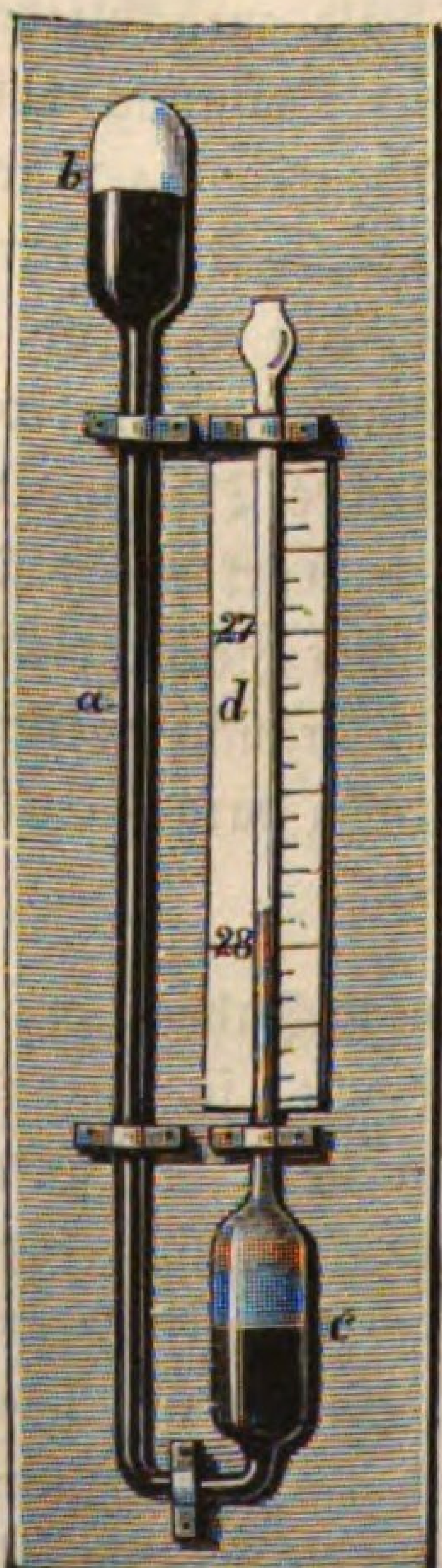


Fig. 204 stellt ein von Huyghens construirtes Barometer dar. Die Barometerröhre a erweitert sich oben bei b, wo sich die Toricelli'sche Leere befindet, und unten bei c, wo eine Flüssigkeit von geringerem specifischen Gewicht auf das Quecksilber aufgegossen ist. Das Gefäß c geht in eine engere oben offene Röhre d über, so daß die leichtere Flüssigkeit, etwa gefärbtes Wasser oder gefärbter Weingeist, den oberen Theil von c und den unteren von d füllt.

Das Gefäß bei b habe gleichen Durchmesser, wie das bei c; das Rohr bei d habe aber einen $n$mal kleineren Querschnitt. Wenn die Quecksilbersäule in b um x Linien sinkt, so steigt der Quecksilberspiegel in c um eben so viel, die farbige Flüssigkeit in der Röhre d aber um nx Linien, die Höhe der farbigen Flüssigkeit hat also um $(n-1)x$ Linien zugenommen. Eine $(n-1)x$ Linien hohe Säule dieser Flüssigkeit drückt eben so stark, wie eine $\frac{(n-1)x}{s}$ Linien hohe Quecksilbersäule, wenn s die Zahl ist, welche angiebt, um wie viel mal das specifische Gewicht der farbigen Flüssigkeit geringer ist als das des Quecksilbers.

Wenn also das Quecksilber in b um x Linien sinkt, so ist

$$y = 2x + \frac{n-1}{s}x$$

die Höhe einer Quecksilbersäule, welche der Abnahme des Luftdruckes entspricht. Aus dieser Gleichung ergiebt sich

$$x = \frac{sy}{2s + n - 1}.$$

Es sei z. B. der Querschnitt der Röhre *d* 20mal kleiner als der von *b* und *c*; ferner sei die farbige Flüssigkeit Wasser, also 13,6mal leichter, als Quecksilber, so ist $n = 20$, $s = 13,6$ und also

$$x = \frac{13,6\ y}{2 \ .\ 13,6 + 20 - 1} = 0,294\ y.$$

Fällt ein gewöhnliches Barometer um y Linien, so fällt also das Quecksilber in *b* um $0,294\ y$ Linien, die farbige Flüssigkeit in *d* steigt aber um $20\ .\ 0,294\ y$, also um $5,88\ y$ Linien. So oft also ein gewöhnliches Gefäßbarometer um 1 Linie steigt oder fällt, wird die farbige Flüssigkeit unseres Barometers um 5,88 Linien, also fast 6mal so viel fallen oder steigen.

Ein solches Barometer ist sehr zweckmäßig, wenn es sich nur um die Beobachtung der Barometerschwankungen und nicht um genaue Ermittelung der absoluten Barometerhöhe handelt. Die Scala, welche hinter der Röhre *d* angebracht ist, wird am besten so angefertigt, daß man einen Punkt nahe am oberen und einen nahe am unteren Ende derselben durch Vergleichung mit einem Normalbarometer bestimmt und den Zwischenraum eintheilt.

Hook's Radbarometer hat folgende Einrichtung: Auf dem Quecksilber im offenen Schenkel eines Heberbarometers schwimmt ein eisernes Gewicht; von diesem Gewichte geht eine Schnur über eine Rolle, welche auf der anderen Seite durch ein etwas geringeres Gewicht gespannt ist. An der Axe der Rolle ist ein langer Zeiger befestigt, dessen Endpunkt also einen großen Weg durchläuft, wenn das Quecksilber nur wenig steigt oder fällt und dadurch die Rolle dreht. — Zu Messungen ist begreiflicher Weise auch ein solches Instrument nicht zu gebrauchen.

Größe des Luftdruckes. Wir haben oben ermittelt, wie groß der Luftdruck ist, welcher dem Barometerstande von 760 Millimeter entspricht. Ganz auf dieselbe Weise läßt sich die Größe des Luftdruckes für jede Barometerhöhe berechnen. Man wird die Resultate finden, wie sie in folgenden Tabellen enthalten sind. 74

Höhe der Quecksilbersäule.	Druck auf ein Quadratmeter.	Höhe der Quecksilbersäule.	Druck auf ein Quadratmeter.	Höhe der Quecksilbersäule.	Druck auf ein Quadratmeter.
Millimeter.	Kilogramme.	Millimeter.	Kilogramme.	Millimeter.	Kilogramme.
500	6793	600	8152	700	9510
510	6929	610	8287	710	9646
520	7065	620	8423	720	9782
530	7201	630	8559	730	9918
540	7336	640	8695	740	10054
550	7472	650	8831	750	10189
560	7608	660	8967	760	10325
570	7744	670	9105	770	10461
580	7880	680	9238	780	10597
590	8016	690	9374	790	10733

oder auch

Höhe der Quecksilbersäule in par. Z.	Druck auf 1 preuß. Quadratfuß in preuß. Pfund.	Höhe der Quecksilbersäule in par. Z.	Druck auf 1 preuß. Quadratfuß in preuß. Pfund.
29	2254	24	1865
28	2176	23	1787
27	2098	22	1710
26	2021	21	1633
25	1943	20	1554

75 **Wirkung des Luftdrucks auf den menschlichen Körper.** Der menschliche Körper ist so gut wie jeder andere dem Drucke der Atmosphäre ausgesetzt, und da die Oberfläche eines ausgewachsenen Menschen weit mehr als ein Quadratmeter beträgt, so ist der Totaldruck, der von allen Seiten her gleichförmig vertheilt gegen den Körper wirkt, allerdings sehr bedeutend, er beträgt 30- bis 40tausend Pfund.

Das scheint für den ersten Augenblick allerdings unglaublich, und es giebt viele selbst gebildete und geistreiche Leute, welche eine solche Behauptung für baaren Unsinn halten, welche die ganze Lehre vom Luftdrucke als falsch verwerfen, weil sie zu solchen, ihrer Ansicht nach ganz absurden Folgerungen führt. Drieberg, welcher ein Werkchen gegen den Luftdruck schrieb, sagt in seiner Vorrede: »Nach dem weisen Rathschlusse der Physikbeflissenen müssen wir armen Creaturen uns bekanntlich mit einer Luftlast von 30- bis 40tausend Pfund herumschleppen, und selbst die Elßler, wenn sie auf der großen Zehe steht, trägt ihre 30tausend Pfündchen u. s. w.«

Eine solche Ausdrucksweise zeigt schon ein Mißverstehen der Lehre vom Luftdrucke, denn da er ja gleichmäßig von allen Seiten, also von oben und unten, von vorn und hinten, von der rechten und linken Seite wirkt, so kann hier weder von einem »Schleppen«, noch von einem »Tragen« die Rede sein; solche Ausdrücke sind nur auf einen einseitigen Druck anwendbar.

Aber man könnte einwenden, wenn ein so starker Druck auch ganz gleichförmig und von allen Seiten her gegen den Körper wirkt, so müßte er ja den Körper in sich selbst zusammenpressen, er müßte ihn zermalmen!

Was soll aber zermalmt werden? Das Knochengerüst? es könnte noch einen weit stärkeren Druck aushalten; die mit Flüssigkeiten und Luft gefüllten Gefäße und Höhlungen des Körpers? Die im Körper befindliche Luft ist von gleicher Dichtigkeit mit der äußeren, sie kann also durch den Luftdruck nicht weiter comprimirt werden; daß aber die im Körper enthaltenen Flüssigkeiten nicht zerdrückt werden können, versteht sich von selbst.

Es bleibt demnach nur noch etwa der Zweifel zu heben übrig, ob nicht die zarten Häutchen und Gewebe, welche die Hüllen der einzelnen Gefäßchen bilden, durch einen so starken Druck Noth leiden müßten. Von einem Zerreißen der zarten Gewebe kann aber keine Rede sein, weil der Druck gleichmäßig von beiden Seiten wirkt; um aber die Häutchen etwa zu zerquetschen, ist der Druck nicht stark genug. Da es sich hier nur um kleine Gefäßchen handelt, so kommt auch nur der Druck in Betracht, der auf die kleine Oberfläche derselben wirkt; aus der obigen Tabelle aber kann man entnehmen, daß der Luftdruck auf eine 1 Quadratcentimeter (ungefähr 20 Quadratlinien) große Oberfläche nur 1 Kilogramm (2 Pfund), auf 1 Quadratmillimeter (ungefähr $^2/_{10}$ Quadratlinien) aber nur 1 Centigramm (ungefähr $^3/_5$ Loth) beträgt.

Wenn man die Sache auf diese Weise betrachtet, so fällt alles Auffallende und Unbegreifliche weg. Die Lehre vom Luftdrucke, der auf den menschlichen Körper wirkt, erhält nur dadurch etwas Paradoxes, daß man durch die Summation der Pressungen, welche auf die einzelnen Theilchen wirken, enorme Zahlen erhält, während doch jedes einzelne Theilchen für sich mit dem Luftdrucke im Gleichgewichte steht, und nicht der Totaldruck einseitig gegen eine Stelle des Körpers wirkt.

Wenn man den Luftdruck von irgend einer Stelle des Körpers entweder mit Hülfe eines Schröpfkopfes oder einer Luftpumpe wegnimmt, so wird der Inhalt der Gefäßchen ein Bestreben geltend machen, sich auszudehnen.

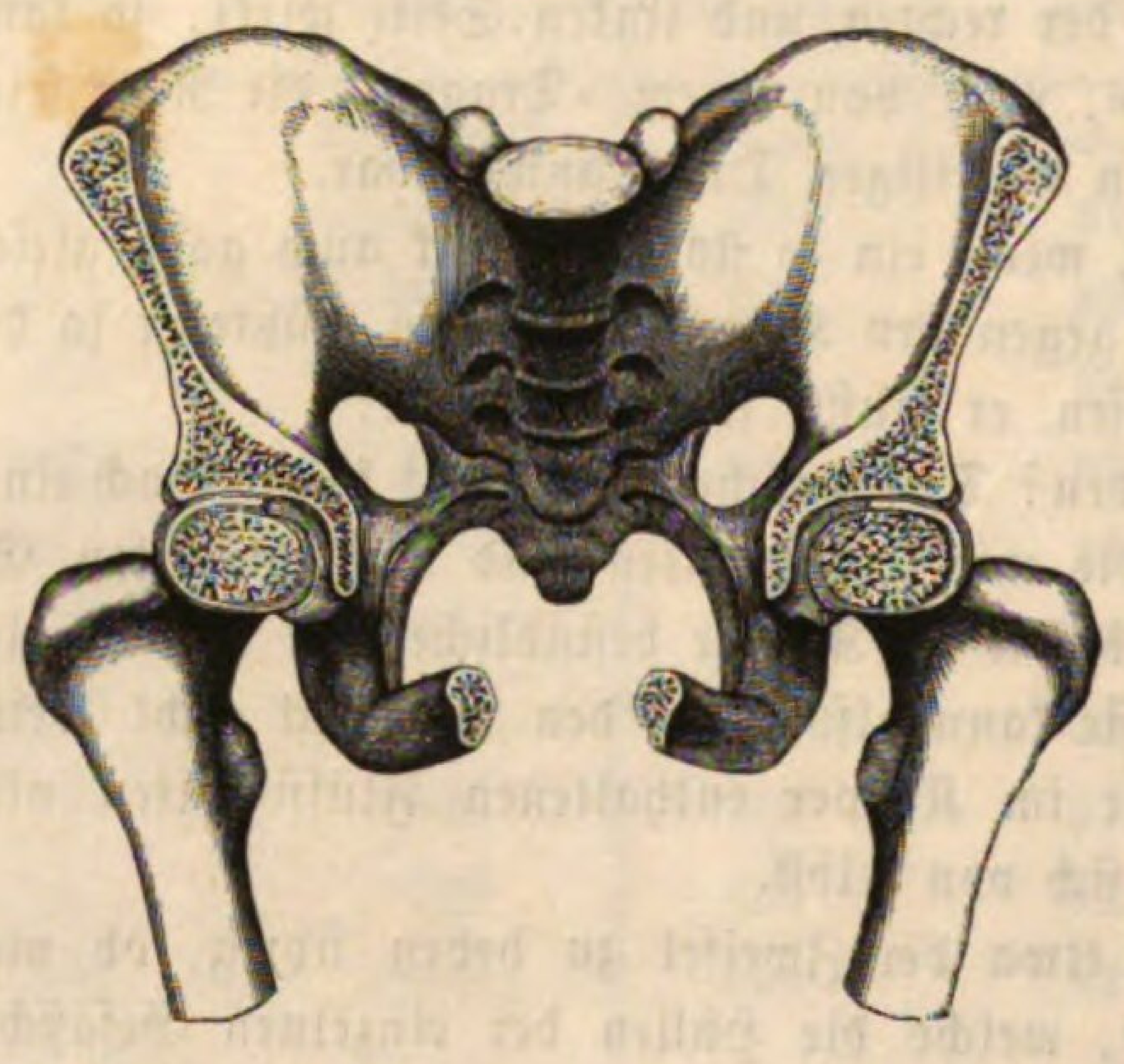
Wie wichtig der Luftdruck für die Oekonomie der Kräfte des menschlichen Körpers ist, haben die classischen Untersuchungen der Gebrüder Weber gezeigt.

Betrachtet man das Knochengerüst des menschlichen Körpers, so findet man an jeder Seite des Beckens eine spiegelglatte, mit einer schlüpfrigen Flüssigkeit benetzte Vertiefung, die Pfanne, in welche der kugelförmige Kopf des Schenkelknochens genau hineinpaßt, wie man dies in Fig. 205 (a. f. S.) deutlich sehen kann, welche das Becken mit den Schenkelknochen darstellt.

Der vordere Theil des Beckens und der beiden Schenkelköpfe ist durch einen senkrechten Schnitt weggenommen, damit man besser sehen kann, wie die

Schenkelköpfe in den Pfannen sitzen; da sich nun der Schenkelkopf in der Pfanne nach allen Seiten leicht drehen läßt, so begreift man, daß das Bein nach allen Seiten hin beweglich ist.

Fig. 205.



Das ganze Gelenk ist durch eine Kapselmembran eingehüllt, welche, das Becken mit dem Schenkelkopfe verbindend, an dem knöchernen Pfannenrande und am Halse des Schenkelkopfes angewachsen ist.

Wenn man auf einem Beine steht und das andere nur so viel krümmt, daß es hängt, ohne den Boden zu berühren, so kann man mit ungemein geringer Muskelanstrengung das hängende Bein hin und her schwingen lassen. Während das Bein so schwingt, sind die Muskeln, welche das Becken mit dem Schenkelbeine verbinden, ganz schlaff, und daraus schon geht hervor, daß diese Muskeln es nicht sein können, welche das schwebende Bein tragen. Die Gebrüder Weber haben dies auch durch den Versuch nachgewiesen, indem sie an einem Leichname alle Muskeln durchschnitten, welche den Schenkel mit dem Becken verbinden. Das frei schwebende Bein fiel nicht herab, wie es der Fall gewesen wäre, wenn es im Leben durch die Muskeln getragen würde.

Auch die Kapselmembran wurde durchschnitten, und das Bein fiel nicht herab.

Der Schenkelkopf wird also in der luftdicht schließenden Pfanne durch den Druck der atmosphärischen Luft zurückgehalten, oder das Gewicht des Beines wird von dem Drucke, den die atmosphärische Luft auf dasselbe von unten nach oben ausübt, äquilibrirt, es bedarf also keinerlei Kraftanstrengung, um während des Gehens das eben nicht auf dem Boden stehende Bein zu tragen, obgleich das Gewicht desselben nicht unbedeutend ist.

Die Richtigkeit dieses Satzes wurde noch durch folgenden Versuch bestätigt. Es wurde durch das Becken hindurch mitten in die Pfanne ein kleines Loch gebohrt; das Bein fiel in demselben Augenblicke herab, in welchem die Spitze des Bohrers die Pfanne eben durchbrochen hatte und den Schenkelkopf noch nicht berührte. Als der Schenkelkopf nun wieder in die Pfanne hineingeschoben wurde, so daß seine Kugelfläche wieder genau mit der Kugelfläche der Pfanne in Berührung kam, und man dann das Loch im Becken mit dem Finger zuhielt, wurde das Bein auch wieder durch den Luftdruck getragen; es fiel aber sogleich wieder herab, sobald man den Finger wieder von dem Loche wegnahm, so daß die Luft von oben eindringen konnte.

Die Arme werden in derselben Weise durch den Luftdruck getragen wie die Beine.

Das Mariotte'sche Gesetz. Das Mariotte'sche Gesetz läßt sich so ausdrücken: Das Volumen der Gase verhält sich umgekehrt wie der Druck, dem sie ausgesetzt sind. Um dieses Fundamentalgesetz durch den Versuch zu beweisen, nehme man eine gekrümmte cylindrische Röhre, deren kürzerer Schenkel oben geschlossen ist, während der längere Schenkel offen bleibt (Fig. 206). Man gieße zu Anfang nur wenig Quecksilber ein, neige dann den Apparat ein wenig, damit etwas Luft aus dem kürzeren Schenkel entweicht; so kann man es leicht dahin bringen, daß das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch steht. Alsdann ist die in dem geschlossenen Schenkel abgesperrte Luft genau dem Drucke der Atmosphäre ausgesetzt. Gießt man nun von Neuem Quecksilber in den offenen Schenkel, so wird der Druck, den die eingeschlossene Luft auszuhalten hat, vermehrt, sie wird dadurch auf einen kleineren Raum zusammengepreßt. Wenn das Quecksilber im kürzeren Schenkel bis zum Punkte *c* gestiegen ist, welcher sich in der Mitte zwischen *a* und dem Gipfel der geschlossenen Röhre befindet, so ist die Luft auf die Hälfte ihres vorherigen Volumens zusammengepreßt; bezeichnet man nun auf dem längeren Schenkel den Punkt *d*, welcher mit *c* gleiche Höhe hat, und mißt man dann, wie hoch das Quecksilber sich im längeren Schenkel noch über *d* erhebt, so findet man, daß die Höhe dieser Quecksilbersäule genau der Barometerhöhe gleich ist; die in dem kurzen Rohre abgeschlossene Luft hat demnach jetzt einen Druck von 2 Atmosphären auszuhalten. 76

Fig. 206.



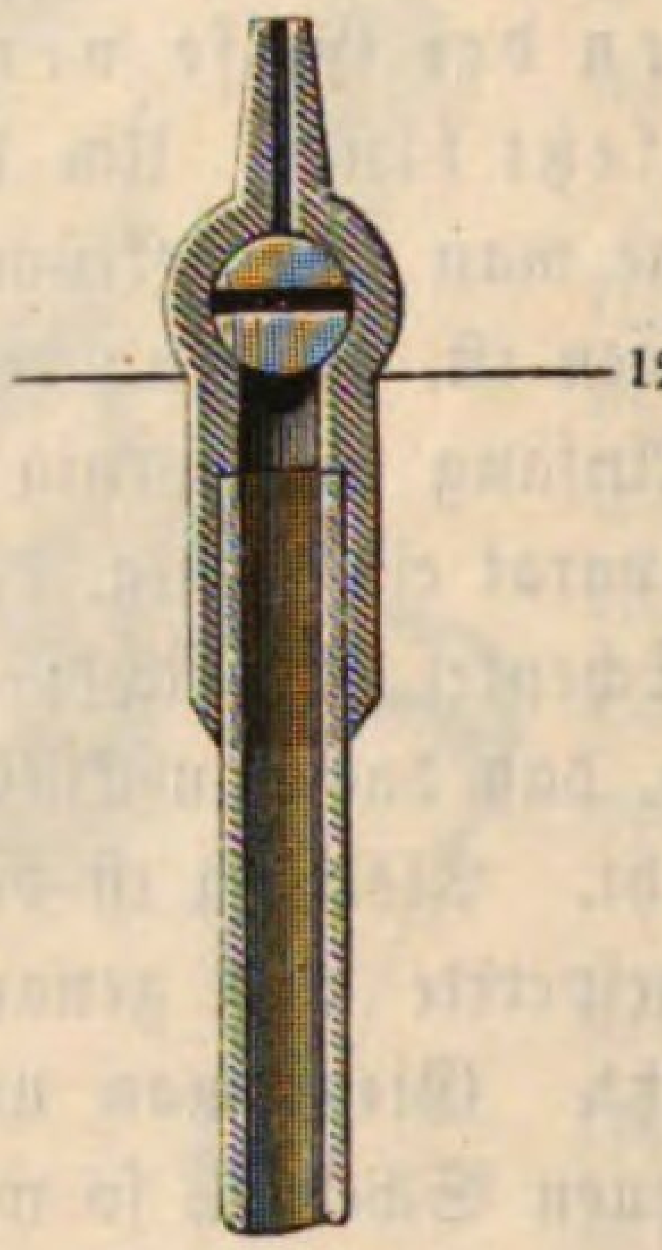
Bequemer und zweckmäßiger als der Apparat Fig. 206 ist der für denselben Zweck construirte Apparat Fig. 207 (a. f. S.). Die kürzere Röhre, welche wir die Manometerröhre nennen wollen, ist oben nicht zugeschmolzen, sondern mit einem Hahn versehen, dessen Einrichtung durch Fig. 208 erläutert wird; sie ist etwas über 12, die Druckröhre ist ungefähr 65 Zoll lang. Die beiden Röhren sind in zwei verticale cylindrische Löcher des Eisenstücks *i* eingekittet, welche unten durch einen horizontalen Canal verbunden sind. — Dieses Eisenstück ist sammt den beiden Röhren auf einem in Zolle getheilten Brette befestigt; der Nullpunkt der Theilung ist etwas über dem Eisenstück *i*, und der Theilstrich 12 bezeichnet gerade das obere Ende der Compressionsröhre. Die Schraube *r*, welche auf den horizontalen Verbindungscanal führt, dient, um das Quecksilber aus dem Apparat abzulassen und seinen Stand zu reguliren.

Fig. 207.



Um den Versuch anzustellen, wird der Hahn *h* geöffnet und so viel Quecksilber durch den Trichter

Fig. 208.



des langen Rohres eingegossen, daß es in beiden Röhren gerade bis an den Nullpunkt der Theilung reicht, worauf dann der Hahn *h* geschlossen wird.

Die abgesperrte unter dem Drucke der Atmosphäre stehende Luft nimmt nun im Manometerrohre gerade die Länge von 12 Zollen ein; um sie auf die Hälfte ihres Volumens zusammenzupressen, muß man in dem langen Barometerrohre so viel Quecksilber aufgießen, daß es in demselben gerade um die Barometerhöhe über *a* steht; um aber die abgesperrte Luft auf den Raum von 4 Zoll, also auf $^1/_3$ ihres ursprünglichen Volumens zusammenzupressen, müßte man so viel Quecksilber aufgießen, daß es im langen Rohre um zwei Barometerhöhen über *b* steht.

Fig. 209.



$\frac{1}{3}$

Eine sehr zweckmäßige Einrichtung hat Uhde dem unteren Theile dieses Apparates gegeben; das Wesentliche derselben ist aus Fig. 209 zu ersehen. Die Röhre *r*, in welcher die Luft comprimirt wird, ist etwas weiter als die Druckröhre *s*. Oben ist auf die Röhre *r* eine durch einen ebenen Deckel geschlossene Metallfassung aufgekittet; in der Metallplatte aber, welche auf diese Weise die obere Gränze der Röhre *r* bildet, ist eine ganz feine Oeffnung angebracht, welche durch die unten mit einem Lederpfropf versehene Schraube *o* geschlossen werden kann. Durch den Hahn *h* kann man das Quecksilber aus dem Apparat in ein untergestelltes Gefäß auslaufen lassen.

Arago und Dulong haben durch eine besondere Versuchsreihe dargethan, daß das Mariotte'sche Gesetz wenigstens für atmosphärische Luft bis zu einem Drucke von 27 Atmosphären noch keine Aenderung erleidet. Die aus 13 sechsfüßigen Glasröhren mittelst eiserner Fassungen zusammengesetzte Druckröhre ihres Apparates war an einem Mastbaume befestigt, welcher in einem Thurme des Collège Henri IV aufgerichtet worden war. Eine genaue Beschreibung dieses Apparates sowie der mit demselben angestellten Versuche findet man im 18ten Bande von Poggendorff's Annalen.

Daß das Mariotte'sche Gesetz auch noch gültig bleibt, wenn der Druck, unter welchem die Luft steht, geringer ist als der Druck einer Atmosphäre, läßt sich mit Hülfe des Apparates Fig. 210 (a. f. S.) bestätigen.

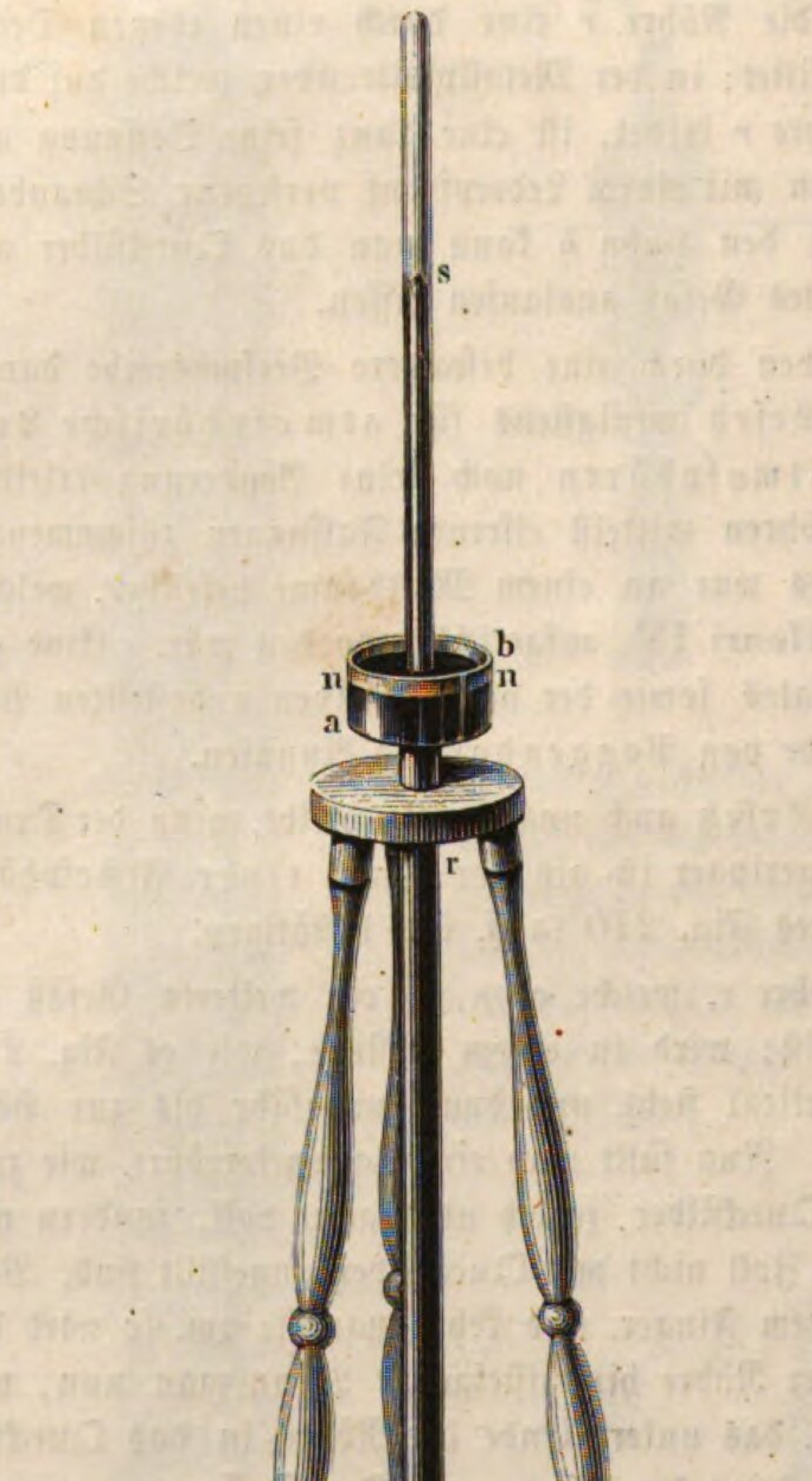
Eine etwas weite Glasröhre *r*, welche oben in ein weiteres Gefäß *ab* endet und unten zugeschmolzen ist, wird in einem Gestelle, wie es Fig. 210 zeigt, so angebracht, daß sie vertical steht, und dann ungefähr bis zur Höhe *nn* mit Quecksilber vollgegossen. Nun füllt man eine Barometerröhre, wie zum Toricelli'schen Versuche, mit Quecksilber, jedoch nicht ganz voll, sondern nur so weit, daß noch etwa 2 bis 3 Zoll nicht mit Quecksilber angefüllt sind. Verschließt man die Oeffnung mit dem Finger, und kehrt man sie um, so wird die Luftblase in den oberen Theil der Röhre hinaufsteigen. Wenn man nun, wie beim Toricelli'schen Versuche, das untere Ende der Röhre in das Quecksilber des Gefäßes *ab* taucht und dann den Finger von der Oeffnung wegzieht, so wird die Quecksilbersäule im Barometerrohre bis auf einen bestimmten Punkt fallen. Man wird aber sogleich bemerken, daß der Gipfel der Quecksilbersäule nicht so hoch über *nn* steht, als die Barometerhöhe beträgt, weil ja im oberen Theile unserer Röhre sich Luft befindet und kein Vacuum wie beim Barometer.

Wenn man die Röhre niederdrückt, so daß sie weiter und weiter in das Quecksilber des Rohres *r* hinabreicht, so wird das Volumen der oben eingeschlossenen Luft immer kleiner. Man drückt nun die Röhre so weit hinab, daß das Quecksilber im Rohre genau in der Höhe des Quecksilberspiegels *nn* steht; in diesem Falle steht die abgesperrte Luft genau unter dem Drucke einer Atmosphäre.

Die Höhe der abgesperrten Luftsäule, welche dem Drucke einer Atmosphäre ausgesetzt ist, wird nun gemessen; sie betrage 2 Zoll.

Zieht man das Rohr wieder in die Höhe, so vermehrt sich das Volumen der abgesperrten Luft, zugleich erhebt sich auch die Quecksilberkuppe über den Spiegel *nn*. Gesetzt, man habe das Rohr so weit gehoben, daß die abgesperrte Luft eine Länge von 4 Zollen in der Röhre einnimmt, so wird die Höhe der Quecksilberkuppe über dem Spiegel *nn* gerade die Hälfte des im Augenblicke zu beobachtenden Barometerstandes sein. Stände das Barometer auf 28″, so würde die Quecksilberkuppe *s* gerade 14″ über *nn* stehen.

Fig. 210.



Die Hälfte des atmosphärischen Druckes ist also durch die Quecksilbersäule, welche sich unter der abgesperrten Luft befindet, aufgehoben, und der Druck, welchen diese abgesperrte Luft auszuhalten hat, ist nur noch dem Drucke einer halben Atmosphäre gleich, ihr Volumen aber ist doppelt so groß, als es war, da sie den Druck der ganzen Atmosphäre auszuhalten hatte.

Hebt man die Röhre so weit, daß die abgesperrte Luft eine Länge von 6″ in der Röhre einnimmt, daß ihr Volumen also 3mal größer geworden ist, so beträgt die Höhe der Quecksilbersäule in unserm Rohre $^2/_3$ der Barometerhöhe; die abgesperrte Luft hat also nur noch einen Druck von $^1/_3$ Atmosphäre auszuhalten.

77 **Reduction der Gasvolumina auf den Atmosphärendruck.** Da das Volumen der Gase von dem Drucke abhängt, dem sie ausgesetzt sind, so kann man aus dem gemessenen Gasvolumen nur dann einen sicheren Schluß

auf die Gasmengen machen, wenn dieser Druck bekannt ist. Verschiedene Gasmengen können nur dann ihrem Volumen proportional sein, wenn sie gleichem Drucke ausgesetzt sind; will man also zwei Gasvolumina vergleichen, welche ungleichem Drucke ausgesetzt sind, so muß man berechnen, wie groß das Volumen der einen Gasmenge sein würde, wenn sie demselben Drucke ausgesetzt wäre wie die andere. In der Regel reducirt man die Gasvolumina auf den Druck von 28 Zoll oder 760 Millimeter Quecksilber, d. h. man berechnet, wie groß das Volumen V einer Gasmenge sein würde, welche unter dem Drucke b das Volumen v einnimmt, wenn sie dem Drucke einer Quecksilbersäule von 760 Millimetern ausgesetzt wäre. Nach dem Mariotte'schen Gesetze haben wir

$$\frac{V}{v} = \frac{b}{760},$$

also

$$V = \frac{b}{760}\, v.$$

Eine Gasmenge nehme z. B. unter einem Drucke von 500 Millimetern das Volumen von 84 Cubikcentimetern ein, so würde dieselbe Gasmenge unter einem Drucke von 760 Millimetern das Volumen

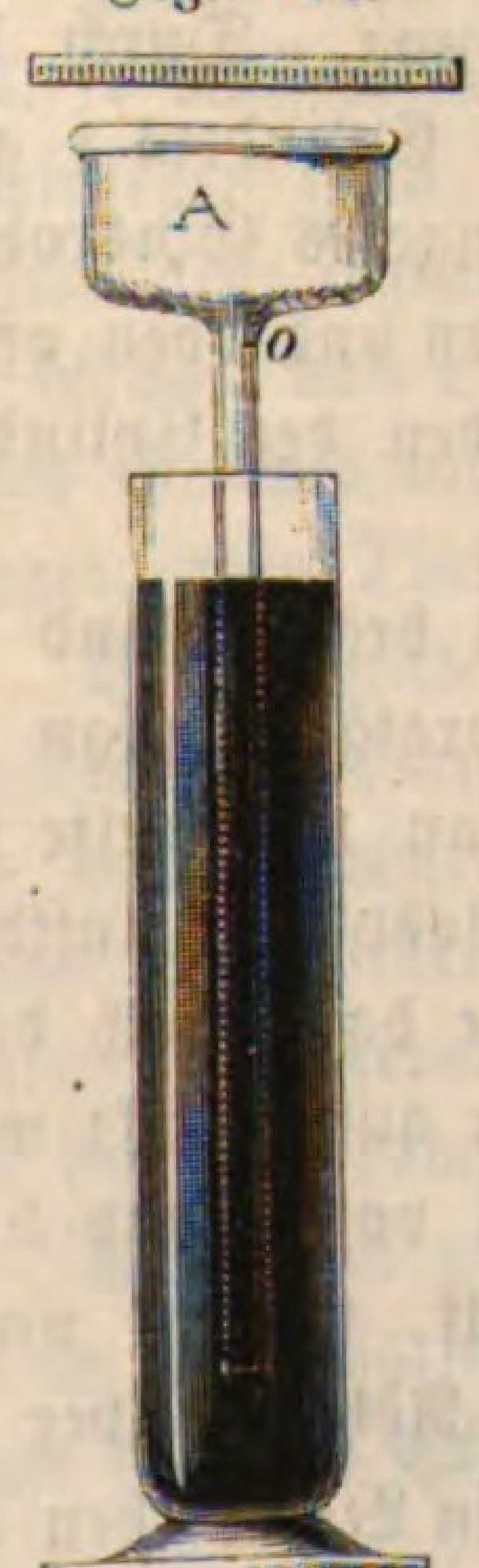
$$V = \frac{500}{760} \cdot 84 = 55{,}2,$$

also nur ein Volumen von 55,2 Cubikcentimetern einnehmen.

Da das Volumen der Gase auch von ihrer Temperatur abhängig ist, so sind auch in dieser Beziehung Reductionen nöthig, die aber erst später bei der Wärmelehre erörtert werden können.

Stereometer und Volumenometer. Eine sehr sinnreiche Anwendung 78
hat zuerst ein französischer Physiker Say von dem Mariotte'schen Gesetze gemacht, um das Volumen pulverförmiger Körper zu bestimmen. Später sind Apparate, auf dieselbe Methode gestützt, von verschiedenen Physikern, namentlich von Leslie, Kopp und Regnault vorgeschlagen worden. Say's Apparat (Fig. 211), welchen derselbe Stereometer nennt, hat folgende Einrichtung.

Fig. 211.



An das Glasgefäß A setzt sich eine möglichst genau cylindrische Glasröhre an. Der Rand des Gefäßes ist mit Smirgel abgeschliffen, so daß der innere Raum mittelst einer Glasplatte luftdicht abgesperrt werden kann. Das Rohr ist mit einer Längentheilung versehen und genau bestimmt, welches der dem Zwischenraume zweier Theilstriche entsprechende Rauminhalt der Röhre ist.

Während der Behälter A offen ist, wird nun die Röhre in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß bis zum Nullpunkte der Theilung eingetaucht. Wird nun die Glasplatte auf

den Rand von A luftdicht aufgesetzt, so ist ein bestimmtes Luftvolumen V von einer Dichtigkeit abgesperrt, welche dem Barometerstande H entspricht.

Wird nun, während A geschlossen bleibt, das Instrument in die Höhe gezogen, so tritt ein Theil der Luft aus A in die Röhre, während das Quecksilber von unten her in derselben über das äußere Niveau steigt. Es sei v die durch Ablesung an der Röhre ermittelte Zunahme des Luftvolumens, h die Höhe der gehobenen Quecksilbersäule, so haben wir

$$\frac{V+v}{V} = \frac{H}{H-h}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

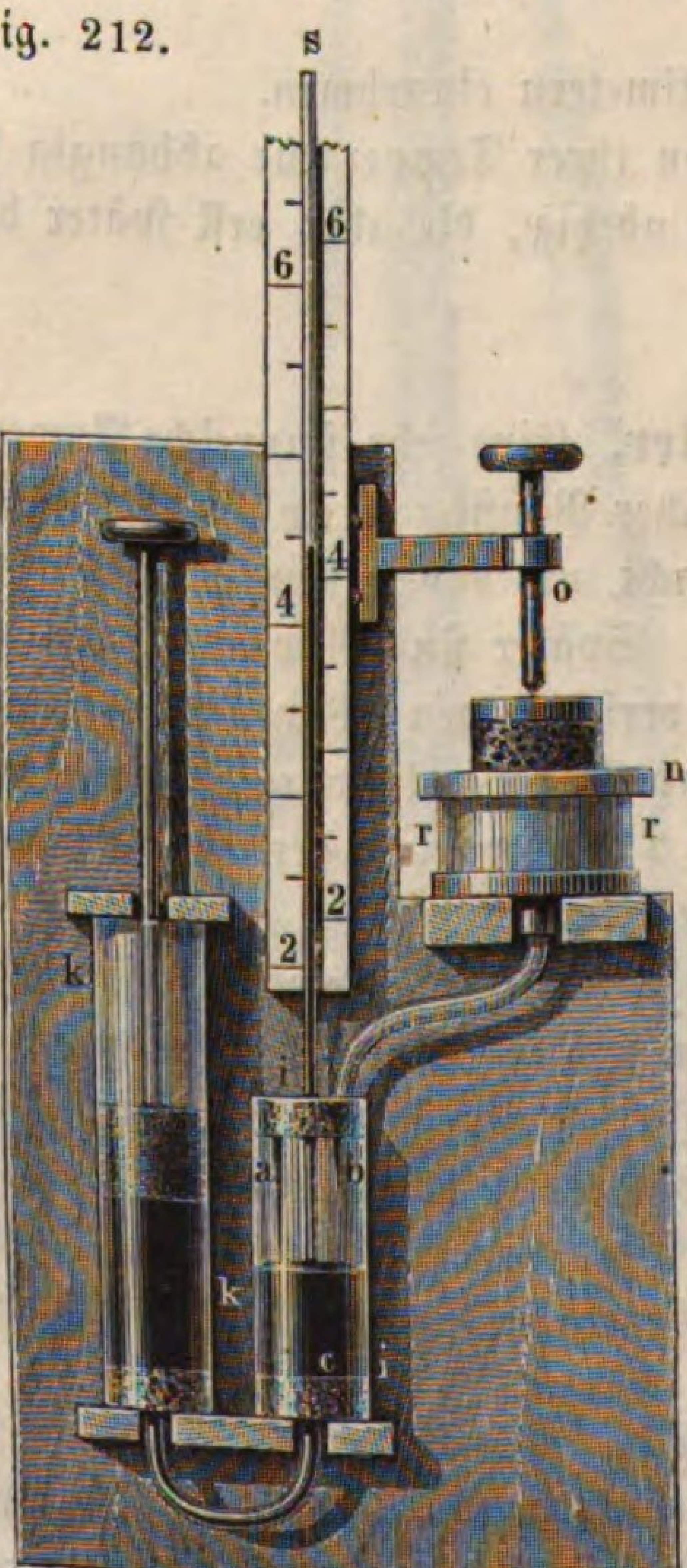
woraus V berechnet werden kann, weil H, h und v bekannt sind.

Wiederholt man denselben Versuch, nachdem man den pulverförmigen Körper, dessen Volumen x man bestimmen will, in das Reservoir A gebracht hat, so ist das Volumen der in A abgesperrten Luft, wenn das Instrument bis zum Nullpunkte eingetaucht ist, gleich $V - x$. Erhebt man die Röhre, bis das Volumen der abgesperrten Luft gleichfalls um v zugenommen hat, so haben wir

$$\frac{V-x+v}{V-x} = \frac{H}{H-h'}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

wenn h' die diesem Falle entsprechende Hebung der Quecksilbersäule in der Röhre ist. Aus 2) kann man aber x berechnen, da V schon durch die Gleichung 1) ermittelt worden ist.

Fig. 212.



$\frac{2}{5}$

Das Volumenometer von Kopp ist Fig. 212 ungefähr in 0,4 der natürlichen Größe dargestellt. Die cylindrische Glasröhre ii ist oben und unten durch Kork luftdicht verschlossen; unten aber steht ii durch ein gebogenes engeres Röhrchen mit dem Glascylinder k, oben durch ein Glasrohr mit dem Glasgefäß rr in Verbindung. Durch den oberen Verschluß des Cylinders i geht noch ein verticales engeres Glasrohr s hindurch, welches, unten und oben offen, fast bis auf den Boden des Cylinders i hinabreicht.

Der obere etwas breite Rand des Glascylinders r ist sorgfältig plan abgeschliffen, so daß man mit Hülfe von etwas Fett eine Glasplatte luftdicht aufsetzen kann, welche dann noch durch eine Schraube o fester aufgedrückt wird.

Der untere Theil von i und k ist mit Quecksilber gefüllt, wie es unsere Figur zeigt. In der Röhre k aber sitzt auf dem Quecksilber ein Lederkolben auf,

welcher zwar nicht absolut luftdicht, aber doch quecksilberdicht schließt. Wird dieser Kolben in die Höhe gezogen, so geht das Quecksilber aus *i* nach *k* hinüber, das untere Ende *c* der Steigröhre *s* wird frei und es wird sich alsdann der obere Theil von *i* und das mit demselben in Verbindung stehende Gefäß *r* mit Luft von atmosphärischer Dichtigkeit füllen.

Sobald aber nun der Kolben in *k* niedergedrückt und dadurch das Quecksilber nach *i* getrieben wird, kommt auch das untere Ende des Steigrohrs *s* wieder unter den Quecksilberspiegel, es ist also dadurch ein gewisses Quantum Luft in *i* und *r* abgesperrt, welche durch ferneres Niederdrücken des Kolbens in *k* mehr und mehr comprimirt wird. Hat man den Kolben in *k* niedergedrückt, bis der Quecksilberspiegel in *i* eben die Spitze *a* berührt, welche ähnlich wie beim Fortin'schen Barometer von dem oberen Verschluß der Röhre *i* hinabreicht, so ist die abgesperrte Luft bis zu einem gewissen Grade comprimirt und die Größe dieser Compression ergiebt sich aus der Höhe, bis zu welcher sich das Quecksilber im Steigrohre *s* erhebt.

Hätte man vor Auflegen der Glasplatte *n* irgend einen Körper in den Cylinder *r* hineingelegt und dann dieselbe Operation wiederholt, so wäre, wenn das Quecksilber bei *c* steht, weniger Luft abgesperrt als vorher, und wenn nun das Quecksilber wieder bis *a* in die Höhe gepreßt wird, so ist diese geringere Luftmenge um dieselbe absolute Größe, nämlich um den Raum zwischen *c* und *a*, comprimirt worden; die abgesperrte Luft ist also jetzt stärker comprimirt als beim vorigen Versuche, in die Steigröhre muß also auch jetzt eine höhere Quecksilbersäule gehoben werden als vorher.

Da die Höhe der Quecksilbersäule, welche in der Steigröhre gehoben wird, von dem Volumen des Körpers abhängt, welchen man in den Cylinder *r* hineinlegt, so läßt sich auch aus der Höhe der gehobenen Quecksilbersäule das Volumen dieses Körpers ermitteln, wenn man alle hier influirenden Umstände gehörig in Rechnung bringt.

Wenn man pulverförmige oder flüssige Körper in den Cylinder *r* bringen will, so müssen sie in irgend einem Gefäße, welches man herausnehmen und hineinsetzen kann, enthalten sein; man wählt dazu am besten ein Gefäß von Platin oder irgend einem anderen nicht oxydirbaren Metalle, welches ungefähr die Gestalt von *r* selbst hat und auch nicht viel kleiner ist. Um das Volumen dieses Gefäßes nicht in Rechnung bringen zu müssen, wollen wir es als einen integrirenden Theil des Instrumentes ansehen.

Um vermittelst dieses Apparates leicht das Volumen der in den Cylinder *r* gebrachten Körper finden zu können, muß man das Volumen der Luft kennen, welches abgesperrt ist, wenn das Quecksilber eben bei *c* steht und sich in *r* das leere Platingefäß befindet; — dieses Volumen sei z. B. 15,07 Cubikcentimeter. Ferner muß das Volumen zwischen *c* und *a* bekannt sein, um welches die Luft comprimirt wird; es sei 2,5 Cubikcentimeter.

Will man nun das Volumen irgend eines Körpers bestimmen, so hat man ihn in das Platingefäß zu legen und in *r* zu bringen, dann den Kolben von seiner höchsten Stellung aus niederzudrücken. In dem Moment, in welchem

die Oeffnung c durch das Quecksilber verschlossen wird, ist nun ein Luftquantum x abgesperrt; drückt man den Kolben weiter nieder, bis das Quecksilber mit a in Berührung kommt, so ist das Luftvolumen x auf $x - 2{,}5$ C.-C. comprimirt. Die dadurch in der Steigröhre gehobene Quecksilbersäule sei nun z. B. 90 Linien hoch, während der Barometerstand 336''' ist, so hat offenbar jetzt die comprimirte Luft einen Druck von $336 + 90 = 426'''$ auszuhalten, sie ist also im Verhältniß von 426 zu 336 comprimirt worden, und daraus ergiebt sich $426 : 336 = x : x - 2{,}5$, und aus dieser Gleichung findet man $x = 11{,}72$.

Nun weiß man aber, daß, wenn das Platingefäß leer wäre und das Quecksilber bei c stände, das abgesperrte Luftvolumen 15,07 C.-C. betragen würde, folglich ist das Volumen des fraglichen Körpers $15{,}07 - 11{,}72 = 3{,}35$ Cubikcentimeter.

Setzen wir allgemein den Barometerstand gleich B, die in der Steigröhre beobachtete Quecksilberhöhe gleich h, das Volumen zwischen a und c gleich v, und setzen wir diese allgemeinen Werthe an die Stelle der entsprechenden Zahlenwerthe obiger Proportion, so ist

$$B + h : B = x : x - v \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

und aus dieser Proportion läßt sich x bestimmen. Ist aber x gefunden, so berechnet man leicht das Volumen R des fraglichen Körpers, denn es ist

$$R = V - x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

wo V das Volumen bezeichnet, welches abgesperrt ist, wenn sich in r nur das leere Platingefäß befindet und das Quecksilber eben die Oeffnung c verschließt; der Werth von V war in unserem speciellen Falle 15,07.

Die Werthe von V und v sind für ein und dasselbe Instrument constante Größen, welche aber natürlich von einem Instrumente zum anderen variiren. Sie müssen für jedes Instrument mit möglichster Sorgfalt bestimmt werden.

Um die Constanten V und v zu bestimmen, verfährt man folgendermaßen. Man setzt das Platingefäß leer ein, treibt das Quecksilber bis a und beobachtet die Höhe der Quecksilbersäule in der Steigröhre. Sie betrage z. B. 65,5''', während der Barometerstand 366''' war, so hat man offenbar

$$v : V = 65{,}5 : 431{,}5.$$

Jetzt füllt man eine bestimmte Menge Wasser, etwa 4 Gramme, welche gerade 4 C.-C. einnehmen, in das Platingefäß und wiederholt denselben Versuch. Natürlich ist jetzt die Quecksilbersäule in der Steigröhre höher; sie sei 95,5''', so hat man

$$v : V - 4 = 95{,}5 : 431{,}3;$$

aus den beiden Proportionen ergiebt sich v und V. Wenn man die Rechnung ausführt, findet man die Werthe der Constanten, so wie wir sie wirklich bei obigen Rechnungen zu Grunde legten.

Es hat wohl keine Schwierigkeit, nach diesem Beispiele den Werth von V und v zu berechnen, wenn man für den Barometerstand und die beiden Höhen der Säulen in der Steigröhre andere Werthe beobachtet hätte.

Eine zweite Drahtspitze b dient zu Controlversuchen. An der Steigröhre

sind zwei Scalen angebracht, der Nullpunkt der einen ist *a*, der der anderen aber *b*. Die Höhe der Steigröhre beträgt etwa 16 Zoll.

Für solche Substanzen, welche bei höherem Drucke eine größere Quantität Luft absorbiren, wie dies z. B. bei der Kohle der Fall ist, läßt sich natürlich auch dieses Instrument nicht anwenden.

Hat man mit Hülfe des Kopp'schen Volumenometers das Volumen und durch die Wage das absolute Gewicht des zu untersuchenden Körpers bestimmt, so ist sein specifisches Gewicht leicht zu berechnen.

Die folgende Tabelle enthält das specifische Gewicht einiger Körper, wie es Kopp mit Hülfe seines Instrumentes bestimmte.

Körper.	Specif. Gewicht.	Körper.	Specif. Gewicht.
Bimsstein (gepulvert) . .	2,15	Holzfaser von Lindenholz . . .	1,13
Asche von Buchenholz . .	2,85	Holzfaser von Tannenholz . . .	1,16
Stärkemehl	1,56	Holzfaser von Nußbaumholz . . .	1,17
Flachs	1,45	Holzfaser von Birnbaumholz . .	1,23
Seide (rohe Coconfäden) .	1,56	Holzfaser von Eichenholz . . .	1,27
Baumwolle	1,27	Holzfaser von Buchenholz . . .	1,29

Um das specifische Gewicht der Holzfaser zu erhalten, war das Holz fein geraspelt und gut getrocknet worden. Man sieht hier, daß das specifische Gewicht der Holzfaser weit größer ist als das eines massiven Holzstücks, daß also das Holzstück ein Aggregat von Holzfaser und Luft ist.

Regnault's Volumenometer ist Fig. 213 bis 216 (a. f. S.) abgebildet. *A* ist ein Glasballon von ungefähr 300 Cubikcentimeter Inhalt. Der Hals desselben trägt eine Metallplatte, welche erlaubt, den Ballon mit Hülfe von vier Schrauben durch Zwischenlegen eines gefetteten Leders (noch besser einer Platte von vulkanisirtem Kautschuk) an den manometrischen Apparat luftdicht zu befestigen.

Von *A* führt nun eine Röhre direct in die Höhe; sie kann durch den Hahn *s* abgesperrt werden, eine andere führt zu der verticalen 14 Millimeter weiten Röhre *ab*, welche nahe an ihrem oberen Ende zu einer Kugel *B* erweitert ist. Auf dieser Röhre ist ein Merkstrich bei *m* und einer bei *p* gemacht; unten ist sie in eine eiserne Fassung eingekittet und kann mittelst des Hahnes *r* entweder nach unten geöffnet, oder mit der Röhre *cd* in Verbindung gesetzt werden, wie es die Figuren 215 und 216 erläutern.

Das Volumen *v* der Röhre *ab* zwischen *m* und *p* wird dadurch ermittelt, daß man bei geöffnetem Hahn *s* durch die Röhre *cd* Quecksilber eingießt, bis es bei *m* steht, und dann durch den Hahn *r* ausfließen läßt, bis es auf *p* gesunken ist. Die ausgeflossene Quecksilbermenge wird gemessen.

Auf ähnliche Weise wird das Volumen *V* der Kugel *A* und der Röhren-

verbindung zwischen A und m ermittelt, indem man das Volumen des Quecksilbers mißt, welches diesen Raum füllt.

Fig. 213.

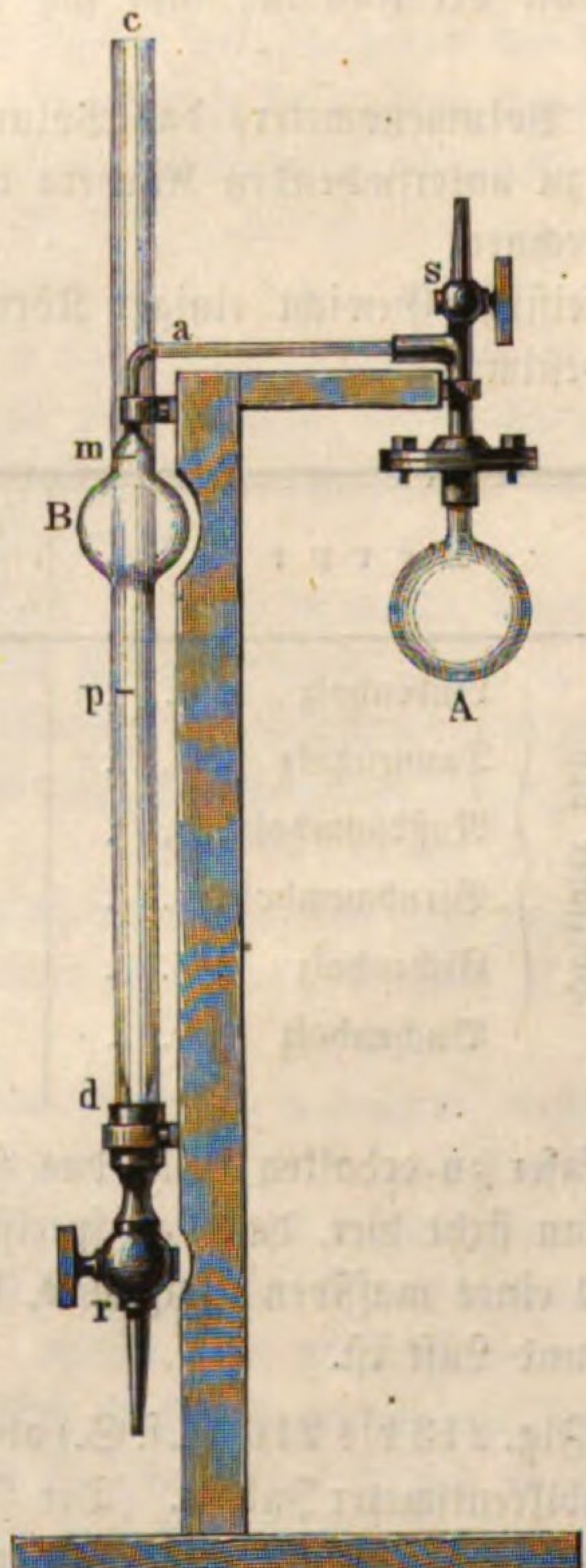


Fig. 214.

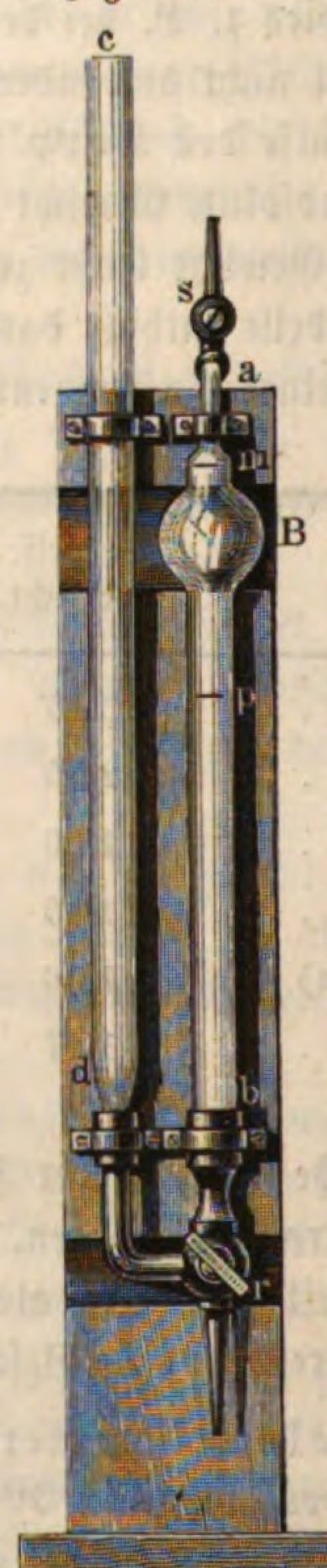


Fig. 215.

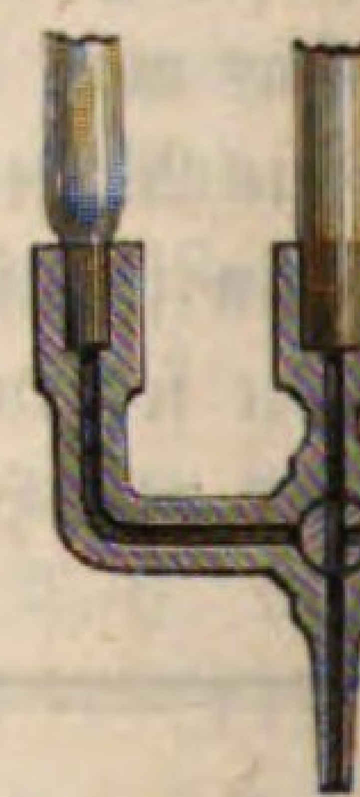
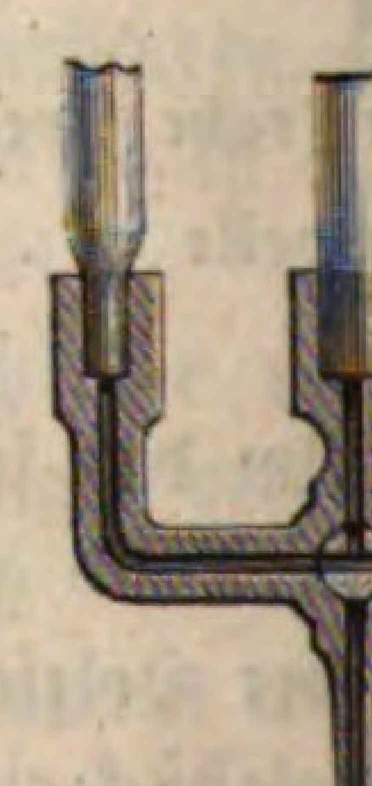


Fig. 216.



Ist nun V, v und außerdem noch die Höhendifferenz h zwischen m und p ein- für allemal ermittelt, so ist es leicht, mit diesem Instrumente das Volumen pulverförmiger Körper zu ermitteln.

Erst wird die Kugel A leer und dann ungefähr bis zur Hälfte mit dem zu untersuchenden Pulver gefüllt gewogen, um das absolute Gewicht der Substanz zu erhalten. Nach dieser Wägung wird A angeschraubt; bei geöffnetem Hahne s die Röhre ab bis m mit Quecksilber gefüllt und dann s geschlossen. Die abgesperrte Luft hat jetzt das Volumen $V - x$, wenn x das Volumen des Pulvers bezeichnet; sie steht unter dem Drucke der Atmosphäre, den wir mit H bezeichnen wollen.

Nun läßt man, während s geschlossen bleibt, durch r Quecksilber auslaufen, bis es zum Merkstrich p gesunken ist. Jetzt hat die abgesperrte Luft das Volumen $V - x + v$ und sie steht unter dem Drucke $H - h$, wir haben also

$$\frac{V - x + v}{V - x} = \frac{H}{H - h}$$

woraus

$$x = V - \frac{v\,(H - h)}{h}.$$

Die Luftpumpe. Zu den unentbehrlichsten und wichtigsten Instrumenten des Physikers gehört die Luftpumpe, welche seit ihrer Erfindung durch Otto von Guericke mancherlei Veränderungen und Verbesserungen erfahren hat. Wir wollen sie zunächst in einer möglichst einfachen Gestalt kennen lernen. 79

Fig. 217 (a. f. S.) stellt eine sogenannte Handluftpumpe dar, wie sie gewöhnlich in chemischen Laboratorien gebraucht wird. CC ist der Stiefel, d. h. ein hohler Messingcylinder, in welchem ein luftdicht schließender Kolben A auf und ab bewegt werden kann.

Von dem Boden des Cylinders führt ein verticaler Canal herab bis zu dem horizontalen Rohre s, welches durch ein Glasrohr t mit Hülfe von Kautschukröhrchen mit dem Recipienten g, d. h. mit dem Raume in Verbindung gesetzt werden kann, aus welchem man die Luft entfernen will. Die Glasröhre t verbindet nämlich die Messingröhren s und p, von welchen letztere zu dem verticalen Canale ab führt, der oben in der Mitte des eben abgeschliffenen Tellers dd mündet. Auf diesen Teller wird dann die Glasglocke g aufgesetzt, deren unterer Rand ebenfalls eben abgeschliffen ist, und der des besseren Schlusses wegen mit Talg oder Schweinefett bestrichen wird.

Der Kolben A besteht aus verschiedenen Stücken, nämlich erstens einem zum Theil hohlen Messingstücke K, welches von einer Lederkappe umgeben ist, die fest an die Wände des Cylinders andrückt, und namentlich beim Aufziehen des Kolbens noch durch den von oben her wirkenden Luftdruck an dieselben gepreßt wird, und zweitens aus einem von unten her in K eingeschraubten Metallstücke L, welches in der Mitte durchbohrt ist und die Bodenplatte des Kolbens bildet.

Dieses Metallstück L ist nun oben mit einem Ventil versehen, welches dadurch gebildet wird, daß man ein Stück Schweinsblase so über dasselbe bindet, daß es die Oeffnung des verticalen Canals verschließt, und dann seitlich von dieser Oeffnung zwei Einschnitte anbringt, wie Fig. 218 zeigt, welche das fragliche Stück im Grund- und Aufriß darstellt.

Dieses Ventil wird fest auf die Oeffnung aufgepreßt, wenn der Luftdruck von oben her, es wird geöffnet, wenn er von unten her stärker ist.

Wird nun der am unteren Ende des Stiefels C aufsitzende Kolben A in die Höhe gezogen, so entsteht unter dem Kolben ein luftverdünnter Raum, und in Folge davon tritt ein Theil der in g befindlichen Luft in den Cylinder über. Wird nun, wenn der Kolben am oberen Ende des Cylinders C angekommen ist, der Hahn r geschlossen und so die Communication zwischen dem Stiefel C und dem Recipienten g unterbrochen, so kann beim Niederdrücken des Kolbens A die herübergesaugte Luft nicht wieder in den Recipienten zurückkehren, die Luft unter dem Kolben wird, da ihr kein Ausweg bleibt, allmälig so verdichtet, daß

sie einen stärkeren Druck ausübt als die äußere Luft, sie wird also das Kolbenventil heben und durch dasselbe entweichen.

Sobald der Kolben auf dem Boden des Stiefels angekommen ist, wird

Fig. 217.

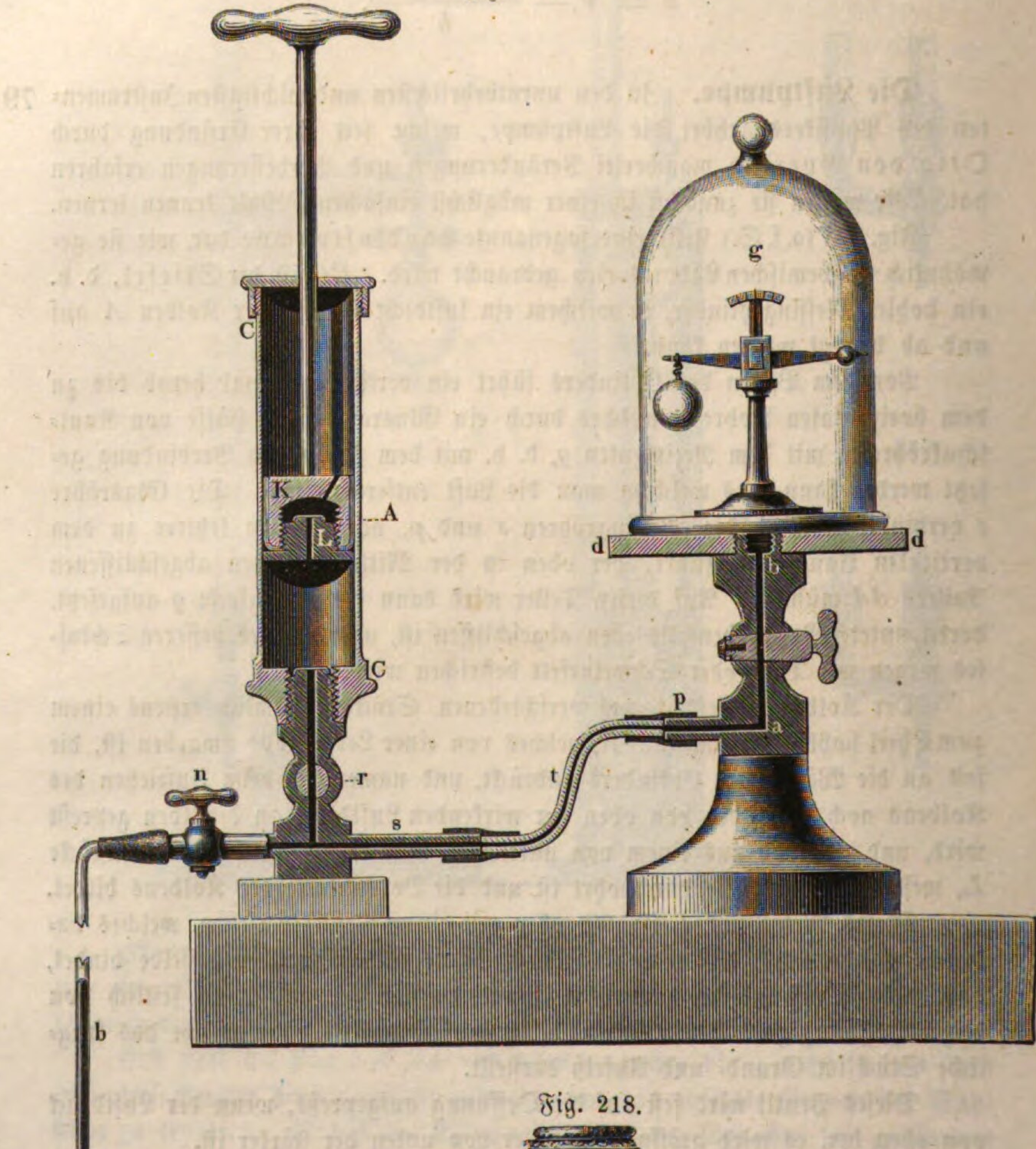


Fig. 218.



der Hahn *r* wieder geöffnet und dann durch Wiederholung derselben Operation von Neuem eine Portion Luft aus dem Recipienten *g* fortgeschafft.

Da das beständige Oeffnen und Schließen des Hahnes *r* lästig ist, so hat man die centrale Oeffnung im Boden des Cylinders mit einem ähnlichen Ventil versehen, wie das ist, welches sich im Kolben befindet. Dieses untere Ventil öffnet sich beim Aufziehen und schließt sich beim Niederdrücken des Kolbens.

In unserer Figur sehen wir unter der Glocke der Luftpumpe einen Apparat stehen, welcher erst später, und zwar in demjenigen Paragraphen besprochen werden wird, welcher vom Luftballon handelt.

Den Grad der Luftverdünnung, welchen man durch Auspumpen hervorgebracht hat, kann man durch eine sogenannte Barometerprobe messen. Für die kleinen Handluftpumpen ist die Barometerprobe so eingerichtet, wie Fig. 217 zeigt. Eine etwa 30 Zoll lange Glasröhre *b* taucht mit ihrem unteren Ende in ein Gefäß voll Quecksilber; oben ist sie umgebogen und mittelst eines Kautschukröhrchens an die Pumpe befestigt. Wenn der Hahn *n* geöffnet ist, so steigt das Quecksilber in die Röhre, und zwar um so höher, je weiter die Verdünnung getrieben wird. Wenn es möglich wäre, einen ganz luftleeren Raum durch die Luftpumpe zu erzeugen, so würde die Höhe der im Rohre *b* gehobenen Quecksilbersäule der Barometerhöhe gleich sein.

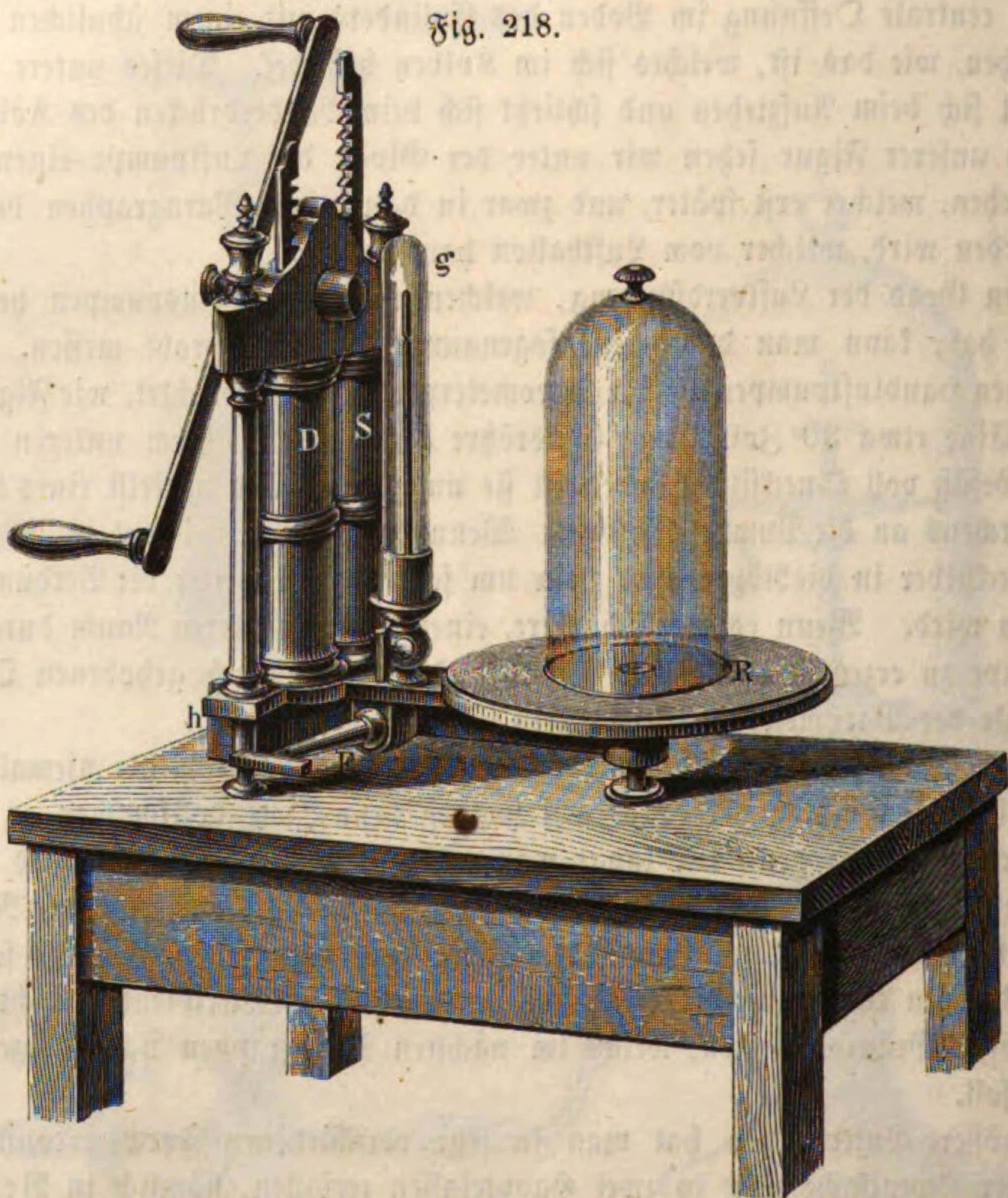
Man begreift leicht, daß mit einem derartigen Instrumente niemals ein absolut luftleerer Raum hervorgebracht werden kann, wie vollkommen es auch construirt sein mag; denn wie lange man auch fortpumpen mag, so wird durch jeden neuen Kolbenzug die im Recipienten befindliche Luft doch nur von Neuem verdünnt und nie vollständig entfernt. Aber auch durch noch so lange fortgesetztes Pumpen kann man die Verdünnung der Luft im Recipienten nicht über eine gewisse Gränze bringen, welche im nächsten Paragraphen näher bezeichnet werden soll.

Größere Luftpumpen hat man in sehr verschiedenen Formen construirt, welche der Hauptsache nach in zwei Hauptclassen zerfallen, nämlich in Ventilluftpumpen und Hahnluftpumpen. Bei den ersteren wird die Unterbrechung und Wiederherstellung der Communication des Stiefels mit dem Recipienten durch ein Ventil bewerkstelligt, bei den letzteren geschieht dieses durch einen Hahn.

Bei größeren Luftpumpen, seien es nun Hahn- oder Ventilluftpumpen, sind gewöhnlich zwei Stiefel angebracht, um schneller evacuiren zu können.

80 **Die zweistiefelige Ventilluftpumpe.** Fig. 218 stellt eine zweistiefelige Ventilluftpumpe von der Seite gesehen, Fig. 219 stellt die vordere Ansicht desselben Instrumentes dar. Die innere Einrichtung einer solchen Luft-

Fig. 218.



pumpe erkennt man aus dem Grundriß, Fig. 220, und dem Durchschnitte, Fig. 221, für welchen zu bemerken ist, daß die Durchschnittsebene für den vorderen Theil des Instrumentes durch die Mitte des Stiefels *D*, für den hinteren Theil durch die Mitte des ganzen Instrumentes geht.

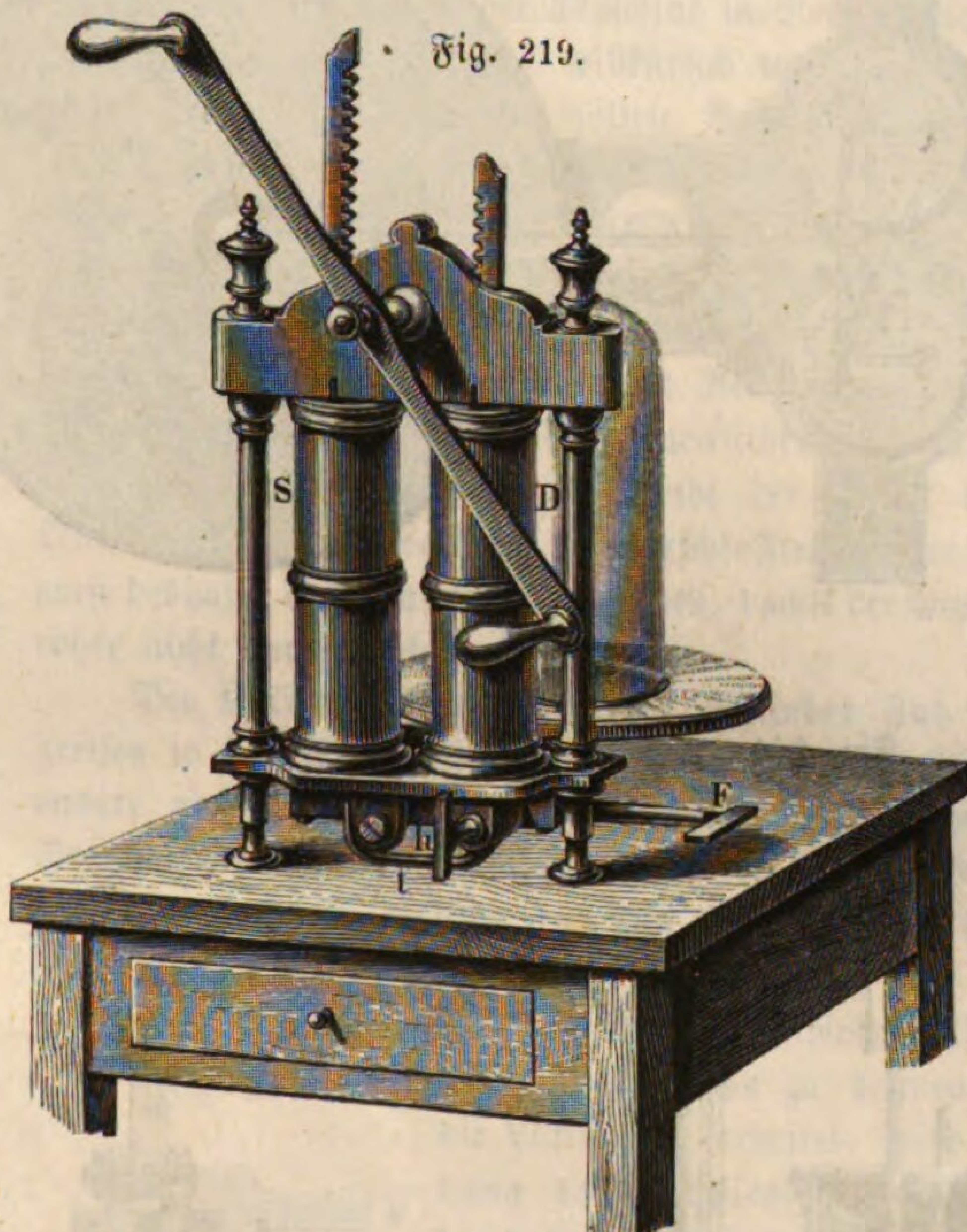
Im Kolben *B*, dessen Einrichtung aus Fig. 222 deutlicher ersehen werden kann, ist ein Ventil angebracht, welches sich durch einen Druck von unten öffnet, durch einen Druck von oben aber geschlossen wird.

Die Stange *ca*, Fig. 221, bildet das Bodenventil. Wenn der Kolben gehoben wird, so wird die ganze Stange gehoben, bald aber stößt der Absatz *c* an die obere Platte des Cylinders, und der Kolben bewegt sich nun mit einiger Reibung längs der ganzen Stange hin. Sobald der Kolben niedergeht, wird der abgestumpfte Kegel *a* in die unter ihm befindliche conische Oeffnung gedrückt, so daß die obere Fläche dieses Kegels mit dem Boden des Cylinders in eine Ebene zusammenfällt und der Kolben sich also vollkommen auf diesen Boden aufsetzen kann.

Dieselbe Einrichtung hat auch der Kolben im anderen Stiefel *S*.

Die in dem Kolben der eben beschriebenen Luftpumpe angebrachten Ventile sind allerdings schwer zugänglich, so daß ein Reinigen desselben immer ein

Fig. 219.



theilweises Auseinandernehmen der Luftpumpe erfordert. Ekling in Wien hat diesem Uebelstande auf folgende Weise abzuhelfen gesucht: er läßt den Kolben massiv und bringt dagegen ein Ventil außerhalb des Stiefels an, zu welchem dann ein Canal von der Bodenplatte aus führt. Dieses Ventil öffnet sich, wenn beim Niedergange des Kolbens die im unteren Theile des Cylinders befindliche Luft comprimirt wird, und nun durch den besprochenen Canal hindurch gegen die untere Fläche des Ventils drückt, um endlich durch dasselbe zu entweichen. Beim Aufziehen des Kolbens schließt sich dies Ventil natürlich wieder.

Die Mitte des Tellers *R*, welcher zum Aufsetzen von Glasglocken dient, bildet eine Schraube, auf welche man Ballons u. s. w. aufschrauben kann. Von hier führt ein Canal bis *d*, wo er sich in zwei Arme theilt, von welchen der eine zum Boden des Cylinders *D*, der andere zum Boden des Cylinders *S* führt.

Derjenige Cylinder, in welchem der Kolben gerade aufsteigt, saugt Luft aus dem Recipienten, während in dem anderen Stiefel, in welchem der Kolben gleichzeitig niedergeht, die vorher aus dem Recipienten gesaugte Luft durch das Kolbenventil entweicht.

Fig. 220.

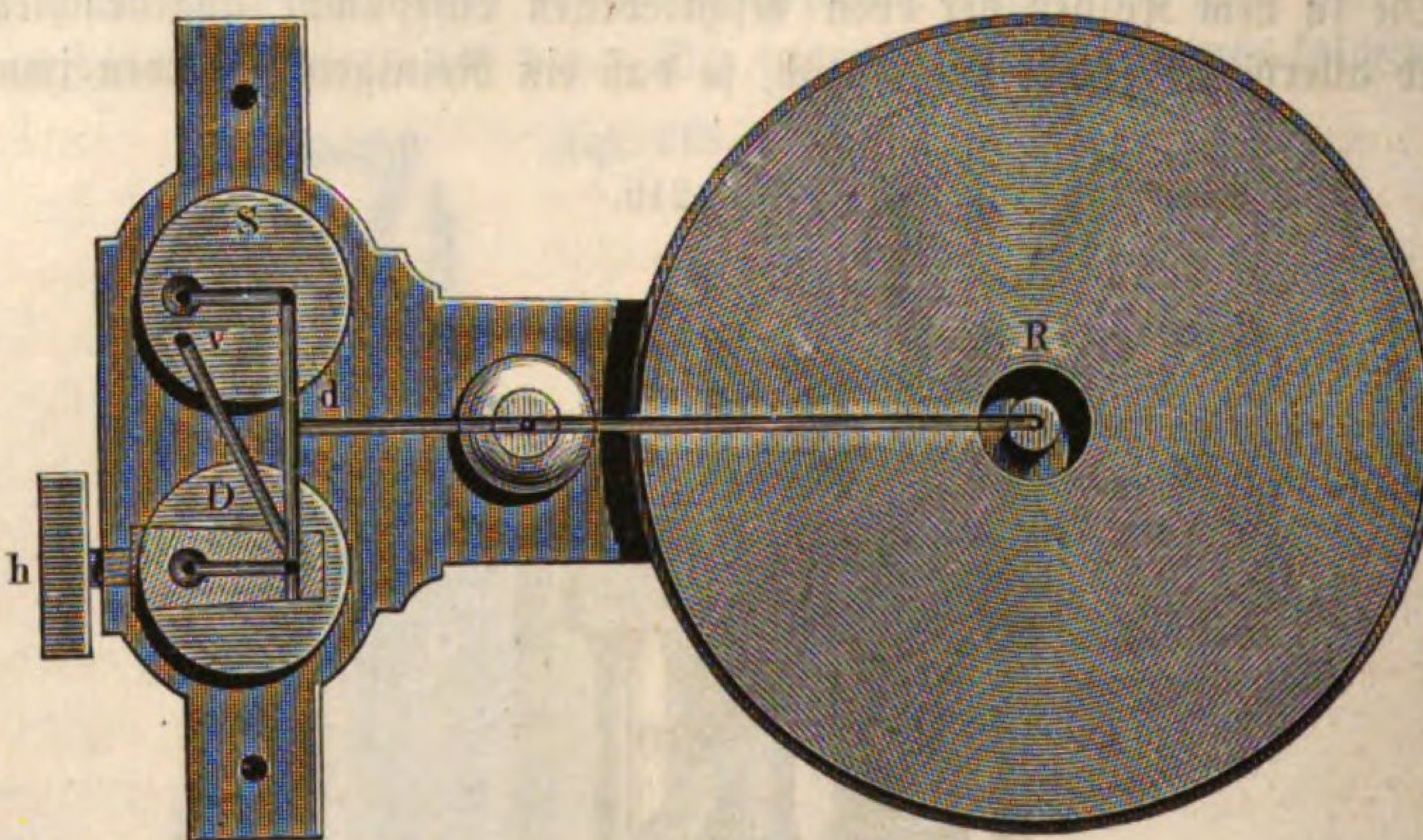


Fig. 221.

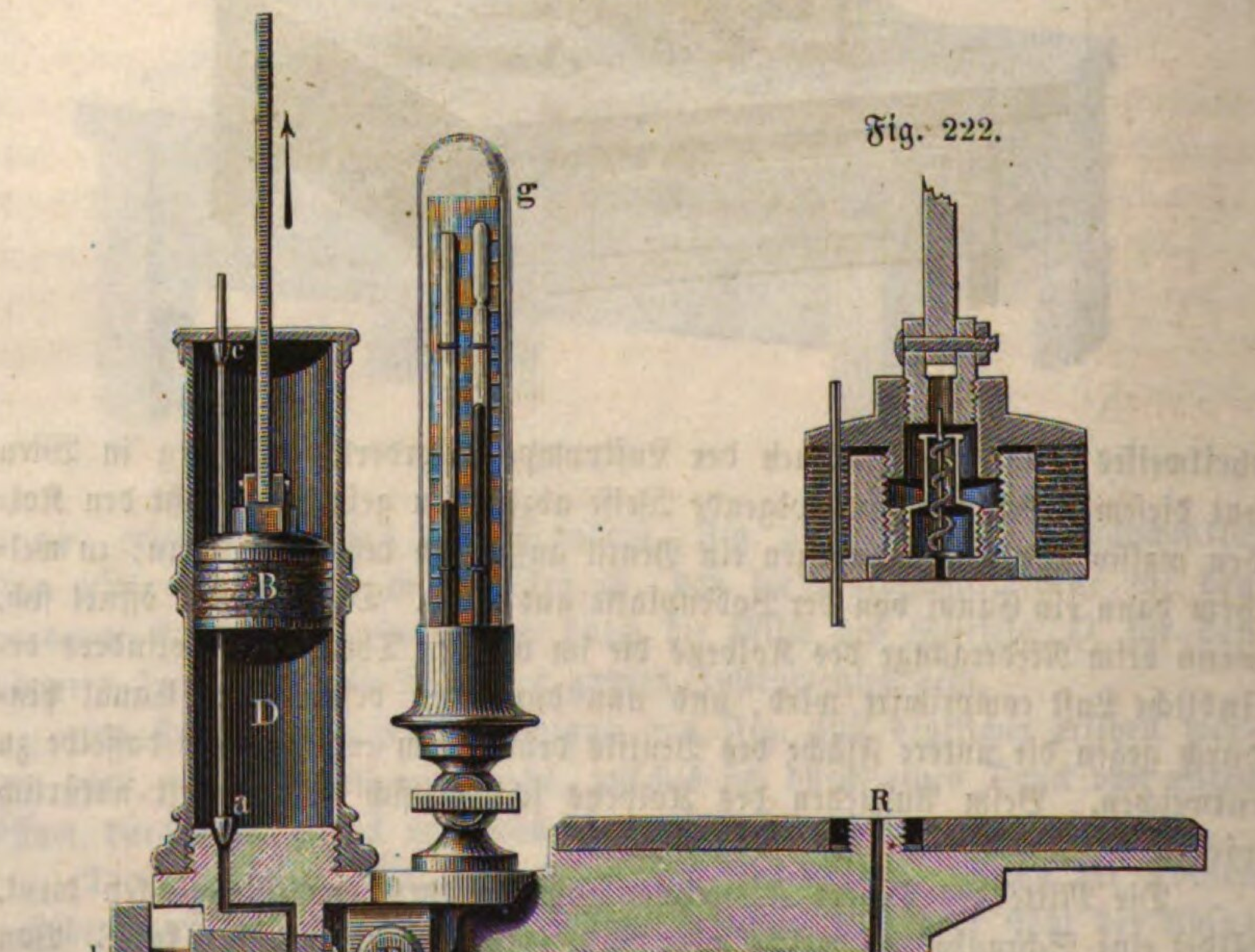


Fig. 222.

Bei diesen Luftpumpen ist die Barometerprobe in der Regel von etwas anderer Einrichtung als die vorher erwähnte. Gewöhnlich ist sie ein abgekürztes Barometer, welches in eine lange, enge Glocke *g*, Fig. 218 und 221, eingeschlossen ist, die mit dem Canal der Maschine in Verbindung steht. Diese Verbindung kann mittelst eines Hahnes willkürlich unterbrochen und wieder hergestellt werden. Fig. 223 stellt eine isolirte Barometerprobe von 7 Zoll Länge dar.

Fig. 223.

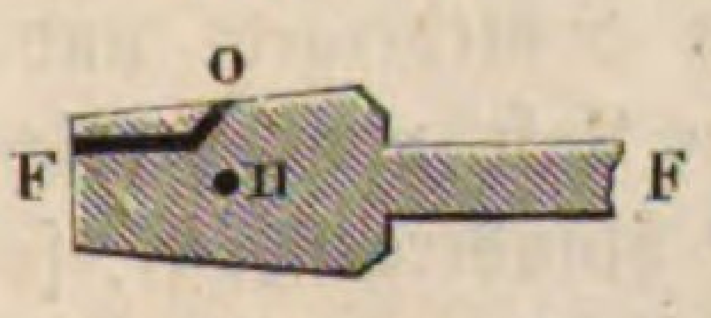


Das Quecksilber füllt den zugeschmolzenen Schenkel ganz aus und beginnt erst zu sinken, wenn der auf den offenen Schenkel wirkende Luftdruck bis auf $1/4$ Atmosphärendruck reducirt ist. Ist dieser Grad von Verdünnung erreicht, so giebt die Barometerprobe stets den Druck der Luft im Recipienten an, welcher der Differenz im Stande der beiden Quecksilberkuppen gleich ist. Sobald man wieder Luft zuläßt, treibt der Druck derselben das Quecksilber mit Gewalt in die verschlossene Röhre zurück; man muß deshalb das Einströmen mäßigen, damit der Gipfel der Glasröhre nicht durchgeschlagen wird.

Die Kolbenstangen der beiden Cylinder sind gezahnt und greifen in dasselbe Getriebe ein; wenn die eine steigt, geht die andere nieder, und diese alternirende Bewegung wird durch die Drehung einer Kurbel in alternirender Richtung hervorgebracht.

Der Hahn *F*, welcher Fig. 224 für sich allein dargestellt ist, dient dazu, um den Recipienten nach Belieben von den Stiefeln ganz absperren oder ihn auch mit der atmosphärischen Luft in Verbindung setzen zu können.

Fig. 224.



Während die Luftpumpe arbeitet, wird die Verbindung des Recipienten mit den Stiefeln durch den in unserer Figur zum Punkt verkürzten Canal *n* des Hahnes hergestellt. Dreht man den Hahn aus dieser Stellung durch eine Viertelumdrehung so, daß die Oeffnung *o* gerade auf den nach dem Recipienten führenden Canal stößt, so ist der Recipient mit der äußeren Luft in Verbindung; wenn aber *o* gegen die Stiefel gekehrt wird, so ist der Recipient vollständig abgesperrt.

Wie vollkommen man auch alle Theile der Luftpumpe ausarbeiten mag, so ist es doch nicht möglich, den Kolben so zu machen, daß, wenn er auf dem Boden des Stiefels sitzt, sich nun gar kein Raum mehr zwischen dem Kolben und dem Stiefelboden befände. Ja, selbst wenn der Kolben absolut genau auf den Boden paßte, so ist noch ein namhafter Raum unmittelbar unter der unteren Fläche des Kolbenventils. Wenn nun beim Niedergange des Kolbens das Kolbenventil sich hebt, um die zusammengepreßte Luft entweichen zu lassen, so bleibt immer noch in dem erwähnten schädlichen Raume etwas Luft von der Dichtigkeit der Atmosphäre zurück. Denken wir uns nun für einen Augenblick während des Aufsteigens des Stiefels den Recipienten abgeschlossen, so wird sich die Luft des schädlichen Raumes in dem ganzen Stiefelraume verbreiten, und ihre Dichtigkeit wird sich nun zur Dichtigkeit der atmosphärischen

Luft gerade so verhalten, wie das Volumen des schädlichen Raumes zum Volumen des ganzen Stiefels. Wenn nun die im Recipienten zurückgebliebene Luft auch schon bis zu diesem Grade verdünnt ist, so ist klar, daß durchaus keine Luft mehr aus dem Recipienten in den Stiefel übergehen kann, wenn auch eine Verbindung zwischen beiden besteht, und somit ist denn die Gränze der Luftverdünnung mittelst einer gewöhnlichen Luftpumpe gegeben. Hat man einmal diesen Punkt erreicht, so ist alles fernere Pumpen nutzlos, die Barometerprobe bleibt stationär.

Staudinger in Gießen und Stöhrer in Leipzig haben bei ihren Handluftpumpen dadurch einen weit über die Wirkung gewöhnlicher Instrumente gehenden Effect erzielt, daß sie den Cylinder oben luftdicht schließen, die Kolbenstange durch eine Stopfbüchse gehen lassen und auf der oberen Endplatte des Stiefels ein Ventil anbringen, welches beim Aufziehen des Kolbens die Luft aus dem oberen Theile des Cylinders entweichen, beim Niedergehen des Kolbens aber keine Luft in den Cylinder eintreten läßt. Bei dieser Einrichtung befindet sich, wenn der Kolben unten ankommt, nur verdünnte Luft über dem Kolbenventil, der schädliche Raum kann sich also auch nur mit verdünnter Luft füllen.

Bei den zweistiefeligen Ventilluftpumpen, wie sie oben beschrieben sind, wird derselbe Vortheil durch den Babinet'schen Hahn erreicht.

Das Wesentliche dieser Einrichtung besteht darin, daß, wenn ein gewisser Grad von Verdünnung erreicht ist, die Verbindung des Stiefels D mit dem Recipienten abgesperrt, dagegen eine Verbindung des Stiefels S mit dem Stiefel D hergestellt wird. Nun kann nur noch der Stiefel S Luft aus dem Recipienten saugen; wenn aber der Kolben in S niedergeht und in D steigt, so wird die unter dem Kolben in S befindliche Luft nicht verdichtet, sondern sie wird ohne Verdichtung in den Cylinder D hinübergeschafft, so daß, wenn der Kolben in S auf dem Boden ankommt, sich im schädlichen Raume keine Luft von atmosphärischer Dichtigkeit, sondern nur eine sehr verdünnte Luft befindet.

Wenn nun der Kolben in S zu steigen, der in D niederzugehen beginnt, so wird die Communication zwischen den beiden Cylindern durch das Bodenventil in D unterbrochen und die in D unter dem Kolben befindliche Luft durch denselben entfernt.

Den angedeuteten Zweck erreicht Babinet durch den Hahn h, dessen Einrichtung aus Fig. 225 und 226 näher zu ersehen ist. Auf den Umfang des Hahnes führen drei Canäle; einer nach oben führt zum Cylinder D; einer nach unten führt durch ein Rohr t, welches in der vorderen Ansicht der Luftpumpe, Fig.

Fig. 225.

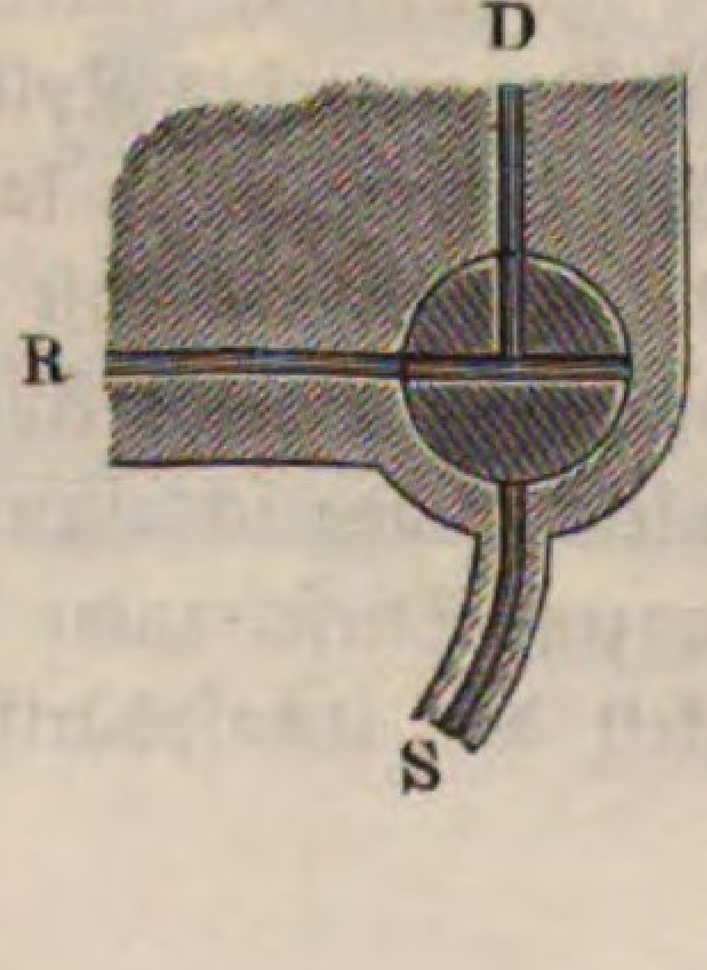
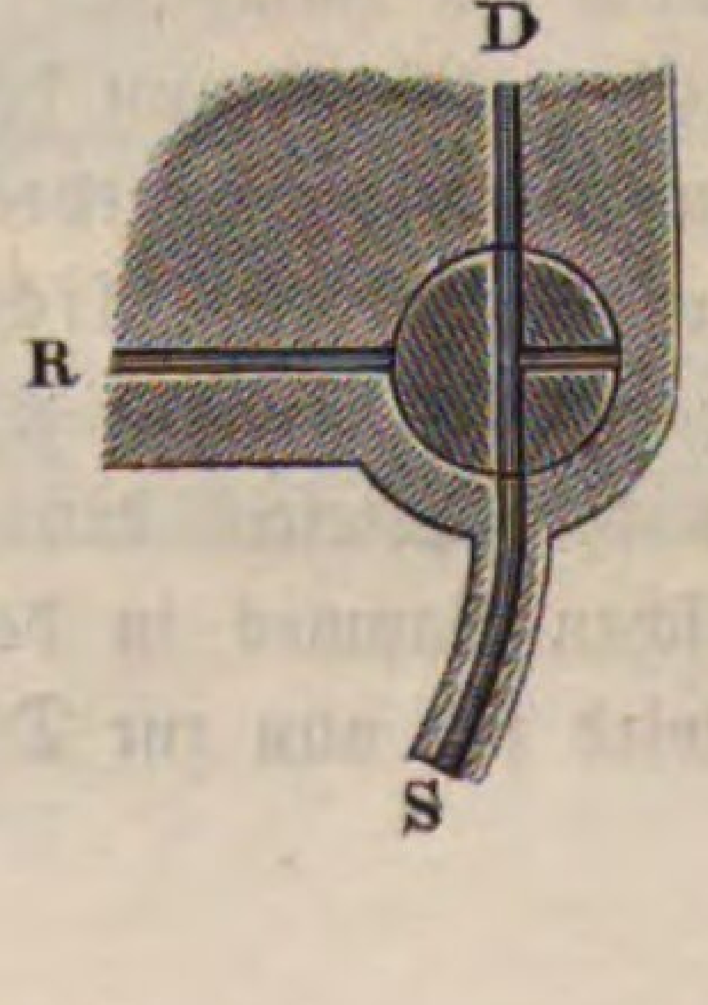


Fig. 226.



219, deutlich zu sehen ist, zum Boden des Stiefels *S*, wo es mit einer Oeffnung *v*, Fig. 220, mündet; der dritte vom Hahn nach links gehende Canal endlich führt zum Recipienten. So lange der Hahn die Stellung Fig. 225 behält, welcher auch Fig. 219 und 221 entspricht, sind beide Cylinder mit dem Recipienten in Verbindung und jeder Cylinder saugt aus dem Recipienten, wenn sein Kolben aufsteigt. Ist man auf diese Weise so weit gekommen, daß ein ferneres Pumpen die Barometerprobe nicht weiter fallen macht, so wird der Hahn *h* um eine Viertelumdrehung gedreht, so daß er in die Stellung Fig. 226 kommt. Jetzt ist, wie man sieht, die Verbindung zwischen *D* und *S*, d. h. die Verbindung zwischen beiden Stiefeln hergestellt, aber die Verbindung zwischen dem Stiefel *D* und dem Recipienten *R* unterbrochen. Nun wird bei weiterem Pumpen die Barometerprobe von Neuem sinken, bis eine neue weitere Gränze der Verdünnung erreicht ist. Mit Hülfe des Babinet'schen Hahnes läßt sich die Verdünnung so weit treiben, daß die Barometerprobe nur noch einen Luftdruck von 1 Millimeter anzeigt.

Zweistiefelige Hahnenluftpumpe. Während die im vorigen Paragraphen beschriebenen zweistiefeligen Ventilluftpumpen vorzugsweise in Paris 81
verfertigt werden, construiren die Berliner Mechaniker Hahnenluftpumpen von der Fig. 227 (a. f. S.) dargestellten Form, welche wohl auch ohne detaillirte Beschreibung verständlich sein wird, und zwar um so mehr, da alle Theile mit denselben Buchstaben bezeichnet sind, wie die entsprechenden Theile der zweistiefeligen Ventilluftpumpe. Von dem Recipienten führt ein Rohr *k*, welches in unserer Figur nur stellenweise sichtbar ist, zu einem Hahn *h*, welcher sich in der Bodenplatte zwischen den beiden Cylindern befindet; je nachdem dieser Hahn gestellt ist, wird durch ihn die Verbindung entweder des einen oder des anderen Stiefels mit dem Recipienten vermittelt, wie dies Fig. 228 und 229 erläutern.

Wenn der Hahn die Stellung Fig. 228 einnimmt, so ist durch ihn der Stiefel rechts (*D*) mit dem Recipienten in Verbindung, von dem Stiefel links (*S*) führt aber ein Canal in die äußere Luft, dies ist also die Stellung des Hahns, wenn der bei dieser Luftpumpe nicht mit einem Ventil versehene Kolben im Stiefel *D* gerade in die Höhe, der in *S* aber niedergeht.

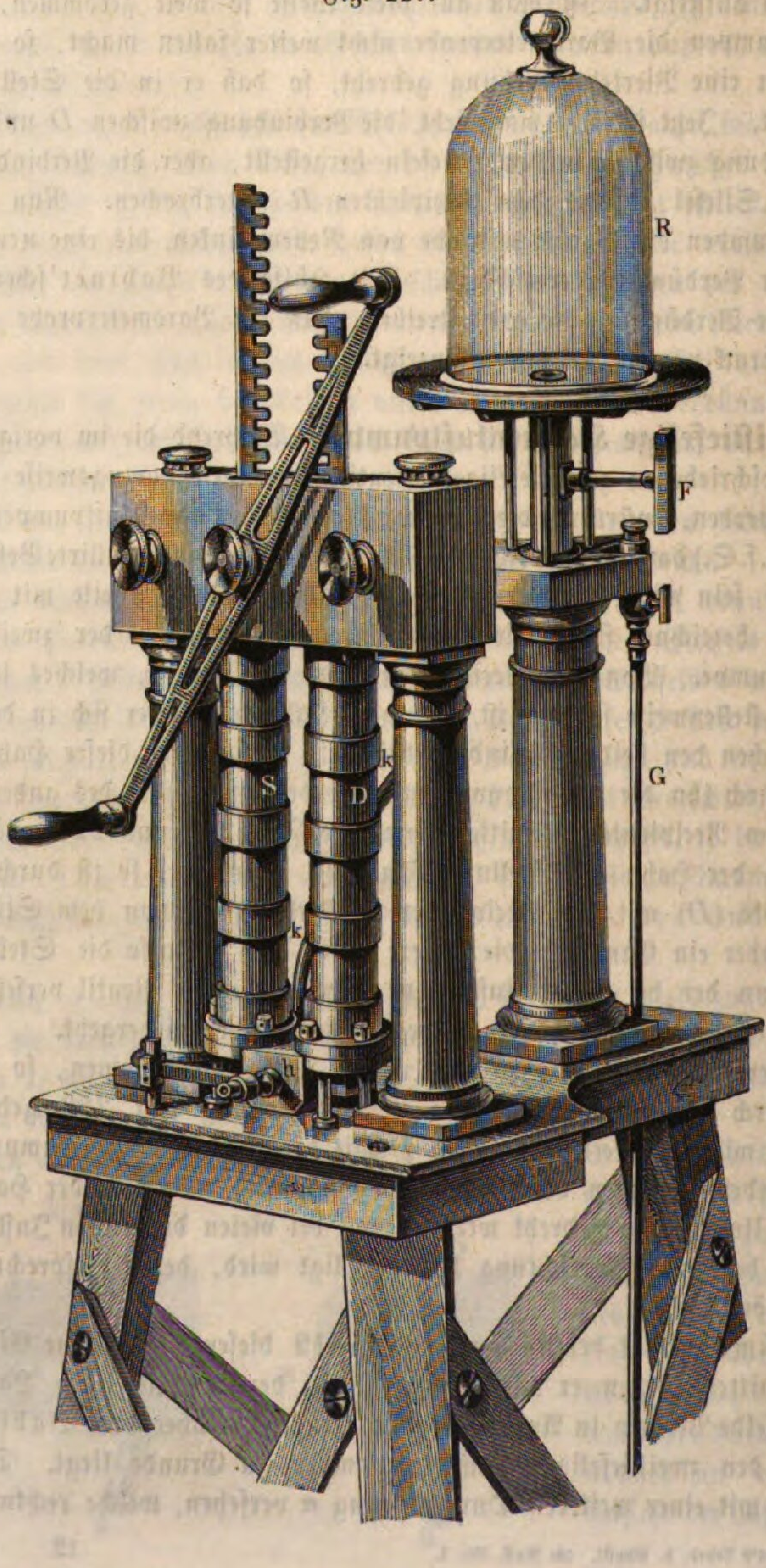
Ist der Kolben in *D* oben, der in *S* unten angekommen, so wird der Hahn *h* durch eine halbe Umdrehung in die Stellung Fig. 229 gebracht, so daß jetzt *S* mit dem Recipienten und *D* mit der äußeren Luft communicirt.

Bei jedem Umsetzen der Kolbenbewegung muß natürlich der Hahn *h* um eine halbe Umdrehung gedreht werden, was bei vielen derartigen Instrumenten durch eine besondere Vorrichtung bewerkstelligt wird, deren Besprechung nicht hierher gehört.

Graßmann hat bereits im Jahre 1819 diesem Hahn eine Einrichtung gegeben, mittelst deren er tauglich wird, bei der zweistiefeligen Hahnenluftpumpe dasselbe Princip in Anwendung zu bringen, welches dem Babinet'schen Hahn bei den zweistiefeligen Ventilluftpumpen zu Grunde liegt. Der Hahn ist nämlich mit einer weiteren Durchbohrung *n* versehen, welche rechtwinklig zu

der Ebene der bisher betrachteten Canäle steht. Wird nun der Hahn aus der Stellung Fig. 228 durch eine Viertelumdrehung in die Stellung Fig. 230 gebracht, so sind nun beide Cylinder mit einander verbunden, und beide sowohl vom Recipienten als auch von der äußeren Luft abgesperrt.

Fig. 227.



Nachdem nun durch die oben beschriebenen Manipulationen, bei welchen der Hahn abwechselnd aus der Stellung Fig. 228 in die Stellung Fig. 229

Fig. 228.

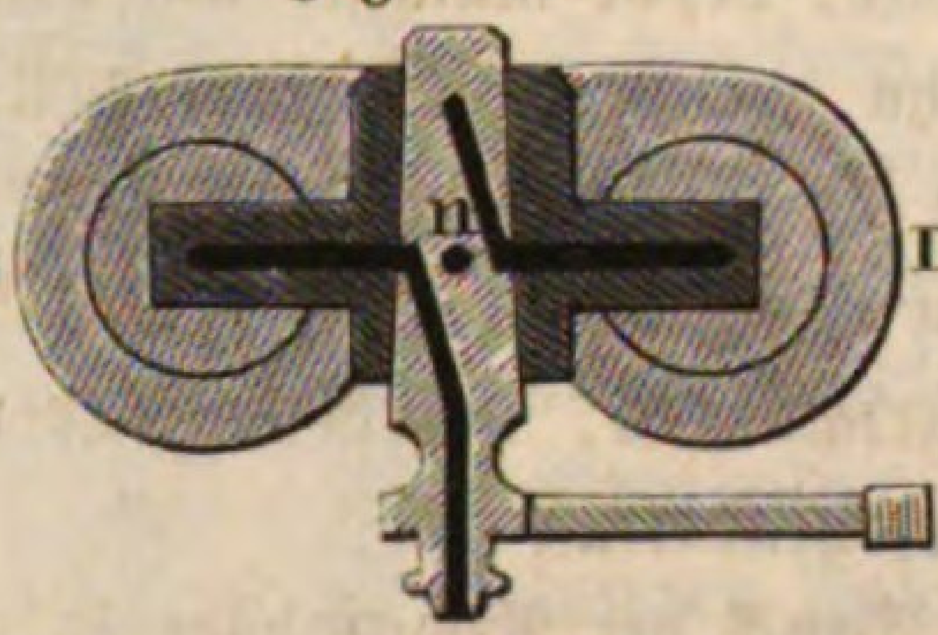
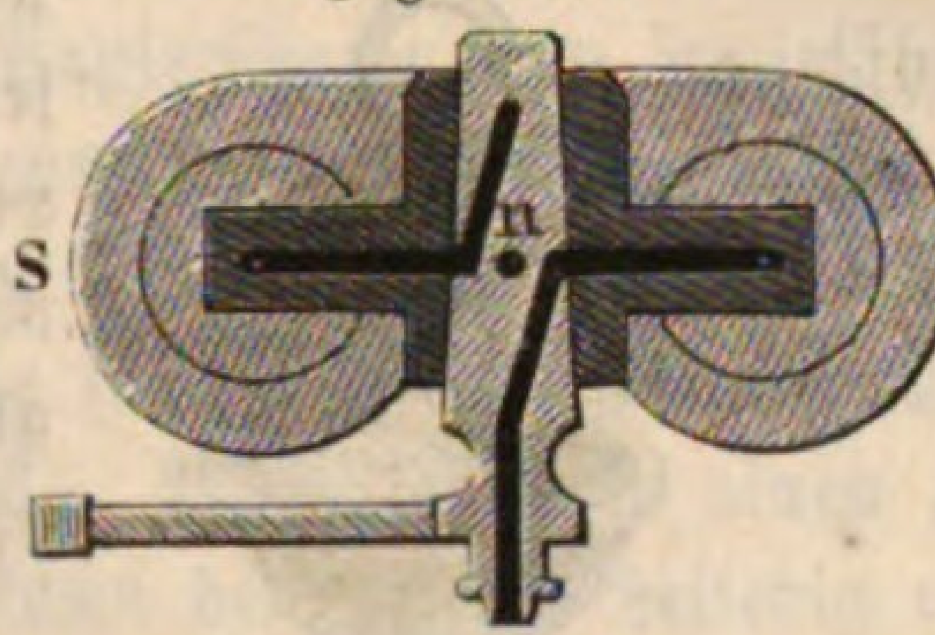
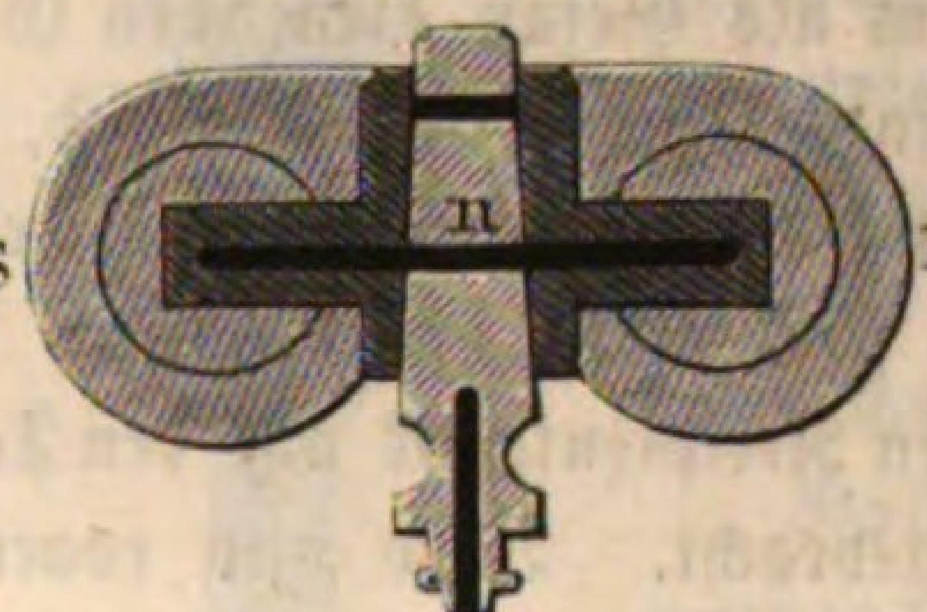


Fig. 229.



gebracht wird, die so mögliche Gränze der Verdünnung erreicht ist, wird von nun an, wenn der Cylinder *S* Luft aus dem Recipienten gesaugt hat, der Hahn aus der Stellung Fig. 229 in die Stellung Fig. 230 gebracht, und also beim Niedergange des Kolbens in *S* die unter demselben befindliche Luft in den Cylinder *D* geschafft, so daß, wenn nun der Kolben in *S* unten ankommt, sich nur bedeutend verdünnte Luft im schädlichen Raume befindet. Ehe nun das Aufziehen des Kolbens in *S* wieder beginnt, wird der Hahn wieder in die Stellung Fig. 229 gebracht u. s. w.

Fig. 230.



Gleichen Effect wie die zweistiefeligen geben auch die einstiefeligen doppelt wirkenden Luftpumpen, d. h. solche, bei welchen während der Kolben in die Höhe geht, die Luft aus dem Recipienten in den unteren, während er hinabgeht aber in den oberen Theil des Stiefels gesaugt wird. An solchen doppelt wirkenden Luftpumpen, welche übrigens weit weniger verbreitet sind, wie die zweistiefeligen, hat man in neuerer Zeit noch die Verbesserung angebracht, daß die auf- und abgehende Bewegung des Kolbens durch eine Kurbel vermittelt wird, deren mit einem Schwungrad versehene Axe stets in gleicher Richtung gedreht wird. Ein derartiges Instrument hatte Staudinger in Gießen auf der letzten Münchener Industrie-Ausstellung ausgestellt.

Die wichtigsten Luftpumpenversuche. Otto von Guericke machte mit seiner Maschine den merkwürdigen Versuch mit den Magdeburger Halbkugeln, welcher darin bestand, eine Hohlkugel von Metall, deren Hälften nur einfach auf einander gesetzt waren, luftleer zu machen (Fig. 231 a. f. S.). 82
Ehe die Luft ausgepumpt ist, sind die beiden Hälften leicht zu trennen, wenn aber im Inneren keine Luft mehr vorhanden ist, um dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht zu halten, so halten sie außerordentlich stark zusammen. Mag z. B. der Radius der Kugel nur 1 Decimeter sein, so beträgt der Querschnitt der Kugel 314 Quadratcentimeter, und demnach ist der äußere Druck welcher

die Hälften zusammenpreßt, mehr als 314^{k}. Um den Contact vollständiger zu machen, beschmiert man die Ränder der Halbkugeln, welche auf einander gesetzt werden, mit Fett, wie eine Glocke, bevor man sie auf den Teller setzt; ein Hahn, welcher während des Auspumpens geöffnet ist, wird, bevor man die zusammengedrückten Halbkugeln von der Luftpumpe abschraubt, geschlossen, um den Wiedereintritt der Luft zu verhindern.

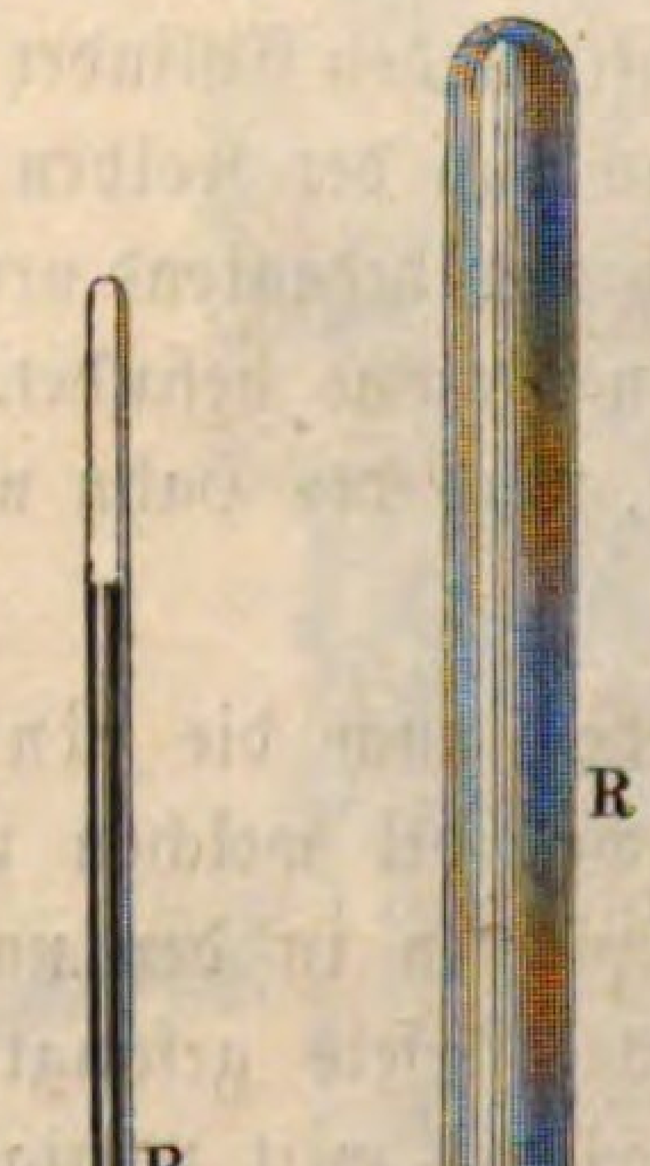
Fig. 233.



Fig. 231.



Fig. 232.



Daß der Druck der Atmosphäre es ist, welcher das Quecksilber ins Barometerrohr hinaufdrückt, läßt sich sehr schön mittelst der Luftpumpe zeigen. Ein Barometer *B*, Fig. 232, welches aus einer Toricelli'schen Röhre besteht, die in dem als Gefäß dienenden Gläschen *g* mittelst eines Korkes eingesteckt ist, der, um den Zutritt der Luft zu gestatten, mit einer Rinne versehen sein muß, wird unter dem langen und engen Recipienten *R* auf den Teller der Luftpumpe gebracht. Wird nun evacuirt, so wird der Druck vermindert, welcher auf dem Quecksilberspiegel im Gefäß *g* lastet, das Quecksilber in der Röhre sinkt; es steigt wieder, sobald die Luft wieder zugelassen wird.

Unter den vielen Luftpumpenversuchen wollen wir nur noch einige andeuten. Man zeigt z. B. mit Hülfe der Luftpumpe, daß brennende Körper im luftleeren Raume verlöschen; daß der Rauch wie ein schwerer Körper zu Boden fällt; daß Luft im Wasser absorbirt enthalten ist; daß sich eine Luftschicht zwischen den Flüssigkeiten und den Wänden der Gefäße befindet, in welchen sie enthalten sind, denn diese Luftschicht zeigt sich durch eine Menge kleiner Bläschen, welche in dem Verhältniß wachsen, als der Luftdruck abnimmt. Mit Hülfe der Luftpumpe kann man laues Wasser zum Kochen bringen u. s. w.

Von einigen Versuchen mit der Luftpumpe war schon früher die Rede, von anderen wird noch später die Rede sein; es bleibt hier nur noch der Fallversuch im leeren Raume zu betrachten übrig, welcher schon oben erwähnt wurde.

Am bequemsten läßt sich der Fallversuch im leeren Raume mit der Fallröhre Fig. 233 anstellen. Eine Glasröhre von ungefähr

1 Zoll Durchmesser und 6 Fuß Länge ist oben und unten mit einer Messingfassung luftdicht zugekittet; die untere enthält einen Hahn und kann auf die Luftpumpe aufgeschraubt werden. In der Röhre befindet sich ein etwas großes Schrotkorn und eine Papierscheibe von ungefähr 4 Linien Durchmesser. Wenn nun die Röhre, nachdem sie luftleer gemacht worden ist, vertical gehalten und dann rasch umgekehrt wird, so fällt das Bleikügelchen und das Papierstück gleich schnell. Man hat hier einen ziemlich langen Fallraum und kann den Versuch beliebig oft wiederholen, weil nun ein abermaliges Umkehren der Röhre ein abermaliges Fallen bewirkt.

Fig. 235.

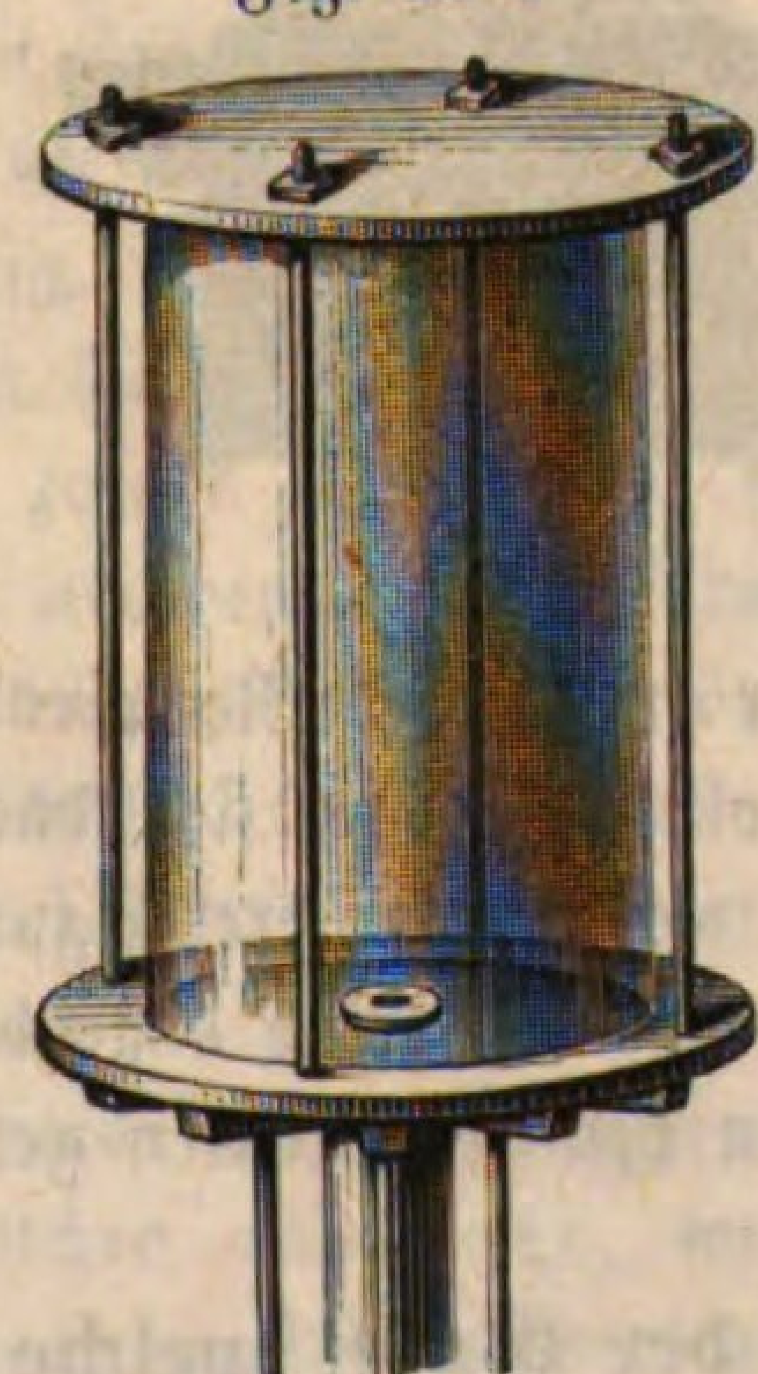


Compressionspumpen. Um die Luft in einem Recipienten zu verdichten, kann man jede Hahnenluftpumpe gebrauchen, nur muß der Hahn entgegengesetzt gestellt werden, wie beim Verdünnen, d. h. derjenige Stiefel, in welchem der Kolben gerade in die Höhe geht, muß mit der äußeren Luft, derjenige, in welchem der Kolben niedergeht, muß mit dem Recipienten in Verbindung stehen. 83

Ballons, in welchen die Luft comprimirt werden soll, werden auf der Schraube in der Mitte des Luftpumpentellers aufgeschraubt; Recipienten aber, welche auf den Teller aufgesetzt werden, müssen in der Fig. 234 dargestellten Weise auf den Teller der Luftpumpe Fig. 227 aufgedrückt und auf ihm festgehalten werden.

Bei Ventilapparaten, welche zum Verdichten der Luft dienen sollen, müssen sich die Ventile nach der entgegengesetzten Seite öffnen wie bei der Luftpumpe.

Fig. 234.



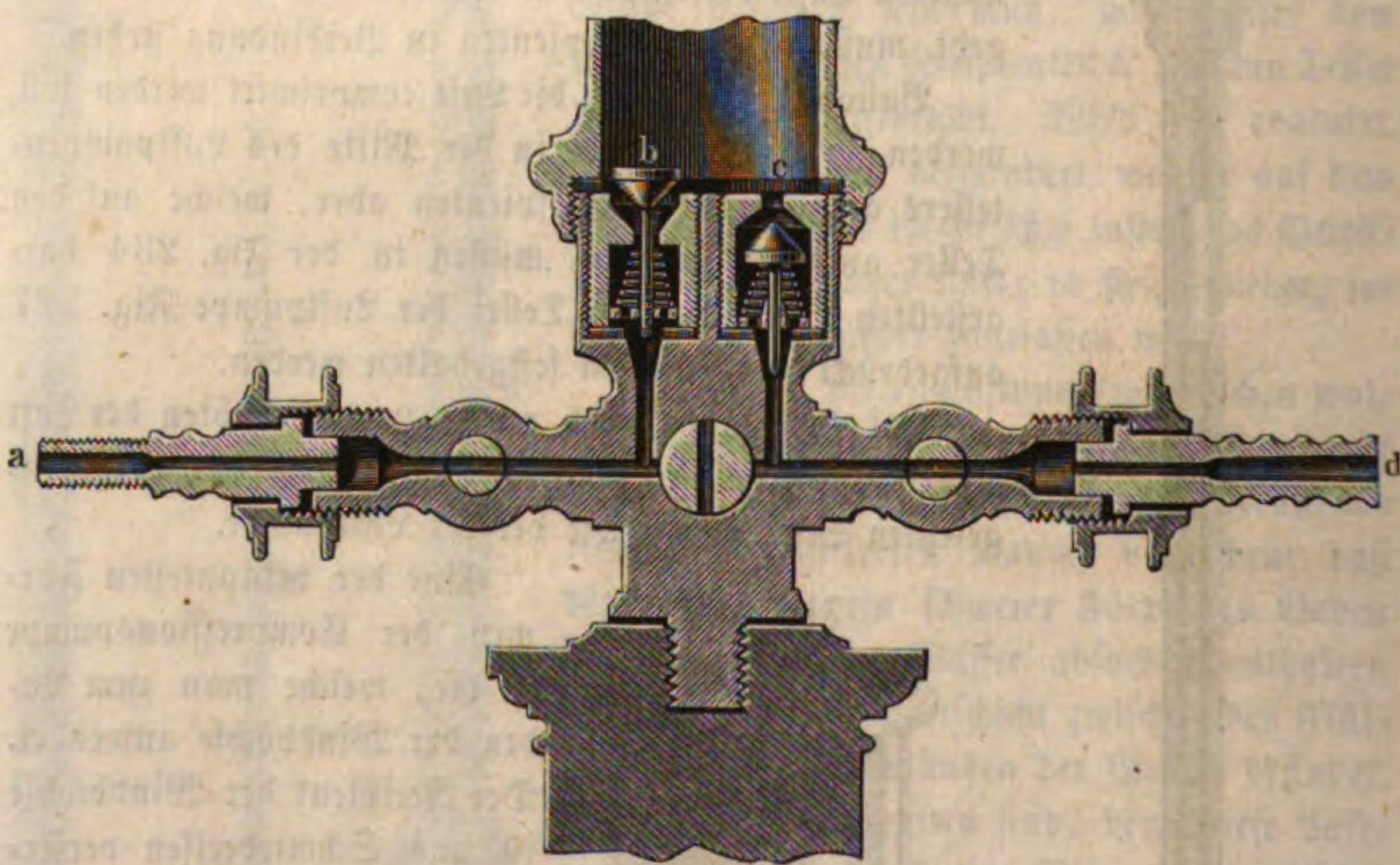
Eine der bekanntesten Formen der Compressionspumpe ist die, welche man zum Laden der Windbüchse anwendet. Der Recipient der Windbüchse ist aus Schmiedeeisen verfertigt; ein Ventil, welches sich nach innen öffnet, läßt die Luft zwar eintreten, hindert aber ihren Austritt. An diesen Recipienten wird ein Rohr angeschraubt, wie man in Fig. 235 sieht, in welchem ein Kolben luftdicht auf- und abgeschoben werden kann. Wenn sich der Kolben am unteren

Ende des Laderohrs befindet, so kann Luft durch zwei seitliche Löcher *a* eintreten; diese Luft wird nun beim Hinauftreiben des Kolbens in das Reservoir hineingepreßt. Zieht man den Kolben wieder nieder, so kann die Luft aus dem Reservoir nicht zurücktreten, die Röhre füllt sich mit einer neuen Portion Luft, die nun auch in das Reservoir gepreßt wird, u. s. w.

Wenn man mit Hülfe der Compressionspumpe die Luft im Recipienten der Windbüchse bis auf 8 oder 10 Atmosphären comprimirt hat, wird ein Lauf angeschraubt, welcher der Kugel die Richtung geben soll. Wenn das Ventil, welches den Recipienten verschließt, durch den Drücker geöffnet wird, so entweicht ein Theil der eingeschlossenen Luft mit großer Gewalt und treibt die Kugel fort; das Ventil schließt aber augenblicklich wieder. Mit einer guten Windbüchse kann man eine Kugel mit eben so großer Geschwindigkeit fortschießen, wie mit einem Feuergewehr. Man kann, ohne von Neuem zu laden, mehrere Schüsse nach einander thun, und zwar um so mehr, je größer der Recipient ist.

Fig. 236 zeigt die Einrichtung einer kleinen Compressionspumpe, welche dazu dient, Gas aus einem Raume in einen anderen zu bringen. Das zu entleerende Reservoir wird bei *a*, der zu füllende Recipient wird bei *d* angeschraubt.

Fig. 236.



Beim Aufziehen des massiven Kolbens öffnet sich das Ventil *b*, um das Gas in den Cylinder zu saugen, von welchem unsere Figur nur den untersten Theil zeigt. Beim Niederdrücken des Kolbens wird *b* geschlossen, das Ventil *c* aber geöffnet und das Gas durch *d* in den Recipienten getrieben.

84 **Messung des Druckes der Gase, welche in verschiedenen Apparaten eingeschlossen sind.** Um den Druck der Gase zu messen, hat man verschiedene Mittel, vorzugsweise aber wendet man zu diesem Zwecke Flüssigkeits-

säulen oder Ventile an. Apparate, um mit Hülfe von Flüssigkeitssäulen den Druck der Gase zu messen, nennt man **Manometer**. Die Barometerproben auf der Luftpumpe und der Compressionsmaschine sind Manometer.

Zu den Manometern können wir auch die **Welter'schen** Sicherheitsröhren rechnen, welche Fig. 237 und Fig. 238 in zwei verschiedenen Formen dargestellt sind. Durch den Kork, welcher das Glasgefäß, Fig. 237, verschließt, in welchem ein Gas entwickelt werden soll, gehen zwei Röhren hindurch. Die eine, nicht weiter in das Gefäß hinunterführend, ist die Abzugsröhre für das entwickelte Gas, die andere, bis in die Flüssigkeit hinunterreichend, ist die Sicherheitsröhre. Soll das Gas ausströmen, so muß der Gasdruck im Inneren des Glasgefäßes größer sein als der Druck der äußeren Luft, die Flüssigkeit wird also in der Sicherheitsröhre in die Höhe getrieben, und aus der Höhe

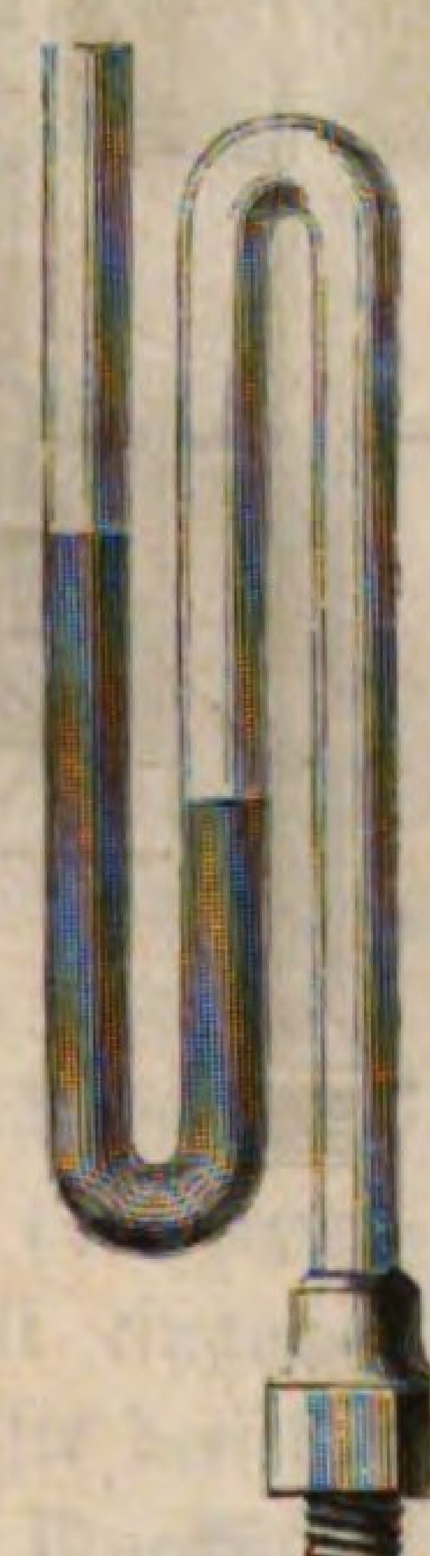
Fig. 237.



Fig. 238.



Fig. 239.



der in derselben stehenden Flüssigkeitssäule erkennt man die Größe des Ueberdruckes im Inneren des Gefäßes. In gleicher Weise kann man die Größe des Gasdruckes im Gefäß Fig. 238 aus der Niveaudifferenz der Sperrflüssigkeit in der doppelt gebogenen Röhre erkennen.

Ganz ähnlich den zuletzt betrachteten sind die Manometer eingerichtet, welche gebraucht werden, um den Druck zu ermitteln, mit welchem das zur Beleuchtung dienende Gas durch die Leitungsröhren strömt. Eine doppelt gebogene Glasröhre, jeder Schenkel 5 bis 7 Zoll lang, Fig. 239, ist in eine messingene Fassung eingekittet, mittelst deren das Manometer an einer entsprechenden Stelle der Gasleitung aufgeschraubt wird. Die Scala, auf welcher die Niveaudifferenz des Wassers in dem mittleren und äußeren Schenkel abgelesen wird, ist auf einem Brettchen angebracht, welches hinter den Glasröhren befestigt ist. Solche Manometer sind auch anwendbar, um den Druck zu messen, mit welchem die Luft durch die Röhren eines Gebläses getrieben wird. In diesem Falle nennt man sie gewöhnlich **Windmesser**. Fig. 240 (a. f. S.) stellt einen

anderen Windmesser dar, wie er gleichfalls bei Gebläsen in Anwendung kommt. Der Apparat ist wohl aus der Figur ohne weitere Erklärung verständlich.

Wenn der Druck des eingeschlossenen Gases oder Dampfes stärker wird, als in den bisher betrachteten Fällen, so muß man Quecksilber statt des Was-

Fig. 240.

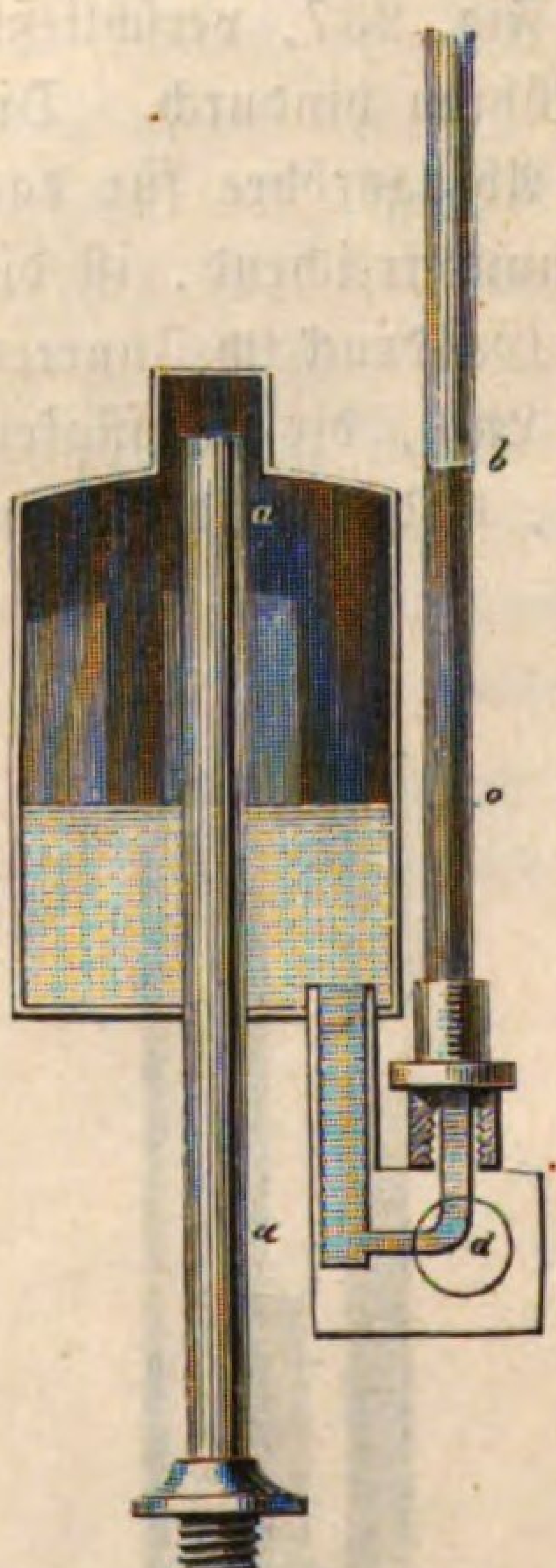


Fig. 241.

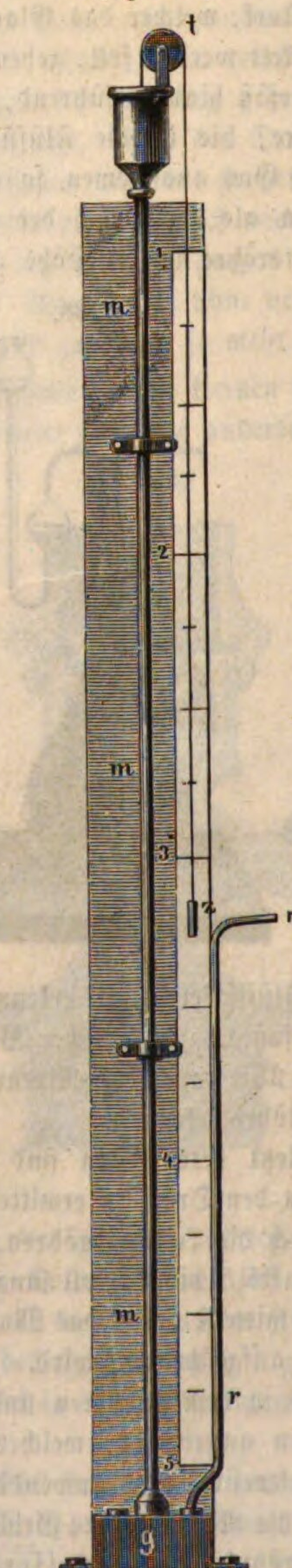


Fig. 243.

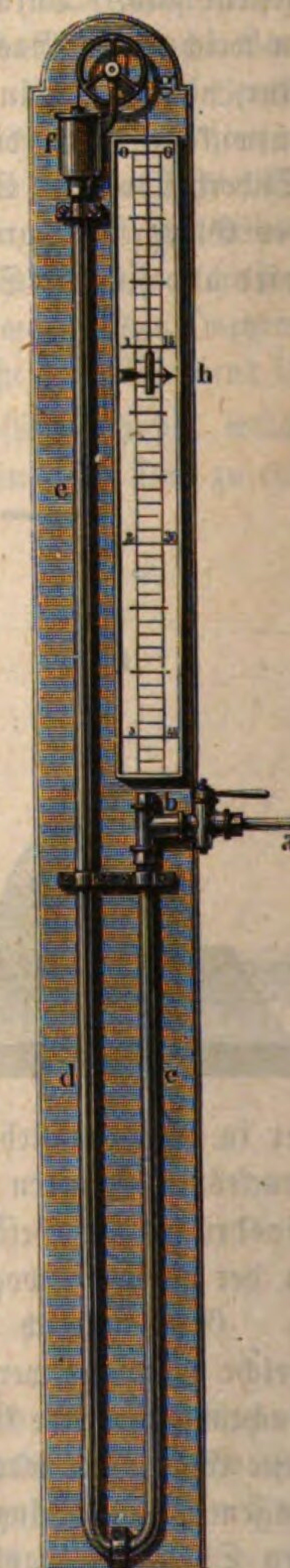
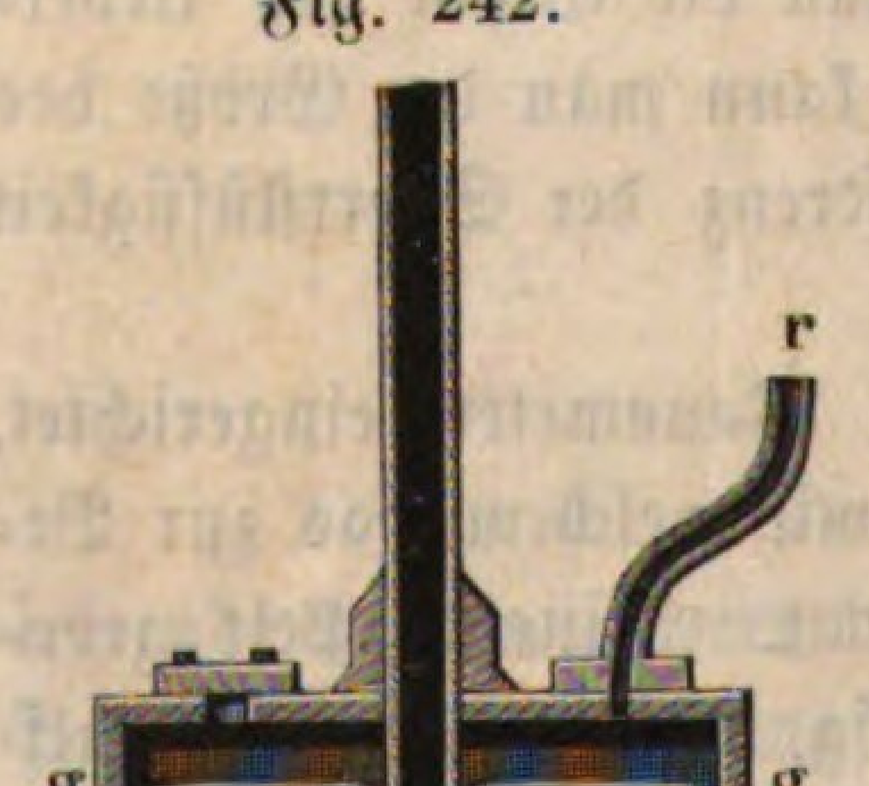


Fig. 242.



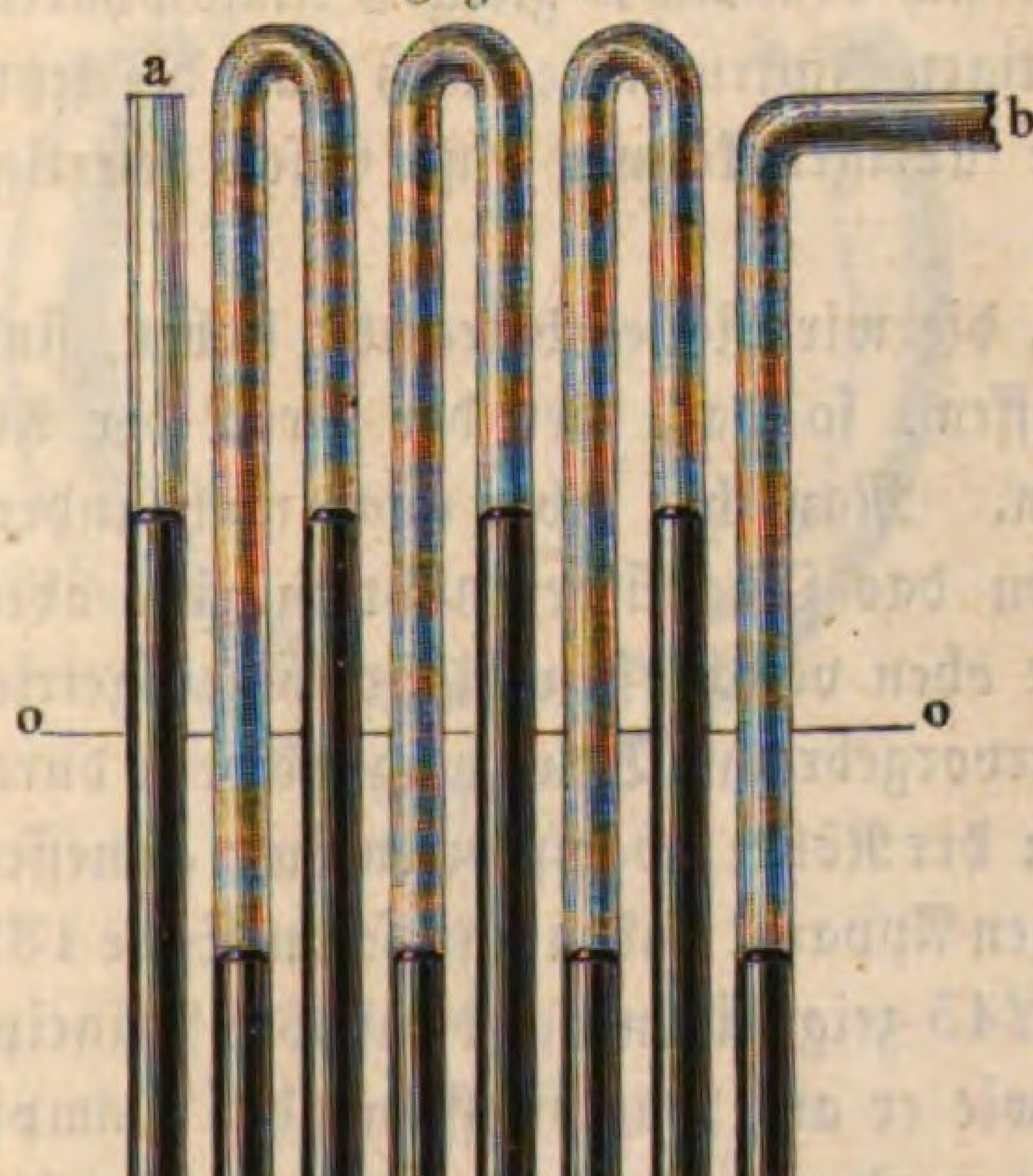
sers als Sperrungsflüssigkeit anwenden, allein auch in diesem Falle muß man die Dimensionen bald vergrößern. Fig. 241 stellt ein solches Manometer dar. Der untere Theil eines überall luftdicht verschlossenen gußeisernen Gefäßes *g* ist mit Quecksilber gefüllt, und in dieses taucht eine ungefähr 120 Zoll hohe eiserne Röhre *m* von 1 Zoll äußerem Durchmesser. Der obere Theil von *g* communicirt durch das Rohr *r* mit dem Dampfkessel, so daß der Druck des Dampfes, auf die Oberfläche des Quecksilbers in *g* wirkend, dasselbe in der Röhre *m* in die Höhe treibt. Da man wegen der Undurchsichtigkeit des Rohrs den Stand des Quecksilbers nicht direct sehen kann, so ist auf der Oberfläche des Quecksilbers in *m* ein eiserner Schwimmer angebracht, der an einer über die Rolle *t* geschlungenen Schnur hängt. Auf der anderen Seite hängt an dieser Schnur ein als Zeiger dienendes Gewicht *z*, welches etwas kleiner ist als das Gewicht des Schwimmers, so daß *z* auf- oder niedergeht, wenn das Quecksilber in *m* sinkt oder steigt. Auf der Scala, vor welcher *z* sich bewegt, ist der Druck des Dampfes entweder in Atmosphären (wie in unserer Figur) oder in Pfunden (auf den Quadratzoll) ausgedrückt.

Fig. 242 erläutert die Einrichtung des Gefäßes *g*.

Statt des Gefäßmanometers Fig. 241 wird auch das Hebermanometer Fig. 243 angewandt.

Solch lange Röhren, die bei höherem Dampfdrucke nicht einmal ausreichen, kann man natürlich nur bei stehenden Dampfmaschinen anbringen. In Fällen, wo es darauf ankommt, den Manometerapparat auf einen kleineren Raum zusammenzubringen, werden oft solche gebraucht, welche nach dem durch Fig. 244 erläuterten Princip construirt sind.

Fig. 244.



Eine ganze Reihe heberförmig gebogener Röhren ist mit einander verbunden; die untere Hälfte derselben bis zum Strich *oo* ist mit Quecksilber, die obere Hälfte ist mit Wasser gefüllt. Nur in der äußersten Röhre *a* steht kein Wasser auf dem Quecksilber. Hier drückt die atmosphärische Luft auf das Quecksilber, während von *b* her der Dampfdruck wirkt; durch diesen Dampfdruck wird nun das Quecksilber in der ersten Röhre niedergedrückt, es muß also in der zweiten steigen; das Gleiche wird nun bei den folgenden Röhrenpaaren stattfinden; das Quecksilber wird niedergedrückt in der ersten, dritten, fünften und siebenten Röhre; gehoben in der zweiten, vierten, sechsten und achten.

Ist in der letzten Röhre Nr. 8 das Quecksilber um *x* Zoll über sein ursprüngliches Niveau gehoben, so ist es in 7 um eben so viel niedergedrückt;

durch das Wasser in dem oberen Theile der Röhren 7 und 6 pflanzt sich also ein Druck $B + 2x$ auf die Oberfläche des Quecksilbers in 6 fort, wenn man mit B den Druck der bei a in die Röhre 8 eindringenden Atmosphäre bezeichnet. Da das Quecksilber in 6 aber gleichzeitig um 2 x höher steht als in 5, so pflanzt sich auf die Oberfläche des Quecksilbers in 4 der Druck $B + 2\,x + 2\,x$ fort. In derselben Weise fortschließend findet man, daß in der Röhre 1 der Dampf mit einer Kraft $D = B + 4\,.\,2\,x = B + 8\,x$ drücken muß, wenn in 8 das Quecksilber um x Zoll über sein ursprüngliches Niveau gehoben werden soll.

Bei dieser Betrachtung ist das Gewicht des Wassers gegen das des Quecksilbers ganz vernachlässigt worden; bedenkt man aber, daß in Summa eine Wassersäule von $8x$ Zoll Höhe dem Quecksilberdrucke entgegen wirkt, und daß das Wasser 14mal leichter ist als Quecksilber, so ist der genaue Werth von

$$D = B + 8\,x - {}^{8}/_{14}\,x = B + 7{,}43\,x.$$

Hat der Apparat im Allgemeinen n Röhrenpaare, so ist

$$D = B + 2\,nx - \frac{2\,n}{14}x = B + 2\,nx\,(1 - {}^{1}/_{14})$$
$$= B + 1{,}857\,.\,n\,.\,x.$$

Fig. 245.



Für 16 Röhren, also 8 Röhrenpaare, hätte man also

$$D = B + 14{,}8\,x.$$

Wäre in diesem Falle das Quecksilber in der offenen Röhre um 10 Zoll über seinen ursprünglichen Stand gestiegen, also $x = 10$, so ergäbe sich demnach D gleich 6 Atmosphären.

Bei einem derartigen Instrumente muß nur die letzte Röhre von Glas, die übrigen können aus Eisen gefertigt sein.

Alle Manometer, die wir bisher betrachtet haben, sind auf der einen Seite offen, so daß hier der Druck der Atmosphäre wirken kann. Man hat aber auch noch andere Manometer, bei denen das Quecksilber nicht in eine oben offene, sondern in eine oben verschlossene Röhre hineingetrieben wird, so daß der hervorgebrachte Druck vorzugsweise durch die Compression der in der Röhre abgesperrten Luft gemessen wird. Einen derartigen Apparat haben wir schon Seite 132 kennen gelernt. Fig. 245 zeigt einen auf demselben Principe beruhenden Apparat, wie er auf Dampfkesseln oder Dampfleitungen aufgeschraubt werden kann. Durch den Canal a verbreitet sich der Dampfdruck in den von allen Seiten luftdicht verschlossenen Raum b. In demselben steht, auf dem Boden befestigt, ein eisernes zum Theil mit Quecksilber gefülltes Gefäß und in dieses taucht eine mit Luft gefüllte Glasröhre ein. Der Druck des Dampfes treibt das Quecksilber in das Rohr, wodurch die eingeschlossene Luft com=

primirt wird. Wenn das Quecksilber bei den mit 2, 4, 8, 16 bezeichneten Punkten steht, so beträgt der Dampfdruck 2, 4, 8, 16 Atmosphären.

Um das Compressionsrohr besser zu schützen, ist es meist mit einem nur von einer Seite offenen Metallrohr umgeben, auf welchem auch die Scala angebracht ist.

Wenn die Röhren solcher Compressionsmanometer cylindrisch sind, so werden natürlich die Abtheilungen der Scala, welche gleichen Druckdifferenzen entsprechen, nach oben hin sehr rasch abnehmen. Um dies zu verhindern, macht man die Röhren oft von unten nach oben verjüngt, ganz oben aber in eine kugelförmige Erweiterung auslaufend.

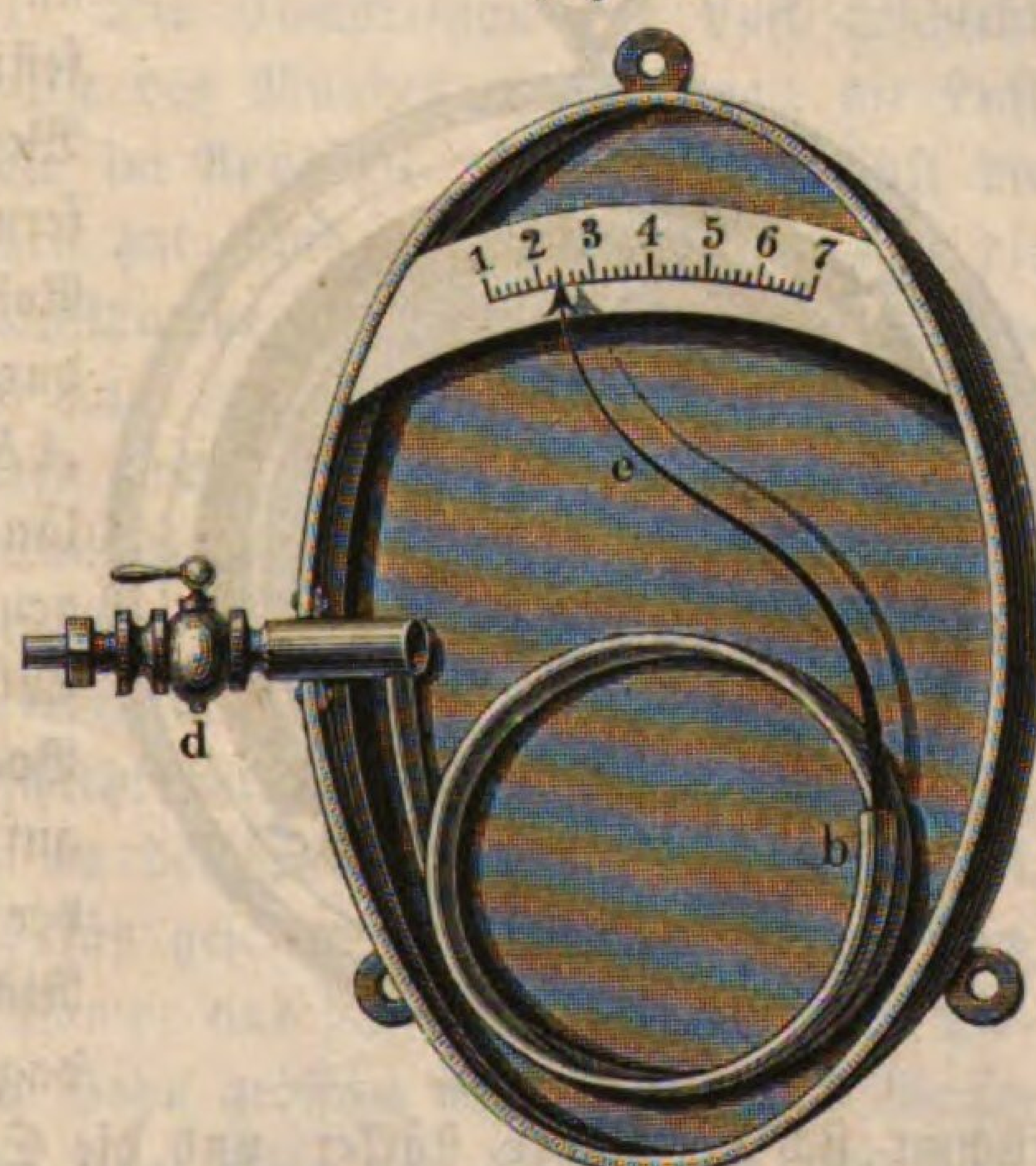
Metallmanometer. Wenn eine aus dünnem Metallblech gebildete Röhre 85
von abgeplattetem Querschnitt und ungefähr so gebogen, wie es Fig. 246 darstellt, überall hermetisch verschlossen ist und nur durch das Röhrchen *r* mit der äußeren Luft in Verbindung steht, so wird sich das Rohr stärker krümmen, wenn man durch das Ansatzröhrchen *r* die Luft aus dem Inneren herauszieht, es wird sich dagegen mehr strecken, wenn man die Luft im Inneren comprimirt.

Es läßt sich dies leicht zeigen, wenn man die Vorrichtung Fig. 246 durch das Röhrchen *r* mit einer Luftpumpe in Verbindung setzt; sobald man evacuirt, nähern sich die Hörner *a* und *b*. Setzt man dagegen die Vorrichtung auf eine Compressionspumpe, so entfernen sich die Hörner von einander, wenn die Luft im Inneren verdichtet wird.

Fig. 246.



Fig. 247.



Auf dieses Princip gründet sich nun das Metallmanometer Fig. 247. Es besteht aus einer 7 Decimeter langen Röhre von elliptischem Querschnitt, deren Wände sehr dünn und biegsam sind. Die große Axe des elliptischen Querschnittes beträgt ungefähr 11, die kleine Axe desselben beträgt ungefähr 4 Millimeter. Diese Röhre ist spiralförmig gewunden, wie man in der Figur sieht. Das offene Ende derselben ist an eine durch den Hahn *d* verschließ-

bare Röhre angelöthet, welche die Vorrichtung mit dem Dampfkessel in Verbindung setzt, dessen Dampfspannung gemessen werden soll. Das verschlossene Ende ist wie die ganze Röhre frei.

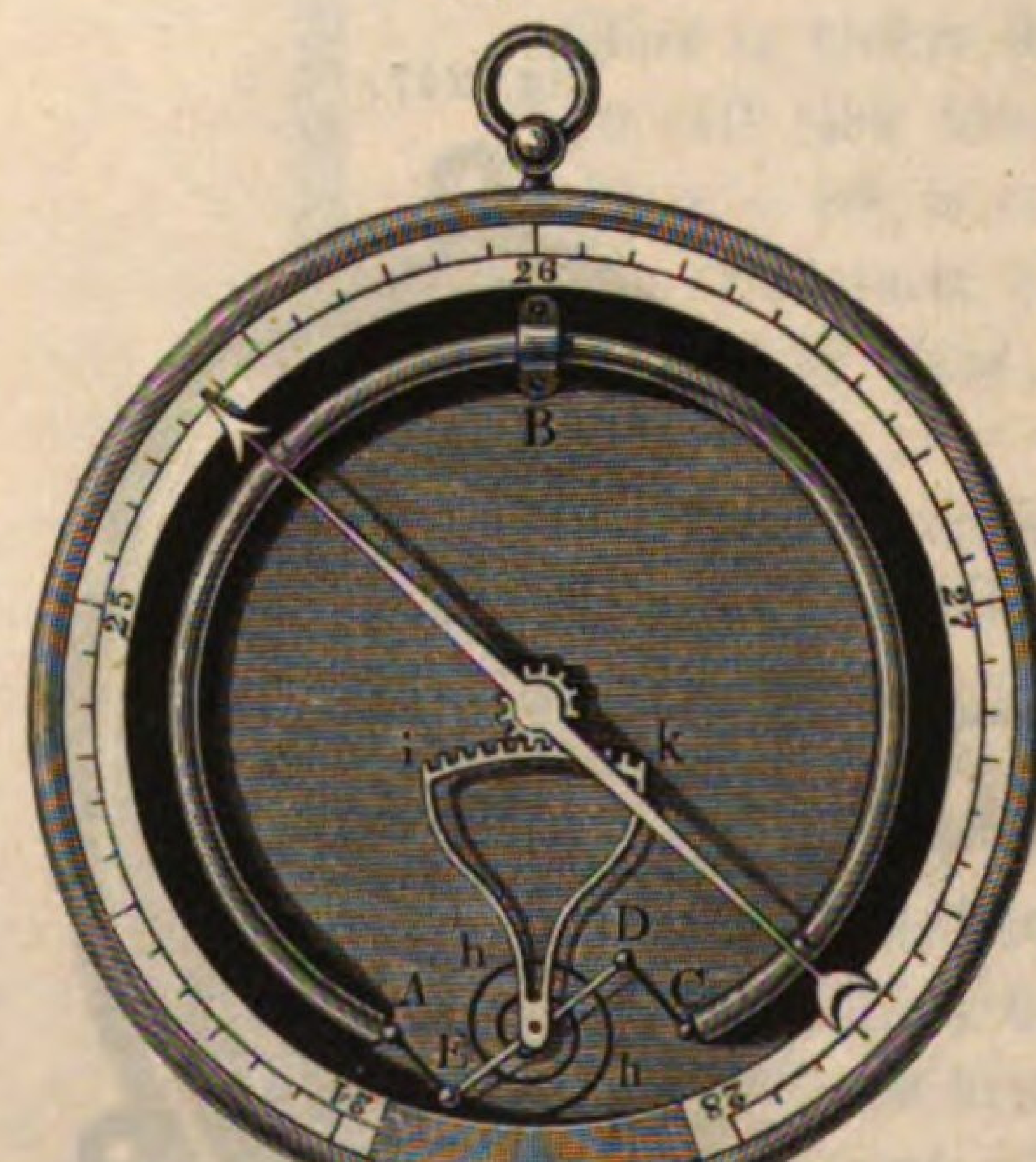
Wenn nun der Hahn *d* geöffnet wird, so daß der Dampf des Kessels seinen Druck auf das Innere der Röhre ausüben kann, so wird sich die Röhre in Folge des innen stärkeren Druckes zu entrollen streben; dadurch bewegt sich das Ende *b* derselben nach der rechten Seite hin und diese Bewegung wird auch dem Zeiger *e* mitgetheilt, welcher auf einer Theilung die in Atmosphären ausgedrückte Spannkraft des Dampfes angiebt. Die Scala selbst kann nur auf empirischem Wege durch Vergleichung mit einem anderen Manometer hergestellt werden.

Dieses Manometer hat den großen Vorzug, daß es nicht zerbrechlich und dabei leicht transportabel ist. In der That wird es auf Locomotiven jetzt fast allgemein angewandt.

Auf demselben Principe beruht auch das sogenannte Aneroid-Barometer. Wenn das Rohr Fig. 246 luftleer gemacht ist, so wird seine Krümmung doch noch variiren, je nachdem der äußere Luftdruck größer oder kleiner wird; bei wachsendem Luftdrucke nimmt die Krümmung des Rohres zu, bei abnehmendem Luftdrucke hingegen nimmt sie ab.

Fig. 248 stellt ein möglichst einfach construirtes Aneroid-Barometer dar.

Fig. 248.



Die nahezu kreisförmige luftleer gemachte Röhre ist in ihrer Mitte bei *B* auf die Bodenplatte des Gehäuses befestigt, im Uebrigen aber ist sie frei. Wenn der Luftdruck abnimmt, so entfernen sich die freien Enden *A* und *C* des Rohres von einander und bewirken dadurch mittelst der Metallfäden *CD* und *AE* die Drehung eines Hebels, dessen längerer Arm mit einem gezahnten Bogen *ik* endet. Dieser, bei abnehmendem Luftdruck nach rechts gehende gezahnte Bogen greift aber in einen Trieb ein, auf dessen Axe ein Zeiger befestigt ist, der sich nun nach der entgegengesetzten Richtung drehen muß wie *ik*. Wenn dagegen der Luftdruck zunimmt, so krümmt sich die Röhre stärker und die Spiralfeder *h* kann die Axe des Zeigers wieder zurückdrehen, so daß also die Spitze desselben sich bei wachsendem Luftdrucke nach der Rechten bewegt.

Die Scala dieses Instrumentes kann natürlich auch nur durch Vergleichung mit einem anderen Barometer graduirt werden.

Um das Rohr luftleer zu machen, verfährt man auf folgende Weise:

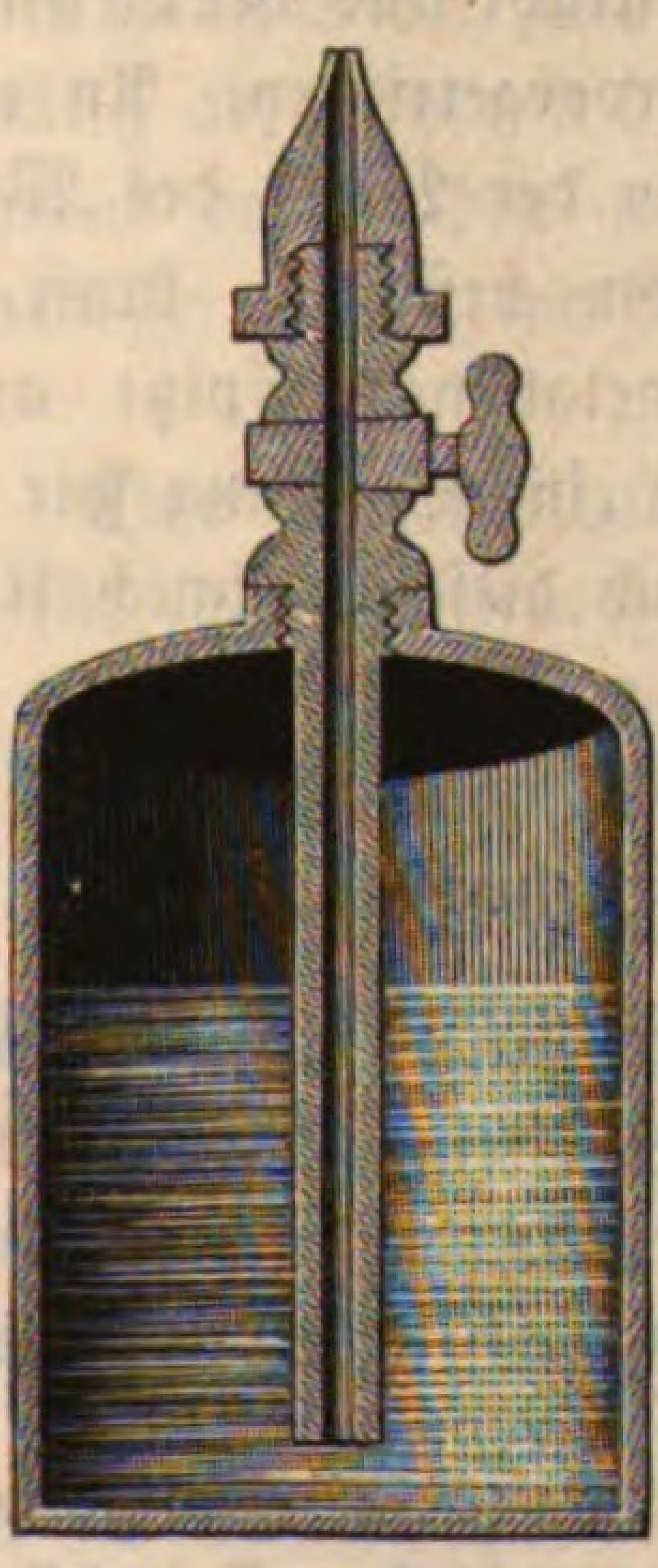
In der Weise, wie es Fig. 246 zeigt, mit einem Röhrchen *r* von Zinn

versehen, wird das gekrümmte Rohr mittelst der Luftpumpe evacuirt, und alsdann das Röhrchen *r* nahe an seiner Ansatzstelle fest zugedrückt, abgeschnitten und dann verlöthet.

Fig. 248 stellt die Form dar, welche Bourdon dem Aneroid-Barometer gegeben hat. Das ursprünglich von Vidi construirte Aneroid-Barometer besteht aus einer luftleer gemachten hermetisch verschlossenen Dose von dünnem Kupferblech, deren cannelirter Deckel bei wechselndem Luftdruck bald mehr, bald weniger stark eingedrückt wird. Die Bewegungen, welche auf diese Weise der Mittelpunkt des Deckels macht, werden durch ein Hebelwerk vergrößert und auf einen Zeiger übertragen. Der Mechanismus dieser Instrumente ist weit schwerer zu übersehen, als der in Fig. 248 dargestellte.

Der Heronsball. Durch den Hals eines Gefäßes, welches nur zum 86
Theil mit Wasser gefüllt ist, geht eine Röhre fast bis auf den Boden. Die Röhre endigt oben in eine Spitze mit feiner Oeffnung. Wenn die Luft im oberen Theile des Gefäßes auf irgend eine Weise comprimirt worden ist, so treibt der Druck, den sie auf die Oberfläche des Wassers ausübt, dasselbe aus der feinen Oeffnung in Gestalt eines aufsteigenden Strahles hervor. Man kann zum Gefäße ein Arzneiglas nehmen, welches durch einen Kork verschlossen ist, durch welchen eine zu einer feinen Spitze ausgezogene Glasröhre hindurchgeht. Wenn die Glasröhre wenig oder gar nicht in das Gefäß hineinragt, so hat man die sogenannten Spritzflaschen, mit welchen die Chemiker ihre Niederschläge auswaschen. Die Compression der Luft geschieht bei dieser Art von Heronsball mit Hülfe des Mundes, indem man die Luft durch die Röhre einbläst. Wenn die im Apparate eingeschlossene Luft die Dichtigkeit der umgebenden Atmosphäre hat, und man denselben unter die Glocke der Luftpumpe setzt, so beginnt das Springen, sobald man evacuirt. Sollen diese Apparate einen größeren Druck aushalten, so führt man sie ganz in Metall aus. In diesem Falle ist im Halse ein Hahn befestigt, über welchen die Ausflußspitze angeschraubt werden kann (Fig. 249). Die Compression der Luft geschieht mittelst einer Compressionspumpe, welche man an der Stelle der Spitze aufschraubt. Wenn das Gefäß geladen ist, schließt man den Hahn, entfernt die Pumpe und schraubt die Spitze auf. Sobald nun der Hahn geöffnet wird, springt das Wasser hervor bis zu einer Höhe von 30, ja von 100 Fuß, wenn die Luft auf 2 oder auf 5 bis 6 Atmosphären comprimirt worden war.

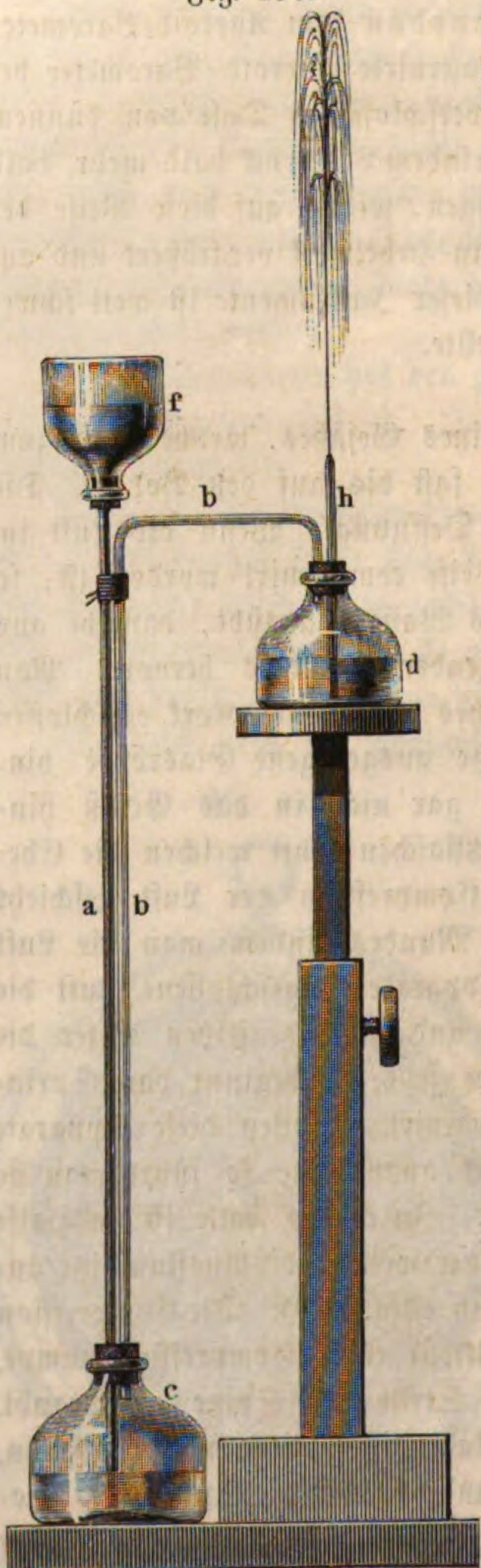
Fig. 249.



Wenn man die Einrichtung trifft, daß die Luft im Heronsball durch den Druck einer Wassersäule comprimirt wird, so erhält man einen Heronsbrunnen. Fig. 250 (a. f. S.) stellt einen möglichst

einfach construirten Heronsbrunnen dar. Wenn man in den Trichter Wasser eingießt, so wird durch dasselbe alsbald die Luft im Gefäß *c* abgesperrt und durch die Wassersäule in der Röhre *a* comprimirt. Dieser Druck pflanzt sich durch das Rohr *b* zum Heronsball *d* fort und bewirkt so das Springen desselben.

Fig. 250.



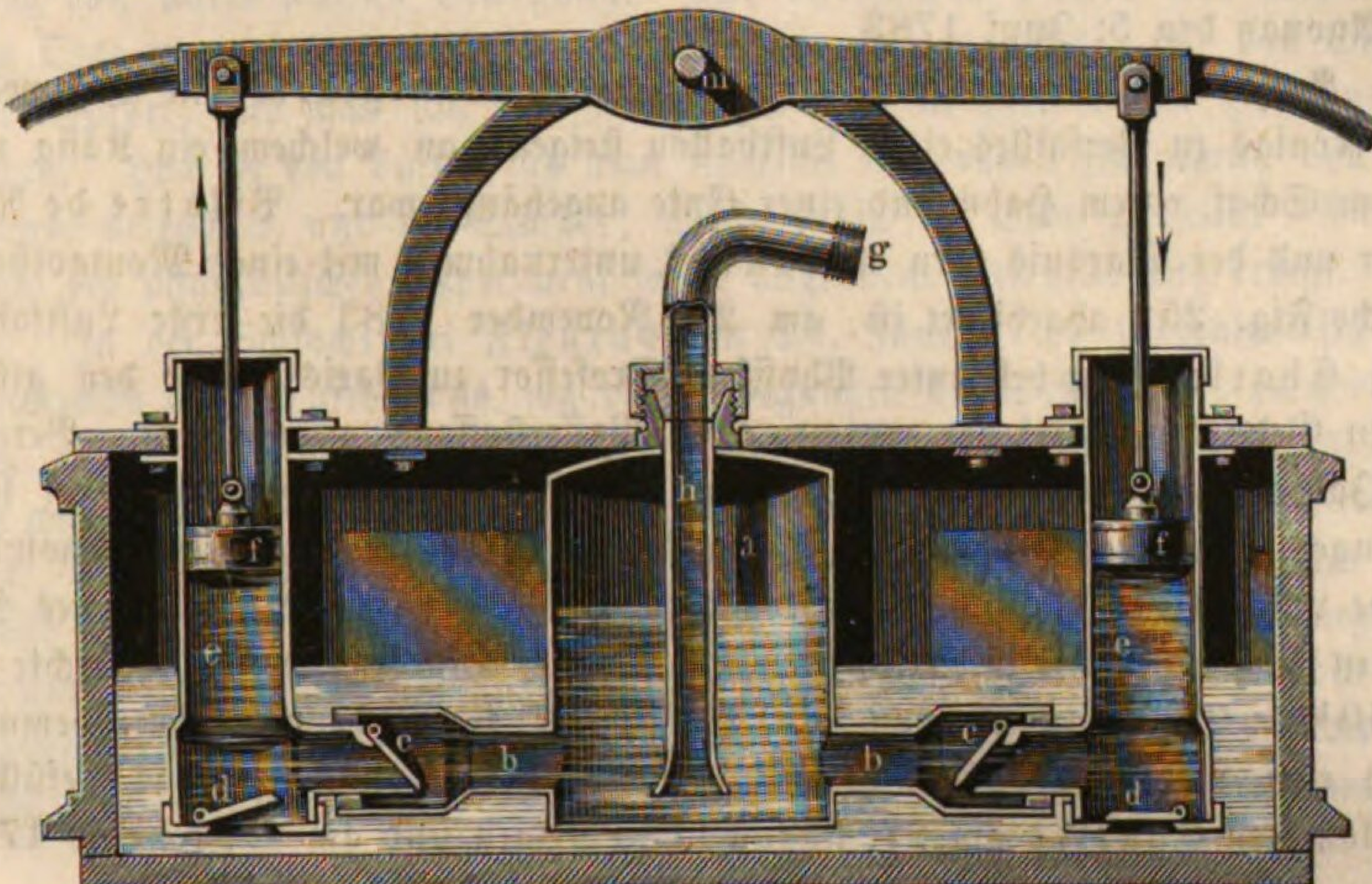
87 **Die Feuerspritze.** Fig. 251 ist eine Verbindung der Druckpumpe mit dem Heronsball. Die Pumpenstiefel, von denen wir vor der Hand nur den einen rechts betrachten wollen, stehen in einem mit Wasser gefüllten Kasten. Wenn der Kolben *f* aufgezogen wird, so hebt sich die Klappe *d*, und das Wasser dringt in den Stiefel. Beim Niedergange des Kolbens schließt sich das Ventil *d*, die Klappe *c* wird geöffnet und das Wasser wird durch das Gurgelrohr *b* in den Windkessel *a* gepreßt. Dieser Windkessel ist nichts Anderes als ein großer Heronsball; je mehr Wasser in den Windkessel gepumpt wird, desto mehr wird die Luft im oberen Theile desselben comprimirt. Das Rohr *h* reicht fast bis auf den Boden des Windkessels; bei *g* wird eine Röhre mit enger Oeffnung, der Schwanenhals, angeschraubt. Durch den Druck, welchen die im Windkessel comprimirte Luft auf das Wasser in demselben fortwährend ausübt, wird ein starker Wasserstrahl aus der Oeffnung des Schwanenhalses hervorgetrieben. An einer Oeffnung, welche sich in der Wand des Windkessels nahe am Boden befindet, kann ein Schlauch mit einer metallenen Spitze angeschraubt werden, welche eine Oeffnung wie der Schwanenhals hat; auch dieser Schlauch liefert einen Wasserstrahl, den man leichter lenken und der Feuerstelle näher bringen kann als den Wasserstrahl des Schwanenhalses.

Der Auf- und Niedergang der Kolben wird durch einen zweiarmigen Hebel bewerkstelligt. An diesem Hebel sind die beiden Kolbenstangen so befestigt, daß der eine Kolben steigt, wenn der andere niedergeht, daß also ohne Unterbrechung dem Windkessel neues Wasser zugeführt wird.

In unserer Figur ist die Spritze in einem Momente dargestellt, in welchem der Kolben rechts niedergeht, während der Kolben auf der linken Seite steigt;

auf der linken Seite wird also gerade Wasser in den Stiefel eingesaugt, während auf der rechten Seite oben Wasser in den Windkessel eingepreßt wird.

Fig. 251.



Es ist nicht gerade nothwendig, daß eine Feuerspritze zwei Cylinder habe, und in der That werden kleinere Feuerspritzen nur mit einem Cylinder construirt; in diesem Falle ist freilich der Wasserzugang in den Kessel alternirend, dessenungeachtet aber wird aus dem Rohre des Windkessels ein continuirlicher Wasserstrahl hinausgetrieben, weil die comprimirte Luft auch noch wirkt, während der Kolben aufgezogen wird. Es finden dabei allerdings Schwankungen in der Kraft Statt, mit welcher der Wasserstrahl hervordringt, denn diese nimmt allmälig ab, während der Kolben aufgezogen wird, und sie wächst dann wieder, während der Kolben niedergedrückt, also eine neue Quantität Wasser in den Windkessel hineingepreßt wird.

Der Luftballon. Das Gesetz des Archimedes gilt ebenso für Gase 88
wie für Flüssigkeiten. Ein Körper, welcher in ein Gas eingetaucht ist, verliert einen Theil seines Gewichtes, welcher dem Gewichte des verdrängten Gases gleich ist. Es beruht darauf das Steigen des Luftballons.

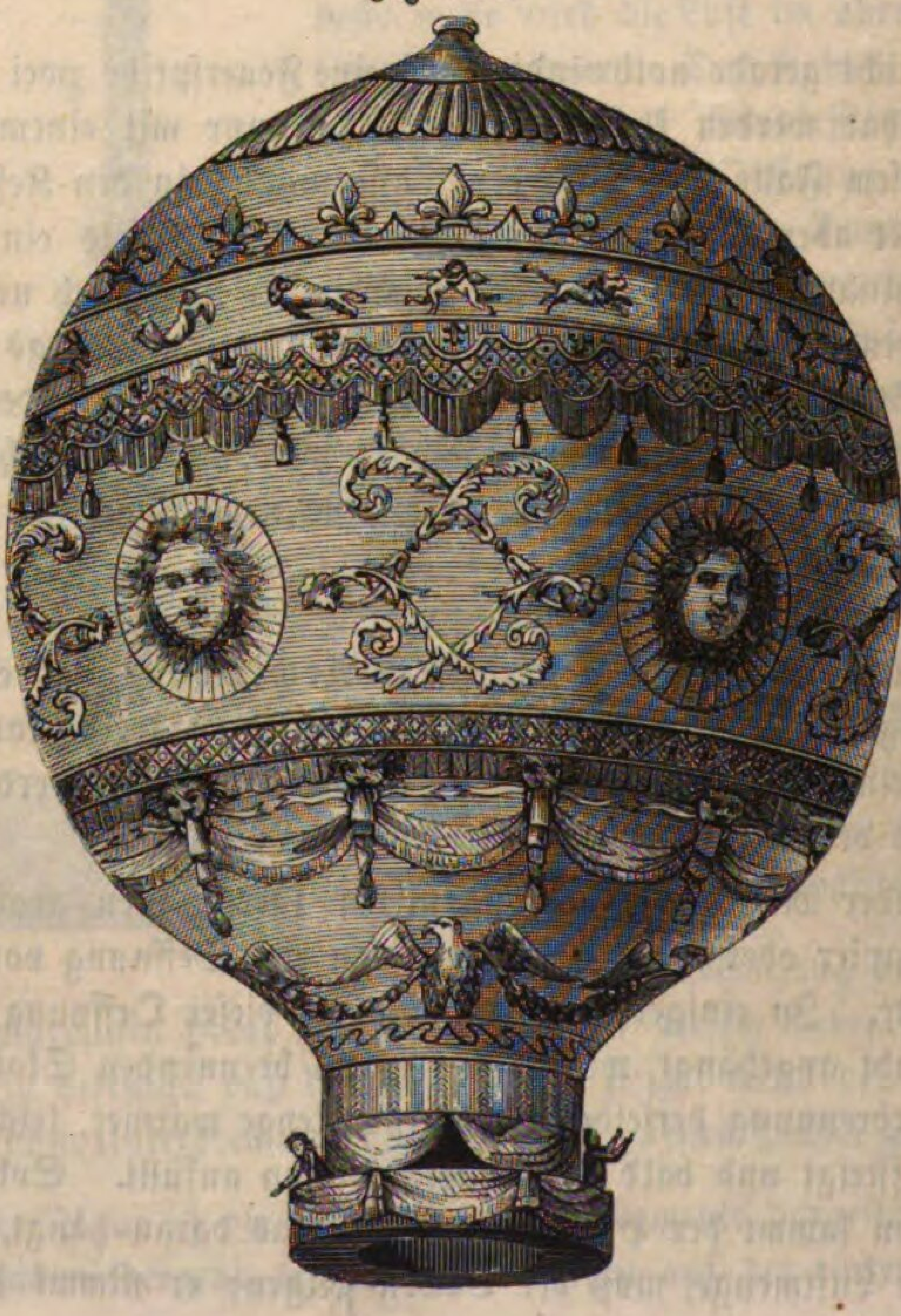
Die Brüder Montgolfier construirten zuerst einen großen Ballon von gefirnißtem Papier oder Taffet, welcher unten eine Oeffnung von einigen Quadratfußen hatte. In einiger Entfernung unter dieser Oeffnung war ein Korb von Metalldraht angehängt, welcher mit einem brennenden Stoffe gefüllt war. Durch die Verbrennung derselben wird eine Menge warmer, leichter Luft gebildet, welche aufsteigt und bald den ganzen Ballon anfüllt. Sobald die warme Luft im Ballon sammt der Hülle und Allem, was daran hängt, leichter ist als die verdrängte Luftmenge, muß der Ballon steigen; er nimmt den brennenden

Körper, der ihm die Steigkraft verleiht, mit in die Höhe. Der Ballon muß so lange steigen, bis er in eine Höhe kommt, in welcher die Luft schon so verdünnt ist, daß das Gewicht des Ballons dem der verdrängten Luftmenge gleich ist. Der erste Luftballon dieser Art, welche man Montgolfieren nennt, stieg zu Anonay den 5. Juni 1783.

Am 19. September desselben Jahres ließ Montgolfier in Gegenwart des Königs zu Versailles einen Luftballon steigen, an welchem ein Käfig mit einem Schaf, einem Hahn und einer Ente angehängt war. Pilatre de Rozier und der Marquis von Arlandes unternahmen mit einer Montgolfiere, welche Fig. 252 abgebildet ist, am 21. November 1783 die erste Luftfahrt.

Charles, ein bekannter Physiker, Professor zu Paris, hatte den glücklichen Gedanken, statt der warmen Luft Wasserstoffgas anzuwenden. Bereits im Jahre 1766 hatte Cavendish entdeckt, daß das Wasserstoffgas ein sehr geringes specifisches Gewicht hat, daß es nahe 14mal leichter ist als atmosphärische Luft; 1000 Cubikmeter Luft wiegen 1300^{kg}, während ein gleiches Volumen Wasserstoffgas nur 90^{kg} wiegt. Die Differenz dieser Gewichte ist 1210^{kg}. Ein Volumen von 500 Cubikmeter Wasserstoffgas kann demnach noch eine Last von 605^{kg} heben. Den ersten mit Wasserstoffgas gefüllten Ballon ließ Charles am 27. August 1783 steigen und am 1. December 1783

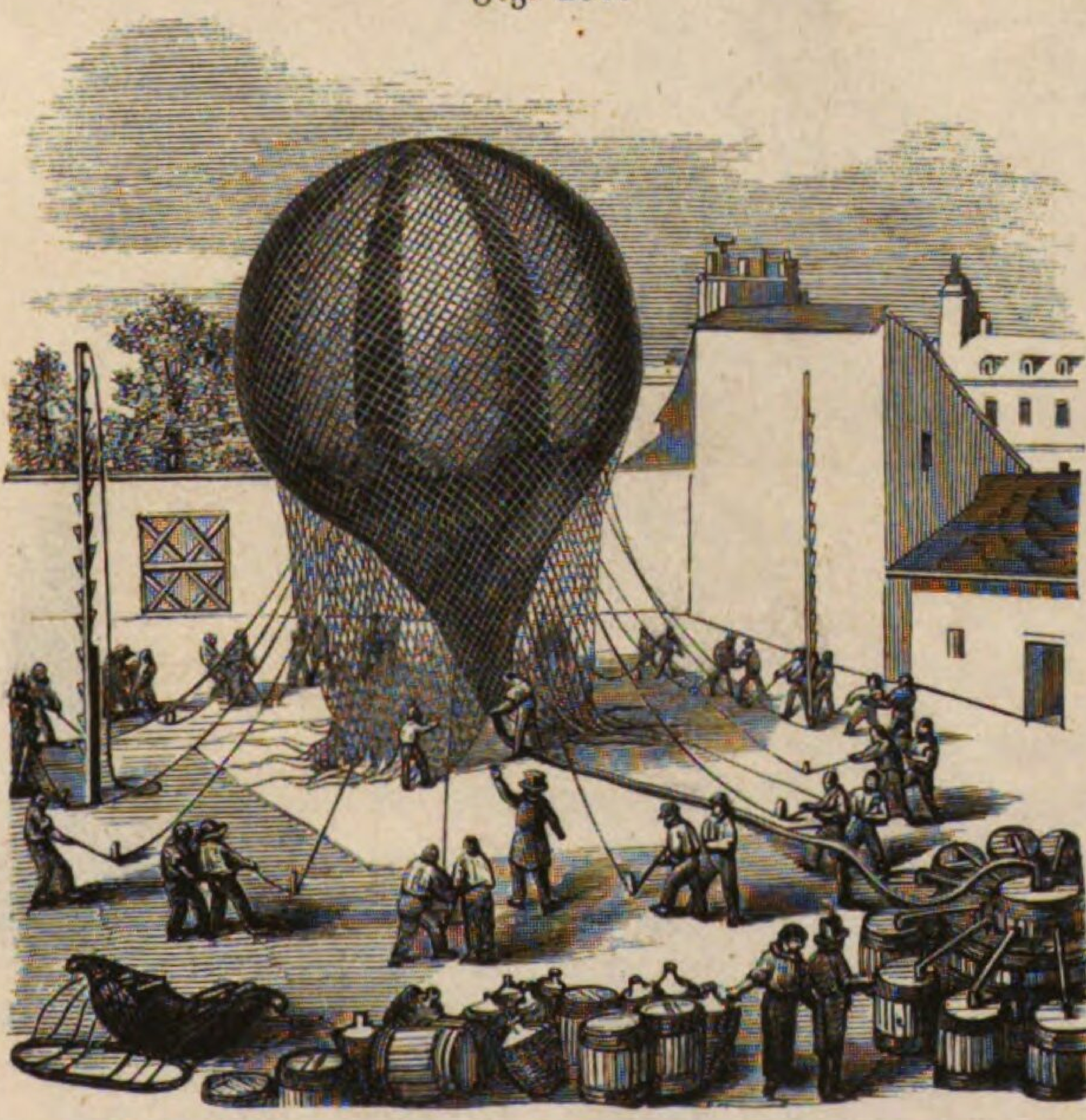
Fig. 252.



stieg er mit einem solchen 500 Cubikmeter Wasserstoffgas haltenden von Robert begleitet in die Luft. In wenigen Minuten hatten sie eine Höhe von 3000 Fuß erreicht und legten in diesen Regionen einen Weg von 5 Meilen in 2 Stunden zurück. Charles stieg in den Tuilerien auf. Die ganze Bevölkerung von Paris war in Bewegung. Alle öffentlichen Plätze, alle hochliegenden Orte waren mit Zuschauern bedeckt. Ein Kanonenschuß gab das Signal der Abfahrt, und man sah den Ballon sich wie ein Meteor am Horizont erheben. Hoch in den Lüften sah man noch die flatternden Fähnchen, von der Sonne beleuchtet, und die Schiffer, welche ruhig die Erde grüßten. Nie hat wohl ein physikalisches Experiment solche allgemeine Bewunderung erregt.

In der Schlacht bei Fleurus am 26. Juni 1794 bedienten sich die Franzosen eines Luftballons, um die Bewegungen der Oesterreicher zu beobachten. Im Jahre 1804 unternahmen Gay-Lussac und Biot eine Luftfahrt zu wissenschaftlichen Zwecken, bei welcher sie eine Höhe von 4000 Meter erreichten. Eine zweite Fahrt unternahm Gay-Lussac allein und erreichte eine Höhe von 7000 Metern, die größte Höhe, zu der je ein Mensch gelangt ist. (Humboldt und Bonpland sind am Chimborasso bis zu einer Höhe von 6100 Metern aufgestiegen.) In einer solchen Höhe fühlte man eine empfindliche Kälte: Gay-Lussac's Thermometer zeigte — 10° C., während am Bo-

Fig. 253.



den eine Hitze von 30° C. war. Die Luft war so trocken, daß die hygroskopischen Körper rasch ihre Feuchtigkeit verloren; der Himmel erschien sehr dunkelblau. Nach einer Fahrt von 6 Stunden hatte Gay-Lussac in horizontaler

Richtung einen Weg von 15 Meilen zurückgelegt und sank in der Nähe von Rouen langsam nieder.

Fig. 253 (a. v. S.) stellt einen Luftballon dar, welcher eben mit Wasserstoffgas gefüllt wird.

In neuerer Zeit werden die Luftballons häufig mit Leuchtgas gefüllt. Sie müssen in diesem Falle größer sein als die für Wasserstoff construirten, weil das Leuchtgas schwerer ist als Wasserstoffgas.

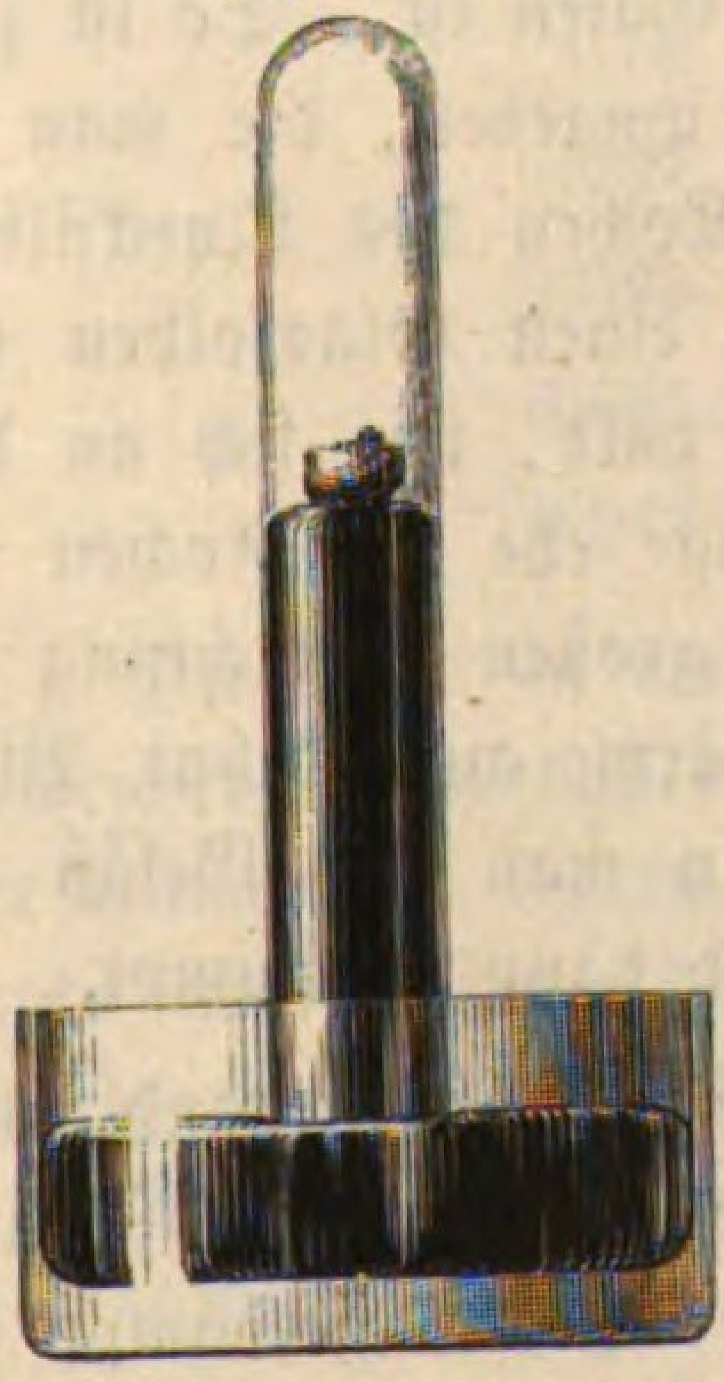
Kleine Luftballons zu Experimenten bei Vorlesungen werden aus Goldschlägerhaut oder aus Collodium verfertigt.

Sechstes Capitel.

Anziehung zwischen gasförmigen und festen, sowie zwischen gasförmigen und flüssigen Körpern.

Daß zwischen den Theilchen fester und gasförmiger Körper eine bedeutende 89
Anziehung stattfindet, geht am augenscheinlichsten aus folgendem Versuche hervor. Löscht man eine glühende Kohle unter Quecksilber ab, läßt man sie dann in einem Cylinder in die Höhe steigen, dessen oberer Theil mit Kohlensäure gefüllt ist, welche durch Quecksilber von der Verbindung mit der äußeren Luft abgesperrt wird, und deren Volumen ungefähr 20mal so groß ist als das der Kohle, so wird in wenig Augenblicken die Kohlensäure von der Kohle dermaßen verdichtet, daß das Quecksilber im Cylinder bis obenhin steigt (Fig. 254). Die ganze Masse der Kohlensäure, welche vorher den ganzen oberen Theil des Cylinders erfüllte, ist jetzt durch die zwischen der Kohle und dem Gase stattfindende Anziehung in den Poren der Kohle verdichtet, das Gas ist absorbirt worden. Derselbe Versuch gelingt auch mit vielen anderen Gasen.

Fig. 254.



Wenn die Kohle längere Zeit an der Luft gelegen hat, so gelingt der Versuch nicht mehr ganz, was sehr begreiflich ist, wenn man bedenkt, daß die Kohle atmosphärische Luft und den in der Luft verbreiteten Wasserdampf absorbirt, und daß dadurch natürlich ihre Absorptionsfähigkeit für andere Gase vermindert wird.

Wenn man eine Kohle, welche Gase absorbirt hat, unter die Luftpumpe bringt oder glüht, so läßt sie die absorbirten Gase wieder frei.

Die Absorption der Gase ist jederzeit von einer Wärmeentwickelung begleitet, die um so bedeutender ist, je heftiger die Absorption vor sich geht. Zur Fabrikation des Schießpulvers wird die Kohle möglichst fein zerrieben, und

dieses Kohlenpulver absorbirt die atmosphärische Luft mit solcher Begierde, daß eine bedeutende Erhitzung der Masse stattfindet, welche oft bis zur Entzündung steigt.

Sauerstoffgas wird von Platinschwamm (fein vertheiltes Platin) sehr stark absorbirt. Wenn Wasserstoffgas auf einen mit verdichtetem Sauerstoffgase gesättigten Platinschwamm strömt, so verbinden sich die Gase unter solcher Wärmeentwickelung, daß das Platin glühend wird und den Strom von Wasserstoffgas entzündet. Darauf gründet sich die Döbereiner'sche Zündmaschine.

Dadurch, daß sich der feste Körper in einem fein vertheilten Zustande befindet, wie dies beim Kohlenpulver und dem Platinschwamm der Fall ist, wird die Absorption bedeutend befördert, weil alsdann viele Berührungspunkte zwischen dem festen Körper und dem Gase vorhanden sind; doch ist dieser fein vertheilte poröse Zustand nicht durchaus nothwendig, um die Verdichtung der Gase zu bewirken, sie findet auch Statt, wenn der feste Körper eine vollkommen glatte, ja wenn er eine metallische Oberfläche hat, nur ist in diesem Falle die Verdichtung nicht so bedeutend. Wenn man ein Stück Platin mit vollkommen metallischer Oberfläche in ein Gemenge von Sauerstoffgas und Wasserstoffgas bringt, so werden die beiden Gase so sehr verdichtet, daß sie sich allmälig zu Wasser verbinden.

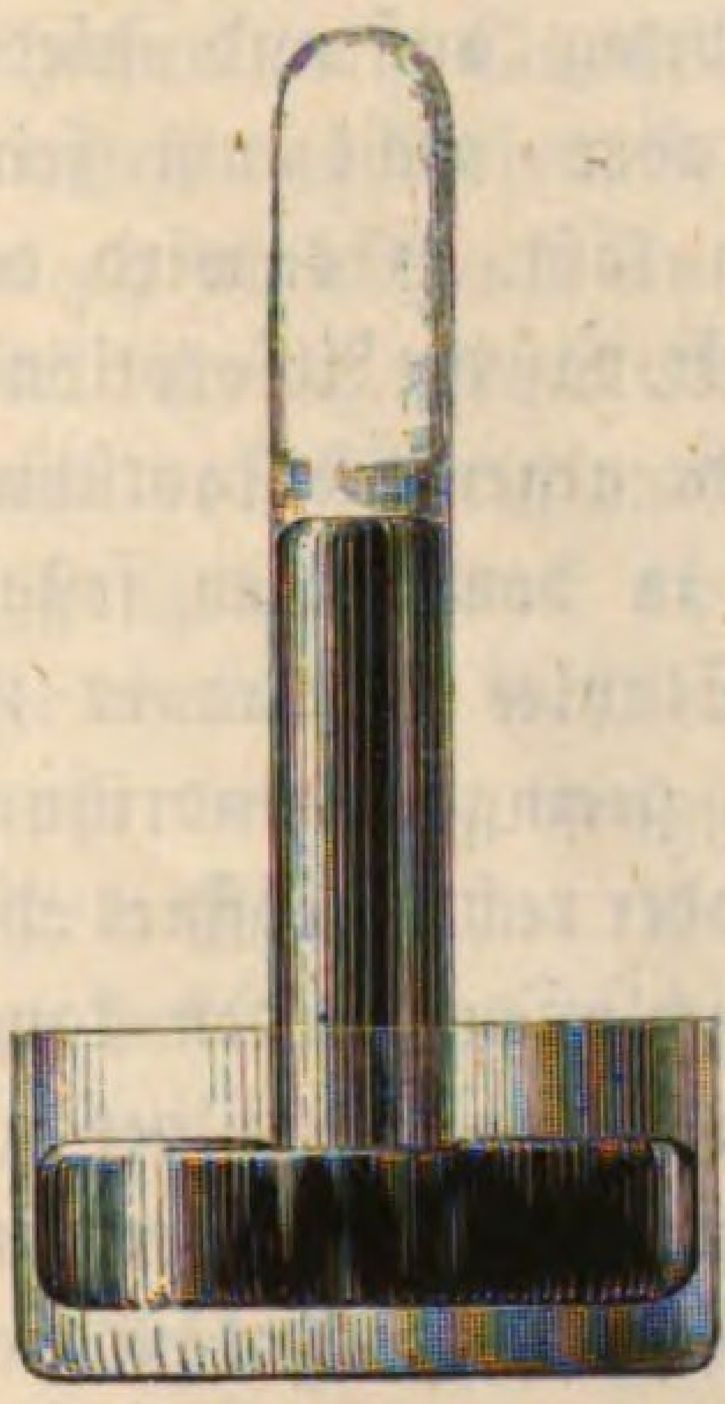
Nicht Platin und Kohle allein zeigen dieses merkwürdige Verhalten gegen Gase, sondern mehr oder weniger alle festen Körper. Jeder feste Körper ist daher gleichsam mit einer verdichteten Atmosphäre von irgend einem Gase umgeben, welche sich oft nur sehr schwer von ihm trennen läßt, und mit welcher er sich, wenn man seine Oberfläche davon auch vollkommen befreit, nach einiger Zeit doch wieder umgiebt, wenn er in Berührung mit Gasen ist. So ist z. B. das Glas stets mit einer Hülle von verdichteter Luft umgeben, die man bei der Anfertigung von Barometern erst durch das Kochen des Quecksilbers in der Röhre entfernen kann. Gießt man Wasser in einen Glaskolben und bringt man dann denselben über Feuer, so sieht man bald, wie sich an dem Boden eine Menge kleiner Bläschen bilden, noch lange ehe das Kochen des Wassers beginnt. Es ist dies die vorher wegen ihrer großen Verdichtung gar nicht wahrgenommene Luftschicht, die nun, durch die Wärme ausgedehnt, Bläschen bildet. Aehnliche Bläschen sieht man auch, wenn man das Gefäß mit Wasser unter den Recipienten der Luftpumpe bringt und dann auspumpt.

Solche gasförmige Körper, welche leicht in den flüssigen Zustand übergehen (Dämpfe), werden durch die Anziehung, welche feste Körper auf sie ausüben, flüssig gemacht. So zieht z. B. Chlorcalcium den Wasserdampf mit großer Begierde an, verdichtet ihn zu Wasser und zerfließt endlich in dem Wasser. Auch das Kochsalz zieht den Wasserdampf aus der Luft an und wird feucht; ebenso verhält sich die Pottasche und viele andere Körper.

Solche Körper, welche den Wasserdampf aus der Luft anziehen, heißen hygroskopische Körper; außer den schon angeführten sind auch Holz, Haare, Fischbein u. s. w. hygroskopisch.

Absorption der Gase durch Flüssigkeiten. Flüssigkeiten zeigen 90 gegen Gase ein ganz ähnliches Verhalten wie das, welches wir soeben bei den festen Körpern betrachtet haben. Man kann dies recht anschaulich machen, wenn man den oben (S. 195) angeführten Versuch in der Weise abändert, daß man die Kohlensäure durch Ammoniakgas ersetzt und statt der Kohle Wasser in dem Glascylinder aufsteigen läßt. Das Ammoniakgas wird von dem Wasser mit solcher Begierde absorbirt, daß alsbald alles Gas verschwunden ist und sich die ganze Röhre mit Flüssigkeit füllt.

Fig. 255.



Die Absorptionsfähigkeit des Wassers für verschiedene Gase ist sehr ungleich, wie aus folgender Tabelle hervorgeht.

1 Maß Wasser absorbirt

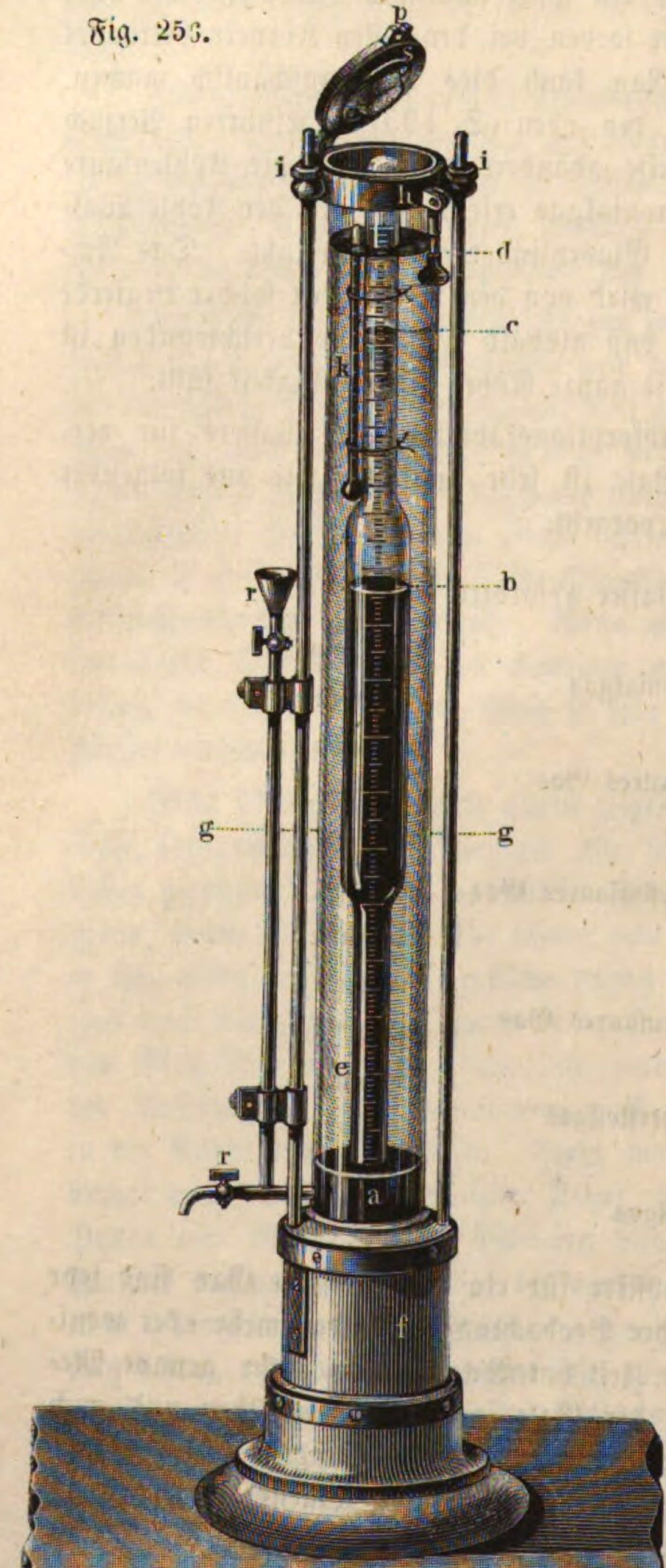
670	Maß Ammoniakgas	H. Davy.
780		Thomson.
480	» salzsaures Gas	H. Davy.
516		Thomson.
20	» schwefligsaures Gas	Dalton.
33		Thomson.
43		Saussure.
1	» kohlensaures Gas	Dalton.
1,16		Cavendish.
0,037	» Sauerstoffgas	Dalton.
0,065		Saussure.
0,025	» Stickgas	Dalton.
0.042		Saussure.

Die Angaben verschiedener Physiker für ein und dasselbe Gas sind sehr abweichend, was daher rührt, daß ihre Beobachtungsmethoden mehr oder weniger mangelhaft waren. In neuerer Zeit hat Bunsen eine sehr genaue Methode zur Messung der Absorption der Gase in Wasser angegeben und nach derselben von den früheren sehr abweichende Resultate gefunden.

Der zu diesen Versuchen angewandte Apparat hat folgende Einrichtung: Das in Millimeter getheilte und kalibrirte Absorptionsrohr *ee*, Fig. 256 (a. f. S.), ist an seinem unteren offenen Ende mit einer aufgekitteten, in die Schraubenmutter des kleinen Stuhles *aa*, Fig. 257, passenden Schraubenhülse *b* versehen, vermittelst deren man das offene Ende des Absorptionsrohres gegen die mit vulkanisirtem Kautschuk überzogene Bodenplatte des kleinen Stuhles *aa* schrauben und dadurch verschließen kann. An dem Stuhle befinden sich die beiden Stahlfedern *cc*, welche in zwei perpendiculär laufende Falze der inneren Höhlung

des Fußes *f*, Fig. 256, passen, so daß sich der Stuhl, wenn er in die Höhlung

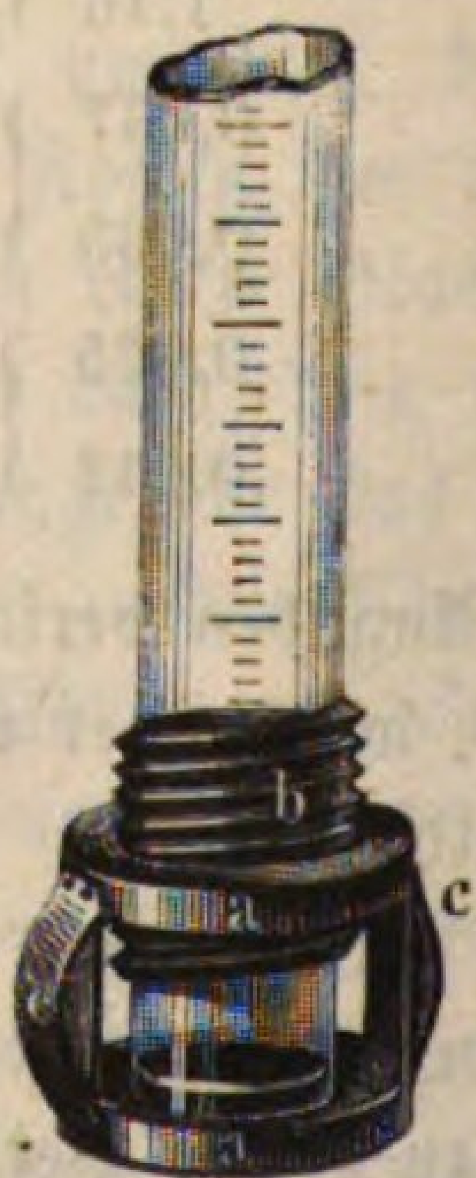
Fig. 256.



des Fußes gesenkt ist, mit gleitender Reibung auf und nieder bewegen, aber nicht um seine Axe drehen läßt. Es wird dadurch bewirkt, daß die Absorptionsröhre, welche gegen die Kautschukplatte des in den Falzen festgehaltenen Stuhles geschraubt ist, durch eine geringe Axendrehung nach links oder rechts geöffnet oder wieder verschlossen werden kann.

In dieses mit Quecksilber gefüllte, in einer Quecksilberwanne stehende Absorptionsrohr läßt man nun zunächst eine Portion des zu untersuchenden Gases eintreten, und nachdem man die zur Bestimmung seines Volumens, seiner Temperatur und des Druckes, unter dem es steht, nöthigen Ablesungen vorgenommen hat, wird eine angemessene Quantität luftfreien Wassers zugelassen, das Ab-

Fig. 257.



sorptionsrohr durch Aufschrauben des oben besprochenen kleinen Stuhles unter Quecksilber geschlossen und dann in den unten mit Quecksilber, oben mit Wasser gefüllten Glascylinder *gg* eingetaucht. — Die Temperatur dieses Wassers wird an dem Thermometer *k* abgelesen.

Hierauf wird das Absorptionsrohr durch Drehen auf die oben angegebene Weise geöffnet, der Druck, unter welchem das eingeschlossene Gas steht, durch Eingießen von Quecksilber in den Trichter *r* bis zu einem beliebigen Grade vermehrt, das Absorptionsrohr unten wieder zugeschraubt und dann das Glasrohr *gg* oben durch Aufschrauben eines Deckels vollkommen geschlossen. Dieser Deckel ist in der Mitte mit einer Kautschukplatte versehen, welche, auf den Gipfel des Absorptionsrohres aufgedrückt, dasselbe so fest hält, daß man nun den ganzen Apparat tüchtig schütteln kann. Nachdem nun diese Operation so lange wiederholt worden ist, bis keine weitere Absorption mehr stattfindet, werden abermals die nöthigen Ablesungen vorgenommen, um das Volumen des übrigen Gases, das Volumen des Wassers im Absorptionsrohre, den Druck, unter welchem das eingeschlossene Gas steht, u. s. w. zu erfahren.

Zur Erläuterung mag hier eine der von Bunsen mit Sauerstoffgas ausgeführten Absorptionsmessungen folgen.

Die ursprünglich in die Röhre eingelassene Menge Sauerstoffgas betrug 41,67 Theile einer willkürlichen Raumeinheit, und diese standen bei einer Temperatur von 19,7° unter einem Drucke von 427 Millimeter; bei 0° und 760 Millimeter Druck würde also diese Gasmenge den Raum von 21,85 Raumtheilen einnehmen.

Die Menge des eingelassenen Wassers betrug 201,6 Raumtheile.

Nach Vornahme der erwähnten Operationen fand sich unter einem Drucke von 702 Millimeter bei 19,7° noch ein Gasvolumen von 18,56 Cubikcentimeter, was gleich ist 15,99 Cubikcentimeter bei 0° und 760 Millimeter Druck.

Bei einem Drucke von 702 Millimeter wird also von 201,6 Raumtheilen Wasser eine Gasmenge verschluckt, welche bei 0° und 760 Millimeter Druck den Raum 21,85 — 15,99 = 5,86 einnimmt; das Wasser verschluckt daher bei diesem Drucke $\frac{5,86}{201,6} = 0,029$ seines Volumens Sauerstoffgas.

Auf dieselbe Weise wurde die Absorption bei einem Druck von 493,2 Millimeter bestimmt; es blieben unter diesem Drucke bei 19,3° noch 28,99 Raumtheile Gas, was reducirt 17,75 ist; es ist also eine Gasmenge absorbirt worden, die 21,85 — 17,75 = 4,28 Raumtheile einnimmt, das Wasser kann also bei diesem Drucke $\frac{4,1}{201,6} = 0,0203$ seines Volumens an Sauerstoffgas absorbiren.

Vergleicht man diese Resultate, so findet man, daß die absorbirten Gasmengen (0,029 und 0,020) dem jedesmaligen Drucke (702 und 493) nahe proportional sind. Dasselbe ergiebt sich aus allen solchen Versuchen, so daß sie das Gesetz beweisen: daß die Menge des Gases, welche das Wasser zu absorbiren im Stande ist, in demselben Verhältniß wächst, wie der Druck, dem beide ausgesetzt sind.

Nach diesem Gesetz kann man berechnen, wie viel Sauerstoffgas das Wasser bei 0° und 760 Millimeter Druck zu absorbiren vermag. Aus dem ersten Versuch ergiebt sich 0,0314, aus dem zweiten 0,0321.

Nach Bunsen's genauen Versuchen absorbirt 1 Volumen Wasser bei 0^0 und 760 Millimeter Druck

0,01831	Volumen	atmosphärischer Luft,
0,01497	»	Stickstoff,
0,03209	»	Sauerstoff,
0,85870	»	Kohlensäure.

Bei denjenigen Gasen, welche in bedeutend größeren Quantitäten vom Wasser verschluckt werden, wie z. B. Ammoniakgas, schweflige Säure u. s. w., hat man es nicht mit einem reinen Absorptionsphänomene zu thun, denn hier tritt noch chemische Affinität auf. In diesen Fällen findet auch die oben angeführte Beziehung zwischen Absorption und Druck nicht mehr Statt.

Mit steigender Temperatur nimmt die Absorptionsfähigkeit des Wassers ab.

91 **Hauchbilder.** Eine Reihe höchst interessanter, von Moser entdeckter Erscheinungen findet durch die Molecularwirkungen zwischen festen und gasförmigen Körpern ihre Erklärung.

Wenn man auf eine Glastafel mit einem Holzstäbchen oder irgend einem anderen Körper schreibt, so werden durch Behauchen die Charaktere deutlich hervortreten. Jeder polirte Körper, Metalle, Harz, Holz u. s. w., zeigt dasselbe wie die Glastafel.

Auf eine jodirte Silberplatte wurde ein gravirter Metallstempel, eine vertieft geschnittene Achatplatte und ein Hornring gelegt. Als nachher die jodirte Platte den Quecksilberdämpfen ausgesetzt wurde, zeigte sich ein deutliches Bild aller Figuren des Steins, der Buchstaben des Metallstempels und des Ringes.

Eine jodirte Silberplatte ist zu diesen Versuchen nicht nöthig; wenn man einen Stempel auf irgend einer Metallplatte einige Zeit stehen läßt, so zeigt sich nachher beim Behauchen der Platte, oder noch besser, wenn man sie den Quecksilberdämpfen aussetzt, ein Bild des Stempels. Die Dämpfe schlagen sich bald vorzugsweise an denjenigen Stellen nieder, an welchen eine Berührung stattfand, bald an den nicht berührten Stellen.

Eine unmittelbare Berührung ist nicht einmal nöthig; wenn der Stempel in ganz geringer Entfernung über die Platte gehalten wird, so tritt das Bild gleichfalls hervor, sobald man die Platte behaucht oder den Quecksilberdämpfen aussetzt.

Diese Wirkungen haben allerdings viel Aehnlichkeit mit den Wirkungen des Lichts auf Daguerresche Platten, und Moser sucht sie deshalb durch die Annahme zu erklären, daß jeder Körper gewissermaßen selbstleuchtend sei, daß er also Strahlen aussendet, welche auf andere Körper gerade so wirken, wie die Lichtstrahlen, obgleich sie die Netzhaut im Auge nicht afficiren. Waidele erklärt dagegen diese Erscheinungen folgendermaßen:

Im Allgemeinen ist jeder Körper von einer verdichteten Gasschicht eingehüllt; das absorbirte Gas bildet um seine Oberfläche eine Atmosphäre, wie die Luft um den Erdball. Wenn man einen Körper ausglüht, so wird er dadurch

von den bereits absorbirten Gasen befreit; eine Silberplatte, welche mit frisch ausgeglühtem Trippel geputzt wird, erhält dadurch den höchsten Grad von Reinheit. Ein Körper, welcher frisch gereinigt ist, wird natürlich Dämpfe weit stärker an seiner Oberfläche verdichten können als ein solcher, welcher schon in eine Gasschicht eingehüllt ist.

Wenn nun ein Stempel auf eine Platte gesetzt wird, so werden sich im Allgemeinen die Oberflächen beider Körper nicht in einem gleichen Zustande der Reinheit befinden; an den Berührungsstellen geht also gewissermaßen ein Austausch der Atmosphären vor sich. Die Platte wird an der Stelle, wo der Stempel lag, je nach den Umständen mehr oder weniger Gase verdichtet haben als an anderen Stellen, hier werden also auch die Dämpfe schwächer oder stärker condensirt werden.

Diese Erklärungsweise begründet Waidele durch viele Versuche, von denen wir nur die wichtigsten anführen wollen.

Auf die eine Hälfte einer mit frisch geglühtem Trippel geputzten Silberplatte wurde frisch ausgeglühtes Kohlenpulver gestreut, auf die andere Hälfte solches Kohlenpulver, über welches ein Strom von Kohlensäure geleitet worden war. Nach 1 bis 2 Minuten wurde alles Kohlenpulver mit reiner Baumwolle von der Platte abgekehrt. Wenn man sie nun behauchte, so condensirte sich der Wasserdampf auf der Hälfte, auf welcher das kohlensäurehaltige Kohlenpulver gelegen hatte, mit bräunlicher, auf der anderen Hälfte mit bläulicher Färbung. Den Quecksilberdämpfen ausgesetzt, condensirten sich dieselben nur auf der Hälfte der Platte, auf welcher das frisch ausgeglühte Kohlenpulver gelegen hatte.

Da, wo das frisch ausgeglühte Pulver gelegen hatte, ist die Oberfläche der Platte fast noch ganz rein, hier werden also die Wasserdämpfe sowohl als die Quecksilberdämpfe stärker verdichtet als da, wo die Platte durch die Berührung mit dem kohlensäurehaltigen Kohlenpulver schon mit einer dichten Atmosphäre von Kohlensäure bedeckt ist.

Wenn man auf eine frisch präparirte, also ganz reine Platte einen Stahlstempel auflegt, der längere Zeit in Kohlenpulver gelegen hatte, welches mit Kohlensäure gesättigt war, so daß sich auf diesem Stahlstempel eine dichte Atmosphäre von Kohlensäure befindet, und den Stempel nach 10 Minuten wegnimmt, so erscheint sein Bild, wenn man die Platte den Quecksilberdämpfen aussetzt, die sich vorzugsweise da condensiren, wo Platte und Stempel nicht in unmittelbarer Berührung waren, denn hier konnte sich die Platte nicht so schnell mit einer Gasatmosphäre bedecken als da, wo sie mit einer dichten Atmosphäre des Stempels in Berührung war.

Wenn dagegen die Platte mit einer Gasatmosphäre versehen ist, und man einen frisch gereinigten Stempel aufsetzt, so werden nach Wegnahme desselben die Quecksilberdämpfe umgekehrt da condensirt, wo der Stempel und die Platte in Berührung waren.

Wenn Platte und Stempel ganz rein sind, oder wenn Platte und Stempel

in Kohlenpulver gelegen haben, welches mit Kohlensäure gesättigt war, so erhält man gar kein Bild des Stempels.

Moser hat ferner gefunden, daß, wenn man auf irgend einen polirten Körper einen Papierschirm legt, in welchen beliebige Figuren ausgeschnitten sind, alsdann die Platte behaucht und das Wasser verdunsten läßt, und darauf den Schirm wegnimmt, daß alsdann bei einem abermaligen Behauchen die ausgeschnittene Figur wieder sichtbar wird, indem nur hier die Wasserdämpfe anders condensirt werden als an den Stellen, welche vorher nicht behaucht worden waren.

Wenn man mit einem Wassertropfen, welcher an einem Glasstabe hängt, über irgend eine polirte Platte hinfährt, ohne daß gerade Wasser auf der Platte hängen bleibt, so werden, wenn man nachher die Platte behaucht, die Züge sichtbar werden, in welchen der Tropfen über die Platte hingeführt wurde.

Moser erklärt diese Erscheinungen durch die Annahme eines latenten Lichtes, er nimmt nämlich an, daß Licht in ähnlicher Weise gebunden und wieder frei werden könne wie die Wärme. Wir können auf diese sehr unwahrscheinliche Theorie hier nicht weiter eingehen. Auch diese Erscheinungen erklärt Waidele mit überraschender Einfachheit.

Wenn man einen Wassertropfen, welcher an einem Glasstäbchen hängt, über eine Platte hinführt, welche mit einer Gasatmosphäre bedeckt ist, so absorbirt er einen Theil des Gases, und folglich muß der Weg des Tropfens auf der Platte sichtbar werden, wenn man sie nachher anhaucht.

Wenn man auf eine nicht sehr sorgfältig gereinigte Platte ein Blatt Papier legt, aus welchem irgend eine Figur ausgeschnitten ist; wenn man dann die Platte behaucht, das Blatt wegnimmt und das Wasser verdampfen läßt, so nimmt dies verdampfende Wasser die Gasatmosphäre größtentheils mit weg, während sie an den nicht bethaut gewesenen Stellen bleibt; bei einem abermaligen Behauchen muß also natürlich hier der Wasserdampf stärker condensirt werden als auf der übrigen Platte. Was diese Ansicht unterstützt, ist der Umstand, daß das Bild der ausgeschnittenen Figur auf einer frisch und sorgfältig gereinigten Platte nie recht deutlich wird, während es sich auf solchen Platten, die man vorher absichtlich mit einer Atmosphäre von Kohlensäure oder Ammoniakgas versehen hat, am schönsten darstellt.

92 **Diffusion der Gase.** Flüssigkeiten, welche sich nicht gegenseitig lösen oder chemisch mit einander verbinden, können wohl auf einige Augenblicke gemengt sein; bald aber trennen sie sich, sie lagern sich nach der Ordnung ihrer Dichtigkeit über einander, wie z. B. das Oel auf dem Wasser schwimmt. Bei Gasen findet eine ganz gleichförmige Mengung Statt.

Diese Fundamentalwahrheit ist durch einen directen Versuch außer Zweifel gesetzt worden. Berthollet verband zwei Ballons, von denen der eine mit Wasserstoffgas, der andere mit Kohlensäuregas gefüllt war, durch eine Röhre, die mittelst eines Hahns gesperrt werden konnte. Nachdem der Apparat so aufgestellt war, daß der mit dem leichteren Wasserstoffgas gefüllte Ballon über

dem anderen stand, wurde der Hahn geöffnet. Nach einiger Zeit hatte sich die Hälfte des Wasserstoffgases trotz seiner Leichtigkeit in dem unteren Ballon verbreitet, während die Hälfte des Kohlensäuregases in den oberen Ballon hinaufgestiegen war.

Man kann den Versuch am einfachsten anstellen, wenn man zwei Glasgefäße, von denen das obere mit Wasserstoffgas, das untere, e, mit Kohlensäure gefüllt ist, auf die Weise verbindet, wie man Fig. 259 sieht. Nach einiger Zeit findet man die Gase auf die angegebene Weise gemischt. Jedes Gas verbreitet sich also gleichförmig in dem ganzen Raume gerade so, als ob das andere gar nicht da wäre.

Fig. 259.



Was für die Mischung zweier Gase gilt, gilt auch für mehrere. Das allgemeine Princip, nach welchem die Mischung gasförmiger Körper vor sich geht, ist folgendes: Wenn man in einen und denselben Raum verschiedene Gase bringt, welche keine chemische Wirkung auf einander ausüben, so verbreitet sich jedes gleichförmig durch den ganzen Raum.

Wenn zwei verschiedenartige Gase durch eine poröse Scheidewand getrennt sind, so geht der Austausch der Gase durch diese Scheidewand hindurch vor sich, und zwar bemerkt man hier eine ähnliche Erscheinung wie diejenige, welche wir bei den Flüssigkeiten unter dem Namen Endosmose kennen gelernt haben; man findet nämlich, daß das Gas, welches sich auf der einen Seite der Scheidewand befindet, rascher durch die Scheidewand hindurchdringt, um sich jenseits zu verbreiten, als die Gasart auf der anderen Seite.

Graham hat diese Erscheinung näher untersucht und sie mit dem Namen der Diffusion bezeichnet; man kann sie am einfachsten in folgender Weise beobachten. Man verschließt das eine Ende einer ungefähr 1 bis $1^1/_2$ Zoll weiten Glasröhre mit einem Stopfen von Gyps, welcher die Gase sehr gut durchläßt, so lange er nicht feucht ist; diese Röhre wird über Quecksilber mit Wasserstoffgas gefüllt. Das Wasserstoffgas entweicht nun durch den Gypsstopfen, während umgekehrt atmosphärische Luft eindringt; allein die Menge des entweichenden Wasserstoffgases ist größer als die der eindringenden Luft, denn das Gasvolumen in der Röhre wird immer kleiner, das Quecksilber in der Röhre steigt immer mehr, und schon nach einigen Minuten steht es 2 Zoll hoch über dem Quecksilberspiegel in der Wanne.

Um das Gesetz der Diffusion zu ermitteln, muß man dadurch, daß man die Röhre allmälig tiefer und tiefer einsenkt, dafür sorgen, daß das Niveau des Quecksilbers in der Röhre stets dem äußeren gleich bleibt, weil ohne diese Vorsichtsmaßregel mehr atmosphärische Luft eindringt, als wenn bloß eine Diffusionswirkung stattgefunden hätte.

Nach Graham's Versuchen verhalten sich die Geschwindigkeiten, womit die Gase die Scheidewand durchziehen, umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Dichtigkeiten; wenn z. B. 1 Volumen Luft in die Röhre eintritt, so entweichen dagegen 3,83 Volumina Wasserstoffgas durch den Stopfen; nun ist aber das Wasserstoffgas 14,5mal leichter als die atmosphärische Luft, und 3,83 ist die Quadratwurzel von 14,5.

Zwischen Endosmose und der Diffusion der Gase findet also ein wesentlicher Unterschied Statt. Während die Ungleichheit der entgegengesetzten Strömungen bei der Endosmose lediglich durch die ungleiche Molecularanziehung bedingt wird, welche die Scheidewand auf die Flüssigkeiten ausübt, kommt bei der Diffusion der Gase die Natur der Scheidewand gar nicht in Betracht; das Verhältniß der Strömungen hängt von dem Verhältniß der Dichtigkeiten der Gase ab.

Siebentes Capitel.

Bewegung fester Körper unter dem Einfluß beschleunigender Kräfte.

Ruhe und Bewegung. Ein Körper, welcher seine Stellung gegen andere ändert, ist in Bewegung; er ist in Ruhe, wenn keine solche Veränderung mit ihm vorgeht. Alle Ruhe, alle Bewegung, welche wir beobachten, ist nur relativ, nicht absolut. Die Bäume sind in Ruhe in Beziehung auf die benachbarten Berge; die Bäume haben eine unveränderliche Stellung auf dem Erdboden; aber Bäume und Berge sind deshalb nicht in absoluter Ruhe; sie durchlaufen mit dem ganzen Erdballe, auf welchem sie fest stehen, die ungeheure Bahn unseres Planeten. Obgleich wir aber wissen, daß wir mit unserer Erde die Himmelsräume durchfliegen, indem sie sich um die Sonne dreht, so können wir doch über unsere absolute Bewegung nichts sagen, denn wir müßten wissen, ob die Sonne wirklich ein unbewegliches Centrum der Welt ist. Alles aber scheint anzudeuten, daß die Sonne selbst im Weltenraume fortschreitet. 93

Wir haben bei der Bewegung zwei wesentliche Dinge zu betrachten, die Richtung und die Geschwindigkeit.

Wenn ein Körper sich stets nach derselben Richtung bewegt, so ist seine Bahn geradlinig, wenn sich aber die Richtung seiner Bewegung fortwährend ändert, so ist seine Bewegung krummlinig. Wenn man sich in dem Punkte der Curve, welchen der Körper in einem bestimmten Momente einnimmt, eine Tangente an die Curve gezogen denkt, so zeigt uns diese Tangente die Richtung, welche in diesem Augenblicke die Bewegung des Körpers hat.

Gleichförmige Bewegung. Ein Körper hat eine gleichförmige Bewegung, wenn er in gleichen Zeiten gleiche Räume zurücklegt. Wenn ein Körper, der sich in gerader Linie bewegt, in jeder Minute gleich viel, etwa 60 Fuß, fortschreitet, in jeder halben Minute 30, in jeder Secunde 1 Fuß, so bewegt er sich gleichförmig. Weil hier die in gleichen Zeiten durchlaufenen Räume gleich sind, so folgt, daß das Verhältniß zwischen Zeit und Raum constant bleibt. Dieses Verhältniß nennt man die Geschwindigkeit der gleichförmi- 94

gen Bewegung. In der doppelten, dreifachen Zeit ist auch der durchlaufene Raum der doppelte oder dreifache; das Verhältniß bleibt also dasselbe. Die Zahl, welche die Geschwindigkeit ausdrückt, hängt davon ab, welche Einheiten man für Raum und Zeit wählt. Wollte man die Geschwindigkeit nur durch eine Zahl ausdrücken, ohne anzugeben, welcher Einheiten man sich bedient, so würde die Geschwindigkeit noch durchaus unbestimmt sein. Am einfachsten drückt man die Geschwindigkeit dadurch aus, daß man angiebt, wie weit sich der Körper in der Zeiteinheit, etwa in einer Minute, einer Secunde, bewegt. So geht z. B. ein erwachsener Mensch in der Regel mit einer Geschwindigkeit von 2,5 Fuß in der Secunde. Ein gewöhnlicher Wind hat eine Geschwindigkeit von 60 Metern, der Sturmwind aber eine solche von 2700 Metern in der Minute. Die beiden letzten Geschwindigkeiten sind unter sich vergleichbar, weil sie in denselben Einheiten ausgedrückt sind; die Geschwindigkeit des Sturmwindes ist 45mal so groß als die des gewöhnlichen Windes. Wollte man die oben angegebene Geschwindigkeit des Menschen mit der des Sturmwindes vergleichen, so müßte man sie erst auf gleiche Einheit reduciren.

Weil die Materie träg ist, muß sich ein Körper, welcher einmal eine gleichförmige Bewegung hat, fortwährend nach derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit bewegen, wenn nicht Kräfte auf ihn wirken, welche entweder seine Richtung allein, oder seine Geschwindigkeit allein, oder auch Richtung und Geschwindigkeit zugleich ändern; denn durch sich selbst kann ein Körper in dieser Hinsicht nichts verändern, weder den Zustand der Ruhe noch den der Bewegung. Auf diese Weise ist das Gesetz der Trägheit zu verstehen und nicht wie es sich die alten Philosophen dachten, welche behaupteten, daß die Materie eine vorherrschende Neigung zur Ruhe habe.

Wenn wir sehen, daß die Bewegung eines Körpers irgendwie verändert wird, daß seine Geschwindigkeit ab- oder zunimmt, daß die Bewegung ganz aufhört oder daß sie ihre Richtung ändert, so ist diese Veränderung jederzeit durch eine äußere Ursache veranlaßt. Ein Stein, den wir nach der Sonne werfen, müßte bis zu der Sonne fortfliegen, wenn er nicht durch den Widerstand der Luft und durch die Schwere, welche ihn nach der Erde zurückzieht, daran gehindert würde.

95 **Beschleunigte und verzögerte Bewegung.** Eine stetige Veränderung der Geschwindigkeit kann nur durch eine fortwährend wirkende Kraft hervorgebracht werden, eine solche Kraft aber nennt man eine *beschleunigende* oder eine *verzögernde*, je nachdem durch sie die Bewegung beschleunigt oder verzögert wird. Wenn in irgend einem Moment der veränderlichen Bewegung alle beschleunigenden oder verzögernden Kräfte zu wirken aufhörten, so würde von dem Augenblicke an die Bewegung eine gleichförmige sein; die Geschwindigkeit einer veränderlichen Bewegung in einem gegebenen Augenblicke bestimmt man dadurch, daß man ausmittelt, wie weit sich der Körper in der Zeiteinheit bewegen würde, wenn von dem fraglichen Momente an alle Beschleunigung und Verzögerung aufhörte.

Eine Bewegung heißt *gleichförmig beschleunigt* oder *gleichförmig*

verzögert, wenn die Geschwindigkeit in gleichen Zeiten gleichviel zu- oder abnimmt. Solche Bewegungen werden durch Kräfte hervorgebracht, welche fortwährend gleich stark wirken, wie dies bei der Schwere der Fall ist. Ein schwerer Körper fällt mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit.

Wenn man von der Voraussetzung ausgeht, daß die Intensität der Schwere an den verschiedenen Stellen, welche der fallende Körper durchläuft, dieselbe sei (und die Erfahrung berechtigt uns in der That zu dieser Annahme, wenigstens innerhalb gewisser Gränzen), so lassen sich alle Gesetze des freien Falls durch einfache Schlüsse entwickeln.

Da die Schwere in jedem Momente des Falles auf dieselbe Weise wirkt, so muß sie die Geschwindigkeit des fallenden Körpers in gleichen Zeiten auch gleichviel vermehren, d. h. die Bewegung muß eine gleichförmig beschleunigte sein. Wenn der fallende Körper während der ersten Fallsecunde eine Geschwindigkeit g erlangt, so muß er also nach 2, 3, 4 . . . t Secunden eine Geschwindigkeit $2g$, $3g$, $4g$ . . . tg erlangt haben. Es läßt sich dies in Worten allgemein so ausdrücken: die Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers ist stets der verflossenen Fallzeit proportional; oder es ist

$$v = g \cdot t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wenn v die Geschwindigkeit bezeichnet, welche der Körper während einer Fallzeit von t Secunden erlangt hat, g aber seine Geschwindigkeit am Ende der ersten Secunde darstellt.

Welchen Raum muß aber demnach der Körper in 1, 2, 3, 4 . . . t Secunden durchfallen? Zu Anfang der ersten Secunde ist seine Geschwindigkeit gleich 0, zu Ende derselben ist sie g. Da nun die Geschwindigkeit gleichförmig zunimmt, so muß der in einer Secunde durchfallene Raum offenbar gerade eben so groß sein, als ob sich der Körper während einer Secunde mit einer Geschwindigkeit bewegt hätte, welche zwischen der Anfangs- und Endgeschwindigkeit, also zwischen 0 und g in der Mitte liegt. Diese mittlere Geschwindigkeit aber ist $\frac{1}{2}g$, und ein Körper, der sich eine Secunde lang mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2}g$ bewegt, durchläuft den Raum $\frac{1}{2}g$.

Ebenso können wir durch Schlüsse den Fallraum finden, welchen der Körper in zwei Secunden durchfällt. Die Anfangsgeschwindigkeit ist 0, die Endgeschwindigkeit $2g$, also ist die mittlere Geschwindigkeit $\frac{2g}{2}$, und ein Körper, welcher sich zwei Secunden lang mit dieser Geschwindigkeit bewegt, durchläuft einen Raum $2 \cdot 2\frac{g}{2}$.

In drei Secunden durchfällt der Körper einen Raum $3 \cdot 3\frac{g}{2}$, denn die Anfangsgeschwindigkeit ist 0, die Endgeschwindigkeit $3g$, also die mittlere Geschwindigkeit $3\frac{g}{2}$, und mit dieser Geschwindigkeit muß ein Körper sich drei Secunden lang gleichförmig bewegen, wenn er denselben Weg zurücklegen soll, den ein schwerer Körper in drei Secunden durchfällt.

Wir wollen diese Schlußweise allgemein machen. Wenn ein Körper t Secunden lang fällt, so muß er einen Weg zurücklegen, welcher demjenigen gleich ist, den er während derselben Zeit bei gleichförmiger Bewegung zurückgelegt hätte, wenn seine Geschwindigkeit das Mittel zwischen der Anfangsgeschwindigkeit 0 und der Endgeschwindigkeit $g \,.\, t$, also $\frac{g}{2} \,.\, t$ gewesen wäre. Ein Körper aber, welcher sich t Secunden lang mit der Geschwindigkeit $\frac{g}{2} t$ bewegt, durchläuft einen Raum

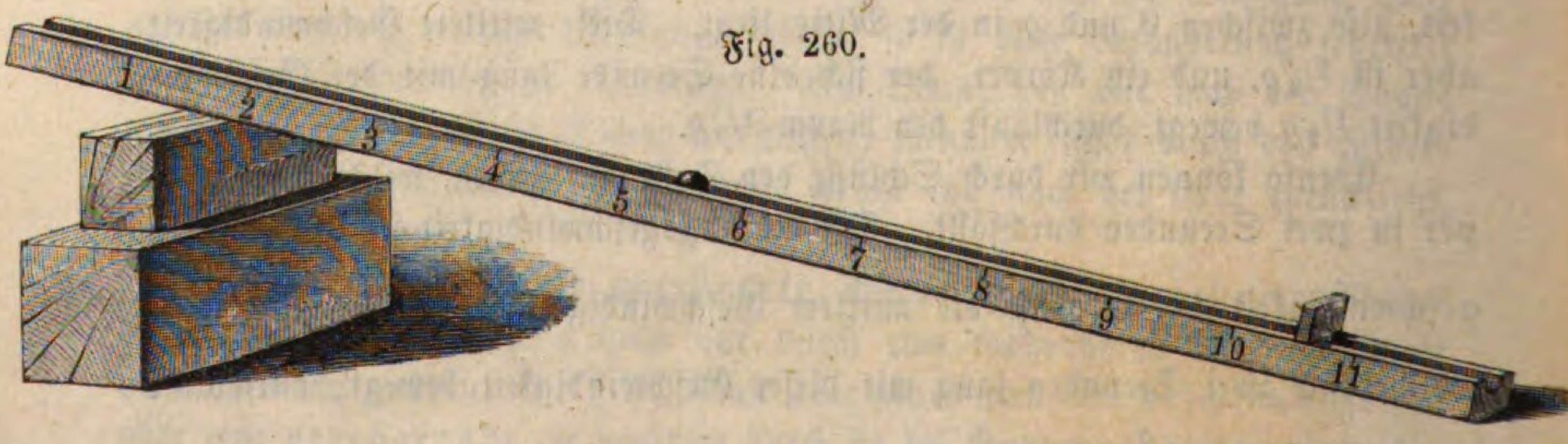
$$s = \frac{g}{2} \,.\, t^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; 2)$$

das heißt in Worten: die Fallräume verhalten sich wie die Quadrate der Fallzeiten.

Ob aber die Voraussetzungen dieses Raisonnements wahr sind, ob die Schwere wirklich eine gleichförmig beschleunigende Kraft sei, darüber kann einzig und allein der Versuch Auskunft geben. Diese Frage kann aber nicht direct gelöst werden, weil die Geschwindigkeit, mit welcher die Körper fallen, so rasch zunimmt, daß es schon nach wenigen Augenblicken unmöglich ist, die in gegebenen Zeiten durchlaufenen Räume genau zu bestimmen. Man muß deshalb, um das Fallgesetz experimentell zu prüfen, die beschleunigende Kraft, welche den Körper niedertreibt, vermindern. Das einfachste Mittel dazu ist Galiläi's schiefe Ebene, das genaueste aber die Atwood'sche Fallmaschine.

96 **Galiläi's schiefe Ebene.** Galiläi studirte zuerst die Fallgesetze, indem er leicht bewegliche Körper eine schiefe Ebene herunterrollen ließ. Zur Anstellung der Galiläi'schen Fallversuche bedient man sich am besten einer Rinne von Holz, etwa 10 bis 12 Fuß lang (Fig. 260), welche im Inneren möglichst glatt

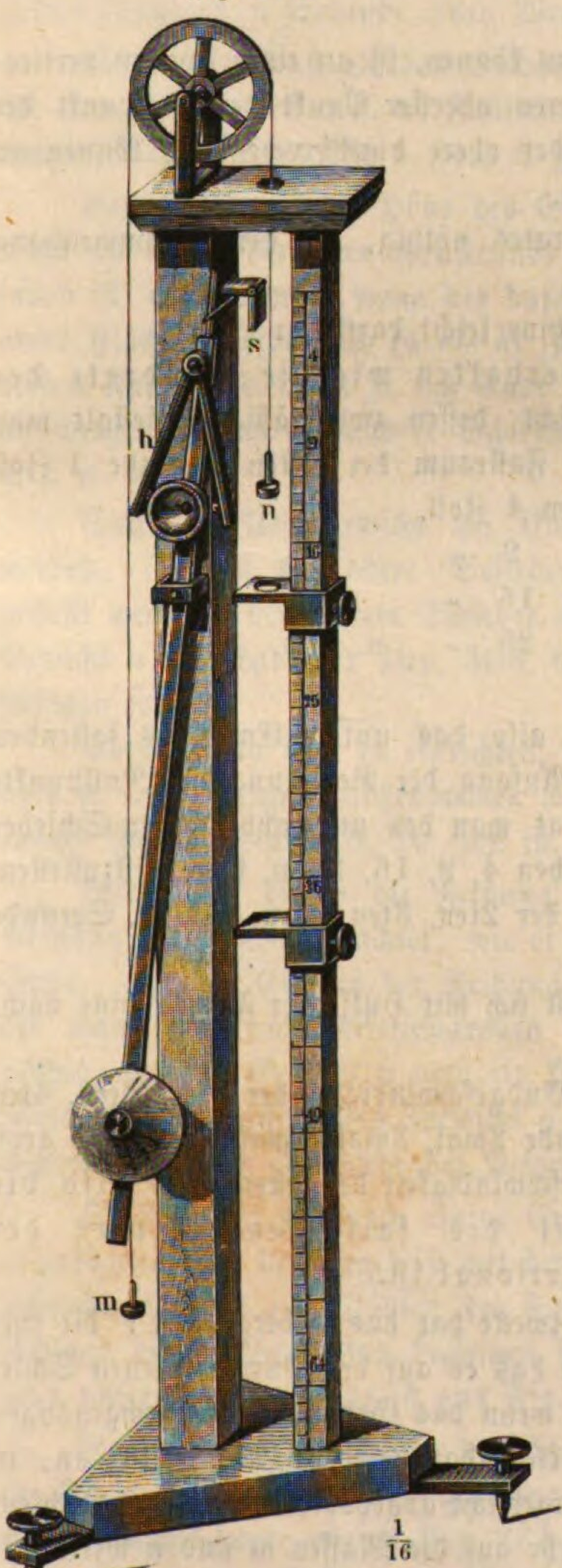
Fig. 260.



polirt sein muß und in Fuß und Zoll eingetheilt ist. Die Rinne wird durch Unterlagen schief gestellt, wie es die Figur zeigt. Wäre die Rinne vollkommen wagerecht gelegt worden, so würde eine darauf gelegte Kugel ruhig liegen bleiben, weil ihre Schwere durch den Widerstand der horizontalen Unterlage gänzlich aufgehoben wird. Wäre die Rinne vertical gestellt, so würde die Kugel ganz frei mit der vollen Kraft ihrer Schwere herabfallen. Wird aber die Rinne geneigt, so wird die Kraft der Schwere in einem bestimmten Verhältnisse vermindert. Aus den Principien der Statik folgt, daß man die beschleunigende Kraft findet, welche

die Kugel zur schiefen Ebene heruntertreibt, wenn man die beschleunigende Kraft der Schwere mit dem Sinus des Neigungswinkels der schiefen Ebene multiplicirt. Welches aber auch das Verhältniß sein mag, in welchem eine Kraft vermindert wird, mag man sie auf die Hälfte, den dritten, den vierten Theil ihrer ursprünglichen Größe reduciren, so ändert sich dadurch nur die absolute Größe der Bewegung, welche sie erzeugt, während das Verhältniß der in bestimmten Zeiten durchlaufenen Räume unverändert bleibt. Das Gesetz, welches wir aus den Versuchen auf der geneigten Ebene ableiten, ist demnach auch das Gesetz des freien Falles. Läßt man die Kugel in einem bestimmten Moment am oberen Ende der Rinne los, beobachtet man, welche Räume in 1, 2, 3 u. s. w. Secunden durchlaufen werden, so findet man, daß die Räume sich verhalten wie die Quadrate der entsprechenden Zeiten. Die Schwere ist demnach wirklich eine gleichförmig beschleunigende Kraft.

Fig. 261.



Die Atwood'sche Fallmaschine 97

besteht im Wesentlichen aus einer um eine horizontale Axe leicht drehbaren Rolle (Fig. 261), welche auf dem Gipfel einer ungefähr 6 Fuß hohen verticalen Säule befestigt ist. Ueber die Rolle ist eine Schnur geschlungen, an deren Enden gleiche Gewichte *m* und *n* hängen. Legt man auf der einen Seite ein Uebergewicht *r* auf, so wird das Gleichgewicht gestört; die Gewichte $n + r$ auf der einen Seite fallen, das Gewicht *m* auf der anderen Seite wird gehoben. Die Geschwindigkeit, mit welcher diese Bewegung vor sich geht, ist weit geringer als beim freien Falle, weil die bewegende Kraft, die Schwerkraft des Uebergewichtes *r*, nicht allein die Masse *r*, sondern die Masse $m + n + r$ in Bewegung zu setzen hat.

Wäre z. B. jedes der Gewichte *m* und *n* 7 Loth, *r* aber 1 Loth, so hätte das Uebergewicht von 1 Loth (abgesehen von der Masse der Rolle) eine

Masse von 15 Loth in Bewegung zu setzen; die Bewegung wird nach denselben Gesetzen vor sich gehen wie beim freien Falle, nur mit dem einzigen Unterschiede, daß die Intensität der beschleunigenden Kraft hier 15mal kleiner ist. Wenn also ein frei fallender Körper in der ersten Secunde 15 Fuß durchfällt, so wird hier der Fallraum der ersten Secunde nur 1 Fuß sein.

Man sieht wohl ein, daß die Bewegung um so langsamer werden wird, je kleiner das Uebergewicht r im Verhältniß zu $m + n$ ist, und man kann also durch zweckmäßige Veränderung von r die Bewegung so langsam machen, als man will.

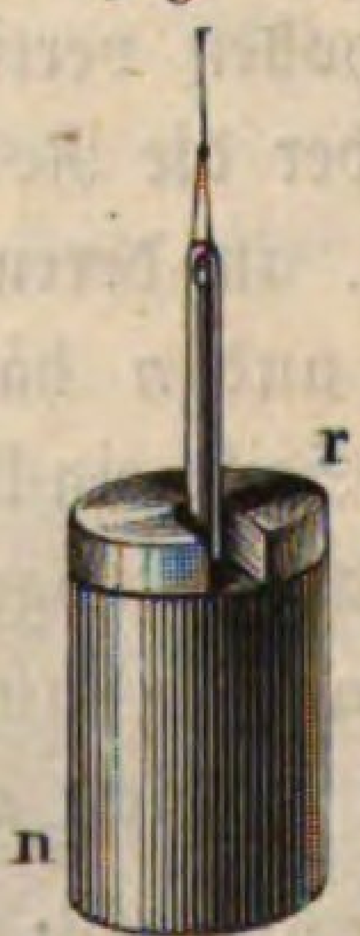
Um die Fallräume bequem messen zu können, ist an einer zweiten verticalen Säule eine Theilung angebracht, deren oberster Punkt der Nullpunkt der Scala ist. Zwei Schieber, von denen der obere durchbrochen ist, können an jeder Stelle der Scala festgestellt werden.

Soweit ist die Kenntniß des Apparates nöthig, um den Zusammenhang der Versuche zu verstehen.

Zunächst läßt sich mit der Fallmaschine leicht darthun:

1) Daß sich die Fallräume verhalten wie die Quadrate der Fallzeiten. Hat man das Uebergewicht, dessen zweckmäßigste Gestalt man in Fig. 262 sieht, so gerichtet, daß der Fallraum der ersten Secunde 1 Zoll ist, so werden in 2 Secunden 4 Zoll,
» 3 » 9 »
» 4 » 16 »
» 5 » 25 » u. s. w.
durchlaufen.

Fig. 262.

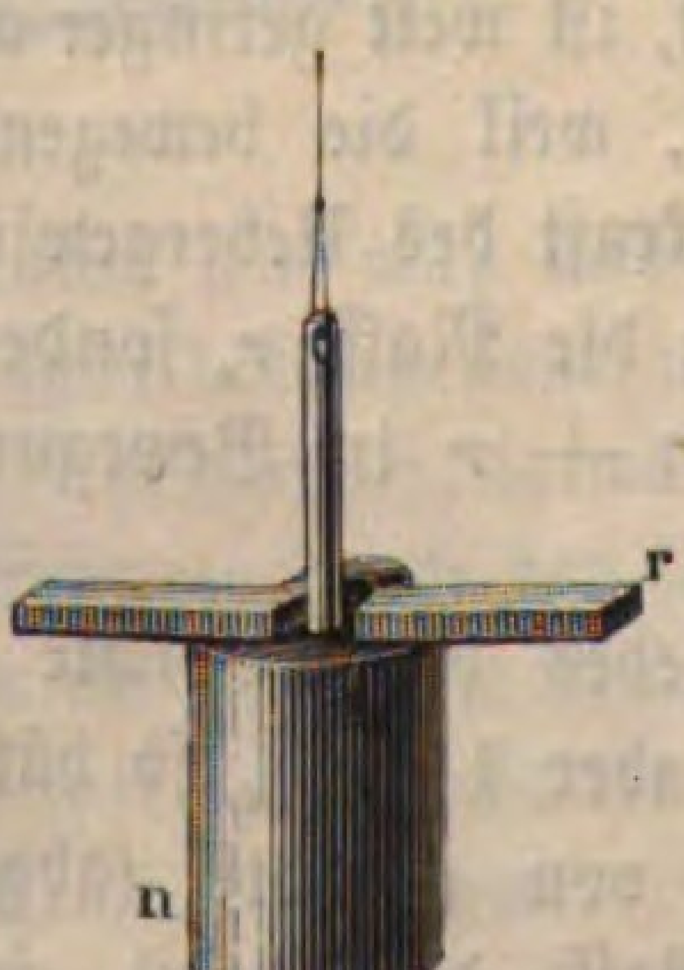


Befindet sich also das untere Ende des fallenden Gewichtes n zu Anfang der Bewegung am Nullpunkte der Scala, so hat man den undurchbrochenen Schieber bei den Theilstrichen 4, 9, 16, 25 u. s. w. festzustellen, wenn n am Ende der 2ten, 3ten, 4ten u. s. w. Secunde aufschlagen soll.

Sodann läßt sich mit Hülfe der Fallmaschine nachweisen:

2) Daß die Endgeschwindigkeit der 2ten, 3ten, 4ten u. s. w. Fallsecunde 2mal, 3mal, 4mal u. s. w. so groß ist als die Endgeschwindigkeit der 1sten, daß also die Geschwindigkeit des fallenden Körpers der Fallzeit proportional ist.

Fig. 263.



Zu diesem Zwecke hat das Uebergewicht r die Gestalt Fig. 263, so daß es auf dem durchbrochenen Schieber liegen bleibt, wenn das Gewicht n hindurchgegangen ist. Es ist nun klar, daß von dem Augenblicke an, in welchem das Uebergewicht abgehoben wird, keine beschleunigende Kraft mehr auf die Massen m und n wirkt, sie werden sich also von dem Augenblicke an, in welchem

das Uebergewicht weggenommen wird, mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegen, und zwar mit derjenigen Geschwindigkeit, welche sie in dem Momente hatten, in welchem das Uebergewicht auf dem durchbrochenen Schieber aufschlug.

Nehmen wir an, das Uebergewicht sei wieder so regulirt, daß der Fallraum der ersten Secunde 1 Zoll ist, so ist nach den obigen Auseinandersetzungen die Endgeschwindigkeit der 1sten Secunde 2 Zoll, d. h. wenn das Uebergewicht am Ende der 1sten Fallsecunde abgenommen würde, so würde *n* in jeder folgenden Secunde einen Weg von 2 Zoll zurücklegen.

Wird unter sonst gleichen Verhältnissen das Uebergewicht *r* erst am Ende der 2ten, 3ten, 4ten u. s. w. Fallsecunde abgenommen, so wird also die erlangte Endgeschwindigkeit 4 Zoll, 6 Zoll, 8 Zoll u. s. w. sein.

Bezeichnen wir die Höhe des Gewichtes *n* mit *h*, so wird das Uebergewicht am Ende der 2ten Fallsecunde (wenn also ein Weg von 4 Zoll durchfallen ist) abgenommen, wenn der durchbrochene Schieber so gestellt ist, daß die obere Fläche desselben sich $(4 - h)$ Zoll unter dem Nullpunkte befindet. In diesem Falle wird dann *n* am Ende der 3ten, der 4ten, der 5ten Secunde aufschlagen, wenn der andere Schieber bei $4 + 4$, bei $4 + 8$, bei $4 + 12$ u. s. w. steht.

Soll das Uebergewicht am Ende der 3ten Fallsecunde abgenommen werden, so muß der obere Schieber $(9 - h)$ Zoll unter den Nullpunkt gestellt werden, der untere Schieber aber 6, 12, 18 Zoll unter 9″, wenn das Gewicht *n* am Ende der 4ten, 5ten, 6ten u. s. w. Secunde auf demselben aufschlagen soll.

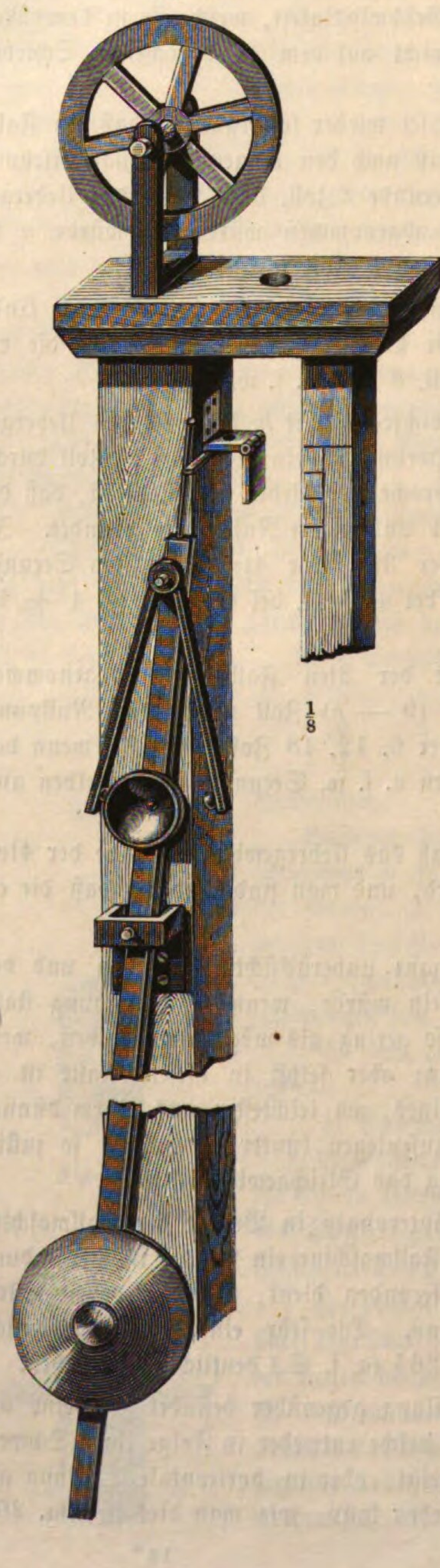
Ebenso kann man es einrichten, daß das Uebergewicht am Ende der 4ten, 5ten u. s. w. Secunde abgenommen wird, und man findet dann, daß die erlangte Geschwindigkeit 8, 10 Zoll ist.

Wir haben bisher die Reibung ganz unberücksichtigt gelassen und den Hergang der Sache betrachtet, wie er sein würde, wenn keine Reibung stattfände. Um den Einfluß der Reibung so gering als möglich zu machen, wendet man sogenannte Frictionsrollen an; aber selbst in diesem Falle ist es nöthig, auf das Gewicht *n* noch ein kleines, am leichtesten aus einem dünnen Metallblech herzustellendes Gewicht *q* aufzulegen (unter *r*), welches so justirt werden muß, daß es gerade der Reibung das Gleichgewicht hält.

Es sind jetzt nur noch einige Erläuterungen in Betreff der Fallmaschine beizufügen. In der Regel ist mit der Fallmaschine ein Pendel in Verbindung gebracht, welches zum Zählen der Fallsecunden dient, und mit dessen erstem Schlage die Fallbewegung beginnen muß. Die sehr einfache Pendelvorrichtung unserer Fallmaschine ist aus Fig. 264 (a. f. S.) deutlicher zu ersehen.

Gerade dem Nullpunkte der Theilung gegenüber befindet sich eine um ein Scharnier drehbare Messingplatte *s*, welche entweder in Folge ihrer Schwere vertical herabhängt, wie es Fig. 264 zeigt, oder in horizontale Stellung gebracht, durch einen Haken unterstützt werden kann, wie man dies in Fig. 265

Fig. 264.



sieht. Auf dieser so horizontal gehaltenen Platte steht nun das Gewicht *n*

Fig. 265.



vor dem Beginn der Bewegung. Der Haken, welcher die Platte *s* unterstützt, bildet aber das eine Ende eines Hebels *l*, welcher, wenn man das Pendel in Bewegung setzt, bei dem ersten Schlage desselben etwas auf die Seite geschoben wird, so daß die Platte *s*, nun ihrer Unterstützung beraubt, herabfällt, daß also auch mit dem ersten Pendelschlage das Fallen des Gewichtes *n* beginnt.

Die Schwingungen des Pendels werden dadurch hörbar gemacht, daß der gabelförmige Doppelhammer *h*, Fig. 261 u. 264, bei jedem Hin- und bei jedem Hergange des Pendels auf ein auf der Vorderseite desselben befestigtes Glöckchen schlägt.

Beim freien Falle beträgt der Werth von *g* etwas über 32 Fuß. Weiter unten beim Pendel findet sich eine genauere Angabe jenes Werthes. Beim freien Falle müßte also, den eben bewiesenen Gesetzen zufolge, der Weg, der in der 1sten Fallsecunde zurückgelegt wird, circa 16 par. Fuß, und in 2, 3, 4 Secunden müßte der Fallraum also 64, 144, 256 u. s. w. sein.

Galiläi selbst machte Versuche über den freien Fall. Später wiederholten Riccioli und Grimaldi dieselben an dem Thurme Degli Asinelli in Bologna. Die genauesten Versuche darüber hat Dechalles angestellt. Die beobachteten Fallräume sind stets kleiner, als man nach der Theorie erwar-

ten sollte; diese Differenz rührt jedoch nur von dem Widerstande der Luft her, der im quadratischen Verhältnisse der Geschwindigkeit wächst. Bei der Fallmaschine und der Fallrinne ist der Luftwiderstand ohne Einfluß.

Es ist häufig von Wichtigkeit, aus den gegebenen Fallhöhen unmittelbar die entsprechende Geschwindigkeit berechnen zu können. Eine Formel, nach welcher diese Rechnung auszuführen ist, ergiebt sich aus den Formeln $v = g \,.\, t$ und $s = \frac{g}{2} t^2$. Durch Elimination von t findet man

$$v = \sqrt{2 g s.}$$

Die Geschwindigkeiten verhalten sich also wie die Quadratwurzeln aus den Fallräumen. Wäre z. B. ein Körper von einer Höhe von 100 Fuß herabgefallen, so ist nach dieser Formel seine Geschwindigkeit $v = \sqrt{2 \,.\, 32 \,.\, 100} = 80 \ldots$ Fuß (natürlich ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes).

Gleichförmig verzögerte Bewegung. Wenn ein Körper durch irgend einen Stoß vertical in die Höhe geworfen wird, so wird er mit abnehmender Geschwindigkeit steigen; nach einiger Zeit hört seine aufwärts gerichtete Bewegung auf, und er beginnt zu fallen. Die Gesetze dieser Bewegung folgen unmittelbar aus dem Vorhergehenden. 98

Gesetzt, der Körper sei mit einer Geschwindigkeit von 160′ in die Höhe geworfen worden, so würde er, wenn die Schwere nicht wirkte, in jeder Secunde 160′ steigen. Da die Schwere einem fallenden Körper in 1, 2, 3, 4, 5 u. s. w. Secunden eine Geschwindigkeit von 32′, 64′, 96′, 128′, 160′ u. s. w. ertheilt, welche der Richtung unserer Bewegung entgegengesetzt ist, so ist klar, daß die Geschwindigkeit des steigenden Körpers am Ende der 1sten Secunde $160 - 32 = 128'$ ist; am Ende der 2ten Secunde ist diese Geschwindigkeit $160 - 64 = 96'$; am Ende der 3ten $160 - 96 = 64'$; am Ende der 4ten $160 - 128 = 32'$; am Ende der 5ten endlich $160 - 160 = 0$, und nun beginnt also der Körper zu fallen. Wir haben hier das Beispiel einer gleichförmig verzögerten Bewegung, denn die Geschwindigkeit des steigenden Körpers nimmt in jeder Secunde um gleich viel, nämlich um 32′, ab.

Stellen wir dies allgemeiner dar. Es sei n die Geschwindigkeit im Beginn des Steigens, so ist die Geschwindigkeit des Körpers nach t Secunden

$$v = n - g t.$$

Das Steigen hört auf, wenn $v = 0$, wenn also $n = g t$, d. h. wenn die in t Secunden erlangte Fallgeschwindigkeit der Geschwindigkeit gleich ist, mit welcher der Körper zu steigen begonnen hat.

Die Zeit T, welche der Körper braucht, um den Gipfel seiner Bahn zu erreichen, ist demnach

$$T = \frac{n}{g}.$$

Eine Kanonenkugel, welche mit 1280 Fuß Geschwindigkeit vertical in die Höhe geschossen wird, würde also den höchsten Punkt ihres Weges nach $\frac{1280}{32} = 40$ Secunden erreichen.

Suchen wir nun die Höhe zu bestimmen, welche der steigende Körper nach einer gegebenen Zeit erreicht hat. Bei dem oben zu Anfange dieses Paragraphen gewählten Beispiele würde der Körper nach 1, 2, 3 u. s. w. Secunden die Höhe von 160, 320, 480 u. s. w. Fuß erreicht haben, wenn die Schwere ihn nicht herabzöge. Wie wir aber gesehen haben, zieht ihn die Schwere in der 1sten Secunde 16 Fuß herab, in 2 Secunden 4 . 16 oder 64′, in 3 Secunden 9 . 16 oder 144′. Seine Höhe am Ende der 1sten Secunde ist also 160 — 16 = 144′; am Ende der 2ten, 3ten Secunde ist seine Höhe 320 — 64 = 256′, 480 — 144 = 336′ u. s. w. Nach 5 Secunden hätte er die Höhe von 800′ erreicht, ist aber durch die Wirkung der Schwere $16 \times 5^2 =$ 400′ herabgezogen, er befindet sich also wirklich in einer Höhe von 800 — 400 = 400 Fuß, und nun beginnt er wieder zu fallen.

Betrachten wir die Sache allgemeiner. In t Secunden würde der Körper vermöge seiner ursprünglichen Geschwindigkeit n zu der Höhe nt steigen, er ist aber durch die Schwere um $\frac{g}{2} t^2$ herabgezogen worden, seine wirkliche Höhe ist demnach

$$h = nt - \frac{g}{2} t^2.$$

Da der Gipfel der Bahn erreicht wird, wenn $t = \frac{n}{g}$, so findet man die Höhe H des Körpers für diesen Moment, wenn man in obiger Formel statt t diesen Werth setzt; es ergiebt sich:

$$H = \frac{n^2}{g} - \frac{g n^2}{2 g^2} = \frac{n^2}{g} - \frac{n^2}{2 g} = \frac{n^2}{2 g}.$$

Die mit einer Geschwindigkeit von 1280 Fuß vertical in die Höhe geschossene Kanonenkugel erreicht also eine Höhe $H = \frac{1280^2}{2 \, . \, 32} = \frac{1638400}{64} =$ 25600 Fuß.

Nach Gleichung 2) auf Seite 208 haben wir für die Zeit t, welche ein Körper braucht, um den Raum s zu durchlaufen, den Werth

$$t = \sqrt{\frac{2}{g} s},$$

die Zeit T', welche ein Körper braucht, um die Höhe $H = \frac{n^2}{2 g}$ zu durchfallen, ist demnach

$$T' = \sqrt{\frac{2}{g} \cdot \frac{n^2}{2 g}} = \sqrt{\frac{n^2}{g^2}} = \frac{n}{g},$$

d. h. zum Herabfallen braucht der Körper eben so viel Zeit, wie zum Steigen.

Die Geschwindigkeit V, welche durch das Herabfallen von der Höhe H erlangt wird, ist

$$V = \sqrt{2gH} = \sqrt{2g \cdot \frac{n^2}{2g}} = n,$$

d. h. der Körper kommt mit derselben Geschwindigkeit unten wieder an, mit der er zu steigen begann; oder um einen Körper bis zu einer Höhe H vertical in die Höhe zu treiben, muß man ihm eine Anfangsgeschwindigkeit ertheilen, die gerade so groß ist als diejenige, welche er durch den freien Fall von der Höhe H herab erlangt.

Fall auf der schiefen Ebene. Bezeichnet g wie bisher die beschleunigende Kraft der Schwere, x den Winkel, welchen die schiefe Ebene mit der Horizontalen macht, so ist $g . sin. x$ die beschleunigende Kraft, welche den Körper zur schiefen Ebene herabtreibt. (S. Paragraph 24 S. 43.) 99

Der Weg s, welchen der frei fallende Körper in t Secunden zurücklegt, ist $s = \frac{g}{2} t^2$; auf der schiefen Ebene durchläuft er in derselben Zeit den Weg $s' = \frac{g}{2} sin. x t^2 = s . sin. x$. — In Fig. 266 sei nun ab die schiefe Ebene, ac der Raum s, welchen der frei fallende Körper in t Secunden durchfällt, so findet man den Weg s', welchen ein Körper in derselben Zeit auf der schiefen Ebene durchläuft, durch Construction, wenn man von c ein Perpendikel cd auf ab fällt. Es ist hier offenbar $ad = ac . sin. x$, oder $ad = s . sin. x$, es ist also ad der gesuchte Fallraum s' auf der schiefen Ebene.

Fig. 266.

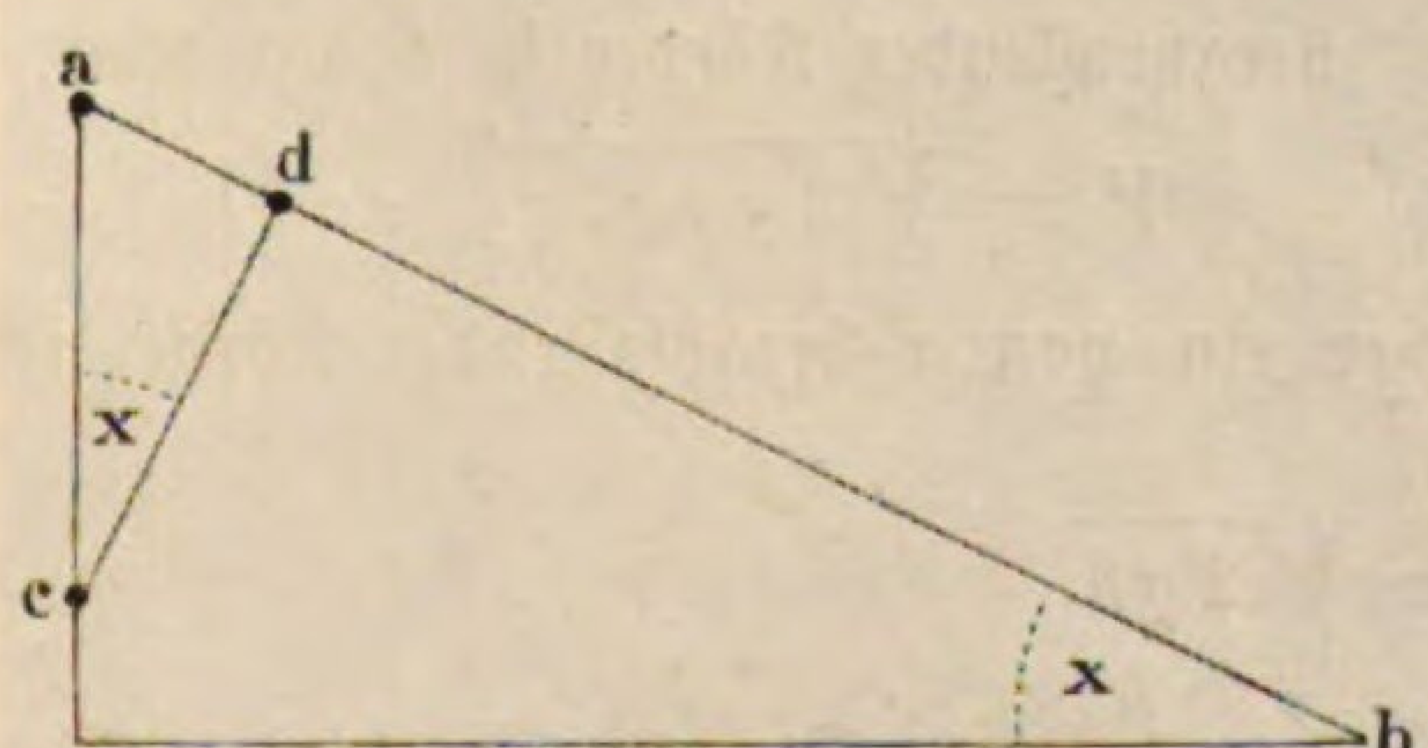
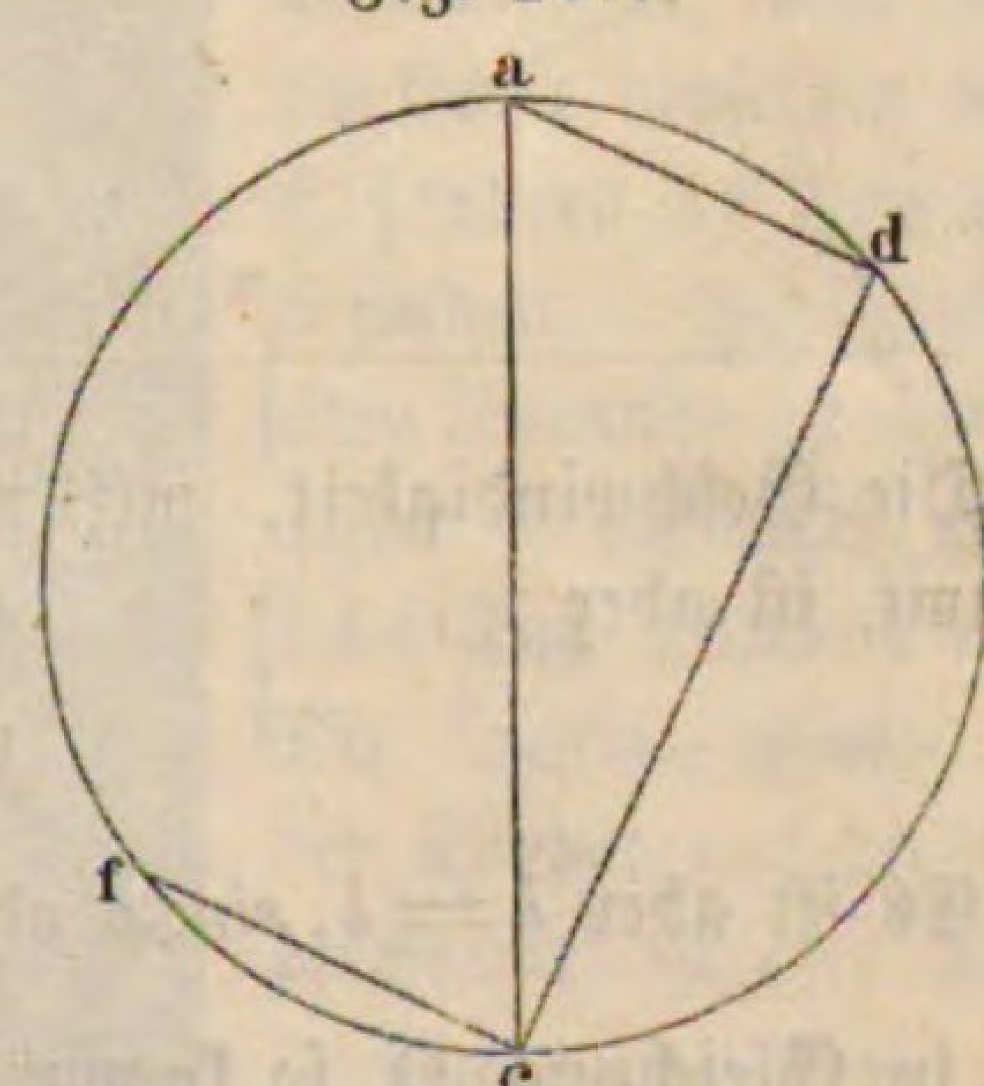


Fig. 267.



Denken wir uns in einem Kreise, dessen Ebene vertical steht, den verticalen Durchmesser ac, Fig. 267, ferner von irgend einem Punkte d des Umfanges aus die Sehnen da und dc gezogen, so ist bekanntlich dac ein rechtwinkliges Dreieck, und wenn man mit x den Winkel bezeichnet, welchen dc mit der Verticalen macht, so ist x auch der Winkel zwischen ad und der Horizontalen;

ferner ist $ad = ac . sin. x$, es wird also die Sehne ad in derselben Zeit durchlaufen, welche ein frei fallender Körper braucht, um den verticalen Durchmesser ac zu durchfallen.

Dies gilt, welche Stellung der Punkt d auch auf dem Kreisumfange einnehmen mag; alle von a ausgehenden Sehnen, Fig. 268, werden in gleicher Zeit durchlaufen, wie der verticale Durchmesser ac.

Fig. 268.

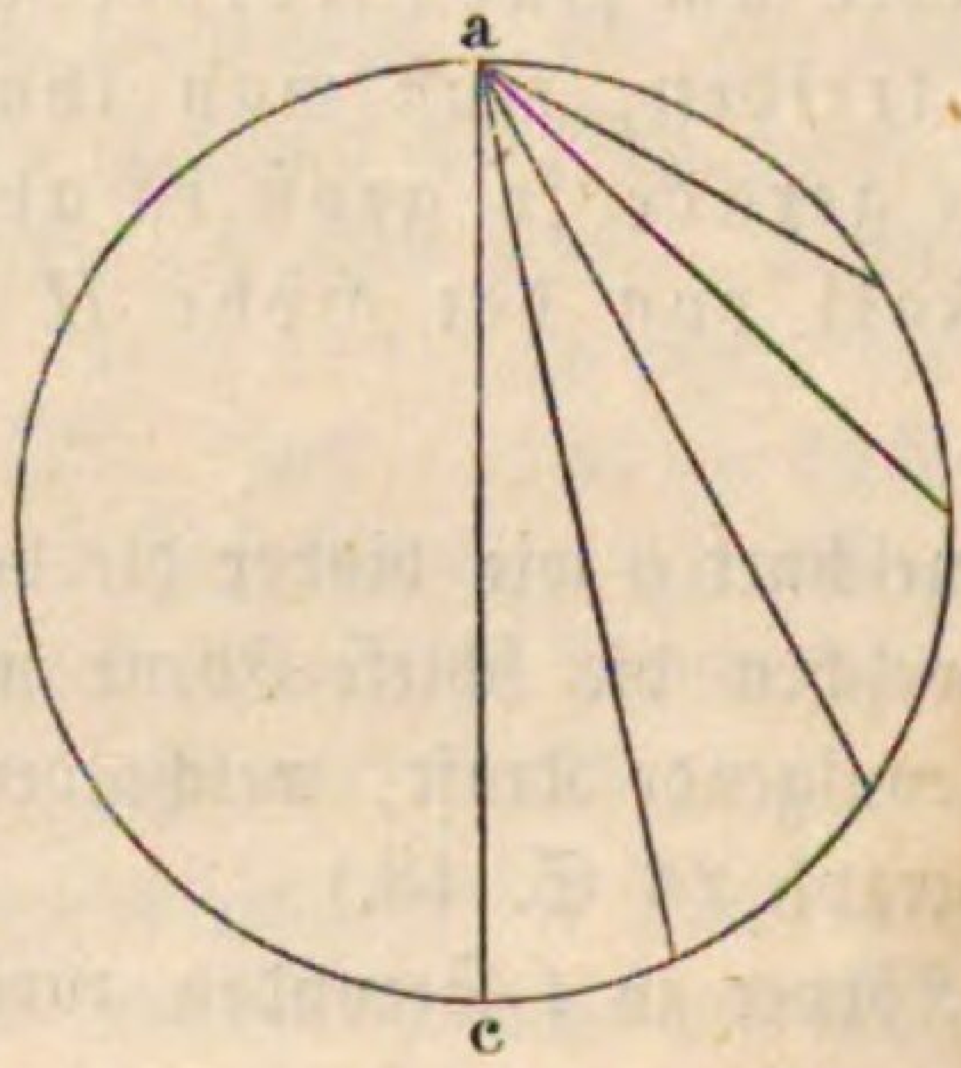
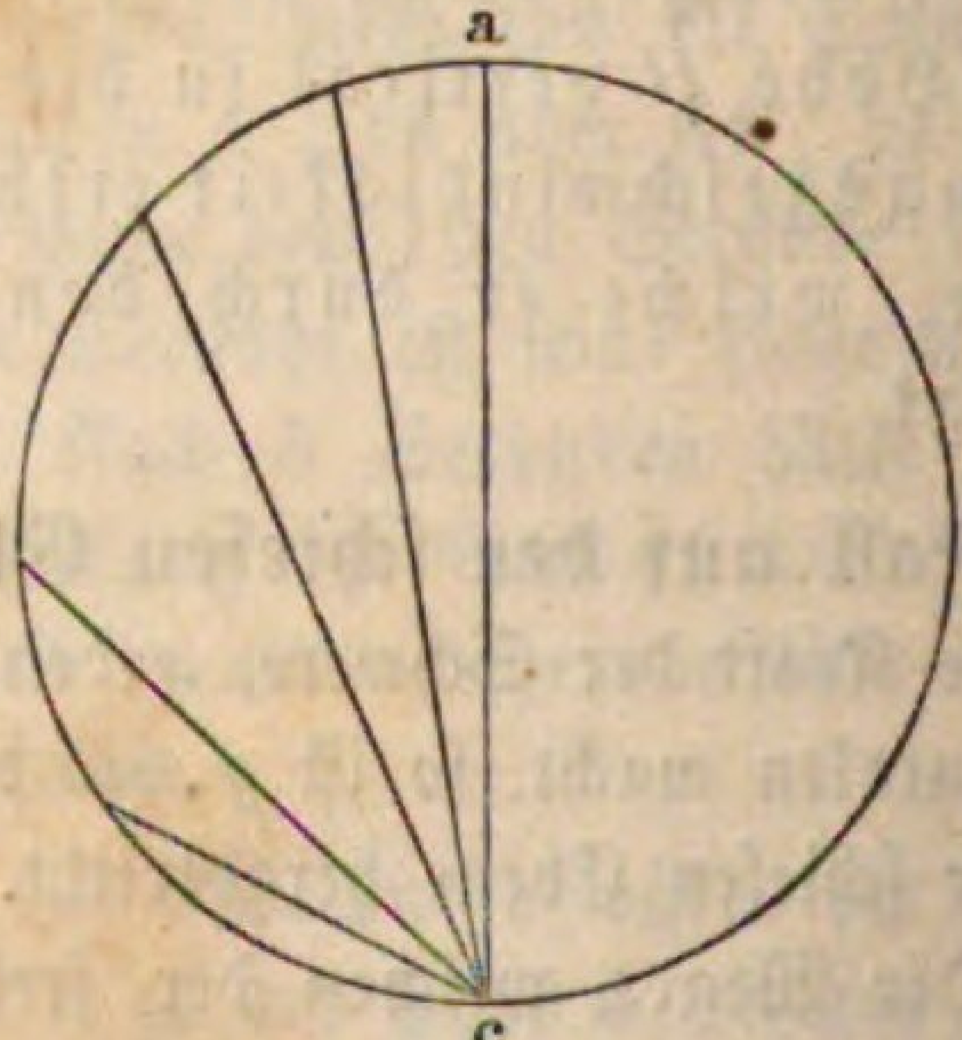
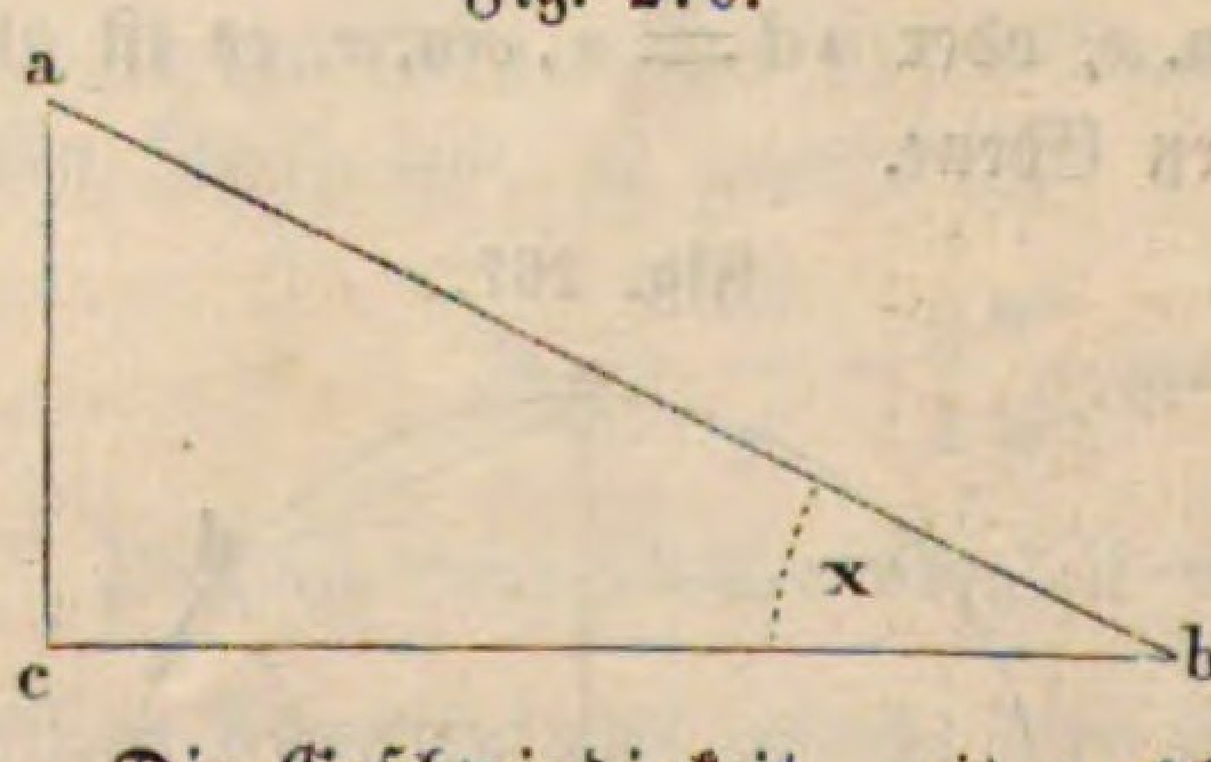


Fig. 269.



Denken wir uns durch c in Fig. 267 eine Sehne cf parallel mit ad gezogen, so hat cf nicht allein gleiche Neigung gegen die Horizontale, wie ad, sondern auch gleiche Länge, woraus dann folgt, daß auch alle in c, Fig. 269, zusammenlaufenden Sehnen des Kreises in gleicher Zeit durchlaufen werden, wie der verticale Durchmesser ac.

Fig. 270.



In Fig. 270 sei ab eine schiefe Ebene, deren Länge wir mit l und deren verticale Höhe wir mit h bezeichnen wollen. Die Geschwindigkeit, mit welcher ein von a aus auf der schiefen Ebene herabrollender Körper in b ankommt, ist

$$V = \sqrt{2 g \, sin. x \, l} \quad . . \, 1)$$

Die Geschwindigkeit, mit welcher ein von a herabfallender Körper in c ankommt, ist aber

$$v = \sqrt{2 g h}.$$

Es ist aber $h = l . sin. x$ oder $l = \frac{h}{sin. x}$. Setzen wir diesen Werth von l in Gleichung 1), so kommt

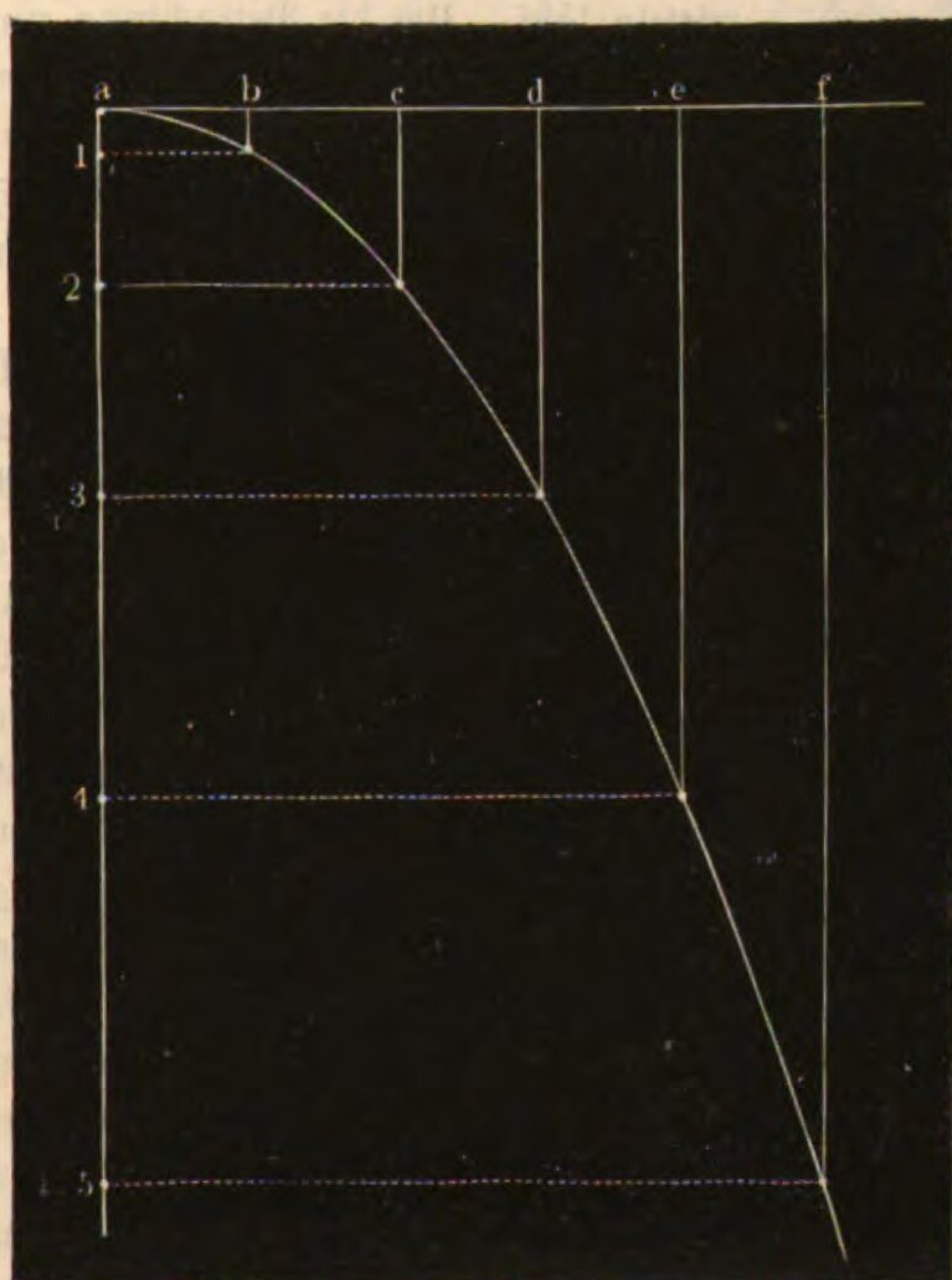
$$V = \sqrt{2 g h},$$

es ist also $V = v$, d. h., wenn ein Körper auf einer schiefen Ebene den Weg ab zurückgelegt hat, so erlangt er stets dieselbe Geschwindigkeit, als ob er die Höhendifferenz zwischen a und b, also die Länge ac frei durchfallen hätte.

Wurfbewegung. In den bisher betrachteten Fällen war die Bewe- 100
gung eine geradlinige, und die beschleunigende oder verzögernde Kraft wirkte in der Richtung eben dieser Bewegung. Sobald dies nicht mehr der Fall ist, sobald eine beschleunigende Kraft in einer Richtung auf den Körper wirkt, welche nicht mit der Richtung der Bewegung zusammenfällt, welche er bereits hat, so muß die Bahn nothwendig eine krummlinige sein. Wir können hier zwei Fälle unterscheiden. Entweder ist die Richtung der beschleunigenden Kraft für alle Punkte der durchlaufenen Bahn dieselbe, wie man dies ohne merklichen Fehler bei der Wurfbewegung annehmen kann, oder die Richtung der beschleunigenden Kraft ist an verschiedenen Punkten der Bahn nicht mehr dieselbe, sondern stets nach einem Centralpunkte convergirend, wie bei der Centralbewegung.

Wenn ein Körper in einer anderen als in der verticalen Richtung geworfen wird, so beschreibt er eine krumme Linie, deren Gestalt sich aus den Gesetzen des Falles leicht ableiten läßt. Nehmen wir den einfachsten Fall, nämlich den, daß der Körper durch irgend eine Kraft in horizontaler Richtung fortgestoßen worden sei. Wenn die Schwere nicht wäre, so würde er sich fortwährend in horizontaler Richtung bewegen, und zwar mit gleichförmiger Geschwindigkeit. Vermöge dieses Stoßes würde er in der ersten Secunde den Weg *ab* (Fig. 271), in der zweiten den gleich großen Weg *bc* u. s. w. zurücklegen, er müßte sich also am Ende der 1sten, 2ten, 3ten u. s. w. Secunde in den Punkten *b*, *c*, *d* u. s. w. befinden. Durch die Schwere aber ist er gesunken. In der 1sten Secunde ist er um 16 Fuß gefallen, er wird sich also am Ende derselben nicht in *b*, sondern 16 Fuß unter *b* befinden. Am Ende der 2ten Secunde ist er 64 Fuß unter *c*, am Ende der 3ten 144 Fuß unter *d* u. s. w. Die krumme Linie, welche der Körper auf diese Weise beschreibt, ist eine Parabel.

Fig. 271.



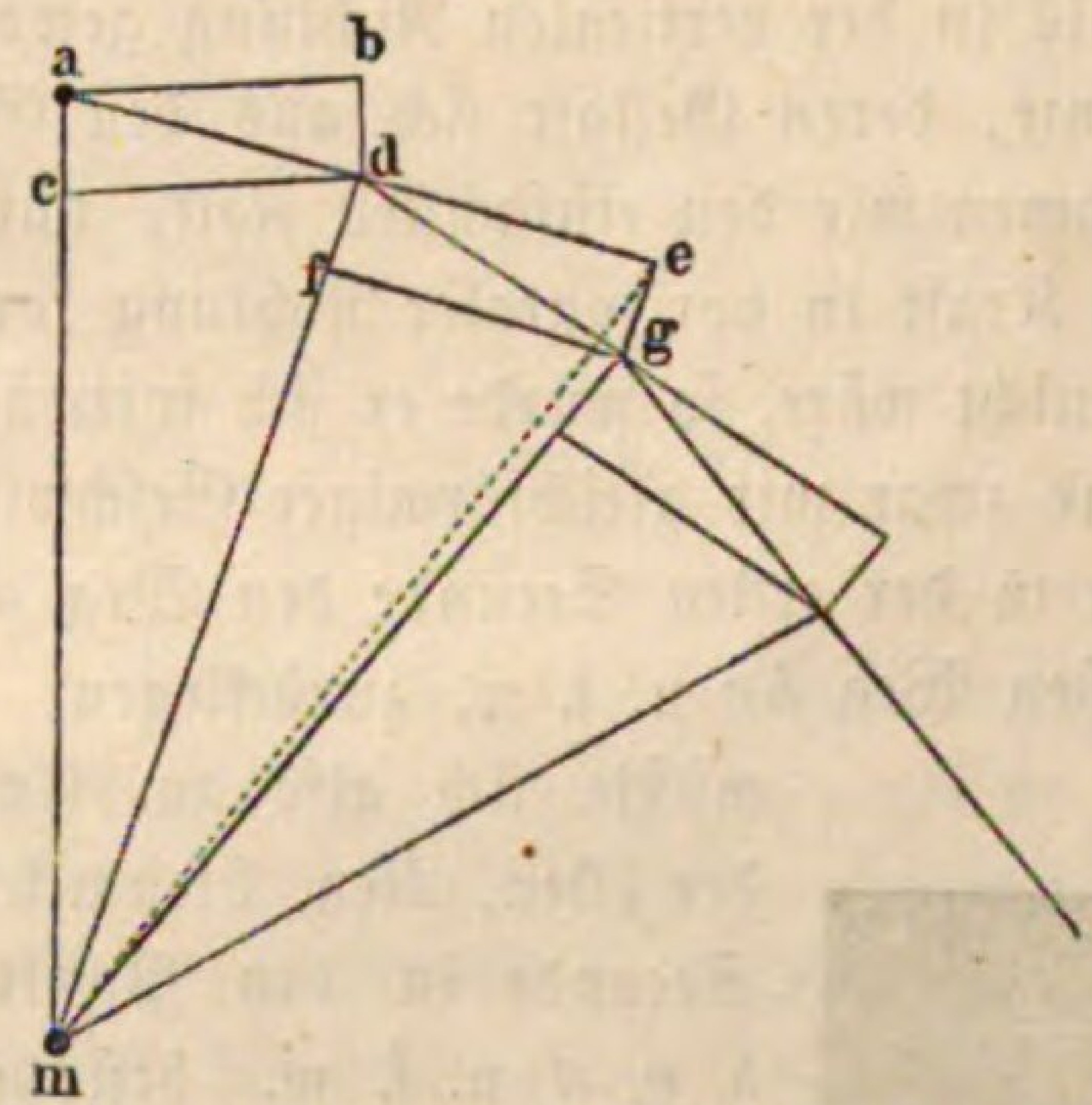
Wenn der Stoß in irgend einer anderen Richtung stattfindet, so läßt sich die Bahn auf dieselbe Weise durch Construction ermitteln.

Die Bahn, welche ein

geworfener Körper wirklich beschreibt, weicht wegen des Widerstandes der Luft von der rein parabolischen Gestalt ab.

101 **Centralbewegung.** Daß wir die Richtung der Schwerkraft an verschiedenen Stellen der Bahn eines geworfenen Körpers als parallel betrachten konnten, liegt nur daran, daß die Länge der durchlaufenen Bahn verschwindend klein ist gegen die Entfernung des Erdmittelpunktes, gegen welchen der geworfene Körper doch stets hingetrieben wird. Sobald aber die Bahn des Körpers eine namhafte Länge im Vergleich zur Entfernung des Anziehungsmittelpunktes hat, haben wir es mit einer Centralbewegung zu thun. In diese Kategorie gehört die Bewegung des Mondes um die Erde, der Erde und der übrigen Planeten um die Sonne. Denken wir uns, daß der Punkt a (Fig. 272), welcher durch eine stetig wirkende Anziehungskraft nach dem Punkte m hingetrieben wird, beim Beginne seiner Bewegung durch irgend eine momentan wirkende Kraft einen Stoß in der Richtung ab erhalten hätte, so wird er sich weder in der Richtung ab, noch in der Richtung ac bewegen, sondern in einer anderen ad, die sich nach dem Gesetze des Parallelogramms der Kräfte ausmitteln läßt. Um die Betrachtung einfacher zu machen, wollen wir annehmen, daß die stets nach m gerichtete anziehende Kraft stoßweise in kleinen Intervallen wirke. Man wird sich bei dieser Betrachtungsweise um so weniger von der Wahrheit entfernen, je kleiner man sich diese Intervalle denkt.

Fig. 272.



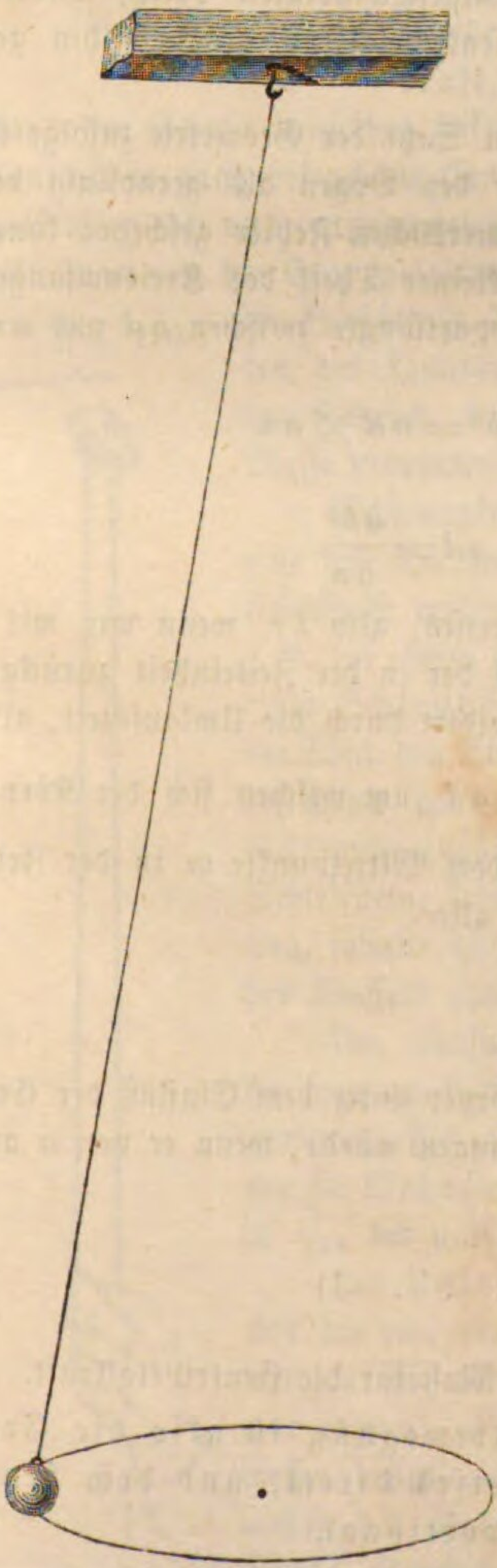
Wenn der seitwärts gerichtete Stoß für sich allein den materiellen Punkt in einem kleinen Zeittheilchen t von a nach b, die anziehende Kraft für sich allein wirkend, ihn in derselben Zeit nach c führen würde, so bewegt er sich unter Einwirkung beider Kräfte in dem Zeittheilchen t von a nach d. In d angekommen, würde er sich in der Richtung de weiter bewegen, und zwar würde in der Zeit t der Weg de gerade so groß sein wie ad, wenn nicht die anziehende Kraft von Neuem wirkte, und zwar so, als ob der Körper in d einen Stoß erhalten hätte, der ihn, für sich allein wirkend, in der Zeit t von d nach f geführt haben würde. Durch diese abermalige Einwirkung der anziehenden Kraft wird also der Körper wieder von der Richtung de abgelenkt und nach g geführt. Man begreift daraus leicht, daß, wenn der Körper in a einmal einen seitwärts gerichteten Stoß empfangen hat, die anziehende Kraft aber stoßweise in kleinen Intervallen wirkt, daß alsdann der Körper ein Polygon beschreiben muß, welches sich einer krummen Linie um so mehr nähert, je kleiner jene Intervalle sind. Wenn die anziehende Kraft stetig wirkt, wie dies in der Natur wirklich der Fall ist, so ist die Bahn eine krumme Linie, deren Natur von dem Verhältniß der sie bedingenden Kräfte abhängt.

Die Kraft, welche den Körper stets nach dem Anziehungsmittelpunkte hintreibt, wird mit dem Namen Centripetalkraft bezeichnet. Wenn in irgend einem Momente der Centralbewegung die Centripetalkraft zu wirken aufhörte, so würde von dem Augenblicke an der Körper sich in der Richtung der Tangente fortbewegen, und zwar mit einer Kraft, welche den Namen Tangentialkraft führt.

Je nach dem Verhältniß zwischen Tangentialkraft und Centripetalkraft kann die Bahn ein Kreis, eine Ellipse u. s. w. sein.

Die Art und Weise, wie durch Zusammenwirken einer beständig gegen einen festen Mittelpunkt hin wirkenden Kraft und eines einmaligen seitlichen Stoßes eine Centralbewegung zu Stande kommt, läßt sich durch folgenden Versuch (Fig. 273) sehr anschaulich machen.

Fig. 273.



Von der Decke eines Zimmers herab hängt an einer dünnen Schnur eine metallene Kugel. Zieht man sie aus ihrer Gleichgewichtslage heraus, so wird sie stets durch eine gegen ihre frühere Gleichgewichtslage gerichtete Kraft afficirt sein. Läßt man die Kugel einfach los, so geräth sie in eine einfache Pendelbewegung, deren Gesetze wir später betrachten werden; theilt man ihr aber einen seitlichen Stoß mit, wenn sie sich eben an der Stelle ihrer größten Ausweichung befindet, so wird sie von nun an eine krumme Linie um den Punkt der Gleichgewichtslage herum beschreiben, welche bei gehörig abgemessener Stärke des seitlichen Stoßes sehr nahe kreisförmig sein wird.

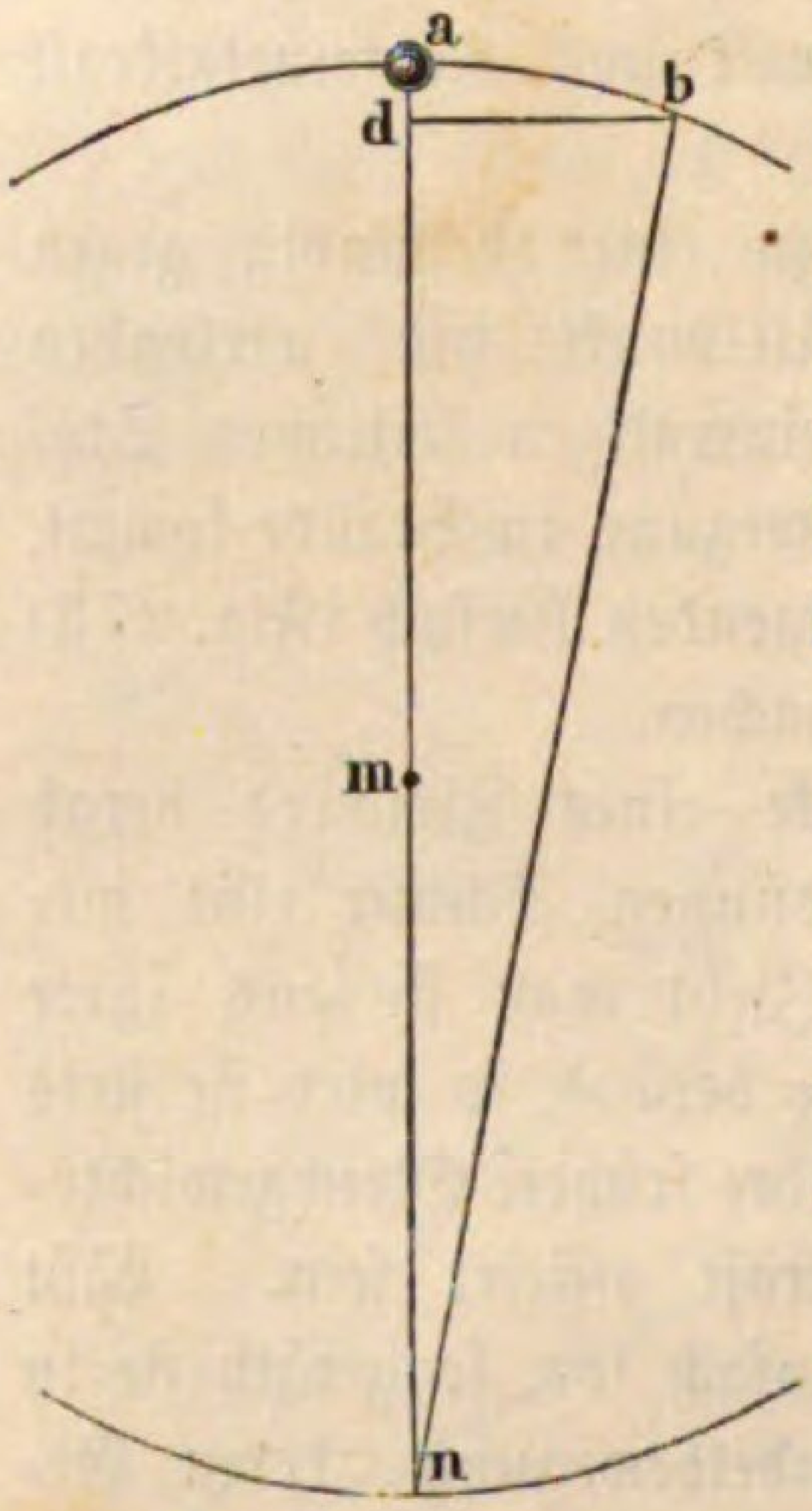
Hier haben wir also eine kreisförmige Bewegung eines Körpers, der durch eine beständig wirkende Kraft gegen den Mittelpunkt seiner Bahn hingetrieben wird, ähnlich wie der Mond nach der Erde, die Erde nach der Sonne hin angezogen wird. Bei unserem Versuche werden freilich die Kreise allmälig kleiner und kleiner, bis endlich die Kugel in dem Mittelpunkte zur Ruhe kommt; allein dies ist nur die Folge des Luftwiderstandes und der Reibung am Aufhängepunkte der Schnur.

Wir können uns hier nur mit der kreis-

förmigen Centralbewegung beschäftigen, und zwar wollen wir zunächst die Beziehung ausmitteln, welche zwischen der Größe der Centripetalkraft, dem Halbmesser des Kreises und der Umlaufszeit stattfindet.

In Fig. 274 sei m der Mittelpunkt des Kreises, welchen der Körper a beschreibt; ab sei der Weg, welchen er in der Zeiteinheit, also in 1 Sekunde zurücklegt. Fällt man nun von b ein Perpendikel bd auf den von a ausgezogenen Durchmesser des Kreises, so ist offenbar ad der Weg, um welchen der Körper a in der Zeiteinheit gegen m hin sich bewegen würde, wenn der Körper in a nicht schon eine Tangentialgeschwindigkeit hätte, sondern lediglich durch die Centripetalkraft gegen m hin getrieben würde.

Fig. 274.



Einem bekannten Satze der Geometrie zufolge ist nun ab (wenn wir den Bogen als geradlinig betrachten, was ohne merklichen Fehler geschehen kann, wenn ab nur ein kleiner Theil des Kreisumfanges ist) die mittlere Proportionale zwischen ad und an, es ist also

$$ab^2 = ad \times an$$

und daraus

$$ad = \frac{ab^2}{an}.$$

Es ist aber an der Durchmesser des Kreises, also $2r$, wenn wir mit r den Halbmesser desselben bezeichnen; ferner ist der in der Zeiteinheit zurückgelegte Bogen ab gleich dem Kreisumfange, dividirt durch die Umlaufszeit, also $ab = \frac{2\pi r}{t}$. Bezeichnen wir nun den Weg ad, um welchen sich der Körper a unter alleinigem Einfluß der Centralkraft dem Mittelpunkte m in der Zeiteinheit nähern würde, durch p, so haben wir also

$$p = \frac{2\pi^2 r}{t^2}.$$

Die Endgeschwindigkeit v, welche der Körper unter dem Einfluß der Centripetalkraft am Ende der 1sten Secunde erlangen würde, wenn er von a aus gegen m fiele, ist aber gleich $2p$, also

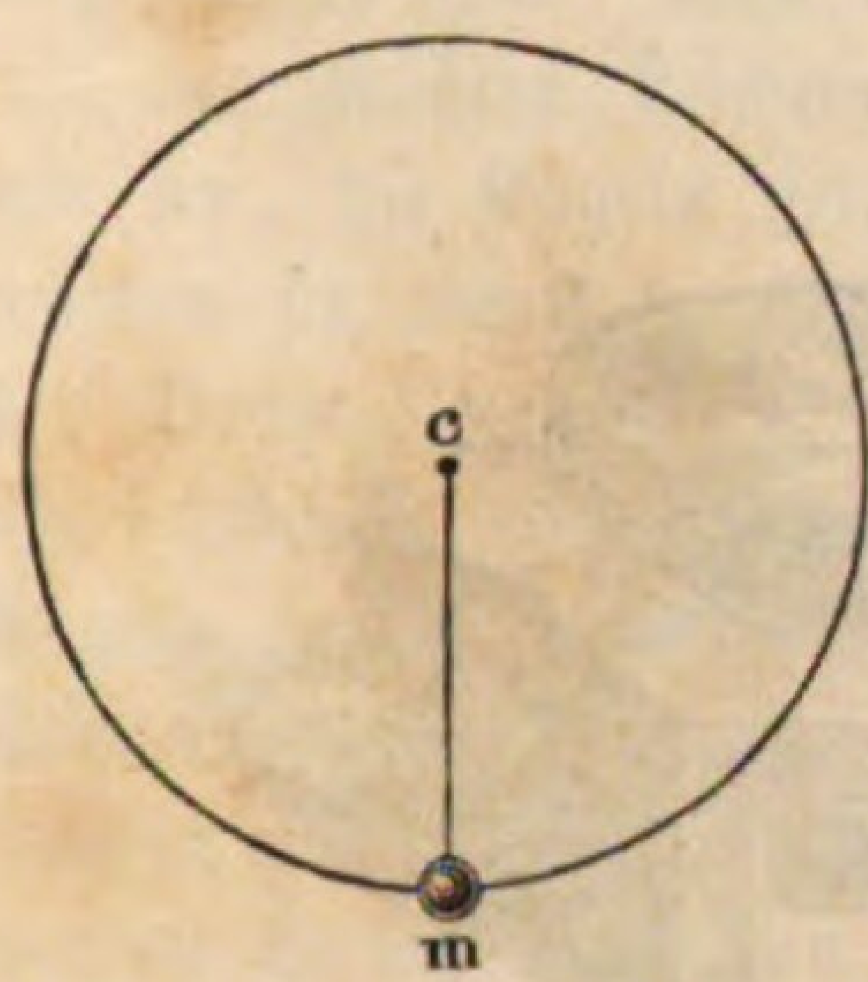
$$v = \frac{4\pi^2 r}{t^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

und diese Größe nimmt man gewöhnlich als Maß für die Centripetalkraft.

Bei einer kreisförmigen Centralbewegung ist also die Centripetalkraft dem Halbmesser des Kreises direct, und dem Quadrate der Umlaufszeit umgekehrt proportional.

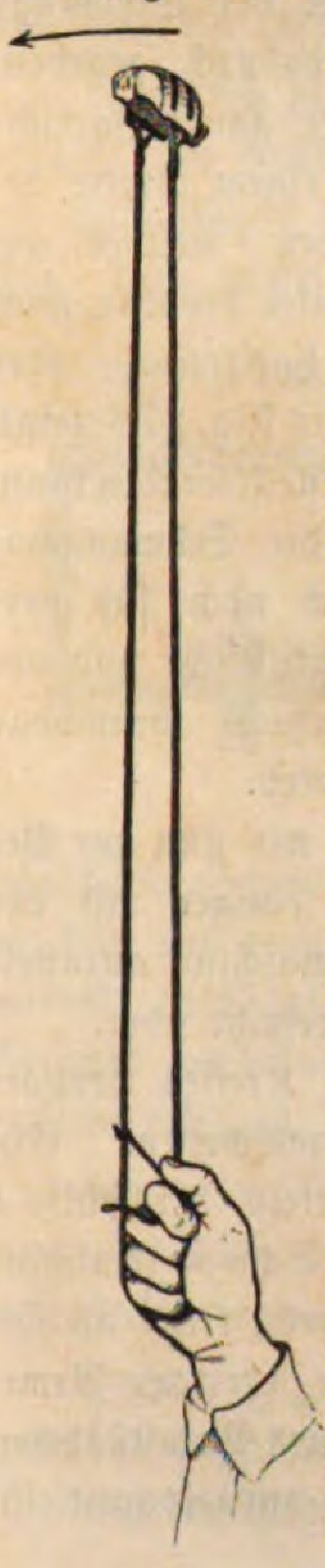
Die Schwungkraft. Wenn eine schwere Kugel am Ende einer Schnur in m, Fig. 275, befestigt um den Punkt c umgedreht wird, so daß die Kugel einen Kreis um den Mittelpunkt c beschreibt, so wird die Schnur fortwährend eine Spannung auszuhalten haben, welche mit der Schnelligkeit der Umdrehung wächst. Wenn in irgend einem Momente die Schnur durchschnitten würde, so würde die Kugel nicht mehr im Kreise sich fortbewegen, sondern sich vermöge ihrer Trägheit in tangentialer Richtung von ihrer früheren Bahn entfernen. 102

Fig. 275.



Die Ursache der Spannung, welche die Schnur erleidet, nennt man Centrifugalkraft, Fliehkraft, Schwungkraft. Da aber hier der Widerstand der Schnur denselben Effect hervorbringt, wie die oben bei der freien Centralbewegung betrachtete Centripetalkraft, so ist klar, daß sie der Centrifugalkraft gleich und entgegengesetzt ist, und daß von der Centrifugalkraft Alles gilt, was von der Centripetalkraft gesagt wurde, d. h. die Schwungkraft wächst im Verhältniß der Halbmesser der Bahnen und im umgekehrten der Quadrate der Umlaufszeiten. Daß die Spannung des Fadens, daß also die Schwungkraft auch der rotirenden Masse proportional sei, versteht sich von selbst.

Fig. 276.



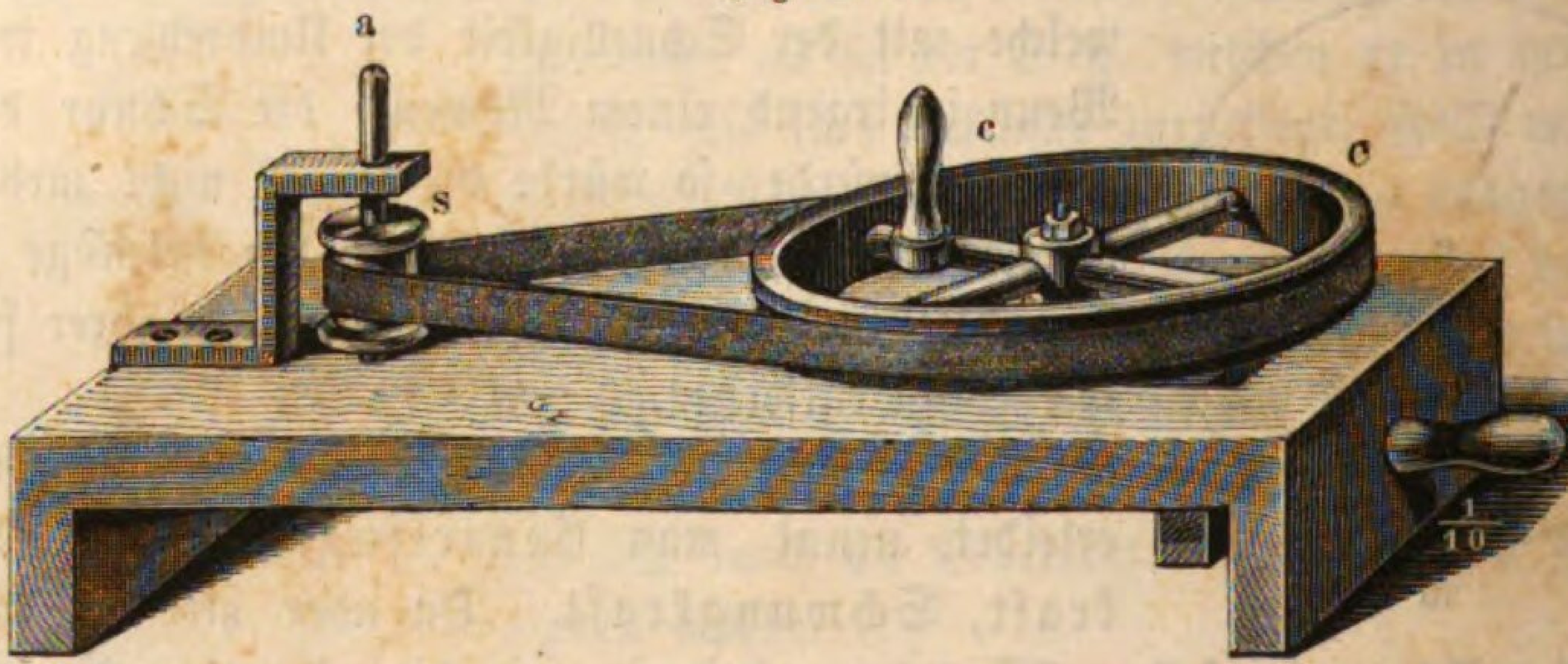
Schwungkraft tritt überall da auf, wo eine Rotation um eine feste Axe stattfindet und die einzelnen Theilchen auf irgend eine Weise verhindert sind, sich von jener Axe zu entfernen, also z. B. bei einem Schwungrad, einem Mühlstein u. s. w. Bei einer Schleuder, wie sie Fig. 276 dargestellt ist, sieht man in der That den Stein in tangentialer Richtung fortfliegen, sobald die Hand das eine Schnurende fahren läßt, der Stein also nicht mehr zurückgehalten wird. Bei einem rasch umgedrehten Schleifsteine fahren die Wassertropfen in tangentialer Richtung weg, sobald die Schwungkraft größer wird als die Adhäsion des Wassers zum Stein.

Um Versuche über die Schwungkraft anzustellen, wird die sogenannte Schwung- oder Centrifugalmaschine angewandt; Fig. 277 (a. f. S.) stellt eine solche Schwungmaschine, wie sie Mechanicus Oechsle in Pforzheim construirt, ungefähr in $^1/_{10}$ der natürlichen Größe dar.

Die Umdrehung des gußeisernen Schwungrades c, welches um eine verticale Axe drehbar ist, wird durch einen Riemen auf die hölzerne Spule s übertragen, welche, gleichfalls um eine verticale eiserne Axe drehbar, einen weit geringeren Durchmesser besitzt als das Schwungrad. Wäre z. B. der Durchmesser des Rades 10mal so groß, als der Durchmesser der Spule, so würde s 10 Umdrehungen machen müssen, während

das Schwungrad 1mal umgedreht wird, und so ist es möglich, bei mäßiger Umdrehungsgeschwindigkeit von *c* die Axe der Spule in rasche Rotation zu versetzen.

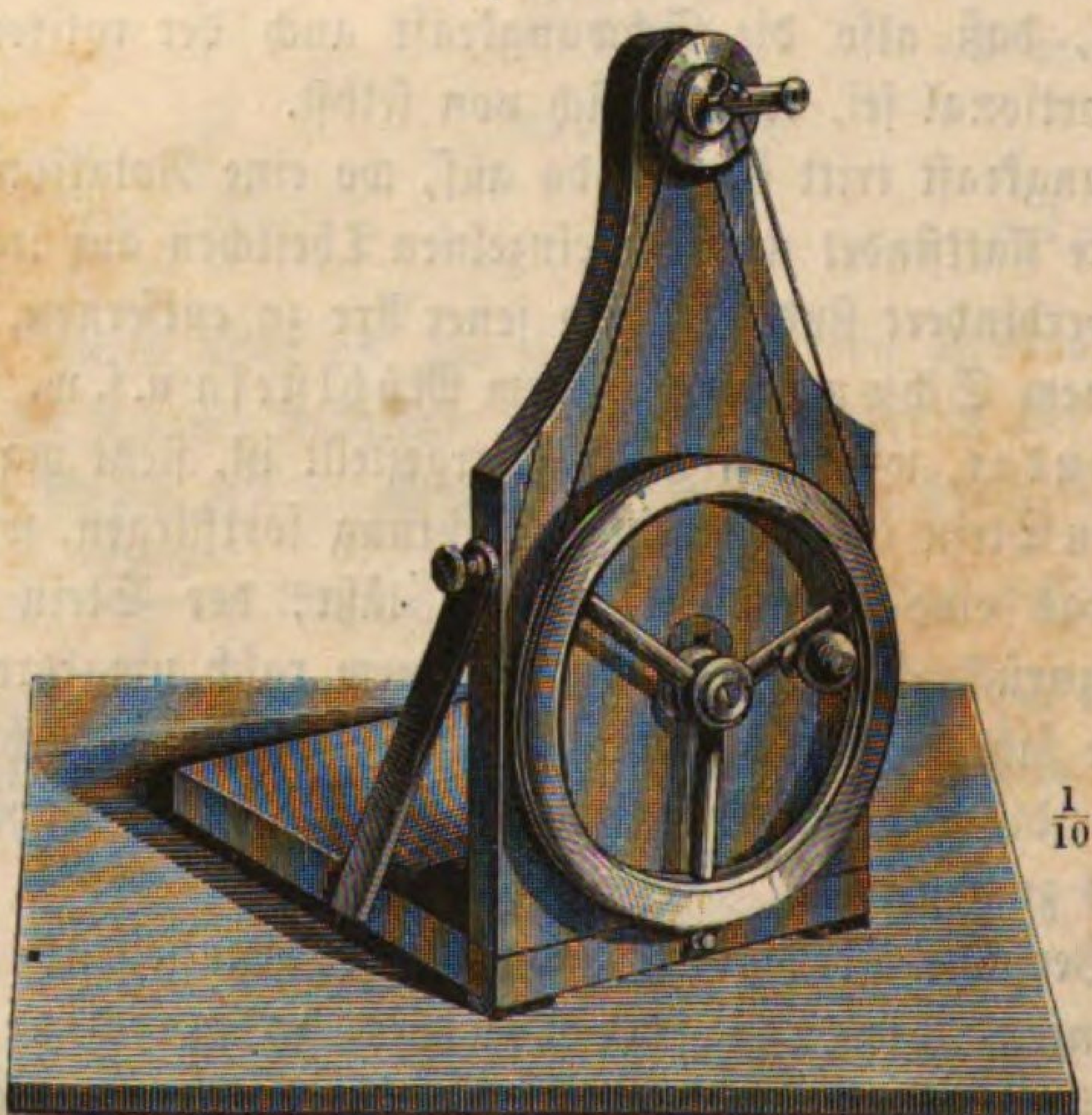
Fig. 277.



Die Axe der Spule endet oben bei *a* mit einem konischen Zapfen, auf welchem die zu verschiedenen Versuchen über Schwungkraft dienenden Apparate aufgesetzt werden können.

Eine sehr zweckmäßige Einrichtung haben in neuerer Zeit mehrere Berliner Mechaniker der Schwungmaschine dadurch gegeben, daß sie die ganze Vorrichtung auf einem Brette befestigt haben, welches, um ein Scharnier drehbar, nach Belieben horizontal, oder auch wie es Fig. 278 zeigt, vertical gestellt werden kann, wodurch die Schwungmaschine auch noch für verschiedene akustische und optische Versuche brauchbar gemacht wird.

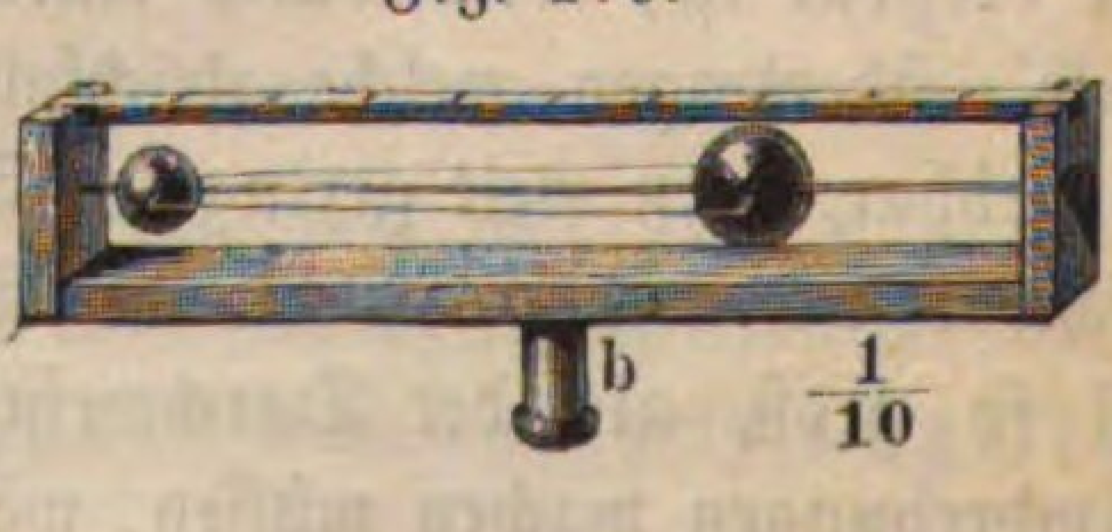
Fig. 278.



Gehen wir nun zur Betrachtung einiger mit der Schwungmaschine anzustellenden Versuche über.

Daß die Schwungkraft dem Radius des durchlaufenen Kreises proportional ist, läßt sich mit Hülfe des Apparates Fig. 279 nachweisen. Ein Brettchen, welches mittelst der Hülse *b* auf den Zapfen *a* der Schwungmaschine Fig. 277 aufgesetzt wird, trägt an seinen Enden zwei kurze verticale Arme, zwischen denen ein dünnes Metallstäbchen oder ein Metalldraht ausgespannt ist.

Fig. 279.

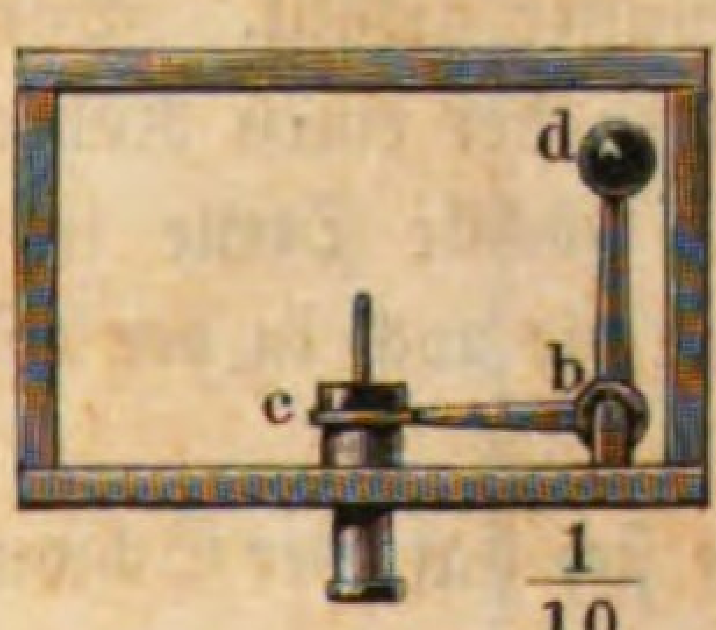


Dieser Metalldraht geht durch zwei Kugeln von Holz, Metall oder Elfenbein hindurch, welche durch zwei Schnüre mit einander verbunden sind, so daß die Entfernung beider Kugeln von einander stets dieselbe ist, sobald die Schnüre angespannt sind. Das Loch in den Kugeln muß so groß sein, daß sie sich mit der größten Leichtigkeit auf dem Drahte verschieben lassen. Nehmen wir an, die Kugeln seien ungefähr so gestellt, wie es die Figur zeigt, so würden sie, wenn der Apparat in Rotation versetzt wird, sich von der Mitte des Drahtes entfernend nach beiden Seiten auseinanderfahren und an den Endbrettchen anschlagen, wenn es die Schnur nicht verhinderte. Da nun die Kugeln nicht auseinanderfahren können, so wird diejenige, für welche die Schwungkraft stärker ist, die andere nach sich ziehen. Wenn nun aber die Kugeln gerade so gestellt sind, daß die Schwungkraft für beide gleich ist, so werden sie sich nicht von der Umdrehungsaxe entfernen können und sich also im Kreise bewegen müssen, ohne an den Endplatten hinzufahren.

Dieses Gleichgewicht findet dann Statt, wenn sich die Entfernungen beider Kugeln von der Mitte des Drahtes umgekehrt verhalten wie ihre Massen. Wäre die größere Kugel 2-, 3-, 4mal so schwer als die andere, so müßte die kleinere Kugel 2-, 3-, 4mal so weit von der Umdrehungsaxe, also von der Mitte des Drahtes entfernt sein.

Daß sich die Schwungkraft unter übrigens gleichen Umständen umgekehrt verhält, wie das Quadrat der Umlaufszeit, daß sie also bei 2-, 3-, 4mal kleinerer Umlaufszeit 4-, 9-, 16mal größer wird, läßt sich mit Hülfe des Apparates Fig. 280 nachweisen. Innerhalb eines aus vier Brettchen gebildeten Rahmens, welcher, wie der vorige Apparat, auf die Schwungmaschine aufgesetzt werden kann, ist ein Winkelhebel *dbc* angebracht, welcher bei *b* um eine horizontale Axe leicht drehbar ist. Bei *d* trägt er eine Metallkugel, bei *c* aber eine Metallplatte, auf welche verschiedene Gewichte aufgelegt werden können. Sobald dieser Apparat um seine Axe gedreht wird, strebt die Kugel *d* sich von derselben zu entfernen und die Gewichte bei *c* zu heben, was in der That erfolgt, sobald die Schwungkraft der Kugel *d* groß genug geworden ist. Nehmen wir an, das auf *c* aufgelegte Gewicht sei so justirt, daß die Kugel *d* an das Seitenbrett anschlägt, wenn das Schwungrad der Schwungmaschine ein Mal in der Secunde umgedreht wird, so wird bei doppelter Umdrehungsgeschwindigkeit dasselbe erfolgen, wenn auf *c* das 4fache des vorigen Gewichtes aufgelegt wird.

Fig. 280.



Um eine seitliche Verschiebung der bei *c* aufgelegten Gewichte zu verhindern, sind dieselben in der Mitte durchbohrt und sie werden auf einen Stift aufgesteckt, welcher in der Mitte der Platte *c* befestigt ist.

Der in Fig. 281 (a. f. S.) in etwas größerem Maßstabe als die vorhergehenden Figuren abgebildete Apparat dient, um zu erläutern, wie die Abplattung der Erde eine Folge ihrer Axendrehung ist.

An dem unteren Ende der eisernen Axe *b*, welche auf die Schwungmaschine aufgesetzt wird, sind mehrere elastische Streifen *aa'* und *cc'* von Messingblech befestigt, die oben wieder an einer Hülse *l* zusammenlaufen, welche leicht an der Axe *b* hin- und hergeschoben werden kann. Im Zustande der Ruhe strecken sich die Federn *a*, *a'*, *c* und *c'*, so daß die Hülse *l* an dem Knopfe *k* ansteht; sobald aber der Apparat rasch um die Axe *b* rotirt, nehmen die Metallstreifen die in unserer Figur angedeutete Gestalt an, indem alle Theilchen derselben sich möglichst weit von der Rotationsaxe zu entfernen streben. Je schneller die Umdrehung, desto mehr krümmen sich die Streifen, desto tiefer wird also die Hülse *l* herabgezogen.

Fig. 281.

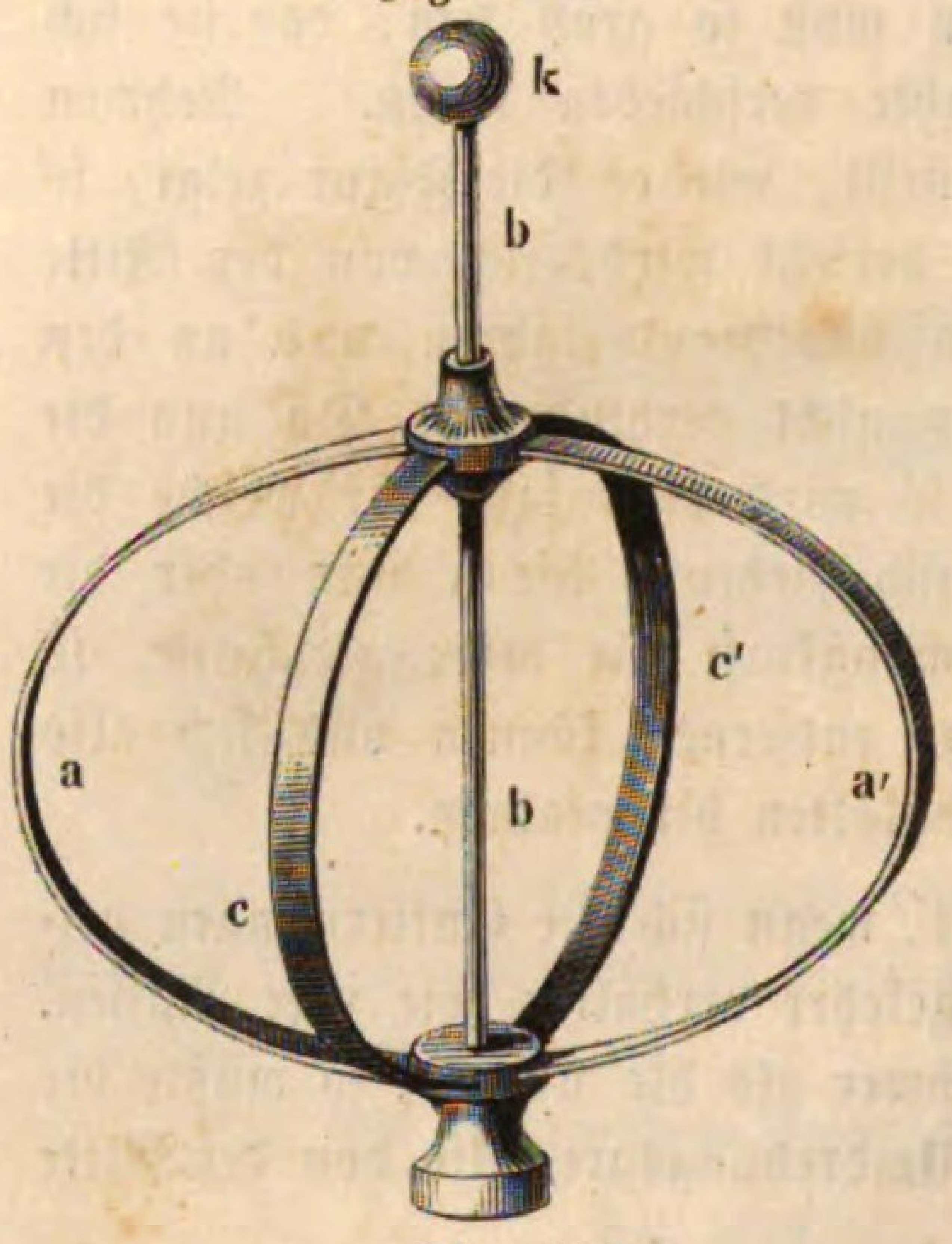


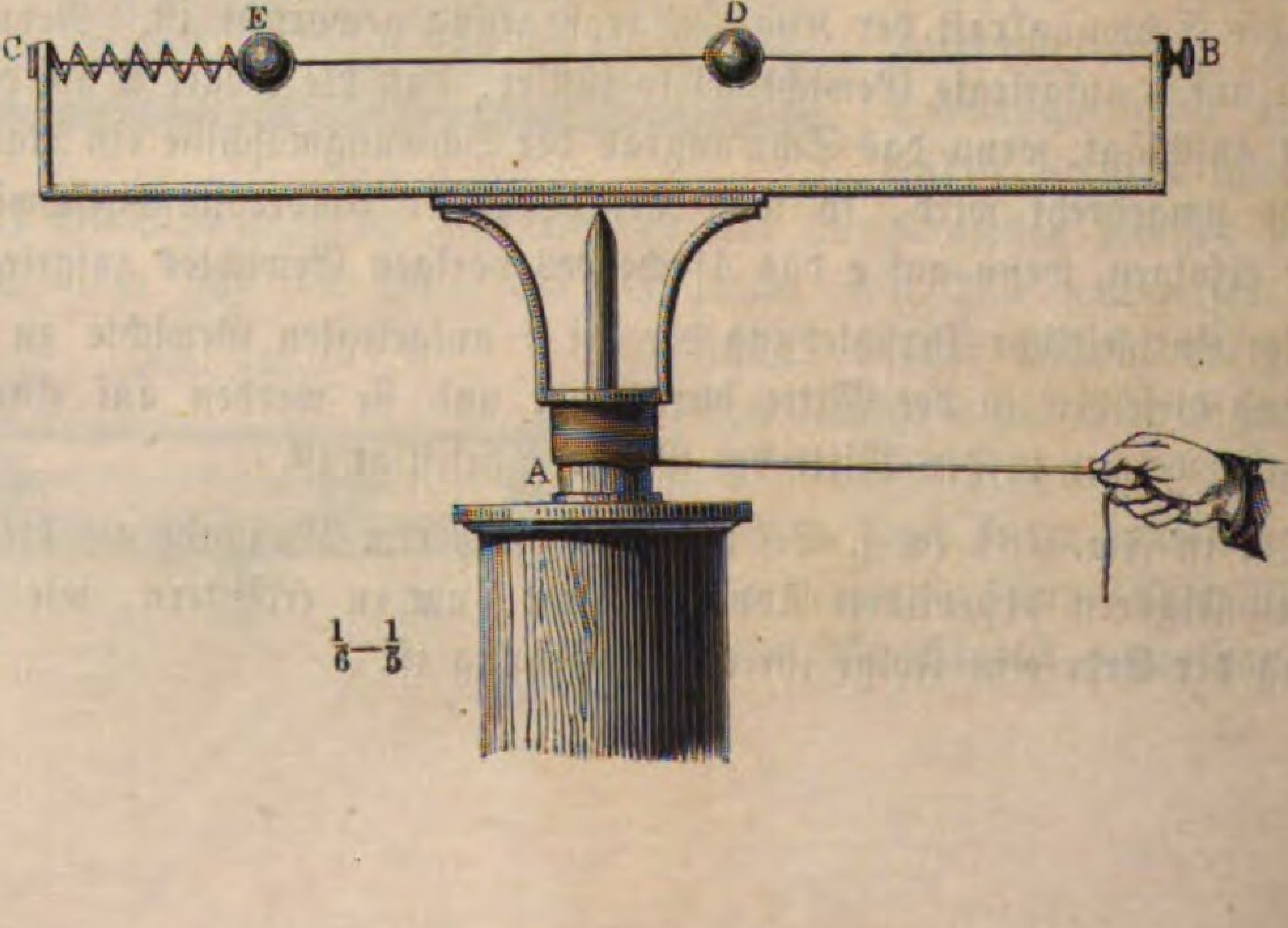
Fig. 282.



Der Apparat Fig. 282 zeigt zwei Glasröhren, welche, an beiden Enden zugeschmolzen oder auch nur gut mit Kork verschlossen, in einem passenden auf die Schwungmaschine aufzusetzenden Gestell so befestigt sind, daß die nach außen gekehrten Enden höher stehen, als die nach innen gekehrten. Die eine dieser Röhren enthält eine kleine Kugel von Elfenbein oder schwerem Holz, die andere ist zum Theil mit Quecksilber und gefärbtem Wasser gefüllt. Sobald der Apparat in Rotation versetzt wird, läuft die Kugel in der einen Röhre in die Höhe, während in der anderen das Quecksilber die höchste Stelle in der Röhre einnimmt, worauf dann das Wasser und zu unterst die noch in der Röhre enthaltene Luft folgt.

Fig. 283 zeigt eine andere Vorrichtung, deren man sich statt der Schwung-

Fig. 283.

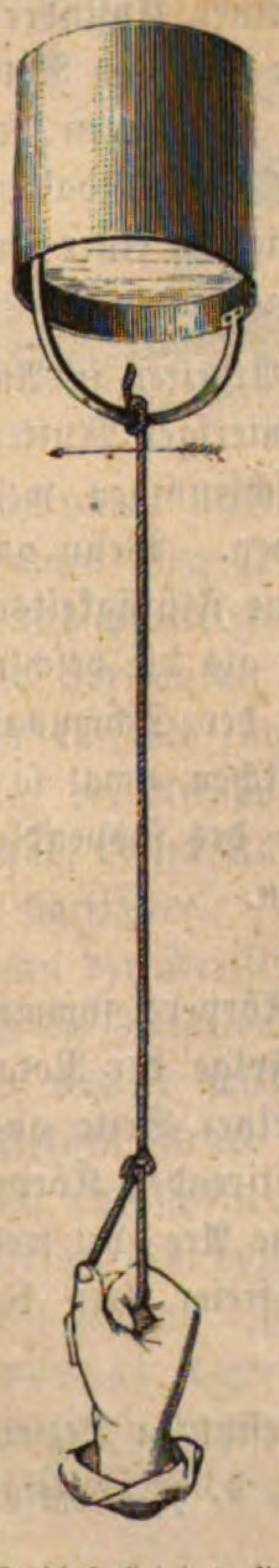


maschine zu Versuchen über Centrifugalkraft bedienen kann; sie wird wohl ohne Erläuterung verständlich sein.

Um mit Hülfe einer solchen Vorrichtung den Satz zu beweisen, daß die Centrifugalkraft dem Quadrate der Umlaufszeit umgekehrt proportional ist, hat man eine dem Apparat Fig. 280 ähnliche Vorrichtung aufzusetzen und die Rotation dadurch zu bewirken, daß man die Schnur über eine Rolle gehen läßt und an ihrem freien Ende ein entsprechendes Gewicht anhängt. Durch das Niedergehen dieses Gewichtes nimmt nun die Umdrehungsgeschwindigkeit proportional der Fallzeit zu. Ist das Gewicht, welches an der Schnur zieht, gerade so groß gemacht, daß die Kugel *d* an der Seite anschlägt, nachdem die Bewegung 1 Secunde gedauert hat, so wird man bei *c* ein 4faches, ein 9faches Gewicht auflegen müssen, wenn der Anschlag der Kugel *d* erst nach 2 und nach 3 Secunden erfolgen soll.

Wenn man ein Gefäß mit Wasser, an einer Schnur befestigt, wie Fig. 284 zeigt, mit der Hand in verticaler Ebene umschwenkt, so fließt das Wasser nicht aus, selbst wenn das Gefäß an der obersten Stelle seiner Kreisbahn sich befindet, wo der Boden nach oben und die Oeffnung nach unten gerichtet ist.

Fig. 284.



Größe des Druckes und der Spannung, welche die Schwungkraft erzeugt. 103
Es ist in vielen Fällen zu wissen nothwendig, wie groß der Druck oder der Zug ist, welchen ein Körper von bekanntem Gewichte bei seiner Rotation um eine feste Axe hervorbringt.

Bezeichnet man den Druck oder den Zug des herumgeschleuderten Körpers mit *D*, sein Gewicht mit *M*, die beschleunigende Kraft der Schwere mit *g* und die beschleunigende Kraft, mit welcher sich die Masse *M* von der Axe zu entfernen strebt, mit *v*, so haben wir offenbar

$$g : v = M : D$$

also

$$D = \frac{v \cdot M}{g},$$

für *v* aber ist der Werth bei 1) Seite 220 zu setzen, folglich haben wir

$$D = \frac{4 \pi^2 r M}{g t^2},$$

oder wenn wir für π seinen Zahlenwerth 3,14 und für g seinen in Fußen ausgedrückten Werth 32 setzen,

$$D = 1{,}398 \frac{Mr}{t^2},$$

wo natürlich r auch in Fußen auszudrücken ist.

Es werde z. B. eine 3 Pfund schwere Kugel an einer 2 Fuß langen Schnur so schnell herumgeschleudert, daß jeder Umlauf in $^3/_4$ Secunden vollendet wird, so ist

$$D = 1{,}4 . \frac{3 \,.\, 2}{0{,}75^2} = 14{,}9 \text{ Pfund.}$$

Die Schnur wird also mit einer Kraft von 14,9 Pfunden gespannt sein. Wäre unter sonst gleichen Umständen die Umdrehungsgeschwindigkeit 3mal größer, so würde die Spannung der Schnur 9mal stärker, sie würde also 134 Pfund geworden sein. Man sieht, wie durch gesteigerte Geschwindigkeit die Schwungkraft leicht eine enorme Größe erreichen kann.

Mit Erfolg hat man in neuerer Zeit die Schwungkraft benutzt, um den Zucker vom Syrup zu reinigen. Der Brei wird in einen Cylinder gebracht, dessen Umfang durch Drahttuch gebildet wird. Bei der schnellen Rotation des Apparates wird der flüssige Syrup mit Gewalt durch die Poren des Drahttuches hindurchgetrieben, während die festen Zuckertheile zurückgehalten werden. Auf diese Weise wird jetzt in einigen Minuten die Reinigung einer Zuckermasse bewerkstelligt, während man früher dazu viele Wochen nöthig hatte.

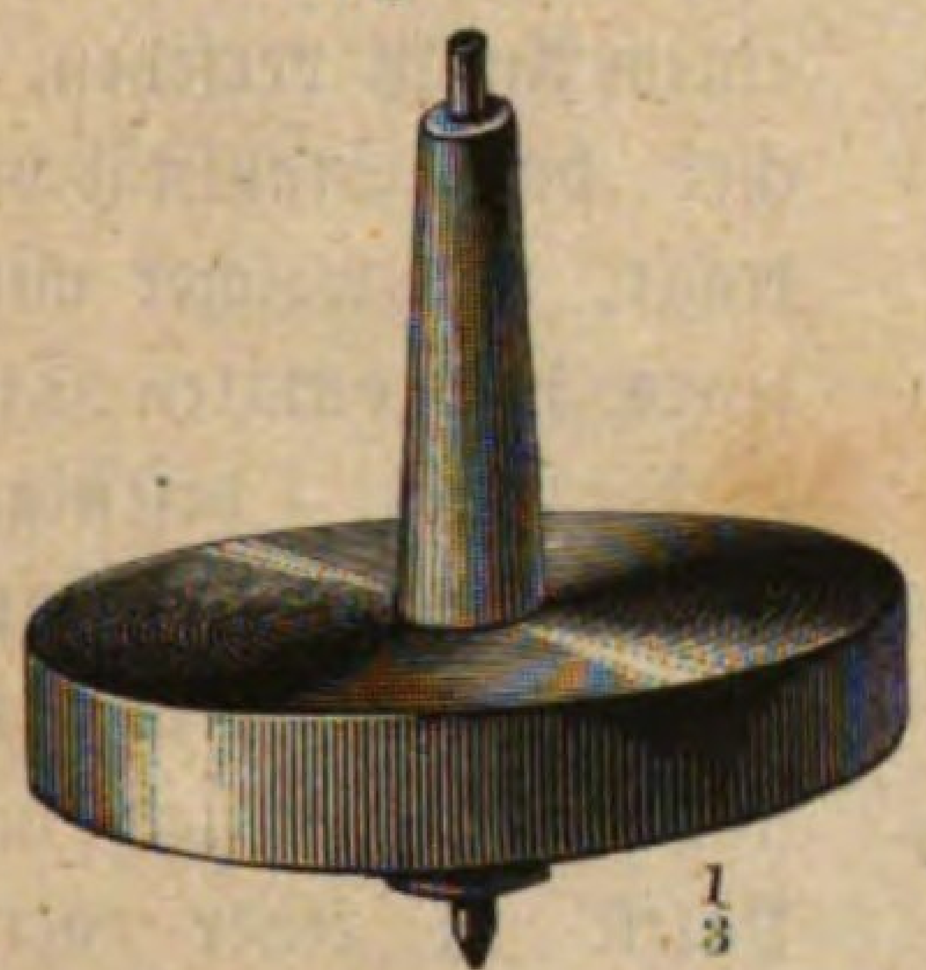
Babo hat die Schwungkraft auch bei chemischen Arbeiten in Anwendung gebracht, namentlich um Krystalle von syrupartiger schmieriger Mutterlauge zu trennen, und um das Absetzen von Niederschlägen zu beschleunigen, welche unter den gewöhnlichen Umständen sehr lange suspendirt bleiben. Wenn nämlich die beschleunigende Kraft, mit welcher sich die geschwungene Flüssigkeitsmasse von der Rotationsaxe zu entfernen strebt, $n$mal so groß ist als die beschleunigende Kraft der Schwere, so ist auch die Differenz zwischen der Schwungkraft des Wassers und der Schwungkraft der suspendirten Theilchen $n$mal so groß als die Differenz der specifischen Gewichte des Wassers und des suspendirten Körpers, es muß also auch eine rasche Ausscheidung erfolgen.

104 **Freie Axen.** Ist die Masse eines rotirenden Körpers symmetrisch um seine Umdrehungsaxe geordnet, so wird diese Axe in Folge der Rotation des Körpers keinen Druck, keine Spannung nach irgend einer Seite auszuhalten haben, weil die Schwungkraft jedes Theilchens des rotirenden Körpers durch eine gleiche und entgegengesetzte aufgehoben wird. Eine Axe, bei welcher dies der Fall ist, wird eine freie Axe genannt; Beispiele freier Axen bieten uns ein Schwungrad, ein Kreisel u. s. w.

Ein Körper, welcher um eine freie Axe rotirt, besitzt in Beziehung auf dieselbe stets eine mehr oder minder große Stabilität, d. h. es zeigt sich ein

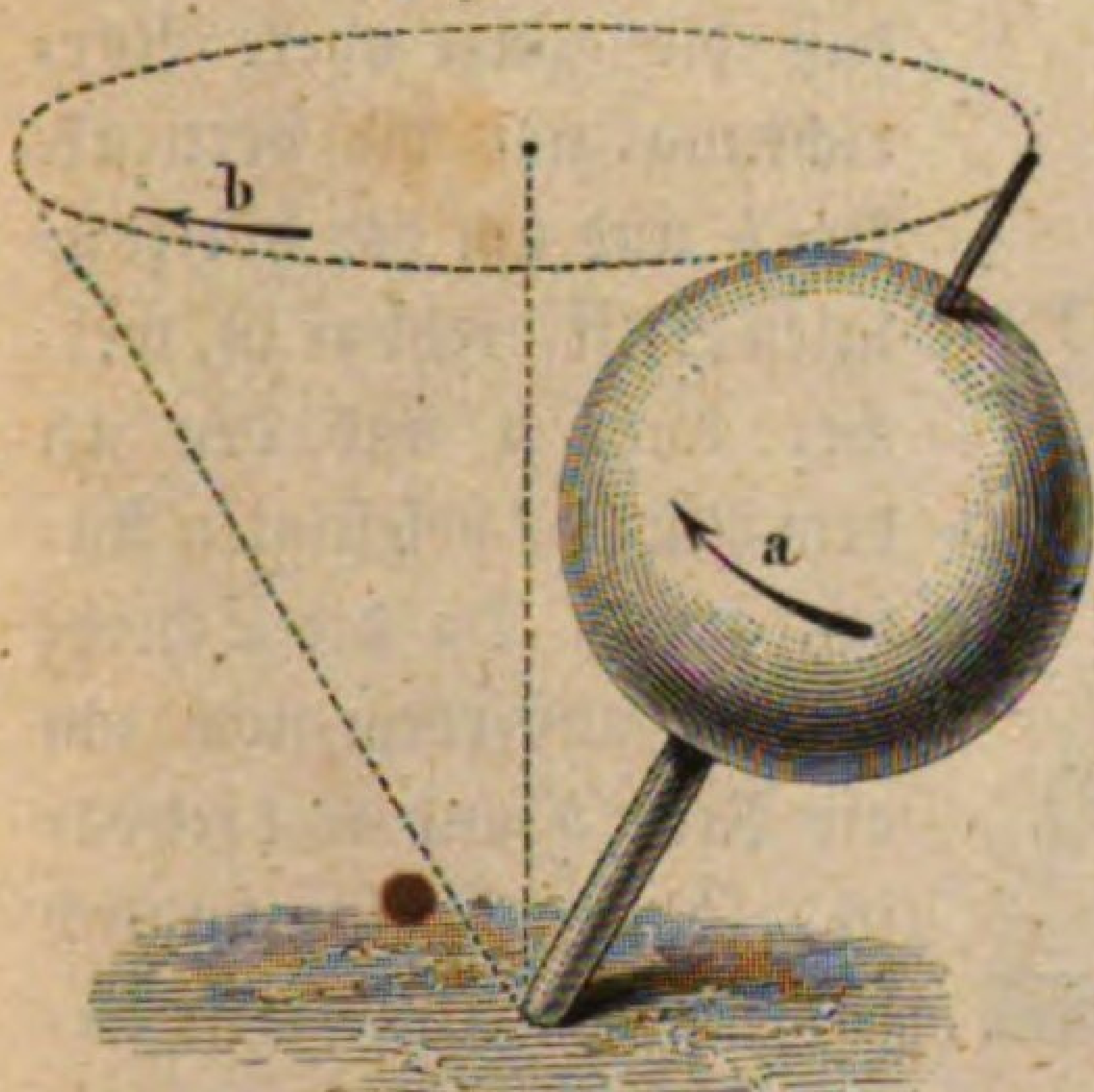
Bestreben, die Rotationsaxe in unveränderter Richtung zu erhalten, wie dies am besten durch den Kreisel erläutert wird. Ein Kreisel, Fig. 286, welcher aus einem bleiernen flachen Cylinder besteht, dessen Umdrehungsaxe unten mit einer stählernen etwas abgerundeten Spitze versehen ist, kann eine halbe, ja eine ganze Stunde lang auf dieser Spitze rotiren, ohne umzufallen (Busolt's Farbenkreisel, Pogg. Annal. Bd. XXXII, S. 656).

Fig. 286.



$\frac{1}{3}$

Fig. 287.



Wenn nun auf eine solche freie und nach jeder Richtung hin auch frei bewegliche Axe von außen her irgend eine störende Kraft einwirkt, welche die Richtung dieser Axe zu ändern strebt, so erfolgt eine Verschiebung der Axe rechtwinklig zur Richtung der störenden Kraft. Man kann diese Erscheinung an jedem Kreisel, am bequemsten vielleicht an dem allgemein bekannten Brummkreisel (Brummtoppich) beobachten.

Fig. 287 stellt einen solchen Kreisel dar. Wenn die Rotationsaxe desselben, gleich nachdem er angelassen worden ist, nicht vertical steht, sondern mit der Richtung des Bleilothes einen Winkel macht, wie es die Figur zeigt, so fällt er nicht etwa um, wie man auf den ersten Anblick wohl vermuthen könnte, weil der Schwerpunkt nicht unterstützt ist, sondern die Axe des Kreisels beschreibt in langsamer Bewegung die Oberfläche eines Kegels, wie dies in unserer Figur durch punktirte Linien angedeutet ist, ohne daß der Kreisel sich mehr gegen die horizontale Ebene neigt, ja der Kreisel richtet sich allmälig mehr und mehr auf, bis endlich seine Axe senkrecht steht, welches letztere jedoch nur eine Folge der Reibung ist, welche die Spitze des Kreisels am Boden zu überwinden hat; dieses Aufrichten des Kreisels würde nicht stattfinden, wenn keine Reibung stattfände.

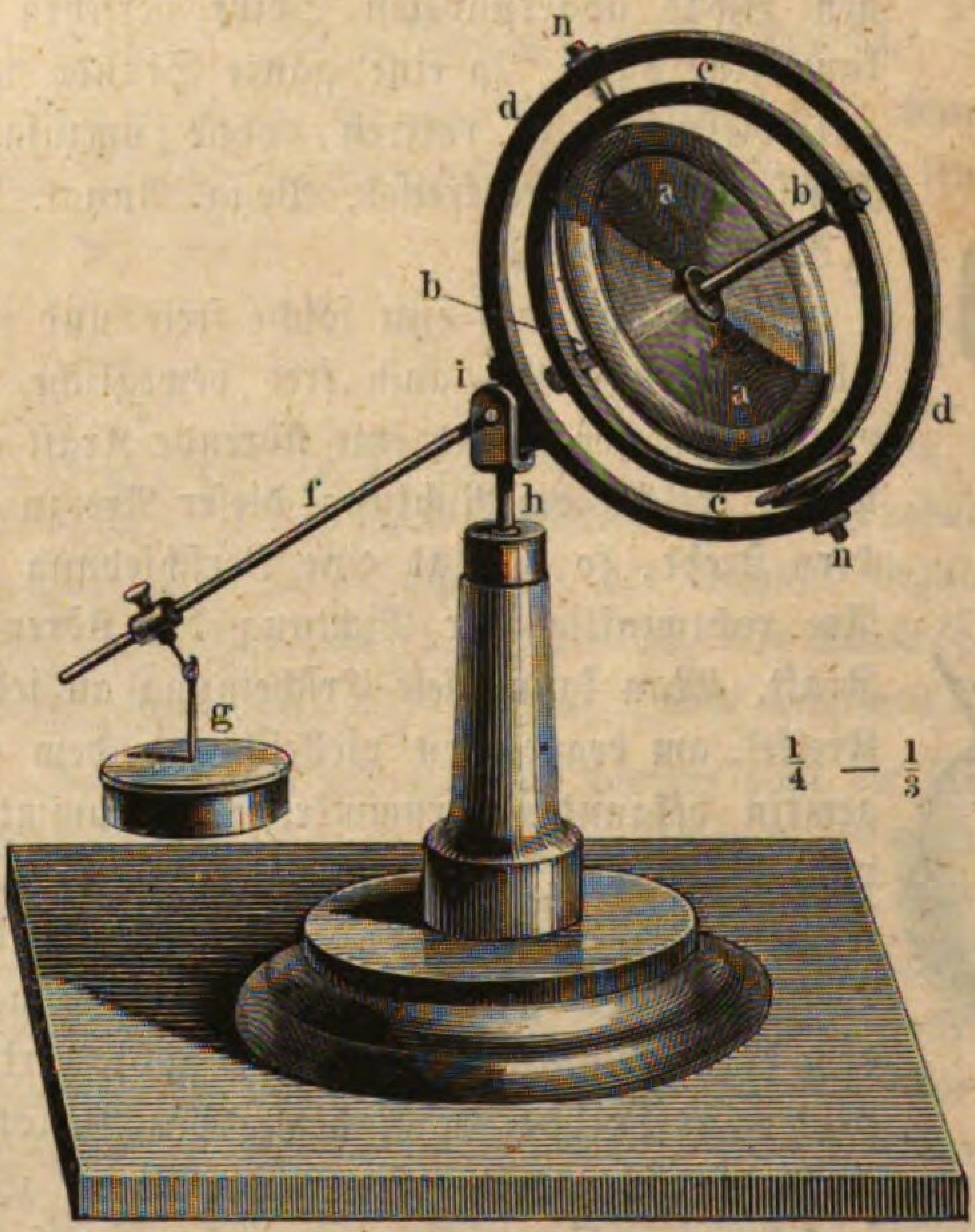
Wenn der Kreisel in der Richtung rotirt, welche der Pfeil *a* andeutet, so dreht sich die Rotationsaxe in der Richtung des Pfeiles *b*.

Der Kreisel fällt erst um, wenn seine Rotationsgeschwindigkeit bis zu einem gewissen Grade abgenommen hat.

Noch viel schöner und sicherer läßt sich diese langsame Drehung einer Rotationsaxe an den von Magnus und Fessel zu diesem Zwecke construirten Apparaten zeigen. Fig. 288 (a. f. S.) stellt einen Fessel'schen Rotationsapparat dar: *a* ist eine runde messingene Scheibe, deren äußere Begränzung durch einen dicken messingenen Wulst gebildet wird. Durch die Mitte dieser Scheibe geht eine stählerne Axe *b*, welche von einem messingenen

Ringe *c* getragen wird. Der Ring *c* ist endlich wieder in dem Ringe *d* befestigt und um eine Axe *nn* drehbar, welche rechtwinklig auf der Axe *b* steht.

Fig. 288.



Der Ring *d* ist mit einem Ansatz versehen, welcher das Stahlstäbchen *f* trägt, und welcher mittelst eines horizontalen Stiftes in der Gabel *i* befestigt ist. Die Gabel *i* aber sitzt am oberen Ende eines Stahlstäbchens *h*, dessen untere Hälfte in einer vertical stehenden Hülse steckt, so daß die ganze obere Vorrichtung um die verticale Axe *h* und um den horizontalen Stift drehbar ist, welcher durch *i* und den an dem Ringe *d* befestigten Ansatz geht. Da die Scheibe *a* nun außerdem noch um die Axen *b* und *n* drehbar ist, so ist also hinlänglich für ihre allseitige freie Beweglichkeit gesorgt.

An dem Stäbchen *f* ist ein Gewicht *g* angehängt, welches, an einer bestimmten Stelle festgestellt, gerade dem Ringe *d* mit Allem, was sich innerhalb desselben befindet, das Gleichgewicht hält, so daß also der Apparat von selbst in einer solchen Stellung stehen bleibt, wie es die Fig. 288 zeigt.

Rückt man nun das Gewicht *g* an dem Stäbchen *f* hinauf oder nimmt man es ganz weg, so bekommt der Ring *d* mit der Scheibe *a* das Uebergewicht und senkt sich, bis er auf den Rand der Säule anstößt, in welcher *h* steckt; rückt man dagegen das Gewicht *g* von der Gleichgewichtsstellung aus an dem Stäbchen *f* mehr herab, so fällt natürlich das Uebergewicht auf die Seite von *g*; die ganze Vorrichtung wird um die horizontale in *i* steckende Axe gedreht, bis *g* auf dem Boden oder an dem Fuße des Stäbchens anstößt.

Die eben besprochenen Gleichgewichtsverhältnisse beziehen sich aber nur auf den Ruhezustand des Apparates; die Sache ändert sich sogleich, wenn man der Scheibe *a* eine hinlänglich rasche Rotation um die Axe *b* ertheilt.

Die Rotation der Scheibe *a* wird dadurch hervorgebracht, daß man eine auf die stählerne Axe *b* aufgewickelte Schnur rasch abzieht, während man den Ring *c* festhält.

Wird nun, nachdem das Gewicht *g* ganz entfernt oder doch so weit hin-

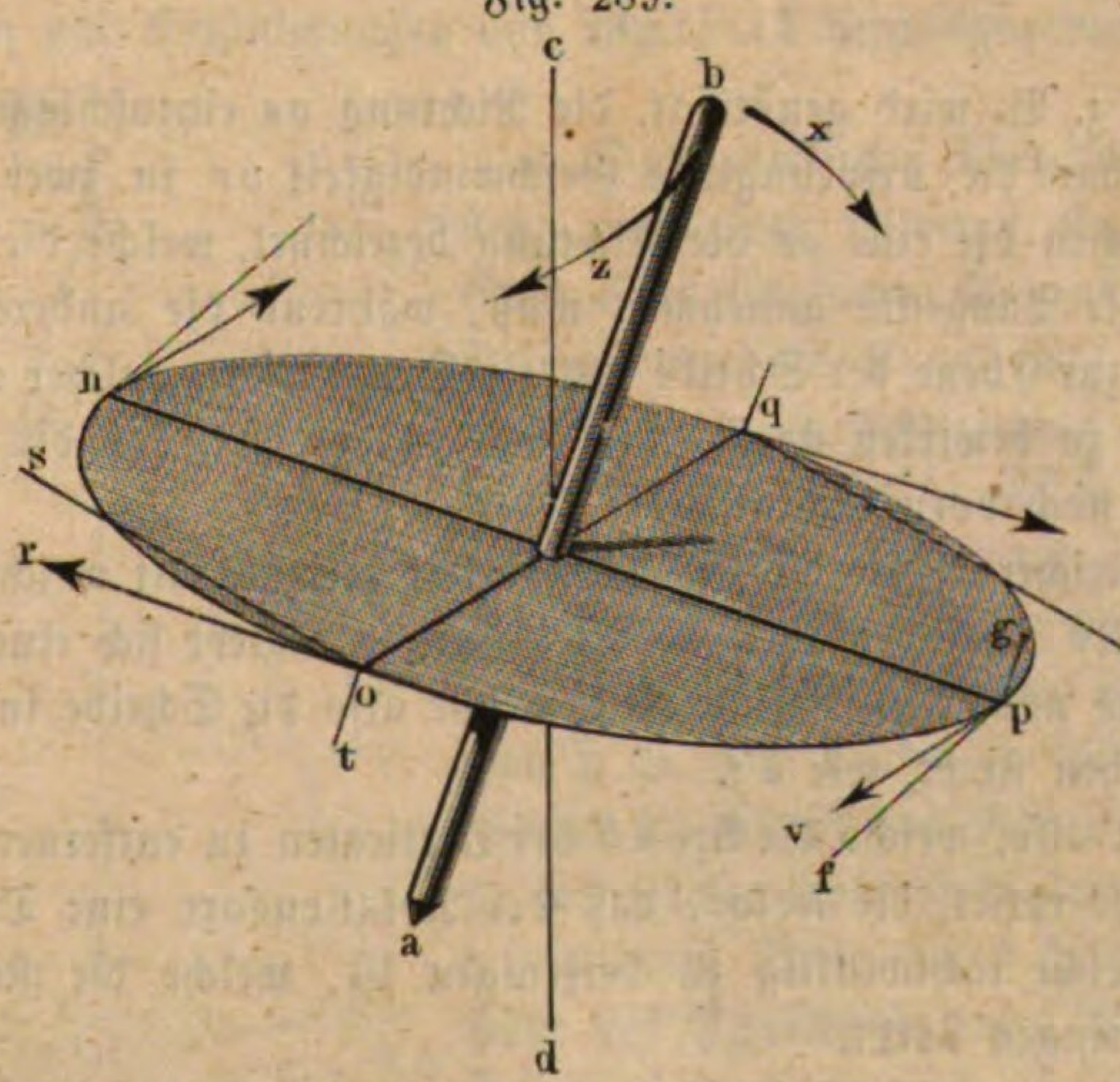
aufgerückt ist, daß das Uebergewicht auf Seite des Ringes *d* und seines Inhaltes ist, die Scheibe *a* in rasche Rotation versetzt, während der ganze Apparat ungefähr die Stellung hat, wie es die Figur zeigt, so scheint die Scheibe mit ihrem Ringe der Schwere nicht mehr zu gehorchen; denn die Neigung des Stäbchens *f* und der Axe *b* gegen die Verticale bleibt unverändert, während sich die ganze Vorrichtung um die verticale Axe *h* dreht, und zwar in einer Richtung, welche derjenigen gerade entgegengesetzt ist, nach welcher sich eben der oberste Punkt der rotirenden Scheibe bewegt.

Erst wenn die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe *a* bis zu einem gewissen Grade abgenommen hat, beginnt der Ring *d* mit der Scheibe *a* ganz allmälig herabzusinken.

Wenn man das Gegengewicht *g* an dem Stäbchen *f* mehr und mehr herunterschiebt, so daß das Uebergewicht, welches den Winkel des Stäbchens *f* und der Axe *b* mit der Verticalen zu vergrößern sucht, kleiner und kleiner wird, so wird unter übrigens gleichen Umständen die Drehung um die Axe *h* immer langsamer werden, bis sie endlich ganz aufhört, wenn *g* so befestigt ist, daß es dem Ringe *d* mit seinem Inhalte gerade das Gleichgewicht hält und in eine Drehung von entgegengesetzter Richtung übergeht, wenn *g* so weit heruntergeschoben wird, daß das Uebergewicht auf seiner Seite ist und ein Bestreben zeigt, den Winkel zu verkleinern, welchen das Stäbchen *f* und die Axe *b* mit der Verticalen machen.

Wie sich die fragliche Erscheinung, wenigstens in ihren Hauptzügen, ohne Calcül erklären läßt, hat Poggendorff in seinen Annalen (Bd. XC, S. 348) gezeigt. — Betrachten wir die materielle Scheibe *nopq*, Fig. 289, welche um die Axe *ab*, die einen bestimmten Winkel mit der Verticalen *cd* macht, sehr rasch rotirt. Durch diese Rotation haben alle Theilchen der Scheibe tangentiale

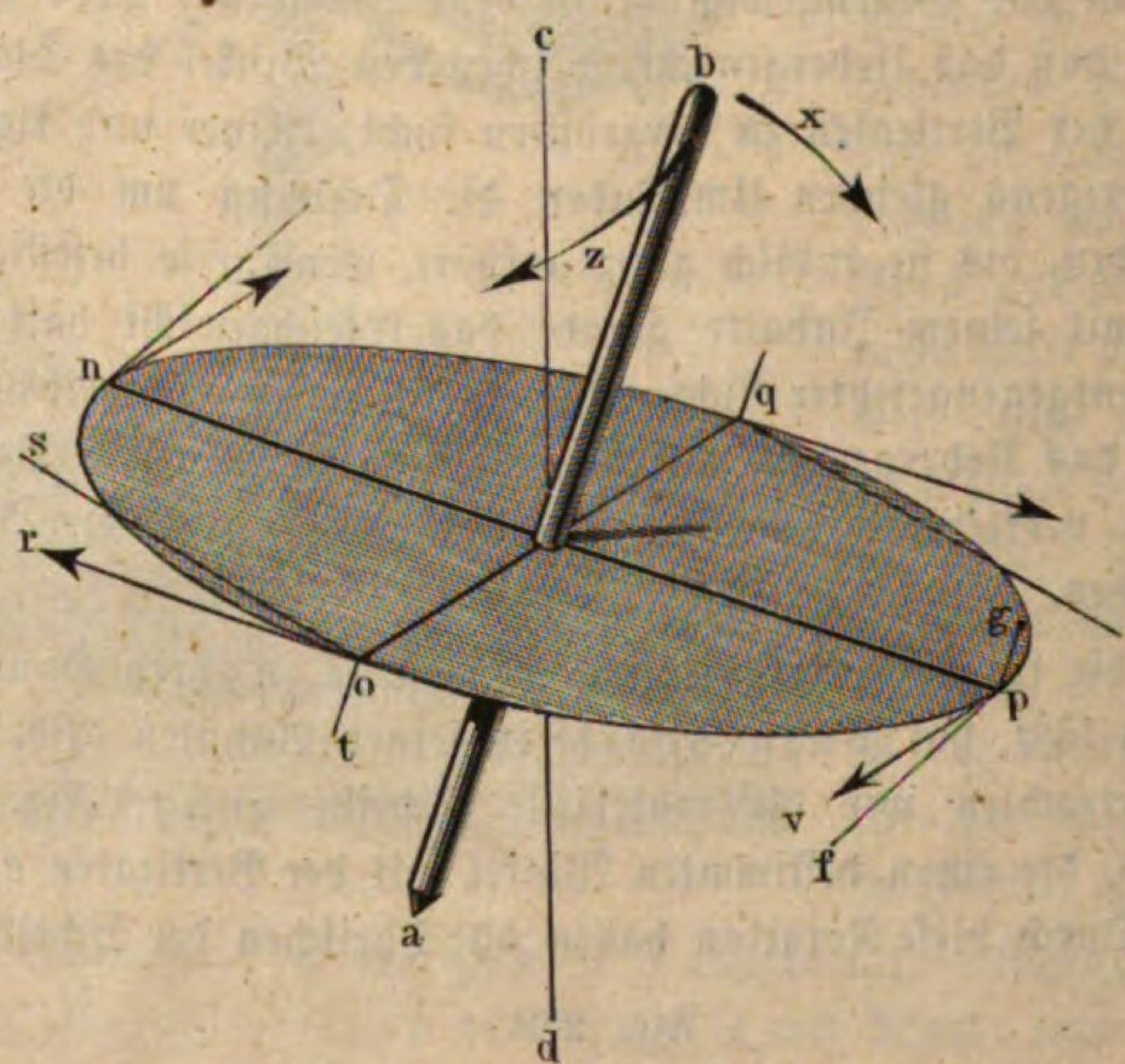
Fig. 289.



Geschwindigkeiten erlangt, welche für die Punkte *o, p, q* und *n* durch Pfeile angedeutet sind.

Wirkt nun auf die Scheibe eine Kraft, welche die Axe *ab* der verticalen *cd* zu entfernen, also die Scheibe um die Axe *oq* oder eine damit parallele zu drehen strebt, so wird der nächste Effect sein, daß die Scheibe in der That ein wenig gedreht, daß also *p* etwas gesenkt, *n* etwas gehoben wird. Dadurch werden nun die Geschwindigkeiten, mit welchen *p* und *n* behaftet sind, nicht alterirt, sie werden gewissermaßen parallel mit sich selbst verschoben. Anders verhält es sich mit den materiellen Theilchen in *o* und *q*; sie werden genöthigt, aus der Richtung der Tangentialgeschwindigkeiten, mit welchen sie eben behaftet sind, herauszutreten;

Fig. 290.



das Theilchen *o* z. B. wird genöthigt, die Richtung *os* einzuschlagen. Dadurch wird aber offenbar die ursprüngliche Geschwindigkeit *or* in zwei Seitenkräfte zerlegt, von welchen die eine *os* die Richtung bezeichnet, welche die in *o* an die Peripherie gelegte Tangente annehmen muß, während die andere Seitenkraft *ot* rechtwinklig zur Ebene der Scheibe als ein Druck wirkt, welcher eine Drehung um die Axe *np* zu bewirken strebt, und zwar in der Art, daß die obere Hälfte der Axe *ab* sich nach vorn bewegt.

Wird in gleicher Weise die Geschwindigkeit zerlegt, mit welcher ursprünglich ein materielles Theilchen in *q* behaftet war, so ergiebt sich eine Seitenkraft, welche von *q* aus nach oben gerichtet ist, welche also die Scheibe in der gleichen Richtung zu drehen strebt, wie *o t*.

Eine Kraft also, welche die Axe *ab* der Verticalen zu entfernen strebt, hat, wenn die Scheibe rotirt, die Folge, daß der Rotationsaxe eine Drehung mitgetheilt wird, welche rechtwinklig zu derjenigen ist, welche die störende Kraft direct hervorzubringen strebt.

Die Bewegung, welche dadurch der Axe *ab* mitgetheilt wird, ist zunächst

wenigstens ganz dieselbe, als ob eine Umdrehung um die Verticale *cd* erfolge, und zwar in unserem speciellen Falle so, daß dabei *b* vor- und *a* zurücktritt, daß also die Drehung der Rotationsaxe um die Verticale von oben gesehen in der Richtung erfolgt, nach welcher sich der Zeiger einer Uhr bewegt.

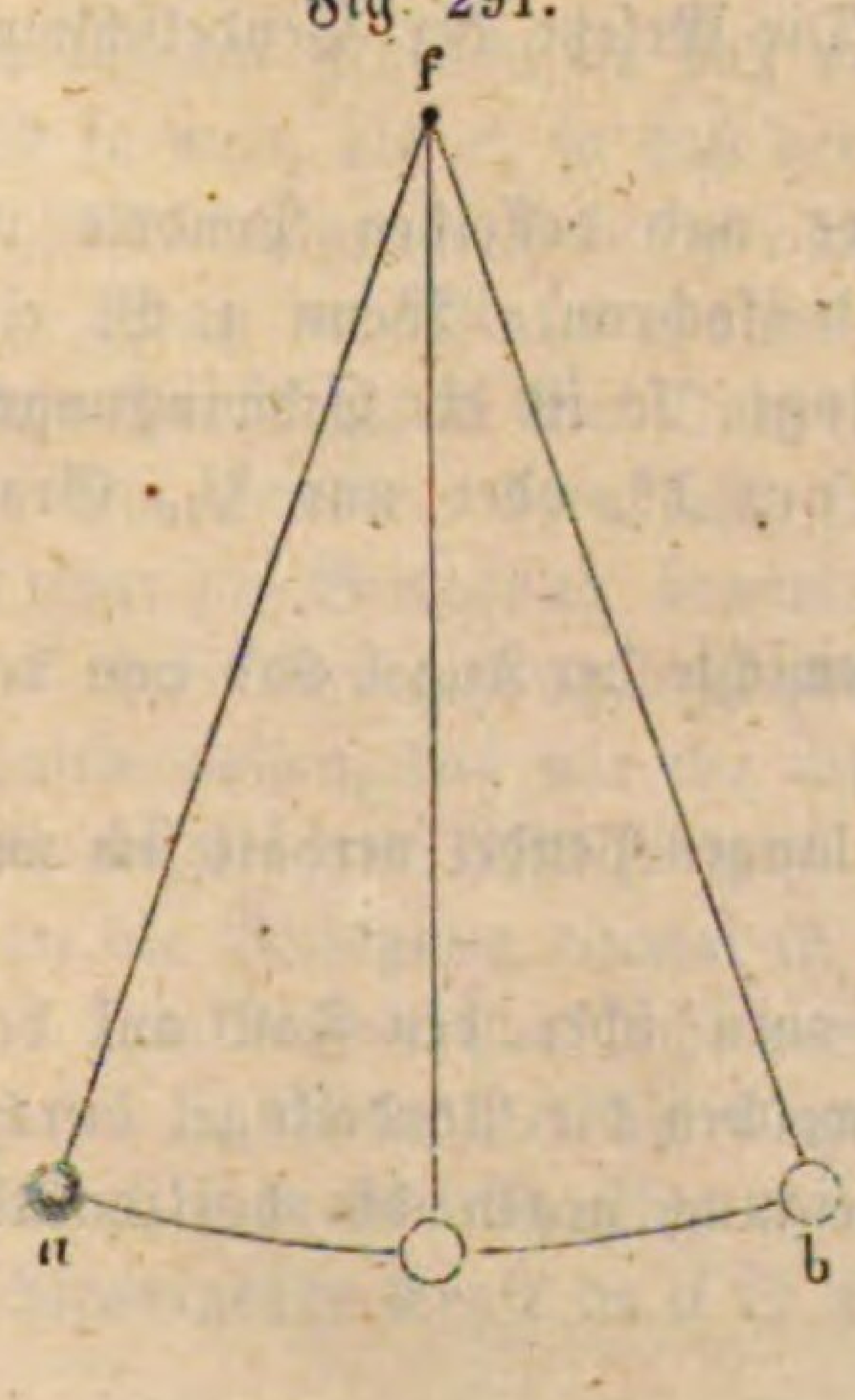
Daß unter den gegebenen Umständen die Drehung der Rotationsaxe in der eben bezeichneten Richtung wirklich stattfindet, davon kann man sich am Fessel'schen Apparate überzeugen.

Bei diesem ersten Effecte bleibt aber der Vorgang nicht. Sobald eine Drehung der rotirenden Scheibe um die Axe *np* erfolgt, wird nun auch die Richtung der Tangentialgeschwindigkeiten in *n* und *p* alterirt. Das Theilchen *p*, welches die Tangentialgeschwindigkeit *pv* hatte, wird eine Tangentialgeschwindigkeit in der Richtung *pf* annehmen müssen, die Geschwindigkeit *pv* wird also in zwei Componenten zerlegt, von denen die eine nach *pf* gerichtet ist, während die andere *pg* als ein Druck auf die Scheibe wirkt, welcher dahin strebt, die Axe *ab* der Verticalen zu nähern; eine gleiche Wirkung geht aus der Zerlegung der ursprünglichen Tangentialgeschwindigkeit von *n* hervor.

In Folge der Drehung der Rotationsaxe treten also Kräfte auf, welche die Rotationsaxe der Verticalen zu nähern streben, also der ursprünglich störenden Kraft gerade entgegen wirken, welche dahin strebt, die Rotationsaxe von der Verticalen zu entfernen; so kommt es denn, daß, wenn die Rotationsgeschwindigkeit groß genug ist, der Winkel zwischen der Rotationsaxe und der Verticalen constant erhalten wird.

Eine vollständige Erklärung der hierher gehörigen Erscheinungen nicht allein der Art, sondern auch der Größe nach, ist ohne höhere Rechnung nicht wohl möglich. Eine vollständige Theorie des Kreisels sowohl wie der Präcession hat schon Euler gegeben, und man findet dieselbe im dritten Bande seiner Mechanik, welche vor Kurzem erst wieder in deutscher Uebersetzung mit Anmerkungen und Erläuterungen von Wolfers herausgegeben wurde.

Fig. 291.



Das einfache Pendel (Fig. 291) besteht aus einer schweren Kugel, welche am Ende eines biegsamen Fadens aufgehängt ist. Bringt man die Kugel aus ihrer Gleichgewichtslage, d. h. bringt man das Pendel aus seiner verticalen Stellung, so macht es, wenn man es losläßt, ohne ihm irgend einen Anstoß zu geben, Schwingungen, welche fortwährend in derselben Verticalebene bleiben. Bringt man z. B. das Pendel in die Lage *fa*, so beschreibt die Kugel den Bogen *al*, in *l* kommt sie mit solcher Geschwindigkeit an, daß sie auf der anderen Seite bis *b* steigt, d. h. zu der Höhe des Punktes *a*; vom Punkte *b* geht die Kugel abermals zurück, durchläuft in umge- 150

kehrter Richtung wieder den Bogen *bla* und setzt auf dieselbe Weise seine Schwingungen fort. Beim Niedergange des Pendels nimmt seine Geschwindigkeit fortwährend zu, beim Aufsteigen nimmt sie ab; in dem Momente also, in welchem das Pendel die Gleichgewichtslage passirt, hat es seine größte Geschwindigkeit.

Der Winkel *afl* heißt Ausschlagswinkel oder auch nur Ausschlag.

Die Bewegung von *a* bis *b* oder von *b* bis *a* heißt eine Oscillation; von *a* bis *l* ist eine halbe niedergehende, von *l* bis *b* eine halbe aufsteigende Oscillation.

Die Amplitude einer Oscillation ist die in Graden, Minuten und Secunden ausgedrückte Größe des Bogens *ab*.

Die Dauer einer Oscillation ist die Zeit, welche das Pendel nöthig hat, um diesen Bogen zu durchlaufen.

Nach dem ersten Anblicke sollte man aus den Versuchen schließen, daß die Bewegung eines Pendels immer fortdauern müßte, denn wenn es von *a* ausgehend auf der anderen Seite zu einer gleichen Höhe *b* ansteigt, so muß es von *b* ausgehend auch wieder bis *a* steigen, und es wird so denselben Weg zum zweiten, zum dritten Male u. s. w. bis ins Unendliche machen müssen.

Dieser Schluß würde ganz richtig sein, wenn *b* wirklich absolut gleiche Höhe mit *a* hätte; aber die Reibung am Aufhängepunkte *f*, der Widerstand der Luft, welche die Kugel vor sich wegtreiben muß, machen es unmöglich, daß die Kugel genau wieder bis zu der Höhe steigt, von welcher sie herabfiel. Die Differenz wird freilich erst nach einer Reihe von Schwingungen merklich, und statt sich zu verwundern, daß die Bewegung nicht ewig fortdauert, muß man sich vielmehr wundern, daß sie so lange dauert; denn ein Pendel kann, ohne still zu stehen, stundenlang fortschwingen.

Das Pendel ist eins der einfachsten, aber auch eins der wichtigsten Instrumente der Physik, wie es sich noch im Laufe dieses Capitels zeigen wird.

106 **Gesetze der Pendelschwingungen.** Die Gesetze der Pendelschwingungen sind folgende:

1) Die Dauer kleiner Oscillationen eines und desselben Pendels ist von ihrer Amplitude unabhängig, d. h. sie sind isochron. Wenn z. B. ein Pendel mit einer Amplitude von 2^0 bis 3^0 schwingt, so ist die Schwingungsdauer gerade so groß, als ob die Amplitude nur 1^0, oder nur $^1/_{10}$ Grad betrüge.

2) Die Dauer der Oscillationen ist vom Gewichte der Kugel und von der Natur ihrer Substanz unabhängig.

3) Die Schwingungsdauer zweier ungleich langen Pendel verhält sich wie die Quadratwurzel aus den Pendellängen.

Diese Gesetze ergeben sich aus dem, was oben über den Fall auf der schiefen Ebene gesagt wurde; denn der Bogen, welchen die Pendelkugel durchläuft, ist nichts als eine schiefe Ebene, deren Neigung gegen die horizontale sich continuirlich ändert.

Das erste dieser Gesetze läßt sich folgendermaßen entwickeln: In Fig. 292 sei bc das um den Winkel v aus der Gleichgewichtslage ba entfernte Pendel. Eine durch c gezogene Verticale cf stellt uns nun die auf die Kugel c wirkende Schwerkraft dar, die wir durch g bezeichnen wollen; nach dem Parallelogramm der Kräfte ist ck die Kraft, welche von c aus das Pendel nach der Gleichgewichtslage hinzieht, während ch die Kraft darstellt, welche die Schnur spannt. Es ist nun aber offenbar $ck = g \,.\, sin.\, v$, d. h. die beschleunigende Kraft, welche das Pendel nach seiner Gleichgewichtslage hintreibt, ist stets dem Sinus des Ausschlagwinkels proportional. Ist also die Pendelkugel einmal bis c, Fig. 293, aus der Gleichgewichtslage gebracht, so daß der Ausschlagswinkel v ist, das andere Mal nur halb so weit, bis c', so daß der Ausschlagswinkel $^1/_2 v$ ist, so haben wir einmal die beschleunigende Kraft $g \,.\, sin.\, v$, das andere Mal $g \,.\, sin.\, ^1/_2 v$.

Fig. 292.

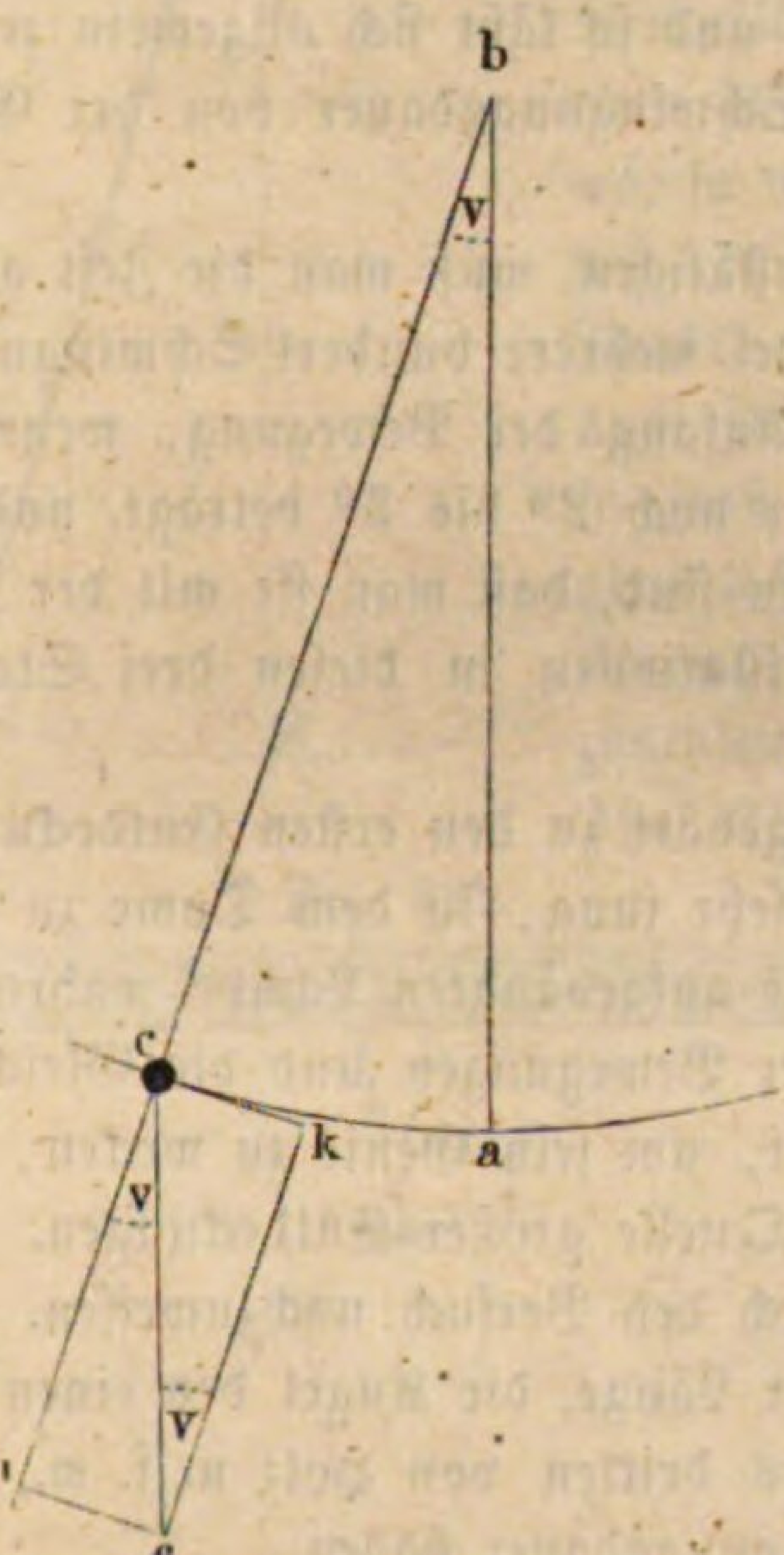
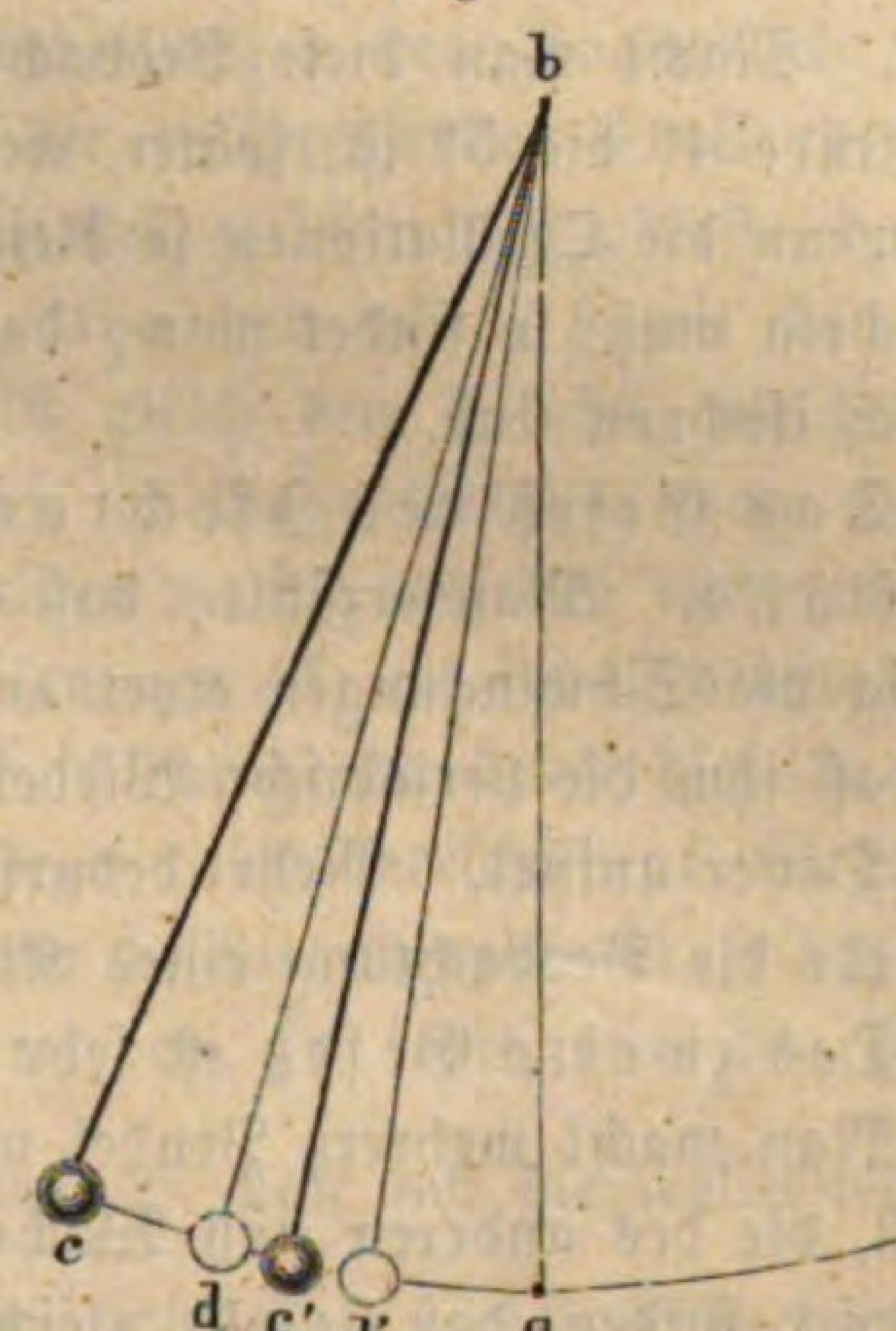


Fig. 293.



Wenn der Winkel v nicht groß ist, so ist $sin.\, v$ bis auf eine verschwindende Größe gleich dem Doppelten von $sin.\, ^1/_2\, v$; wenn die Pendelkugel also von dem Punkte c herabfällt, so ist die beschleunigende Kraft, welche im ersten Moment die Bewegung bewirkt, doppelt so groß, als wenn die Pendelkugel in c' ihren Niedergang begonnen hätte, der Bogen cd, den wir so klein annehmen wollen, daß wir ihn als geradlinig betrachten können, und der Bogen $c'd'$, welcher nur halb so groß ist, werden also in gleichen Zeiten durchlaufen, wenn die Bewegung einmal in c, ein andermal in c' beginnt.

Denken wir uns dicht hinter einander zwei gleiche Pendel aufgehängt, das eine bis c, das andere bis c' gehoben und gleichzeitig losgelassen, so werden sie gleichzeitig in den Punkten d und d' ankommen, wenn $c'd' = ^1/_2\, cd$. Die beschleunigende Kraft in d ist aber doppelt so groß als in d', außerdem aber

langt das eine Pendel in *d* mit einer Geschwindigkeit an, welche doppelt so groß als diejenige ist, mit welcher das andere den Punkt *d'* passirt, und daraus folgt denn, daß auch in dem nächsten kleinen Zeittheilchen das eine Pendel einen doppelt so großen Weg zurücklegt als das andere. Auf diese Weise fortschließend findet man endlich, daß beide Pendel gleichzeitig in *a* ankommen müssen.

Diese Schlußweise läßt sich auch noch anwenden, wenn das Verhältniß der Ausschlagswinkel nicht gerade das von 1 zu 2, sondern ein anderes ist, weil für kleine Ausschlagswinkel die beschleunigende Kraft stets der Entfernung von der Gleichgewichtslage proportional ist; und so läßt sich allgemein zeigen, daß bis zu einer gewissen Gränze hin die Schwingungsdauer von der Größe der Ausschlagswinkel nicht abhängt.

Um dies Gesetz durch den Versuch zu bestätigen, muß man die Zeit genau bestimmen, welche nöthig ist, damit ein Pendel mehrere hundert Schwingungen macht. Macht man diese Beobachtung zu Anfang der Bewegung, wenn die Amplitude 4^0 bis 5^0 ist, später, wenn sie nur noch 2^0 bis 3^0 beträgt, und zuletzt, wenn die Oscillationen so klein geworden sind, daß man sie mit der Lupe beobachten muß, so findet man, daß die Oscillationen in diesen drei Stadien wirklich isochron sind.

Das Gesetz des Isochronismus gehört zu den ersten Entdeckungen Galiläi's. Man erzählt, daß er, noch sehr jung, in dem Dome zu Pisa zufällig die Schwingungen einer am Gewölbe aufgehängten Lampe wahrnahm und daß ihm die periodische Wiederkehr dieser Bewegungen und die Gleichheit ihrer Dauer auffiel. Mehr bedurfte es nicht, um sein Genie zu wecken, und so wurde die Beobachtung eines Kindes die Quelle großer Entdeckungen.

Das zweite Gesetz ist sehr leicht durch den Versuch nachzuweisen.

Man macht mehrere Pendel von gleicher Länge, die Kugel des einen von Metall, die des anderen von Wachs, die des dritten von Holz u. s. w., und man wird finden, daß sie alle gleiche Schwingungsdauer haben.

Wenn die Schwere ein Pendel oscilliren macht, so wirkt sie auf jedes Atom der Materie, aus welcher die Kugel besteht; jedes Atom der Kugel wird durch seine eigene Schwere getrieben, und folglich kann auch eine Vermehrung der Atome keinen Einfluß auf die Geschwindigkeit der Oscillationen haben. Könnte man ein einziges Atom Eisen an einem gewichtlosen Faden aufhängen, so müßte es gerade so schnell oscilliren, als ob man ihrer zwei, drei, vier oder eine ganze Kugel von Eisen anhängt. Die Schwere könnte aber auf ein Wachsmolekül anders wirken, als auf ein Eisenmolekül. Daß dies nicht der Fall ist, daß die Schwere auf ein Molekül von Eisen nicht anders wirkt als auf ein Molekül von Gold, Platin, Wachs u. s. w., beweist eben dieser Versuch mit dem Pendel. Der früher erwähnte Fallversuch im luftleeren Raume ist nur ein roher Versuch, weil wir hier nur die Wirkung der Schwere während einer außerordentlich kurzen Zeit beobachten können. Das Pendel aber macht es möglich, die Wirkung der Schwere auf verschiedene Körper ganze Stunden lang zu beobachten.

Von den Gesetzen des Falles auf der schiefen Ebene ausgehend gelangt

man durch folgende Schlußweise zu dem oben angeführten **dritten Gesetze** der Pendelschwingungen.

Man denke sich den Schwingungsbogen *ab* (Fig. 294) eines Pendels in so viel gleiche Theile getheilt, daß man jedes dieser Bogentheilchen als geradlinig betrachten kann. Wenn nun der Ausschlagswinkel eines längeren Pendels eben so groß ist, so muß sich der Schwingungsbogen *cd* zum Schwingungsbogen *ab* verhalten wie die Pendellängen. Denken wir uns den Bogen *dc* in eben so viel gleiche Theile getheilt wie den Bogen *ab*, so werden auch die einzelnen Theile im Verhältniß der Pendellängen stehen. Wenn also das eine Pendel 4mal so lang ist als das andere, so werden auch jene Unterabtheilungen des Bogens *dc* 4mal so groß sein als die entsprechenden Theile des Bogens *ab*. Der Winkel, welchen das oberste, das 2te, 3te u. s. w. Bogentheilchen von *ab* mit der Horizontalen macht, ist gleich dem Winkel, welchen das 1ste, 2te, 3te u. s. w. Bogentheilchen von *cd* mit derselben macht; auf den entsprechenden Theilen von *ab* und *cd* ist demnach auch die beschleunigende Kraft dieselbe.

Fig. 294.

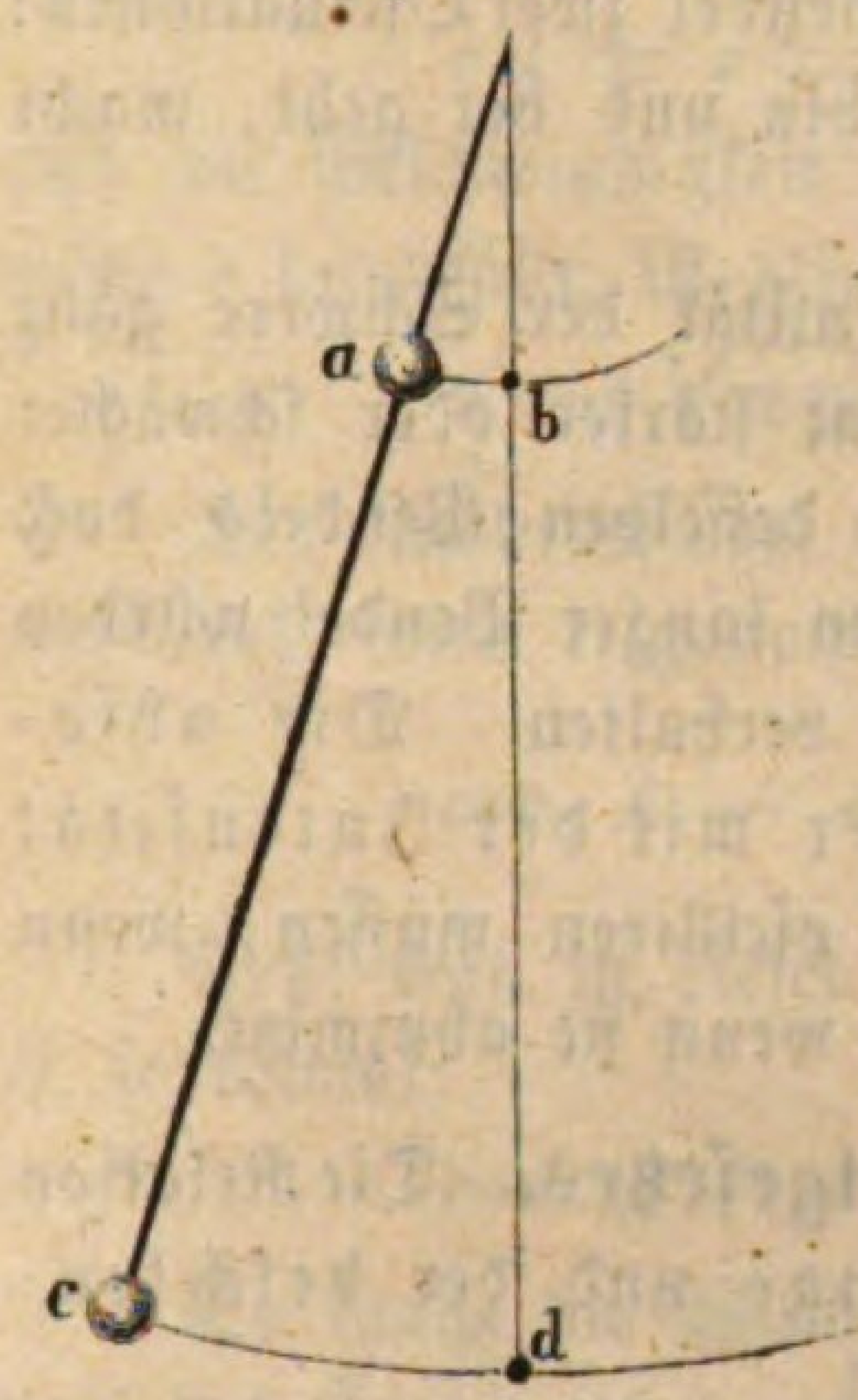
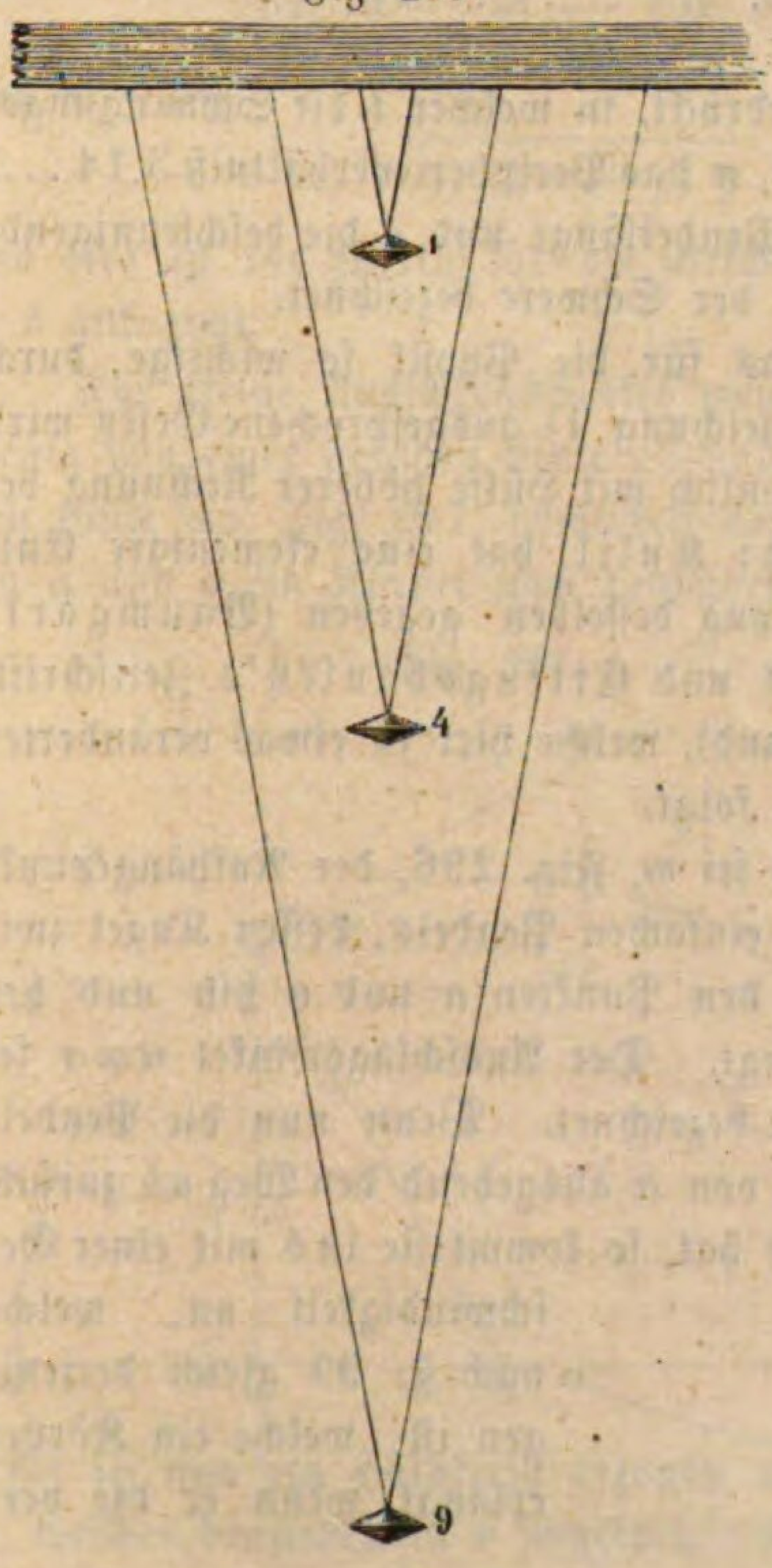


Fig. 295.



Wenn aber verschiedene Wege mit gleicher beschleunigender Kraft durchlaufen werden, so lehrt uns die Formel $s = \frac{g}{2} t^2$, daß sich die Fallzeiten verhalten wie die Quadratwurzeln der Fallräume; wenn also der Bogen *cd* desselben 2=, 3=, 4=, *n* mal so groß ist als der Bogen *ab*, so wird die Zeit, in welcher ein Theilchen von *cd* durchfallen wird, auch $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{n}$ mal so groß sein als die, in welcher das entsprechende Theilchen von *ab* durchlaufen wird. Da dies aber für alle Bogentheilchen gilt, so gilt es auch für ihre Summe, was denn mit anderen Worten heißt, die Schwingungsdauer ist der Quadratwurzel aus der Pendellänge proportional.

Um die Richtigkeit des dritten Gesetzes durch den Versuch nachzuweisen, nehme man drei Pendel von verschiedener

Länge. Wenn sich z. B. die Pendellängen wie die Zahlen 1, 4, 9 verhalten, so verhalten sich die entsprechenden Schwingungszeiten wie die Zahlen 1, 2, 3. Am bequemsten hängt man zu diesem Versuche die Kugeln an einem doppelten Faden auf, wie Fig. 295 (a. v. S.) zeigt. Während ein Pendel, dessen Länge 4 Fuß ist, eine Oscillation macht, macht das viermal kürzere Pendel zwei Oscillationen; und während ein Pendel von 1 Fuß Länge dreimal hin und her geht, macht ein 9 Fuß langes nur einen Hin- und Hergang.

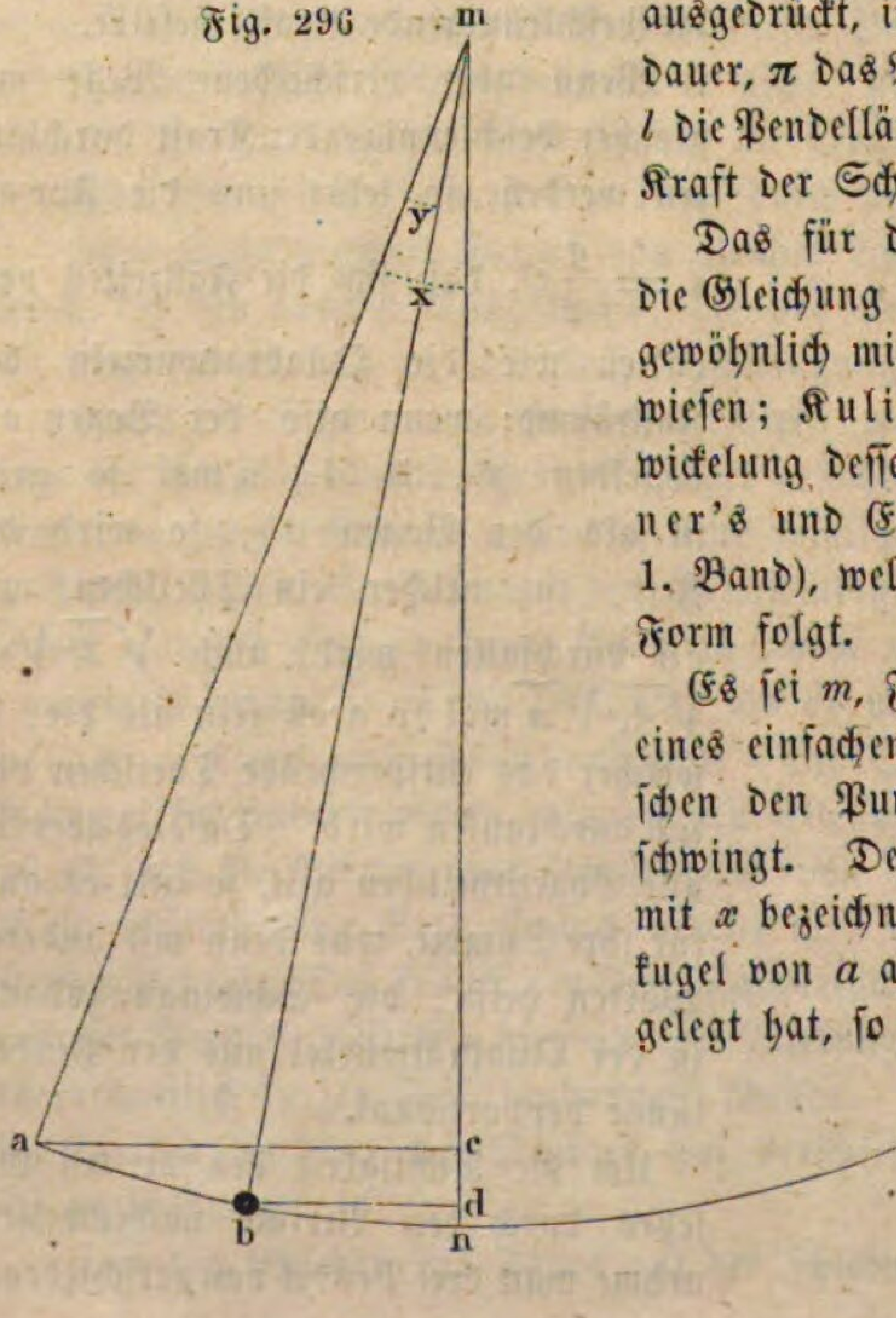
Die eben besprochenen Gesetze sind von der Intensität der Schwere ganz unabhängig. Wenn die Schwerkraft auch hundertmal stärker oder schwächer wirkte, so würden kleine Schwingungen eines und desselben Pendels doch isochron bleiben, und die Schwingungszeiten verschieden langer Pendel würden sich noch immer wie die Quadratwurzeln ihrer Länge verhalten. Die absolute Dauer der Oscillationen ändert sich aber mit der Intensität der Schwerkraft. Dasselbe Pendel wird schneller oscilliren müssen, wenn die Intensität der Schwerkraft wächst, und langsamer, wenn sie abnimmt.

107 **Mathematische Entwickelung des Pendelgesetzes.** Die Relation zwischen der Schwingungsdauer, der Pendellänge und der beschleunigenden Kraft der Schwere ist durch die Formel

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

ausgedrückt, in welcher t die Schwingungsdauer, π das Peripherieverhältniß 3,14 ..., l die Pendellänge und g die beschleunigende Kraft der Schwere bezeichnet.

Fig. 296



Das für die Physik so wichtige, durch die Gleichung 1) ausgesprochene Gesetz wird gewöhnlich mit Hülfe höherer Rechnung bewiesen; Kulik hat eine elementare Entwickelung desselben gegeben (Baumgartner's und Ettingshausen's Zeitschrift, 1. Band), welche hier in etwas veränderter Form folgt.

Es sei m, Fig. 296, der Aufhängepunkt eines einfachen Pendels, dessen Kugel zwischen den Punkten a und o hin und her schwingt. Der Ausschlagswinkel nma sei mit x bezeichnet. Wenn nun die Pendelkugel von a ausgehend den Weg ab zurückgelegt hat, so kommt sie in b mit einer Geschwindigkeit an, welche nach §. 99 gleich derjenigen ist, welche ein Körper erlangt, wenn er die ver-

ticale Höhendifferenz cd der beiden Punkte a und b durchfällt. — Nun aber ist $cd = md - mc$. Bezeichnet man den Winkel amb mit y, so ist der Winkel $bmn = x - y$, und also auch $md = l \cos.(x - y)$, während $md = l \cos. x$ ist, vorausgesetzt, daß die Pendellänge ma mit l bezeichnet wird. Es ist also auch

$$cd = s = l \cos.\ (x - y) - l \cos.\ x$$

und die Geschwindigkeit v, welche ein Körper erlangt, wenn er die verticale Höhe s durchfällt, ist also:

$$v = \sqrt{2gs} = \sqrt{2gl\,\{\cos.\ (x - y) - \cos.\ x,\}}$$

Der Ausdruck $\cos.\ (x - y) - \cos. x$ läßt sich aber noch umformen. Nach einer bekannten trigonometrischen Formel ist

$$\cos.\ A - \cos.\ B = 2 \sin.\ \frac{A + B}{2} \cdot \sin.\ \frac{B - A}{2}.$$

Setzt man in dieser Gleichung $x - y$ an die Stelle von A, und x anstatt B, so kommt

$$\cos.\ (x - y) - \cos.\ x = 2 \sin.\ {}^1/_2\ (2\,x - y)\ \sin.\ {}^1/_2\ y.$$

So lange die Winkel x und y klein genug sind, kann man den Bogen statt des Sinus setzen, es ist also für diesen Fall

$$\cos.\ (x - y) - \cos.\ x = (2\,x - y)\ \frac{y}{2}$$

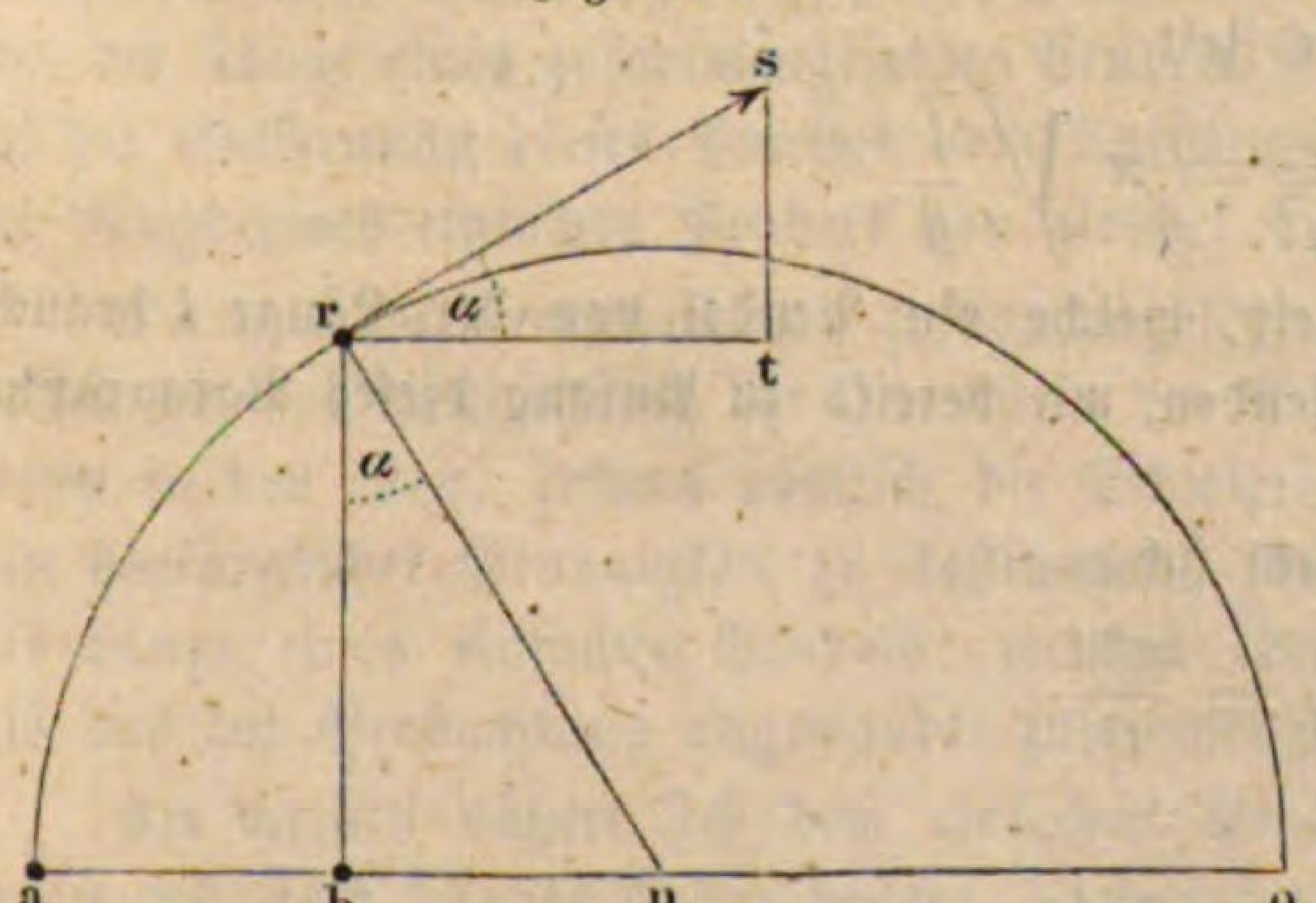
und also auch

$$v = \sqrt{gl\,(2\,x - y)\,y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2),$$

und dies ist der Werth für die Geschwindigkeit, mit welcher die Pendelkugel in b ankommt.

Für kleine Ausschlagswinkel weicht der Schwingungsbogen ao nur sehr wenig von einer geraden Linie ab und man kann sich denselben zu einer geraden Linie ao, Fig. 297, entwickelt denken, auf welcher zwischen den Endpunkten a und o ein Körper nach denselben Gesetzen oscillirt, wie die Pendelkugel auf dem Bogen ao, Fig. 296. Ist ab, Fig. 297, gleich dem Bogen ab, Fig. 296, so kommt unter dieser Voraussetzung von a ausgehend der Körper in b, Fig. 297, mit derselben Geschwindigkeit an, wie die Pendelkugel in b, Fig. 296, nämlich mit einer Geschwindigkeit, welche durch die Gleichung 2) bestimmt ist.

Fig. 297.



Ueber ao als Durchmesser sei nun ein Halbkreis gezogen und in b ein Perpendikel auf ao errichtet, welcher denselben in r schneidet. Kommt nun ein Körper, welcher von a

aus den Bogen ar durchlaufen hat, in r mit der Geschwindigkeit $rs = c$ an, so ist der mit ao parallele Antheil dieser Geschwindigkeit gleich rt gleich $c \, . \, cos. \, \alpha$, wenn α den Winkel srt bezeichnet. Nun ist aber offenbar der Winkel brn auch gleich α, folglich $cos. \, \alpha = \frac{rb}{rn}$; rb aber ist die mitflere Proportionale zwischen ab und bo, also $rb = \sqrt{ab \, . \, bo}$.

Da wir mit x den Ausschlagswinkel und mit l die Länge des Pendels, Fig. 296, bezeichnet haben, so ist an in Fig. 296 und in Fig. 297, also auch rn gleich $l \, . \, x$; ferner aber ist $ab = ly$ und $bo = l \, (2x - y)$, also $rb = \sqrt{l^2 (2x - y) \, y}$ und endlich

$$cos. \, \alpha = \frac{\sqrt{l^2 (2x - y) \, y}}{l \, . \, x}$$

und also

$$rt = \frac{c \sqrt{l^2 (2x - y) \, y}}{lx} = c \, . \, \frac{\sqrt{(2x - y) y}}{x};$$

nimmt man aber an, daß $c = x \sqrt{gl}$ sei, so ergiebt sich

$$rt = \sqrt{gl \, (2x - y) \, y}.$$

Dieser Werth ist aber dem Werth von v in Gleichung 2) ganz gleich; wenn wir also annehmen, daß ein Körper mit der gleichförmigen Geschwindigkeit $x \sqrt{gl}$ den zum Durchmesser ao gehörigen Kreis durchläuft, so wird für irgend einen Punkt r des Kreises der mit ao parallele Antheil dieser Geschwindigkeit gerade eben so groß sein, wie die Geschwindigkeit, mit welcher der nach dem Pendelgesetz auf ao sich bewegende Körper in dem Punkte b ankommt, welcher den Fußpunkt des von r auf ao gefällten Perpendikels bildet. Daraus folgt aber, daß dieser fingirte im Kreise sich bewegende Körper den Halbkreis in derselben Zeit zurücklegen muß, in welchem die Pendelkugel den Durchmesser ao beschreibt. Der Umfang des Halbkreises ist aber in unserem Falle $\pi l x$, und ein Körper, der sich mit der Geschwindigkeit $x \sqrt{gl}$ bewegt, braucht, um diesen Weg zurückzulegen, die Zeit

$$t = \frac{\pi l x}{x \sqrt{gl}} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

und dies ist also auch die Zeit, welche ein Pendel von der Länge l braucht, um eine Schwingung zu vollenden, wie bereits zu Anfang dieses Paragraphen angeführt wurde.

Aus Gleichung 1) ergiebt sich

$$g = \frac{\pi^2 l}{t^2}$$

und für $t = 1$

$$g = \pi^2 l;$$

kennt man also die Länge l des Secundenpendels, so hat man dieselbe nur mit π^2 zu multipliciren, um den Zahlenwerth der beschleunigenden Kraft der

Schwere mit weit größerer Genauigkeit zu erhalten, als man sie aus Fallversuchen abzuleiten im Stande wäre.

Der Schwingungspunkt. Diese Formel gilt aber nur für ein einfaches Pendel, welches man auch ein ideales Pendel nennt. Ein solches Pendel kann man sich wohl vorstellen, aber nicht construiren; denn es müßte aus einem einfachen Faden ohne alles Gewicht bestehen, und an seinem Ende dürfte sich nur ein schwerer Punkt befinden. 108

Jedes Pendel, welches diesen beiden Forderungen nicht entspricht, ist ein zusammengesetztes Pendel. Ein gewichtloser und unbiegsamer Faden also, an welchem sich nur zwei schwere Moleküle *m* und *n* (Fig. 298) befinden, würde demnach schon ein zusammengesetztes Pendel sein. Das Molekül *m*, welches dem Aufhängepunkte näher ist als *n*, hat ein Bestreben, schneller zu schwingen; weil aber die beiden Moleküle verbunden sind, so wird *m* die Bewegung von *n* beschleunigen, und umgekehrt wird *n* die Bewegung von *m* verzögern, die Schwingungen werden deshalb mit einer Geschwindigkeit vor sich gehen, welche zwischen den Geschwindigkeiten liegt, mit welchen jedes der Moleküle *m* und *n* für sich allein schwingen würde. Sie sind gleich den Schwingungen eines einfachen Pendels, welches länger als *fm*, und kürzer als *fn* ist. Eben so verhält es sich mit jedem materiellen Pendel. Diejenigen Theile des Pendels nämlich, welche dem Aufhängepunkte am nächsten liegen, sind in ihrer Bewegung durch die entfernteren verzögert, die entfernteren aber durch die näheren beschleunigt. Es muß demnach auch in jedem zusammengesetzten Pendel einen Punkt geben, welcher durch die übrige Masse des Pendels weder beschleunigt noch verzögert ist, welcher gerade so schnell schwingt wie ein einfaches Pendel, dessen Länge seiner Entfernung vom Aufhängepunkte gleich ist. Dieser Punkt heißt Schwingungspunkt, Centrum oscillationis. Wenn man von der Länge eines zusammengesetzten Pendels spricht, so versteht man darunter die Entfernung dieses Punktes vom Aufhängepunkte oder, was dasselbe ist, die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer.

Fig. 298.



Da man zu Versuchen nur zusammengesetzte Pendel anwenden kann, so stellen sich der Bestimmung der Intensität der Schwere zwei große Schwierigkeiten in den Weg, erstens nämlich die Schwierigkeit, die Schwingungsdauer mit hinlänglicher Genauigkeit zu bestimmen, und zweitens, die Bestimmung der Länge eines einfachen Pendels, welches eben so schnell schwingen würde als das zur Beobachtung angewandte zusammengesetzte.

Am meisten nähert sich dem einfachen Pendel ein solches, welches aus einem möglichst dünnen Faden besteht, an dessen unterem Ende eine Kugel oder ein Doppelkegel hängt. Als Faden hat man feine Metalldrähte oder Aloëfaden genommen; der letzteren namentlich bedienten sich die französischen

Akademiker bei ihren Versuchen unter dem Aequator und Zach in Gotha. Die angehängte Masse muß aus einer Substanz von möglichst großem specifischen Gewichte gefertigt sein. Man hat dazu Blei, Messing, Silber oder Platin angewandt.

Der Leser wird etwas weiter unten eine Betrachtung finden, aus welcher hervorgeht, daß der Schwingungspunkt eines solchen Pendels nur um eine kaum meßbare Größe unter dem Schwerpunkte der angehängten Masse liegt und daß die Entfernung dieser beiden Punkte um so kleiner wird, je länger man das Pendel macht. Bei sehr langen Pendeln dieser Art darf man deshalb ohne merklichen Fehler den Schwerpunkt der Kugel für den Schwingungspunkt und also die Entfernung dieses Schwerpunktes vom Aufhängepunkte als die wahre Länge des Pendels annehmen.

Borda wandte zu seinen Versuchen ein solches Pendel von 12 pariser Fuß, also 144 pariser Zoll, an. Gesetzt, dieses Pendel habe in einer Stunde 1876 Schwingungen gemacht, so kann man daraus leicht die Länge des Secundenpendels berechnen, denn dieses muß in der Stunde 3600 Schwingungen machen. Die Schwingungsdauer des Borda'schen Pendels verhält sich also zu der des Secundenpendels wie 3600 zu 1876. Da sich nun aber die Pendellängen wie die Quadrate der Schwingungszeiten verhalten, so findet man die Länge des Secundenpendels aus der Proportion

$$3600^2 : 1876^2 = 144 : x,$$

woraus sich 39,14 Zoll für die Länge des Secundenpendels ergiebt.

Borda stellte seine Versuche, welche in der That die ersten wahrhaft genauen Pendelbeobachtungen waren, im Jahre 1790 auf der Sternwarte von Paris an. Biot, Bouvard und Mathieu haben diese Versuche im Jahre 1808 wiederholt. Sie wandten Borda's Verfahren und einen ähnlichen Apparat an. Humboldt und Arago haben im Jahre 1818 Borda's Resultate durch ein anderes Verfahren bestätigt. Nach allen diesen Beobachtungen ist die Länge des Secundenpendels für Paris

993,86 Millimeter.

Das Secundenpendel ist also nur um 6,14 Millimeter kürzer als ein Meter. Setzt man in der Formel $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ für t den Werth 1 und $l = 993,8666$, so findet man die beschleunigende Kraft der Schwere

$$g = 9,809 \text{ Meter}.$$

109 **Leistung oder Arbeit einer Kraft.** Wenn eine beschleunigende, d. h. eine fortdauernd wirkende Kraft auf einen Körper wirkt, so wird sie demselben eine beschleunigte Bewegung mittheilen, seine Geschwindigkeit nimmt der Zeit proportional zu, so lange der Bewegung des Körpers entweder gar keine Hindernisse entgegenstehen, oder dieselben doch der beschleunigenden Kraft noch nicht das Gleichgewicht halten.

Halten sich im Zustande der Bewegung Kraft und Widerstand das Gleich-

gewicht, so wird eine gleichmäßige Bewegung stattfinden; die Arbeit, die Leistung der Kraft besteht eben in der Ueberwindung dieses Widerstandes.

Wenn bei den Versuchen mit der Atwood'schen Fallmaschine das Uebergewicht, welches die Bewegung eingeleitet hat, mittelst des durchbrochenen Schiebers abgehoben worden ist, so dauert, wie wir gesehen haben, die Bewegung gleichmäßig fort, wenn auf dem niedergehenden Gewichte n noch ein Uebergewicht q liegen bleibt, welches gerade der Reibung das Gleichgewicht hält (Seite 211). Hier besteht nun die Arbeit dieses Uebergewichtes q darin, die Reibung an der Axe der Rolle zu überwinden.

Wenn eine Locomotive auf ebener Eisenbahn mit gleichmäßiger Geschwindigkeit einen Wagenzug fortführt, so besteht die Arbeit der Kraft in der Ueberwindung der Reibungswiderstände, welche an allen einzelnen Wagen stattfinden.

Wenn ein Arbeiter, an einem Haspel arbeitend, einen Stein hebt, so besteht seine Arbeit in der Ueberwindung der Schwere des Steins und des Reibungswiderstandes um die Axe der Welle.

Beim Zermahlen des Getreides besteht die Arbeit in der Ueberwindung der Cohäsionskraft desselben.

Bei der Leistung einer Kraft kommen zweierlei Dinge in Betracht, 1) die Größe des Widerstandes, welcher überwunden werden soll, und 2) die Länge des Weges, auf welchem der Widerstand in jeder Zeiteinheit überwunden werden muß. Bei der Hebung von Lasten kommt es also darauf an, wie groß das Gewicht der zu hebenden Masse ist und wie hoch sie in einer Secunde gehoben werden soll. Um die Kraft zu kennen, welche nöthig ist, um ein Fuhrwerk auf ebener Straße fortzuziehen, muß man die Größe des Reibungswiderstandes und die Länge des Weges kennen, welche in jeder Secunde zurückzulegen ist.

Bezeichnet man mit W die Leistung oder Arbeit einer Kraft, so ist sie gleich dem Product, welches man erhält, wenn man die Größe der constant wirkenden Kraft K, welche dem Widerstande das Gleichgewicht hält, mit dem in der Zeiteinheit zurückgelegten Weg S multiplicirt, es ist also $W = KS$.

Um die verschiedenen mechanischen Leistungen der Kräfte mit einander vergleichen zu können, muß man sie auf eine bestimmte Einheit beziehen; die zu überwindenden Widerstände vergleicht man deshalb mit der Hebung der Lasten und nimmt als Einheit der Kraftwirkung die verticale Hebung der Gewichtseinheit um die Längeneinheit.

Legt man das neufranzösische Maßsystem zu Grunde, so ist die Einheit der mechanischen Kraftwirkung das Kilogrammometer, d. h. die Hebung einer Last von 1 Kilogramm auf die Höhe von 1 Meter. Legt man Fuß und Pfund als Längen- und Gewichtseinheit zu Grunde, so ist das Fußpfund die Einheit, nach welchem man die Leistung einer Kraft schätzt.

1 Kilogrammometer ist gleich 6,8 Fußpfund rheinländisch.

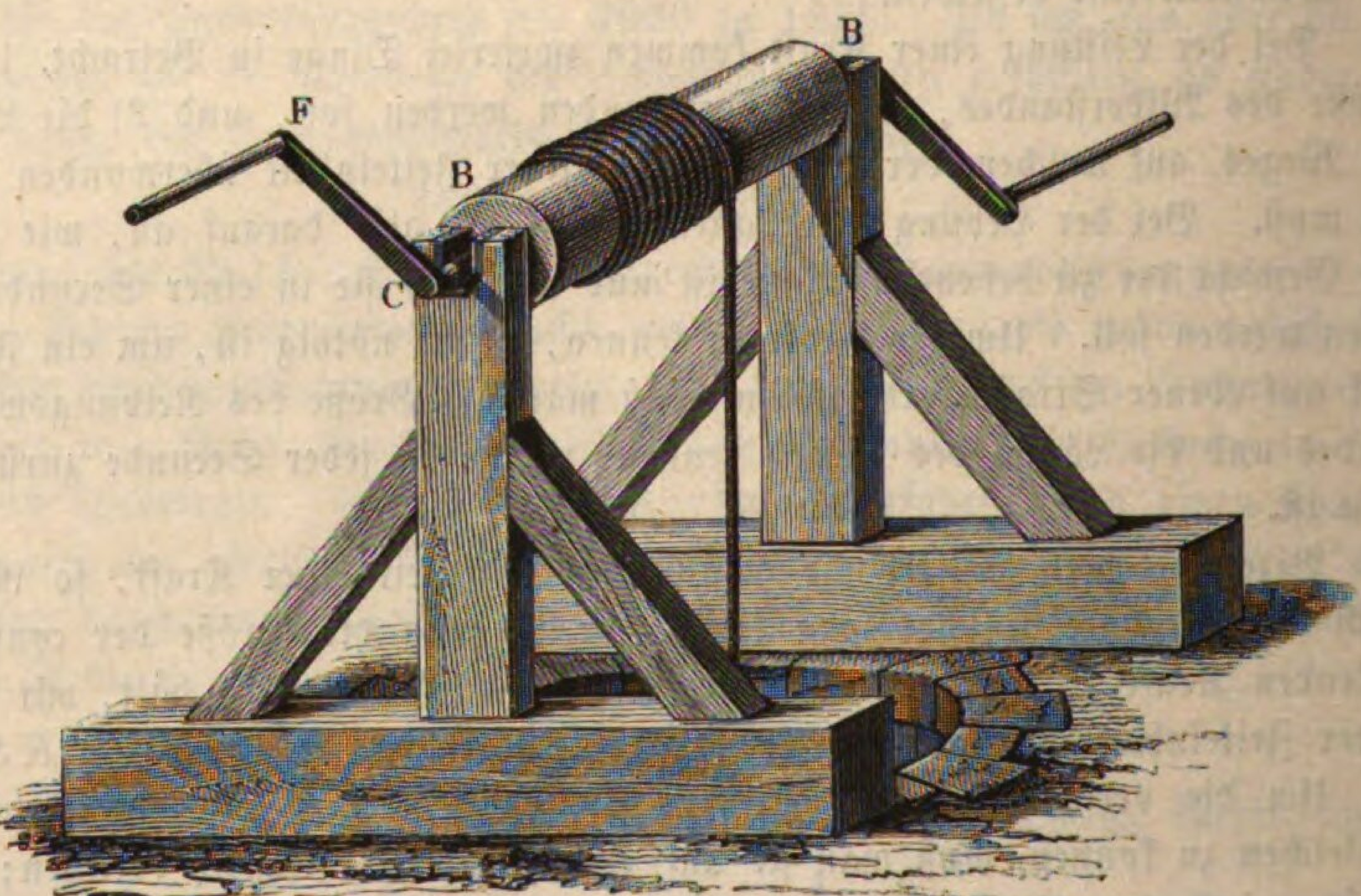
Im Durchschnitt kann ein Pferd eine Arbeit verrichten, welche gleich 75 Kilogrammometer (75^{km}) per Secunde ist. Nach englischem Maß ist eine solche Pferdekraft 542, nach preußischem Maß 510 Fußpfund in der Secunde.

Wenn man sagt, eine Dampfmaschine, ein Wasserrad oder irgend ein anderer Motor übe eine Kraft von 6 Pferdekräften aus, so heißt das, er verrichte per Secunde eine Arbeit von 6 $\times$ 75 Kilogrammometer, d. h. sämmtliche Widerstände, welche bei Umdrehung der Maschinenaxe überwunden werden müssen, sind gerade so groß, als ob durch die Umdrehung dieser Axen in jeder Secunde eine Last von 6 $\times$ 75 Kilogrammen 1 Meter hoch gehoben werden sollten.

Der Nutzeffect einer Kraft, welcher an einer mechanischen Potenz, etwa an einem Haspel, einem Flaschenzug, einer Schraube wirkt, wird durch eine solche Maschine in keinerlei Weise vergrößert, d. h. die mechanische Arbeit, welche man mit Hülfe der Maschinen vollbringt, ist durchaus nicht größer als diejenige, welche die an der Maschine wirkende Kraft unmittelbar verrichtet.

An einem Seile z. B., welches um eine einfache Rolle geschlungen ist, kann ein Mann bequem eine Last von 25 Pfunden um $2\frac{1}{2}$ Fuß in der Secunde heben, also eine mechanische Arbeit von 62,5 Fußpfund per Secunde verrichten. Hängt aber die Last an einem Wellbaum, Fig. 299, dessen Radius 4mal

Fig. 299.



kleiner ist als der Hebelarm FC, an welchen der Arbeiter angreift, so würde man zwar mit derselben Kraftanstrengung eine vierfache Last, jedoch auch mit 4mal geringerer Geschwindigkeit heben können; drückt der Arbeiter an dem Hebel mit einer Kraft von 25 Pfund und legt er, mit der Hand diesen Druck ausübend, in jeder Secunde einen Weg von 2,5 Fuß zurück, verrichtet er also eine mechanische Arbeit von 62,5 Fußpfund, so wird dadurch der 100 Pfund schwere Stein in jeder Secunde um $\frac{2,5}{4}$, also 0,625 Fuß hoch gehoben, der Nutzeffect ist also 100 $\times$ 0,625 $=$ 62,5 Fußpfund, mithin gleich der mechanischen Arbeit, welche die Kraft unmittelbar verrichtet. Untersuchen wir die

Wirkungsweise anderer Maschinen, der Schraube, des Flaschenzuges der verschiedenen Räderwerke, so werden wir stets zu demselben Resultate gelangen, daß, was man auf der einen Seite an Kraft gewinnt, auf der anderen Seite an Geschwindigkeit verloren geht, daß also die mechanische Arbeit durch Maschinen durchaus nicht vermehrt wird.

Der Nutzeffect einer Maschine kann also höchstens der mechanischen Arbeit gleich sein, welche die Kraft unmittelbar hervorzubringen im Stande ist. In der Praxis wird aber ein solcher Nutzeffect nie erreicht, weil immer ein Theil der Kraft zur Ueberwindung von Reibungswiderständen in der Maschine verbraucht wird, also für den Nutzeffect verloren geht. Die Maschinen dienen daher nur, um die Art der Bewegung zu verwandeln, nicht aber um den Nutzeffect zu vergrößern.

Lebendige Kraft. Wenn ein Körper in Bewegung ist, so kommt er 110
nur dadurch zur Ruhe, daß äußere Kräfte dieser Bewegung einen Widerstand leisten, ein bewegter Körper kann also gewissermaßen als ein Kraftmagazin betrachtet werden, denn indem allmälig seine Geschwindigkeit abnimmt, überwindet er bald mehr bald weniger Widerstände, je nachdem seine Masse und seine Geschwindigkeit größer oder kleiner ist.

Wenn ein bewegter Körper einen gleichmäßig wirkenden Widerstand zu überwinden hat, wird er einen größeren oder kleineren Weg noch zurücklegen, ehe er zur Ruhe kommt, je nachdem der zu überwindende Widerstand groß oder klein ist. Um nun die Wirkungsfähigkeit eines bewegten Körpers zu messen, muß man also einen bestimmten Widerstand als Einheit annehmen, und als solche nimmt man den Widerstand, den seine Schwere dem verticalen Aufsteigen entgegensetzt.

Wenn ein Körper von einer gewissen Höhe herabgefallen ist, so erlangt er dadurch eine solche Geschwindigkeit, daß, wenn er mit dieser Geschwindigkeit vertical aufwärts geworfen würde, er bis zu derselben Höhe stiege, von welcher er herabgefallen ist.

Darauf beruht ja das Pendel; in der Gleichgewichtslage kommt es mit einer solchen Geschwindigkeit an, daß es auf der anderen Seite eben so hoch steigt, als es zuvor herabgefallen war.

Gesetzt, eine Kugel von 6 Pfund sei 144 Fuß hoch frei herabgefallen, so hat sie eine solche Geschwindigkeit erlangt, daß sie vermöge derselben wieder 144 Fuß steigen würde, sie kann also einen mechanischen Effect ausüben, welcher der Hebung einer Last von 6 Pfund auf die Höhe von 144 Fuß gleich ist.

Den Fallraum von 144 Fuß durchläuft ein frei fallender Körper in 3 Secunden; die Geschwindigkeit, die er in dieser Zeit erlangt, ist 96 Fuß. Wenn nun die Kugel von 6 Pfund überhaupt eine Geschwindigkeit von 96 Fuß hat, gleichviel auf welche Weise sie dieselbe erlangte, so kann sie vermöge dieser Geschwindigkeit einen mechanischen Effect ausüben, welcher der Hebung von 6 Pfund auf die Höhe von 144 Fuß gleich ist.

Man nennt lebendige Kraft eines in Bewegung begriffenen Körpers

das Product seiner Masse und der Höhe, zu welcher er, vermöge seiner Geschwindigkeit, vertical aufsteigen würde.

In dem eben besprochenen Beispiel ist also 6 × 144 = 864 Fußpfund die lebendige Kraft der 6pfündigen Kugel, welche 96 Fuß Geschwindigkeit hat.

Nach den Beziehungen zwischen Fallraum und Geschwindigkeit, welche wir oben (Seite 213) kennen lernten, ist

$$s = \frac{v^2}{2g},$$

wenn s den Fallraum, v die zugehörige Geschwindigkeit und g die Endgeschwindigkeit der ersten Fallsecunde bezeichnet; wenn ein Körper von der Masse M die Geschwindigkeit v hat, so ist demnach seine lebendige Kraft W

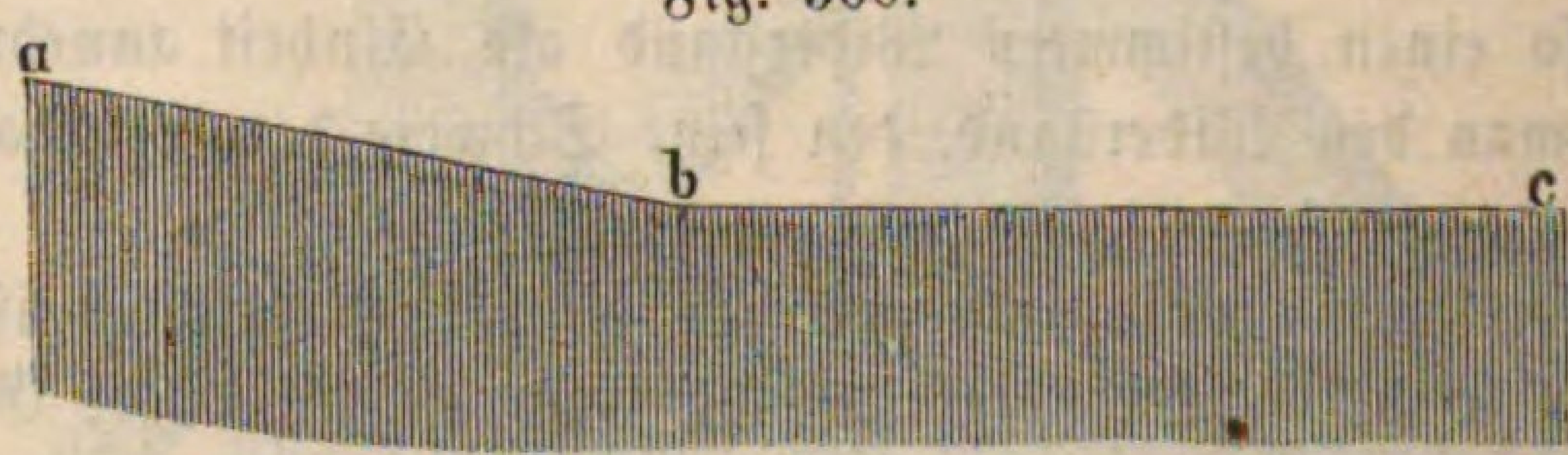
$$W = Ms = M\frac{v^2}{2g}.$$

Die lebendige Kraft eines Körpers ist also dem Quadrate seiner Geschwindigkeit proportional.

Weiß man, wie hoch ein Körper, der eine bestimmte Geschwindigkeit hat, vermöge derselben vertical aufsteigen würde, so kann man leicht berechnen, wie weit er sich noch fortbewegen würde, wenn ein Widerstand zu überwinden ist, welcher größer oder kleiner ist als seine Schwere; in demselben Verhältniß, in welchem der Widerstand geringer ist, wird der noch zu durchlaufende Weg größer.

Eine Eisenbahn bilde z. B. von a bis b (Fig. 300) eine schiefe Ebene,

Fig. 300.



von b bis c aber laufe sie horizontal fort. Ein einzelner Wagen komme, die schiefe Ebene herabrollend, bei b mit einer Geschwindigkeit von 32 Fuß in der Secunde an, so ist leicht zu berechnen, wie weit er noch auf der horizontalen Bahn fortrollen wird, ehe er zur Ruhe kommt, wenn die Reibung $^1/_{300}$ der Last ist. Nach der Formel $s = \frac{v^2}{2g}$ ist die Höhe, zu welcher er vermöge der Geschwindigkeit von 32 Fuß vertical aufsteigen würde, $s = \frac{1024}{64} = 16$ Fuß, der Widerstand der Reibung, welcher beim Fortrollen auf der Bahn überwunden werden muß, ist aber 300mal geringer als derjenige, welchen die Schwere dem verticalen Aufsteigen entgegensetzt, der Wagen wird also noch 16 × 300 = 4800 Fuß fortlaufen, ehe er zur Ruhe kommt.

Kennt man die lebendige Kraft eines Körpers und die Größe des Widerstandes, den er bei seiner ferneren Bewegung zu überwinden hat, so kann man, wie wir gesehen haben, die Weite des Weges berechnen, den er noch zurückzu-

legen vermag; kennt man aber die lebendige Kraft eines Körpers und die Weite des Weges, den er noch zurücklegt, so kann man die Größe des Widerstandes berechnen, wie durch folgendes Beispiel erläutert wird.

Wenn ein 700 Pfund schwerer Rammkloß, 5 Fuß hoch herabfallend, in 20 Schlägen einen mit Eisen beschlagenen 400 Pfund schweren Pfahl 6 Zoll tief eintreibt, wie groß ist die Widerstandsfähigkeit des Bodens?

Wenn der Kloß 5 Fuß herabgefallen ist, so ist seine Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gs} = \sqrt{64.5} = \sqrt{320} = 18$.

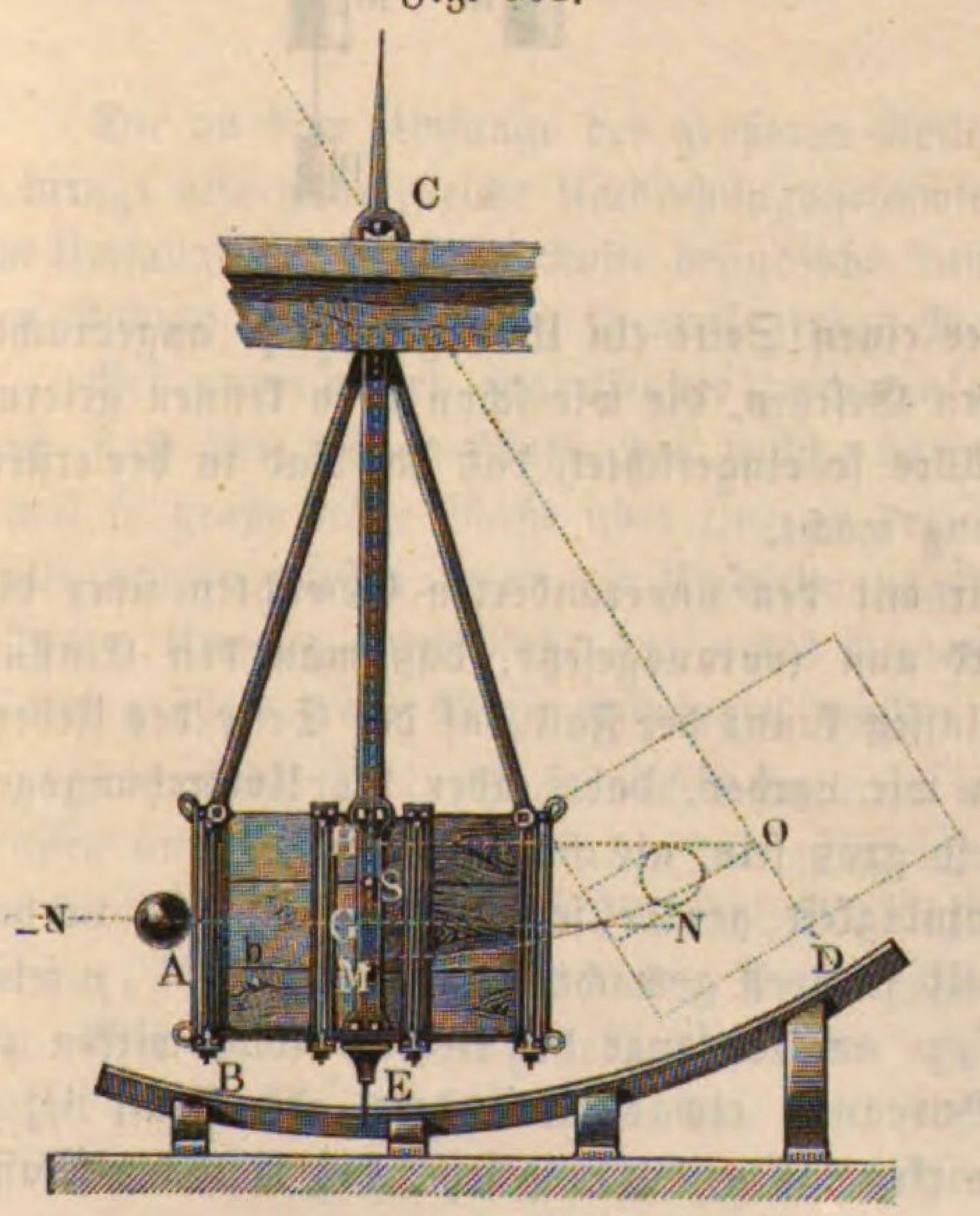
Der Kloß trifft den Pfahl und nach dem Stoß würde die gemeinschaftliche Geschwindigkeit sein $18 \times \frac{700}{700 + 400} = 18 . \frac{7}{11} = 11{,}4$.

Mit dieser Geschwindigkeit, $v = 11{,}4$ Fuß, würde Kloß und Pfahl zusammen auf eine Höhe $s = \frac{11{,}4^2}{2g} = \frac{130}{64} = 2$ Fuß hoch steigen.

In 20 Schlägen dringt aber der Pfahl nur 6 Zoll, in einem einzigen Schlage aber nur 0,025 Fuß tief ein, der Widerstand des Bodens ist also weit größer als der Widerstand der Schwere, und zwar im Verhältniß von 0,025 zu 2, d. h. der Widerstand, welchen der Boden dem Eintreiben des Pfahles entgegensetzt, ist 80mal so groß, als der, welchen die Schwere seiner und des Klotzes Hebung entgegensetzt. Zur Hebung des Pilots sammt Kloß sind 1100 Pfund nöthig, zum Niederdrücken des Pfahls also $1100 \times 80 = 88000$ Pfund.

Auf diesen Principien beruht auch die Messung von großen Geschwindigkeiten mittelst des ballistischen Pendels, welches Fig. 301 dargestellt ist.

Fig. 301.



Ein mit Eisen beschlagener Holzblock von bedeutendem Gewichte hängt von mehreren Stangen getragen an einer Axe *C*. Eine Spitze *E* durchläuft, wenn die ganze Vorrichtung um die Axe *C* gedreht wird, die kreisförmige Rinne und zeichnet ihre Spur in weiches Wachs. Aus der Länge dieser Spur beurtheilt man die Größe der Ausweichung des Pendels. Das Pendel ist 3 bis 4 Meter lang und sein Totalgewicht beträgt 4000 Kilogramm.

Wenn nun gegen diese bedeutende Masse aus einer nahe stehenden Kanone eine Kugel abgeschossen wird, so

wird durch deren Stoß das ballistische Pendel in Bewegung gesetzt, und aus der Größe des Ausschlags kann man dann die Geschwindigkeit berechnen, mit welcher das Pendel seine Gleichgewichtslage verließ, woraus sich denn auch ferner die Geschwindigkeit ergiebt, mit welcher die Kugel gegen den Holzkloß anschlug.

111 **Von den Trägheitsmomenten.** An einer möglichst leicht umdrehbaren Axe seien zwei Scheiben befestigt, Fig. 302, von denen die eine einen doppelt so großen Durchmesser hat als die andere. Diese Scheiben mögen dieselbe Einrichtung haben, wie das Rad an der Fallmaschine. Ueber die größere sei eine Schnur geschlungen und an beiden Enden der Schnur gleiche Gewichte

Fig. 302.



Fig. 303.



m angehängt. Wird nun auf der einen Seite ein Uebergewicht p angebracht, so beginnt die Bewegung nach den Gesetzen, die wir schon oben kennen gelernt haben. Nehmen wir an, es sei Alles so eingerichtet, daß das Rad in der ersten Fallsecunde gerade eine Umdrehung macht.

Nun hänge man die Schnur mit den unveränderten Gewichten über die kleinere Rolle, Fig. 303; es wird nun (vorausgesetzt, daß man den Einfluß der Masse der Räder unbeachtet lassen kann) der Fall auf der Seite des Uebergewichts eben so schnell erfolgen wie vorher, dabei aber die Umdrehungsgeschwindigkeit des Rades doppelt so groß sein, als sie vorher war.

Soll die Umdrehungsgeschwindigkeit gerade so groß sein, als sie vorher war, so muß das Uebergewicht halb so groß gemacht werden, es muß $\frac{1}{2}p$ sein.

Statt das Uebergewicht $\frac{1}{2}p$ am Umfange der kleinen Rolle wirken zu lassen, kann man, ohne an der Bewegung etwas zu ändern, die Kraft $\frac{1}{4}p$ am Umfange der großen Rolle wirken lassen, vorausgesetzt, daß man die Masse

von p gegen $2m$ vernachlässigen könne; wir haben hier nur die von p ausgeübte beschleunigende Kraft im Auge, wie dies in Fig. 304 angedeutet ist.

Sind die Gewichte an den Rollen so angehängt wie in Fig. 304, so ist also die Umdrehungsgeschwindigkeit dieselbe wie bei dem in Fig. 303 dargestellten Falle.

Die Umdrehungsgeschwindigkeit bleibt aber auch ferner unverändert, wenn man sowohl die zu bewegenden trägen Massen, als auch das Uebergewicht 4mal so groß macht. Für den Fig. 305 dargestellten Fall ist also die Umdrehungsgeschwindigkeit der Rolle noch eben so groß wie im Fall Fig. 302.

Fig. 304.

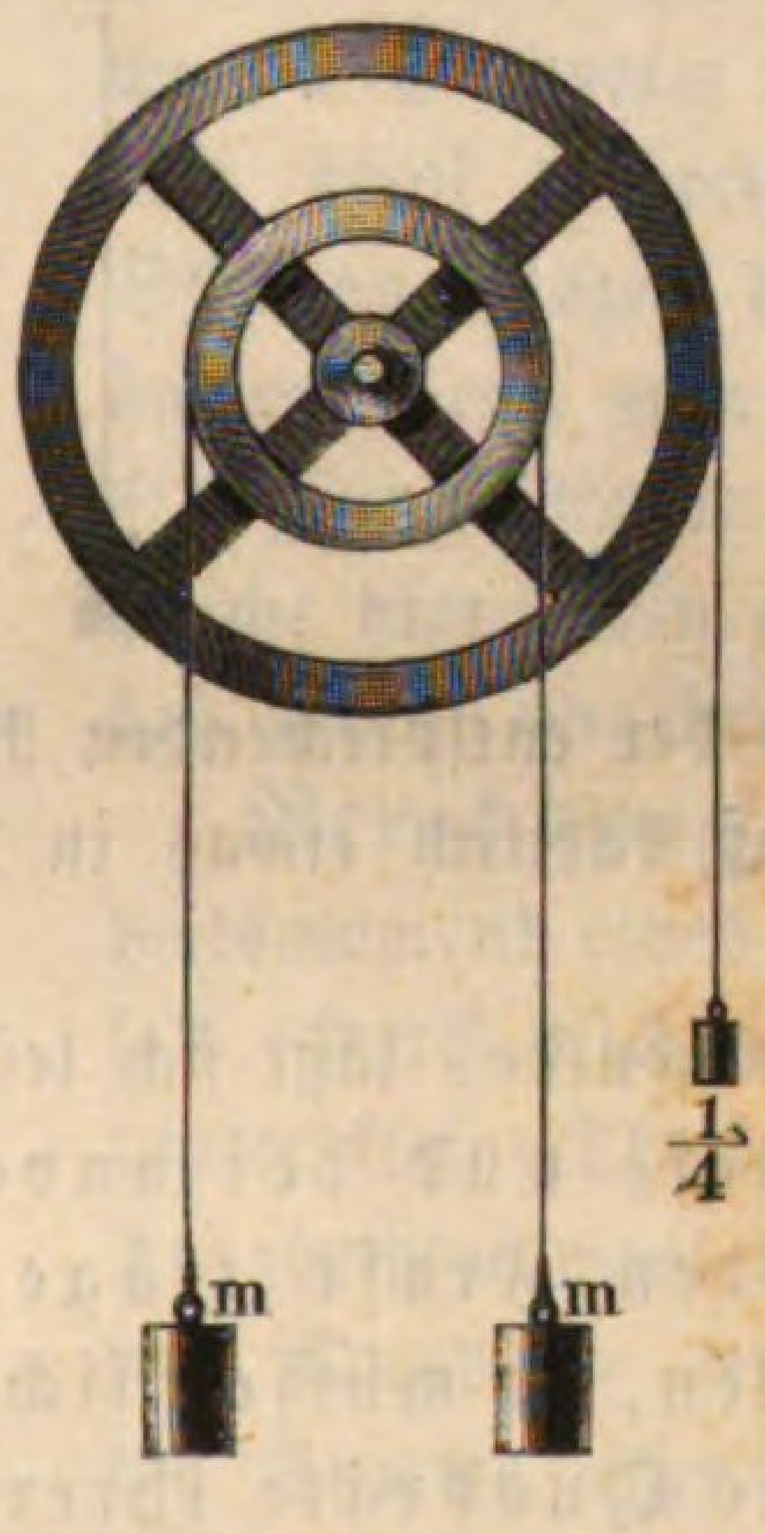
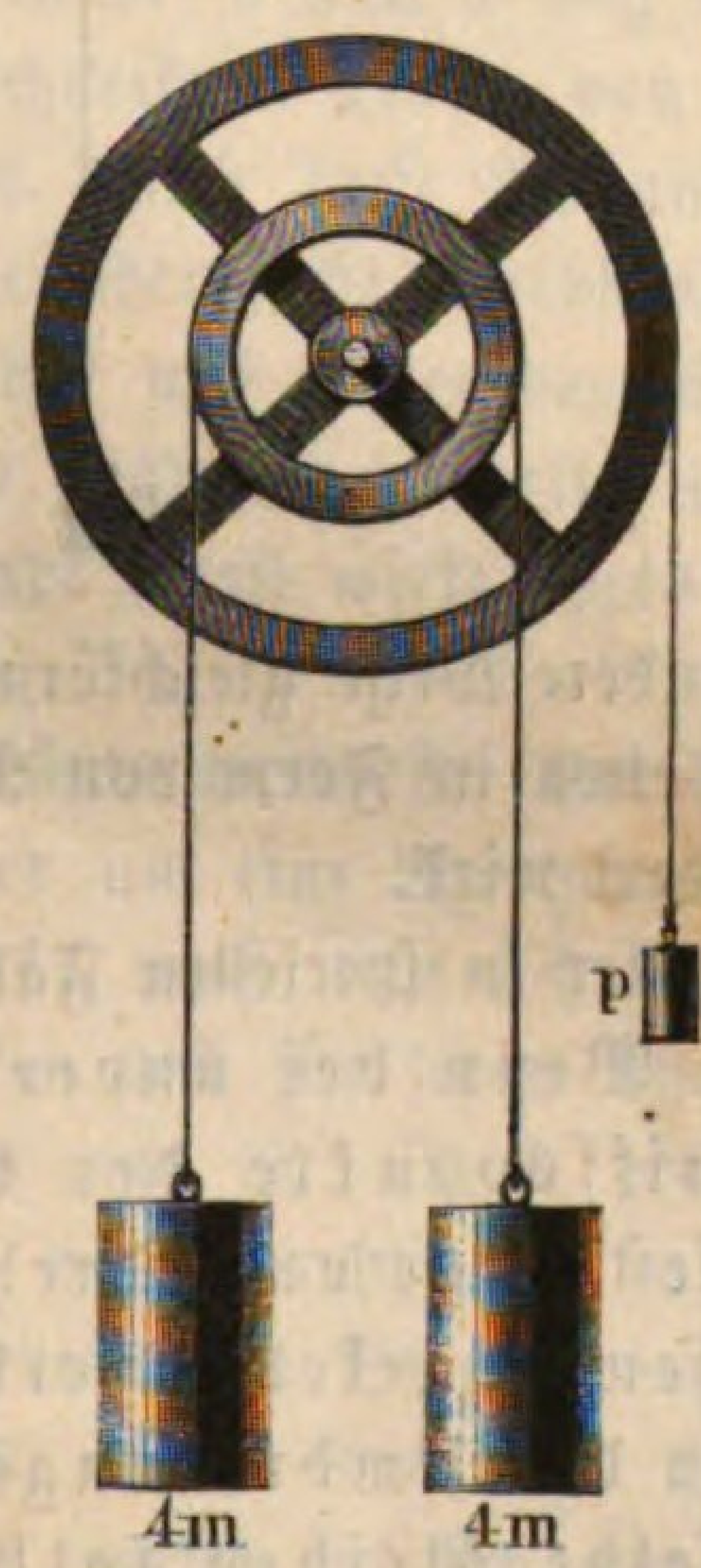


Fig. 305.



Die an dem Umfange der größeren Rolle wirkende beschleunigende Kraft p bringt also ganz gleiche Umdrehungsgeschwindigkeit hervor, sie mag nun die am Umfange der größeren Rolle befindliche Last $2m$ oder eine am halb so großen Radius wirkende 4mal so große träge Masse $8m$ in Bewegung setzen.

Bei unverändert angreifender beschleunigender Kraft p hätte man aber auch statt der trägen Masse $2m$, welche über der äußeren Rolle hängt, eine 9mal so große träge Masse über eine an derselben Axe befestigte 3mal kleinere Rolle hängen müssen, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit unverändert bleiben soll; am Umfang einer Rolle von $n$mal kleinerem Durchmesser hätte man eine n^2mal größere träge Masse anbringen müssen.

Es würde in der Sache nichts ändern, wenn die zu bewegenden trägen Massen unmittelbar am Umfange der entsprechenden Rollen angebracht wären, wie dies durch Fig. 306 und 307 (a. f. S.) angedeutet ist, statt daß sie an einer Schnur hängen, welche über die Rolle gehängt ist. In den beiden durch Fig. 306 und 307 dargestellten Fällen wird gleiche Umdrehungsgeschwindigkeit stattfinden (angenommen, daß man jede der trägen Massen m oder $4m$ in ihrem Schwerpunkte vereinigt denken kann).

Statt die Massen *m* Fig. 306 und 4*m* Fig. 307 in diametral gegenüber liegenden Punkten der Rollen anzubringen, könnten die trägen Massen

Fig. 306.

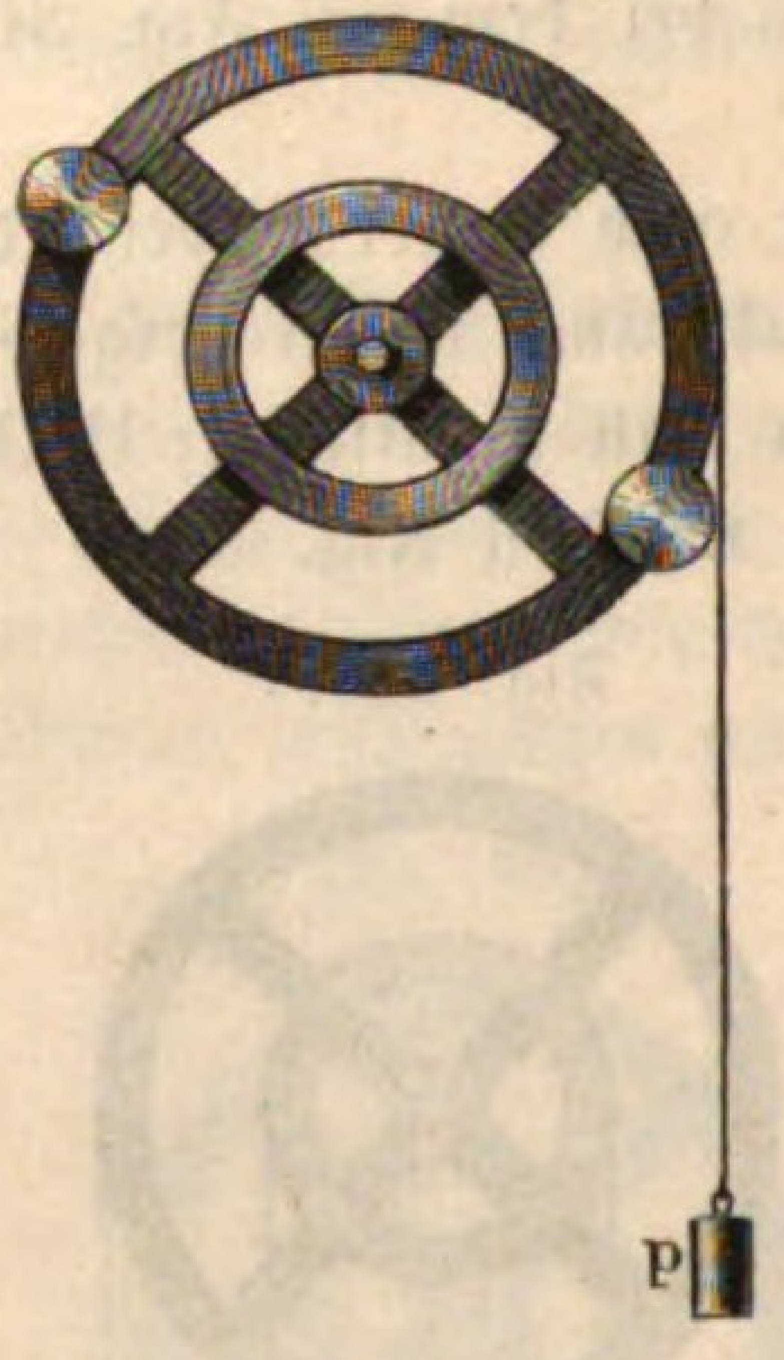
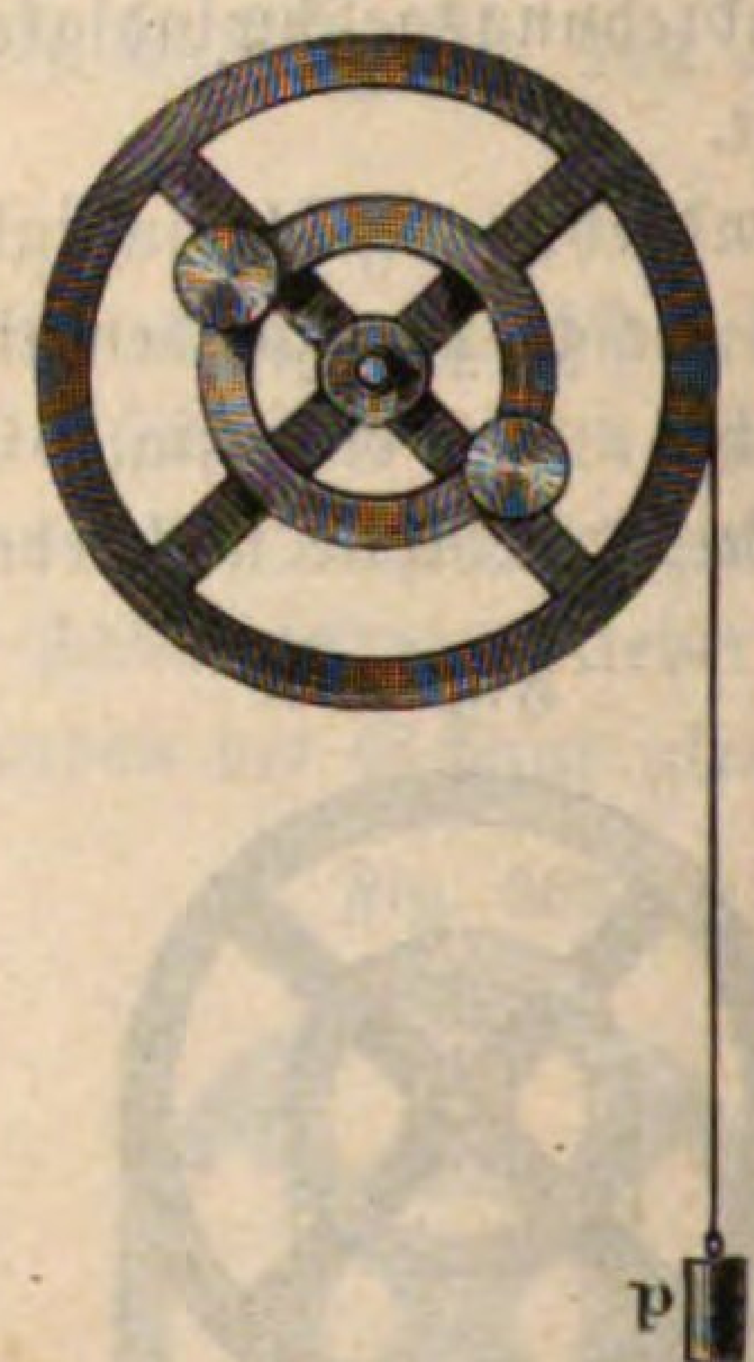


Fig. 307.



auch auf andere Weise gleichförmig am Umfange der entsprechenden Rollen vertheilt sein, etwa in Form von Ringen, ohne daß dadurch etwas in der Bewegung geändert wird.

Was hier in speciellen Fällen nachgewiesen wurde, läßt sich leicht verallgemeinern: **Wenn bei unveränderter Stärke und bei unverändertem Angriffspunkte der beschleunigenden Kraft träge Massen um eine feste Axe umgedreht werden sollen, so müssen sich die trägen Massen umgekehrt verhalten wie die Quadrate ihrer Entfernung von der Umdrehungsaxe, wenn die Winkelgeschwindigkeit stets dieselbe bleiben soll.**

Das Product, welches man erhält, wenn man die träge Masse mit dem Quadrate ihrer Entfernung vom Drehpunkte multiplicirt, wird das **Trägheitsmoment** derselben genannt; es ist die träge Masse, welche man statt der gegebenen in der Entfernung 1 vom Drehpunkte anbringen müßte, wenn bei ungeänderter Größe und bei ungeändertem Angriffspunkte der beschleunigenden Kraft durch diese Vertauschung die Winkelgeschwindigkeit nicht verändert werden soll.

Das eben entwickelte Gesetz gilt, es mag nun die beschleunigende Kraft eine ganze Umdrehung oder eine hin- und hergehende Bewegung hervorbringen, wie wir sie bei einem Pendel beobachten; eine Pendelvorrichtung ist aber besonders bequem, um die Richtigkeit unseres Gesetzes durch den Versuch zu prüfen.

Die Fig. 308 stellt einen geraden, eingetheilten Stab vor, welcher in der Mitte mit einer Schneide *a* versehen ist, wie die, welche den Drehpunkt eines Wagbalkens bildet. Wenn man nun 1 Decimeter weit unter und über dieser Schneide eine Bleilinse, z. B. jede 2 Pfund schwer, befestigt und die Schneide auf ihre Unterlage aufsetzt, so ist die Stange mit ihren Linsen im Zustande des indifferenten Gleichgewichts, denn der Schwerpunkt des Systems fällt mit

seinem Drehpunkte zusammen; sobald man aber am unteren Ende des Stabes ein kleines Uebergewicht anbringt, so ist nun das Ganze ein Pendel. Die Schwingungen dieses Pendels sind aber ungleich langsamer, als die Schwingungen eines einfachen Pendels von der Länge *ab*; denn die einzige Kraft, welche das ganze System in Bewegung setzt, ist die Schwere des unteren Bleigewichtes, diese hat aber nicht allein ihre eigene Masse in Bewegung zu setzen, wie es bei einem einfachen Pendel der Fall gewesen wäre, sondern sie hat auch noch die Massen der Linsen bei *c* und *d* zu bewegen.

Fig. 308.



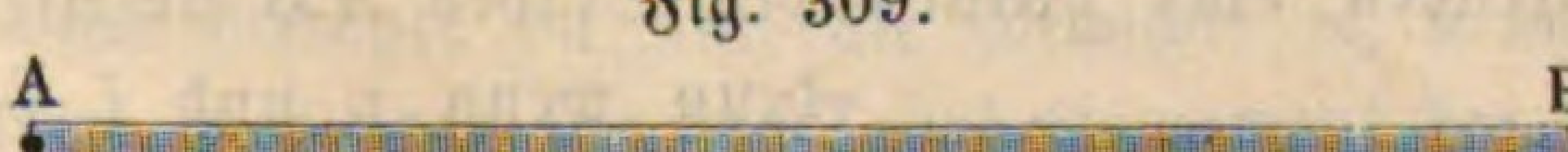
$\frac{1}{15}$

Nimmt man nun, nachdem man die Schwingungszeit dieses Pendels beobachtet hat, die 2 Linsen bei *c* und *d* weg und bringt man 2 Decimeter weit von der Schneide 2 Linsen von $^1/_2$ Pfund, also 4mal leichtere, an, so wird durch diese Vertauschung die Schwingungszeit durchaus nicht geändert; sie bleibt auch unverändert, wenn man 3 Decimeter über und unter dem Drehpunkte $^2/_9$ Pfund schwere Linsen anbringt, während natürlich die Linse *b*, welche hier allein als beschleunigende Kraft wirkt, stets an derselben Stelle angebracht bleibt.

Berechnung des Trägheitsmomentes. Um das Trägheitsmoment eines Körpers, welcher um eine Axe gedreht werden soll, durch Rechnung zu bestimmen, muß man sich denselben in lauter kleine Theilchen zerlegt denken und für jedes Theilchen das Trägheitsmoment berechnen, indem man die Masse desselben mit dem Quadrate seiner Entfernung vom Drehpunkte multiplicirt; die Summe aller einzelnen so berechneten Trägheitsmomente ist das Trägheitsmoment des Körpers. Eine derartige Berechnung läßt sich ohne große Schwierigkeiten ausführen, wenn es sich um homogene Körper von einfach geometrischen Formen handelt. 112

Es sei z. B. das Trägheitsmoment eines Stabes *AB*, Fig. 309, zu berechnen, dessen Länge sehr groß ist im Vergleich zu seinem Querschnitt, und dessen Umdrehungsaxe an dem einen Ende desselben bei *A* liegt. Denken wir uns den Stab durch Querschnitte in eine große Zahl dünner Scheibchen zerlegt, deren jedes die Länge δ hat, so ist das Gewicht eines solchen Scheibchens

Fig. 309.



$$\frac{P}{L}\,\delta,$$

wenn P das Gewicht und L die Länge des ganzen Stabes bezeichnet. — Bezeichnen wir ferner mit a, b, c, d u. s. w. den Abstand des 1ten, 2ten, 3ten, 4ten u. s. w. Scheibchens, so ist offenbar das Trägheitsmoment des ganzen Stabes

$$T = \frac{P}{L}\left\{a^2\delta + b^2\delta + c^2\delta + d^2\delta + \right\}\ldots.$$

Nun aber ist $b = a + \delta$, $c = b + \delta$, $d = c + \delta$ u. s. w., es ist also auch

$$b^3 = a^3 + 3a^2\delta + 3a\delta^2 + \delta^3$$
$$c^3 = b^3 + 3b^2\delta + 3b\delta^2 + \delta^3$$
$$d^3 = c^3 + 3c^2\delta + 3c\delta^2 + \delta^3$$
u. s. w.

und wenn man, was wegen der Kleinheit vom δ erlaubt ist, diejenigen Glieder vernachlässigt, welche δ^2 und δ^3 enthalten, so ergiebt sich

$$a^2\delta = \frac{b^3 - a^3}{3}$$
$$b^2\delta = \frac{c^3 - a^3}{3}$$
$$c^2\delta = \frac{d^3 - c^3}{3}$$
u. s. w.

es ist also

$$T = \frac{P}{L}\left\{\frac{b^3 - a^3}{3} + \frac{c^3 - b^3}{3} + \frac{d^3 - c^3}{3} + \ldots \frac{y^3 - x^3}{3} + \frac{z^3 - y^3}{3}\right\},$$

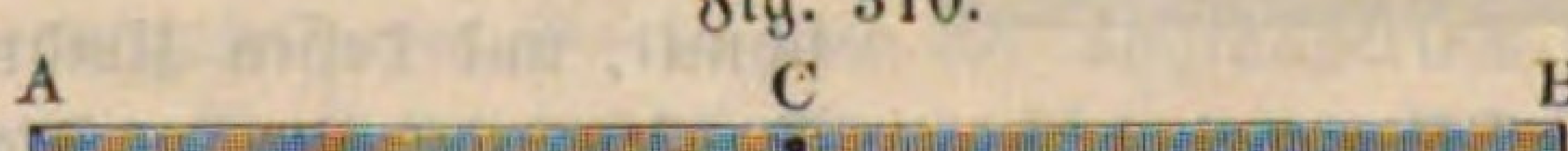
wenn mit x, y und z der Abstand der letzten Scheibchen bezeichnet wird. Die ganze unter der Klammer stehende Summe reducirt sich aber auf $\frac{z^3 - a^3}{3}$. Da aber $z = L$ ist und a wegen seiner Kleinheit vernachlässigt werden kann, so ergiebt sich

$$T = \frac{P}{L} \cdot \frac{L^3}{3} = \frac{PL^2}{3} \quad \ldots \ldots 1),$$

d. h. in Worten: das Trägheitsmoment eines Stabes, dessen einer Endpunkt die Umdrehungsaxe bildet, ist dasselbe, als ob der ganze Stab gewichtlos wäre und nur am anderen Ende eine Masse vereinigt wäre, welche $^1/_3$ von der Masse des gegebenen Stabes beträgt.

Darnach läßt sich nun leicht auch das Trägheitsmoment eines um seinen Mittelpunkt C, Fig. 310, rotirenden oder oscillirenden Stabes AB ableiten; denn wenn p und l das Gewicht und die Länge von jeder der Hälften AC und BC bezeichnen, so ist das

Fig. 310.



Trägheitsmoment von jeder dieser Hälften $\frac{pl^2}{3}$, folglich das Trägheitsmoment des ganzen Stabes $^2/_3 pl^2$. Bezeichnet man aber mit L die Gesammtlänge, mit P das Gesammtgewicht des Stabes, so ist $p = \frac{P}{2}$ und $l = \frac{L}{2}$, und wenn man diesen Werth für l und p substituirt, so ergiebt sich für das gesuchte Trägheitsmoment der Werth

$$T = \frac{P \,.\, L^2}{12} \quad \ldots \ldots 2).$$

Das Trägheitsmoment eines prismatischen rectangulären Stabes,

Fig. 311, welcher um eine durch seinen Schwerpunkt gelegte, mit der Kante *ab* parallele Axe schwingt oder oscillirt, ist

Fig. 311.



$$T = \frac{L^2 + B^2}{12} \cdot P \ . \ . \ . \ 3),$$

wenn L und B die Länge der Kanten *bd* und *bc* bezeichnen, welche nicht mit der Umdrehungsaxe parallel sind.

Die Formel 3) geht in Gleichung 2) über, wenn B sehr klein ist im Vergleich zu L.

Aus Betrachtungen, welche den oben durchgeführten ähnlich sind, ergiebt sich, daß das **Trägheitsmoment einer homogenen kreisförmigen Scheibe**, welche um ihren Mittelpunkt rotirt,

$$T = \frac{1}{2} PR^2$$

ist, wenn P das Gewicht und R den Halbmesser der Scheibe bezeichnet.

Bei Körpern von complicirterer Gestalt ist die Berechnung des Trägheitsmomentes ohne Integralrechnung nicht ausführbar und wenn dieselben mehr oder weniger unregelmäßig gestaltet sind, ganz unmöglich; in solchen Fällen aber kann man das gesuchte Trägheitsmoment auf **experimentellem Wege** bestimmen. Zu diesem Zwecke braucht man nur den fraglichen Körper durch eine beschleunigende Kraft von bekannter Größe in Rotation zu versetzen und die Geschwindigkeit zu beobachten, welche er in einer gegebenen Zeit erlangt.

Ein erläuterndes Beispiel bietet die Fallmaschine. An einer derartigen Maschine mußte ein Uebergewicht r von 2 Gramm angewandt werden, um zu bewirken, daß der Fallraum der ersten Secunde 1 Zoll, also $\frac{1}{192}$ des beim freien Fall in der ersten Secunde durchlaufenen Raumes betrage, während jede der Massen m und n 100 Gramme wog.

Das Uebergewicht von 2 Grammen hat hier offenbar die Trägheit einer Masse zu überwinden, welche 192mal so groß ist als seine eigene, also 384 Gramm beträgt; da nun die Gewichte m, n und r zusammen 202 Gramm wiegen, so bleiben für das Trägheitsmoment der Rolle noch 182 Gramm übrig, d. h. eine beschleunigende Kraft, welche die Rolle in Rotation zu setzen strebt, hat ein eben so großes Trägheitsmoment zu überwinden, als ob die Rolle gewichtlos und nur an ihrem Umfang eine Masse von 182 Grammen angebracht wäre.

Bestimmung des Schwingungspunktes an einem zusammengesetzten Pendel. 113 Wenn an einer gewichtlosen Stange in einer Entfernung r vom Aufhängepunkte eine träge Masse m angebracht ist, so bringt sie dieselbe Schwingungsgeschwindigkeit hervor, als ob man statt derselben bei unverändertem Angriffspunkte und unveränderter Größe der beschleunigenden Kraft in der Entfernung 1 vom Drehpunkte eine träge Masse mr^2 angebracht hätte. Statt der in der Entfernung r vom Drehpunkte angreifenden Schwerkraft der Masse m könnte man aber, ohne die Schwingungsgeschwindigkeit zu ändern, in der Entfernung 1 die beschleunigende Kraft mr wirken lassen.

Die Schwingungsgeschwindigkeit eines Pendels, welches aus einer gewichtlosen Stange besteht, an welcher in der Entfernung r vom Drehpunkte eine Masse m hängt, würde also dieselbe bleiben, wenn man statt derselben in der Entfernung 1 die träge Masse mr^2 anbrächte und auf dieselbe die beschleunigende Kraft mr wirken ließe.

Hinge also 5 Decimeter unter der Schneide des gewichtlosen Stabes eine Linse von 100 Gramm, so würden die Schwingungen ebenso schnell sein, als ob 1 Decimeter vom Schwerpunkte eine träge Masse von $5^2 \times 100$, also 2500 Gramm, angebracht wäre und auf diese die beschleunigende Kraft der Schwere von 5 . 100, also 500 Gramm, wirkte.

Dies läßt sich nun durch den Versuch wirklich nachweisen, nur kann man keine gewichtlose Stange anwenden und muß sich mit einer Stange begnügen, deren Gewicht gegen das der angehängten Linsen vernachlässigt werden darf.

Wenn man in gleichen Entfernungen über und unter dem Drehpunkte eines Stabes Gewichte anbringt, von denen das untere das schwerere ist, so ist die träge zu bewegende Masse gleich der Summe, die beschleunigende Kraft aber gleich den Differenzen der beiden Gewichte.

Hätte man also 1 Decimeter unter dem Drehpunkte eine Linse von 1500, ebenso weit über dem Drehpunkte eine Linse von 1000 Gramm angebracht, so würde die in der Entfernung 1 vom Drehpunkte befindliche zu bewegende träge Masse 2500 Gramm, die auf dieselbe wirkende beschleunigende Kraft aber 1500 — 1000, also 500 Gramm sein.

Wenn man an der Stange, Fig. 308, 1 Decimeter unter der Schneide eine Linse von 1500 Gramm, 1 Decimeter über der Schneide eine ähnliche von 1000 Gramm anbringt, so schwingt der Apparat ebenso schnell, als ob nur eine Linse von 100 Gramm in einer Entfernung von 5 Decimeter unter der Schneide angebracht wäre, oder wie ein einfaches Pendel von 5 Decimeter Länge.

Wenn über und unter dem Drehpunkte, um die Längeneinheit von demselben entfernt, zwei Massen angebracht sind, deren Summe S und deren Differenz D ist, so ist die Schwingungsgeschwindigkeit dieselbe, als ob man eine einzige Masse m in der Entfernung r so angehängt hätte, daß $mr^2 = S$ und $mr = D$; da nun aber $\frac{mr^2}{mr} = r$, so ist auch $\frac{S}{D} = r$, d. h. mit Worten, man findet die Länge des einfachen, gleich schnell schwingenden Pendels, wenn man die Summe der beiden Massen durch ihre Differenz dividirt.

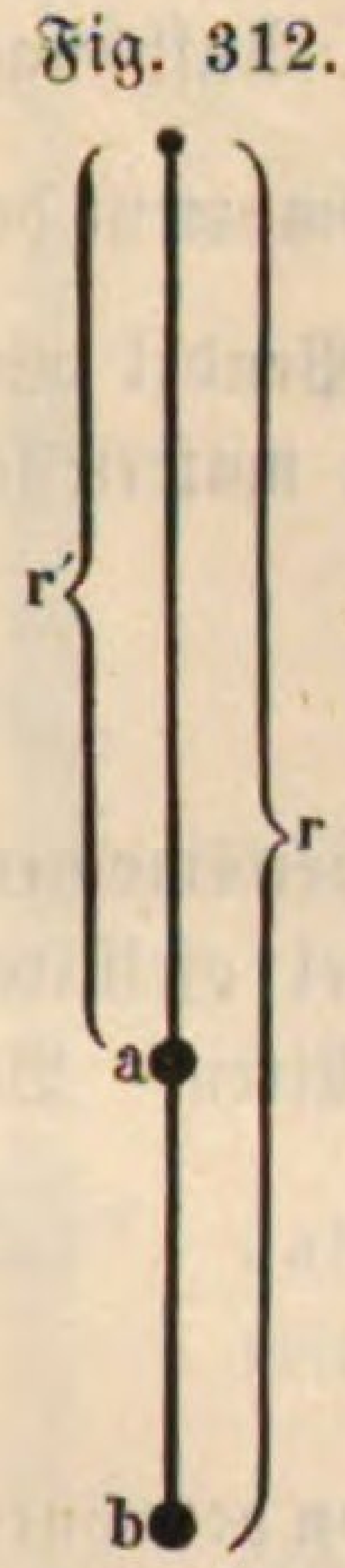
Hätte man 1 Decimeter über der Schneide eine Linse von 300, 1 Decimeter unter derselben eine Linse von 700 Gramm angebracht, so schwingt der Apparat so schnell, wie ein einfaches Pendel, dessen Länge $\frac{1000}{400} = 2{,}5$ Decimeter beträgt.

Nach diesen Betrachtungen können wir die Lage des Schwingungspunktes für ein aus zwei schweren Punkten zusammengesetztes Pendel berechnen. An einer unbiegsamen schweren Linie seien bei a und b die Massen m und m'

angebracht, so ist das Trägheitsmoment der ersteren $m'r'^2$, das der anderen mr^2, wenn wir mit r' und r die Entfernung der Punkte a und b vom Drehpunkte bezeichnen; die statischen Momente der in den Punkten a und b hängenden Massen aber sind $m'r'$ und $m\,r$. Die Summe der Trägheitsmomente ist also $mr^2 + m'r'^2$, die Summe der statischen Momente ist $mr + m'r'$.

Brächte man nun in der Entfernung 1 über und unter dem Drehpunkte eines unbiegsamen, gewichtlosen Stabes zwei Massen, deren Summe $S = mr^2 + m'r'^2$, deren Differenz D aber gleich $mr + m'r'$ ist, so würde ein solcher Apparat eben so schnell schwingen wie das Pendel Fig. 312; nach den obigen Entwickelungen aber ist die Länge eines einfachen, gleich schnell schwingenden Pendels

Fig. 312.



$$\frac{S}{D} = \frac{mr^2 + m'r'^2}{mr + m'r'}.$$

Diese Betrachtung läßt sich auf ein aus 3, 4, 5 ... unendlich vielen materiellen Punkten zusammengesetztes Pendel ausdehnen, und man kommt so zu dem wichtigen Satze: Man findet in einem zusammengesetzten Pendel die Entfernung des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte, wenn man die Summe der Trägheitsmomente aller materiellen Punkte durch die Summe ihrer statischen Momente dividirt. Diese Entfernung ist also stets durch einen Ausdruck von der Form

$$x = \frac{mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \text{2c.}}{mr + m'r' + m''r'' + \text{2c.}}$$

gegeben. Was die Ausführung dieser Rechnung betrifft, so ist sie für einen wirklichen Körper ohne Integralrechnung nicht wohl mit voller Genauigkeit möglich, weil es sich um die Summation unendlich vieler kleiner Theilchen handelt.

Mit Hülfe dieser Betrachtung können wir nachweisen, daß der Schwingungspunkt einer Kugel, welche an einem langen Faden aufgehängt ist, nicht weit von ihrem Mittelpunkte liegen kann. Wäre die eine Hälfte der Kugelmasse in ihrem obersten, die andere Hälfte in ihrem untersten Punkte vereinigt, so könnten wir leicht die Lage des Schwingungspunktes berechnen. Es sei z. B. der Durchmesser der Kugel 1 Centimeter, ihr oberster Punkt 100, ihr unterster also 101 Centimeter vom Aufhängepunkte entfernt, so wäre die Entfernung des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte $x = \dfrac{100^2 + 101^2}{100 + 101} =$ 100,50248 Centimeter. Die Entfernung des Kugelmittelpunktes vom Aufhängepunkte ist aber 100,5, der berechnete Schwingungspunkt liegt also nur um 0,00248 Centimeter tiefer als der Mittelpunkt.

Wir haben aber diese Berechnung auf die Annahme gestützt, daß die eine Hälfte der Kugelmasse in dem obersten, die andere Hälfte in dem tiefsten Punkte vereinigt wäre. Der wirkliche Schwingungspunkt liegt aber offenbar noch

nicht so tief, als der nach dieser Annahme berechnete: er liegt also bei Weitem noch nicht 0,0248 Millimeter unter dem Mittelpunkte der Kugel.

114 **Experimentelle Bestimmung des Trägheitsmomentes oscillirender Körper.** Wir haben gesehen, daß die Schwingungsdauer eines einfachen Pendels

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ist; wenn man aber mit einem materiellen Pendel zu thun hat, so ist für l die Länge des einfachen Pendels zu setzen, welches mit dem gegebenen gleiche Schwingungsdauer hat, d. h. der Abstand des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte. Dieser Abstand ist aber $\frac{K}{C}$, wenn man mit K das Trägheitsmoment des Pendels, mit C die Summe der statischen Momente aller auf das Pendel wirkenden beschleunigenden Kräfte bezeichnet. Wir haben also für ein materielles Pendel

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{Cg}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1).$$

Wird an den oscillirenden Körper eine Masse von bekanntem Trägheitsmoment Q so angebracht, daß die beschleunigende Kraft, welche das Pendel oscilliren macht, ungeändert bleibt, so muß nun der Körper langsamer oscilliren. Bezeichnen wir jetzt seine Schwingungszeit mit t', so ist

$$t' = \pi \sqrt{\frac{K + Q}{Cg}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 2).$$

Aus den Gleichungen 1) und 2) läßt sich aber K leicht durch Elimination berechnen.

Wir wollen dies durch einige Beispiele erläutern.

Ein Pendel von der Fig. 313 dargestellten Einrichtung, dessen Gesammtlänge 11 Decimeter betrug, machte ohne die Linsen c und d 68 Schwingungen in der Minute; zu einer Schwingung wären also 0,882 Secunden erforderlich; wir haben demnach

Fig. 313.



$$0{,}882 = \pi \sqrt{\frac{K}{Cg}}.$$

Nachdem sowohl 2 Decimeter über als auch 2 Decimeter unter der Schneide eine Linse von 220 Gramm angebracht worden war, während die Linse b unverändert an ihrer Stelle blieb, so machte nun das Pendel 48 Schwingungen in der Minute, es ist also $t' = 1{,}25''$. Das Trägheitsmoment der beiden Linsen c und d zusammengenommen ist $4 \,.\, 220 \,.\, 2 = 1760$, mithin ist

$$1{,}25 = \pi \sqrt{\frac{K + 1760}{Cg}},$$

aus der Combination dieser Gleichung mit der vorhergehenden ergiebt sich aber

$$K = 1745,$$

und dies ist das Trägheitsmoment des fraglichen Pendels ohne die Linsen c und d.

Ein in einer messingenen Hülse liegender an einem Faden aufgehängter 2,7 Decimeter langer Magnetstab brauchte 10 Secunden zu einer Schwingung. Um sein Trägheitsmoment zu ermitteln, wurde ein 130 Gramm schwerer Messingring von 0,66 Decimeter Radius in der Weise aufgelegt, wie Fig. 314 zeigt, und nun betrug die Schwingungsdauer 13 Secunden. Das Trägheitsmoment des Ringes ist hier offenbar $130 \,.\, 0{,}66^2 = 56{,}6$, wir haben also

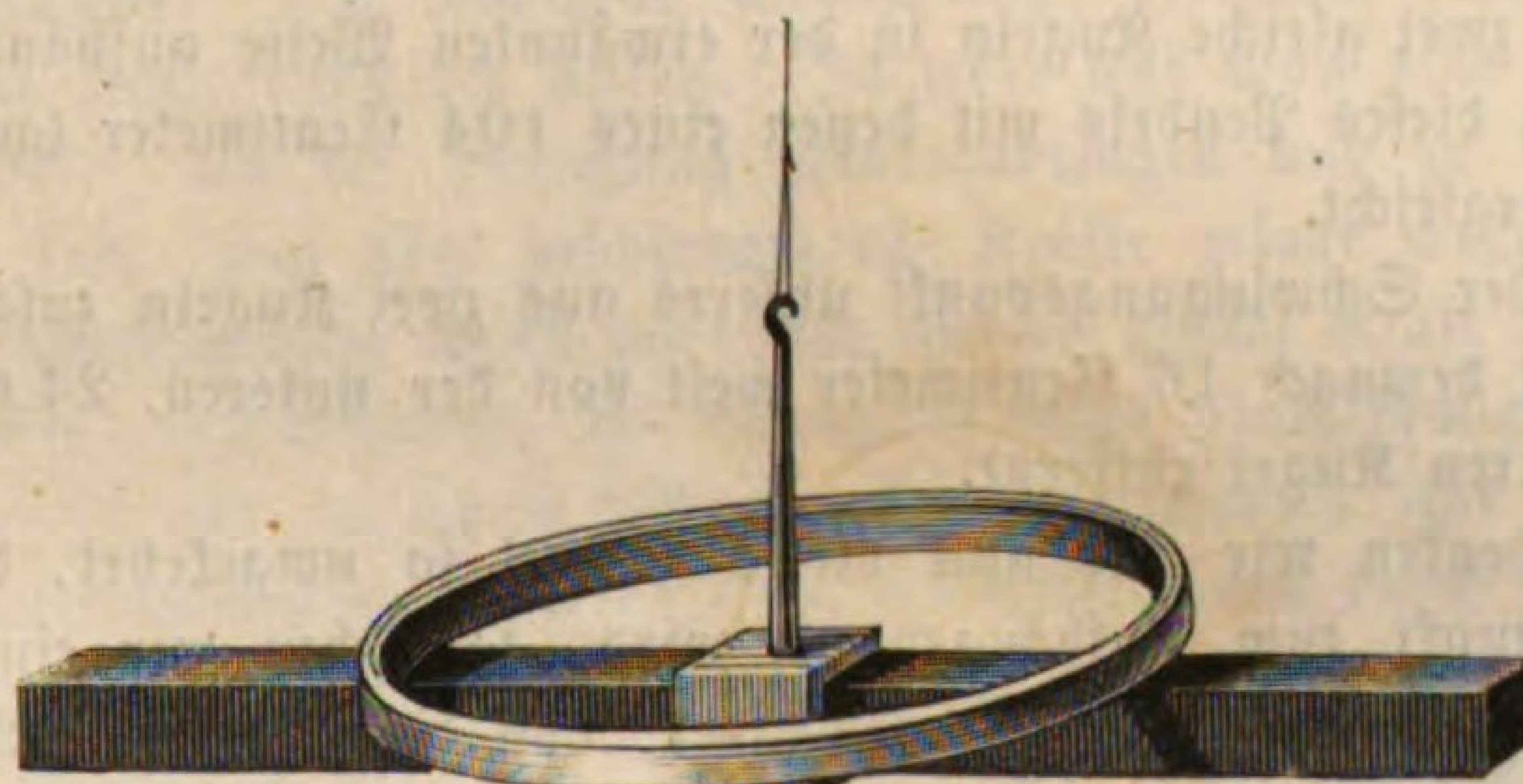
$$10 = \pi \sqrt{\frac{K}{Cg}},$$

Fig. 315.



$$13 = \pi \sqrt{\frac{K + 56{,}6}{Cg}},$$

Fig. 314.



und aus diesen beiden Gleichungen ergiebt sich für das gesuchte Trägheitsmoment des Magnetstabes $K = 82$.

Das Reversionspendel. Um die wahre Länge des Secun- 115
denpendels zu ermitteln, hat man außer dem schon oben (S. 240) angegebenen Verfahren noch ein anderes äußerst sinnreiches in Anwendung gebracht. Es wurde zuerst von Bohnenberger angegeben und später von Kater in England in Anwendung gebracht, der jedoch Bohnenberger's Vorschlag nicht kannte.

Die Figur 315 stellt ein Pendel dar, wie es Kater zu seinen Versuchen anwandte. Es ist aus einem möglichst genau gearbeiteten Metallstabe gemacht, in welchem zwei Schneiden a und b so angebracht sind, daß es, in a aufgehängt, gerade so schnell schwingt, als wenn man es umkehrt und um die Schneide b schwingen läßt. Es ist dies der Fall, wenn die zweite Schneide sich genau im Schwingungspunkte b des um a schwingenden Pendels befindet.

Wenn die Schneiden schon gleich zu Anfange in dem Stabe befestigt sind, so kann man es durch Verschieben der Laufgewichte v und w leicht dahin bringen, daß die eine Schneide wirklich der Schwingungspunkt des Pendels wird, wenn es um die andere schwingt; daß also die Schwingungsdauer gleich bleibt, man mag das Pendel um die eine oder die andere Schneide schwingen lassen.

Die Schärfe der Schneide ruht während der Schwingungen auf Platten von Stahl oder Achat.

Ein solches Pendel heißt Reversionspendel. Die Entfernung der beiden Schneiden eines Reversionspendels ist genau die Länge des einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer.

Suchen wir die Wahrheit dieses Satzes wenigstens für einen speciellen Fall darzuthun.

Denken wir uns ein Pendel, welches aus zwei gleichen, in den Entfernungen 80 Centimeter und 120 Centimeter vom Drehpunkte befestigten Massen m besteht, so ist die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer

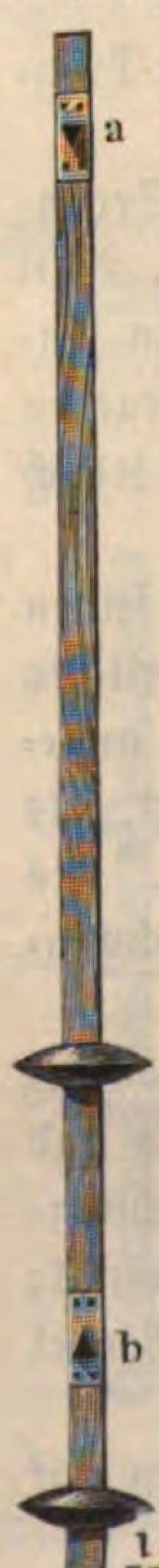
$$\frac{m \cdot 120^2 + m \cdot 80^2}{m \cdot 120 + m \cdot 80} = \frac{12^2 + 8^2}{12 + 8} 10 = 104 \text{ Centimeter.}$$

Es läßt sich dies leicht durch den Versuch bestätigen, wenn man an einem Faden zwei gleiche Kugeln in der erwähnten Weise aufhängt und die Schwingungen dieses Pendels mit denen eines 104 Centimeter langen einfachen Pendels vergleicht.

Der Schwingungspunkt unseres aus zwei Kugeln zusammengesetzten Pendels ist demnach 16 Centimeter weit von der unteren, 24 Centimeter weit von der oberen Kugel entfernt.

Denken wir uns nun dieses Pendel so umgekehrt, daß dieser Schwingungspunkt zum Aufhängepunkt wird, so haben wir ein aus zwei gleichen Massen bestehendes Pendel, von denen die eine 24 Centimeter unter, die andere 16 Centimeter über dem Aufhängepunkte sich befindet. Nach den obigen Betrachtungen ist es leicht, die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer zu berechnen; sie ist

Fig. 316.



$$\frac{24^2 + 16^2}{24 - 16} = \frac{832}{8} = 104 \text{ Centimeter.}$$

Der vorige Aufhängepunkt ist also bei dieser Umkehrung wirklich zum Schwingungspunkte geworden.

Will man dies durch den Versuch bestätigen, so darf man natürlich nicht ein Pendel anwenden, welches aus zwei an einem Faden aufgehängten Kugeln, sondern ein solches, welches aus einem festen Stabe besteht, der jedoch im Vergleich zu den daran befestigten Massen sehr leicht sein muß.

Ein zu diesen Versuchen construirtes Pendel ist Fig. 316 abgebildet und kann recht wohl nach folgenden Dimensionen gemacht werden. Der in Centimeter getheilte Holzstab ist etwa 1 Centimeter dick und 2 Centimeter breit. Es sind auf demselben zwei Schneiden bei a und b eingelassen, die gerade 104 Centimeter von einander entfernt sind. Von zwei auf dem Stabe verschiebbaren Bleilinsen, deren jede ungefähr 2 Pfund wiegt (eine muß natürlich genau so schwer sein, wie die andere), wird die eine 80, die andere 120 Centimeter unter der Schneide a festgeschraubt. Wäre der Stab gewichtlos und die Linsen schwere Punkte, so wäre der Schwingungspunkt genau bei b, d. h. 104 Centimeter von a. Obgleich nun diese Be-

dingungen nicht ganz erfüllt sind, so liegt doch der Schwingungspunkt unseres Pendels so nahe bei *b*, daß die Differenz kaum merklich ist; denn das Gewicht des Stabes ist klein im Vergleich zur Masse der Linsen, und der Fehler, der daraus entsteht, daß man die Masse jeder Linse in ihrem Schwerpunkte vereinigt denkt, ist auch unbedeutend, wenn die Höhe derselben nicht zu groß ist. In *a* aufgehängt, macht dieses Pendel 59 Schwingungen in einer Minute; ebenso viel Schwingungen macht es aber in einer Minute, wenn man es umkehrt und um *b* schwingen läßt.

Mit Hülfe höherer Rechnung läßt sich nachweisen, daß der Schwingungspunkt eines jeden physischen Pendels diese Eigenschaft haben muß, wie wir es für ein aus zwei materiellen Punkten bestehendes dargethan haben.

Die Pendeluhr. Die wichtigste Anwendung, die man vom Pendel gemacht hat, ist die Regulirung der Uhren. In jeder Uhr muß eine beschleu- 116
nigende Kraft wirken, um die Bewegung hervorzubringen und zu erhalten. Nun aber ist aus dem, was über beschleunigende Kräfte gesagt wurde, klar, daß, wenn der beschleunigenden Kraft nicht eine andere gleiche Kraft oder ein Bewegungshinderniß entgegenwirkt, die Bewegung nicht gleichförmig bleiben kann, sondern daß sie, wie bei einem fallenden Körper, schneller und schneller wird. Bei unseren Wanduhren wird die beschleunigende Kraft durch Gewichte hervorgebracht, welche an einer Schnur hängen, die um eine horizontale Axe geschlungen ist. Wenn das Gewicht durch seine Schwere herabgezogen wird, wird durch die Schnur die Axe umgedreht und dadurch das ganze Uhrwerk in Bewegung gesetzt. Die Bewegung eines fallenden Gewichtes ist aber eine beschleunigte, folglich würde auch die Uhr anfangs langsam, dann schneller und schneller gehen müssen, wenn ihr Gang nicht regulirt würde, und diese Regulirung wird nun durch das Pendel bewerkstelligt.

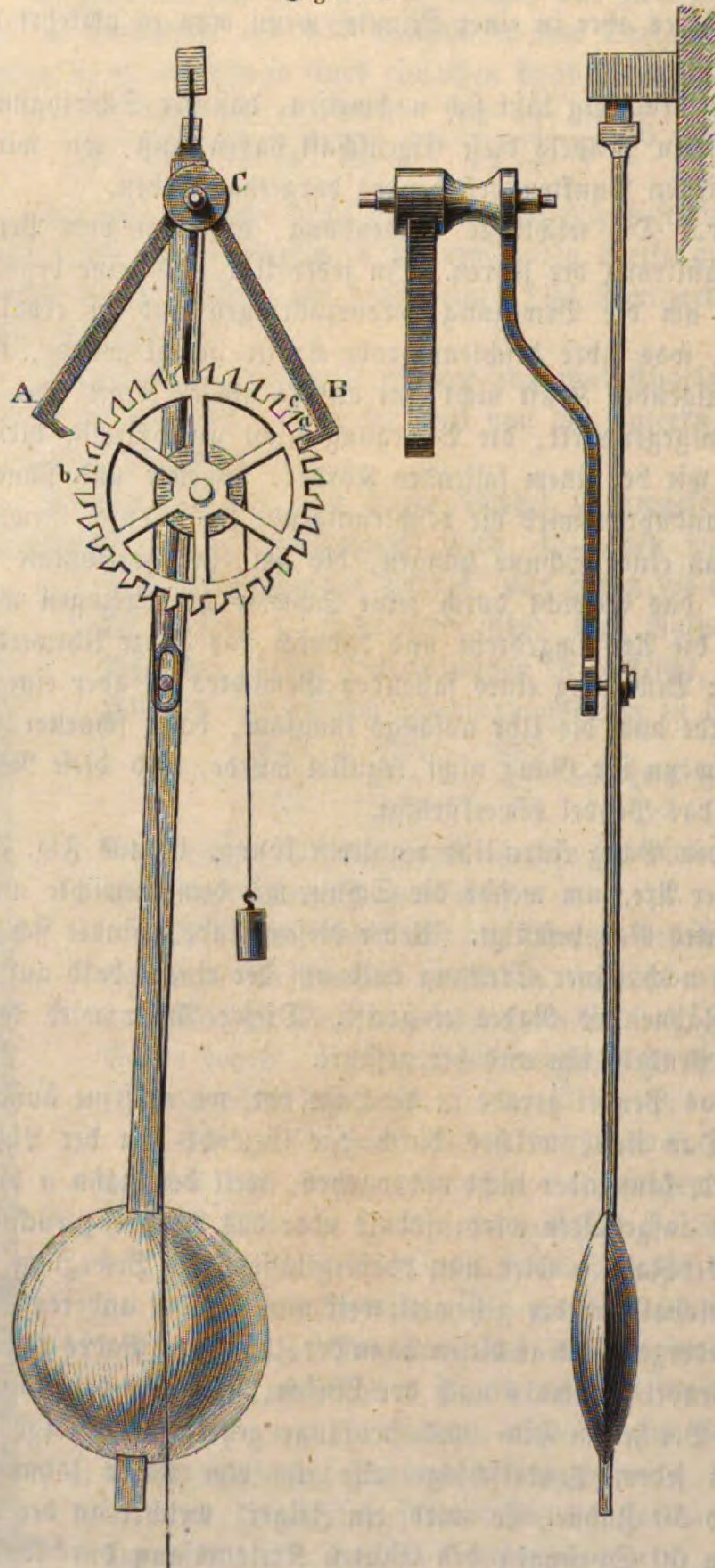
Wie das Pendel den Gang einer Uhr reguliren könne, ist aus Fig. 317 (a. f. S.) ersichtlich. An der Axe, um welche die Schnur mit dem Gewichte angebracht ist, ist ein gezahntes Rad befestigt. Ueber diesem Rade befindet sich ein Anker *ACB*, welcher je nach seiner Stellung bald auf der einen, bald auf der anderen Seite in die Zähne des Rades eingreift. Dieser Anker wird durch die Schwingungen des Pendels hin und her geführt.

Die Figur stellt das Pendel gerade in der Lage vor, wo es seine äußerste Stellung links hat. Das Rad, welches durch das Gewicht von der Linken zur Rechten gedreht wird, kann aber nicht vorangehen, weil der Zahn *a* durch den Arm *B* des Ankers aufgehalten wird; sobald aber das Pendel zurückgeht, geht *B* auf die Seite, der Zahn *a* wird nun vorbeigelassen; die Bewegung des Rades wird aber doch alsbald wieder gehemmt, weil nun auf der anderen Seite der Arm *A* des Ankers niedergeht und an diesen dann der Zahn *b* des Rades anstößt.

Geht nun das Pendel abermals nach der Linken, so wird der Zahn *c* durch *B* angehalten. Bei jedem Hin- und Hergange geht also das Rad um einen Zahn weiter, bei jedem Pendelschlage also um eine halbe Zahnweite voran. Hat das Rad 30 Zähne, so wird ein Zeiger, welcher an der Axe desselben befestigt ist, in 60 Sprüngen den ganzen Kreisumfang durchlaufen.

Die Axe des Ankers bildet aber nicht unmittelbar die Schwingungsaxe des Pendels. Dieses würde, in Zapfen sich bewegend, zu viel Reibung zu überwinden haben. Es ist hinter dem Anker mittelst eines an dem Träger des Pendels und in dem Pendel selbst eingeklemmten Stückchens einer Uhrfeder aufgehängt. An dem Anker aber ist eine Gabel befestigt, die mittelst eines Stiftes durch das Pendel geführt wird, wie die Figur zeigt.

Fig. 317.



Das Pendel hat bei seinen Oscillationen verschiedene Widerstände zu überwinden, weshalb es allmälig zur Ruhe kommt, wenn es für sich allein schwingt. Im Uhrwerk wird nun aber dem Pendel sein Bewegungsverlust dadurch stets ersetzt, daß der Zahn, an der schiefen Fläche des austretenden Ankerarmes hinschleifend, diesem eine kleine Beschleunigung mittheilt.

Eine solche Vorrichtung nennt man eine Hemmung oder ein Echappement.

Bei Taschenuhren ist das Gewicht durch eine gespannte Stahlfeder, das Pendel aber durch die Balance ersetzt, d. h. durch einen Metallring, welcher von einer, vermöge ihrer Elasticität um ihre Gleichgewichtslage schwingenden Spiralfeder hin und her bewegt wird.

Einheit des Längenmaßes. Kater stellte seine Versuche mit dem Reversionspendel besonders deshalb mit so großer Genauigkeit an, weil man beabsichtigte, in England ein neues Maßsystem einzuführen, dessen Einheit die Länge des Londoner Secundenpendels sein sollte. 117

Fast sämmtliche Längeneinheiten sind den Dimensionen des menschlichen Körpers entnommen, und ihre ursprüngliche Bestimmung hing darum auch von manchen Zufälligkeiten ab. Man kam deshalb auf die Idee, eine unveränderliche Größe der Natur zur Einheit zu nehmen. Schon Huyghens schlug dazu die Länge des Secundenpendels vor.

Zur Zeit der französischen Revolution, als man ein neues Maßsystem in Frankreich einführen wollte, nahm man die Idee wieder auf; allein die zur Bestimmung des neuen Systems niedergesetzte Commission, bestehend aus Borda, Lagrange, Laplace, Monge und Condorcet, wandte gegen diese Einheit ein, daß sie ein fremdes Element, nämlich die Zeit, enthielte, und entschied sich dahin, die Längeneinheit von der unveränderlichen Länge eines Erdmeridians abzuleiten.

Zu diesem Zwecke wurde durch genaue Gradmessungen die Länge des Erdmeridians ermittelt, und der 40millionste Theil desselben, also der 10millionste Theil eines Erdmeridian-Quadranten zur Längeneinheit gewählt. Diese Einheit wurde Meter genannt. Das Meter wurde in 10 Decimeter, 100 Centimeter und 1000 Millimeter getheilt.

Nach dem Längenmaße wurde nun das Flächenmaß, das Körpermaß und das Gewichtsmaß bestimmt.

Das Metermaß ist unter allen Maßsystemen das einzige, welches wissenschaftlich begründet ist. Die einfachen Beziehungen zwischen dem Längenmaße, dem Körpermaße und dem Gewichte machen es in mancher Hinsicht empfehlenswerth. Bei wissenschaftlichen Untersuchungen bedient man sich auch jetzt fast überall dieses Maßes.

Durch Vergleichung mit dem Meter sind nun aber auch alle anderen Maße fest bestimmt. So ist z. B.

1 pariser Fuß . . . . . = 324,839 Millimeter,
1 preußischer oder rheinl. Fuß = 313,853 Millimeter;

demnach ist

1 pariser Zoll . . . . . = 27,070 Millimeter,
1 rheinl. Zoll . . . . . = 26,154 Millimeter.

Variationen der Schwingungen eines Pendels. Kurz nachdem Galiläi die Grundgesetze des Pendels entdeckt hatte, machte sich Huyghens durch seine trefflichen Arbeiten über das Pendel um die Wissenschaft sehr verdient. Er bestimmte zuerst genau den Schwingungspunkt des physischen Pendels, wandte das Pendel an, um den Gang der Uhren zu reguliren, und machte somit zuerst eine genaue Zeitmessung möglich. Dieser ausgezeichnete Gelehrte war jedoch der Meinung, daß ein Pendel an allen Orten der Erde gleich schnell oscilliren müsse, was Newton bestritt. Im Jahre 1672 machte 118

der französische Astronom Richer eine Reise nach Cayenne, welches nur 5 Grad nördlich vom Aequator liegt. Als er hier seine Pendeluhr aufstellte, fand er, daß sie täglich $2\frac{1}{2}$ Minuten nachging; er mußte das Pendel nahe um $\frac{5}{4}$ Linien verkürzen, um den Gang gehörig zu reguliren. Er konnte dies um so weniger einer Störung der Uhr während der Reise zuschreiben, da die Uhr, nach Paris zurückgebracht, 148 Secunden täglich vorging, und das Pendel deshalb wieder verlängert werden mußte.

Es war somit erwiesen, daß ein und dasselbe Pendel an verschiedenen Orten der Erde nicht gleich schnelle Schwingungen macht. Man stellte später die genauesten Beobachtungen an verschiedenen Orten an und bestimmte für jeden derselben die Länge des Secundenpendels. Die folgende Tabelle enthält eine Reihe solcher von Sabine gemachten Bestimmungen.

Orte.	Breite.	Länge des Secundenpendels in pariser Zollen.
St. Thomas	0° 24′ 41″	39,012
Maranham	2° 31′ 43″ S.	39,012
Ascension	7° 55′ 48″ S.	39,024
Sierra Leona . . .	8° 29′ 28″ N.	39,019
Trinidad	10° 38′ 56″ N.	39,019
Bahia	12° 59′ 21″ S.	39,024
Jamaica	17° 56′ 7″ N.	39,035
New-York	40° 42′ 43″ N.	39,101
London	51° 31′ 8″ N.	39,139
Drontheim	63° 25′ 54″ N.	39,174
Hammerfest	70° 40′ 5″ N.	39,195
Grönland	74° 32′ 19″ N.	39,203
Spitzbergen	79° 49′ 58″ N.	39,215

Näheres über diesen Gegenstand in der kosmischen Physik.

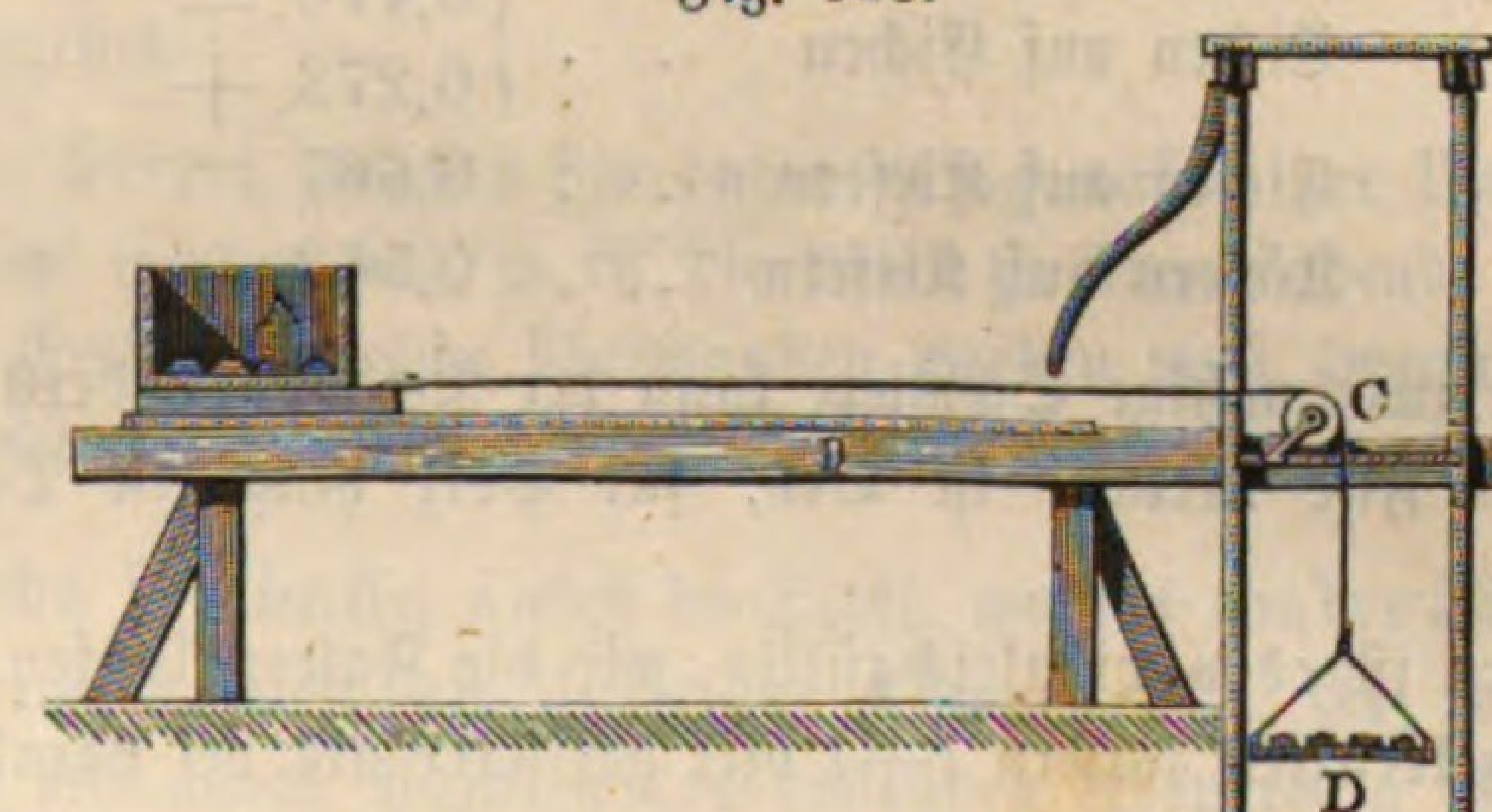
119 **Gleitende Reibung.** Ein schon mehrfach besprochener Widerstand, welcher fast auf alle Bewegungen einen bedeutenden Einfluß ausübt, ist die Reibung. Um eine nur etwas große Last auf einer horizontalen Ebene fortzuschleifen, ist ein bedeutender Kraftaufwand nöthig, welcher lediglich von den Reibungswiderständen herrührt. Wäre die Ebene sowohl, auf welcher die Last fortgeschleift werden soll, als auch die Unterflächen, der Last selbst absolut hart und glatt (was in der Natur nie der Fall ist) und fände außerdem nicht die mindeste Adhäsion zwischen den über einander hin gleitenden Flächen Statt, so könnte die kleinste Kraft die größte Last in Bewegung setzen, und einmal an-

gestoßen müßte sich die Last mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf der horizontalen Ebene fortbewegen.

Die Reibung rührt unstreitig daher, daß die Erhabenheiten einer jeden der über einander hingleitenden Flächen in die Vertiefungen der anderen eingreifen. Wenn nun Bewegung stattfinden soll, so müssen entweder die hervorragenden Theilchen von der Masse ihres Körpers abgerissen, oder der eine Körper muß fortwährend über die Unebenheiten hinweggehoben werden. Ersteres findet vorzugsweise Statt, wenn die reibenden Flächen sehr rauh sind, letzteres, wenn sie mehr geglättet sind. Je glatter die reibenden Flächen sind, desto mehr Einfluß gewinnt auch die Adhäsion, welche namentlich bei Anwendung von flüssiger oder halbflüssiger Schmiere von Bedeutung wird.

Um Versuche über gleitende Reibung anzustellen, wandte Coulomb den Fig. 318 dargestellten Apparat an. Ein Kästchen A, welches man nach Be-

Fig. 318.



lieben mit Gewichten belasten kann, ruht auf zwei horizontalen Schienen welche neben einander gelegt sind. Eine an dem Kästchen befestigte Schnur geht über eine Rolle C und trägt an ihrem freien Ende eine Wagschale D, auf welche so lange Gewichte zugelegt werden, bis dadurch das Kästchen A in Bewegung gesetzt wird.

Nehmen wir an, die untere Fläche des Kästchens sei durch eine eiserne Platte gebildet und die Schienen seien gleichfalls von Eisen; ferner betrage das Gewicht des Kästchens A, sammt Allem, was darin liegt, 25 Pfund, so wird die Bewegung eintreten, sobald das auf die Wagschale D aufgelegte Gewicht sammt dem Gewichte der Wagschale 7 Pfund beträgt. Die zur Ueberwindung der Reibung hier anzuwendende Kraft beträgt also in diesem Falle $^7/_{25}$ oder 28 Procent der Last.

Wäre das Gewicht des Kästchens A 2mal, 3mal so groß gewesen, so hätte an der Schnur auch eine doppelte, dreifache Kraft ziehen müssen, um die Reibung zu überwinden, und so ergiebt sich:

1) Die Reibung ist dem Drucke proportional, mit welchem die Flächen, welche über einander hergleiten sollen, auf einander gedrückt werden.

Hätte man, ohne sonst etwas zu ändern, die eisernen Schienen breiter oder schmäler gemacht, so würde man doch immer zu demselben Resultate gekommen

sein, d. h. zur Ueberwindung der Reibung würden immer 28 Procent der Last nöthig gewesen sein, und so ergiebt sich:

2) Die Reibung ist unabhängig von der Ausdehnung der reibenden Flächen.

Die Zahl, welche angiebt, der wievielte Theil der Last zur Ueberwindung der Reibung verwandt werden muß, wird der Reibungscoefficient genannt. Für Eisen auf Eisen ist dieser Coefficient, wie wir gesehen haben, 0,28 oder genauer 0,277; der Reibungscoefficient ändert sich jedoch mit der Natur der reibenden Flächen. Die folgende Tabelle enthält einige der in der Praxis wichtigsten Reibungscoefficienten.

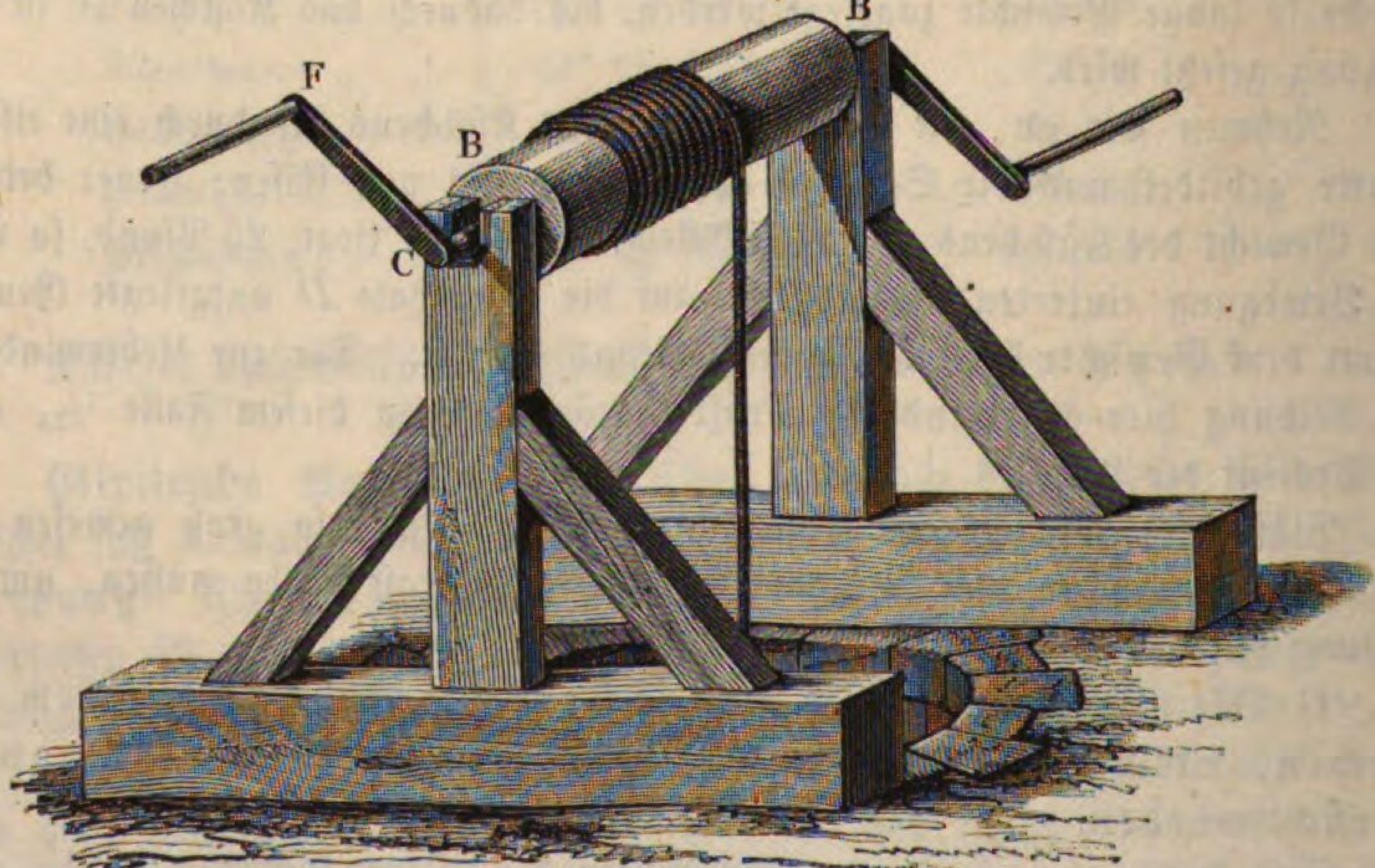
Eisen auf Eisen . . .	0,277
Eisen auf Messing . .	0,263
Eisen auf Kupfer . .	0,170
Eichen auf Eichen . .	0,418 =
	0,273 +
Eichen auf Kiefern . .	0,667
Kiefern auf Kiefern . .	0,562.

Durch eine zweckmäßige Schmiere kann der Reibungswiderstand noch verringert werden. Für Metalle ist Oel, für Holz hingegen Talg das beste Schmiermittel.

Bei Hölzern ist es nicht gleichgültig, wie die Fasern laufen; die Reibung ist nämlich bei gekreuzten Fasern (+) viel geringer als bei parallelen (=).

Gleitende Reibung findet unter Anderem auch überall da Statt, wo Zapfen in ihren Pfannen gedreht werden. Untersuchen wir z. B. den Effect der Reibung an dem schon öfter betrachteten Haspel (Fig. 319). Das Gewicht

Fig. 319.

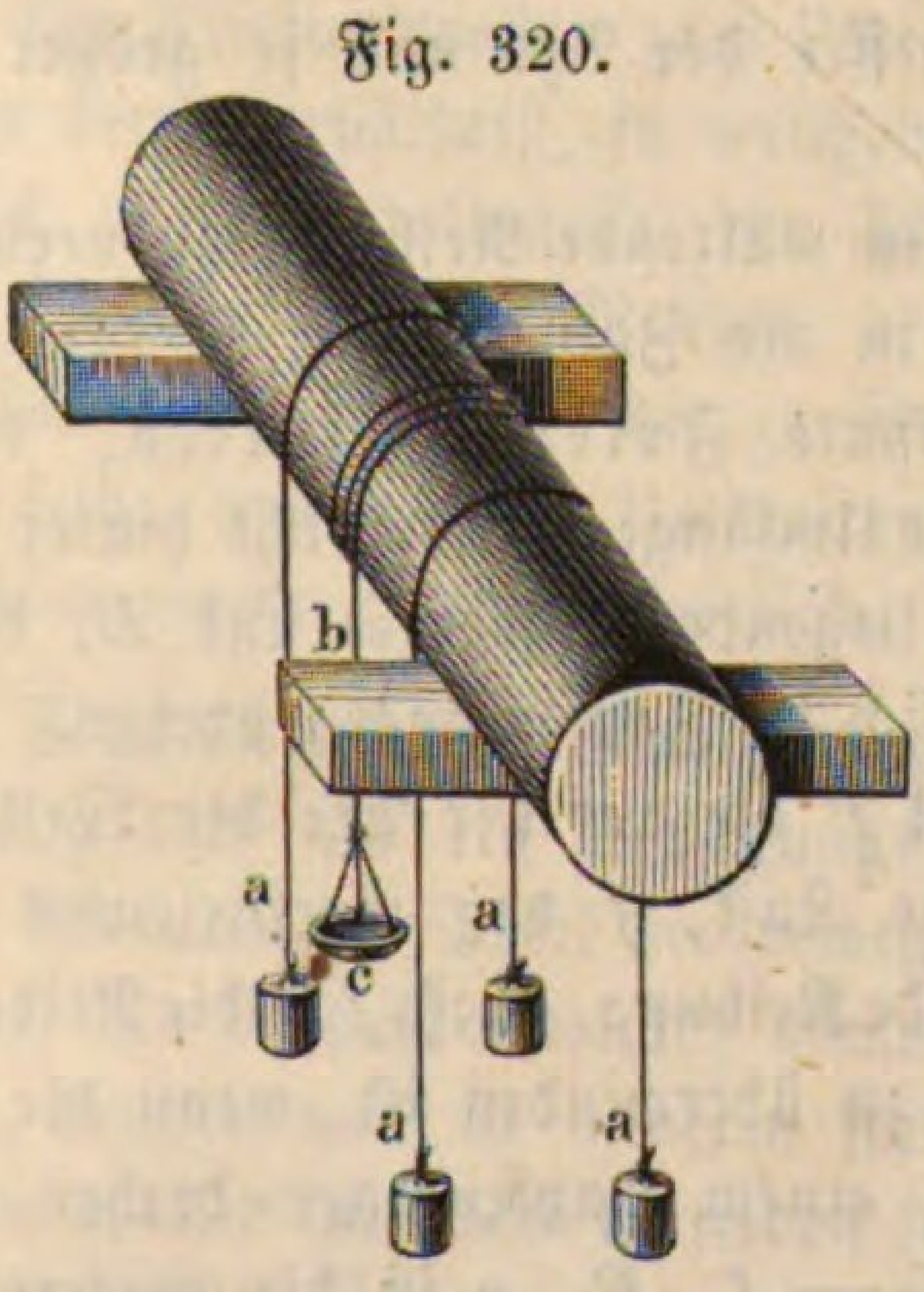


des Wellbaumes selbst mit Allem, was daran befestigt ist, betrage 75 Pfd., der zu hebende Stein wiege 100 Pfd., also die am Hebel F wirkende Kraft 25 Pfd., so ist der Gesammtdruck, welchen die Zapfenlager auszuhalten haben, $75 + 100 + 25 = 200$ Pfd. Wenn die Zapfenlager von Messing, die Zapfen aber von Eisen sind, so beträgt der Reibungswiderstand, welcher am Umfange der Zapfen wirkt, 26,3 Proc., der Effect der Reibung ist also derselbe, als ob man statt ihrer um den Zapfen eine Schnur in derselben Richtung geschlungen hätte, wie das Seil, welches die Last trägt, und an dieser Schnur ein Gewicht $200 \times 0{,}263$ oder 52,6 Pfd. angehängt hätte; oder als wenn die am Umfange des Wellbaumes wirkende Last um $\frac{52{,}6}{5} = 10{,}5$ Pfd. größer gewesen wäre, vorausgesetzt nämlich, daß der Durchmesser des Zapfens $\frac{1}{5}$ vom Durchmesser des Wellbaumes ist. Es werden also bei diesem Haspel circa 10 Procent der angewandten Kraft für die Ueberwindung der Reibungswiderstände verzehrt.

Wenn ein Körper, welcher bis dahin ruhig auf seiner Unterlage lag, in Bewegung gesetzt werden soll, so ist die dabei zu überwindende Reibung etwas größer als die Reibung, welche überwunden werden muß, wenn die Bewegung bereits eingeleitet ist.

Wälzende Reibung findet da Statt, wo ein runder Körper, etwa eine 120
Kugel, ein Cylinder über die Unterlage hinwegrollt. Es kommt dabei die Unterlage stets mit neuen Punkten des rollenden Körpers in Berührung. Der hierbei entstehende Widerstand ist bei Weitem geringer als der Widerstand der gleitenden Reibung. Coulomb verwandte zu seinen Versuchen über wälzende Reibung Walzen von Guajac- und Ulmenholz, deren Durchmesser von 2 bis 12 Zoll variirte und die er auf Unterlagen von Eichenholz wälzen ließ. Um auch den Druck abzuändern, mit welchem die Walze auf die Unterlage aufgedrückt wird, wurden zwei Schnüre a über die Walze gelegt und an beiden Seiten gleiche Gewichte angehängt, wie Fig. 320 andeutet. Das Uebergewicht, welches die Bewegung hervorbringen soll, wurde in die an der Schnur b hängende leichte Wagschale gelegt.

Fig. 320.



Nach diesen Versuchen ist die wälzende Reibung dem Drucke direct und dem Halbmesser der Walze umgekehrt proportional, oder es ist

$$F = \varphi \cdot \frac{P}{R},$$

wenn F die wälzende Reibung, P den Druck und R den Radius der Walze bezeichnet. Für den constanten Factor φ fand Coulomb

für Walzen aus Guajacholz . . . $\varphi = 0{,}018$,
für Walzen aus Ulmenholz . . . $\varphi = 0{,}031$.

Für gußeiserne Räder, welche auf gußeisernen Schienen laufen, fand Weisbach $\varphi = 0{,}018$.

Die obige Formel setzt voraus, daß die Kraft F an einem Hebelarm angreift, welcher dem Halbmesser der Walze gleich ist, wie es bei der obigen Anordnung der Fall war; wenn aber die Kraft an dem oberen Ende C der Walze Fig. 321 angreift, so ist die wälzende Reibung nur halb so groß, wie im vorigen Falle.

Fig. 321.

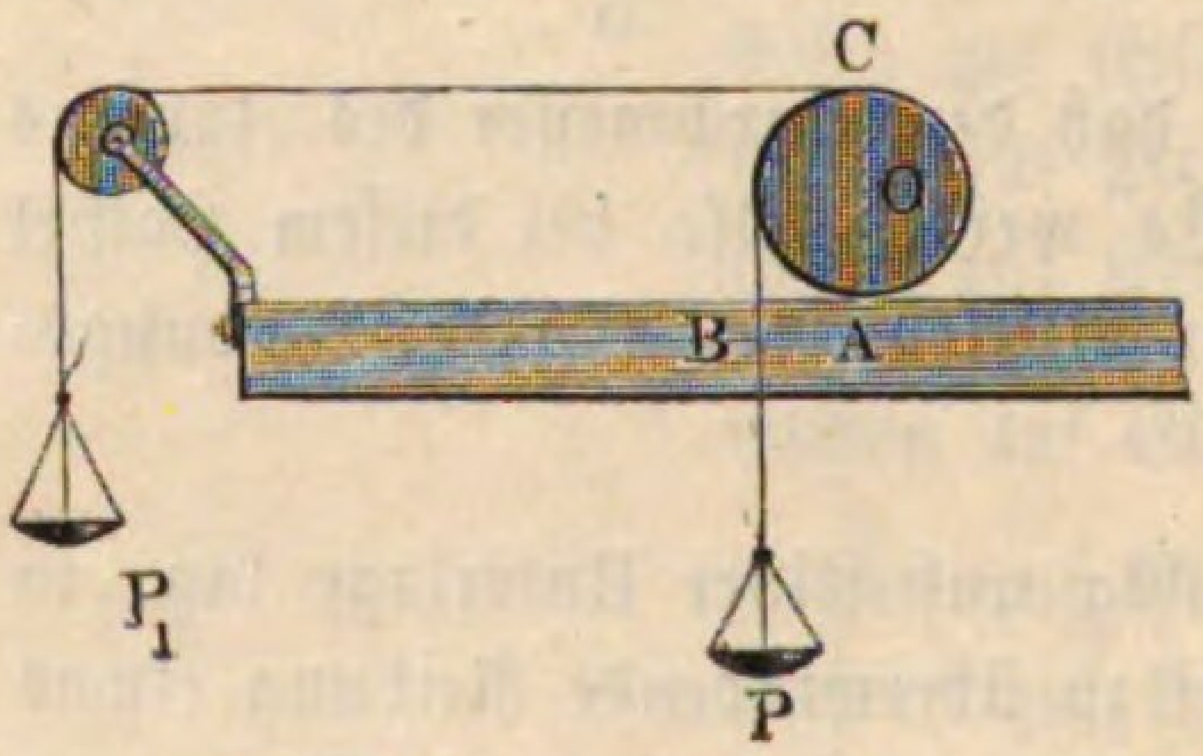
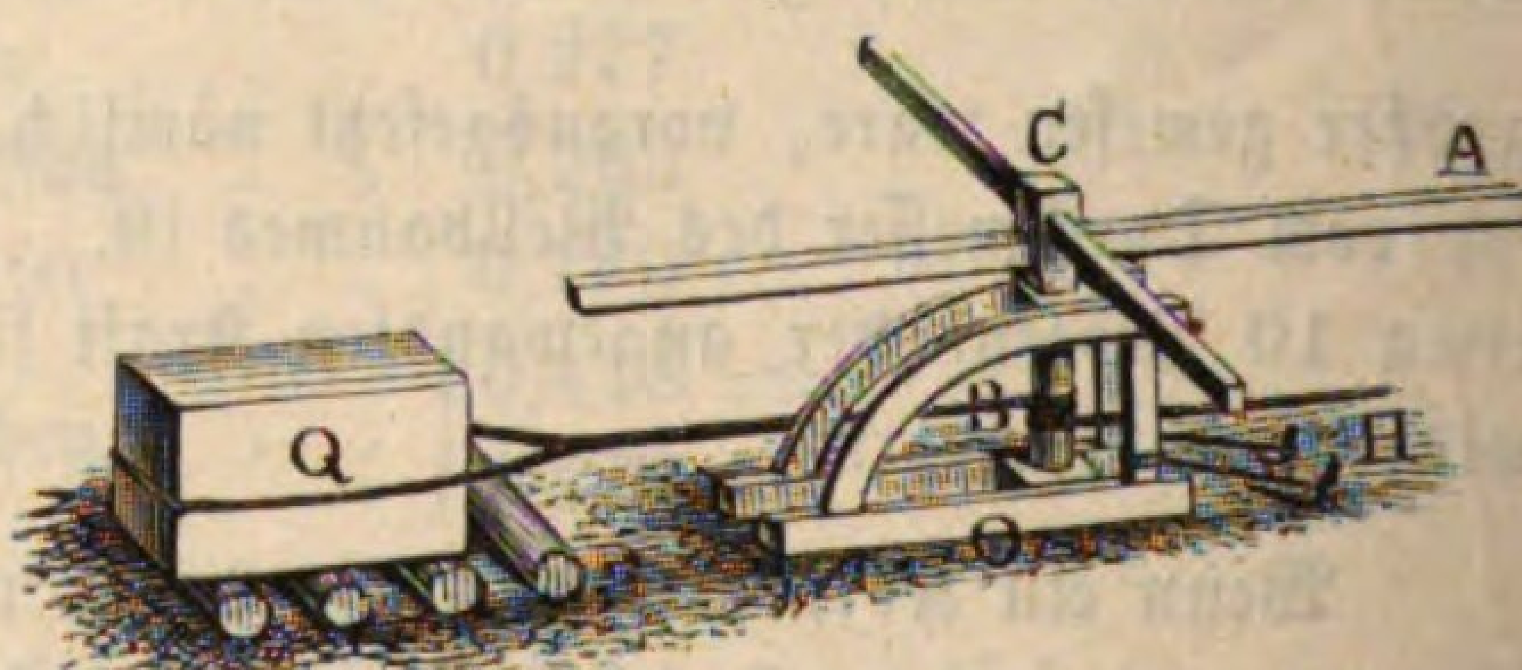


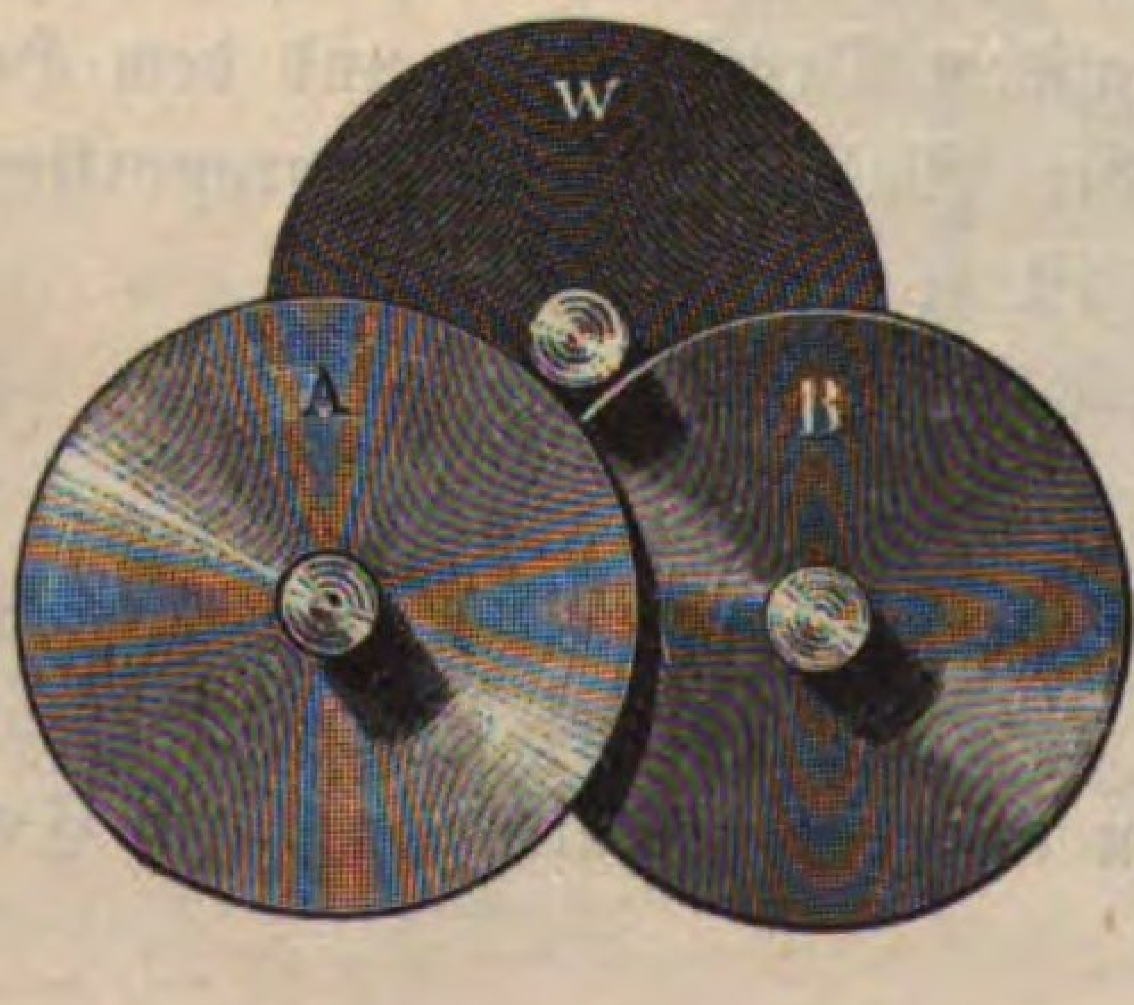
Fig. 322.



Wo es auf Verminderung der Reibungswiderstände ankommt, sucht man wo möglich die gleitende Reibung in eine wälzende zu verwandeln; um schwere Lasten fortzuschaffen, legt man dieselben auf Walzen (Fig. 322), und darin liegt auch der Vortheil der Räder unserer Fuhrwerke, an deren Umfang nur wälzende Reibung zu überwinden ist, während die gleitende Reibung lediglich auf die Axen reducirt ist, wo die Ueberwindung derselben einen bedeutend geringeren Kraftaufwand in Anspruch nimmt, als wenn dieselbe Last fortgeschleift werden sollte; denn während der Wagen um den Umfang eines Rades vorangeht, macht das Rad um die Axe nur eine Umdrehung, die gleitende Reibung ist also nur auf dem kurzen Wege des Axenumfanges zu überwinden gewesen. Daraus geht hervor, daß der Reibungswiderstand an einem Rade um so geringer ausfallen wird, je kleiner der Halbmesser der Axe und je größer der Halbmesser des Rades ist.

Um die Zapfenreibung zum Theil noch in wälzende Reibung zu verwandeln, legt man die Zapfen einer Welle nicht in ein Zapfenlager, sondern auf sogenannte Frictionsrollen, d. h. auf die Umfänge zweier dicht hinter einander liegender Räder A und B, deren Axen sich in Zapfenlagern drehen. Bezeichnet P die auf der Axe der Welle W ruhende Last, f den Coefficienten für gleitende Reibung, so ist fP die Reibung, welche zu überwinden ist, wenn die Axe sich in einem Zapfenlager drehen soll, und $K = f \,.\, P \,.\, u$ ist die mechanische Arbeit, welche durch Ueberwindung dieser

Fig. 323.



Zapfenreibung bei jeder Umdrehung der Welle verrichtet wird, wenn u den Umfang der Axe bezeichnet.

Nun aber dreht sich der Zapfen der Welle W nicht in einem Zapfenlager, sondern auf dem Umfange der Frictionsrollen, deren Axen zusammen nahezu ebenfalls die Last P zu tragen haben, so daß fP nun die Summe der Reibung an den Axen der beiden Räder A und B bezeichnet. Dreht sich nun die Welle um, so findet am Umfang ihrer Axe eine wälzende Reibung Statt, welche sehr unbedeutend ist, allein die Räder A und B drehen sich um ihre Axen und an diesen Axen ist nun die gleitende Reibung zu überwinden.

Die Axe der Welle W macht aber n Umdrehungen, während die Frictionsräder nur eine machen, jede Umdrehung der Welle entspricht nur $\frac{1}{n}$ Umdrehung der Frictionsräder, es ist also $K' = \frac{1}{n} f P u'$ die mechanische Arbeit, welche bei jeder Umdrehung der Welle W durch Ueberwindung der Reibung an den Axen der Frictionsrollen überwunden werden muß, wenn u' den Umfang dieser Axen bezeichnet.

Es ist aber $\frac{1}{n}$ offenbar $\frac{u}{U}$, wenn u, wie bereits oben erwähnt, den Umfang der Wellaxe, U aber den der Frictionsrollen bezeichnet, folglich ist $K' = f.Pu' \frac{u}{U}$. Vergleichen wir diesen Werth von K' mit dem oben angeführten Werth von K, so ergiebt sich

$$K' = K \frac{u'}{U}.$$

Durch Anwendung der Frictionsrollen wird also der Reibungswiderstand im Verhältniß $\frac{u'}{U}$, d. h. in dem Verhältniß vermindert, in welchem der Umfang der Frictionsrollen zum Umfang ihrer Axen steht, oder auch, was dasselbe ist, in dem Verhältniß, in welchem der Halbmesser der Frictionsrollenaxe kleiner ist, als der Halbmesser der Frictionsrolle selbst.

Wäre z. B. der Radius der Frictionsrollenaxe $1/_{20}$ vom Radius der Frictionsrolle, so würde der zu überwindende Reibungswiderstand nur $1/_{20}$ von dem sein, welchen die Umdrehung der Axe erfahren würde, wenn ihre Axe direct in einem Zapfenlager liefe.

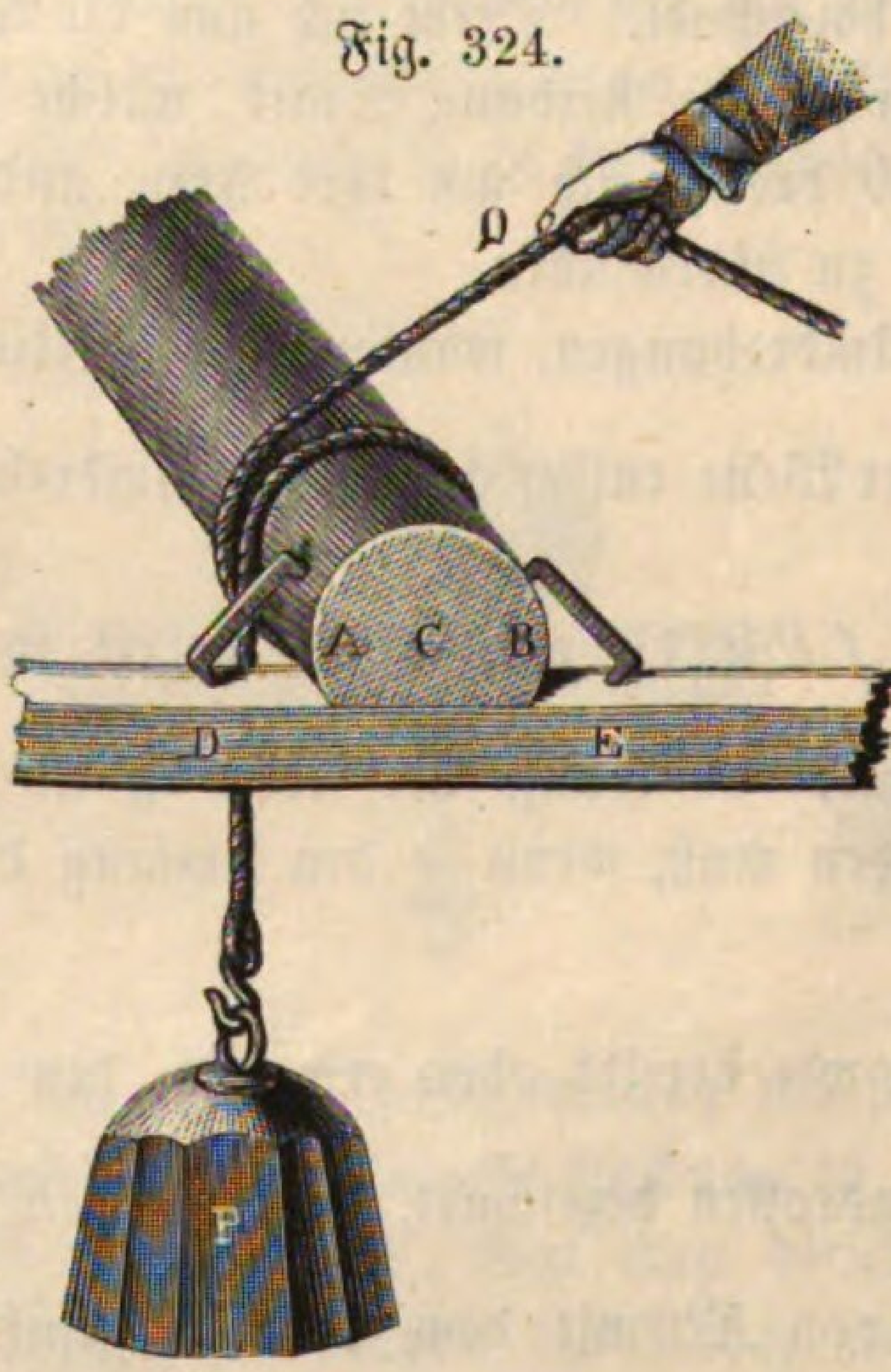
Nutzen und Anwendung der Reibung. Wir haben bisher die 121
Reibung nur als ein Bewegungshinderniß betrachtet, welches bei Maschinen einen bedeutenden Theil der bewegenden Kraft verzehrt, also offenbar nachtheilig auf den Nutzeffect wirkt; allein diese Reibung, welche hier freilich störend wirkt, bringt uns in anderen Fällen ungleich mehr Vortheile und in vielen Fällen machen wir von derselben für unsere Zwecke Anwendung.

Zunächst könnten wir ohne Reibung weder sicher gehen noch stehen, wie uns das Glatteis zeigt, auf welchem nur eine stark verminderte Reibung statt-

findet; daß der Nagel in der Wand hält, ist lediglich eine Folge der Reibung; ohne Reibung würden wir keinen Körper fest in den Händen halten können, sie würden uns entgleiten wie ein schlüpfriger Fisch.

Beim Betrieb von Maschinen machen wir häufig Anwendung von der Reibung zur Fortpflanzung der Bewegung; denn nur durch die Reibung wird es möglich, mittelst Seilen oder Riemen die Bewegung eines Rades auf ein anderes zu übertragen, wie dies z. B. bei der Schwungmaschine, Fig. 277 auf Seite 222 und bei der Drehbank der Fall ist.

Fig. 324.



Ein Seil, an dessen einem Ende eine Last P (Fig. 324) hängt, sei über einen horizontal liegenden, nicht drehbaren Cylinder geschlungen, so ist die Reibung, welche das Seil am Umfange des Cylinders zu überwinden hat, wenn die Last P niedergehen soll, sehr bedeutend, so daß eine geringe Kraft Q hinreicht, um das Herabsinken von P zu verhindern.

Q	ist	ungefähr	$^{6}/_{10}\,P$	bei	$^{1}/_{4}$	Umwickelung	des	Cylinders,
Q	»	»	$^{38}/_{100}\,P$	»	$^{1}/_{2}$	»	»	»
Q	»	»	$^{12}/_{100}\,P$	»	1	»	»	»
Q	»	».	$^{15}/_{1000}\,P$	»	2	»	»	»
Q	»	»	$^{2}/_{10000}\,P$	»	4	»	»	»

Man macht hiervon Gebrauch, um eine große untheilbare Last von einer gewissen Höhe herabzulassen, indem man das Seil, an welchem die Last hängt, um einen festgeklammerten runden Stamm schlägt und das andere Ende des Seiles in die Hand nimmt.

So kann ein Faßzieher, wenn er beim Hinablassen eines vollen Fasses in einen Keller das dabei angewandte Seil 3mal um einen quer über die Kellerthür gelegten Stamm wickelt, mit einer Kraft von 25 Pfund eine Last von 132 Centnern ohne Gefahr hinablassen.

Ohne Reibung würde eine Locomotive nicht im Stande sein, einen Wagenzug fortzubringen. Die Kraft der Dampfmaschine der Locomotive bewirkt zunächst eine Umdrehung der Treibräder. Diese Räder können aber umlaufen, während die Locomotive fortrollt; dann müssen sämmtliche Reibungs- und sonstige Widerstände an dem Wagenzug überwunden werden, welcher der Locomotive folgt; — oder die Treibräder drehen sich um, während die Locomotive an ihrer Stelle stehen bleibt, dann ist die gleitende Reibung zu überwinden, welche beim Schleifen der Treibräder auf den Schienen entsteht. Es ist nun klar,

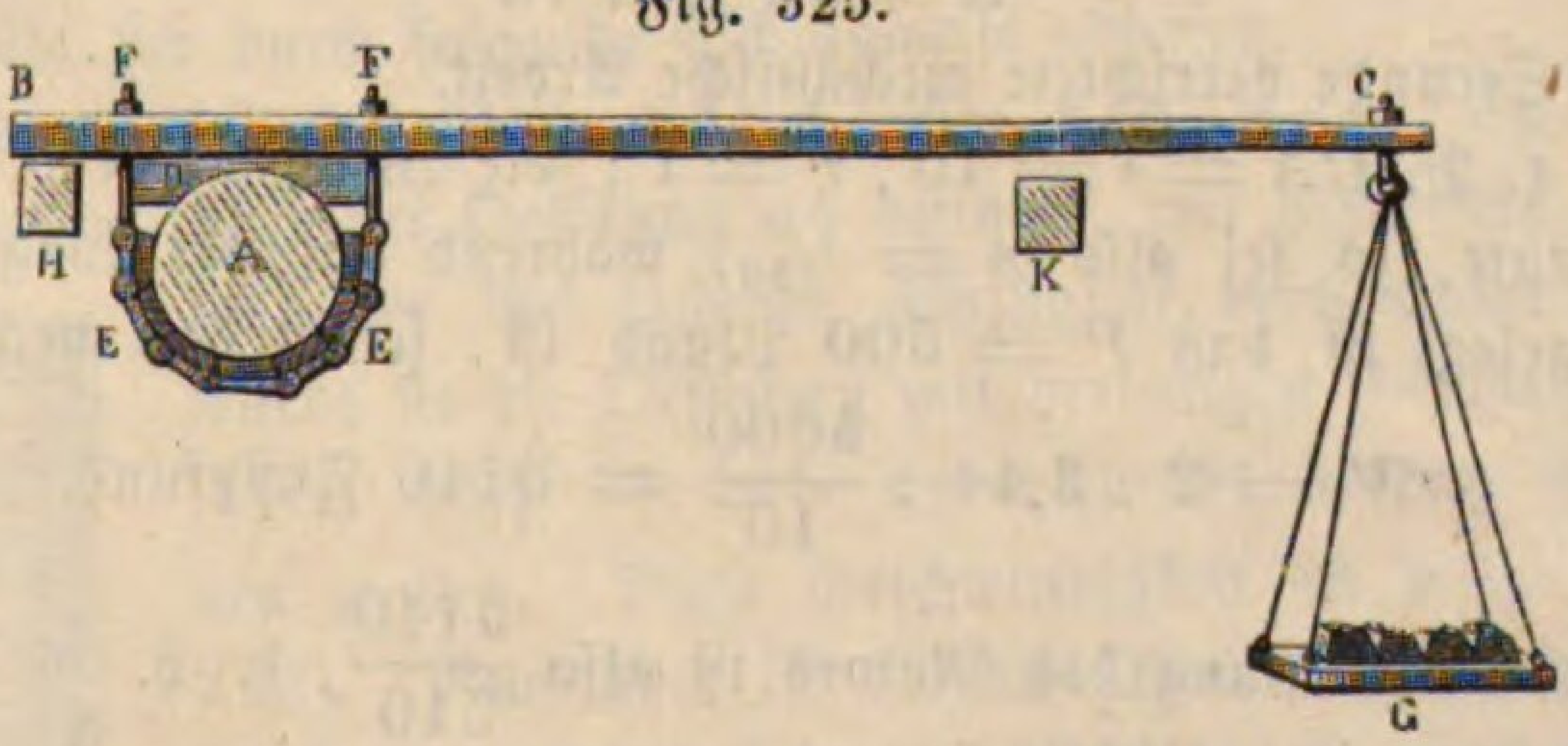
daß der Zug fortgehen wird, so lange die Summe aller Widerstände, welche beim Fortrollen des ganzen Wagenzuges überwunden werden müssen, noch kleiner ist als die gleitende Reibung, welche am Umfange der Treibräder entstände, wenn sie umgedreht werden sollten, ohne daß die Locomotive fortrollt.

Ist die fortzuziehende Last zu groß, so findet in der That ein Umlaufen der Treibräder ohne entsprechendes Fortrollen Statt, wie man dies bei großen Güterzügen oft bemerkt, wenn der Zug sich in Bewegung setzen soll, weil beim Anfange der Bewegung nicht allein die Reibungswiderstände, sondern auch der Widerstand der Trägheit der bedeutenden in Bewegung zu setzenden Masse überwunden werden muß.

Aus dem Allen geht hervor, daß es bei der Locomotive nicht allein darauf ankommt, daß die Maschine mit großer Kraft die Räder umdreht, sondern auch darauf, daß die gleitende Reibung, welche beim Schleifen der Treibräder auf den Schienen entsteht, recht groß ist; diese Reibung wächst aber mit dem Gewicht der Locomotive; die Dampfmaschine der Locomotive muß also nicht allein die gehörige Kraft entwickeln, sondern die Locomotive selbst muß auch das genügende Gewicht haben, welches um so größer sein muß, je größere Lasten fortgezogen werden; deshalb muß man auch nicht allein stärkere, sondern auch schwerere Maschinen anwenden, wenn die Eisenbahn nur eine Steigung von 1 bis $1\frac{1}{2}$ Fuß auf eine Länge von 100 Fuß hat.

Man wendet die Reibung auch an, um die mechanische Leistung verschiedener Motoren zu bestimmen. In der Regel besteht die Arbeit der Motoren, z. B. der Wasserräder, Dampfmaschinen u. s. w. in der Umdrehung einer Welle, von welcher dann die Bewegung auf irgend eine Weise fortgepflanzt wird. An diese Welle wird nun, um die Leistung des Motors zu bestimmen, während die Maschine keine weitere Arbeit verrichtet, ein sogenanntes Bremsdynamometer angelegt, welches Fig. 325 in seiner einfachsten Form, unter welcher es nach seinem Erfinder der Prony'sche Zaum genannt wird, dargestellt ist.

Fig. 325.



A ist der Durchschnitt des horizontalen Wellbaumes, an welchen der Zaum angelegt werden soll. Der Hebel *BC* ist mit einem Holzstück *D* versehen, welches unten so ausgeschnitten ist, daß es auf den Wellbaum paßt. Die Kette *E* ist mit Holzstückchen besetzt, welche sich von unten her an den Wellbaum anlegen. Durch Anziehen der Schrauben *F* wird das Holzstück *D* von oben, jene kleinen Holzstückchen von unten her fester gegen die Axe *A* angedrückt.

Dreht sich nun die Welle um, während der Hebel in seiner Stellung festgehalten wird, so muß am Umfange der Wellaxe ein bedeutender Reibungswiderstand überwunden werden, welcher durch Anziehen oder Nachlassen der Schraubenmuttern a beliebig vermehrt oder vermindert werden kann.

Durch Regulirung der Schrauben a und des Gewichtes G, welches am Ende des Hebelarmes BC hängt, sucht man es nun dahin zu bringen, daß die Welle dieselbe Umdrehungsgeschwindigkeit annimmt, welche sie bei ihrer normalen Arbeit hat, während der Hebel, kleine Oscillationen abgerechnet, horizontal bleibt. Ist dies der Fall, so hält die Last G der Reibung das Gleichgewicht, und es ist nun leicht, die mechanische Arbeit der Welle, welche eben in der Ueberwindung dieses Reibungswiderstandes beruht, zu berechnen.

In C zieht das Gewicht G den Hebel herab; aber auch durch sein eigenes Gewicht wird er auf dieser Seite herabgezogen, und dies muß mit in Rechnung gebracht werden, man muß den Moment des Hebels auf den Punkt C reduciren, d. h. man muß ermitteln, welche Kraft in C angreifend genau eben so wirkt, wie der Hebel selbst. Es läßt sich dies leicht durch den Versuch ermitteln; man mache die Schrauben F ganz los, befestige in C eine Schnur, die, nach oben gehend, über eine Rolle geschlungen ist, und hänge so viel Gewicht an, daß der Hebelarm gerade wagerecht gehalten wird, so stellt dies Gewicht p den auf den Punkt C reducirten Hebel dar.

Setzen wir nun $P = G + p$, bezeichnen wir mit l die Länge des Hebelarmes CA, so ist Pl das statische Moment, welches der Reibung am Umfange der Welle das Gleichgewicht hält, oder, mit anderen Worten, Pl ist diejenige Kraft, welche am Hebelarm 1 angreifend der Reibung am Umfange der Welle das Gleichgewicht hält.

Während jeder Umdrehung ist diese Last gleichsam um den Weg $2\pi r$ fortzuführen, wenn r der Halbmesser des Wellbaumes ist. Macht die Welle n Umdrehungen in der Secunde, so ist also

$$W = 2\,\pi r P l n$$

die in jeder Secunde verrichtete mechanische Arbeit.

Es sei z. B. $CA = l = 10'$, $r = 1'$; die Welle mache 6 Umdrehungen in jeder Minute, es sei also $n = {}^1/_{10}$, während auf der Wagschale so viel Gewicht aufgelegt ist, daß $P = 500$ Pfund ist, so ist der mechanische Effect

$$W = 2\,.\,3{,}14\,.\,\frac{5000}{10} = 3140 \text{ Fußpfund}$$

per Secunde, die Leistung des Motors ist also $\frac{3140}{510}$, d. h. 6 Pferdekräften gleichzusetzen.

Achtes Capitel.

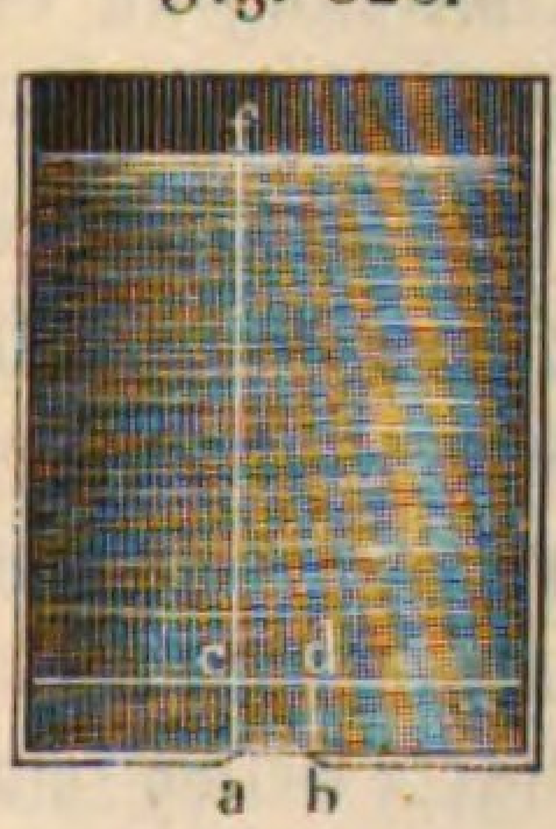
Hydrodynamik oder die Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten.

Toricelli's Theorem. Wenn man in die Seitenwand oder in den 122
Boden eines mit einer Flüssigkeit gefüllten, oben offenen Gefäßes ein Loch macht, welches im Vergleich mit den Dimensionen des Gefäßes klein ist, so strömt die Flüssigkeit mit einer Geschwindigkeit aus, welche um so größer ist, je tiefer sich die Oeffnung unter dem Spiegel der Flüssigkeit befindet. Der Zusammenhang zwischen Ausflußgeschwindigkeit und Druckhöhe läßt sich am einfachsten auf folgende Weise ausdrücken: Die Ausflußgeschwindigkeit ist gerade so groß wie die Geschwindigkeit, welche ein frei fallender Körper erlangen würde, wenn er von dem Spiegel der Flüssigkeit bis zur Ausflußöffnung herabfiele.

Dieser Satz ist unter dem Namen des Toricelli'schen Theorems bekannt. Er läßt sich durch folgende Schlußweise ableiten.

Wenn die Flüssigkeitsschicht *abcd*, Fig. 326, welche sich unmittelbar

Fig. 326.



über der Oeffnung *ab* befindet, frei herabfiele, ohne durch die über ihr lastende Flüssigkeit beschleunigt zu sein, so würde sie die Oeffnung mit derjenigen Geschwindigkeit verlassen, welche der Höhe *ac* entspricht, die wir mit h bezeichnen wollen. Diese Geschwindigkeit ist $v = \sqrt{2gh}$ (S. 213). Nun aber ist die ausströmende Schicht nicht bloß durch ihre eigene Schwere beschleunigt, sondern durch die Schwere der ganzen auf ihr lastenden Flüssigkeit. Die beschleunigende Kraft der Schwere g verhält sich demnach zur beschleunigenden Kraft g', welche die flüssigen Theilchen wirklich austreibt, wie *ac* zu *af* oder wie h zu s, wenn die Druckhöhe mit s bezeichnet wird, d. h.

$$h : s = g : g',$$

und also ist die auf die ausfließende flüssige Schicht wirkende beschleunigende

Kraft $g' = \frac{g}{h}\,s$. Wenn aber die beschleunigende Kraft, welche auf die ausfließende Schicht wirkt, nicht g, sondern g' ist, so ist auch die Ausflußgeschwindigkeit $v' = \sqrt{2g'h}$, und wenn wir in diesen Werth von v' den eben abgeleiteten Werth von g' setzen, so erhalten wir für die Ausflußgeschwindigkeit den Werth

$$v' = \sqrt{2gs}.$$

Dies ist aber dieselbe Geschwindigkeit, welche ein Körper erlangt, wenn er eine Höhe s durchfällt.

Aus diesem Satze folgt unmittelbar:

1) Die Ausflußgeschwindigkeit hängt nur von der Tiefe der Oeffnung unter dem Niveau, aber nicht von der Natur der Flüssigkeit ab. Bei gleichen Druckhöhen muß also Wasser und Quecksilber gleich schnell ausfließen. Jede Quecksilberschicht wird zwar durch einen Druck ausgetrieben, welcher 13,6mal so groß ist als beim Wasser, dagegen ist aber auch die Masse eines Quecksilbertheilchens, welches ausfließt, 13,6mal größer als die eines gleich großen Wasservolumens.

2) Die Ausflußgeschwindigkeiten verhalten sich wie die Quadratwurzeln der Druckhöhen. Aus einer Oeffnung, welche 100 Zoll unter dem Wasserspiegel liegt, muß also das Wasser mit 10mal größerer Schnelligkeit ausfließen, als aus einer anderen, welche nur 1 Zoll unter dem Niveau liegt.

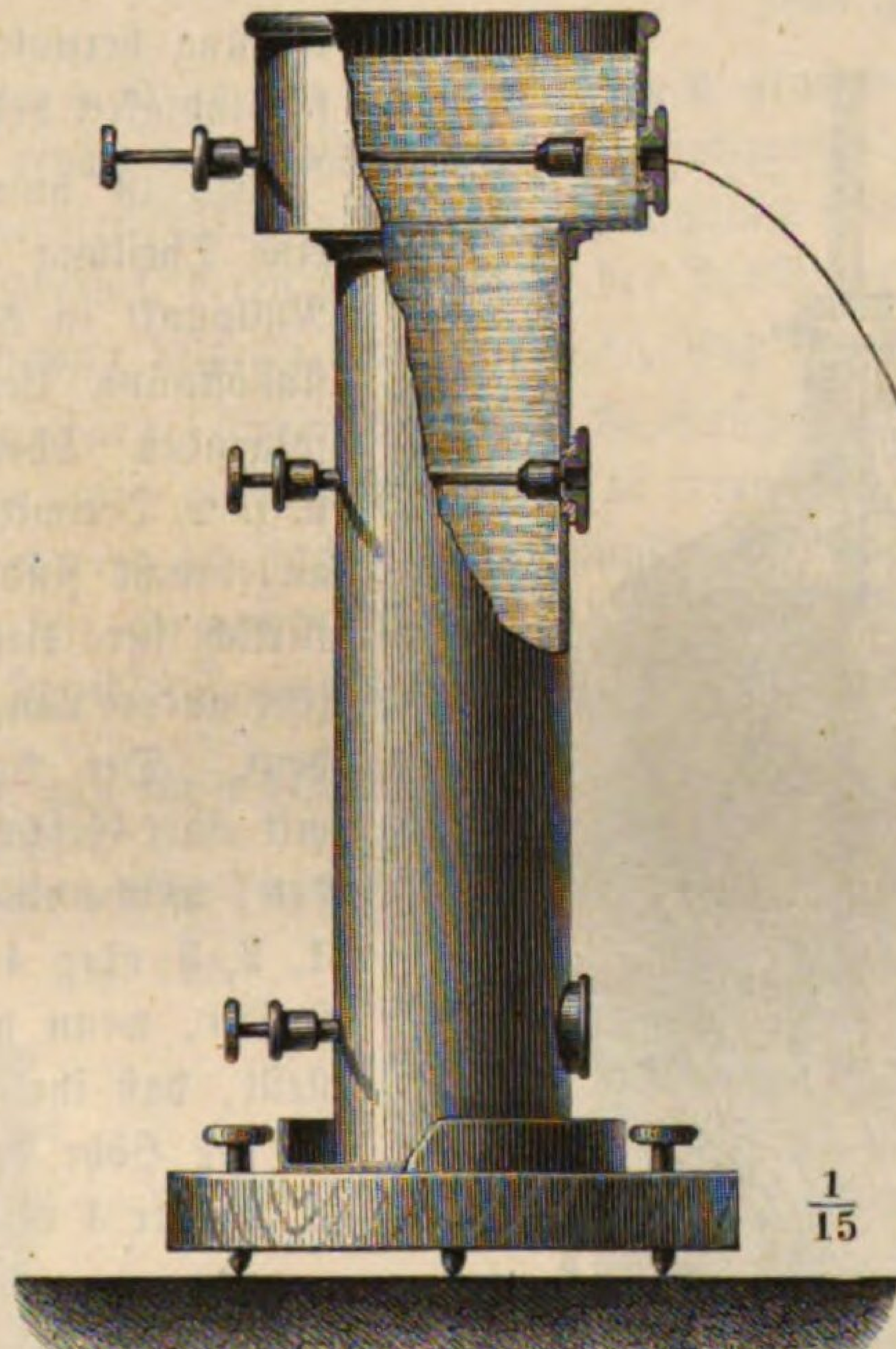
123 Apparate zu Versuchen über die Ausflußgeschwindigkeit.

Um das Toricelli'sche Gesetz durch das Experiment zu prüfen, wendet man Gefäße an, deren Rauminhalt bedeutend ist im Vergleiche zu der Größe der Oeffnung. Die Oeffnungen selbst müssen in ganz dünne Metallblättchen gemacht sein, welche man in die Seitenwand oder in den Boden des Gefäßes einsetzen kann; denn wenn die Oeffnungen sich in einer dicken Wand befänden, so würde die Ausflußgeschwindigkeit zu sehr durch die Reibung an den Wänden der Oeffnung vermindert werden.

Besonders zweckmäßig zu Versuchen über den Ausfluß von Flüssigkeiten ist der Fig. 327 abgebildete, im Wesentlichen nach Weisbach construirte Apparat. Die drei Ausflußöffnungen liegen 1, 4 und 9 Decimeter unter einem im oberen Theile des Gefäßes angebrachten Merkzeichen, bis zu welchem es mit Wasser gefüllt wird. Der Verschluß der Ausflußöffnungen wird durch kleine mit vulkanisirtem Kautschuk besetzte Kolben bewerkstelligt, welche man nach Belieben auf die Oeffnung aufdrücken, wie es die mittlere Oeffnung darstellt, oder von derselben zurückziehen kann, wie man es bei der obersten Oeffnung sieht. Den Oeffnungen gegenüber sind Stopfbüchsen angebracht, durch welche die Stangen hindurchgehen, mittelst deren man jene Kolben vor- und rückwärts schieben kann.

Statt der in unserer Figur dargestellten Ausflußöffnungen, aus welchen der Wasserstrahl in horizontaler Richtung hervorspringt, kann man auch kurze

Fig. 327.



Röhren anschrauben, welche mit einer nach oben gerichteten Oeffnung versehen sind, so daß man auch Versuche mit dem aufsteigenden Wasserstrahl anstellen kann.

Wenn man Ausflußversuche bei unveränderter Druckhöhe anstellen will, so muß man dafür sorgen, daß oben stets so viel Wasser in das Reservoir zufließen kann, als durch die Ausflußöffnung abfließt.

Ein anderer Apparat, welcher zu Versuchen über die Ausflußgeschwindigkeit dienen kann, ist der in Fig. 329 (a. f. S.) abgebildete. An einer großen Glasflasche mit verticalen Wänden ist unten seitlich ein Loch gemacht und auf dieses eine Messingfassung mit einem kurzen Messingröhrchen *r* aufgekittet. Das Röhrchen *r* dient zur Aufnahme der Ausflußöffnungen.

Damit der Ausfluß längere Zeit unter unverändertem Druck stattfinde, wird der Hals der Flasche mittelst eines Korkes verschlossen, durch welchen eine oben und unten offene Glasröhre hindurchgeht, deren untere Oeffnung *a* sich unter dem Wasserspiegel befindet. In dem Maße nun, als unten Wasser ausfließt, dringt die Luft durch die Glasröhre *b a* ein, indem fortwährend Luft-

blasen von *a* in den oberen Theil der Flasche aufsteigen; auf diese Weise ist aber die ganze Wassermasse von *a* aufwärts durch den Luftdruck äquilibrirt, so daß nur die Höhe der Flüssigkeitssäule von *a* bis zur Ausflußöffnung herunter die Ausflußgeschwindigkeit bedingt.

Fig. 328.



Es ist nun auf der Flasche eine Theilung angebracht, deren Nullpunkt in der Höhe der Ausflußöffnung liegt, während die folgenden Theilstriche 1, 2, 3 u. s. w. Decimeter über demselben angebracht sind (man kann natürlich für diese Theilung auch jede andere Längeneinheit anwenden). Der Ausfluß wird nun mit einer Geschwindigkeit stattfinden, welche einer Druckhöhe von 1, 2, 3 oder 4 Decimetern entspricht, wenn man die Röhre so stellt, daß ihr unteres Ende sich in der Höhe des Theilstrichs 1, 2, 3 oder 4 befindet.

Um einen Wasserstrahl vertical in die Höhe springen zu lassen, kann man ein gebogenes kurzes Glasröhrchen mittelst eines Korkes in *r* einsetzen, wie es die Figur zeigt.

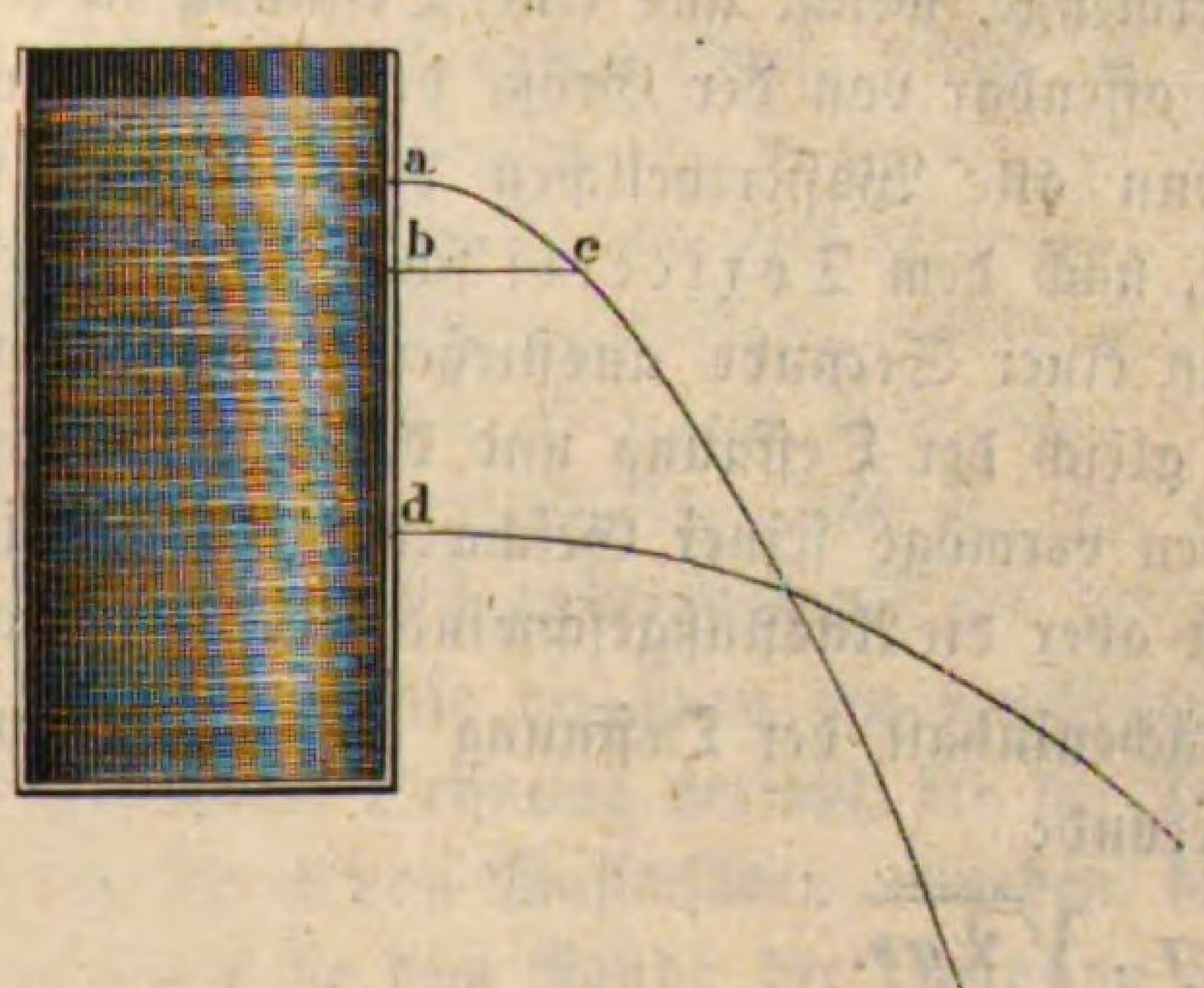
124 **Versuche über Ausflußgeschwindigkeit.** Um das oben in §. 122 entwickelte Gesetz durch den Versuch zu prüfen, scheint es am einfachsten, einen Wasserstrahl vertical in die Höhe steigen zu lassen; denn wenn man das Wasser aus der Oeffnung *o*, Fig. 328, vertical ausströmen läßt, so sollte man jenem Gesetze zufolge erwarten, daß der Wasserstrahl vollkommen die Druckhöhe erreichen würde; hat man also in dem Apparate Fig. 328 die Röhre *ab* so hoch in die Höhe gezogen, daß ihr unteres Ende sich in der Höhe des Theilstrichs 4 befindet, so müßte der verticale Wasserstrahl bis zur Höhe dieses Theilstrichs 4, also bis *d* steigen.

Der Versuch aber zeigt, daß der verticale Wasserstrahl die theoretische Höhe nicht erreicht, woran jedoch nur die Bewegungshindernisse Schuld sind; den wesentlichsten Einfluß übt aber das vom Gipfel wieder herabfallende Wasser aus, indem es das freie Aufsteigen des nachfolgenden Wassers hindert; deshalb steigt auch der Strahl augenblicklich höher, sobald man die Ausflußöff-

nung so wendet, daß der ausfließende Strahl einen ganz kleinen Winkel mit der Verticalen macht, daß also das Wasser neben dem aufsteigenden Strahle herabfällt. In diesem Falle kann unter günstigen Umständen, d. h. wenn möglichst wenig Reibung stattfindet, der Strahl eine Höhe erreichen, welche 0,9 der Druckhöhe ist.

Eine bessere und in der That vollkommen genügende Uebereinstimmung mit dem Gesetz erhält man, wenn man mit horizontal ausfließenden Wasserstrahlen experimentirt. Ein in horizontaler Richtung ausfließender Wasserstrahl beschreibt eine Parabel, deren Gestalt von der Ausflußgeschwindigkeit abhängt. Gesetzt, die Oeffnung befände sich 4″ oder $^1/_3$ Fuß unter dem Wasserspiegel, so ist nach dem Toricelli'schen Gesetze die Ausflußgeschwindigkeit $\sqrt{2 . 32 . ^1/_3}$ $= 4{,}6'$. Wenn also ein Wassertheilchen in irgend einem Momente die Oeffnung verläßt, so wird es nach einer Secunde 4,6′ weit von der verticalen Gefäßwand, in $^2/_{10}$ Secunden also schon $0{,}92' = 11''$ weit von derselben entfernt sein. In 0,2 Secunden fällt das Wasser aber 7,7″ herab (man findet dies, wenn man für t den Werth 0,2 in die Gleichung $s = \frac{g}{2} t^2$ und $g = 32'$ setzt); wenn man demnach von der Oeffnung a, Fig. 329, vertical herunter die Länge $ab = 7{,}7''$ abmißt, so muß eine von b aus horizontal nach dem Wasserstrahle gezogene Linie bc denselben in einer Entfernung von 11″ treffen.

Fig. 329.



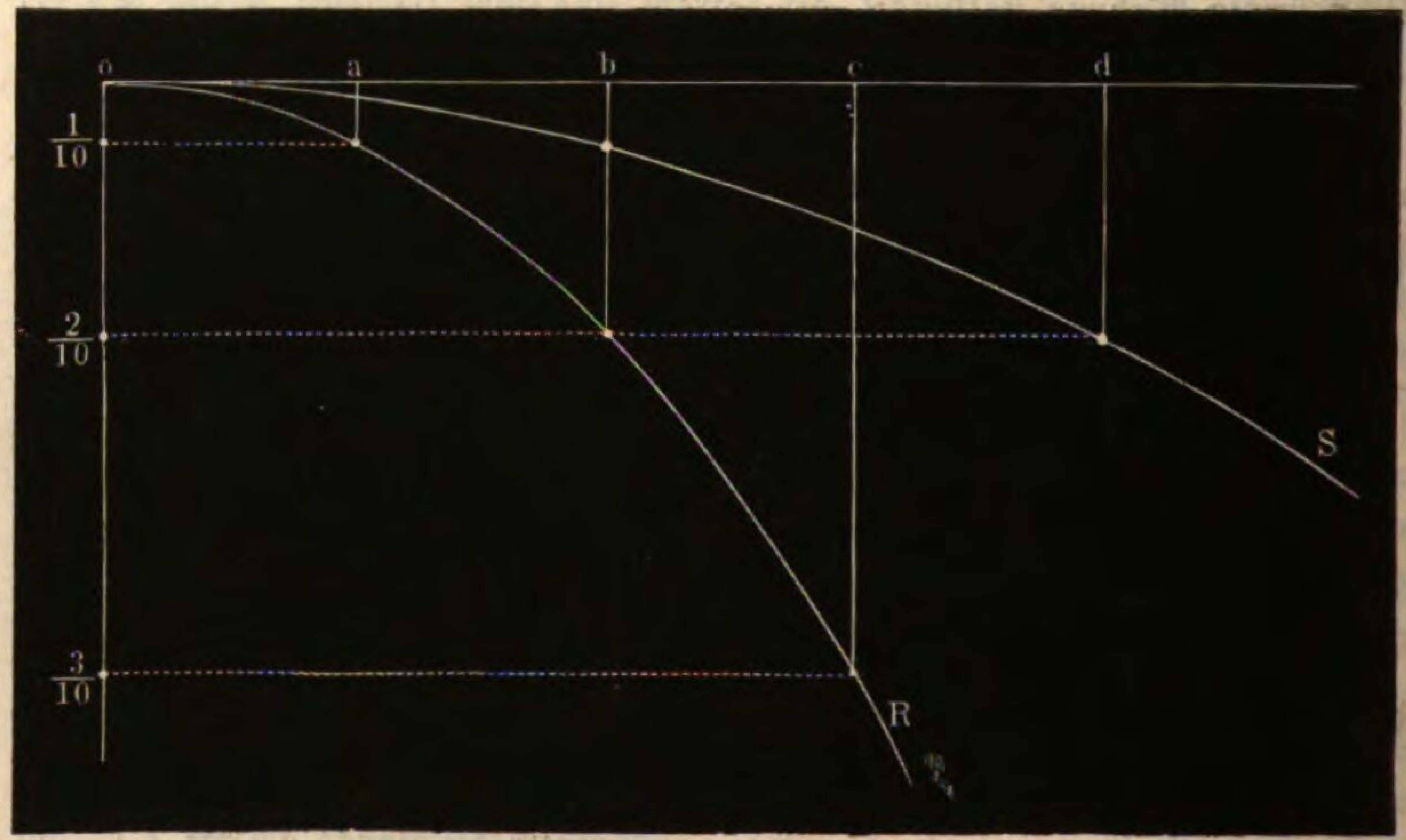
Aus einer Oeffnung d, welche 16″ unter dem Wasserspiegel liegt, muß nach der Theorie der Strahl mit einer Geschwindigkeit ausfließen, welche doppelt so groß ist als die Ausflußgeschwindigkeit bei a; wenn man also von d aus 7,7″ herunter mißt und dann eine horizontale Linie nach dem Strahle gezogen denkt, so muß sie denselben in einer Entfernung von 22″ treffen.

Wäre die Oeffnung a 1 Decimeter unter dem Wasserspiegel, so wäre die Ausflußgeschwindigkeit in französischem Maß $\sqrt{2 . 9{,}8 . 0{,}1} = 1{,}4$ Meter, und für die Fallhöhe $ab = 0{,}196$ Meter, welche einer Fallzeit von 0,2″ entspricht, ergiebt sich $bc = 0{,}28$.

Daß der horizontal ausfließende Wasserstrahl in der That die dem Gesetz entsprechende Parabel beschreibt, davon überzeugt man sich am besten, wenn man diese Parabel auf Papier oder auf einem Brette construirt und sie dann dicht hinter den ausfließenden Strahl hält. In Fig. 330 sind die Parabeln des

horizontal ausfließenden Wasserstrahls für eine Druckhöhe von 1 und von 4 Decimetern in $^1/_{10}$ der natürlichen Größe construirt.

Fig. 330.



125 **Ausflußmenge.** Die Wassermenge, welche aus einer Oeffnung in einer gegebenen Zeit hervorspringt, hängt offenbar von der Größe der Oeffnung und der Ausflußgeschwindigkeit ab. Wenn alle Wassertheilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit passirten, welche, nach dem Toricelli'schen Theorem, der Druckhöhe entspricht, so würde die in einer Secunde ausfließende Wassermenge einen Cylinder bilden, dessen Basis gleich der Oeffnung und dessen Höhe gleich dem Wege ist, den ein Wassertheilchen vermöge seiner Geschwindigkeit in einer Secunde zurücklegt. Dieser Weg ist aber die Ausflußgeschwindigkeit selbst, also $\sqrt{2gs}$, und wenn wir also den Flächeninhalt der Oeffnung mit f bezeichnen, so ist die Ausflußmenge in einer Secunde

$$m = f \cdot \sqrt{2gs}.$$

Nehmen wir an, die Oeffnung, welche bei m, Fig. 327, angeschraubt worden ist, sei kreisförmig; der Durchmesser des Kreises sei 2''', so ist der Flächeninhalt der Oeffnung $f = 3,14$ Quadrat''' $= 0,0216$ Quadrat''; wenn die Druckhöhe 4'' ist, so ist, wie wir schon berechnet haben, die Ausflußgeschwindigkeit 4,6' = 55,2'', also

$$m = 55,2 \cdot 0,0216 = 1,19 \text{ Cubik-Zoll.}$$

In einer Minute müßten also 71,4 Cubik-Zoll oder 7 Cubik-Zoll mehr als 1 preuß. Quart ausfließen.

Eine gleich große Oeffnung, welche 16 Zoll unter dem Wasserspiegel liegt, müßte in einer Minute doppelt so viel, also 2 Quart und 14 Cubik-Zoll Wasser geben.

Stellt man den Versuch an, so findet man, daß die obere Oeffnung nur

ungefähr 54,7 Cubik=Zoll, die untere aber nur 91,4 Cubik=Zoll oder 1 Quart 27,4 Cubik=Zoll giebt.

Für eine Druckhöhe von 0,1 Meter, welche einer Ausflußgeschwindigkeit von 140 Centimeter entspricht, und eine Oeffnung von 5 Millimeter Durchmesser, welche also 0,19625 Quadrat=Centimeter Querschnitt hat, giebt die Rechnung eine Ausflußmenge von 27,475 Cubik=Centimeter per Secunde, also $1^1/_2$ Liter per Minute, der Versuch aber nur 1 Liter 55 Cubik=Centimeter.

Diese Differenz zwischen der sogenannten theoretischen und der beobachteten Ausflußmenge beweist unwiderleglich, daß nicht alle Wassertheilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit passiren, welche der Druckhöhe entspricht. In der That haben im Querschnitte der Oeffnung nur die in der Mitte sich befindenden Wasserfäden diese Geschwindigkeit, während sie für die mehr nach dem Rande der Oeffnung hin ausfließenden geringer ist, wie dies auch nothwendig nach der folgenden Betrachtung sein muß.

In einem weiten Gefäße mit enger Oeffnung kann die ganze flüssige Masse, mit Ausnahme der in der Nähe der Oeffnung befindlichen Theile, als ruhend betrachtet werden. Die nach einander ausströmenden Schichten beginnen also ihre Bewegung nicht zu gleicher Zeit, die vordersten haben bereits das Maximum der Geschwindigkeit erreicht, während die hintersten erst ihre Bewegung beginnen. Es würde dies ein Zerreißen der auf einander folgenden Schichten zur Folge haben, wenn sich leere Räume bilden könnten. Weil dies aber nicht möglich ist, so ziehen sich die einzelnen Schichten mehr in die Länge, während ihr Durchmesser abnimmt; in dem Maße nun, als der Querschnitt dieser Schichten sich vermindert, müssen andere Wassertheilchen von den Seiten zufließen; da diese aber ihre Bewegung rechtwinklig gegen die Oeffnung erst später beginnen, so ist klar, daß sie mit einer geringeren Geschwindigkeit in der Oeffnung selbst ankommen als die centralen Wasserfäden.

Während also der Kern des ausfließenden Strahls in dem Momente, in welchem er die Oeffnung verläßt, die der Druckhöhe entsprechende Geschwindigkeit hat, ist er von Wasserfäden umgeben, deren Geschwindigkeit um so geringer ist, je näher sie dem Rande der Oeffnung sind; und daraus folgt denn, daß die Ausflußmenge geringer sein muß, als wenn alle Theilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit des Kernstrahls verließen.

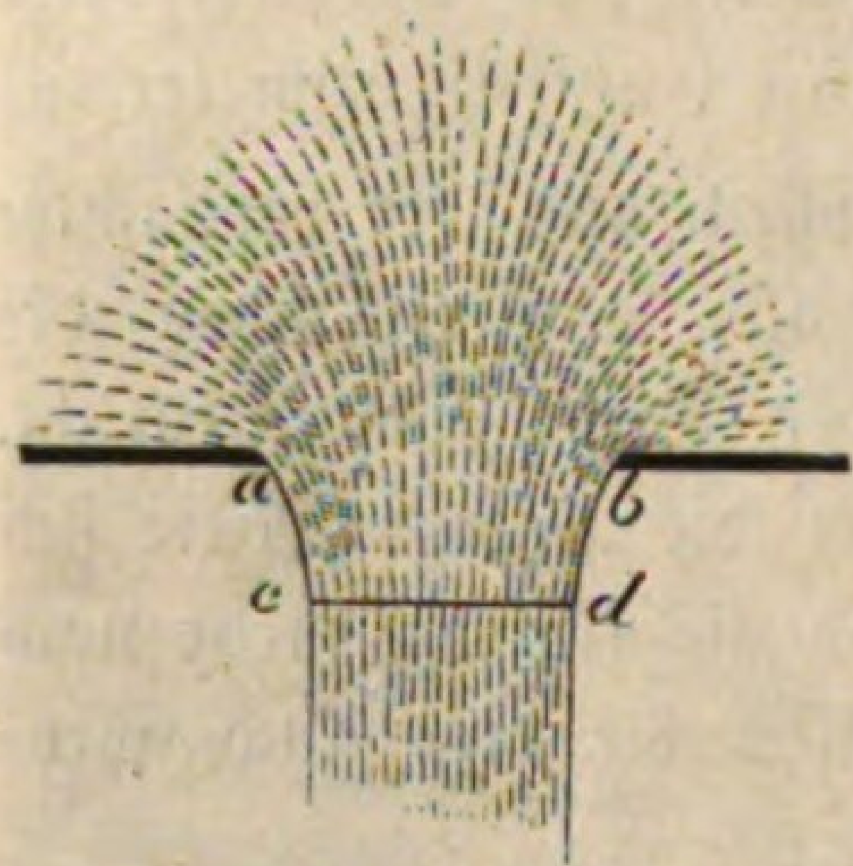
Die wahre Ausflußmenge beträgt ungefähr 64 Procent der sogenannten theoretischen. Die Differenz nimmt etwas zu, wenn die Druckhöhe wächst.

Constitution des ausfließenden Strahles. Gleich nachdem der 126
flüssige Strahl die Oeffnung verlassen hat, beobachtet man eine auffallende Veränderung desselben; er zieht sich nämlich rasch zusammen; in einer Entfernung von der Oeffnung, welche dem Halbmesser der Oeffnung gleich ist, beträgt der Flächeninhalt des Querschnitts des Strahles nur noch $^2/_3$ vom Flächeninhalte der Oeffnung selbst, so daß also an dieser Stelle der Durchmesser des Strahles ungefähr 0,8 vom Durchmesser der Oeffnung ist.

Dieses Zusammenziehen des Strahles wird mit dem Namen der Contractio venae bezeichnet.

Man glaubte früher, daß von der bezeichneten Stelle an der Strahl sich wieder ausbreite; Savart hat aber gezeigt, daß ein solches Contractionsmaximum nur bei aufwärts gerichteten Strahlen stattfinde; bei anderen Strahlen nimmt die Zusammenziehung fortwährend, wenn auch kaum merklich, zu.

Fig. 331.

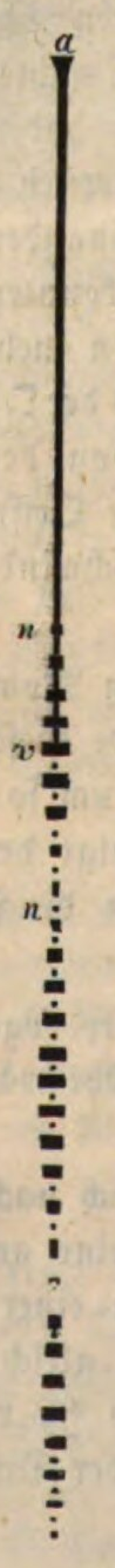


Die Fig. 331 stellt diese Contraction des Strahles dar; die Entfernung der Stelle *cd*, von welcher an die fernere Zusammenziehung fast unmerklich wird, von der Oeffnung *ab* ist etwas größer als der Halbmesser der Oeffnung selbst. *cd* ist ungefähr $^8/_{10}$ der Länge *ab*.

Die Ursache der Contractio venae ist wohl keine andere als die, welche schon im Inneren des Gefäßes den Seitenzufluß der Wassertheilchen veranlaßt.

F. 332. F. 333.





Verfolgen wir den flüssigen Strahl auf seinem Laufe weiter, so finden wir, daß er aus zwei wohl zu unterscheidenden Theilen besteht; der eine Theil, welcher der Oeffnung zunächst liegt, ist ruhig und durchsichtig wie ein massiver Glasstab, der andere, entferntere Theil erscheint zerrissen und aus einer Reihe getrennter Tropfen bestehend.

Fig. 332 stellt einen flüssigen, von oben nach unten gerichteten Strahl dar, wie er dem Auge erscheint; *an* ist der klare Theil; in *n* beginnt der gestörte Theil des Strahles, welcher abwechselnd aus Bäuchen und Knoten besteht. Fig. 333 stellt den Strahl dar, wie er nach Savart's Untersuchungen wirklich ist. Der ganze gestörte Theil ist aus einer Reihe von Tropfen zusammengesetzt. Die Bäuche bestehen aus breiten, in horizontaler Richtung ausgedehnten Tropfen, die Knoten aber aus solchen, welche in verticaler Richtung verlängert sind. Da aber die Knoten und Bäuche eine fixe Stellung haben, so muß ein und derselbe Tropfen abwechselnd breit und lang werden, je nachdem er sich an der Stelle eines Bauches oder Knotens befindet; jeder Tropfen muß also in regelmäßigen Perioden aus einer Gestalt in die andere übergehen. Alle Tropfen scheinen gleiche Größe zu haben und denselben Veränderungen unterworfen zu sein. Zwischen je zwei dieser Tropfen scheint noch ein weit kleinerer sich zu befinden, wodurch die Bäuche ein röhrenartiges Ansehen erhalten.

Die Gegenwart der Luft hat auf die Form und die Dimensionen des Strahles keinen Einfluß.

Wenn die Oeffnungen nicht kreisförmig sind, so erleidet der Strahl sehr merkwürdige Formveränderungen. Ein Strahl

z. B., welcher aus einer quadratischen Oeffnung in horizontaler Richtung hervorspringt, hat in verschiedenen Entfernungen von der Oeffnung die Querschnitte Fig. 334, 335 und 336. Es rührt dies gewiß größtentheils daher,

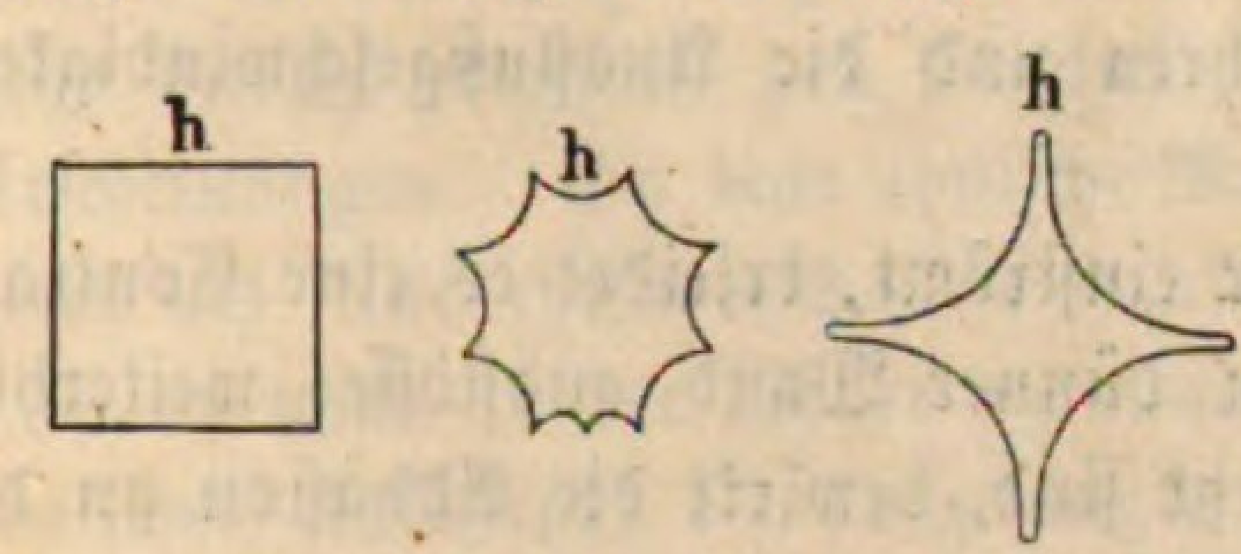


Fig. 334. Fig. 335. Fig. 336.

daß die Stelle, bis zu welcher hin die starke Contraction stattfindet, nicht für alle Theilchen in gleicher Entfernung von der Oeffnung liegt, weil ja der Durchmesser der Oeffnung nicht nach allen Richtungen gleich ist.

Einfluß der Ansatzröhren auf die Ausflußmenge. Wenn der Ausfluß nicht durch Oeffnungen geschieht, welche in eine dünne Wand gemacht sind, sondern durch kurze Röhren, so finden merkwürdige Modificationen Statt, die wir jetzt näher betrachten wollen. 127

Wenn eine Ansatzröhre genau die Gestalt des freien Strahles von der Oeffnung bis zu der Stelle, wo die Contraction aufhört und auch gerade die Länge von der Oeffnung bis zu dieser Stelle hat, so übt sie gar keinen Einfluß auf die Ausflußmenge aus.

Durch cylindrische Ansatzröhren fließt der Strahl entweder frei durch, wie durch eine Oeffnung von gleichem Durchmesser, und in diesem Falle übt die Röhre keinen Einfluß aus; oder das Wasser hängt sich an die Wände der Röhre, so daß die Flüssigkeit die ganze Röhre ausfüllt und ein Strahl vom Durchmesser der Röhre ausfließt; in diesem Falle veranlaßt die Ansatzröhre eine Vermehrung der Ausflußmenge. Während eine Oeffnung in dünner Wand 0,64 der theoretischen Ausflußmenge giebt, erhält man durch eine solche cylindrische Ansatzröhre von gleichem Durchmesser 84 Procent, vorausgesetzt, daß die Länge der Röhre ihrem vierfachen Durchmesser gleich ist. Bei geringer Druckhöhe ist der Strahl stets anhängend, bei großer Druckhöhe hingegen ist er frei. Bei mittlerem Drucke kann man ihn nach Belieben bald frei, bald anhängend machen; ein geringes Hinderniß stellt das Anhängen her, und oft reicht ein ganz schwacher Stoß hin, um den Strahl wieder frei zu machen.

Ein conisches nach außen erweitertes Ansatzrohr wirkt, im Falle es voll ausfließt, wie ein cylindrisches, nur bewirkt es eine noch größere Vermehrung der Ausflußmenge.

Die Ausflußgeschwindigkeit wird durch cylindrische oder conische Ansatzröhren in demselben Verhältnisse vermindert, in welchem die Ausflußmenge vermehrt wird.

Der Grund davon ist leicht einzusehen. Die Adhäsion des Wassers an die Röhrenwände ist keine beschleunigende Kraft, sie kann die Quantität der Bewegung nicht vermehren. Bezeichnen wir mit M die Ausflußmenge durch eine Oeffnung in dünner Wand, durch v die entsprechende Geschwindigkeit, so stellt das Product Mv die Bewegungsquantität dar. Wenn nun die Ausflußmenge M vermehrt, wenn sie M' wird, so muß die entsprechende Ausflußgeschwindigkeit v' so viel kleiner sein, damit

$$Mv = M'v',$$

denn wenn dies nicht der Fall wäre, so müßte eine Veränderung in der Bewegungsquantität vorgegangen sein.

Es ist jetzt noch zu untersuchen, wie es kommt, daß Ansatzröhren die Ausflußmenge auf die erwähnte Weise vermehren und die Ausflußgeschwindigkeit dagegen vermindern.

Indem das Wasser in das Ansatzrohr einströmt, erleidet es eine Contraction, wie wenn es aus einer Oeffnung in dünner Wand ausflösse; weiterhin aber, sobald einmal die Röhrenwände benetzt sind, bewirkt die Adhäsion an die Röhrenwände, daß sich die Ansatzröhre vollständig ausfüllt, und somit ist der Querschnitt des Strahles durch das Ansatzrohr vergrößert, er ist beim Austritte aus dem Rohre größer als an der Stelle der Contraction, wie man dies in Fig. 337 sieht. Daß eine solche Contraction in der Röhre wirklich stattfinden

Fig. 337.

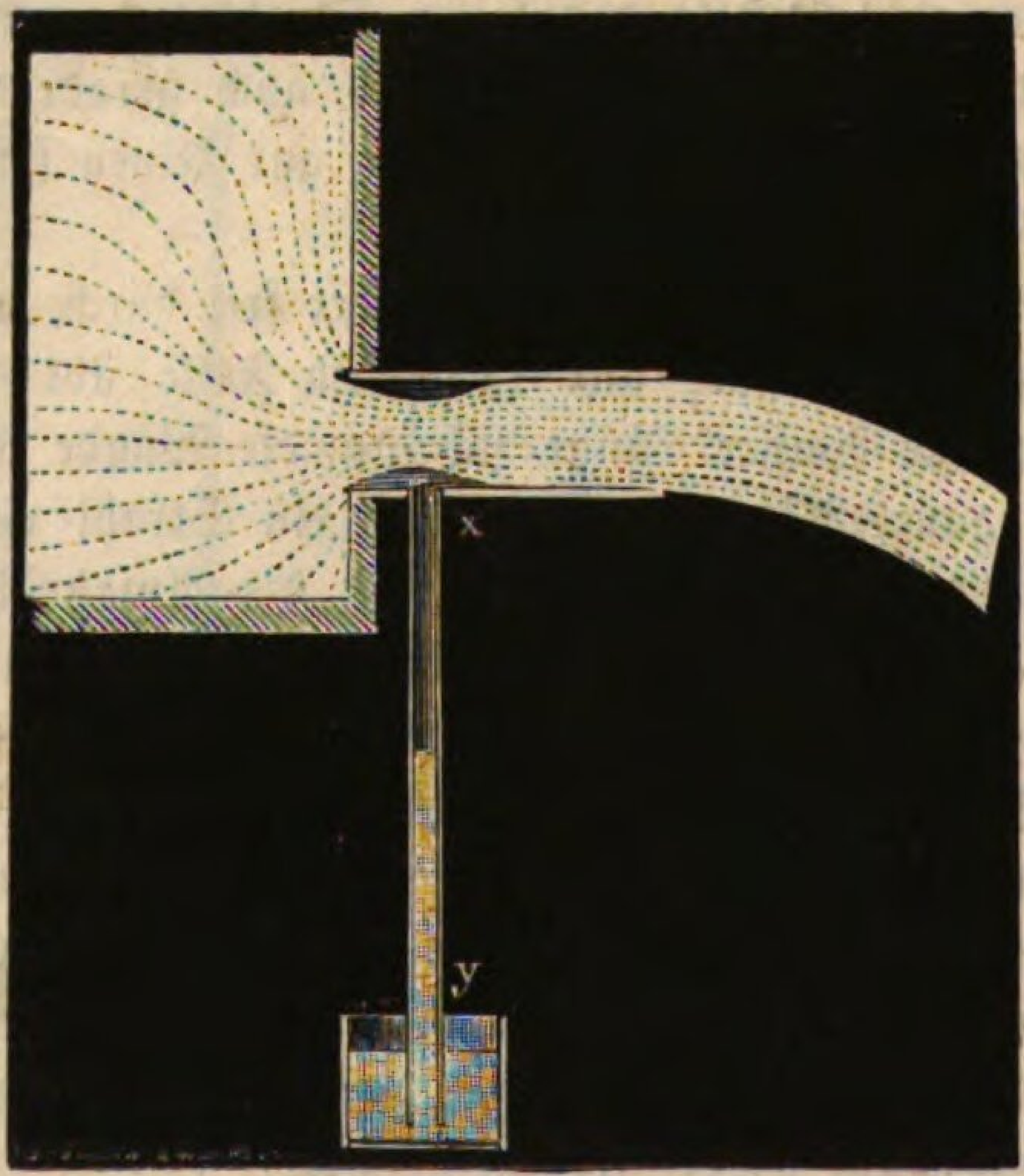
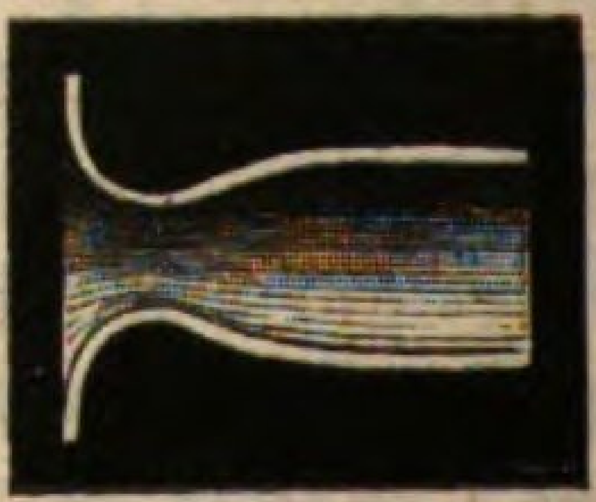


Fig. 338.



muß, geht daraus hervor, daß, wenn man dem Ansatzrohre die Gestalt des contrahirten Strahles giebt, wie Fig. 338, der Ausfluß vollkommen so stattfindet, als ob das Ansatzrohr ganz cylindrisch wäre.

Wenn nun die Wassertheilchen, den ganzen Querschnitt der Röhre ausfüllend, dieselbe mit der Geschwindigkeit verließen, mit welcher sie die Stelle der größten Contraction passiren, so müßte nothwendig ein Zerreißen der auf einander folgenden Wasserschichten eintreten. Die Trennung der Wassertheilchen, also die Bildung von leeren Räumen, wird aber durch den Druck der Luft verhindert, welche den Einfluß der Wassertheilchen in das Rohr beschleunigt, dagegen aber auch den Ausfluß aus demselben verzögert. Durch den Druck der Luft werden die ausfließenden Wassertheilchen so viel zurückgehalten, daß dadurch ein voller Ausfluß möglich wird.

Daß der Luftdruck hier wirklich diese Rolle spielt, geht vorzüglich daraus hervor, daß, wenn das Wasser in einen luftleeren Raum ausfließt, die Ausflußmenge durch Ansatzröhren nicht vermehrt wird.

Macht man in die Seitenwand der Ansatzröhre ein Loch, so wird durch diese Oeffnung Luft eingesaugt, und der Strahl hört auf, continuirlich zu sein.

Wenn in diese Seitenöffnung eine Röhre xy, Fig. 337, eingesetzt wird, deren unteres Ende in ein Gefäß mit Wasser mündet, so wird durch das Bestreben des Wassers, in der Ansatzröhre einen luftleeren Raum zu bilden, das Wasser in der Röhre xy in die Höhe gesaugt. Dieses Phänomen des Saugens beweist ebenfalls den Einfluß des Luftdrucks auf die soeben betrachteten Erscheinungen. Da eine conische Ansatzröhre eine noch größere Ausflußmenge giebt als eine cylindrische, so muß sie auch ein stärkeres Saugen erzeugen, d. h. es wird in der Röhre xy unter übrigens gleichen Umständen durch ein conisches Ansatzrohr die aufgesaugte Wassersäule zu einer größeren Höhe gehoben als durch ein cylindrisches.

Seitendruck bewegter Flüssigkeiten. Wenn aus irgend einem Reservoir das Wasser durch längere Röhren abfließt, so würden die Seitenwände 128
derselben gar keinen Druck auszuhalten haben, wenn keine Reibungswiderstände zu überwinden wären, die unter Umständen so bedeutend werden können, daß der größte Theil des hydrostatischen Druckes zur Ueberwindung dieser Widerstände verloren geht und der Bewegung nicht zu Gute kommt.

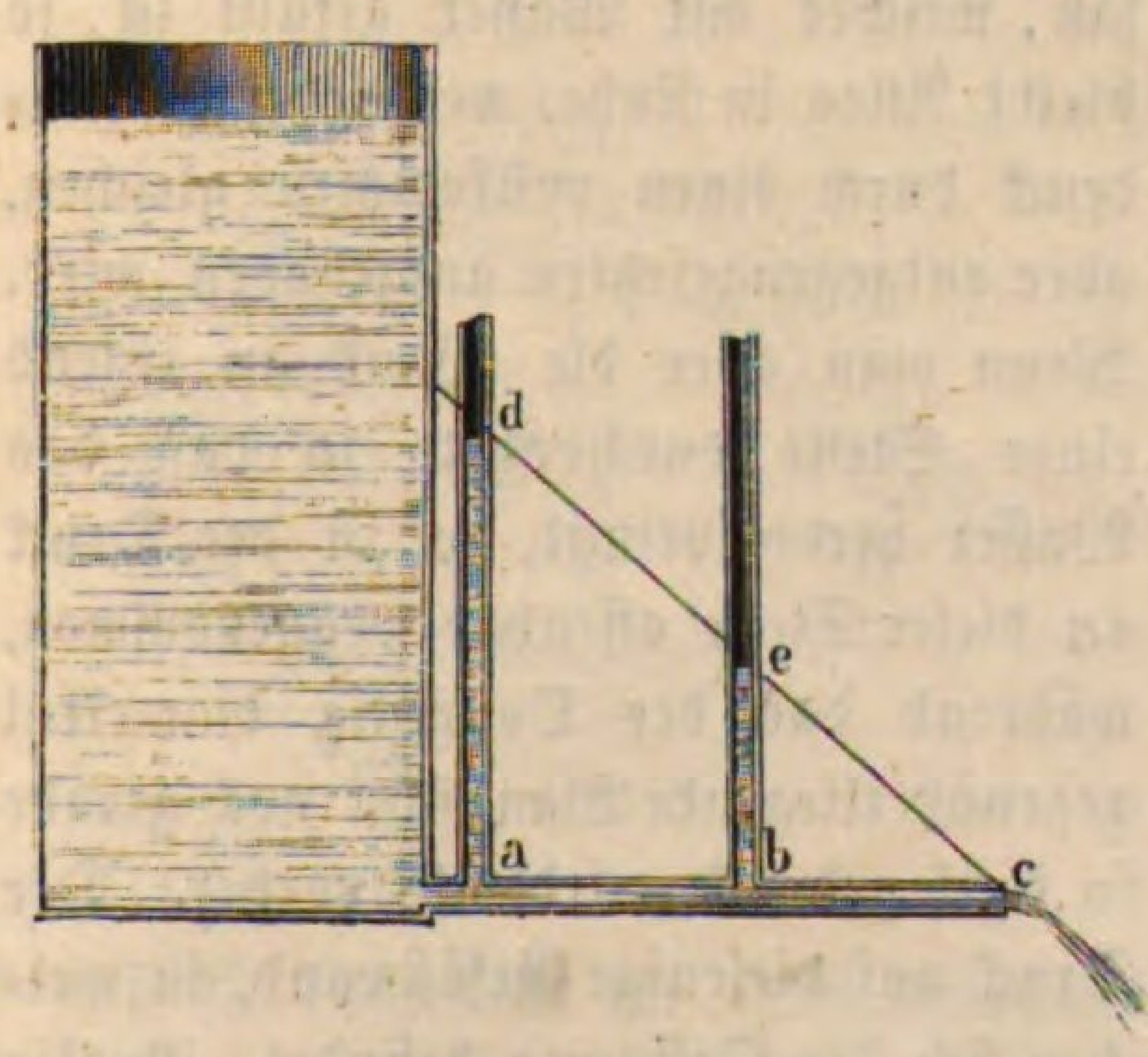
Man schraube statt der Platte mit einer Oeffnung, Fig. 327, einen Kork an den Apparat, in welchem eine etwa 3 Fuß lange Glasröhre steckt, und gebe dieser Röhre eine horizontale Stellung, so wird das Wasser am Ende der Röhre weit langsamer ausfließen, als wenn der Ausfluß durch die einfache Oeffnung stattgefunden hätte.

Wendet man mehrere gleich lange Röhren von verschiedenem Durchmesser zu diesem Versuche an, so sieht man, wie die Ausflußgeschwindigkeit abnimmt, wenn die Röhren enger werden.

Gesetzt, man habe gefunden, daß die Ausflußgeschwindigkeit für eine dieser Röhren nur halb so groß sei, als man nach der Größe der Druckhöhe hätte erwarten sollen, so ist die Hälfte des ganzen Druckes zur Ueberwindung der Reibung nöthig, und nur die andere Hälfte kommt der Bewegung zu gut.

Wenn in der Röhre ac, Fig. 339, das Wasser sich mit der Geschwindigkeit bewegte, welche der Druckhöhe im Reservoir entspricht, so hätten die Röhrenwände, wie schon bemerkt, gar keinen Druck auszuhalten; wenn aber das Wasser im Behälter in der Röhre eine Bewegung hervorbringt, welche nur einem Theile der Druckhöhe entspricht, so muß der Rest als hydrostatischer Druck auf die Röhrenwände wirken. Der Druck, den die Wände auszuhalten haben, ist jedoch nicht an allen Stellen der Röhre gleich; er ist um so geringer, je mehr man sich der Ausflußöffnung c nähert.

Fig. 339.



Wenn die Geschwindigkeit, mit welcher die Flüssigkeit bei c aus der Röhre hervortritt, $\frac{m}{n}$ von derjenigen ist, welche der Druckhöhe entspricht, so haben die Röhrenwände da, wo die Röhre in das Reservoir mündet, einen Druck von $1 - \frac{m}{n}$ auszuhalten. Gesetzt z. B., die Ausflußgeschwindigkeit bei c wäre $^2/_5$ der theoretischen, so ist der Druck, den die Seitenwände bei a auszuhalten haben, $^3/_5$ des Drucks, welcher der Druckhöhe im Reservoir zukommt.

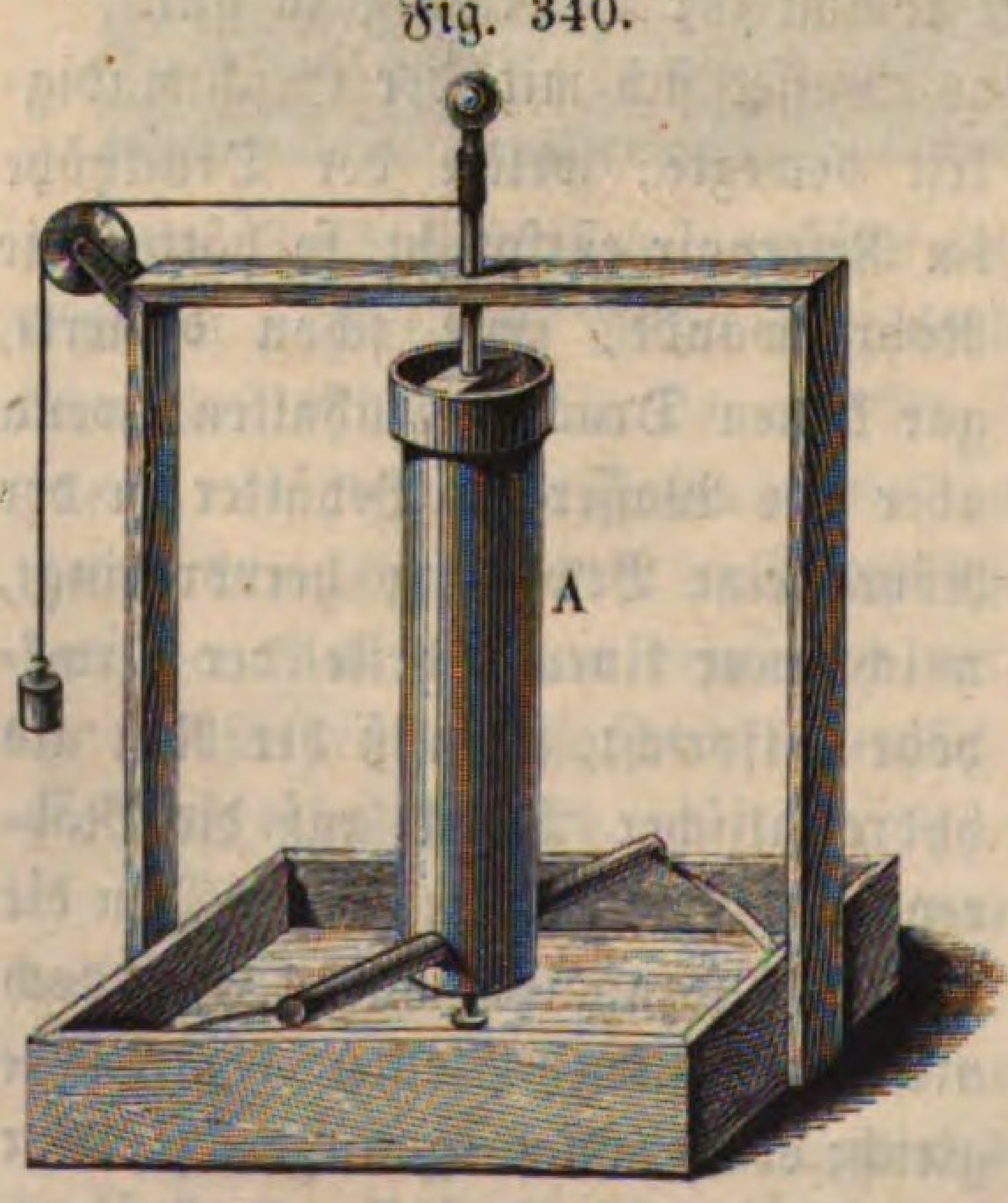
Wenn man bei a eine Oeffnung machte und eine vertical nach oben gerichtete Röhre einsetzte, so würde in derselben das Wasser bis zu einer Höhe steigen, welche dem Drucke der Röhrenwände an dieser Stelle entspricht; für unser Beispiel würde die Höhe der Wassersäule ad gleich $^3/_5$ der Druckhöhe im Reservoir sein.

Dieser Druck nun, welchen die Röhrenwände bei a auszuhalten haben, welcher den Verlust an Bewegung repräsentirt, ist gerade nöthig, um die Reibungswiderstände in dem ganzen Röhrenstücke von a bis c zu überwinden. Wenn b in der Mitte zwischen a und c liegt, so ist auf dem Wege von b bis c nur noch halb so viel Reibung zu überwinden, als von a bis c, in b wird deshalb auch der hydrostatische Druck, den die Wände auszuhalten haben, nur noch halb so groß sein als bei a; in einer bei b angebrachten Röhre wird deshalb auch das Wasser bis zu einer Höhe be steigen, welche nur $^1/_2\, ad$ ist.

Wenn man überhaupt an irgend einer Stelle von ac eine solche verticale Röhre einsetzte, so würde das Wasser in derselben so hoch steigen, daß der Gipfel der Wassersäule auf die gerade Linie dc fällt.

In manchen Fällen kann der Druck, den die Röhrenwände von innen auszuhalten haben, kleiner sein, als der von außen auf sie wirkende Luftdruck; es ist dies überall da der Fall, wo die Bedingungen erfüllt sind, unter welchen das Phänomen des Saugens stattfinden kann.

129 Fig. 340.



Reaction, welche durch das Ausströmen der Flüssigkeiten erzeugt wird. Denken wir uns ein Gefäß, welches mit Wasser gefüllt ist, so bleibt Alles in Ruhe, weil jeder Seitendruck durch einen vollkommen gleichen, aber entgegengesetzten aufgehoben wird. Wenn man aber die Wand an irgend einer Stelle durchbohrt, so daß das Wasser hervorspringt, so ist der Druck an dieser Stelle offenbar weggenommen, während das der Oeffnung diametral gegenüberliegende Wandstück noch gerade so stark gedrückt wird als vorher. Der Druck auf diejenige Gefäßwand, in welcher sich die Oeffnung befindet, ist also

geringer als der Druck, welchen die gegenüberstehende Wand aushält; mithin wird das ganze Gefäß sich in einer Richtung bewegen müssen, welche der Richtung des ausfließenden Wasserstrahls entgegengesetzt ist, wenn diese Bewegung nicht durch Reibung oder auf irgend eine andere Weise verhindert wird. Es ist dies dem Rückstoße der Geschütze zu vergleichen. Man kann die beim Ausfließen des Wassers wirkende Reaction durch einen Apparat anschaulich machen, welcher unter dem Namen des Segner'schen Wasserrades (Fig. 340) bekannt ist. Es besteht aus einem um eine verticale Axe leicht drehbaren Gefäße *A*, an dessen unterem Ende sich zwei oder vier horizontale Röhren befinden, die alle auf derselben Seite kleine Oeffnungen haben. Das Gefäß dreht sich nach derjenigen Richtung um, welche der der ausströmenden Wasserstrahlen entgegengesetzt ist.

Vom Stoße des Wassers. Eine höchst interessante Reihe von Er- 130
scheinungen beobachtet man, wenn man einen flüssigen Strahl gegen einen festen Körper stoßen läßt. Sie wurden zuerst von Savart näher untersucht; hier können wir sie nur ganz kurz anführen.

Eine Röhre von 6 Fuß Höhe und 4 Zoll Durchmesser ist vertical aufgestellt und an ihrem unteren Ende eine dünne Wand befestigt, in welcher sich eine kreisrunde Oeffnung von 4 bis 5''' Durchmesser befindet, durch welche das Wasser aus dem Gefäße ausfließt. Anstatt aber den Strahl frei fallen zu lassen, wird er ungefähr 1 Zoll unter der Oeffnung von einer Metallscheibe aufgefangen, welche 1 Zoll Durchmesser hat, wohl polirt ist, und deren Mittelpunkt genau unter der Mitte der Oeffnung steht.

Nachdem der flüssige Strahl die Scheibe getroffen hat, breitet er sich aus und nimmt eine Gestalt an, wie sie Fig. 341 im Aufrisse und Fig. 342 im

Fig. 341.



Fig. 342.

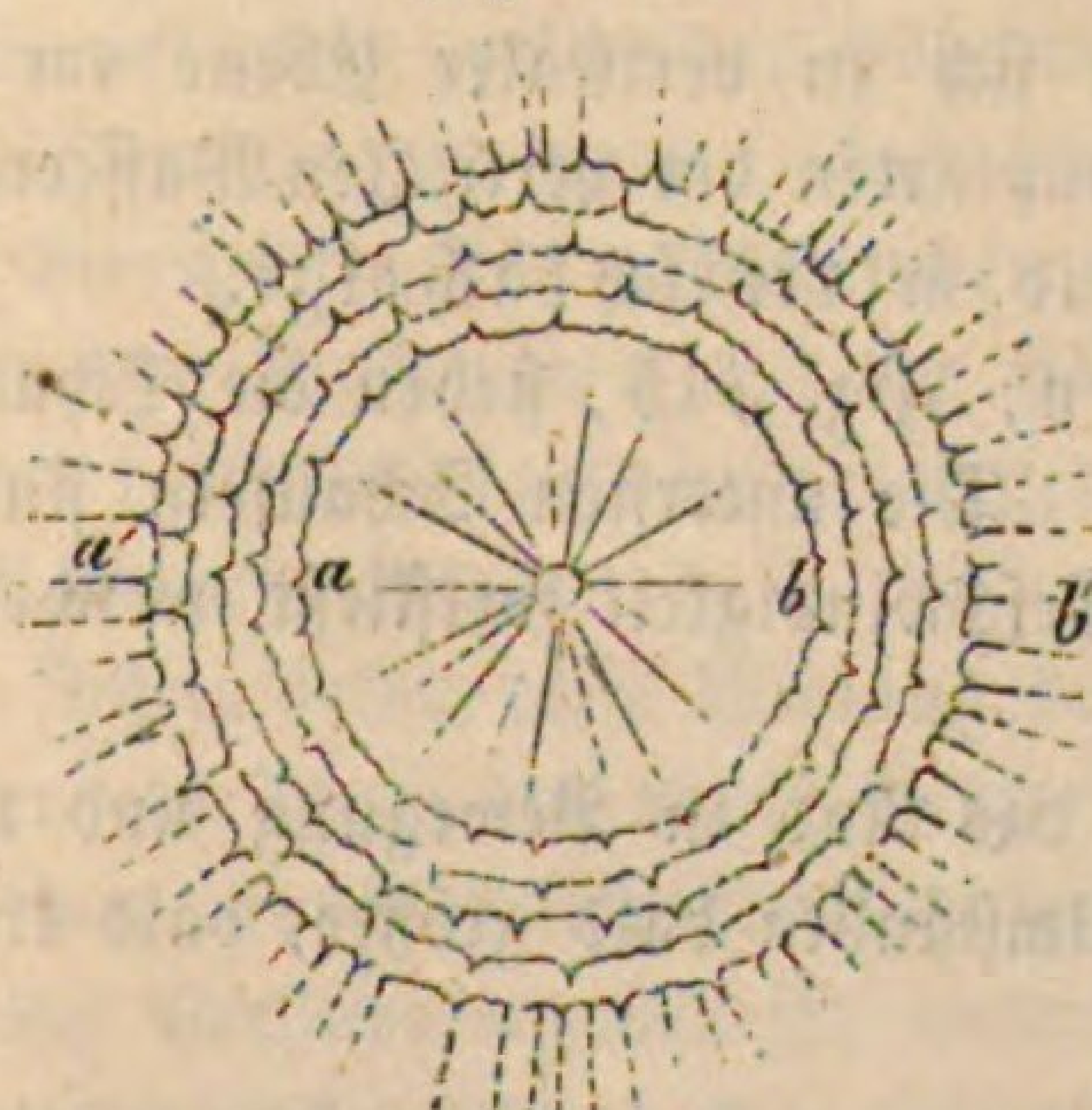


Fig. 343.

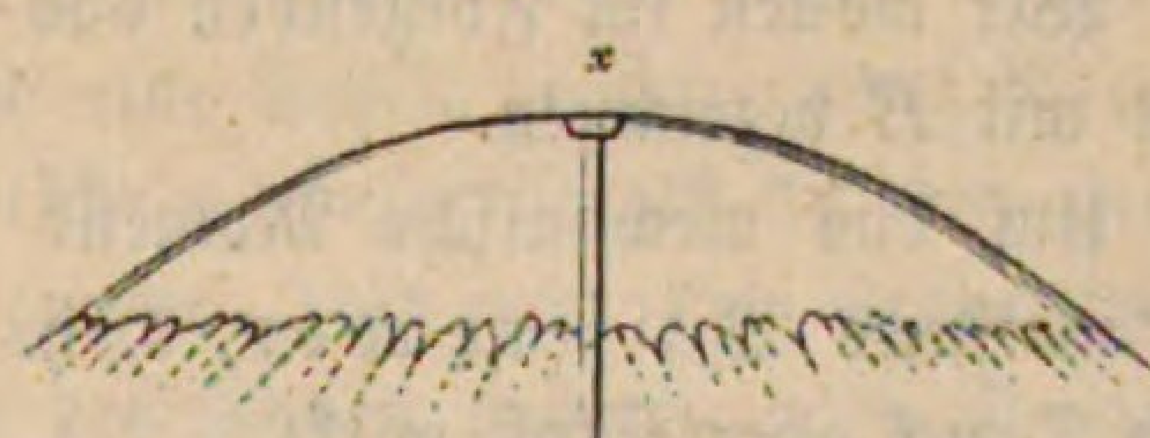
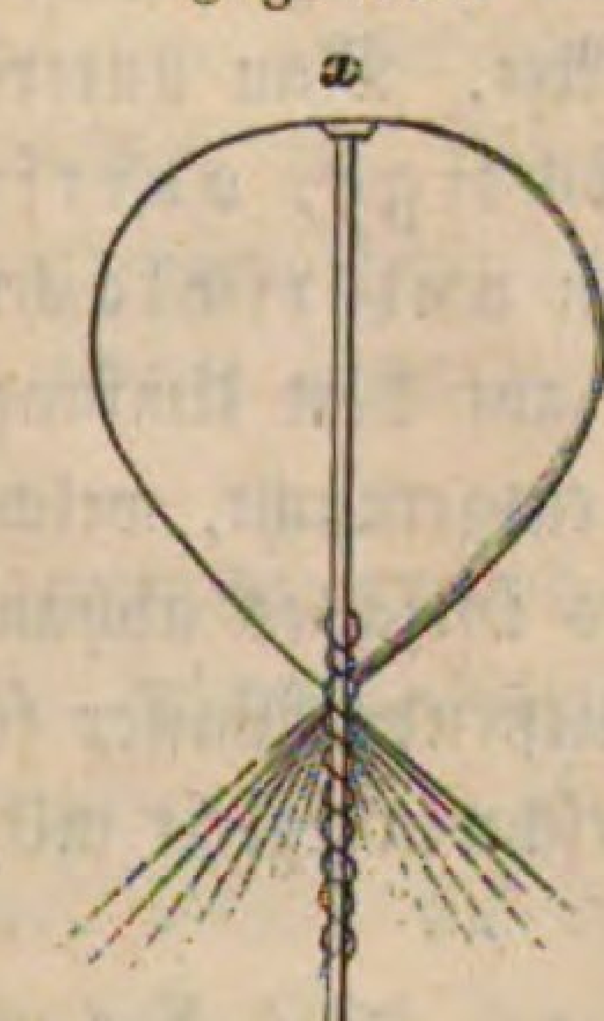


Fig. 344.



Grundrisse dargestellt ist. Bei abnehmender Druckhöhe geht diese Gestalt des Phänomens allmälig in die Fig. 343 und Fig. 344 abgebildete über.

Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn aufwärts gerichtete oder horizontale Strahlen eine solche Scheibe treffen; ebenso, wenn zwei horizontale Strahlen, in entgegengesetzter Richtung sich bewegend, mit gleicher oder ungleicher Geschwindigkeit gegen einander stoßen.

131 **Verticale Wasserräder.** Wenn Wasser fortwährend von einem höher gelegenen zu einem tiefer gelegenen Orte herabfließt, so kann man ein solches Wassergefälle als eine bewegende Kraft anwenden.

Wenn während der Zeiteinheit, also während einer Secunde, eine Wassermasse, deren Gewicht M ist, von einer Höhe h herabfließt oder fällt, so ist Mh die Bewegungsquantität oder das mechanische Moment dieser Wassermasse. Auf welche Weise man nun auch die Bewegung des Wassers auf einen anderen Körper übertragen mag, so kann doch der Effect das mechanische Moment des Gefälles niemals übertreffen, d. h. man kann durch die Gefälle höchstens eine der in der Zeiteinheit herabfließenden Wassermasse gleiche Last auf gleiche Höhe heben, oder irgend eine andere dieser gleiche Wirkung hervorbringen.

Wenn z. B. von einer Höhe von 24 Fuß in jeder Secunde eine Wassermasse von 800 Pfund herabfällt, so ist das absolute Maximum des Effects dieses Gefälles 19200 Fußpfund, d. h. es könnte durch dieses Gefälle, wenn alle Kraft vollständig zur Wirkung käme, wenn nichts durch Reibung und andere Widerstände verloren ginge, eine Wirkung hervorgebracht werden, welche der Hebung einer Last von 19200 Pfund in einer Secunde 1 Fuß hoch gleichzusetzen ist.

Der Nutzeffect eines solchen Gefälles wäre demnach dem von 38 Pferdekräften gleichzusetzen, da eine Arbeit von 500 Fußpfund in der Secunde einer Pferdekraft entsprechen.

Wir wollen im Folgenden das absolute Maximum des Effects eines Gefälles mit E bezeichnen.

Um das mechanische Moment eines Wassergefälles zu benutzen, wendet man meistens Wasserräder, d. h. Räder an, an deren Umfange das Wasser durch Druck oder Stoß wirkt.

Die gewöhnlichen Wasserräder drehen sich in verticaler Ebene um eine horizontale Axe. Man unterscheidet drei Hauptarten der verticalen Wasserräder, unterschlächtige, oberschlächtige und mittelschlächtige.

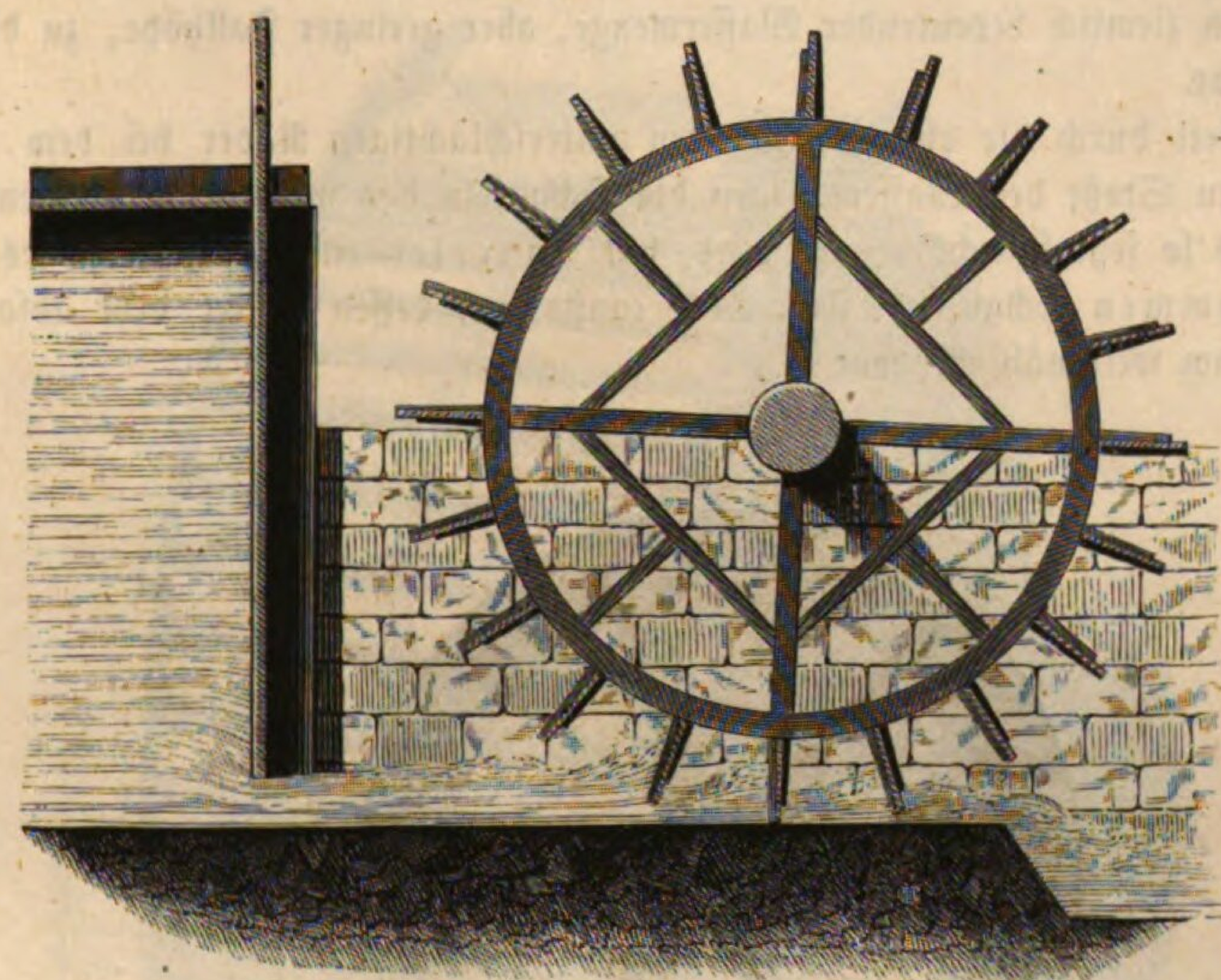
Bei den unterschlächtigen Rädern, Fig. 345, stehen die Schaufeln rechtwinklig auf dem Umfange des Rades. Die untersten Schaufeln sind in das Wasser eingetaucht, welches mit einer Geschwindigkeit fortfließt, welche von der Höhe des Gefälles abhängt.

Das fließende Wasser setzt nun auch das Rad in Bewegung und theilt ihm eine Geschwindigkeit mit, welche nach Umständen bald größer, bald kleiner sein wird.

Wenn der Stoß des Wassers dem Rade eine Geschwindigkeit mittheilen soll, welche derjenigen gleich ist, mit welcher das Wasser fließen würde, wenn das Rad gar nicht da wäre, so darf das Rad dieser Bewegung gar keinen

Widerstand entgegensetzen, es darf also gar nicht belastet sein; mithin kann es in diesem Falle gar keine mechanische Wirkung hervorbringen, der Effect ist gleich Null.

Fig. 345.



Andererseits könnte man das Rad so stark durch ein Gegengewicht belasten, daß der Stoß des Wassers es gar nicht in Bewegung setzt, daß das Wasser des Gefälles nur einen statischen Druck ausübt, welcher jenem das Gleichgewicht hält. In diesem Falle ist der Effect abermals Null. Aus dieser Betrachtung geht hervor, daß, wenn das Rad eine Arbeit vollbringen soll, es mit einer Geschwindigkeit sich bewegen muß, welche geringer ist als die des frei fließenden Wassers; Theorie und Erfahrung zeigen, daß man die vortheilhafteste Wirkung erhält, wenn die Geschwindigkeit des Rades halb so groß ist als die Geschwindigkeit, welche der Höhe des Gefälles entspricht.

Daraus geht hervor, daß bei einem gewöhnlichen unterschlächtigen Rade nur die Hälfte der mechanischen Kraft des Gefälles zur Wirkung kommt, indem das Wasser noch mit der Hälfte der Geschwindigkeit abfließt, mit welcher es vor dem Rade ankam; der Effect eines solchen Rades kann also den Werth $^1/_2 E$ nie übersteigen.

Allein selbst diese Wirkung kann in der Praxis nicht erreicht werden, weil immer ein Theil der Kraft durch Adhäsion des Wassers an den Wänden des Gerinnes, durch Reibungswiderstände u. s. w. verloren geht. Sorgfältig angestellte Versuche ergaben für unterschlächtige Räder, welche sich in einem Gerinne bewegen, so daß kein seitliches Abfließen des Wassers stattfinden kann, den Werth

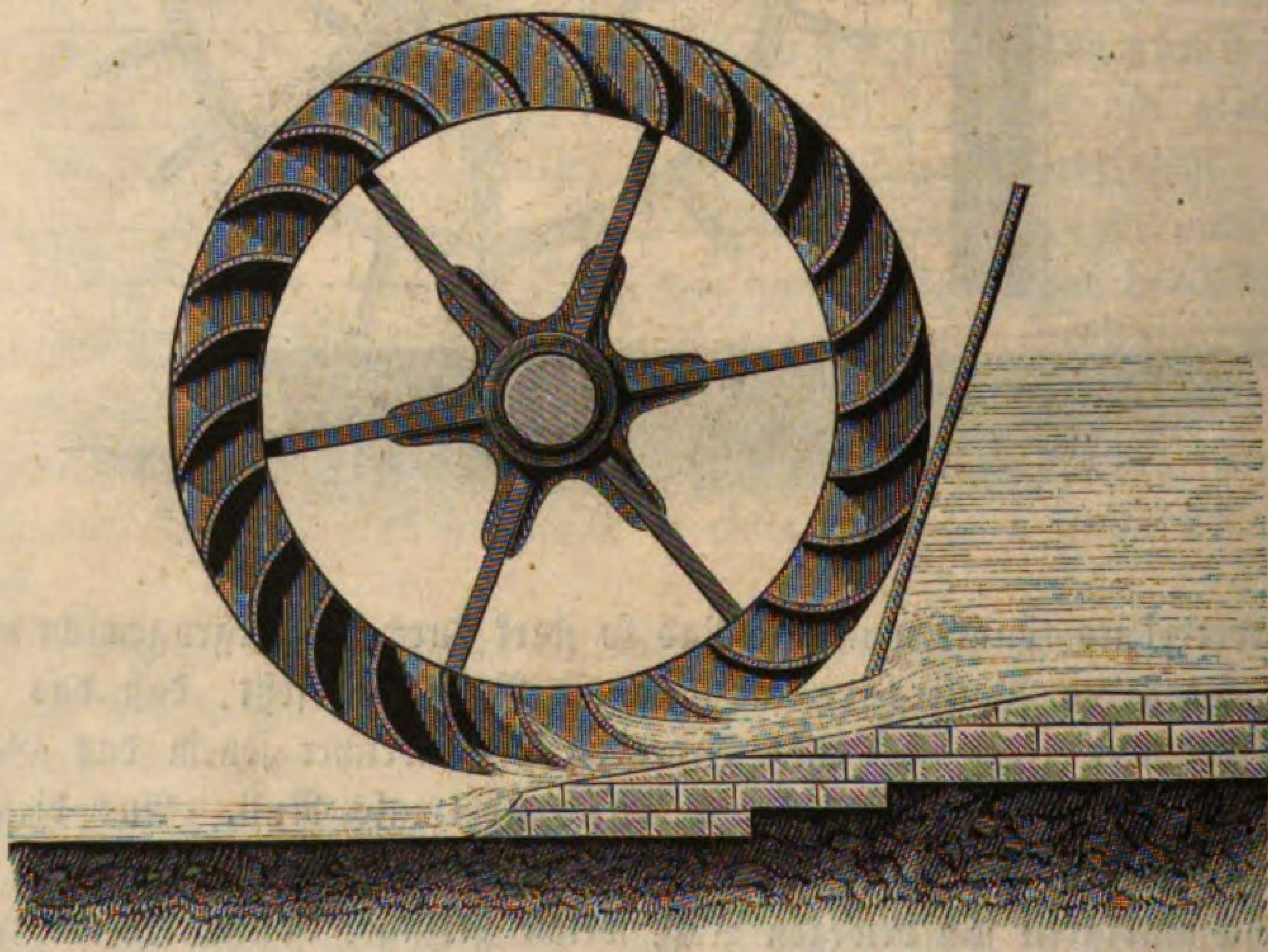
$$e = 0{,}3\ E.$$

Bei freihängenden Rädern aber, wie man sie an Schiffsmühlen anbringt, wo das Wasser seitlich abfließen kann, ist der Effect noch weit mehr vom absoluten Maximum entfernt.

Die unterschlächtigen Räder werden da angewandt, wo man über ein Gefälle von ziemlich bedeutender Wassermenge, aber geringer Fallhöhe, zu disponiren hat.

Weil durch die eben betrachteten unterschlächtigen Räder bei dem rechtwinkligen Stoße des Wassers gegen die Schaufeln das mechanische Moment des Gefälles so sehr schlecht benutzt wird, hat Poncelet ein unterschlächtiges Rad mit krummen Schaufeln, Fig. 346, construirt, dessen Effect dem absoluten Maximum weit näher kommt.

Fig. 346.



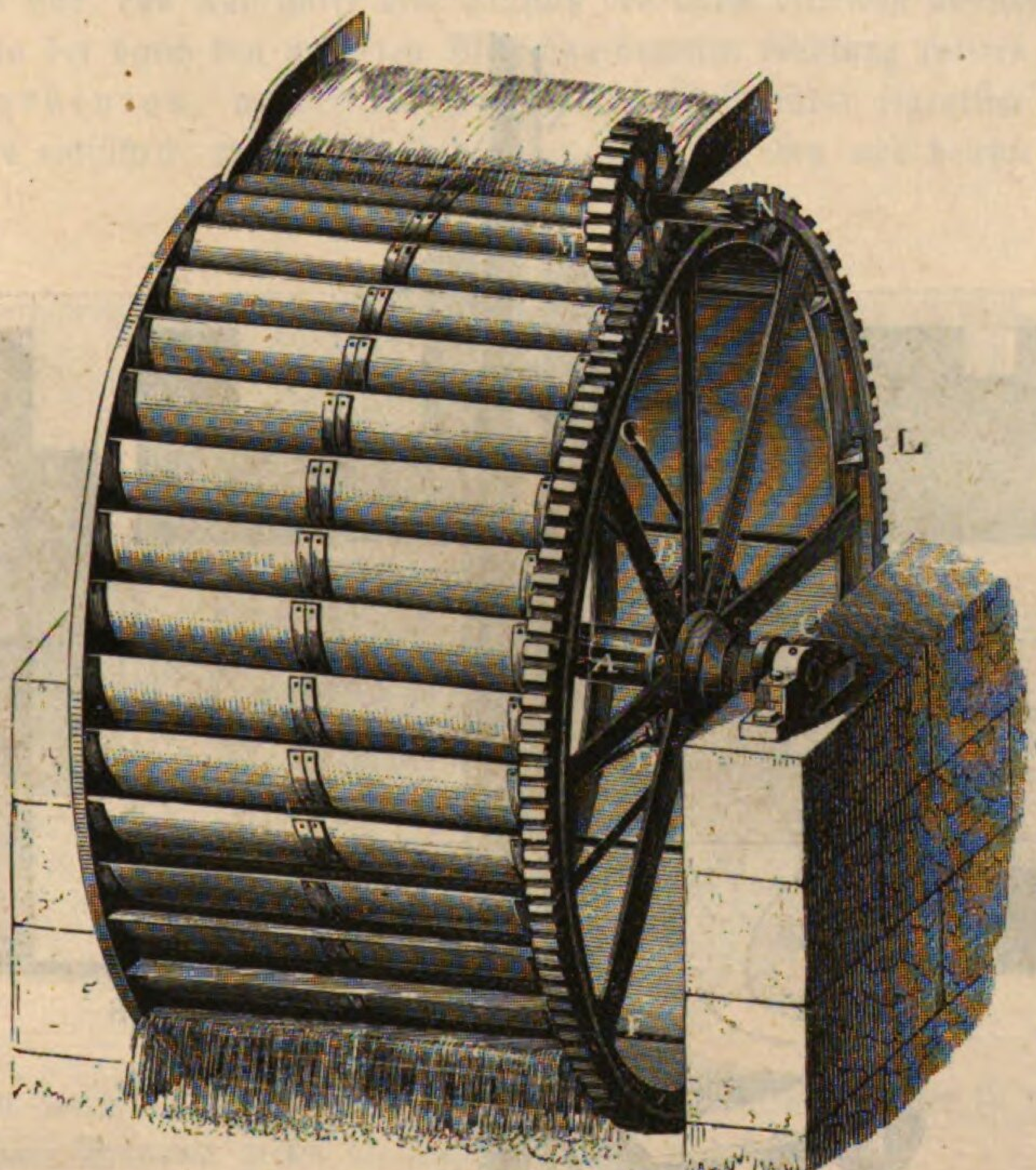
Wenn das Wasser ganz ohne Stoß auf das Rad kommen soll, so müßten die Schaufeln am Radumfange mit der Richtung der Tangente zusammenfallen; wollte man aber die Schaufeln wirklich so construiren, daß dieser Bedingung Genüge geleistet wird, so wäre der Austritt des Wassers aus dem Rade gehemmt; auch darf das Wasser seine Geschwindigkeit doch nicht vollständig an das Rad abtreten, weil ihm sonst keine Geschwindigkeit zum Abflusse mehr bliebe. Somit ist auch bei dem Poncelet'schen Rade ein gewisser Verlust, die Widerstände ungerechnet, unvermeidlich.

Solche Räder mit krummen Schaufeln sollen einen Effect geben, welcher $^2/_3$ bis $^3/_4$ des absoluten Maximums ist. Der größere Effect der Poncelet'schen Räder erklärt sich dadurch, daß das Wasser, indem es auf der krummen Schaufel hinaufsteigt, seine Geschwindigkeit verliert und größtentheils an das Rad abgiebt.

Die oberschlächtigen Räder, Fig. 347, werden bei höheren Ge-

fällen von geringerer Wassermasse, bei kleineren Gebirgsbächen angewandt. Das Wasser füllt, von oben auf das Rad laufend, die Zellen auf der einen Seite des Rades, welches eben durch dieses Uebergewicht umgedreht wird. Nahe

Fig. 347.



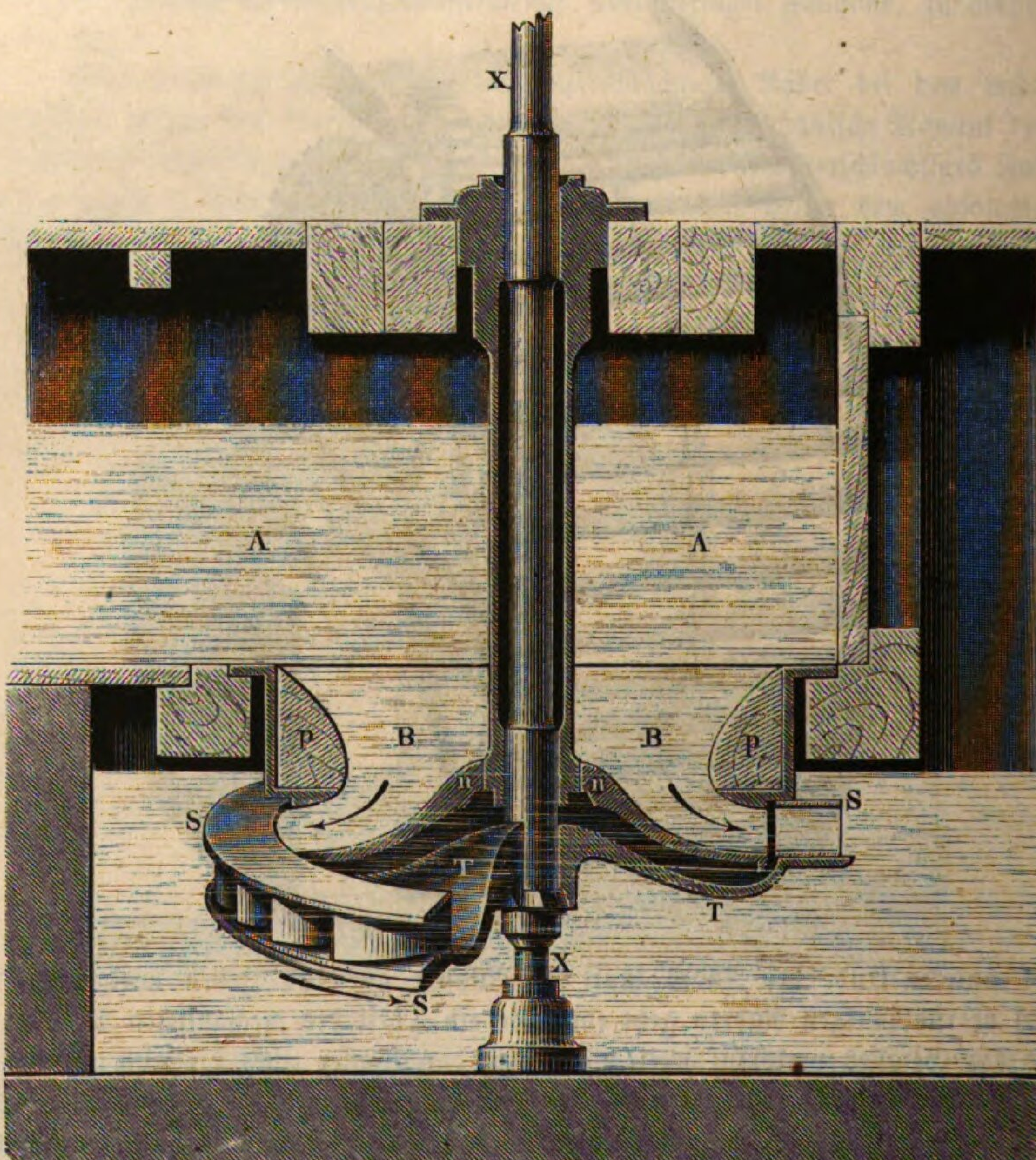
am unteren Ende des Rades läuft das Wasser aus den Zellen wieder aus. Bei oberschlächtigen Rädern geht ebenfalls ein Theil des mechanischen Momentes des Gefälles verloren, weil die Zellen das Wasser nicht bis zum tiefsten Punkte des Rades behalten können, sondern schon früher auszugießen beginnen. Ein gut gebautes oberschlächtiges Rad soll einen Effect hervorbringen, welcher 75 Procent des absoluten Maximums beträgt, vorausgesetzt, daß es sich langsam umdreht; denn bei rascher Umdrehung bleibt das Wasser in den Zellen in Folge der Centrifugalkraft nicht horizontal, sondern es steigt nach außen, so daß es noch früher aus den Zellen herausfällt.

Das mittelschlächtige Rad bildet eine Art Mittelgattung zwischen dem unterschlächtigen und dem oberschlächtigen.

Horizontale Wasserräder. Schon früher hatte man versucht, hori- 132
zontale Wasserräder zu construiren; allein erst in neuerer Zeit sind sie allgemeiner in Gebrauch gekommen. Die horizontalen Wasserräder sind unter dem Namen der Turbinen bekannt.

Fig. 348 stellt eine für ein niedriges Gefälle construirte Turbine dar. Aus dem Behälter *A* geht das Wasser durch den von dem ringförmigen Wulst *p* eingeschlossenen Raum *B* nieder; durch die Bodenplatte *n* wird es

Fig. 348.



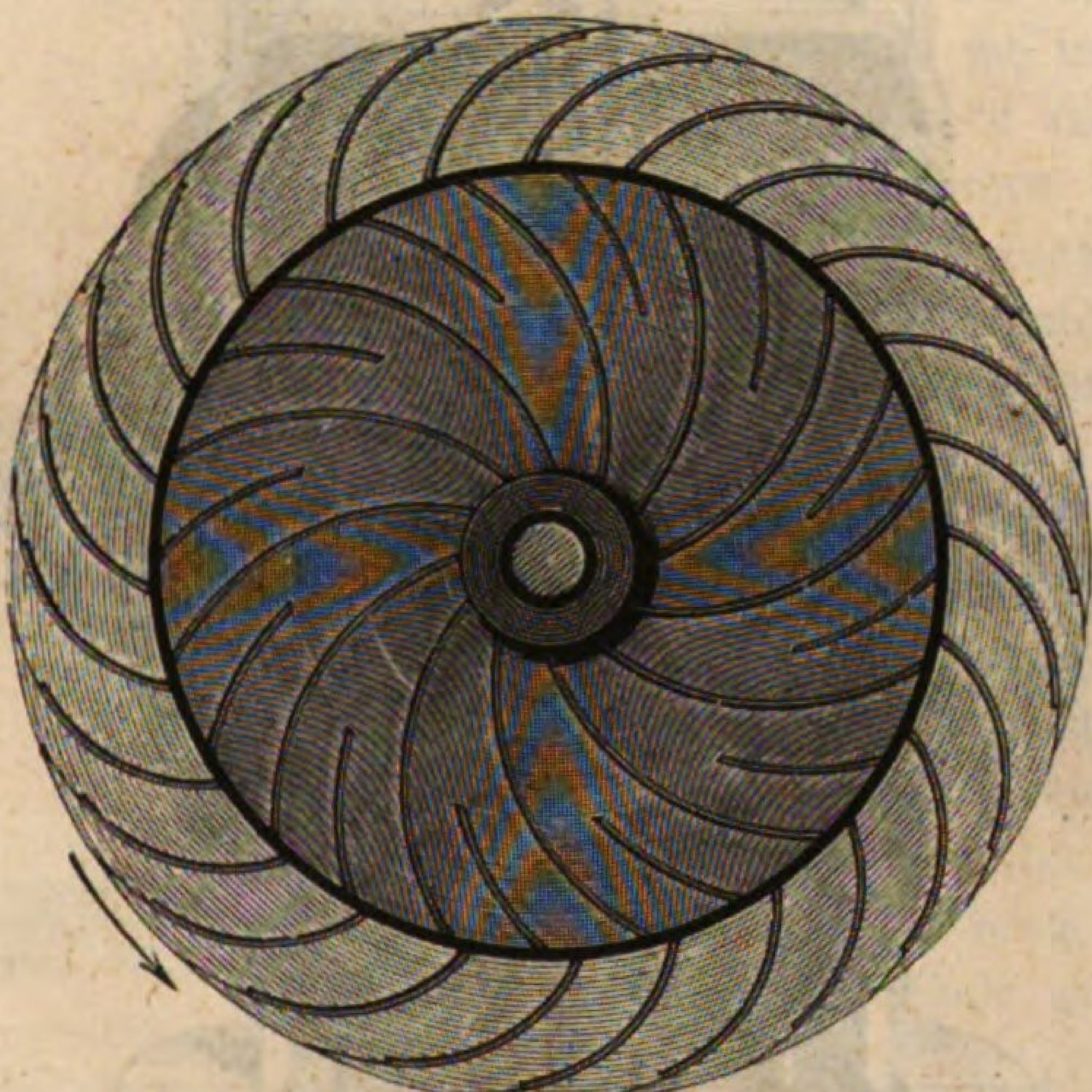
aber genöthigt, seitwärts in horizontaler Richtung auszuströmen, wie es durch die Pfeile angedeutet ist. Die Bodenplatte *n* wird durch eine gußeisere Hülse getragen, welche auf dem oberen Gebälk befestigt ist und innerhalb deren sich die sogleich näher zu besprechende Axe *X* drehen kann. *B* ist also gewissermaßen ein am Boden geschlossenes Gefäß mit einer ringsherumlaufenden zwischen *p* und dem äußeren Umfange der Bodenplatte befindlichen ringförmigen Oeffnung, aus welcher das Wasser in horizontaler Richtung hervorschießen würde, wenn kein Hinderniß vorhanden wäre. — Das hier ausfließende Wasser strömt nun aber zunächst in ein horizontales Schaufelrad *S*, welches ringsum die ringförmige Oeffnung von *B* umgiebt und welches durch den an der verticalen

Axe X befestigten Teller T getragen wird. In unserer Figur ist dies Rad der größeren Deutlichkeit wegen so dargestellt, als ob $^1/_4$ desselben ausgeschnitten wäre, während links $^1/_4$ desselben perspectivisch gezeichnet ist.

Es ist klar, daß bei der Stellung der Schaufeln, wie sie in unserer Figur dargestellt sind, das Rad unter dem Einfluß des durch dieselben ausströmenden Wassers in der durch den größeren Pfeil angedeuteten Richtung rotiren muß.

Fourneyron, welcher die horizontalen Wasserräder eigentlich erst in die Praxis einführte, machte die Bodenplatte n ganz eben und besetzte sie mit

Fig. 349.



Leitcurven, welche, wie Fig. 349 andeutet, das ausströmende Wasser in möglichst zweckmäßiger Richtung gegen die Schaufeln des Rades führen.

Eine gut construirte Fourneyron'sche Turbine giebt einen Nutzeffect von 75 Procent. Gadiat vereinfachte die Turbinen durch Weglassung der Leitcurven, wodurch allerdings auch der Nutzeffect etwas geringer wurde (70 Procent). Die obige Fig. 348 stellt ungefähr die Einrichtung einer Gadiat'schen Turbine dar.

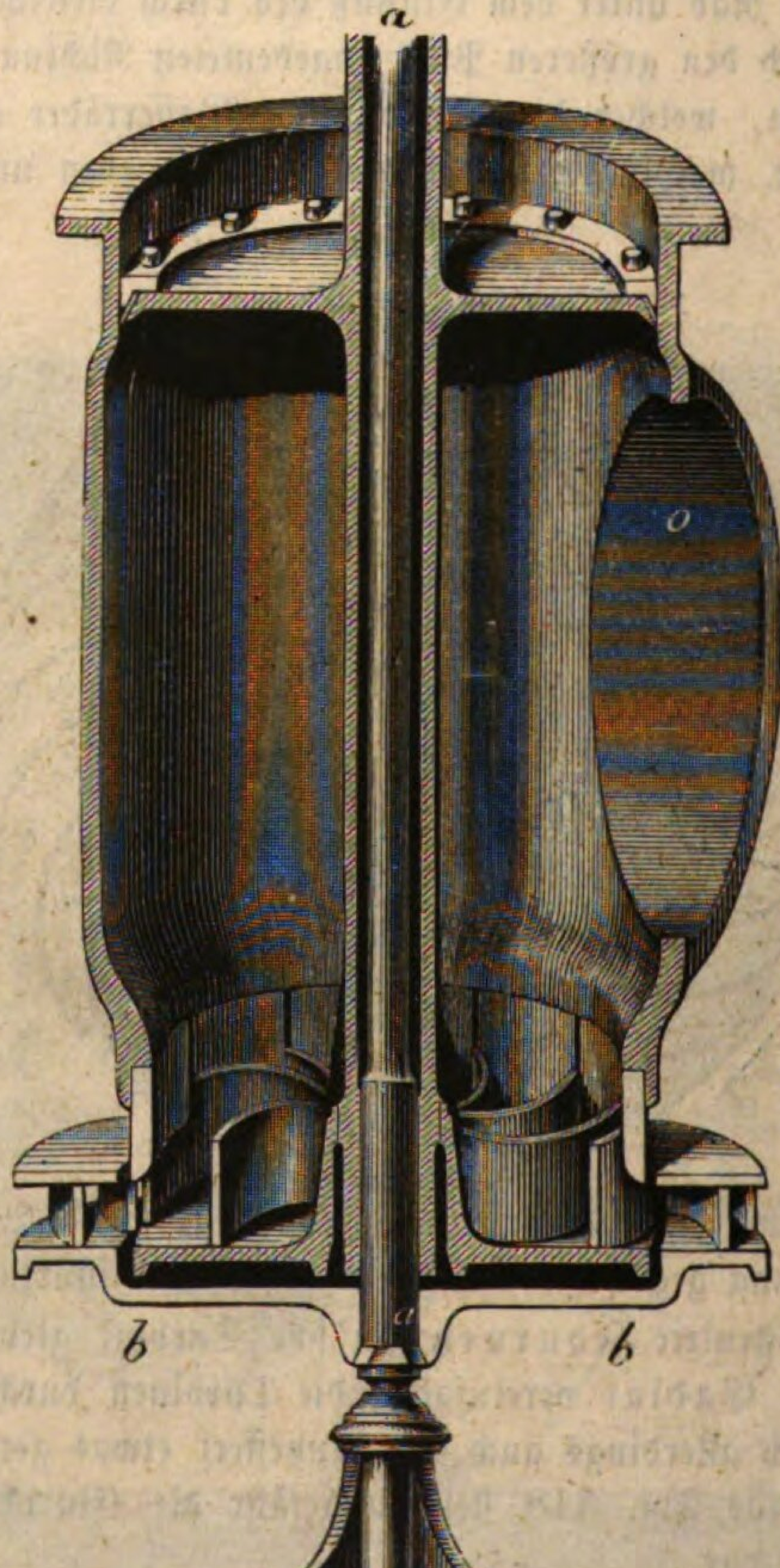
Fig. 350 stellt eine für ein hohes Gefälle construirte Turbine dar.

Die ganze Wassermasse des Gefälles ist in einem weiten gußeisernen Rohre angesammelt, aus welchem es in einen gußeisernen Behälter durch die Oeffnung o eintritt. Der ganze Behälter ruht mittelst des vorstehenden Randes R auf einem von Mauerwerk getragenen Gebälke. Durch die Mitte des Reservoirs geht eine hohle Röhre, welche den oberen Deckel mit dem Boden verbindet.

Zwischen dem Boden und den verticalen Wänden des Gefäßes strömt das Wasser in horizontaler Richtung hervor, und tritt ganz so wie wir es in Fig. 348 gesehen haben, in die verticalen Schaufeln des horizontalen Rades, dessen Radkranz durch den an der Axe $a\,a$ befestigten Teller b getragen wird.

Die Axe *a a* geht mitten durch die Hülse hindurch, mittelst welcher die mit Leitcurven besetzte Bodenplatte des Behälters an der Deckplatte desselben hängt.

Fig. 350.

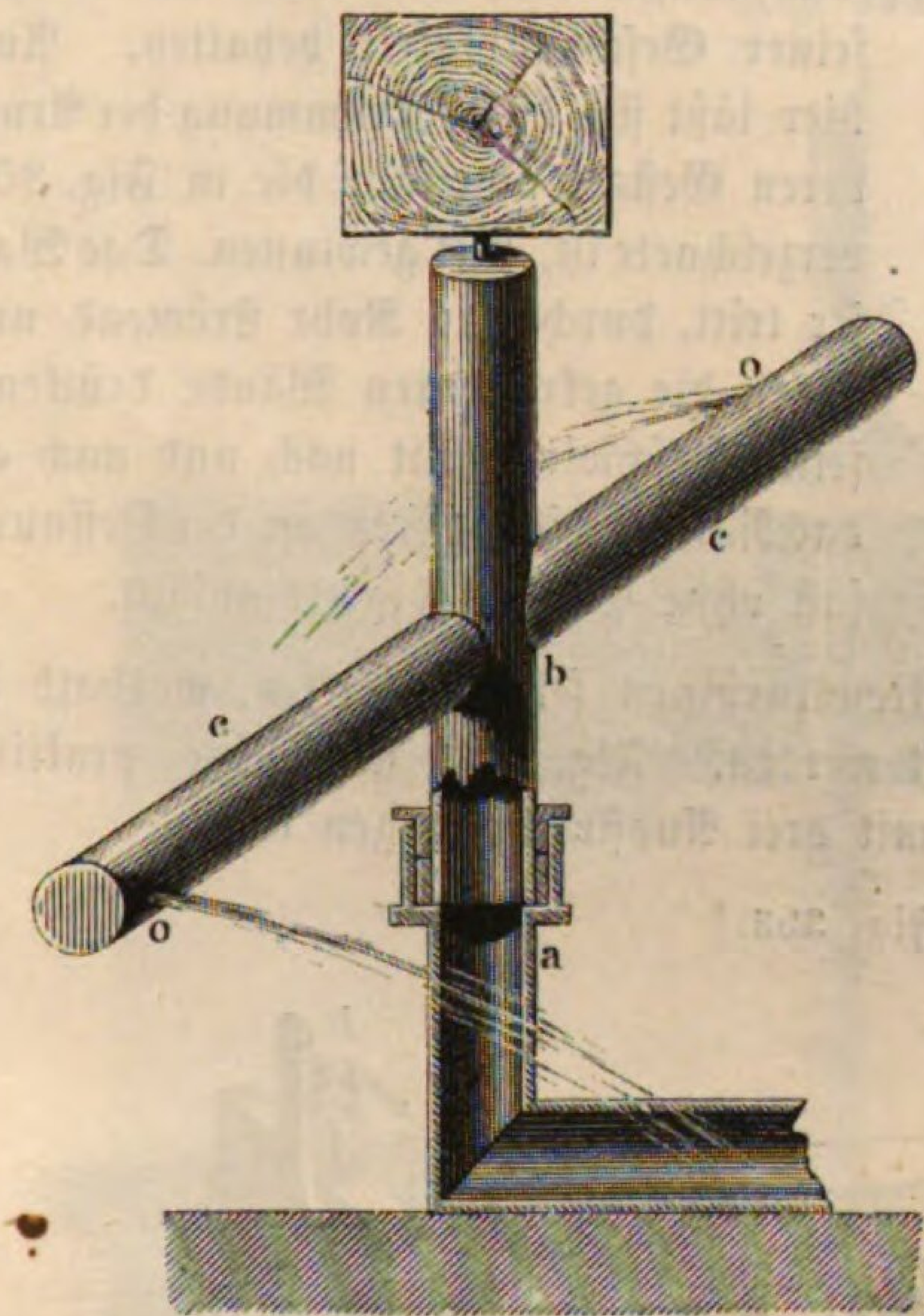


Die Turbinen erweisen sich bei sehr hohen Gefällen, welche keine verticalen Räder mehr zulassen, besonders zweckmäßig.

133 **Reactionsräder.** Schon früher hatte man versucht, das Segner'sche Wasserrad auch im Großen auszuführen, um Maschinen durch dasselbe zu treiben, doch ohne Erfolg; man erhielt immer nur einen sehr geringen Effect. Der Grund davon, daß diese Versuche so ungünstig ausfielen, lag keineswegs darin, daß die hier thätige, bewegende Kraft zu gering war, sondern daß der untere der beiden Zapfen, um welche sich der Apparat dreht, das ganze Gewicht einer großen Wassermasse zu tragen hatte, in Folge dessen ein unverhältnißmäßig großer Reibungswiderstand zu überwinden ist.

Diesen Uebelstand hat man dadurch gehoben, daß man das Wasser nicht von oben, sondern von unten in die horizontalen Arme einströmen läßt. Das Wesentliche einer solchen Anordnung ist aus Fig. 351 zu ersehen. Das Reservoir wird durch eine gußeiserne Röhrenleitung gebildet, welche unten horizontal umgebogen ist und mit einem vertical in die Höhe gehenden Röhrenstück *a* endet. Aus der Oeffnung bei *a* strömt das Wasser in die Hülse *b*, welche sich in einer am oberen Ende von *a* angebrachten Stopfbüchse drehen kann. Durch die Hülse *b* gelangt das Wasser in die horizontalen Arme *c* und strömt durch die Oeffnungen bei *o* aus.

Fig. 351.



Jedenfalls ist die Reibung, welche ein solches Rad bei seiner Umdrehung zu überwinden hat, äußerst gering; denn das Gewicht des Rades mit Allem, was daran befestigt ist, wird fast vollständig durch den Druck der Wassersäule getragen.

In der Praxis hat sich diese Einrichtung trefflich bewährt. Ein von Althans nach diesem Princip construirtes Wasserrad befindet sich zu Vallendar, $^1/_2$ Meile unterhalb Coblenz, wo es eine Lohmühle treibt. Der Durchmesser dieses Rades beträgt 24 rheinl. Fuß; die Höhe der Wassersäule in der Röhrenleitung, welche $1^1/_2$ bis 2 Fuß Durchmesser hat, ist 96 Fuß. Die Ausflußöffnungen können nach Bedürfniß größer oder kleiner gemacht werden, je nachdem die Quelle reichlicher oder weniger reichlich Wasser giebt. Das Rad macht ohne Last 90 bis 120 Umdrehungen in einer Minute, mit Last aber nur 30 bis 40. Die Menge des ausfließenden Wassers beträgt 18 bis 20 Cubikfuß in der Minute. Es wäre wohl kaum auf eine andere Weise möglich gewesen, mit der geringen Wassermenge dieses Gefälles eine Maschine zu treiben.

Ganz in der Nähe von Vallendar befindet sich ein zweites Reactionsrad, welches nur 6 Fuß Durchmesser, aber vier Arme hat, welche so geformt sind, daß je zwei einander gegenüberstehende ein S bilden und das Wasser an der Spitze der gekrümmten Arme ausfließt. Die Wassersäule, welche dieses Rad treibt, ist 120 Fuß hoch.

Bei der Einrichtung Fig. 351 muß aus ähnlichen Gründen, wie bei dem unterschlächtigen Rade, mit flachen Schaufeln ein großer Theil des mecha-

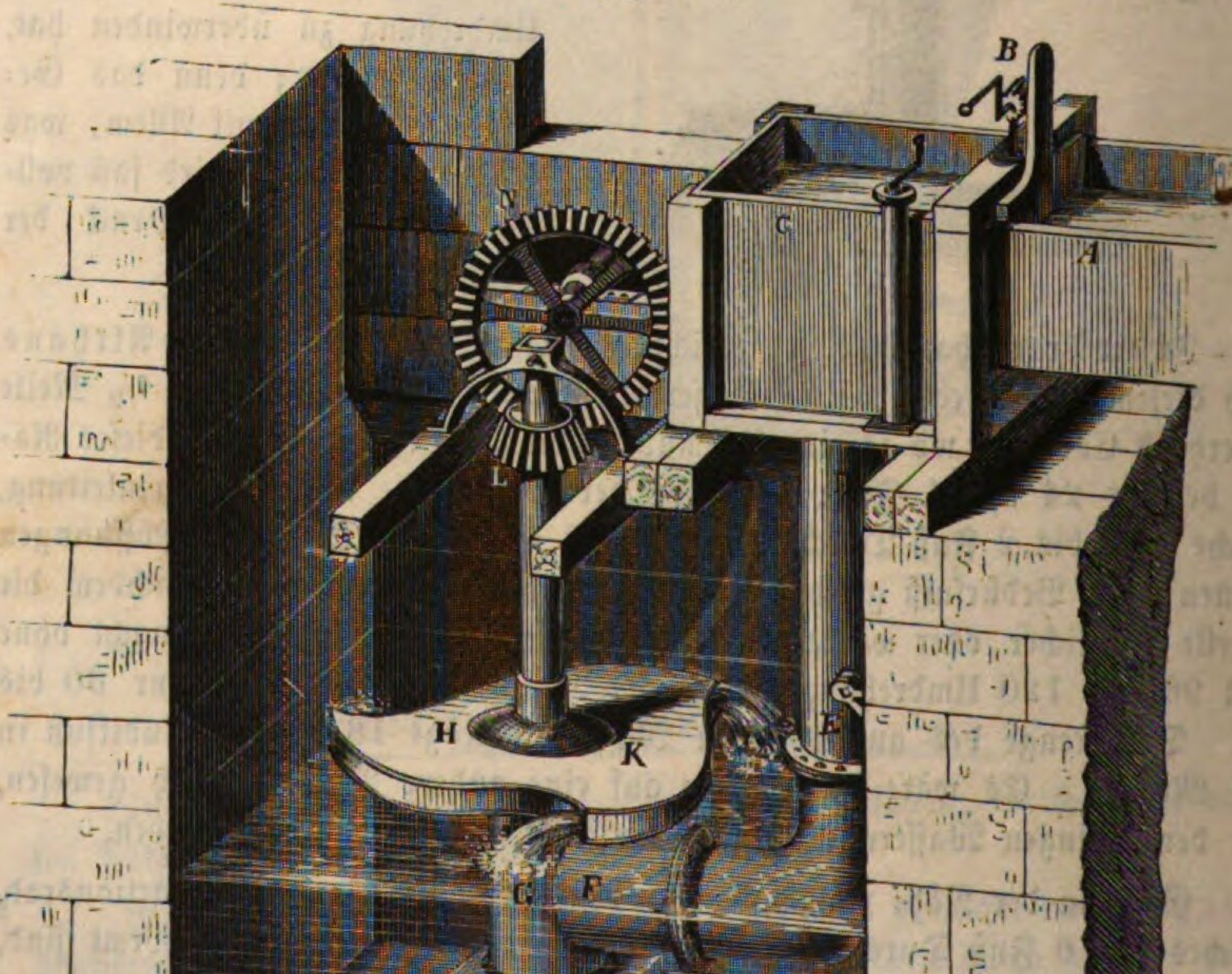
nischen Momentes des Gefälles verloren gehen; denn wenn das Wasser seine Geschwindigkeit vollständig an das Rad abtreten und aus den Oeffnungen ohne Geschwindigkeit abfallen, wenn also das Rad mit einer der Fallhöhe entsprechenden Geschwindigkeit rotiren soll, so ist der Druck gegen die Rückwand, also auch der mechanische Effect, Null; das Wasser muß also noch einen Theil seiner Geschwindigkeit behalten. Auch hier läßt sich durch Krümmung der Arme, deren Gestalt ungefähr die in Fig. 352 verzeichnete ist, viel gewinnen. Das Wasser tritt, durch das Rohr strömend und gegen die gekrümmten Wände drückend, seine Geschwindigkeit nach und nach an das Rad ab, so daß es an der Oeffnung fast ohne Geschwindigkeit abfällt.

Fig. 352.



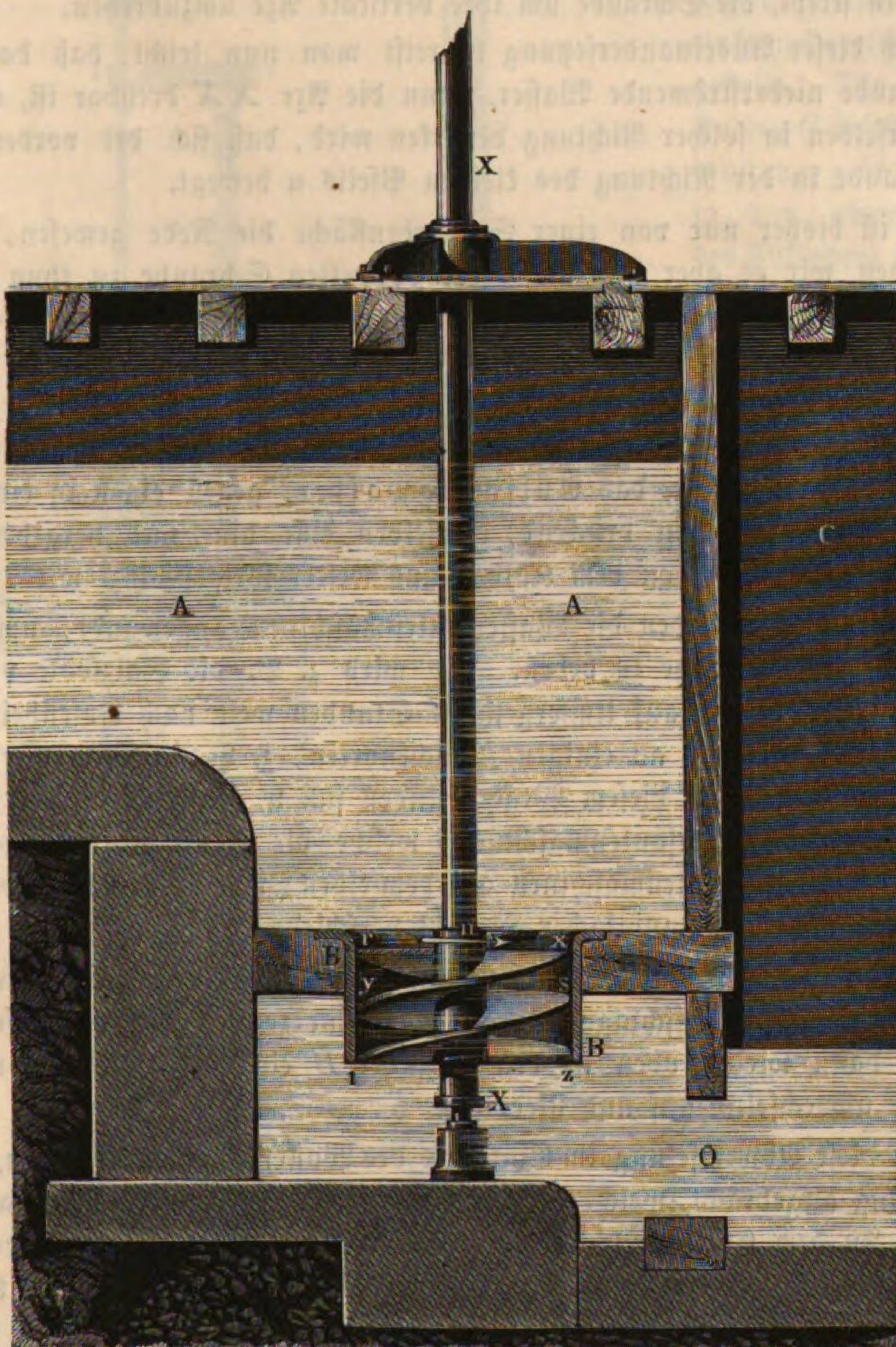
In Schottland sind solche Reactionsturbinen sehr verbreitet, weshalb sie auch schottische Turbinen genannt werden. Fig. 353 stellt eine praktisch ausgeführte Reactions-Turbine mit drei Ausflußöffnungen dar.

Fig. 353.



Die Schraubenturbine. Eine sehr leicht verständliche Form der horizontalen Wasserräder sind die Schraubenturbinen, welche seit einigen Jahren in Frankreich mit Erfolg in die Praxis eingeführt wurden. Fig. 354 stellt eine solche Turbine dar. Das Wasser strömt aus dem Behälter *A* durch 134

Fig. 354.



den hohlen Cylinder *BB* herab. In diesen hohlen Cylinder ist aber ähnlich einer Wendeltreppe in einem runden Thurme eine aus Eisenblech gebildete Schraubenfläche gelegt, welche, an einem centralen Dorn befestigt, sich mit diesem um eine verticale Axe drehen kann. — Nehmen wir nun zunächst an, der centrale Dorn sei festgestellt, so könnte offenbar das Wasser nicht vertical durch

den Cylinder BB herabfallen, sondern es müßte über die Schraubenfläche herunterfließen. Dabei aber übt das Wasser in verticaler Richtung einen Druck auf die Schraubenfläche aus, welchen man in zwei Seitenkräfte zerlegen kann, von welchen die eine, rechtwinklig gegen die Schraubenfläche drückend, durch deren Widerstand aufgehoben wird, während die andere horizontale Seitenkraft dahin strebt, die Schraube um ihre verticale Axe umzudrehen.

Nach dieser Auseinandersetzung begreift man nun leicht, daß das durch die Schraube niederströmende Wasser, wenn die Axe XX drehbar ist, eine Rotation derselben in solcher Richtung bewirken wird, daß sich der vordere Theil der Schraube in der Richtung des kleinen Pfeils n bewegt.

Es ist bisher nur von einer Schraubenfläche die Rede gewesen, in der That haben wir es aber hier mit einer doppelten Schraube zu thun, indem um denselben Dorn zwei Schraubenflächen gelegt sind; die eine ist rst, die andere xyz.

135 **Die Wassersäulenmaschine.** Bei der Wassersäulenmaschine theilt die wirkende Wassersäule, das Aufschlagwasser, gegen einen in einem Cylinder beweglichen Kolben drückend, demselben eine hin- und hergehende Bewegung mit, die dann von dem Kolben aus weiter fortgepflanzt wird.

In der Regel werden die Wassersäulenmaschinen angewandt, um Wasser auf eine bedeutende Höhe zu heben. So wird z. B. die Salzsoole von Reichenhall in Oberbaiern auf Umwegen 30 Stunden weit nach Rosenheim geleitet, um hier, sowie auch an einigen Zwischenorten, z. B. in Trauenstein, versotten zu werden. Auf diesem Wege befinden sich 9, sämmtlich von Reichenbach construirte Wassersäulenmaschinen, welche die Soole über Berge heben. Obgleich alle Wassersäulenmaschinen auf demselben Principe beruhen, so ist ihre Ausführung doch in mannigfacher Hinsicht verschieden.

Fig. 355 stellt eine Wassersäulenmaschine im Durchschnitt dar. Die Röhre A führt das Aufschlagwasser der Maschine zu; es tritt abwechselnd unten und dann wieder oben in den Cylinder B ein und treibt dadurch den Kolben C abwechselnd auf und nieder.

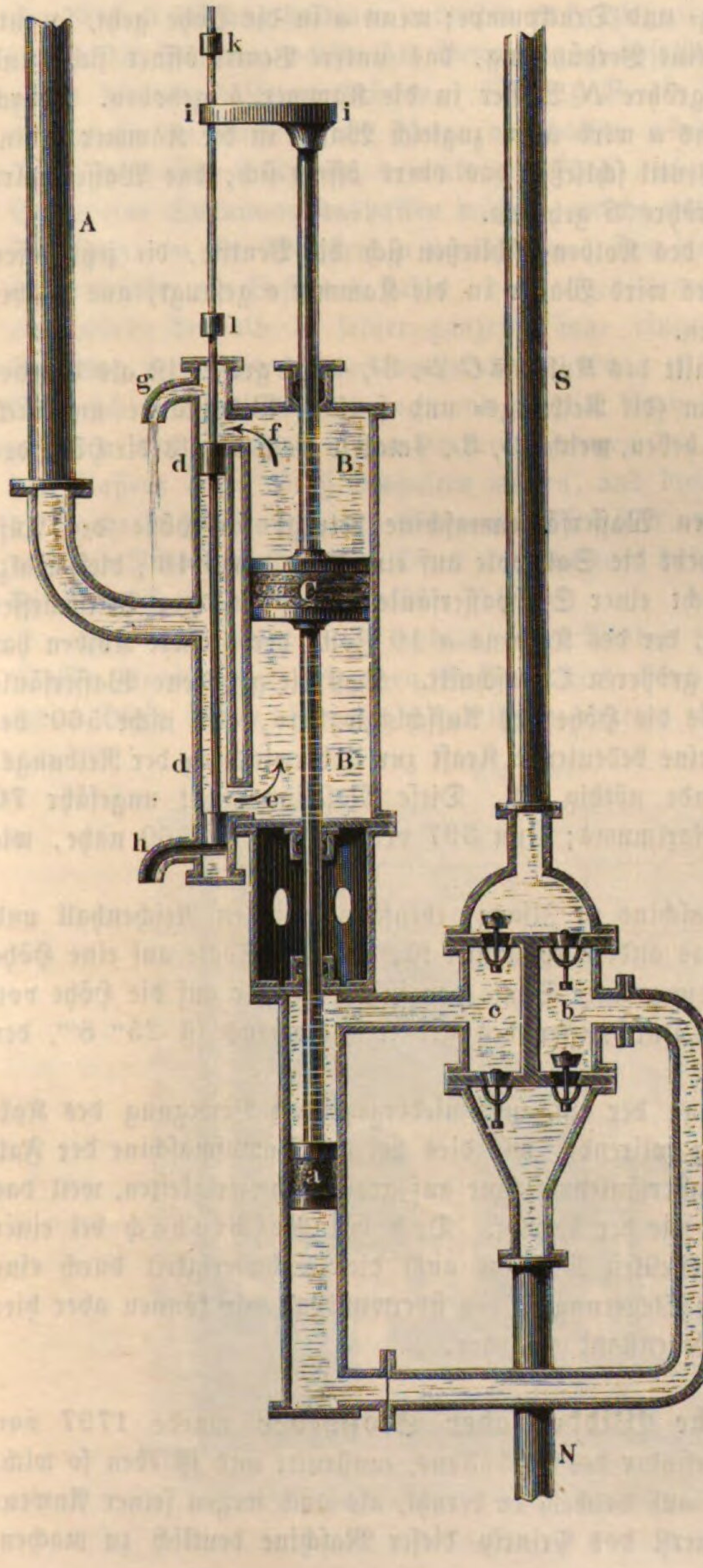
Um diese Abwechselung im Eintreten des Wassers hervorzubringen, ist eine Vorrichtung angebracht, welche der Steuerung bei Dampfmaschinen ganz ähnlich ist. In dem Cylinder d bewegen sich zwei mit einander verbundene Kolben; bei der in der Zeichnung dargestellten Stellung dieser Kolben tritt das Aufschlagwasser bei e in den großen Cylinder und treibt den Kolben C in die Höhe. Das Wasser, welches sich über C befindet, tritt bei f aus dem Cylinder aus, um durch das Rohr g abzufließen.

Wenn der Kolben C oben angekommen ist, müssen die Kolben in der Röhre d verstellt werden, so daß nun das Aufschlagwasser von oben in den großen Cylinder eintreten kann; dies geschieht dadurch, daß das Kolbensystem in der Röhre d so weit aufgezogen wird, daß der obere der beiden kleinen Kolben oberhalb des kurzen Rohres f, der untere oberhalb e zu stehen kommt;

bei dieser Stellung tritt nun das Aufschlagwasser aus *d* oben durch *f* in den Cylinder *B* ein, während das unter *C* befindliche Wasser durch *e* und *h* frei abfließt.

Das Auf- und Niedergehen der Steuerungskolben in *d* kann auf mannigfache Weise bewerkstelligt werden; in unserer Figur ist eine möglichst einfache Vorrichtung dargestellt. Die an dem Kolben *C* befestigte Kolbenstange geht durch eine in dem oberen Deckel des Cylinders *B* befindliche Stopfbüchse hindurch; sie trägt oben eine Querschiene *i i*, welche, wenn der Kolben *C* nahe am oberen Ende seiner Bahn angekommen ist, bei *k* anstößt und dadurch die Stange in die Höhe schiebt, an welcher die Steuerungskolben befestigt sind. Wenn nun der Kolben *C* wieder niedergeht, so bleiben die Steuerungskolben unverändert an ihrer Stelle, bis *C* nahe am unteren Ende seiner Bahn angekommen ist; dann aber stößt die Schiene *i i* bei *l* an und schiebt die Steuerungskolben bis in ihre tiefste Stellung herab, so daß nun wieder das Aufschlagwasser von unten in den Cylinder *B* einströmt.

Fig. 355.



Betrachten wir weiter, wie die Bewegung des Kolbens *C* fortgepflanzt und verwandt wird.

Mit dem Kolben *C* ist vermittelst einer durch eine Stopfbüchse gehenden Stange der Kolben *a* in Verbindung, welcher einen weit kleineren Durchmesser hat als *C*; der Auf- und Niedergang des Kolbens *C* bewirkt also einen Auf- und Niedergang des Kolbens *a*. Dieser Kolben *a* ist aber der Kolben einer doppelt wirkenden Saug- und Druckpumpe; wenn *a* in die Höhe geht, so entsteht in der Kammer *b* eine Verdünnung, das untere Ventil öffnet sich, und es wird durch die Saugröhre *N* Wasser in die Kammer *b* gehoben. Durch den Aufgang des Kolbens *a* wird aber zugleich Wasser in die Kammer *c* hineingepreßt, das untere Ventil schließt, das obere öffnet sich, das Wasser wird also aus *c* in die Steigröhre *S* gehoben.

Beim Niedergange des Kolbens schließen sich die Ventile, die jetzt offen waren, und umgekehrt; es wird Wasser in die Kammer *c* gesaugt, aus *b* aber in die Steigröhre gehoben.

Wenn der Querschnitt des Kolbens *C* 2-, 3-, 4mal größer ist als der des Kolbens *a*, so kann man (die Reibungs- und sonstige Widerstände unberücksichtigt) eine Wassersäule heben, welche 2-, 3-, 4mal so hoch ist als die Höhe des Aufschlagwassers.

Bei einer derartigen Wassersäulenmaschine beträgt die Höhe des Aufschlagwassers 140′; sie hebt die Salzsoole auf eine Höhe von 346′; diese Salzwassersäule aber entspricht einer Süßwassersäule von 397′; der Durchmesser des Kolbens *C* ist $20\frac{1}{2}$, der des Kolbens *a* 10 Zoll, der größere Kolben hat also einen nahezu 4mal größeren Querschnitt. Daß die gehobene Wassersäule nicht 4mal so hoch ist als die Höhe des Aufschlagwassers, also nicht 560′ beträgt, rührt daher, daß eine bedeutende Kraft zur Ueberwindung der Reibungs- und sonstigen Widerstände nöthig ist. Diese Maschine giebt ungefähr 70 Procent des absoluten Maximums; denn 397 verhält sich zu 560 nahe, wie 70 zu 100.

Die Wassersäulenmaschine zu Ilsang, ebenfalls zwischen Reichenhall und Rosenheim, die aber etwas anders construirt ist, hebt die Soole auf eine Höhe von 1218′, was der Hebung einer Säule von süßem Wasser auf die Höhe von 1460′ gleich ist. Der Durchmesser des größeren Kolbens ist 25″ 8‴, der des kleineren 11″ $3\frac{1}{4}$‴.

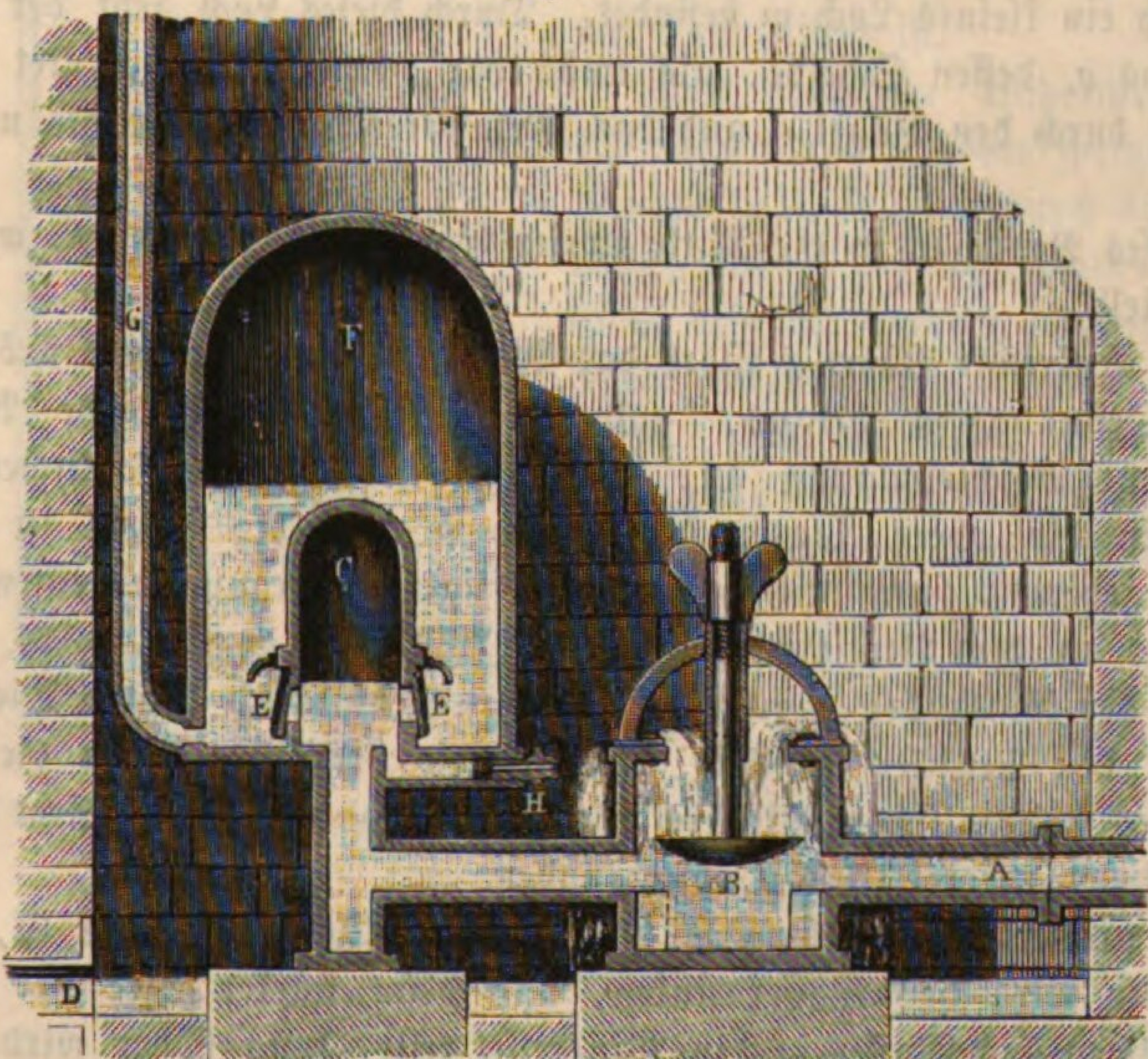
Bei der Umwandlung der auf- und niedergehenden Bewegung des Kolbens in eine gleichförmig rotirende, wie dies bei der Dampfmaschine der Fall ist, stößt man bei der Wassersäulenmaschine auf große Schwierigkeiten, weil das Wasser nicht elastisch ist wie der Dampf. Doch hat Reichenbach bei einer kleinen zu Toscana aufgestellten Maschine auch diese Schwierigkeit durch eine sinnreiche Einrichtung der Steuerungskolben überwunden; wir können aber hier nicht weiter auf diesen Gegenstand eingehen.

136 **Der hydraulische Widder oder Stoßheber** wurde 1797 von Montgolfier, dem Erfinder des Luftballons, construirt und ist eben so wichtig wegen des Princips, auf welchem er beruht, als auch wegen seiner Anwendung. Versuchen wir zuerst das Princip dieser Maschine deutlich zu machen.

Denken wir uns, daß einige Theilchen eines Körpers (mag er nun fest oder flüssig sein), der sich mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegt, plötzlich angehalten werden, so werden die übrigen nicht direct angehaltenen Theilchen des Körpers auf die ersteren verschiedene Wirkungen ausüben. Die vorderen Theilchen streben die angehaltenen entweder nachzuziehen, oder sie trennen sich von ihnen; die hinteren, welche ihre Bewegung gleichfalls fortsetzen wollen, werden gegen die angehaltenen drücken. Wenn z. B. ein Pfeil, welcher sich schnell bewegt, in der Mitte seiner Länge angehalten würde, so würde der vordere Theil durch sein Bestreben, den übrigen Theil nachzuziehen, in seiner ganzen Länge eine Spannung aushalten müssen, welche unter Umständen stark genug sein kann, um ein Abreißen zu veranlassen. Der hintere Theil des Pfeils hingegen würde ein Bestreben haben, den angehaltenen Theil weiter zu treiben, und würde deshalb in seiner ganzen Länge einen durch die nachfolgenden Theilchen veranlaßten Druck auszuhalten haben. Eben so, wenn eine Wassersäule sich in einer Röhre bewegt und plötzlich durch irgend ein Hinderniß aufgehalten wird, so wird dieses Hinderniß wegen der erlangten Geschwindigkeit des Wassers einen Stoß aushalten müssen, und dieser Stoß pflanzt sich durch die ganze Wassersäule fort. Während dieser Zeit, welche sehr kurz ist, haben auch die Röhrenwände einen Druck auszuhalten, welcher von der Geschwindigkeit der aufgehaltenen Wassersäule abhängt.

Fig. 356 stellt einen hydraulischen Widder im Durchschnitt dar. Das Wasser eines höher gelegenen Bassins wird durch die Röhre *A* herabgeleitet. Diese Röhre hat nahe an ihrem unteren Ende eine nach oben ge-

Fig. 357.



richtete Oeffnung, durch welche das Wasser ausfließt. Das Ventil *B* befindet sich auf dem Wege des ausfließenden Wassers; wenn also die Geschwindigkeit dieses Wassers eine bestimmte Größe erreicht hat, so wird das Ventil *B* mit in die Höhe gerissen und dadurch die Ausflußöffnung verschlossen. Da in diesem Augenblick die Strömung des Wassers plötzlich aufgehoben wird, so müssen alle Röhrenwände einen Stoß erleiden, welcher im Stande ist, einen weit größeren Druck zu überwinden als derjenige ist, welcher der Druckhöhe des Wassers zukommt. Durch diesen Stoß werden nun die Ventile *E* geöffnet und eine Partie Wasser in den Windkessel *F* getrieben, aus dem es in die Steigröhre *G* gelangt und in dieser zu einer größeren Höhe gehoben wird als der Spiegel im Bassin, aus welchem es kam, weil ja die Luft in *F* dadurch stärker comprimirt ist, als es durch den hydrostatischen Druck des Wassers im Bassin geschehen kann. Sobald sich nach diesem Stoße das Gleichgewicht wieder hergestellt hat, fällt das Ventil *B* wieder durch sein eigenes Gewicht herab, das Wasser fließt wieder über *B* ab, bis es das Ventil abermals in die Höhe reißt und dadurch einen neuen Stoß veranlaßt, der eine neue Portion Wasser in den Windkessel *F* treibt.

Mohr hat ein Modell construirt, welches möglich macht, das Princip des hydraulischen Widders auch mit ganz unbedeutenden Mitteln in Vorlesungen zu zeigen.

Mohr's Stoßheber kann leicht aus Glasröhren und einem messingenen Ausflußventilchen hergestellt werden. Letzteres, aus Messingblech verfertigt, ist Fig. 357 in natürlicher Größe dargestellt. Auf der horizontalen Röhre *a* sitzt senkrecht das kurze Röhrchen *b*, oben mit einer Scheibe geschlossen, in der sich ein kleines Loch *m* befindet. Durch dieses Loch geht der Stiel des Ventilchens *c*, dessen Scheibe, als unsichtbar, punktirt angedeutet ist. Der Stiel hat durch den Bügel *d* und das Metallstreifchen *e* senkrechte und gerade Führung.

Dieses Ventil ist in die Mitte zweier Glasröhren eingekittet, wie es Fig. 358 darstellt.

Die senkrechte Röhre *f* führt das Wasser herab. Dasselbe strömt zu der kleinen Oeffnung *m* heraus, und die ganze herabsinkende Wassersäule nimmt eine Beschleunigung an, womit sie endlich das Ventilchen *c* hebt, und gegen die obere Platte der Röhre *b* antreibt; damit ist hier der Ausfluß gehemmt, und die ganze in heftiger Bewegung begriffene Wassersäule stößt an dem Ventil vorbei in den Windkessel *w* (Fig. 358), indem sie das auf der Glasröhre *g* ruhende Ventil augenblicklich hebt. Dieses Ventil entspricht den Ventilen *E* (Fig. 356), sowie denn überhaupt die einzelnen Theile des hydraulischen Widders Fig. 356 sich an dem Apparat Fig. 358, nur in etwas anderer Gestalt, wiederfinden.

Je größer die Oeffnung *m* über dem Ventile (Fig. 357) ist, desto beschleunigter wird das Wasser sinken, und desto stärker wird der Stoß sein, durch welchen das Wasser in den Windkessel tritt, desto höher wird also auch das Wasser aus *p* spritzen. Läßt man das Ventilchen *c* nur wenig sinken, was

man mit dem verschiebbaren Kügelchen r (Fig. 357) reguliren kann, so folgen die Stöße rasch auf einander. Beschwert man das Ventil c oben, so wird es erst bei einer größeren Geschwindigkeit gehoben und deshalb das Wasser höher aus p ausspritzen.

Füllt man den Windkessel w fast ganz mit Wasser an, so folgen die Stöße

Fig. 358.

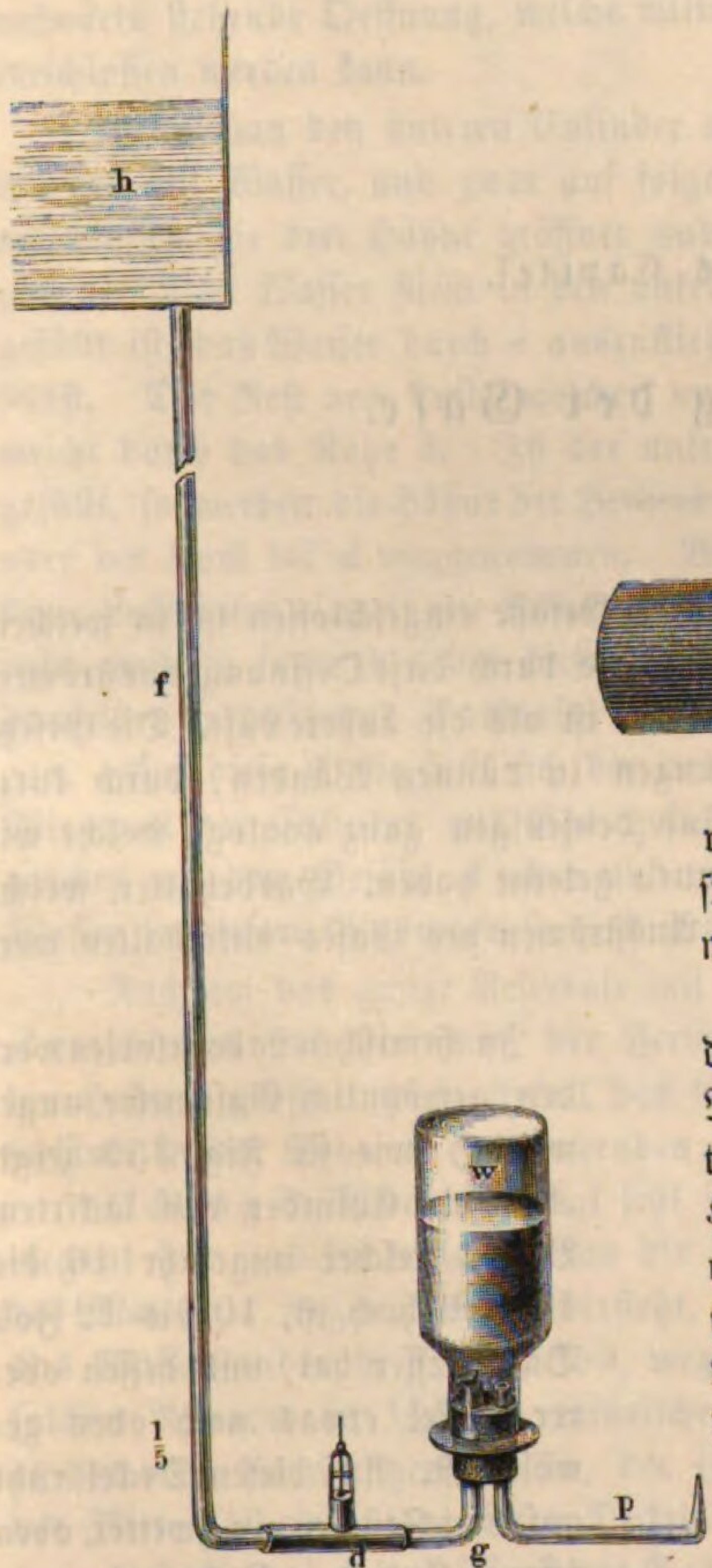
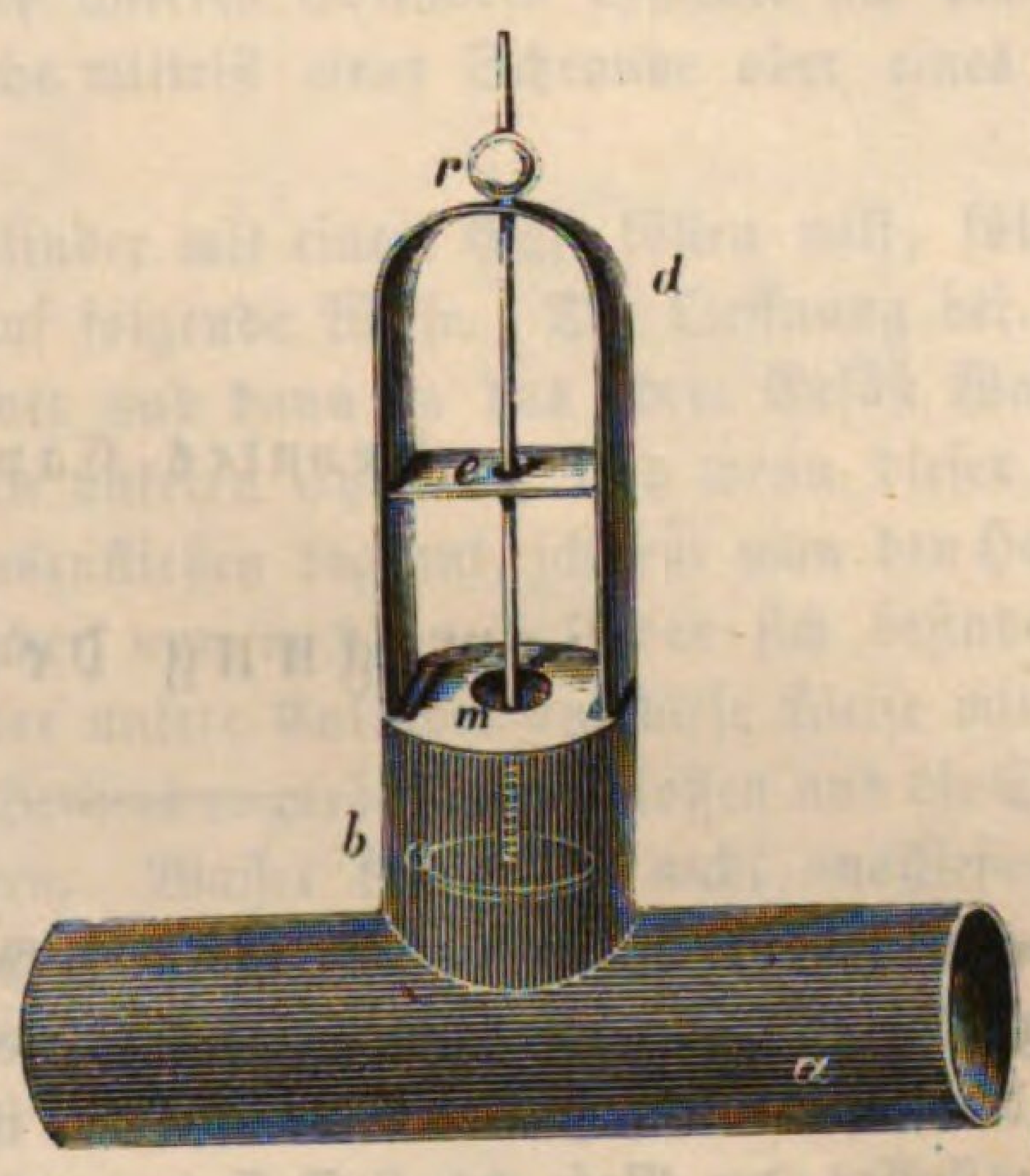


Fig. 357.



rascher auf einander, und das Wasser spritzt höher, als wenn der Windkessel mit Luft gefüllt ist.

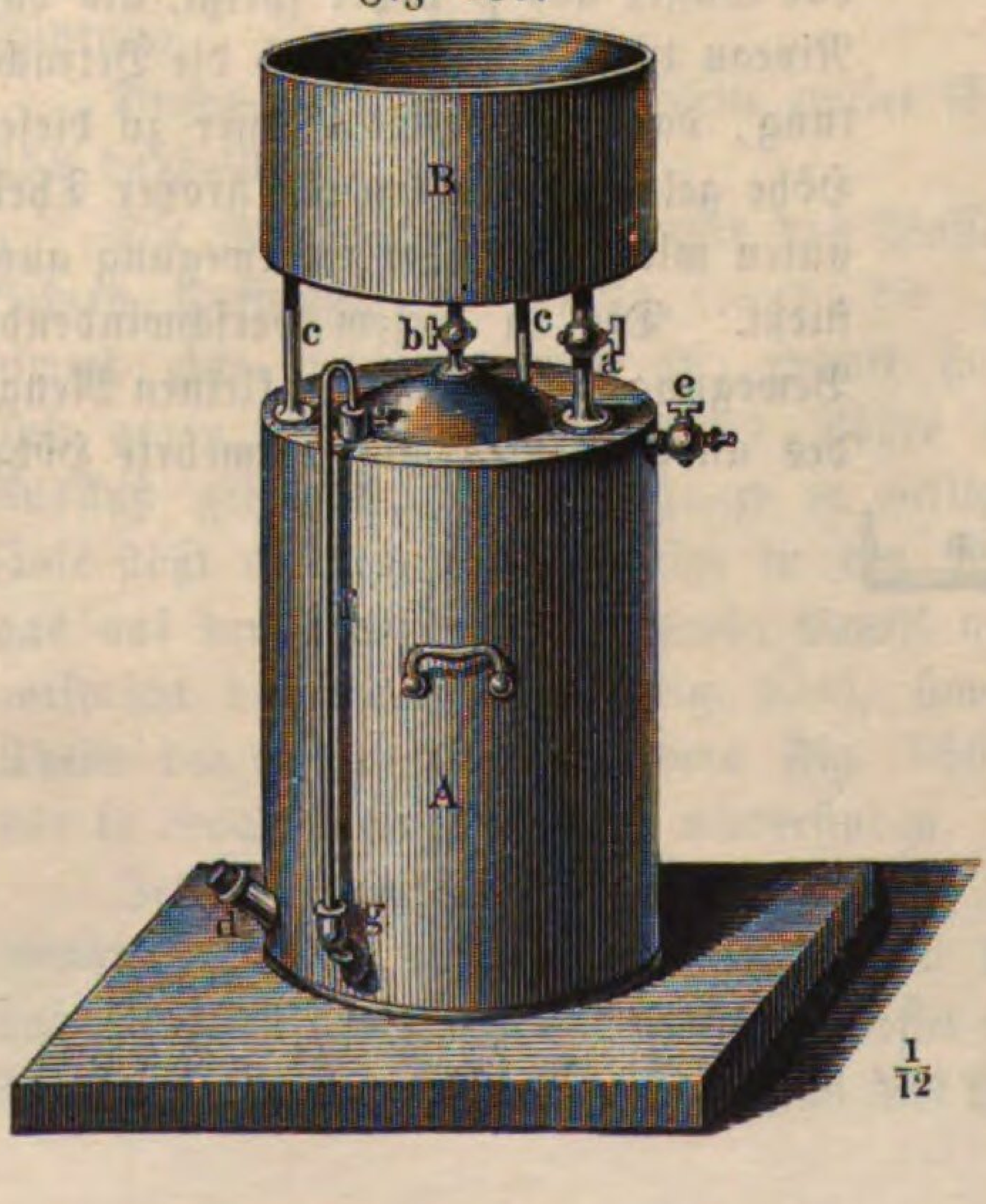
Der scheinbare Widerspruch, daß das Wasser aus p höher spritzt, als das Niveau in h, löst sich durch die Betrachtung, daß nicht alles Wasser zu dieser Höhe gelangt, sondern ein großer Theil unten mit sehr geringer Bewegung ausfließt. Die an diesem verschwindende Bewegung erscheint an der kleinen Menge des ausgespritzten als vermehrte Höhe.

Neuntes Capitel.

Bewegung der Gase.

137 **Gasometer.** Wenn ein Gas in einem Gefäße eingeschlossen ist, in welchem sich irgend eine Oeffnung befindet, so wird es durch diese Oeffnung ausströmen, sobald das Gas im Gefäße stärker comprimirt ist als die äußere Luft. Die Gesetze des Ausflusses der Gase durch Oeffnungen in dünnen Wänden, durch kurze Ansatzröhren, durch Leitungsröhren, sind denjenigen ganz analog, welche wir schon bei tropfbar-flüssigen Körpern kennen gelernt haben. Gasbehälter, welche so eingerichtet sind, daß ein constantes Ausströmen des Gases unterhalten werden kann, nennt man Gasometer.

Fig. 359.



$\frac{1}{12}$

In chemischen Laboratorien werden gewöhnlich Gasometer angewandt, wie sie Fig. 359 zeigt. *A* ist ein Cylinder von lackirtem Blech, welcher ungefähr 16 bis 18 Zoll hoch ist, 10 bis 12 Zoll Durchmesser hat, und dessen oberer Deckel etwas nach oben gewölbt ist. Auf diesem Deckel ruht auf drei Stützen ein zweiter, oben offener Cylinder *B*, der aber nur $^1/_3$ so hoch ist. Der obere Cylinder ist mit dem unteren durch zwei Röhren verbunden, von denen die eine, *b*, gerade in der Mitte des Deckels sich befindet. Sie darf durchaus nicht in den unteren Cylinder hineinragen. Eine

zweite Verbindungsröhre *a* geht fast auf den Boden des unteren Cylinders. In jeder dieser Röhren befindet sich ein Hahn, vermittelst dessen man nach Belieben die Verbindung der beiden Cylinder herstellen und unterbrechen kann. Bei *e* befindet sich eine kurze horizontale Röhre, welche ebenfalls durch einen Hahn verschlossen werden kann, und an welcher vorn ein Schraubengewinde eingeschnitten ist, um andere Röhren und Ausströmungsöffnungen anschrauben zu können. Nahe am Boden des unteren Cylinders befindet sich bei *d* eine aufwärts stehende Oeffnung, welche mittelst einer Schraube oder eines Korkes verschlossen werden kann.

Wenn man den unteren Cylinder mit einem Gase füllen will, füllt man ihn erst mit Wasser, und zwar auf folgende Weise. Die Oeffnung bei *d* wird verschlossen, die drei Hähne geöffnet und dann in das obere Gefäß Wasser gegossen. Das Wasser fließt in den unteren Cylinder, und wenn dieser so weit gefüllt ist, daß Wasser durch *e* auszufließen beginnt, schließt man den Hahn daselbst. Der Rest von Luft, welcher nun noch im Cylinder sich befindet, entweicht durch das Rohr *b*. Ist der untere Cylinder auf diese Weise mit Wasser gefüllt, so werden die Hähne der Verbindungsröhren geschlossen und die Schraube oder der Kork bei *d* weggenommen. Wasser kann hier nicht ausfließen, weil keine Luftblasen eindringen können. Wenn man aber bei *d* ein Gasleitungsrohr einsteckt, so wird neben diesem Rohre das Wasser ausfließen, während aus demselben fortwährend Gasblasen in den oberen Theil des Behälters aufsteigen. Auf diese Weise füllt sich der untere Cylinder mehr und mehr mit Gas. Wie weit der Cylinder mit Gas gefüllt ist, sieht man an dem Glasrohre *f*, welches mit dem Gefäße *A* oben und unten in Verbindung steht, so daß das Wasser in diesem Glasrohre so hoch steht wie im Cylinder.

Nachdem das ganze Reservoir mit Gas gefüllt ist, wird die Oeffnung bei *d* verschlossen und der Hahn der Verbindungsröhre *a* geöffnet. Sobald nun der Hahn *e* geöffnet wird, strömt das Gas hier mit einer dem Drucke der Wassersäule in der Röhre *a* entsprechenden Geschwindigkeit aus.

Eckling in Wien verfertigt jetzt solche Gasometer von Glas, welche höchst elegant sind und bei welchen man die ganze Einrichtung, der Durchsichtigkeit des Materials wegen, leicht übersieht. Es versteht sich von selbst, daß hier das Wasserstandsrohr *f*, Fig. 359, wegfällt. Fig. 360 (a. f. S.) stellt einen solchen Apparat in $1/_{10}$ der natürlichen Größe dar. Das untere Glasgefäß *A* hat oben einen engeren Hals, der in eine Kupferbüchse eingekittet ist. In der Mitte des etwas gewölbten Deckels derselben erhebt sich eine Röhre, die bei *e* einen Hahn hat, der geöffnet das Gas durch ein horizontales Rohr bei *o* ausströmen läßt. Der obere Wasserbehälter ist unten eben so gefaßt wie *A* oben. Ein Rohr *a* führt von demselben fast bis zum Boden von *A*; *c* ist nur eine Stütze. Um *A* mit Wasser zu füllen, wird die Oeffnung bei *d* geschlossen, der Hahn *e* und der Hahn der Röhre *a* geöffnet und in das obere Gefäß Wasser eingegossen. Sobald das untere Gefäß mit Wasser gefüllt ist, werden beide Hähne geschlossen, *d* geöffnet und nun hier das Gas eingeleitet. Sobald das Gasometer mit Gas gefüllt ist, wird *d* geschlossen und der Hahn *a* geöffnet, so

daß das Gas in *A* durch eine Wassersäule gepreßt ist. Der Hahn *e* ist, wie auf der Vorderfläche angedeutet ist, doppelt durchbohrt, so daß je nach der Stellung desselben das eingeschlossene Gas abgesperrt wird, oder durch die horizontale Röhre, oder auch in verticaler Richtung in das obere Wassergefäß austritt, welches als Wasserwanne dienend benutzt werden kann, um das Gas in Glocken oder Flaschen umzufüllen.

Fig. 360.

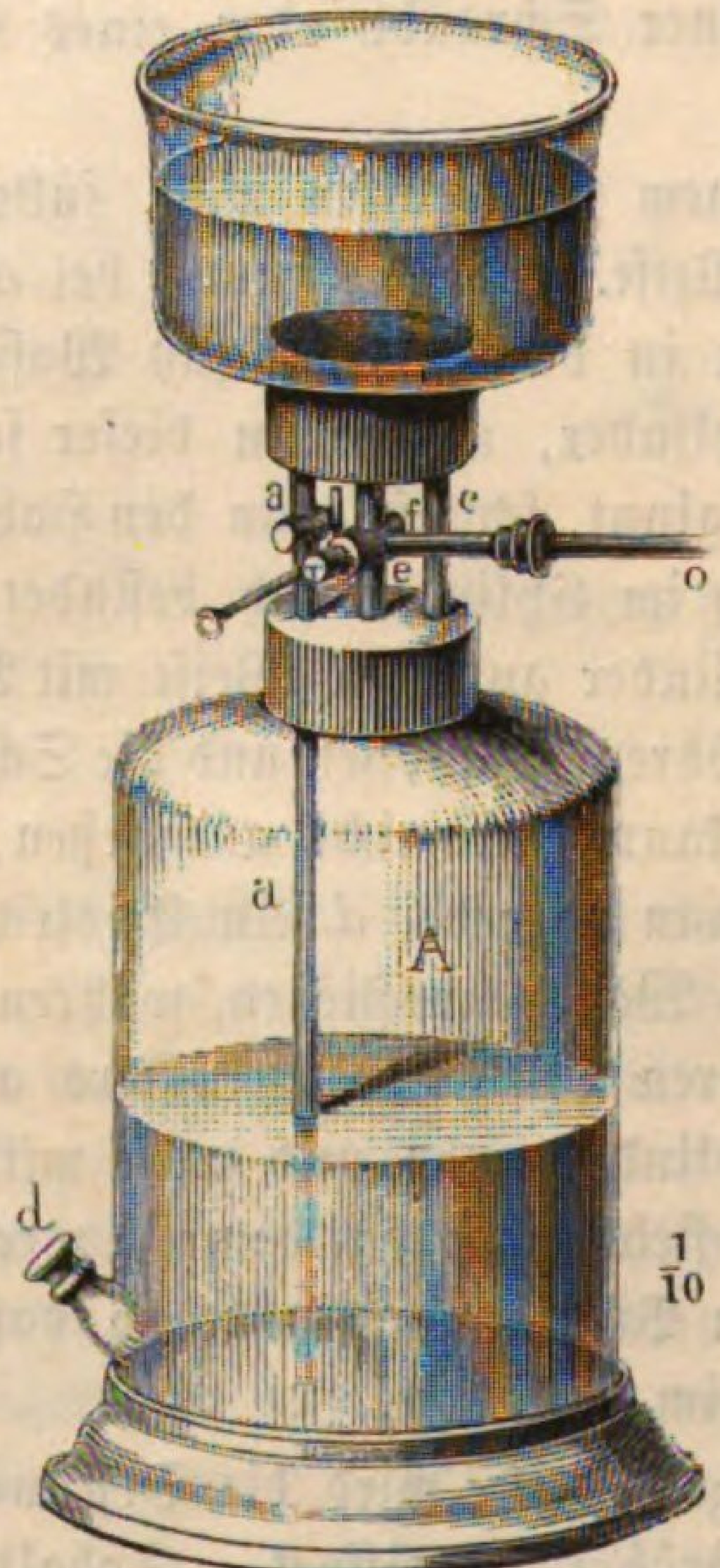


Fig. 361.

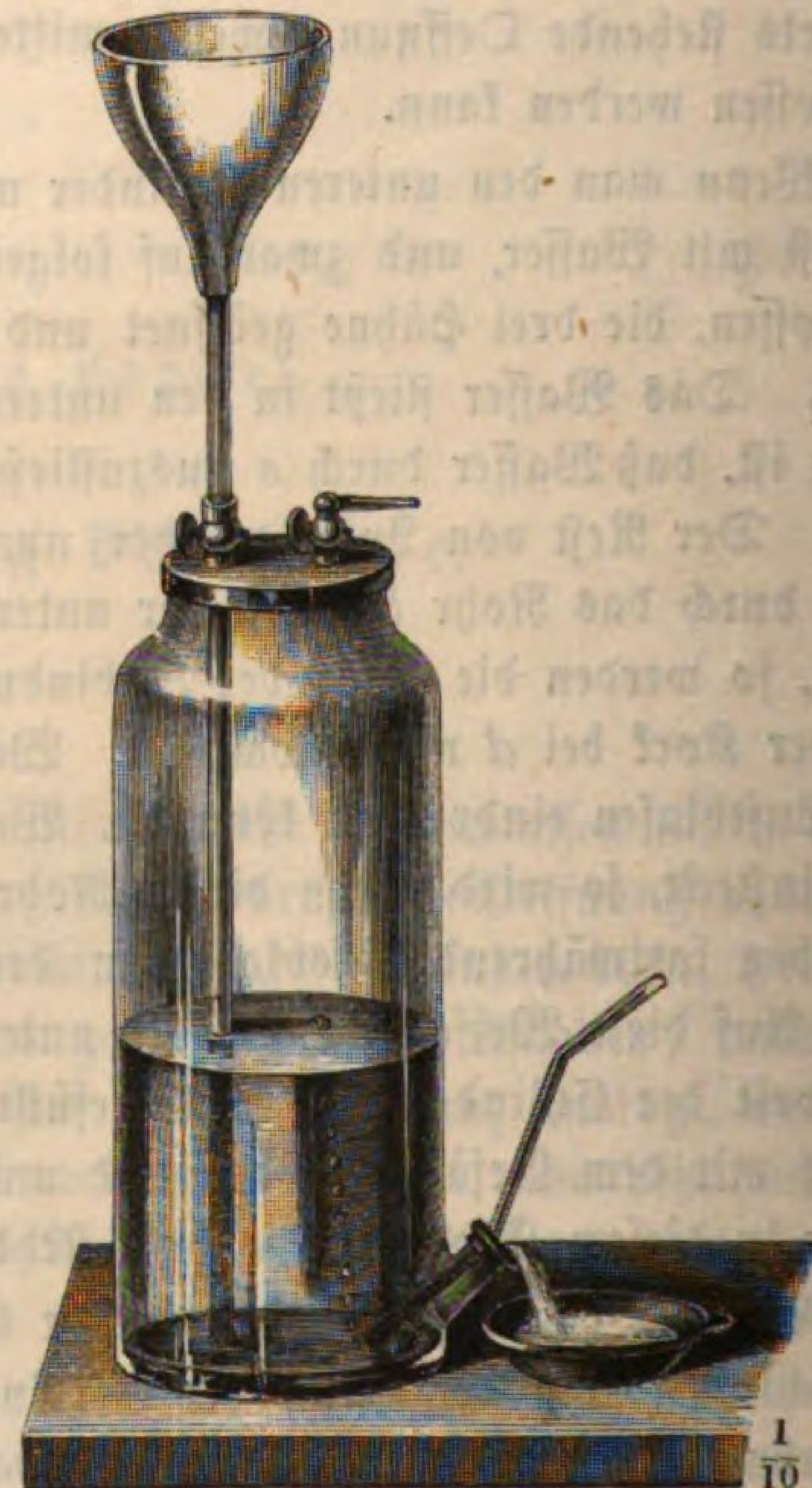


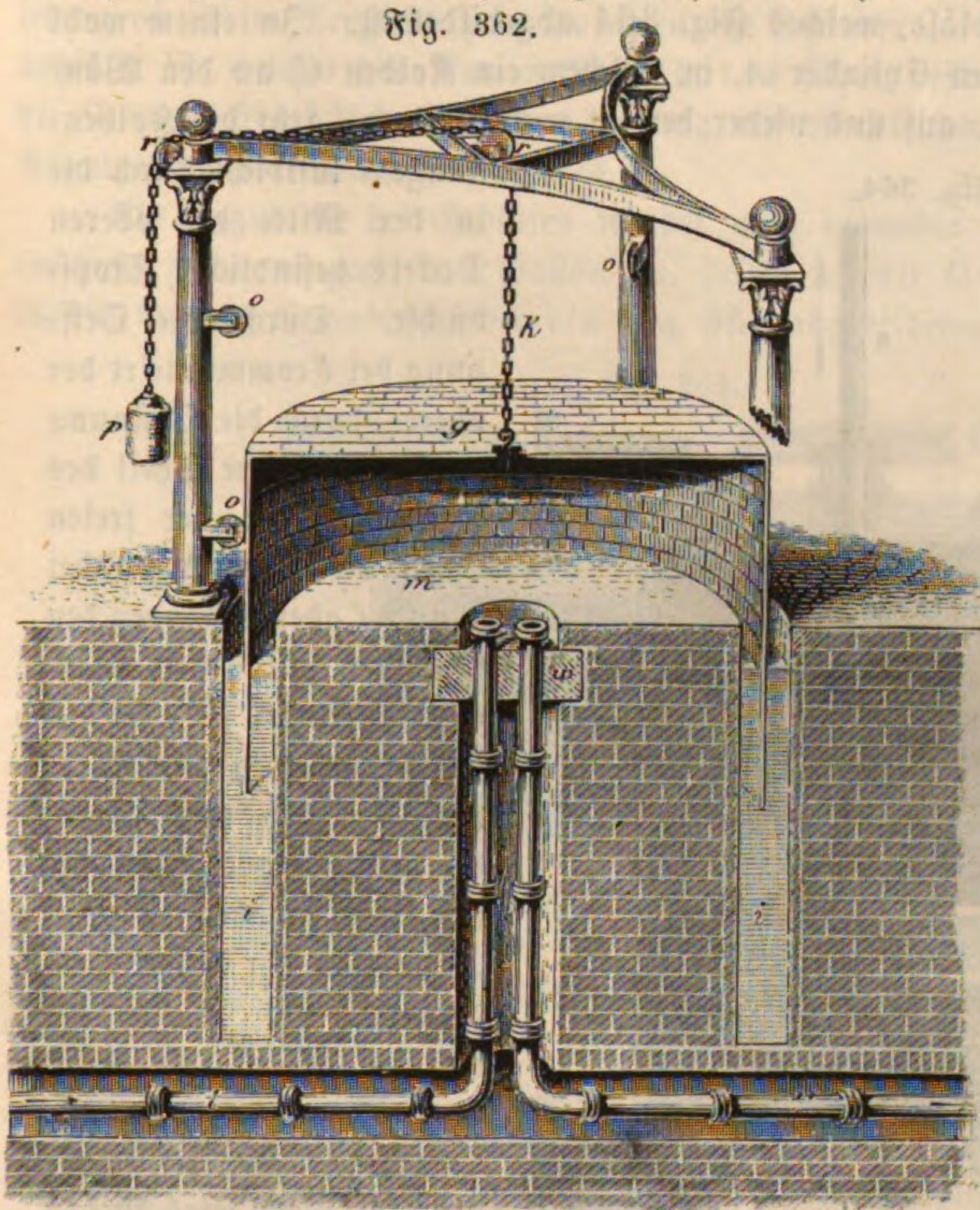
Fig. 361 stellt ein noch einfacheres Gasometer mit gläsernem Gefäß dar, welches wohl ohne weitere Erläuterung verständlich sein wird.

Die großen Gasometer, welche man zur Gasbeleuchtung anwendet, sind nach einem anderen Principe construirt; ein oben verschlossener Cylinder, Fig. 362, taucht in ein großes mit Wasser gefülltes Reservoir, dessen mittlerer Theil auch ausgemauert sein kann. Dieser Cylinder besteht aus Blech und hat z. B. 30 Fuß im Durchmesser, enthält 2700 Cubikfuß Gas und wiegt, wie wir annehmen wollen, 20000 Pfund. Er sinkt nicht in Wasser unter, weil er mit Gas gefüllt ist, sein ganzes Gewicht aber drückt auf dieses Gas und erhält es unter einem Drucke, welcher größer ist als der Druck der Atmosphäre. Nach unserer Annahme beträgt dieser Ueberschuß des Druckes 20000 Pfund auf eine Kreisfläche von 30 Fuß Durchmesser, was ungefähr dem Drucke einer Wassersäule von 5 Zoll gleichkommt; außerhalb muß also das Wasser 5 Zoll höher stehen als im Cylinder.

Von unten aufsteigend ragt nun eine Röhre in den Cylinder hinein, so

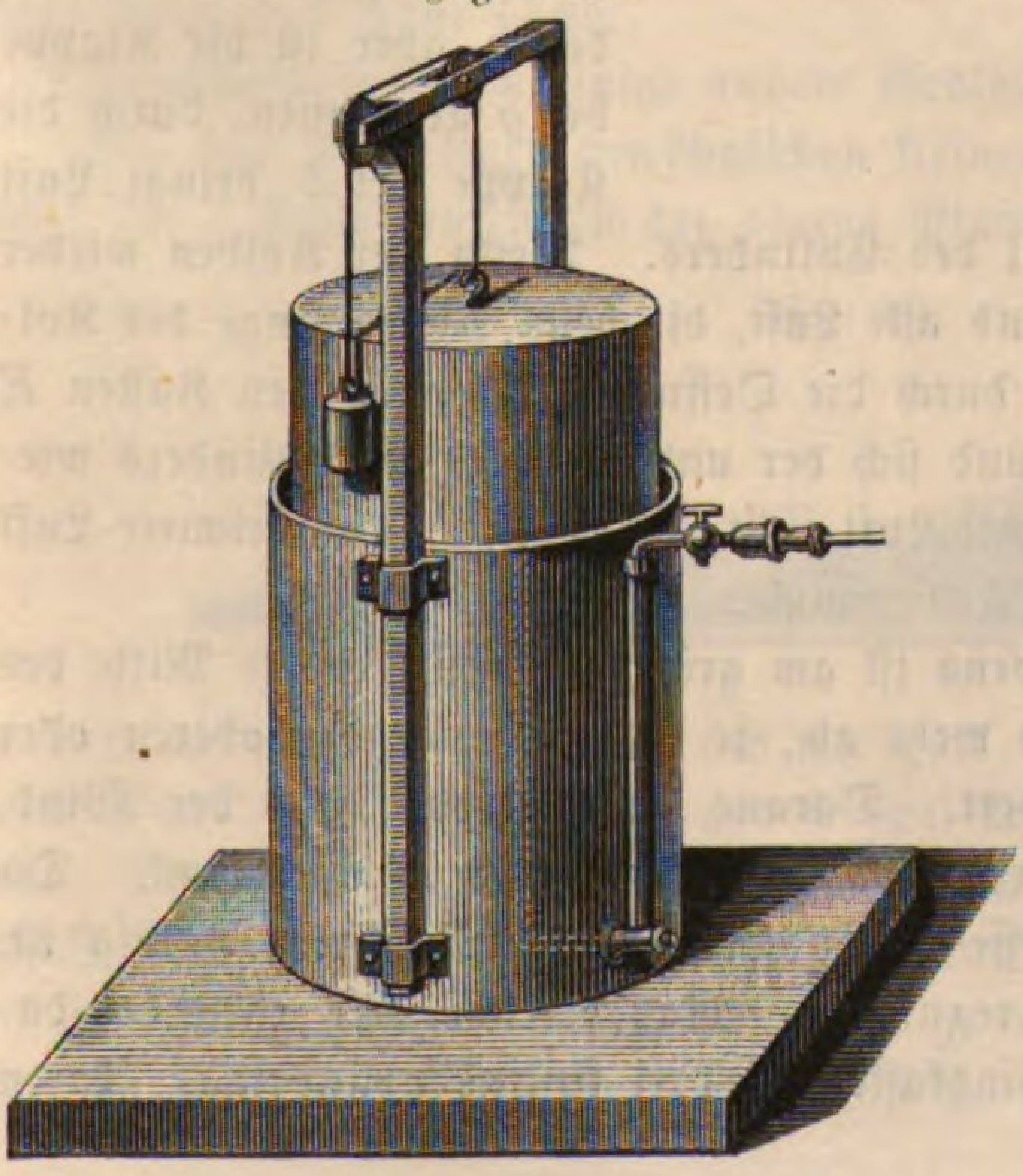
daß ihr oberes offenes Ende über dem Wasserspiegel sich befindet; diese Röhre vertheilt sich in eine Menge enger Röhren, die zu den einzelnen Gasschnäbeln

Fig. 362.



führen, aus denen dann das Gas mit einer Geschwindigkeit ausströmt, welche dem Drucke im Gasometer entspricht. Diese Geschwindigkeit ist constant, weil das Gasometer, wenn es auch tiefer ins Wasser einsinkt, doch nur wenig von seinem Gewichte verliert, indem hier nur die Wand des Gasometers in Betracht kommt. Der Druck auf das Gas wird durch ein Gegengewicht gemäßigt und regelmäßiger gemacht. Um das Gasometer zu füllen, wird ein im Vertheilungsrohre befindlicher Hahn geschlossen, dagegen aber der Hahn eines anderen Rohres geöffnet, welches das Innere des Gasometers mit dem Apparate verbindet, in welchem das Gas bereitet wird.

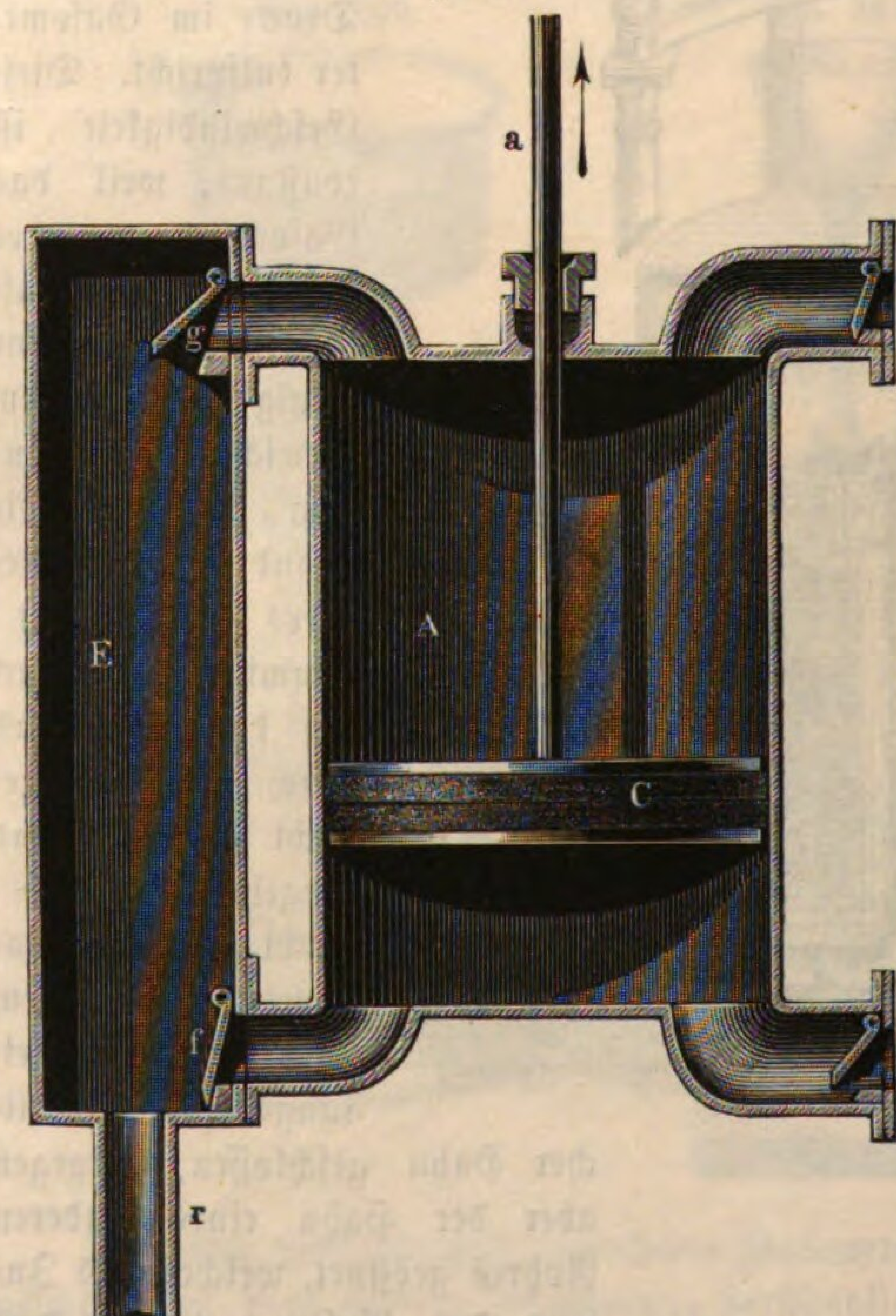
Fig. 363.



Nach demselben Princip werden auch kleinere Gasometer für Laboratorien construirt. In Fig. 363 ist ein solcher abgebildet und wohl ohne weitere Erklärung verständlich. Es ist hier nur eine Zuleitungsröhre, aus welcher man dann das Gas auch wieder ausströmen läßt. In derselben Weise könnten zwei solcher Röhren angebracht sein.

138 **Gebläse.** Bei Hohöfen und Schmiedefeuern wendet man Gebläse von verschiedener Einrichtung an. Die zweckmäßigste, jetzt fast allgemein eingeführte Art ist das Cylindergebläse, welches Fig. 364 abgebildet ist. In einem wohl ausgebohrten gußeisernen Cylinder *A*, in welchem ein Kolben *C*, an den Wänden luftdicht schließend, auf und nieder bewegt werden kann, geht die Kolbenstange *a* luftdicht durch die in der Mitte des oberen Deckels befindliche Stopfbüchse. Durch die Oeffnung bei *b* communicirt der obere, durch die Oeffnung bei *d* der untere Theil des Cylinders mit der freien Luft; die Oeffnungen bei *g* und *f* aber verbinden den Cylinder mit einem viereckigen Kasten *E*. Bei *b* und *d* befinden sich Klappen, die sich nach innen, bei *g* und *f* aber solche, die sich nach außen öffnen. Wenn nun der Kolben niedergeht, schließt sich die Klappe bei *d*, die bei *f* aber öffnet sich, und alle Luft aus dem unteren Theile des Cylinders wird in den Raum *E* getrieben. Unterdessen aber ist die Klappe bei *g* geschlossen, durch die Klappe bei *b* dringt Luft von außen her in den oberen Theil des Cylinders. Wenn der Kolben wieder in die Höhe geht, schließt sich *b*, und alle Luft, die beim Niedergange des Kolbens hier eingedrungen war, wird durch die Oeffnung bei *g* in den Kasten *E* geschafft, während *f* geschlossen ist und sich der untere Theil des Cylinders wieder durch die geöffnete Klappe *d* mit Luft füllt. Die in *E* comprimirte Luft strömt durch ein Rohr *r* nach dem Feuerraume.

Fig. 364.

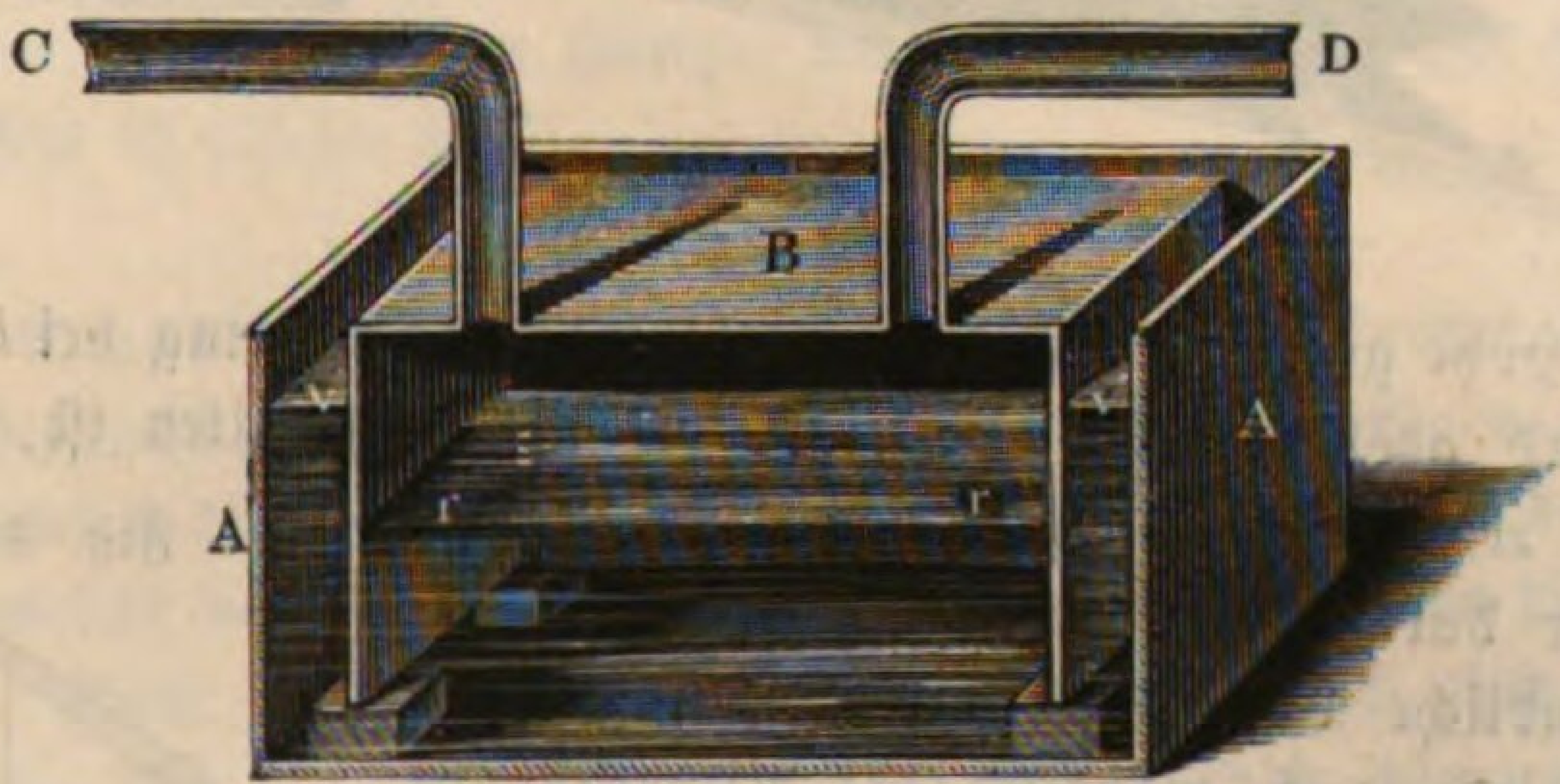


Die Geschwindigkeit des Kolbens ist am größten, wenn er die Mitte des Cylinders passirt, sie nimmt um so mehr ab, je mehr er sich der oberen oder unteren Gränze seines Weges nähert. Daraus geht hervor, daß der Wind, welchen ein solcher Cylinder liefert, nicht gleichmäßig bei *r* ausströmt. Da aber für die meisten Schmelzprocesse ein gleichmäßiger Windstrom nöthig ist, so muß man dafür sorgen, ihn zu reguliren. Man erreicht dies entweder dadurch, daß man an demselben Windkasten *E* drei Cylinder anbringt, deren

Kolben nicht gleichzeitig die Mitte ihres Weges passiren, oder auch dadurch, daß man die Luft aus *E* erst in einen Behälter treten läßt, dessen Rauminhalt sehr groß ist im Vergleich zum Volumen des Cylinders. Je größer dieser Luftbehälter ist, welcher den Namen **Regulator** führt, desto weniger Einfluß hat die Unregelmäßigkeit der Kolbenbewegung auf die Gleichmäßigkeit des aus dem Regulator austretenden Luftstromes.

Als Regulator bei Gebläsen wendet man entweder einen aus Eisenblech luftdicht zusammengenieteten Ballon an, dessen Inhalt 40- bis 50mal so groß ist als der des Cylinders, oder den Fig. 365 abgebildeten Wasserregulator, der

Fig. 365.

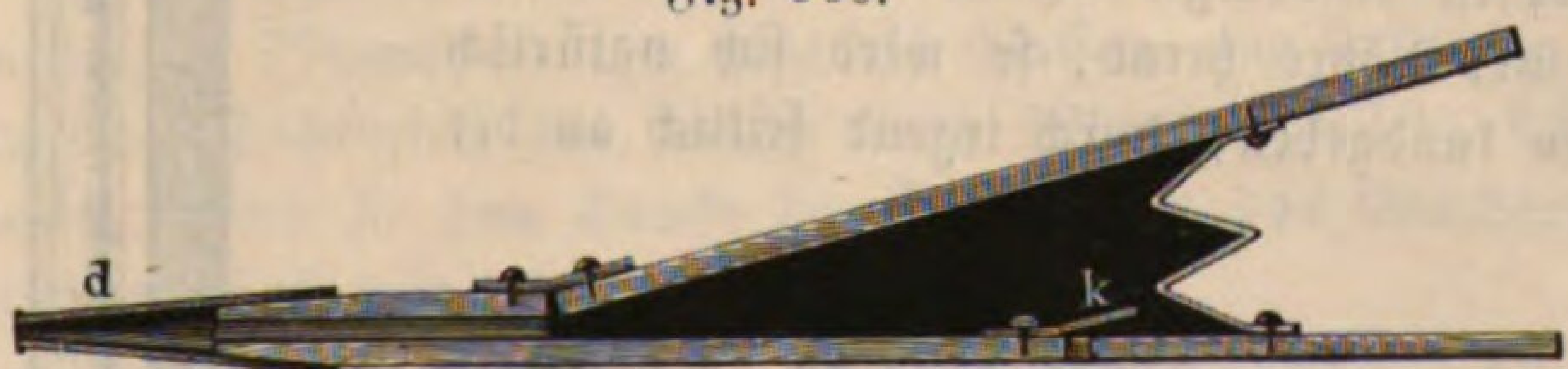


seinem Wesen nach ganz mit dem Gasometer übereinkommt, wie er zur Gasbeleuchtung angewandt wird. In den Kasten *B*, welcher aus luftdicht zusammengenieteten eisernen Platten besteht und dessen Inhalt den des Cylinders weit übertrifft, strömt durch das Rohr *D* vom Cylinder her die Luft ein, durch das Rohr *C* aber wieder aus. Die Luft im Kasten *B* ist unten durch Wasser gesperrt, dessen Niveau *rr* im Kasten nothwendig tiefer steht als der Spiegel ***vv*** außerhalb. Von der Differenz der Höhen der Wasserspiegel hängt der Grad der Compression der Luft in *B* und also auch die Geschwindigkeit des Ausflusses durch das Rohr *C* ab.

Betrachten wir noch einige andere Gebläse.

Fig. 366 stellt einen gewöhnlichen kleinen **Küchenblasbalg** im Durchschnitt dar. Beim Aufziehen der oberen Platte wird die Bodenklappe *k* gehoben und der innere Raum füllt sich mit Luft, welche beim Niederdrücken des

Fig. 366.

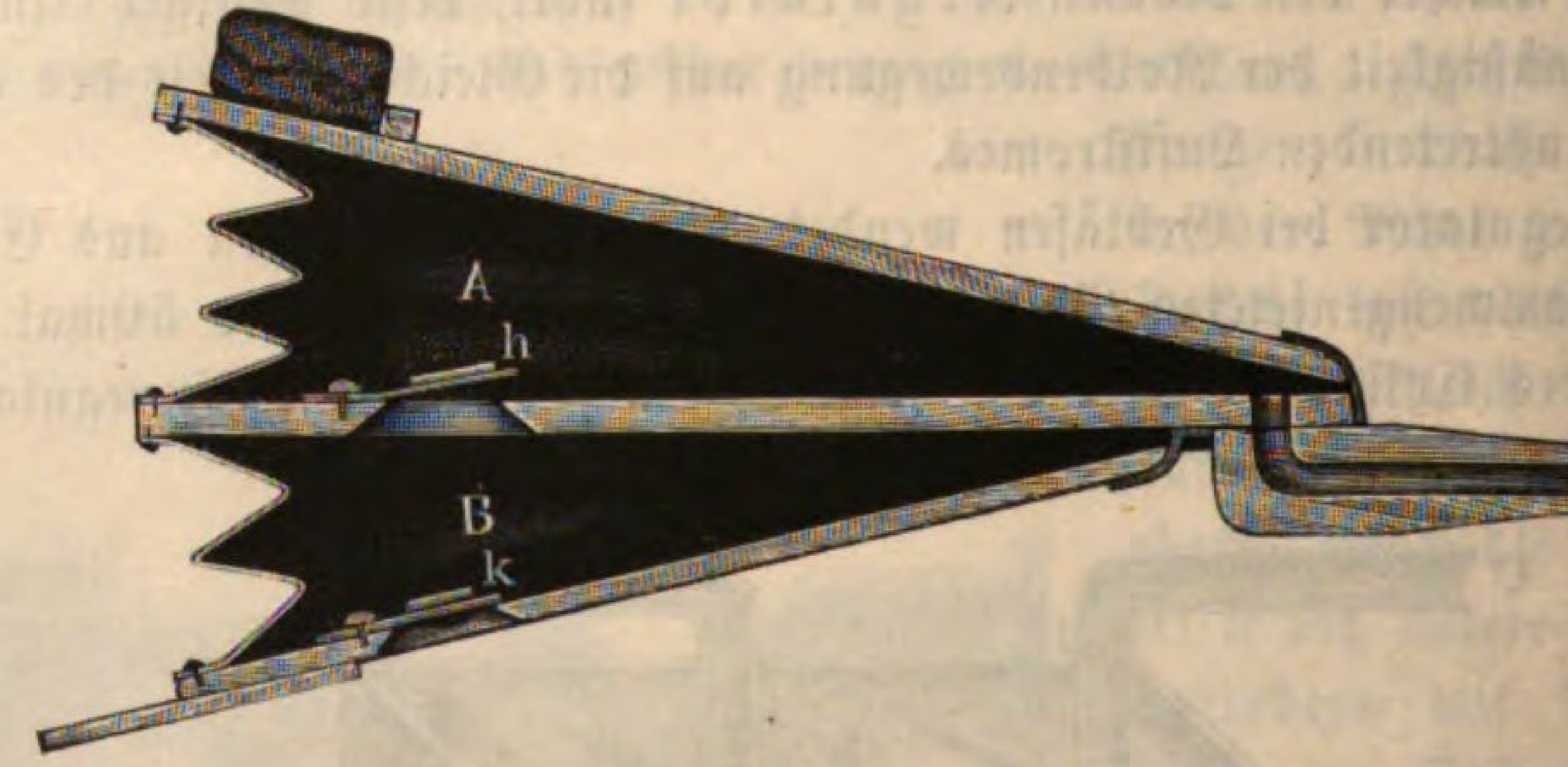


oberen Deckels, da sich die Klappe *k* schließt, zur Düse *d* hinausgetrieben wird. Ein solcher Blasbalg giebt also nur einen intermittirenden Luftstrom, nämlich nur beim Niedergange des oberen Deckels.

Um einen continuirlichen Luftstrom zu liefern, muß der Blasbalg zwei getrennte Luftbehälter *A* und *B*, Fig. 367 (a. f. S.), haben; die Platte sowohl,

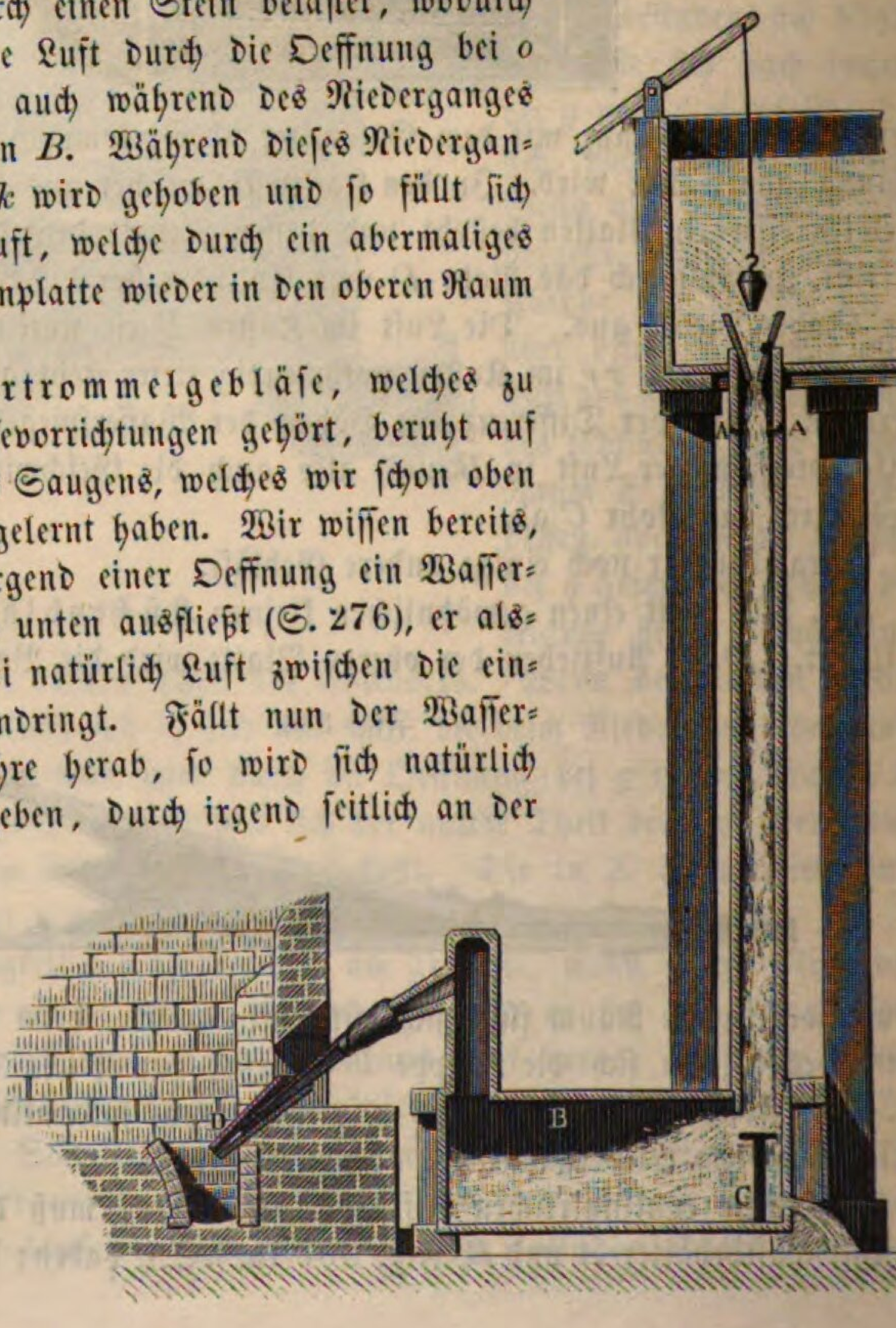
welche die beiden Räume trennt, wie die Bodenplatte des unteren Behälters *B* haben Löcher, die mit Lederklappen bedeckt sind. Wenn die Bodenplatte

Fig. 367.



von *B* in die Höhe gezogen wird, so schließt sich die Oeffnung bei *k*, das Ventil bei *h* aber wird geöffnet und alle Luft, die in *B* enthalten ist, wird in den oberen Raum *A* getrieben. Der bewegliche Deckel von *A* ist aber durch einen Stein belastet, wodurch die in *A* befindliche Luft durch die Oeffnung bei *o* ausgetrieben wird, auch während des Niederganges der Bodenplatte von *B*. Während dieses Niederganges schließt sich *h*, *k* wird gehoben und so füllt sich *B* abermals mit Luft, welche durch ein abermaliges Aufziehen der Bodenplatte wieder in den oberen Raum *A* getrieben wird.

Fig. 368.



Das Wassertrommelgebläse, welches zu den ältesten Gebläsevorrichtungen gehört, beruht auf dem Phänomen des Saugens, welches wir schon oben Seite 278 kennen gelernt haben. Wir wissen bereits, daß, wenn aus irgend einer Oeffnung ein Wasserstrahl vertical nach unten ausfließt (S. 276), er alsbald zerreißt, wobei natürlich Luft zwischen die einzelnen Tropfen eindringt. Fällt nun der Wasserstrahl in einer Röhre herab, so wird sich natürlich ein Streben kundgeben, durch irgend seitlich an der

Röhre angebrachte Löcher Luft einzusaugen und mit dem fallenden Wasserstrahle herunterzureißen. Darauf beruht nun das Wassertrommelgebläse, welches Fig. 368 abgebildet ist. Aus dem Wasserbehälter stürzt das Wasser durch eine Röhre in den Windkasten *B*, welcher oben geschlossen ist, unten aber eine Ausflußöffnung hat. Das herabstürzende Wasser saugt nun Luft durch die Löcher *A* ein und reißt sie mit Gewalt in den Windkasten *B*, aus welchem sie durch die Düse *D* ausströmt, während das Wasser bei *C* ausfließt.

Die Betrachtung der Ventilatoren oder Centrifugalgebläse, der Schraubengebläse u. s. w. würde uns hier zu weit führen.

Gesetze des Ausströmens der Gase. Für die Ausflußgeschwindigkeit der Gase gelten dieselben Gesetze, wie bei Flüssigkeiten, d. h. die Ausflußgeschwindigkeit ist (Seite 270) 139

$$v = \sqrt{2\,gs},$$

wenn s die Druckhöhe bezeichnet. Hier aber ist s eine Größe, die nicht direct durch die Beobachtung gegeben ist, wie bei tropfbar-flüssigen Körpern. Für diese bezeichnet s die Höhe der Flüssigkeitssäule, deren Druck den Ausfluß bewirkt, und welche von derselben Natur und Dichtigkeit ist wie die ausströmende Flüssigkeit. Gase, welche in einem Gefäße enthalten sind, sind aber nie durch eine Luftsäule von gleichmäßiger Dichtigkeit und wohlbegränzter Höhe comprimirt, denn selbst wenn das Gas nur durch den Druck der Atmosphäre comprimirt wäre, ist die Luftsäule, welche diesen Druck hervorbringt, weder von gleichförmiger Dichtigkeit, noch von meßbarer Höhe; also selbst in diesem Falle kann s nicht direct aus der Beobachtung entnommen werden. Gewöhnlich aber mißt man den Druck, welcher die Luft aus einem Reservoir austreibt, durch die Höhe einer Wasser- oder Quecksilbersäule, welche man an einem Manometer beobachtet. Der Werth von s, welcher in den oben angegebenen Werth der Ausflußgeschwindigkeit gesetzt werden muß, ist also jederzeit aus den beobachteten Umständen zu berechnen.

Der einfachste Fall, der hier in Betrachtung kommen kann, ist der, daß Luft von atmosphärischer Pressung in einen luftleeren Raum einströmt. Der mittlere atmosphärische Druck hält einer Wassersäule von 32 Fuß oder 10,4 Metern das Gleichgewicht. Die Luft aber, welche diesen mittleren Druck auszuhalten hat, ist 770mal weniger dicht als Wasser; eine Luftsäule also, welche durchweg diese Dichtigkeit hat, müßte eine Höhe von $770 \, . \, 32 = 24640$ Fuß haben, wenn sie dem Drucke der Atmosphäre das Gleichgewicht halten soll; für diesen Fall also wäre

$$s = 24640', \text{ und also } v = \sqrt{2 \, . \, 30 \, . \, 2464} = 1215'.$$

Wenn die Luft aus einem Reservoir, in welchem sie nur durch den Druck einer halben Atmosphäre comprimirt ist, in einen leeren Raum ausströmt, so wird die Ausflußgeschwindigkeit gerade so groß sein wie im vorigen Falle, nämlich 1215'. Der Grund davon ist leicht einzusehen; denn obgleich hier der Ausfluß nur durch einen halb so großen Druck hervorgebracht wird wie vorher, so ist auch die ausfließende Luft nur halb so dicht. Ueberhaupt ist die Ge-

schwindigkeit, mit welcher die Luft in einen leeren Raum einströmt, stets dieselbe, der Druck, welcher das Einströmen bedingt, mag sein, welcher er will.

Wenn die Ausströmung in einen Raum stattfindet, der bereits Luft, wiewohl von geringerer Spannung, enthält, so ist das Bestreben, zu entweichen, begreiflicherweise nur von der Differenz beider Spannungen abhängig. Bezeichnen wir den Unterschied beider Spannungen als eine Luftsäule von der Höhe H und der Dichtigkeit der stärker comprimirten Luft, so ist die Ausflußgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{2\,gH}.$$

Wir wollen versuchen, den Werth von H für den Fall zu bestimmen, daß aus einem Reservoir stärker comprimirte Luft in die atmosphärische Luft ausströmt. Die Compression der Luft im Reservoir sei durch eine Wassersäule gemessen, deren Höhe wir mit h bezeichnen wollen. Diese Höhe h giebt den Unterschied der Spannung der inneren und äußeren Luft an, und es ist nur auszumitteln, wie hoch eine Luftsäule von der Dichtigkeit der Luft im Reservoir sein müßte, um einer Wassersäule von der Höhe h das Gleichgewicht zu halten. Hätten wir mit Luft von mittlerer atmosphärischer Pressung zu thun, so könnte man für die Wassersäule von der Höhe h eine Luftsäule von der Höhe $770\,h$ substituiren. Um derselben Wassersäule das Gleichgewicht zu halten, haben wir aber eine Luftsäule von geringerer Höhe nöthig, wenn die Luft dichter ist, und zwar steht die erforderliche Höhe in umgekehrtem Verhältniß zur Dichtigkeit der Luft.

Die atmosphärische Luft von mittlerer Pressung, welche 770mal leichter ist als Wasser, ist gleichsam durch eine Wassersäule von 32 Fuß oder 10,4 Metern, welche Höhe mit b bezeichnet sein mag, comprimirt, während die Luft in unserem Reservoir den Druck einer Wassersäule von der Höhe $b + h$ auszuhalten hat. Die Dichtigkeit der Luft von mittlerer Pressung verhält sich demnach zur Dichtigkeit der Luft in unserem Reservoir, wie $b : b + h$; die Luft im Reservoir ist also $\frac{b+h}{b}$ mal dichter als die Luft von mittlerer atmosphärischer Pressung; statt einer Luftsäule von der Höhe $770\,h$ dieser dünneren Luft haben wir also auch eine Säule von der Höhe $\frac{770\,.\,h\,.\,b}{b+h}$ jener dichteren Luft zu setzen, und dieser Werth $\frac{770\,.\,h\,.\,b}{b+h}$ ist es, den wir für H in die obige Gleichung setzen müssen; denn die Luftsäule von der Höhe $\frac{770\,b\,.\,h}{b+h}$ und der Dichtigkeit der Luft im Reservoir würde der Wassersäule von der Höhe h vollkommen das Gleichgewicht halten. Die Ausflußgeschwindigkeit für unseren Fall ist also

$$v = \sqrt{2\,g\,\frac{770\,b\,.\,h}{b+h}}.$$

Die Ausflußmenge in einer Secunde würde man erhalten, wenn man den Querschnitt der Oeffnung f mit diesem Werthe von v multiplicirt, vorausge-

setzt, daß in jedem Punkte des Querschnitts die ausströmenden Lufttheilchen mit dieser Geschwindigkeit passiren. Die Ausflußmenge in t Secunden würde demnach sein

$$M = f \cdot t \sqrt{2\, g \frac{770\, b \cdot h}{b + h}}.$$

Die Erfahrung aber zeigt, wie wir dies ja auch schon bei tropfbar-flüssigen Körpern gesehen haben, daß die wirkliche Ausflußmenge geringer ist als die theoretische; und zwar hat man die theoretische Ausflußmenge mit einem bestimmten Factor μ zu multipliciren, um die wirkliche zu erhalten.

Für Wasser ist bekanntlich dieser Factor 0,64 und ist fast ganz unabhängig von der Druckhöhe, indem er nur sehr unbedeutend wächst, wenn die Druckhöhe abnimmt. Für Gase aber ist der Werth von μ sehr veränderlich. Nach Schmidt, welcher diesen Gegenstand zuerst einer genaueren Untersuchung unterworfen hat, ist μ bei einer Druckhöhe von 3 Fuß (Wasser) gleich 0,52. Nach d'Aubuisson's Versuchen ist, innerhalb der Druckhöhen 0,1 bis 0,5 Fuß, der Werth von $\mu = 0{,}65$ zu setzen. Solche Verschiedenheiten können nicht wohl von Beobachtungsfehlern herrühren, und beweisen unzweifelhaft eine Veränderlichkeit von μ.

Eine sehr genaue Reihe von Versuchen hat Koch über diesen Gegenstand angestellt. Er hat gefunden, daß, wenn die Druckhöhe von 6 Fuß bis 0,15 Fuß abnimmt, der Werth von μ von 0,5 bis auf 0,6 wächst. Buff hat gezeigt, daß, wenn man

$$\mu = 0{,}626\,(1 - 0{,}789\,\sqrt{h})$$

setzt, wo h, wie bisher, die Druckhöhe bezeichnet, die nach dieser Formel berechneten Werthe sehr gut mit den Koch'schen Beobachtungen übereinstimmen, daß also diese Formel das empirische Gesetz für die Veränderlichkeit des Ausflußcoefficienten μ ist. Später hat Buff hierüber selbst genaue Versuche bei geringem Drucke, wie er besonders in der Praxis vorkommt, angestellt, welche gleichfalls die Veränderlichkeit des Coefficienten μ in der erwähnten Weise bestätigen.

Die Differenz zwischen der theoretischen und wirklichen Ausflußmenge hat hier einen ganz analogen Grund, wie bei den tropfbar-flüssigen Körpern, und es läßt sich daraus schließen, daß auch hier eine Contractio venae stattfinden muß, obgleich wir sie nicht unmittelbar beobachten können.

Cylindrische Ansatzröhren ebenso wie conische, mag nun die weite Oeffnung nach innen oder nach außen gekehrt sein, vermehren die Ausflußmenge der Gase.

Ausflußgeschwindigkeit verschiedener Gase bei gleichem Druck. 140
Wenn sich in einem Reservoir nicht Luft, sondern ein anderes Gas befindet, so ist klar, daß man in der Gleichung

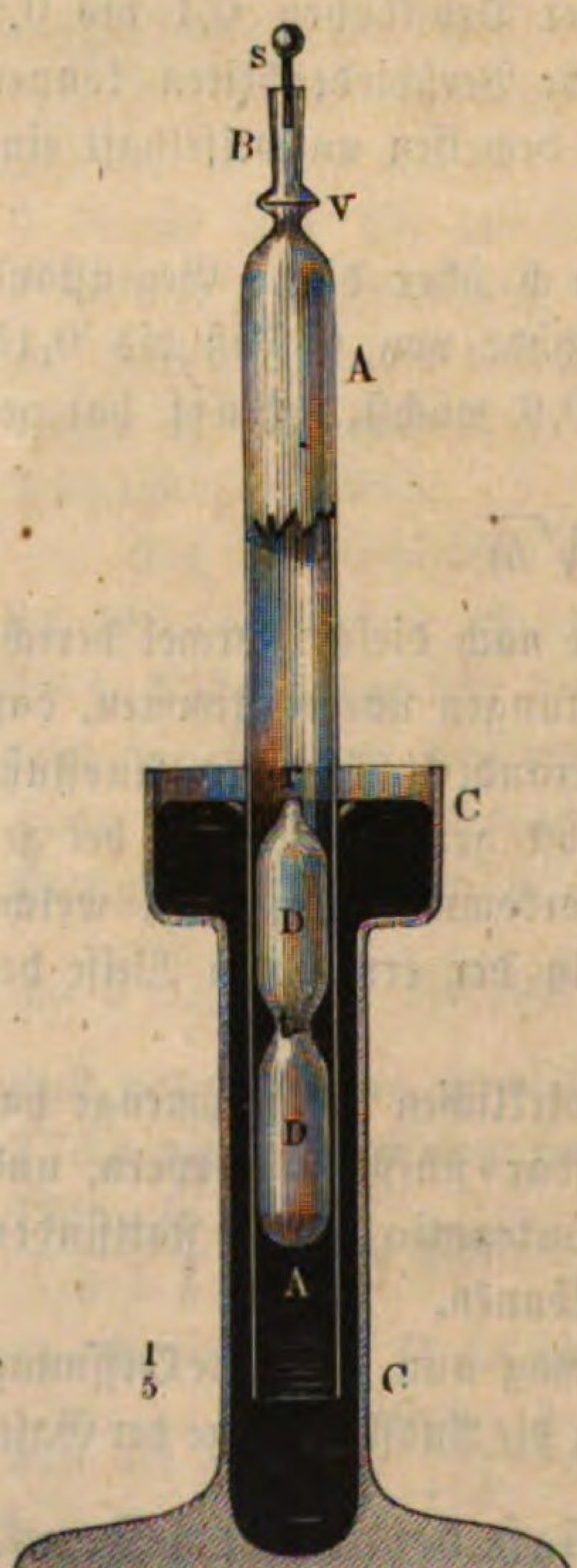
$$v = \sqrt{2\, g\, H}$$

für H einen anderen Werth zu setzen hat als den für atmosphärische Luft geltenden, und zwar ändert sich der Werth von H im umgekehrten Verhältniß,

wie die Dichtigkeit des Gases; für ein Gas, dessen Dichtigkeit *n*mal größer ist als die der atmosphärischen Luft, ist der Werth von *H* *n*mal kleiner, und daraus folgt, daß unter sonst gleichen Umständen die Ausflußgeschwindigkeit der Gase sich umgekehrt verhält wie die Quadratwurzel aus ihrer Dichtigkeit. Unter gleichem Drucke wird also z. B. das Kohlensäuregas $\sqrt{1,5} = 1,2$ mal langsamer ausströmen als atmosphärische Luft, weil die Kohlensäure 1,5 mal dichter ist. Die Dichtigkeit eines Gases ist demnach dem Quadrat der Ausströmungsgeschwindigkeit umgekehrt und dem Quadrat der Zeit direct proportional, welche nöthig ist, damit ein bestimmtes Gasvolum ausströmt.

Bunsen gründet darauf ein sehr sinnreiches Verfahren, um die Dichtigkeit von Gasen zu ermitteln. Zur Aufnahme des zu untersuchenden Gases dient eine Glasröhre *A* (Fig. 369), welche ungefähr 40 Centimeter lang ist.

Fig. 369.



Oben ist sie verengt und ein Glasröhrchen *B* angesetzt. In der etwas verdickten Vereinigungsstelle *v* ist ein dünnes Platinplättchen eingeschmolzen, welches eine feine Oeffnung hat, durch welche das Gas aus *A* ausströmen kann, wenn das Röhrchen *B* nicht durch den Glasstöpsel *s* geschlossen ist. Unten ist das Gas durch Quecksilber gesperrt, welches sich in einem oben erweiterten Gefäß befindet. Während der Stöpsel *s* wohl schließend aufgesetzt ist, wird nun die Glasröhre *A* so tief in das Quecksilber niedergedrückt und durch eine entsprechende Vorrichtung festgehalten, daß die Spitze *r* eines aus einer Glasröhre verfertigten Schwimmers *D* durch ein mehrere Schritte entferntes Fernrohr genau im Niveau des Quecksilbers im Gefäß *C* erscheint. Nun wird der Stöpsel *s* weggenommen; das Gas beginnt auszuströmen, der Schwimmer *D* steigt, und man hat nur die Zeit zu messen, welche vom Wegnehmen des Stöpsels an vergeht, bis die an einer Verengung des Schwimmers *D* angebrachte Marke *t* im Niveau des äußeren Quecksilbers erscheint. Hat man mit demselben Instrumente gleich hinter einander diese Messung mit zwei verschiedenen Gasarten angestellt, so verhält sich ihr specifisches Gewicht wie die Quadrate der beobachteten Ausflußzeiten. Zur Erläuterung mögen folgende von Bunsen angestellte Messungen dienen. Damit der Schwimmer *D* um die Höhe *rt* stieg, waren erforderlich

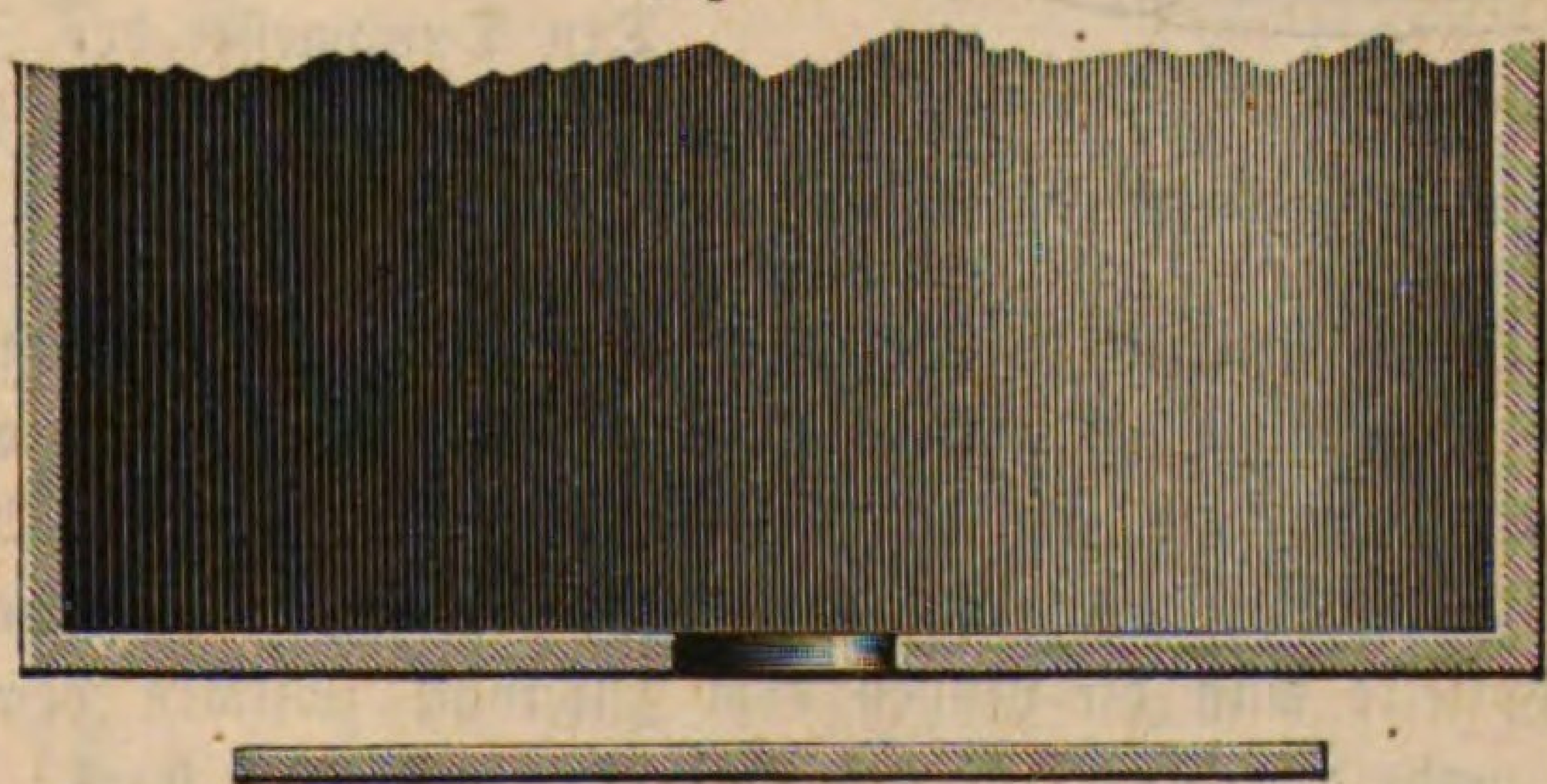
für atmosphärische Luft	für Knallgas (elektrolytisch)
117,9 Secunden	75,4 Secunden
117 »	75,8 »
117,9 »	75,6 »
117,6 Secunden	75,6 Secunden.

Um genauere Resultate zu erhalten, war der Versuch mit jedem Gas mehrmals angestellt und aus den verschiedenen Resultaten das Mittel genommen worden. Aus diesen Messungen ergiebt sich nun das specifische Gewicht des Knallgases (Luft gleich 1) $\frac{75{,}6^2}{117{,}6^2} = 0{,}413$, übereinstimmend mit dem aus dem specifischen Gewichte des Sauerstoffs und des Wasserstoffs berechneten specifischen Gewichte des Knallgases.

Seitendruck der Gase beim Ausströmen. Wenn sich Luft durch 141
Röhrenleitungen bewegt, so ist ein Reibungswiderstand zu überwinden, und dazu wird ein Theil der Spannung des comprimirten Gases verwandt werden, also für die Bewegung verloren gehen. Der Druck, den die Röhrenwände von der Tension der durchströmenden Luft auszuhalten haben, nimmt um so mehr ab, je mehr man sich der Mündung des Rohres nähert, wie man sich durch Manometer überzeugt, welche an verschiedenen Stellen des Rohres angebracht werden. Es ist dies ganz den Erscheinungen analog, welche man bei der Bewegung von Flüssigkeiten durch Röhrenleitungen beobachtet. Ueber den Reibungswiderstand, welcher bei der Bewegung der Luft durch Röhren überwunden werden muß, sind besonders von d'Aubuisson und Buff Versuche angestellt worden.

Das Phänomen des Saugens findet bei der Bewegung der Gase auf eine ganz ähnliche Weise, wie bei dem Ausströmen von Flüssigkeiten, Statt. Clement und Desormes haben eine äußerst interessante, hierher gehörige Erscheinung beschrieben (Fig. 370). Wenn man in die Wand eines Reservoirs,

Fig. 370.

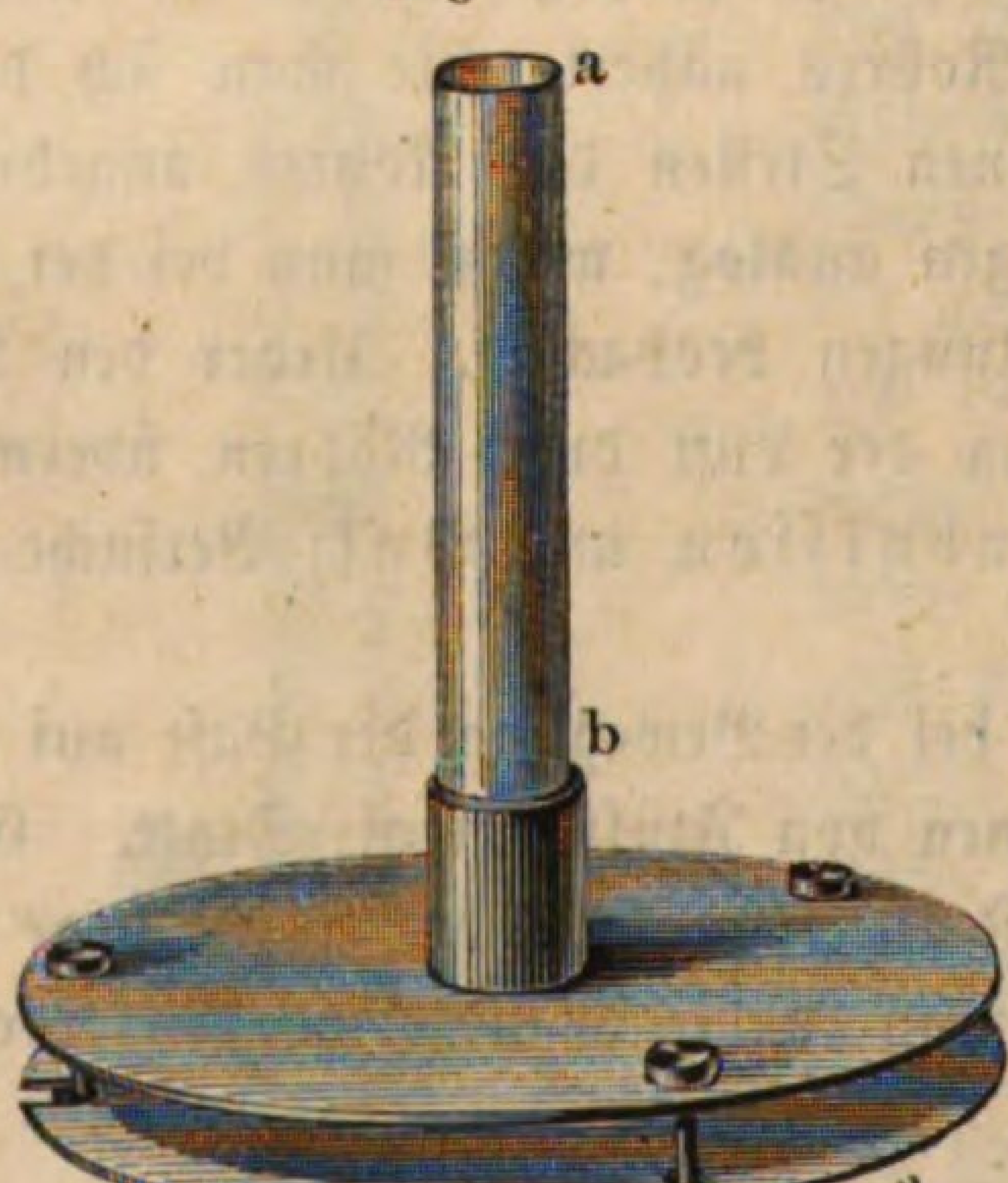


welches comprimirte Luft enthält, eine Oeffnung von 1 bis 2 Zoll Durchmesser macht, so entweicht die Luft mit großer Gewalt. Wenn man der Oeffnung eine Scheibe von Holz oder Metall nähert, welche 7 bis 8 Zoll Durchmesser hat, so wird sie, nachdem der erste Widerstand überwunden ist, nicht mehr ab-

gestoßen; sie oscillirt lebhaft, indem sie in sehr kurzen Zwischenräumen sich der Oeffnung bald nähert, bald von ihr entfernt. Die Luft entweicht dabei mit großem Geräusch zwischen der Scheibe und der Wand. Wenn man versucht, die Scheibe wegzunehmen, so muß man große Kraft anwenden, wie wenn sie auf die Wand festgeleimt wäre. Clement und Desormes erklärten dies Phänomen ganz richtig. Der Luftstrahl, welcher die Oeffnung verläßt, muß sich in eine dünne Schicht zwischen der Scheibe und der Wand ausbreiten. Bei unveränderter Dicke muß sie sich nun um so mehr ausbreiten, je mehr sie sich dem Rande der Scheibe nähert; sie befindet sich also in dem Falle wie ein flüssiger Strahl, welcher die immer wachsenden Querschnitte eines conischen Ansatzrohres ausfüllen soll. Zwischen der Scheibe und der Wand bildet sich ein luftverdünnter Raum, in Folge dessen die atmosphärische Luft, von unten gegen die Scheibe drückend, sie an die Wand anpreßt.

Man kann diesen Versuch auch im Kleinen anstellen, wenn man Luft mit dem Munde durch eine Röhre bläst, welche mit einer ebenen Scheibe endigt, wie dies Fig. 371 dargestellt ist. Diese Scheibe hat natürlich in der Mitte ein Loch. Nahe am Rande sind drei Stäbchen, etwa von Draht, befestigt. An ihrem unteren Ende ist an jedem dieser Stäbchen ein Knopf angebracht, und auf diesen drei Knöpfchen liegt endlich frei nach oben beweglich eine Scheibe von Kartenpapier; sie hat drei Einschnitte, durch welche die drei Stäbchen hindurchgehen. Sobald man bei *a* in die Röhre *ab* hineinbläst, wird die bewegliche Scheibe gehoben und bleibt an der oberen Scheibe hängen, bis man mit Blasen aufhört.

Fig. 371.



Den Durchmesser der Scheiben kann man ungefähr 1 Decimeter, die verticale Entfernung der beiden Scheiben 1 Centimeter machen.

Die einfachste Art, diesen Versuch anzustellen, hat Faraday angegeben. Man schließe die Finger der offenen Hand fest an einander, so wird doch noch von Gelenk zu Gelenk ein spaltartiger Zwischenraum bleiben. Während man nun die Hand auf diese Weise horizontal hält, so daß die Fläche abwärts gekehrt ist, applicire man die Lippen dem Intervall zwischen dem Zeige- und Mittelfinger, nahe an ihren Wurzeln, und blase möglichst stark. Bringt man nun ein Stück Papier von 3 bis 4 Quadratzoll an die Oeffnung, durch welche der Luftstrom hindurchgeht, so wird es weder durch diesen Luftstrom fortgeblasen, noch fällt es durch sein Gewicht herab, was aber sogleich geschieht, sobald man mit Blasen aufhört.

Widerstand der Flüssigkeiten und der Gase. Wenn ein fester 142
Körper in einer Flüssigkeit oder in einem Gase bewegt werden soll, so muß er nothwendig mehr oder weniger Flüssigkeits- oder Lufttheilchen vor sich herschieben und auf die Seite treiben, und dadurch wird stets ein Theil der beschleunigenden Kraft verzehrt, welche auf den festen Körper wirkt; kurz, Flüssigkeiten und Gase üben einen Widerstand gegen die Bewegung fester Körper innerhalb ihrer Masse aus.

Die Größe dieses Widerstandes hängt ab

1) von der Größe der Oberfläche des bewegten Körpers, und

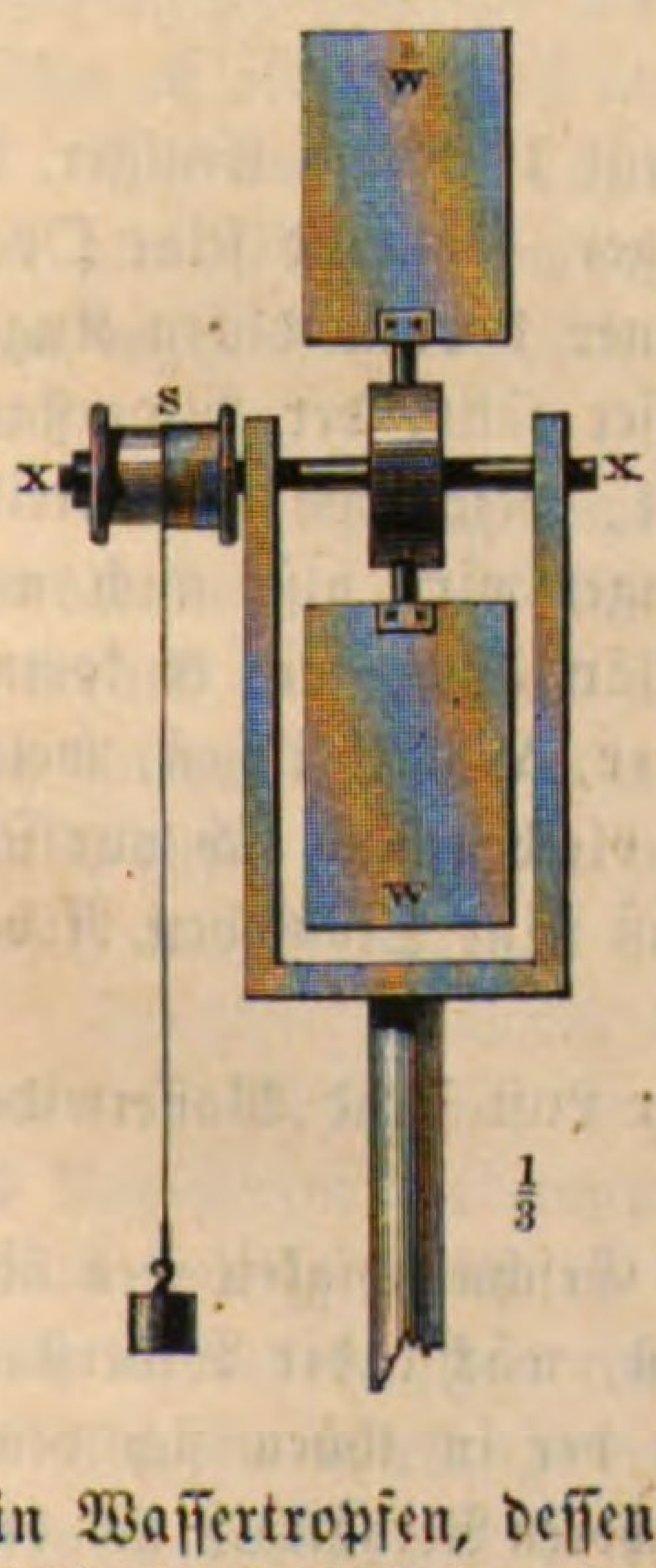
2) von der Geschwindigkeit desselben.

Den Einfluß der Oberfläche betreffend, so ist klar, daß der Widerstand, welchen Gase und Flüssigkeiten (als deren Repräsentanten wir Luft und Wasser nehmen wollen) der Bewegung eines Körpers innerhalb ihrer Masse entgegensetzen, demjenigen Theile seiner Oberfläche proportional sein muß, welcher rechtwinklig auf der Richtung der Bewegung steht.

So kommt es denn, daß ein und derselbe Körper bei gleicher Geschwindigkeit bald mehr, bald weniger Widerstand zu überwinden hat, je nachdem er mit seiner breiten oder mit seiner schmalen Seite gegen die Luft oder das Wasser stößt, wovon man sich leicht mit Hülfe eines etwas breiten hölzernen Lineales überzeugen kann.

Den Einfluß der Oberfläche kann man auch mit Hülfe des Apparates Fig. 373 nachweisen. Die Umdrehung der horizontalen Axe *x x* wird durch ein Gewicht bewerkstelligt, welches an einer um die Spule *s* geschlungenen Schnur hängt; die Windflügel *w* können nach Belieben so gestellt werden, daß ihre Oberfläche rechtwinklig zur Axe *xx* oder parallel mit derselben steht. Unsere Figur zeigt die letztere dieser beiden Stellungen. In der ersten Stellung durchschneiden die Windflügel gleichsam die Luft und es erfolgt eine rasche Rotation; im letzteren Falle aber, wo sie mit ihrer vollen Breite gegen die Luft drücken, ist der zu überwindende Widerstand so bedeutend, daß nur eine langsame Umdrehung erfolgt.

Fig. 373.



Der verzögernde Einfluß des Luftwiderstandes (oder des Wasserwiderstandes) ist um so bedeutender, je größer die Oberfläche des zu bewegenden Körpers im Vergleich zu der beschleunigenden Kraft ist, welche ihn treibt. Um zu machen, daß ein Körper in der Luft langsam fällt, hat man nur dafür zu sorgen, daß er bei gleicher Masse eine möglichst große Oberfläche habe. Eine Seifenblase fällt langsamer als ein Wassertropfen, dessen Masse gleich ist der Wassermasse, welche die Hülle der Seifenblase bildet. Auf diesem Umstande beruht auch das langsame Fallen einer Flaumfeder, die Wirkung des Fallschirmes, Fig. 374 und 375 (a. f. S.).

Je mehr man die Dimensionen eines schweren Körpers verkleinert, desto langsamer wird er im Wasser oder in der Luft fallen, weil bei der Verkleinerung seine Masse, also auch die beschleunigende Kraft, welche ihn niedertreibt, in weit rascherem Verhältniß abnimmt als seine Oberfläche. Betrachten wir z. B. eine Kugel von Kreide, welche 1 Linie im Durchmesser hat, so wird dieselbe mit einer bestimmten Geschwindigkeit im Wasser sinken; ein Kreidekügel-

Fig. 374.



Fig. 375.



chen aber, welches nur $1/_{10}$ Linie Durchmesser hat, wiegt 1000mal weniger, die Kraft, welche es fallen macht, ist also 1000mal geringer, während seine Oberfläche nur 100mal geringer ist als die Oberfläche einer 1 Linie dicken Kugel. Für die kleine Kugel ist also, wenn dieselbe im Wasser fällt, der Widerstand des Wassers im Vergleich zur beschleunigenden Kraft, welche sie niedertreibt, 10mal größer als für die große Kugel, die kleine Kugel wird also auch weit langsamer fallen als die große. Dieser Umstand erklärt auch, wie es kommt, daß ganz fein zertheilte Substanzen, wie Kreidepulver, Lehmtheilchen, welche das Wasser trüben, so lange in demselben suspendirt bleiben und sich nur sehr langsam absetzen; er erklärt ferner, wie es kommt, daß feine Stäubchen, Nebelbläschen u. s. w. in der Luft schweben.

Untersuchen wir nun, in welcher Beziehung der Luft- und Wasserwiderstand zur Geschwindigkeit der bewegten Körper steht.

Während der Widerstand der Reibung von der Geschwindigkeit des über einen anderen hingleitenden Körpers unabhängig ist, wächst der Widerstand der Flüssigkeiten und Gase, wenn die Geschwindigkeit der in ihnen sich bewegenden Körper zunimmt, und zwar in einem weit rascheren Verhältniß als diese Geschwindigkeit selbst, wie sich aus folgender Betrachtung ergiebt:

Wenn ein Körper sich mit der doppelten, mit der dreifachen Geschwindig-

keit bewegt, so muß er in gleicher Zeit nicht allein die doppelte, die dreifache Luft- oder Wassermasse aus dem Wege räumen, sondern auch den aus ihrer Stelle getriebenen Partikelchen die doppelte, die dreifache Geschwindigkeit mittheilen; demnach muß also der fragliche Widerstand im Verhältniß des Quadrats der Geschwindigkeit zunehmen.

Es ist dies jedoch nur eine erste Annäherung; in der That wächst der Widerstand der Flüssigkeiten und Gase in einem noch etwas rascheren Verhältniß.

Da nun für einen mit beschleunigter Geschwindigkeit fallenden Körper der Luftwiderstand so rasch zunimmt, so muß nach einiger Zeit nothwendig dieser Widerstand so groß werden, daß er der beschleunigenden Kraft das Gleichgewicht hält, und von diesem Augenblick an fällt der Körper mit gleichförmiger Geschwindigkeit.

Dieser Zeitpunkt, in welchem in Folge des Luftwiderstandes die beschleunigte Bewegung des fallenden Körpers in eine gleichförmige übergeht, muß nothwendig um so eher eintreten, je größer seine Oberfläche im Vergleich zu seinem Gewichte ist. Eine Seifenblase, eine Flaumfeder, Schneeflocken u. s. w. sehen wir mit gleichförmiger Geschwindigkeit sinken. — Auch die Regentropfen dürften wohl mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit fallen, welche bei Weitem geringer ist, als die Geschwindigkeit, mit welcher sie auf dem Boden ankommen würden, wenn ihr Fall nicht durch den Luftwiderstand verzögert worden wäre. Ein Wassertropfen, der von einer Höhe von 3000 Fuß herabgefallen ist, müßte ohne eine solche Verzögerung mit der enormen Geschwindigkeit von 420 Fuß aufschlagen, während die Fallgeschwindigkeit der Regentropfen schwerlich viel größer ist als 30 Fuß in der Secunde.

Wie durch den Luftwiderstand eine beschleunigte Bewegung sehr bald in eine gleichförmige übergeführt werden kann, läßt sich auch mit Hülfe des schon oben beschriebenen Apparates, Fig. 373, nachweisen.

Anwendung des Wasser- und Luftwiderstandes. Gerade so 143
wie die Reibung den Füßen des Pferdes den festen Stützpunkt verleiht, dessen es bedarf, um eine Last fortzuziehen, so bietet auch der Widerstand des Wassers dem Ruder, dem Schaufelrad einen, wenn auch nicht vollkommen festen Stützpunkt, durch welchen es möglich wird, den Kahn und das Dampfschiff auf dem Wasser fortzubewegen.

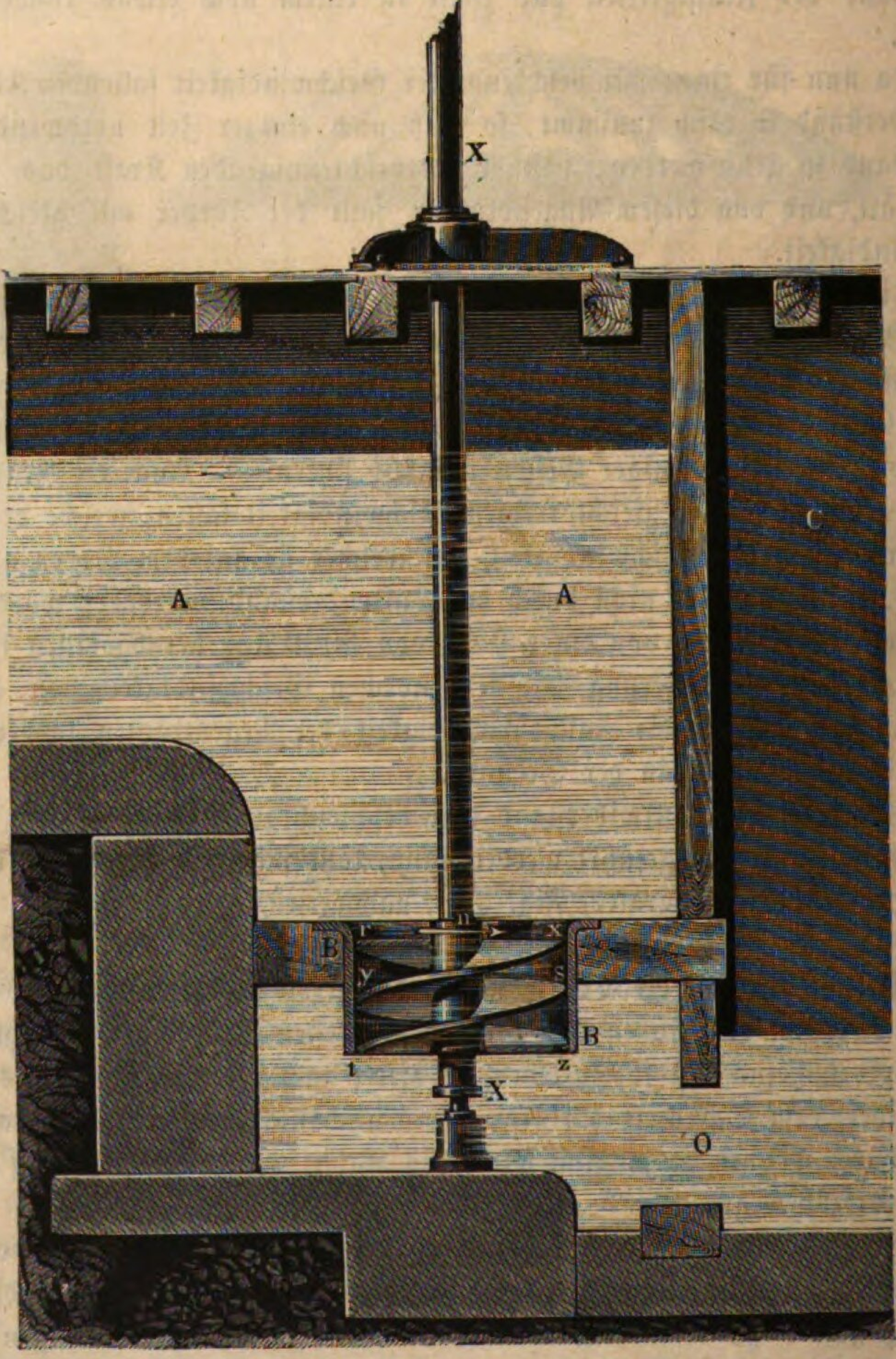
Die Wirkungsweise des Ruders und des Schaufelrades bedarf wohl kaum einer weiteren Erläuterung, da es sich ja hier nicht darum handelt, die Größe des Nutzeffectes zu ermitteln, welche man mit diesen Vorrichtungen erreicht. Etwas weniger leicht ist die Wirkungsweise der Schiffsschraube zu übersehen, welche in neuerer Zeit eine große Bedeutung für Kriegsschiffe gewonnen hat.

Um die Wirkungsweise der Schiffsschraube anschaulich zu machen, wollen wir noch einmal zur Betrachtung der Schraubenturbine, Fig. 376, zurückkehren.

Denken wir uns die Schraube nicht in einem Gefälle, sondern in ruhi-

gem Wasser stehend, nehmen wir z. B. an, das Wasser stände jenseits der Abflußöffnung *O* in dem Raume *C* gerade so hoch wie in *A*, so könnte man eine Strömung des Wassers aus *A* nach *C* dadurch hervorbringen, daß man durch eine äußere Kraft eine Rotation um die Axe *XX* in der Richtung bewerkstelligt, wie sie durch den kleinen Pfeil bei *n* angedeutet wird. Bei einer sol-

Fig. 376.



chen Rotation wird nämlich die untere Fläche der Schraubenwindungen, gegen das Wasser pressend, es unten aus dem Cylinder *BB* hinausschaffen, während dem entsprechend das Wasser aus *A* nachströmen wird.

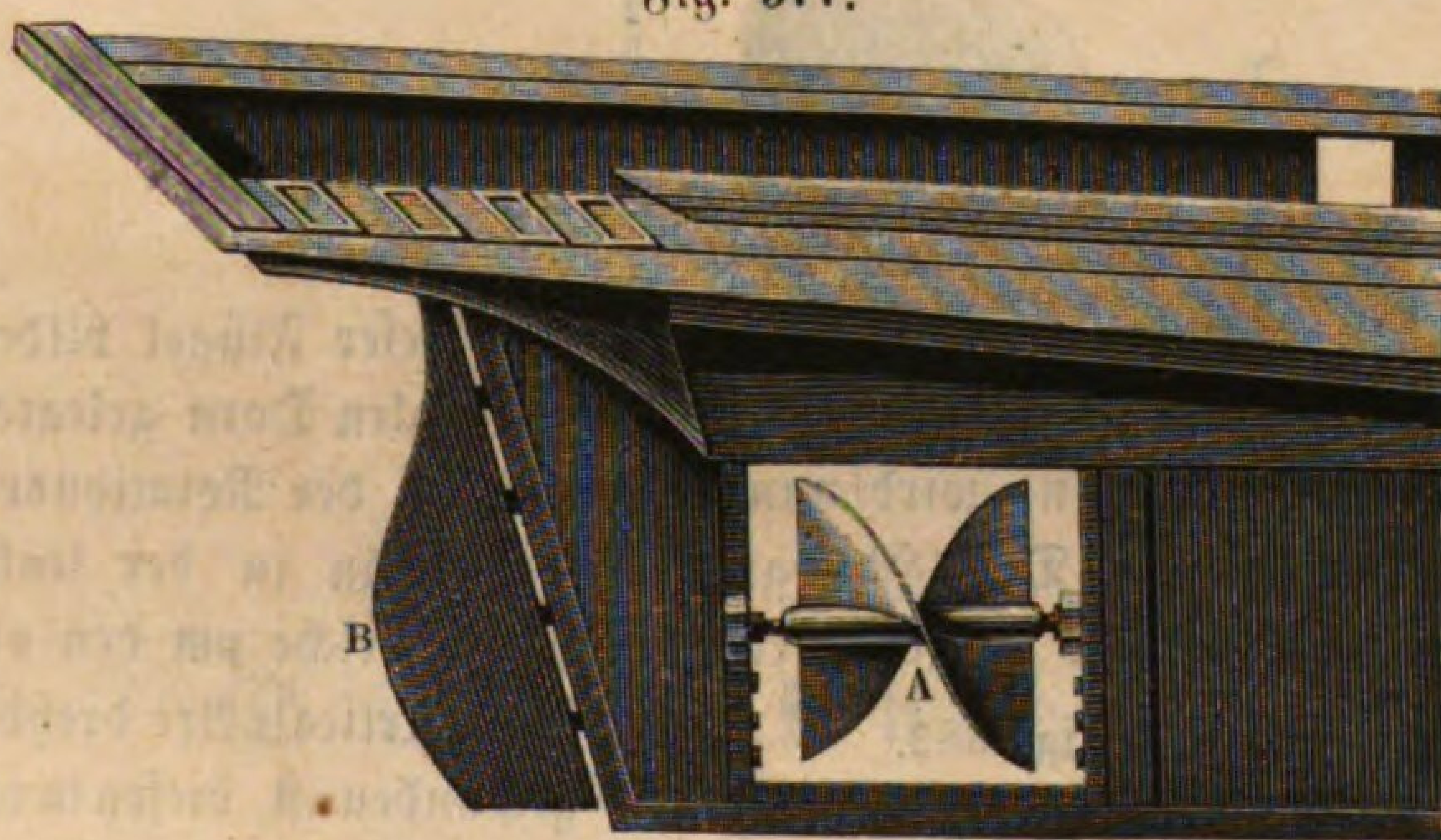
Dabei hat aber natürlich die untere Fläche der Schraubenwindungen einen bedeutenden Druck auszuhalten, welcher die ganze Schraube heben würde, wenn

die Axe XX oben nicht genügend belastet oder auf eine andere Weise festgehalten wäre. Sobald ein solcher Widerstand fehlt, wird die Schraube bei einer Rotation nach der angegebenen Richtung nothwendig eine fortschreitende Bewegung nach oben annehmen müssen.

Wenn die Umdrehungsaxe einer solchen frei beweglichen, ganz in Wasser eingetauchten Schraube eine horizontale Lage hat, so muß eine rasche Rotation um diese Axe, nothwendig eine fortschreitende Bewegung in horizontaler Richtung bewirken, wie dies in der That bei den Schraubendampfschiffen der Fall ist.

Die Axe der Schiffsschraube, welche unmittelbar vor dem Steuerruder angebracht ist, wie Fig. 377 zeigt, und welche sich ganz unter Wasser befindet, ist

Fig. 377.



dem Kiele, also der Längenaxe des Schiffes, parallel, und ihre Umdrehung wird durch eine Dampfmaschine bewerkstelligt.

Für Kriegsschiffe liegt der Hauptvortheil der Schraube vor den Schaufelrädern der gewöhnlichen Dampfschiffe darin, daß sie den feindlichen Kugeln nicht so ausgesetzt ist und daß die ganze Breitseite des Schiffes mit Geschützen besetzt werden kann.

Die in Fig. 378 dargestellte Schiffsschraube ist eine doppelgängige; sie besteht aber nur aus zwei halben Schraubengängen *rs* und *tu*, welche jedoch weit steiler sind als die Windungen der Schraubenturbine Fig. 376.

Fig. 378.

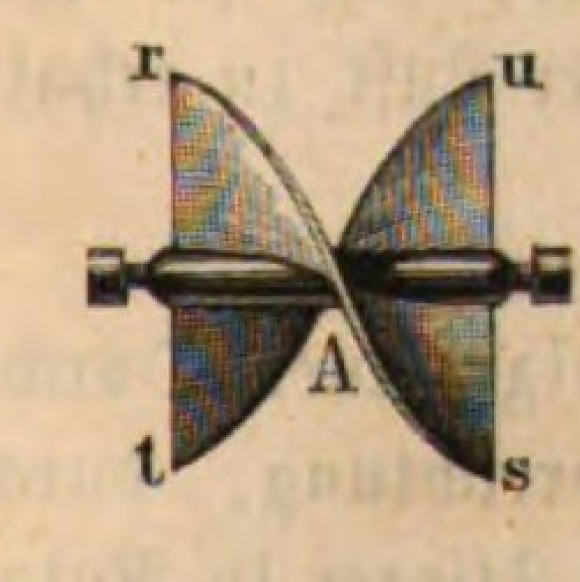
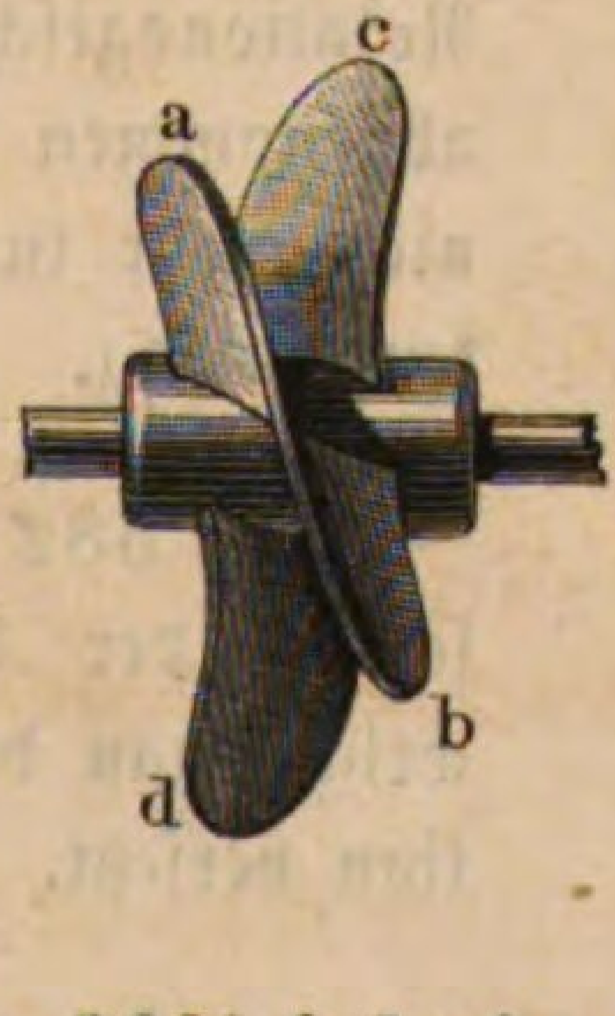


Fig. 379.

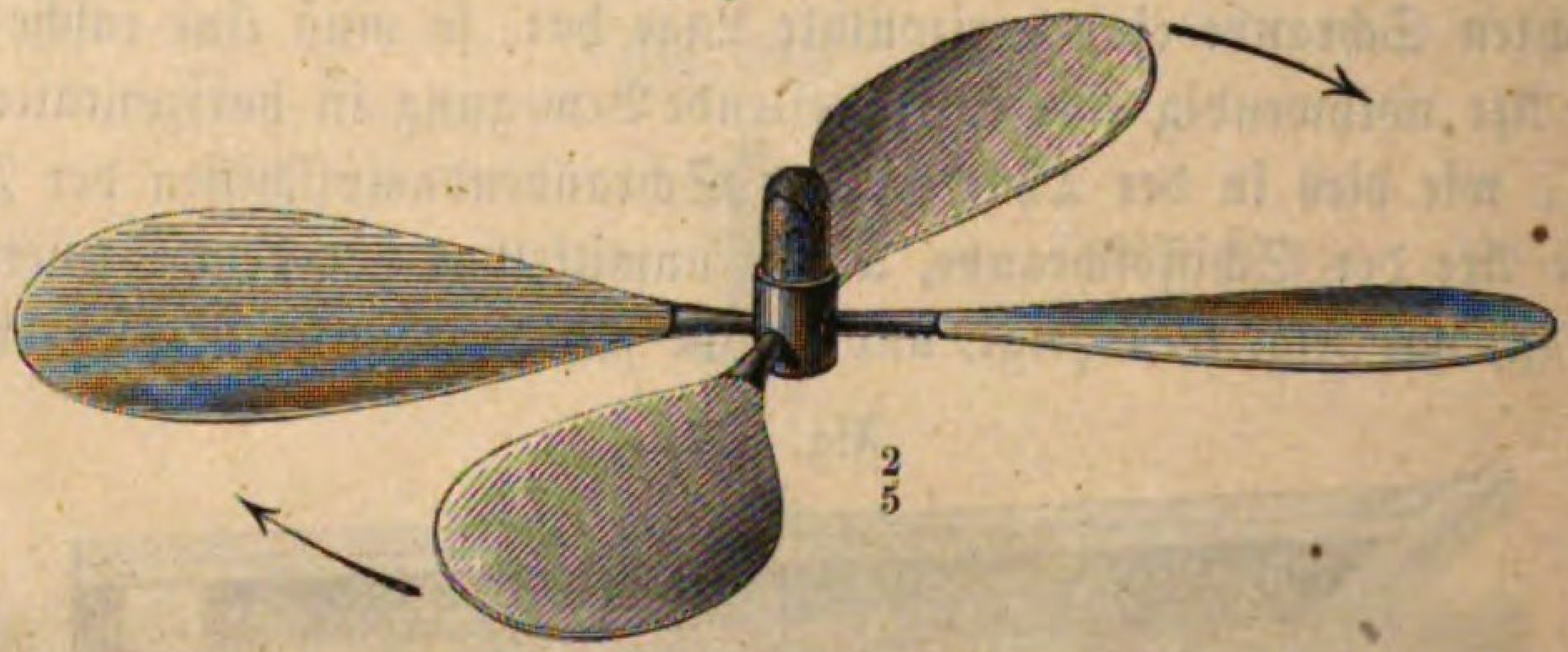


Je nach der Richtung, in welcher die Schraube umgedreht wird, geht das Schiff vorwärts oder rückwärts.

Das erste Schraubenschiff »Archimedes«, welches der Engländer Smith im Jahre 1840 construirte, hatte eine Schraube, welche nur aus einer einzigen Windung von 360° bestand. Später construirte man mit Vortheil zweiflügelige Schrauben, d. h. solche von zwei Windungen zu je 180°, und eine solche ist die in Fig. 378 dargestellte. Gegenwärtig werden auch 3- und 4flügelige Schiffsschrauben angewandt. Fig. 379 stellt eine 3flügelige Schiffsschraube dar.

Um die Wirkung der Schiffsschraube anschaulich zu machen, ist wohl nichts geeigneter als ein unter dem Namen des **Fliegers** bekanntes Kinderspielzeug. An einem kurzen aus Blech gemachten Cylinder sind vier Flügel befestigt; diese Flügel sind nun sämmtlich etwas gegen die Ebene geneigt, welche rechtwinklig

Fig. 380.



auf der Axe des centralen Cylinders steht, jeder dieser Flügel bildet also ein Stück einer sehr schwach aufsteigenden um den centralen Dorn gelegten Schraubenfläche. Diese Vorrichtung wird nun in die Gabel der Rotationsvorrichtung *AB* (Fig. 381) gelegt. Den Handgriff *B* hält man in der linken Hand, während man durch rasches Abziehen einer Schnur, welche um den oberen, um seine verticale Axe drehbaren Theil gewunden ist, diesen in rasche Rotation versetzt. Diese Rotation theilt sich auch dem Flieger mit, der sich nun in Folge derselben in der Luft gleichsam hinaufschraubt und eine ziemlich bedeutende Höhe erreichen kann. Wenn man den Versuch im Zimmer anstellt, so steigt der Flieger bis an die Decke, an welcher er so lange verweilt, bis die Rotationsgeschwindigkeit so weit abgenommen hat, daß sie ihn nicht mehr in der Luft zu erhalten vermag.

Fig. 381.



Fig. 382.

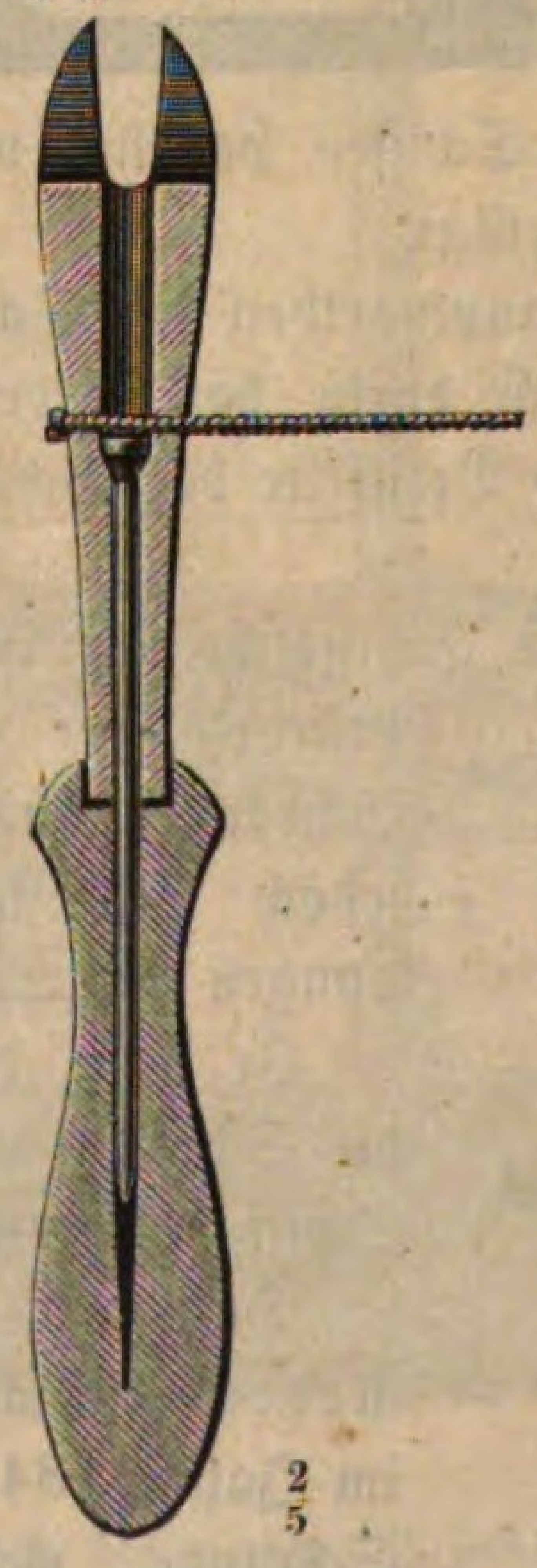


Fig. 382 zeigt einen Durchschnitt der Vorrichtung, durch welche man den Flieger in Rotation versetzt.

Zweites Buch.

Die Akustik.

Erstes Capitel.

Gesetze der Wellenbewegung im Allgemeinen und der Schallwellen insbesondere.

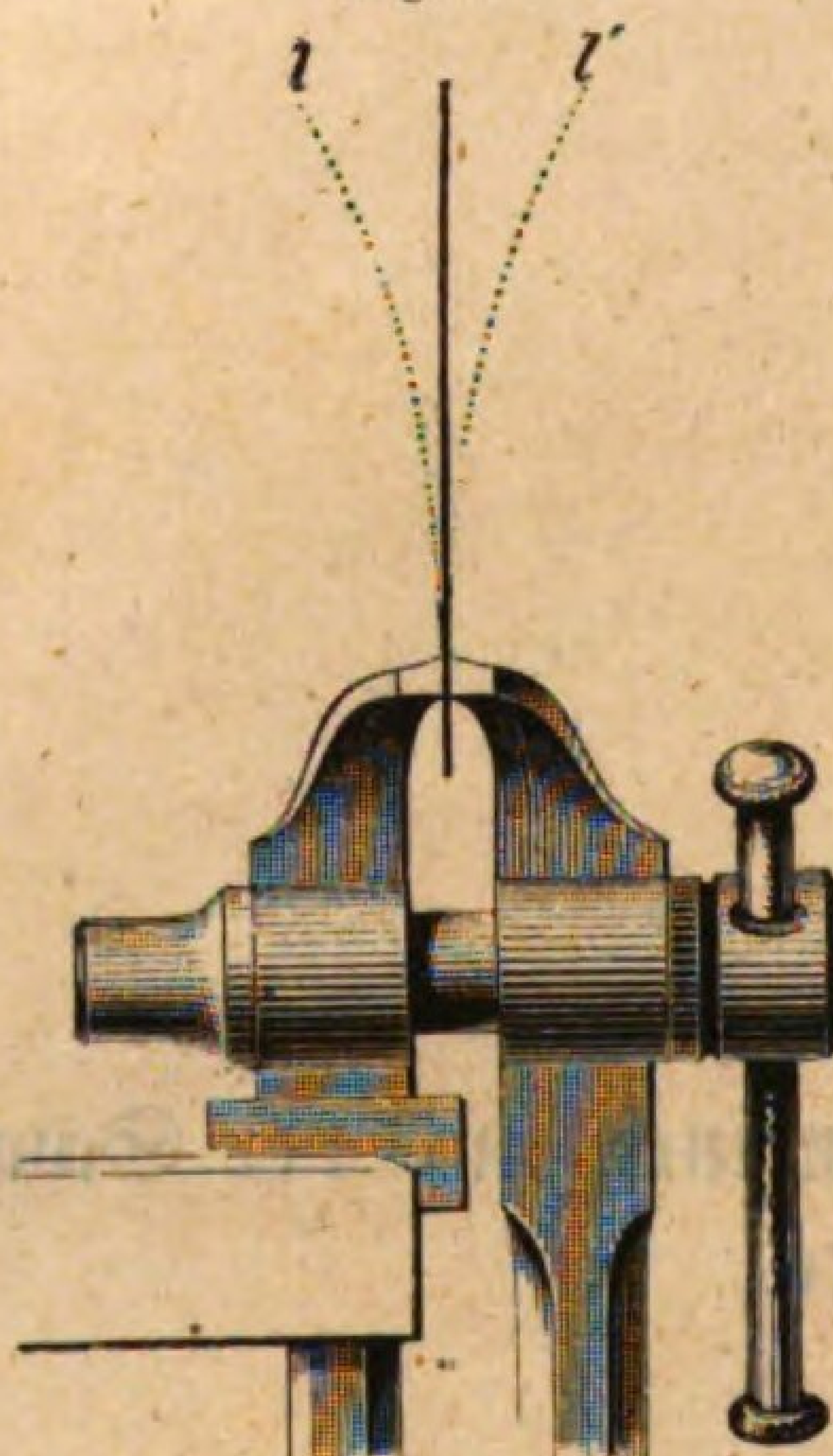
Vibrationsbewegung. Wenn ein Pendel aus seiner Gleichgewichtslage herausgebracht wird und dann sich selbst überlassen bleibt, so wird es zunächst durch die Schwere seiner Gleichgewichtslage wieder zugeführt; in derselben angelangt, kann es aber nicht in Ruhe bleiben, weil es mit einer Geschwindigkeit ankommt, die es über die Gleichgewichtslage hinaustreibt, und so macht denn das Pendel eine Reihe von Schwingungen, deren Gesetze wir schon oben betrachtet haben. 144

Bei der Bewegung des Pendels bleibt die gegenseitige Lage der Theilchen desselben unverändert. Wenn aber die gegenseitige Lage der einzelnen Theilchen eines Körpers durch irgend eine äußere Ursache gestört wird, so werden dieselben, wenn irgend Kräfte vorhanden sind, welche die ursprüngliche Gleichgewichtslage wieder herzustellen streben, ebenfalls in eine oscillatorische Bewegung gerathen, welche sich von der Pendelbewegung wesentlich dadurch unterscheidet, daß sich die gegenseitige Lage der Partikelchen mit jedem Momente ändert; man hat also hier nicht allein die Oscillationsbewegung eines einzelnen Theilchens, sondern auch die Veränderungen in der gegenseitigen Lage der Theilchen zu betrachten.

Die Oscillationsbewegung der einzelnen Theilchen eines Körpers kann von der Art sein, daß alle Theilchen gleichzeitig in Bewegung gerathen, gleichzeitig ihre Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig die Gränzen ihrer Oscillationsamplituden erreichen und dann gleichzeitig ihren Rückweg wieder beginnen. Von dieser Art sind die Vibrationen eines an einem Ende eingeklemmten Stahlstreifens, Fig. 383 (a. f. S.), einer zwischen zwei festen Punkten ausgespannten Saite, Fig. 384. Solche Schwingungen nennt man nach Weber »stehende Schwingungen«.

Wenn die Bewegungen der einzelnen Theilchen von der Art sind, daß die Vibrationsbewegung von Theilchen zu Theilchen fortschreitet, daß jedes folgende Theilchen dieselben Oscillationen macht wie das vorhergehende, nur mit dem Unterschiede, daß es seine Bewegung später beginnt, so sind dies fortschreitende Schwingungen. Durch die fortschreitenden Schwingungen werden Wellen erzeugt. Die Bewegung, das Fortschreiten der Welle ist hier wesentlich von der Oscillation der einzelnen Theilchen zu unterscheiden.

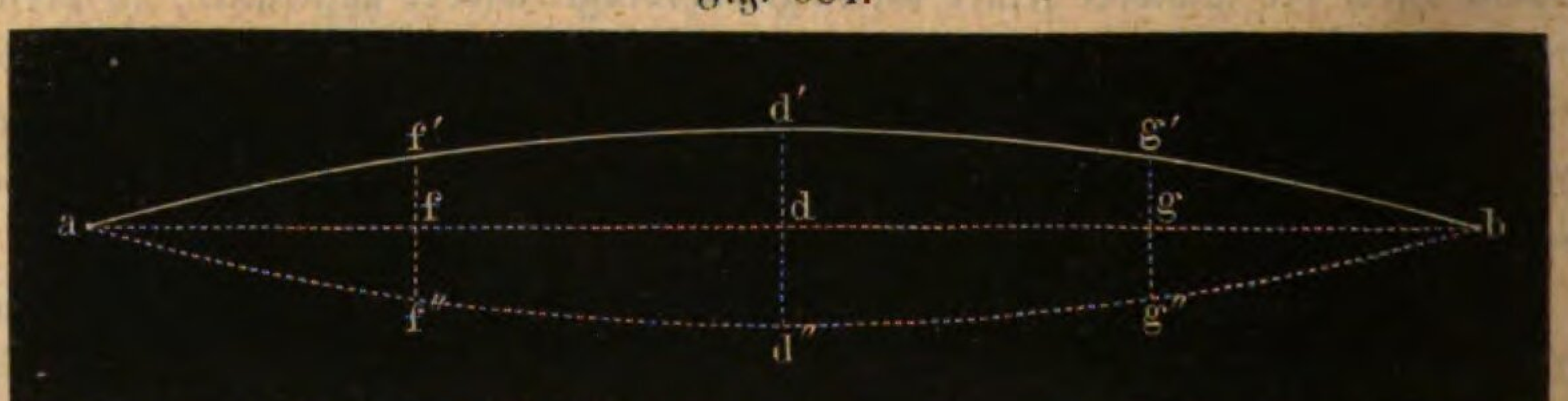
Fig. 383.



Beispiele von Wellenbewegung liefert uns eine ruhige Wasserfläche, auf welche man einen Stein fallen läßt, ein langes gespanntes Seil, gegen welches man nahe am einen Ende einen kräftigen Schlag führt, die Schallwellen in der Luft u. s. w. Wir werden diese verschiedenen Wellenbewegungen alsbald näher betrachten.

Die Vibrationsbewegungen können nun je nach der Ursache der Störung des Gleichgewichtes, je nach der Natur der Kraft, welche die Theilchen wieder

Fig. 384.



in die Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt, bald größer, bald kleiner sein, so daß dadurch die äußere Gestalt der Körper merkliche oder unmerkliche Formveränderungen erleidet; die Vibrationen können langsamer oder schneller sein; sie sind oft langsam genug, daß man die einzelnen Schwingungen mit dem Auge verfolgen und zählen, oft sind sie aber auch so schnell, daß man die einzelnen Oscillationen nicht mehr für sich unterscheiden kann.

Wenn die Vibrationsbewegung eines Körpers einen gewissen Grad von Geschwindigkeit überschreitet, so kann ihre Gesammtwirkung noch einen gewissen Eindruck hervorbringen, indem sie in den umgebenden Medien Wellenbewegungen erzeugt, durch welche sie bis zu besonders eingerichteten Sinnesorganen fortgeleitet wird und hier eine eigenthümliche Empfindung veranlaßt.

So veranlassen Vibrationen, deren Geschwindigkeit innerhalb gewisser bald näher zu besprechender Gränzen liegt, in der Luft oder anderen elastischen Medien Wellen, welche, in abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen bestehend und bis zum Ohre fortgepflanzt als Ton wahrgenommen werden.

Noch ungleich schnellere Vibrationen der Körpertheilchen bringen durch die Wellenbewegung eines eigenthümlichen elastischen Fluidums, welches wir Aether nennen, bis in unser Auge fortgepflanzt, hier den Eindruck des Lichtes hervor.

Da nun sowohl Schall- als Lichtvibrationen durch Wellenbewegung fortgepflanzt werden, so wollen wir zunächst die wichtigsten Gesetze der Wellenbewegung überhaupt etwas näher betrachten und diese Betrachtung mit den Wasserwellen beginnen, weil von ihnen doch der Begriff Welle entnommen ist und weil durch das Verständniß der Wasserwellen das Verständniß anderer Wellenbewegungen, namentlich der Schallwellen, welche uns hier vorzugsweise interessiren, sehr erleichtert wird.

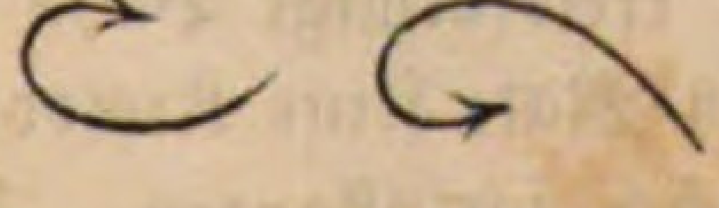
Wenn man einen Stein ins Wasser wirft, so bilden sich kreisförmige Wellen, welche von einem Mittelpunkte (der Stelle, wo der Stein ins Wasser fiel) aus nach allen Richtungen sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit verbreiten, wenn nicht irgend eine störende Ursache wirkt. Die Wellen bestehen aus abwechselnden Bergen und Thälern, welche ziemlich rasch auf einander folgen und welche in der Richtung von dem Mittelpunkte nach außen hin fortschreiten.

Während nun ein Wellenberg nach außen hin fortschreitet, nehmen nicht etwa auch die einzelnen Wassertheilchen an dieser fortschreitenden Bewegung Antheil; denn wenn ein Stückchen Holz auf dem Wasser schwimmt, so sieht man, wie es abwechselnd gehoben wird und sich dann wieder senkt, wenn Wellenberge und Wellenthäler gleichsam unter ihm wegziehen.

Die Kraft, durch welche die Wasserwellen hier fortgepflanzt werden, ist die Schwere; denn wenn durch irgend eine Ursache in der horizontalen Wasserfläche eine Erhöhung oder Vertiefung hervorgebracht wird, so wirkt alsbald die Schwere der einzelnen Wassertheilchen, um die gestörte horizontale Ebene wieder herzustellen; dadurch wird eine Oscillationsbewegung hervorgebracht, welche nach und nach von Theilchen zu Theilchen fortgepflanzt wird.

Sobald sich einmal regelmäßige Wellen gebildet haben, beschreiben die einzelnen Wassertheilchen an der Oberfläche während des Fortschreitens der Welle in sich zurückkehrende Curven, welche im Falle der größten Regelmäßigkeit Kreise sind; nur in solchen Fällen, in welchen der dem Gipfel vorangehende Theil des Wellenberges dem folgenden nicht gleich ist, beschreiben die einzelnen Wassertheilchen Curven, die nicht in sich geschlossen sind, von der Art, wie sie Fig. 385 dargestellt sind.

Fig. 385.

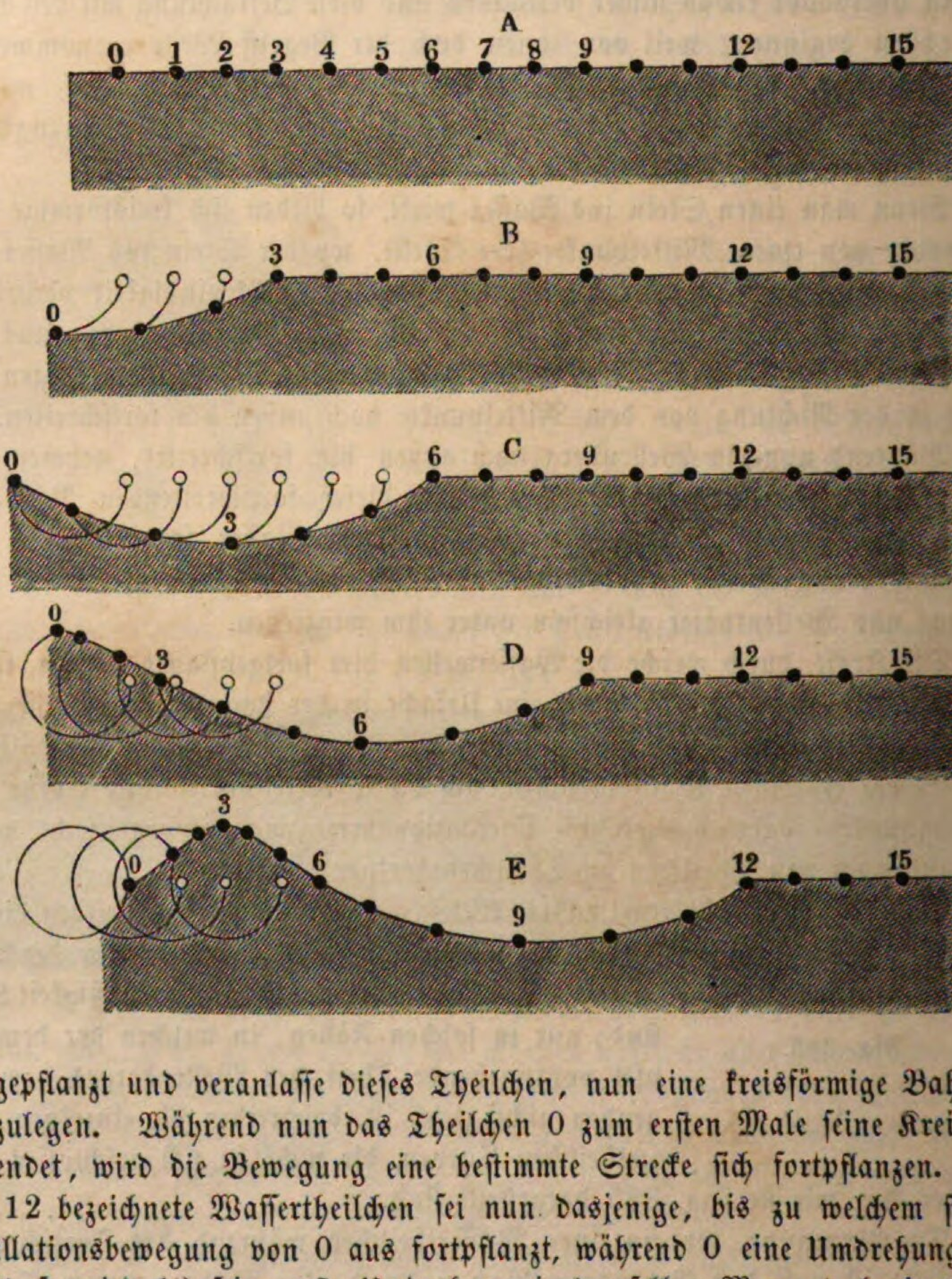


Die Bewegung der einzelnen Wassertheilchen während des Fortschreitens der Welle ist von den Gebrüdern Weber durch eine Reihe genauer Versuche ermittelt worden. Sie bedienten sich zu diesen Versuchen einer größeren und kleineren Wellenrinne. Die kleinere war ungefähr $5^1/_2$ Fuß lang und über 8 Zoll tief; die beiden Seitenwände wurden durch Glastafeln gebildet, welche 6,7 Linien weit von einander abstanden; bei der größeren, welche einen 6 Fuß langen, 2,5 Fuß tiefen und 1 Zoll 1,4 Linien breiten Raum einschloß, waren die Seitenwände durch Bretter gebildet, in denen nur an einzelnen Stellen Glasstreifen wasserdicht eingesetzt waren.

Betrachten wir nun den Zusammenhang zwischen der Bewegung der einzelnen Wassertheilchen und dem Fortschreiten der Welle etwas genauer.

Nehmen wir an, eine ganz regelmäßige Wellenbewegung habe sich, von der Linken zur Rechten fortschreitend, bis zu dem Wassertheilchen 0, Fig. 386,

Fig. 386.



fortgepflanzt und veranlasse dieses Theilchen, nun eine kreisförmige Bahn zurückzulegen. Während nun das Theilchen 0 zum ersten Male seine Kreisbahn vollendet, wird die Bewegung eine bestimmte Strecke sich fortpflanzen. Das mit 12 bezeichnete Wassertheilchen sei nun dasjenige, bis zu welchem sich die Oscillationsbewegung von 0 aus fortpflanzt, während 0 eine Umdrehung vollendet, so wird 12 seine erste Umdrehung in demselben Momente beginnen, in welchem 0 seine zweite Umdrehung beginnt.

Denken wir uns nun den Umfang des Kreises, welchen das Theilchen 0 beschreibt, und ebenso den Raum zwischen 0 und 12 in 12 gleiche Theile getheilt, so wird die Wellenbewegung in der Richtung von 0 nach 12 immer um eine Abtheilung weiter schreiten, während das Theilchen 0 $^1/_{12}$ seiner kreisförmigen Bahn zurücklegt.

Während das Theilchen 0 das erste Zwölftel seiner Bahn zurücklegt,

pflanzt sich also die Wellenbewegung bis 1, während 0 das erste Viertel seiner Bahn zurücklegt, pflanzt sie sich bis 3 fort.

Fig. 386 B stellt den Moment dar, in welchem das Theilchen 0 den vierten Theil oder $^3/_{12}$ des Kreises zurückgelegt hat, den es durchlaufen soll; das Theilchen 1 hat in diesem Augenblicke $^2/_{12}$, das Theilchen 2 hat $^1/_{12}$ seiner Kreisbahn zurückgelegt, das Theilchen 3 ist noch nicht aus seiner Gleichgewichtslage verrückt.

Die Fig. 386 C bezieht sich auf den Augenblick, in welchem das Theilchen 0 die Hälfte seiner Bahn zurückgelegt hat; das Theilchen 1 hat $^5/_{12}$, das Theilchen 2 hat $^4/_{12}$, das Theilchen 3 hat $^3/_{12}$ seiner Bahn zurückgelegt, die Theilchen 4 und 5 befinden sich in derselben Lage wie die Theilchen 1 und 2 der vorigen Figur. Das Theilchen 6 ist noch nicht aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, beginnt aber eben seine Bewegung.

Hier hat das Theilchen 3 seine tiefste Stellung erreicht; es befindet sich in der Mitte eines Wellenthals.

Wenn nun abermals $^1/_{12}$ der Zeit vergangen ist, welche ein Theilchen braucht, um seinen Kreislauf ganz zu vollenden, so wird das Theilchen 3 in eine solche Lage gegen seine ursprüngliche Stellung gekommen sein, wie es jetzt für das Theilchen 2 der Fall ist, das Theilchen 4 hat seine tiefste Stellung erreicht, es ist um $^1/_4$ Kreis von seiner Gleichgewichtslage entfernt; das Wellenthal ist also in diesem Zeittheilchen von 3 bis 4 fortgerückt.

Fig. 386 D stellt den Moment dar, wo das Theilchen 0 $^3/_4$ seines Weges zurückgelegt, wo es den höchsten Punkt seiner Bahn erreicht hat; hier ist also der Gipfel eines Wellenberges. Das Theilchen 1 hat bereits $^8/_{12}$, 2 hat $^7/_{12}$, 3 hat $^6/_{12}$ seiner Bahn zurückgelegt; die Theilchen 4, 5, 6, 7, 8 befinden sich in derselben Lage, wie 1, 2, 3, 4 und 5 der vorigen Figur. Von dem Momente an, auf welchen sich Fig. 386 C bezieht, bis zu dem Momente, welchen Fig. 386 D darstellt, ist das Wellenthal von 3 bis 6 fortgerückt.

Während das Theilchen 0 das letzte Viertel seiner Bahn zurücklegt, schreitet der Wellenberg von 0 bis 3, das Wellenthal von 6 bis 9 fort, und in demselben Moment, wo 0 seine Bahn zum ersten Male zurückgelegt hat, um sie zum zweiten Male zu beginnen, wird das Theilchen 12 zum ersten Male seine Bewegung anfangen.

Dieser Moment ist in Fig. 386 E dargestellt, welche wohl keiner Erläuterung mehr bedarf.

Die Fig. 387 (a. f. S.) stellt den Augenblick dar, in welchem 0 zum zweiten Male seine Bahn zurückgelegt hat; in diesem Moment wird 12 seinen Weg zum ersten Male gemacht und die Bewegung überhaupt sich bis 24 fortgepflanzt haben; ein Wellenberg ist in 3, ein zweiter in 15, ein Wellenthal in 9, ein zweites in 21.

Wenn nun die Wellenbewegung ungestört fortdauert, so werden dadurch, daß die einzelnen Wassertheilchen fortfahren, ihre Kreisbahnen zu durchlaufen, die Wellenberge sowohl als die Wellenthäler gleichmäßig in der Richtung von

der Linken zur Rechten fortschreiten, indem ein Theilchen nach dem anderen den höchsten oder tiefsten Punkt seiner Bahn erreicht.

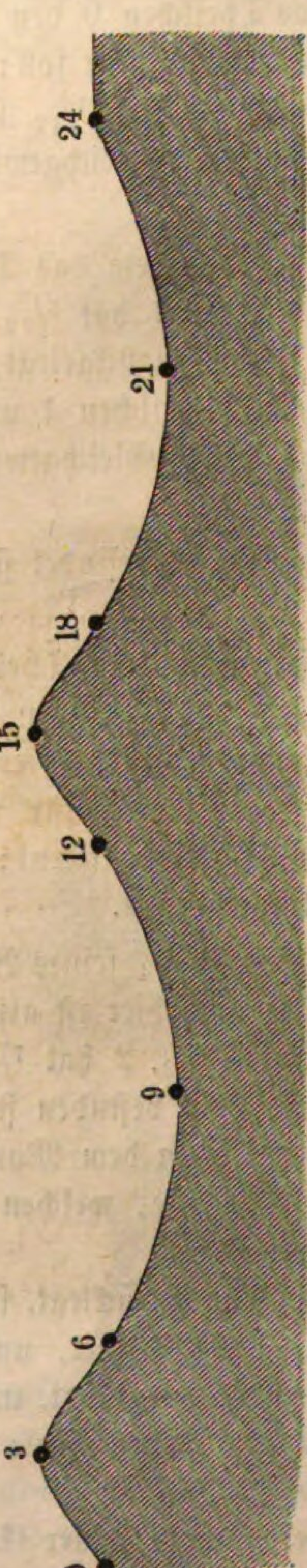


Fig. 387.

So schreitet denn Wellenberg und Wellenthal dadurch voran, daß allen Wassertheilchen dieselbe Kreisbewegung mitgetheilt wird, daß aber jedes folgende Theilchen dieselbe später beginnt als das vorangehende.

Die Entfernung von einem Theilchen bis zum nächsten, welches sich in gleichen Schwingungszuständen befindet, also die Entfernung von 0 bis 12, von 12 bis 24, heißt eine **Wellenlänge**; denn jene Theilchen beginnen gleichzeitig ihre Oscillation, sie erreichen gleichzeitig ihren tiefsten und ihren höchsten Stand. Demnach ist auch die Entfernung von dem Gipfel eines Wellenberges bis zum nächsten, also in unserer Figur von 3 bis 15, von der Mitte eines Wellenthales bis zur Mitte des nächsten Wellenthales, also hier von 9 bis 21, eine Wellenlänge.

Solche Theilchen, welche um $^1/_2$ Wellenlänge von einander entfernt sind, wie 0 und 6, 3 und 9, 9 und 15, befinden sich stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen. Das Theilchen 9 z. B. bildet eben den tiefsten Punkt eines Wellenthales, 3 und 15 dagegen den Gipfel eines Wellenberges. Die Theilchen 0 und 6 befinden sich zwar beide in der Höhe ihrer Gleichgewichtslage, allein die Bewegung von 0 ist nach unten, die von 6 ist nach oben gerichtet.

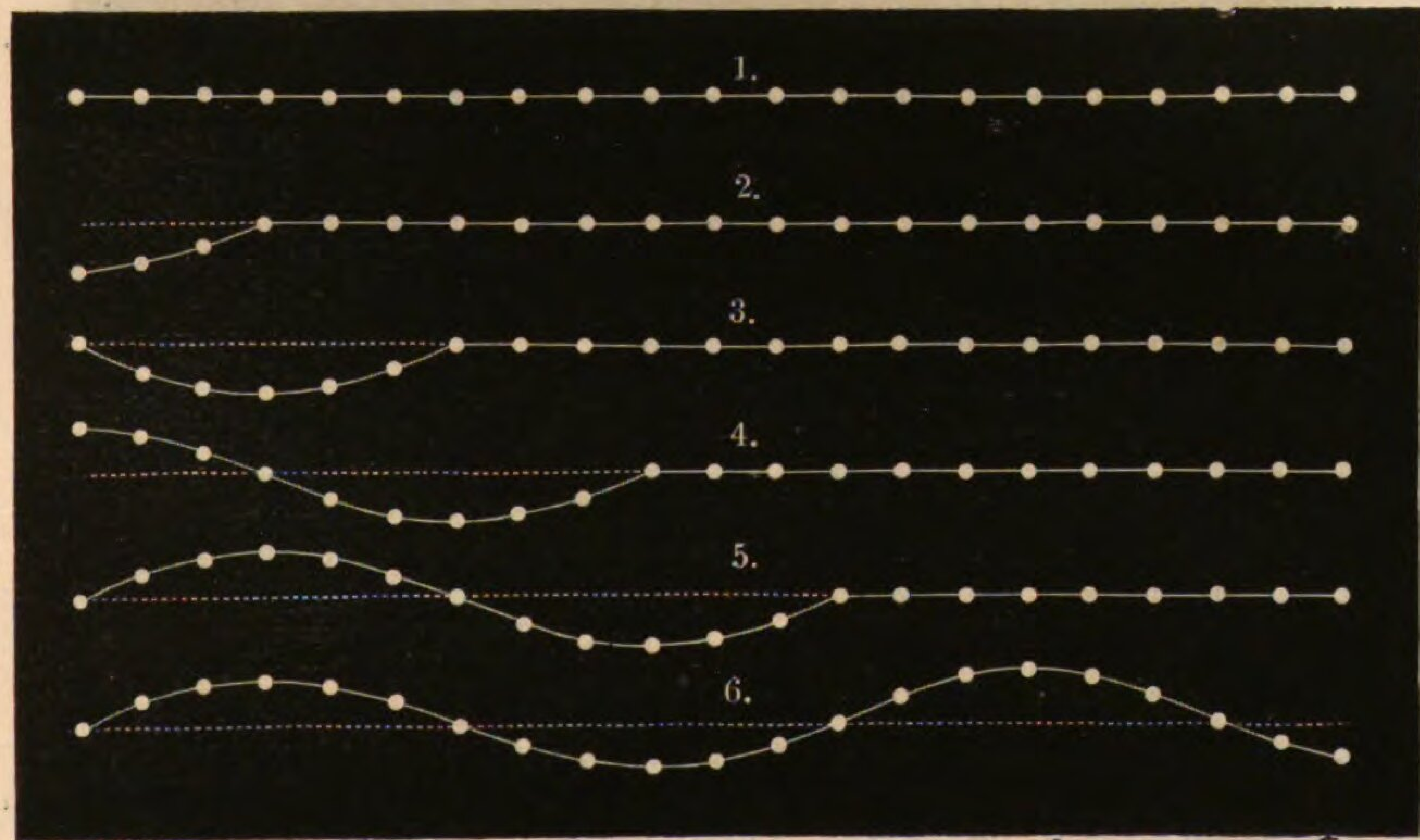
Während ein Theilchen eine Oscillation vollendet, schreitet die Welle um eine Wellenlänge voran.

Die nähere Betrachtung des Verhältnisses zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, der Größe und Dauer der Oscillationen und der Gestalt der Wellen, der Oscillationsbewegung der Theilchen im Inneren der Flüssigkeit, der Abnahme der Höhe der Wellenberge und Thäler mit der Entfernung von dem Ursprunge der Welle, die Bildung der Wellen auf großen Gewässern unter dem Einflusse des Windes würde uns hier zu weit führen; wir müssen in dieser Beziehung auf das classische Werk der Gebrüder **Weber**: »Wellenlehre, auf Experimente gegründet, Leipzig 1825,« verweisen. Ebenso lassen wir hier die Erscheinungen der Reflexion und Interferenz der Wasserwellen unberücksichtigt, da wir die entsprechenden Erscheinungen bei den Schall- und Lichtwellen doch näher untersuchen müssen.

Es ist schon bemerkt worden, daß die Bahnen der Wassertheilchen nicht immer, wie wir in unseren Zeichnungen annahmen, genau kreisförmig, ja nicht einmal immer in sich selbst zurückkehrende Curven sind. Häufig geht die kreisförmige Bahn in eine elliptische über, indem bald der horizontale, bald der verticale Durchmesser der größere ist. Wäre der horizontale Durchmesser gleich Null, so würden die einzelnen Theilchen nur rechtwinklig zu der Richtung, nach welcher sich die Wellen fortpflanzen, auf und nieder oscilliren. Eine Bewegung der Art ist es, welche die Wellen am gespannten Seile fortpflanzt. Später werden wir auch eine solche Wellenbewegung bei der Lehre vom Lichte kennen lernen.

Die Curven 1 bis 6 (Fig. 388) sollen dazu dienen, die Fortpflanzung solcher Wellen, also etwa der Seilwellen, anschaulich zu machen. Diese Curven

Fig. 388.



entsprechen ganz den Figuren 386 und 387; sie lassen sich aus diesen ableiten, wenn man den horizontalen Theil der Bewegung gleich Null setzt, sie werden deshalb auch ohne weitere Erklärung verständlich sein.

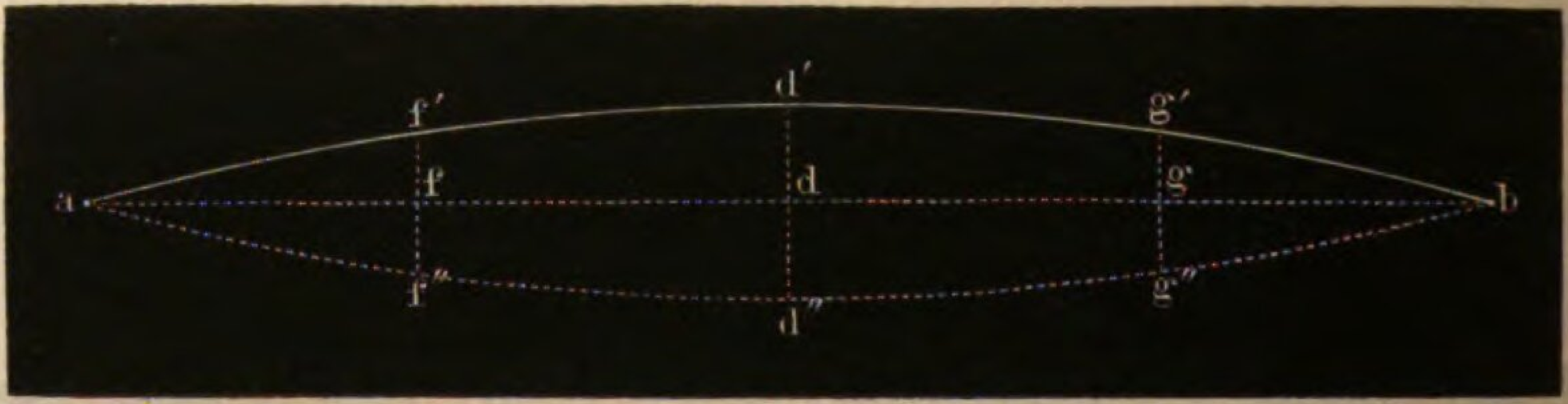
Wenn eine Seilwelle, gegen den einen Befestigungspunkt fortschreitend, an demselben angekommen ist, so wird sie reflectirt, sie kehrt wieder nach dem anderen Ende zurück und läuft so mehrmals hin und her. Wenn aber nun fortwährend neue Wellen erzeugt werden, so wird es kommen, daß die reflectirten Wellen den neu ankommenden begegnen; durch das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme aber bilden sich stehende Wellen.

Die Bildung stehender Seilwellen durch das Zusammenwirken (Interferenz) des directen und des reflectirten Wellensystems wollen wir hier nicht näher untersuchen, weil wir später doch die auf ganz ähnlichen Principien 145

beruhende Bildung stehender Luftwellen durch die Interferenz eines directen und eines reflectirten Wellensystems einer genaueren Betrachtung unterwerfen müssen; wir wollen hier nur noch die Art der Bewegung eines Seiles oder einer Saite während solcher stehenden Schwingungen näher betrachten.

Der einfachste Fall ist der, daß das Seil seiner ganzen Länge nach schwingt, wie es Fig. 389 dargestellt ist. Man kann diese Bewegung dadurch

Fig. 389.



hervorbringen, daß man die Mitte eines nicht gar fest gespannten Seiles von 10 bis 20 Fuß Länge etwas aus ihrer Gleichgewichtslage (am besten etwas nach der Rechten oder Linken) entfernt und dann das Seil sich selbst überläßt. Alle Theilchen befinden sich gleichzeitig auf der einen und dann wieder auf der anderen Seite der Gleichgewichtslage; sie erreichen gleichzeitig das Maximum ihrer Entfernung von der Gleichgewichtslage auf der rechten Seite und kommen gleichzeitig auf den Endpunkten ihrer Bahnen auf der anderen Seite an. Die Theilchen also, deren Gleichgewichtslage f, d und g ist, kommen gleichzeitig in f', d' und g' an, sie passiren gleichzeitig ihre Gleichgewichtslage, nach derselben Richtung sich bewegend, sie kommen gleichzeitig in f'', d'', g'' an.

Während also alle Theilchen sich gleichzeitig stets auch in gleichen Schwingungszuständen befinden, ist nur die Amplitude ihrer Oscillationen ungleich, sie ist für das Theilchen d größer als für f und g.

Die Schwingungen einer gespannten Saite, welche man aus ihrer Gleichgewichtslage bringt, oder die man mit einem Fiedelbogen anstreicht, sind ganz von derselben Art. Die Schwingungen der Saite sind aber so schnell, daß man die einzelnen Oscillationen als solche nicht mehr unterscheiden kann, dahingegen bringen sie nun einen Ton hervor. In Beziehung auf diesen Ton werden wir später die Schwingungen der Saite noch einmal zu betrachten haben.

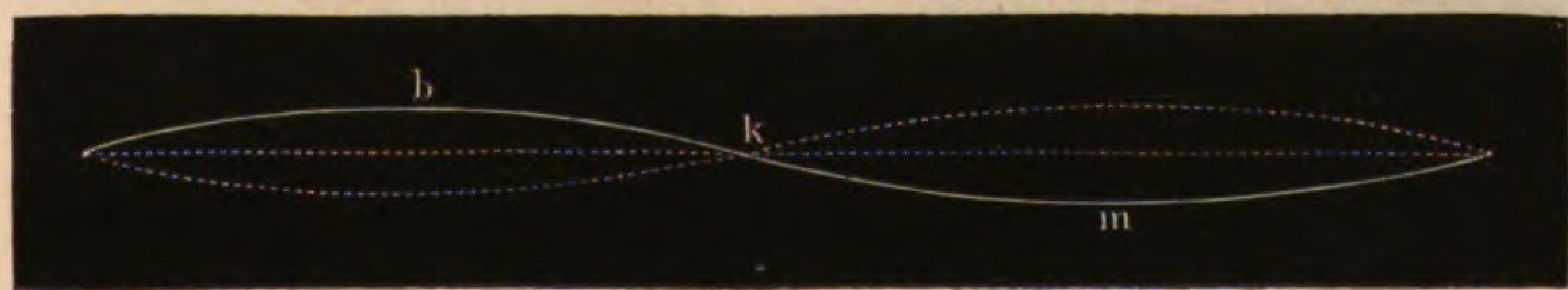
Die Schwingungen eines nicht gar stark gespannten Seiles sind langsam genug, um sie zählen zu können; es hält aber schwer, auf die angegebene Weise eine ganz regelmäßige Oscillationsbewegung hervorzubringen, wenn man die Mitte des Seiles in der Richtung von unten nach oben aus ihrer Gleichgewichtslage bringt, weil alsdann nicht allein die Elasticität des Seiles die Theilchen in ihre Gleichgewichtslage zurückführt, sondern auch die Schwere; wenn man aber die Mitte des Seiles nach der Rechten oder Linken aus der Gleichgewichtslage bringt, so ist die Bewegung theilweise eine förmliche Pendelbewegung, weil, wenn das Seil nicht sehr stark gespannt ist, die Mitte immer etwas

herabhängt; spannt man es aber stärker, so werden die Schwingungen zu schnell, um sie einzeln unterscheiden zu können.

Am besten lassen sich die stehenden Schwingungen an einem Seile zeigen, wenn man das eine Ende desselben befestigt, das andere aber in der Hand hält, und mit demselben mit gleichförmiger Geschwindigkeit kleine Kreise beschreibt. Wenn man die richtige Geschwindigkeit für die Bewegung der Hand gefunden hat, was während des Versuchs ganz leicht ist, so wird das Seil in eine solche Bewegung gerathen, daß die Mitte desselben einen großen Kreis um ihre Gleichgewichtslage beschreibt. Alle anderen Punkte des Seiles drehen sich dann gleichfalls in Kreisen um ihre Gleichgewichtslage, nur sind die Kreise um so kleiner, je näher die Punkte gegen die Enden des Seiles liegen.

Wenn man nun die Bewegung der Hand beschleunigt, so wird die Regelmäßigkeit der Bewegung des Seiles gestört; es ist aber leicht, die Geschwindigkeit der Hand so zu beschleunigen, daß sich in der Mitte des Seiles ein Ruhepunkt bildet. Jede Hälfte des Seiles schwingt dann ganz in der Weise, wie in dem vorigen Falle das ganze Seil; die Mitte einer jeden Hälfte beschreibt größere Kreise als alle übrigen Punkte; hier bildet sich also ein Bauch. In Fig. 390 haben wir zwei Bäuche und einen Knoten; so nennt man nämlich den ruhenden Punkt *k*, welcher die beiden schwingenden Theile scheidet.

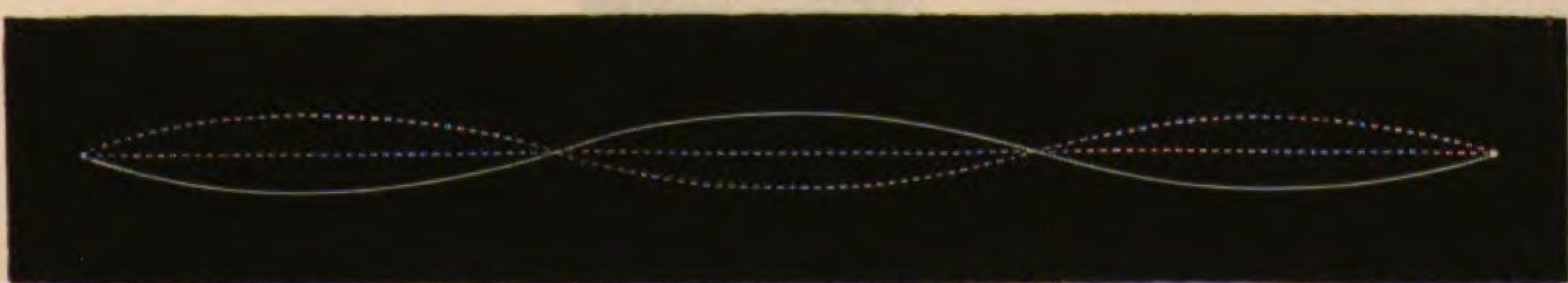
Fig. 390.



Wenn *b* seine höchste Stellung erreicht, so erreicht *m* gleichzeitig seine tiefste, und umgekehrt.

Bei noch größerer Geschwindigkeit der Hand gelangt man leicht dahin, im Seile zwei Knoten und drei Bäuche zu erzeugen, wie dies Fig. 391 dargestellt ist.

Fig. 391.

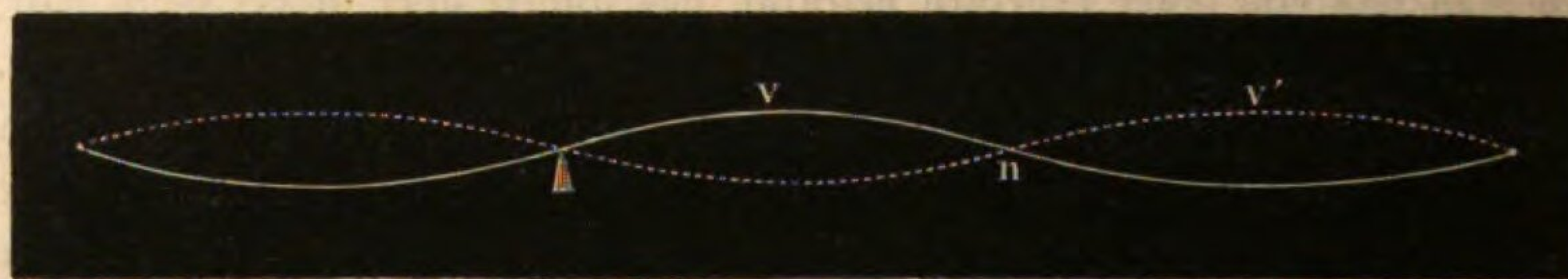


Ebenso ist es möglich, daß sich das Seil in noch mehr Abtheilungen theilt, die immer durch einen Knotenpunkt getrennt sind.

Auch an gespannten Saiten lassen sich die Knotenpunkte beobachten. Fig. 392 (a. f. S.) stelle eine gespannte Saite dar, an welcher durch einen Steg ein Stück abgeschnitten wird, dessen Länge $1/3$ von der Länge der ganzen Saite beträgt, so also, daß durch den Steg die Saite in zwei Theile getheilt

wird, von denen der eine halb so groß ist als der andere. Wenn man nun das kleinere Stück mit dem Fiedelbogen anstreicht, so geräth auch das andere

Fig. 392.

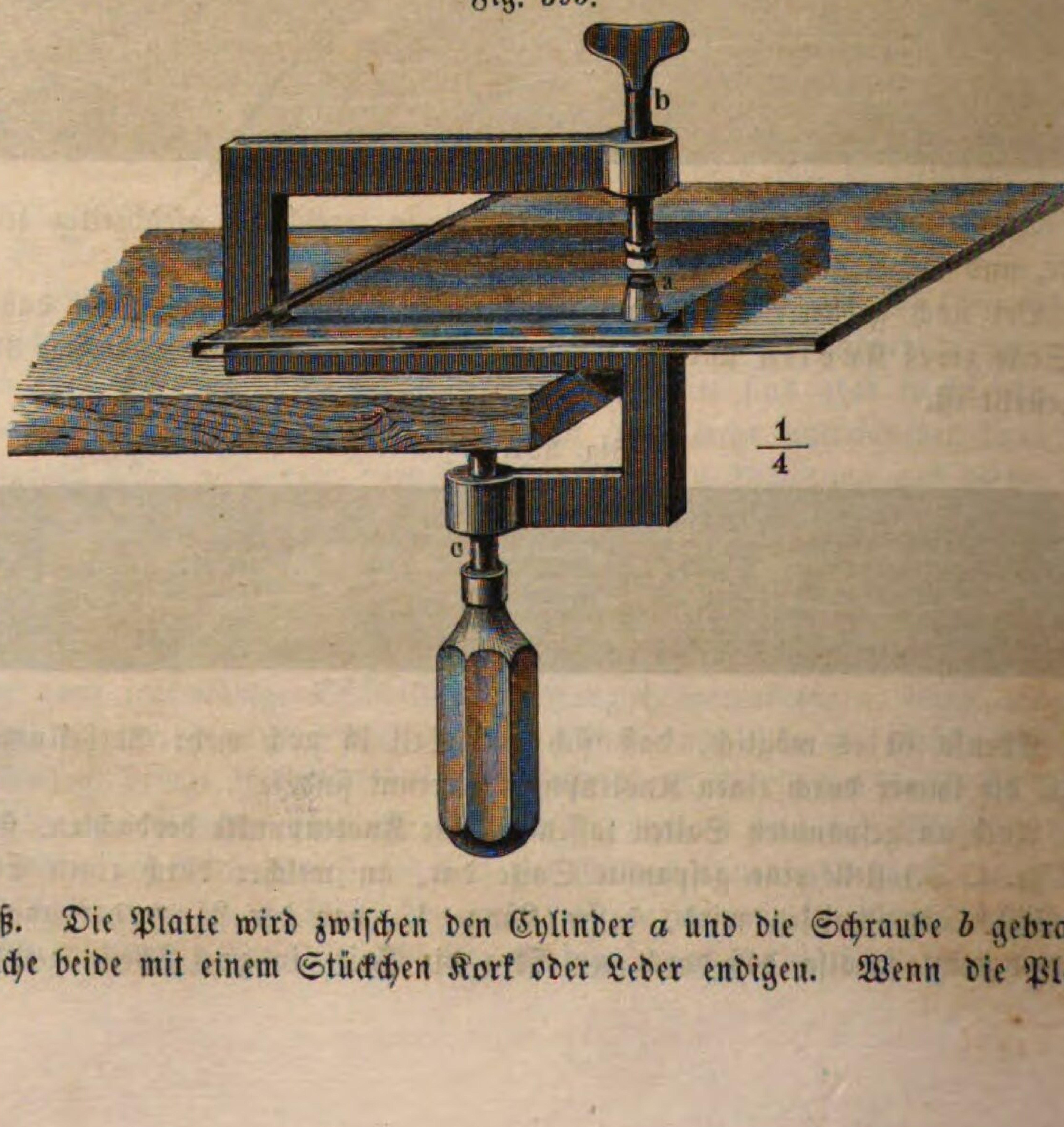


Stück in Vibrationen, und zwar so, daß sich ein Knoten in *n* und zwei Bäuche in *v* und *v′* bilden. Der Knoten läßt sich dadurch nachweisen, daß man an verschiedenen Stellen der Saite leichte Papierreiterchen aufsetzt, welche überall sonst abgeworfen werden, während sie auf den Knotenpunkten sitzen bleiben.

Wenn man den Steg so setzt, daß durch ihn die Saite in zwei Theile getheilt wird, von denen der kleinere $^1/_4$ von der ganzen Länge der Saite ist, so bilden sich, wenn man diesen kleineren Theil mit dem Fiedelbogen anstreicht, zwei Knoten und drei Bäuche u. s. w.

146 **Klangfiguren.** In Platten, Glocken u. s. w. lassen sich ebenfalls stehende Schwingungen hervorbringen. Um Platten vibriren zu machen, kann man die Zange Fig. 393 anwenden, welche aber selbst sehr gut befestigt sein

Fig. 393.



muß. Die Platte wird zwischen den Cylinder *a* und die Schraube *b* gebracht, welche beide mit einem Stückchen Kork oder Leder endigen. Wenn die Platte

gehörig festgeschraubt ist, kann man die Vibrationen durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen hervorbringen.

Man kann auf diese Weise Platten von Holz, Glas, Metall u. s. w. in Schwingungen versetzen, sie mögen nun dreieckig, viereckig, rund oder elliptisch u.s.w. sein. Die vibrirenden Platten erzeugen ebenso wie die vibrirenden Saiten Töne, welche bald höher, bald tiefer sind. Man beobachtet ferner, daß sich die Platte für jeden dieser Töne in schwingende Theile abtheilt, welche durch Ruhelinien oder Knotenlinien getrennt sind. Im Allgemeinen wird die Ausdehnung der schwingenden Theile um so kleiner, die Knotenlinien also um so zahlreicher, je höher der Ton wird.

Um die Existenz dieser Knotenlinien nachzuweisen, streut man auf die obere Fläche der Tafel feinen trockenen Sand, welcher während des Tönens in die Höhe hüpft und niederfällt und sich endlich an den Knotenlinien anhäuft. Auf diese Weise entstehen die sogenannten Klangfiguren, deren Erfinder Chladni ist.

Savart hat ein sinnreiches Mittel ausgedacht, um auf eine vollständig correcte Weise diese Figuren aufzubewahren, die man doch nur sehr schwer copiren könnte, wenn sie complicirt und verwickelt sind. Er wandte nämlich statt des Sandes Lackmus an, welches mit Gummi pulverisirt und zu einem Teige angemacht, von Neuem pulverisirt und durchgesiebt wird, um Körnchen von gleicher und passender Dicke zu erhalten. Wenn dieses farbige und hygroskopische Pulver auf der Platte sich in den Knotenlinien angesammelt hat, so reicht es hin, auf die Platte ein mit etwas Gummiwasser befeuchtetes Blatt Papier zu legen, um die Figur durch einen leichten Druck auf demselben zu fixiren. Auf diese Weise ist es Savart gelungen, mehrere hundert solcher Figuren derselben Platte zu sammeln, welche verschiedenen Tönen entsprechen.

Mit derselben Platte lassen sich, wie schon bemerkt, eine Menge verschiedener Figuren erzeugen, je nachdem man mit dem Bogen stärker oder schwächer, schneller oder langsamer streicht, oder je nachdem man den Unterstützungspunkt der Platte verändert und an verschiedenen Stellen des Randes streicht.

Es sind Fig. 394 bis 399 eine Reihe von Klangfiguren dargestellt, welche man mit einer quadratischen Platte erhält. Um z. B. das Kreuz zu erhalten,

Fig. 394.

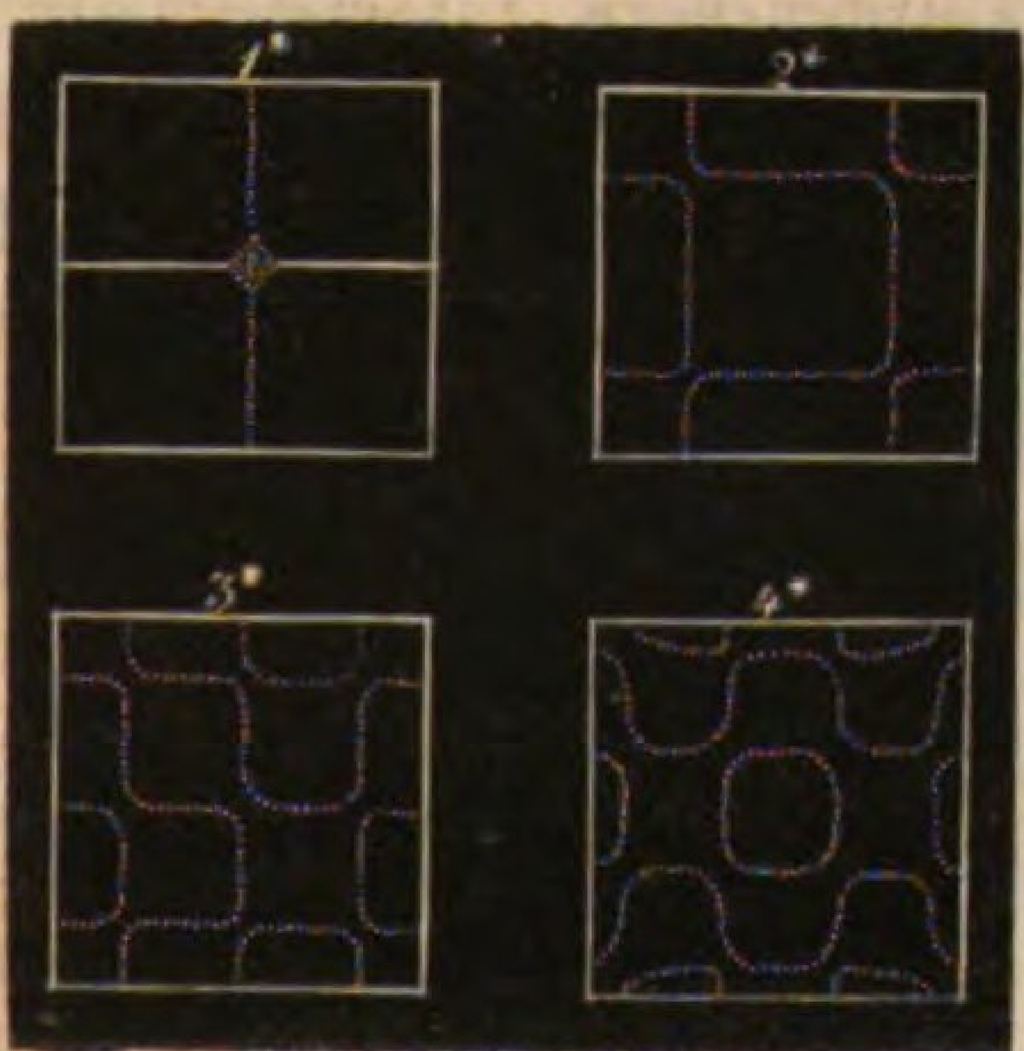
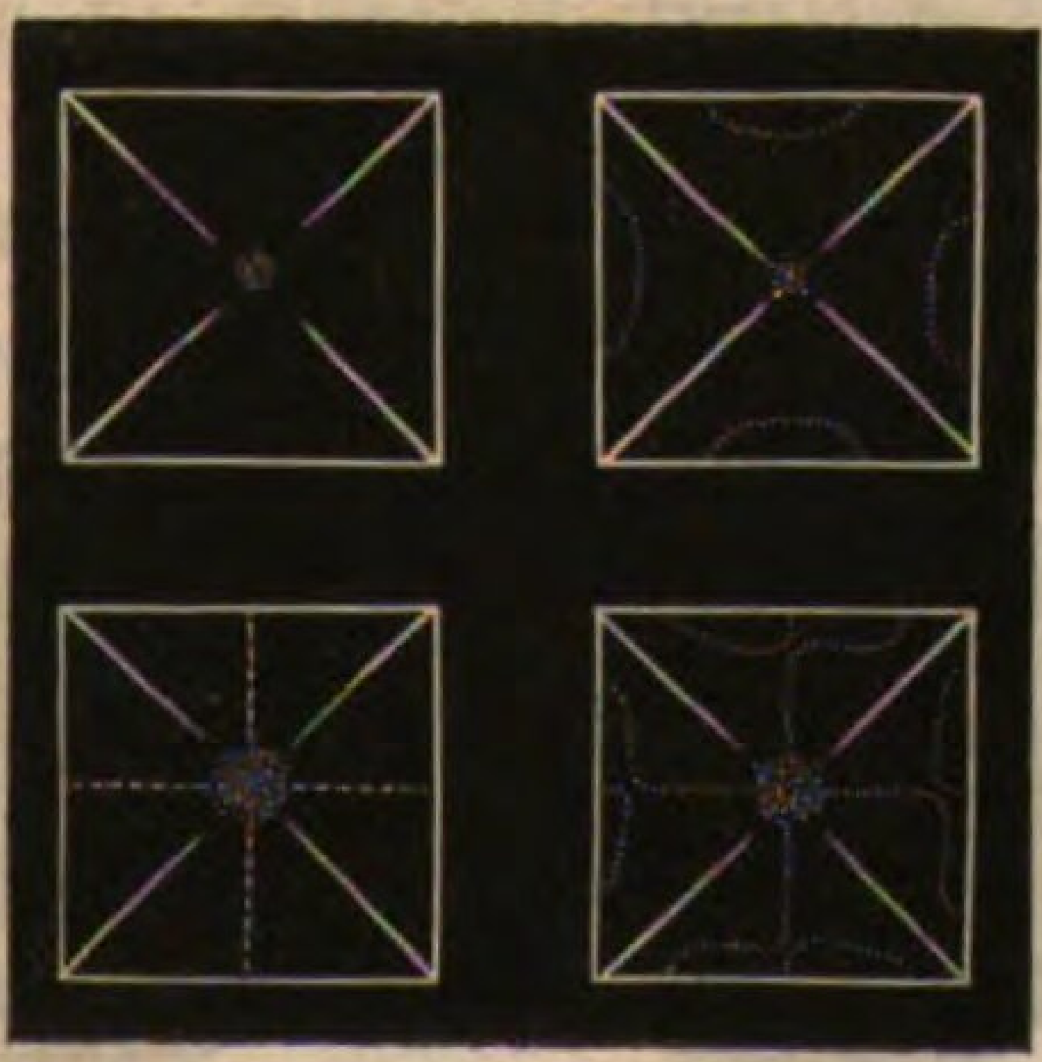


Fig. 395.



dessen Arme die Mittelpunkte je zweier paralleler Seiten des Quadrats verbinden (die erste Figur), hat man die Mitte einer Kante mit dem Finger zu berühren und an einem Eck zu streichen. Wenn man ein Eck berührt und in der Mitte einer Kante streicht, erhält man ein Kreuz, dessen Arme die gegenüberliegenden Ecken des Quadrats verbinden, Fig. 395.

Fig. 396.

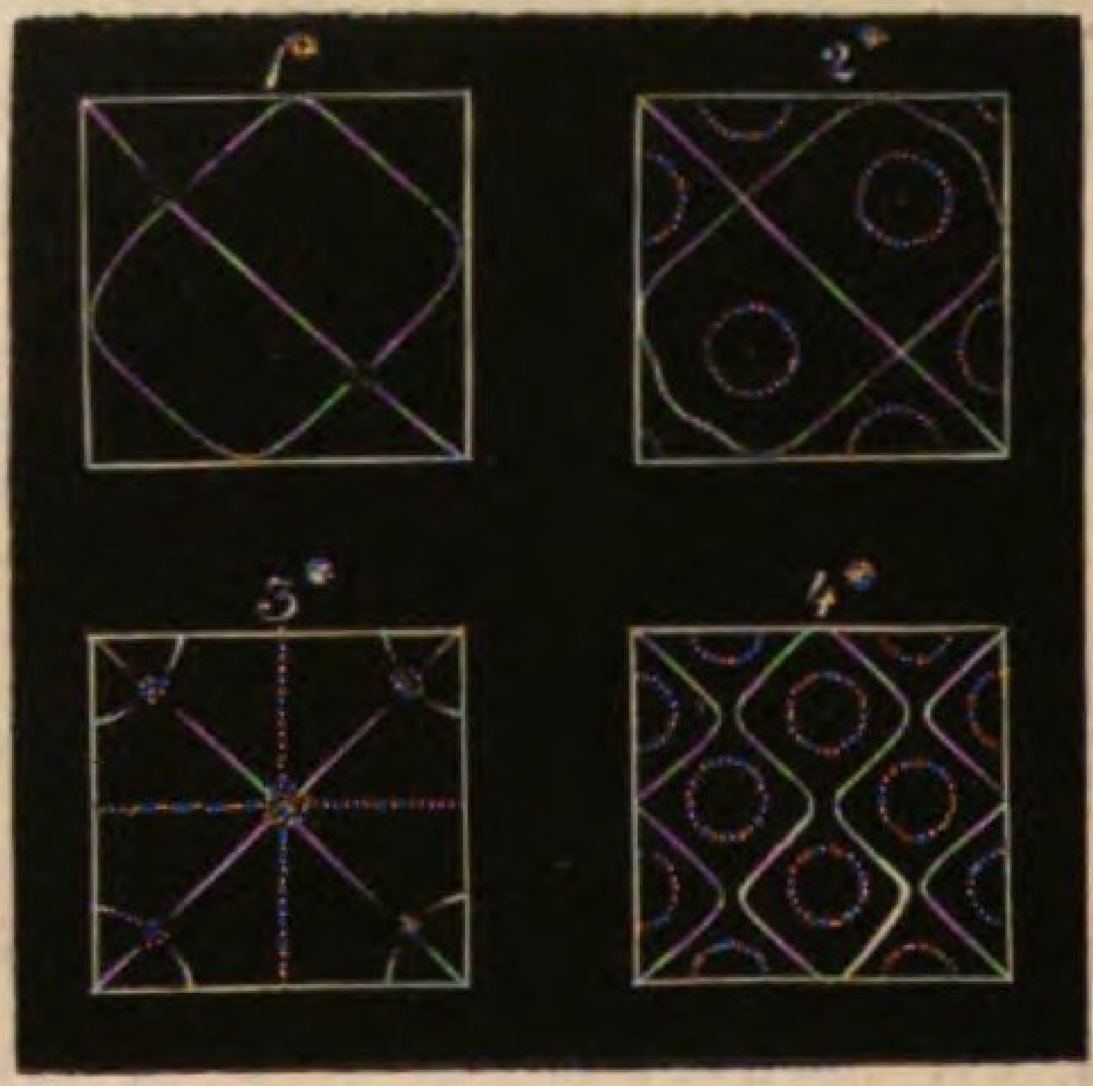


Fig. 397.

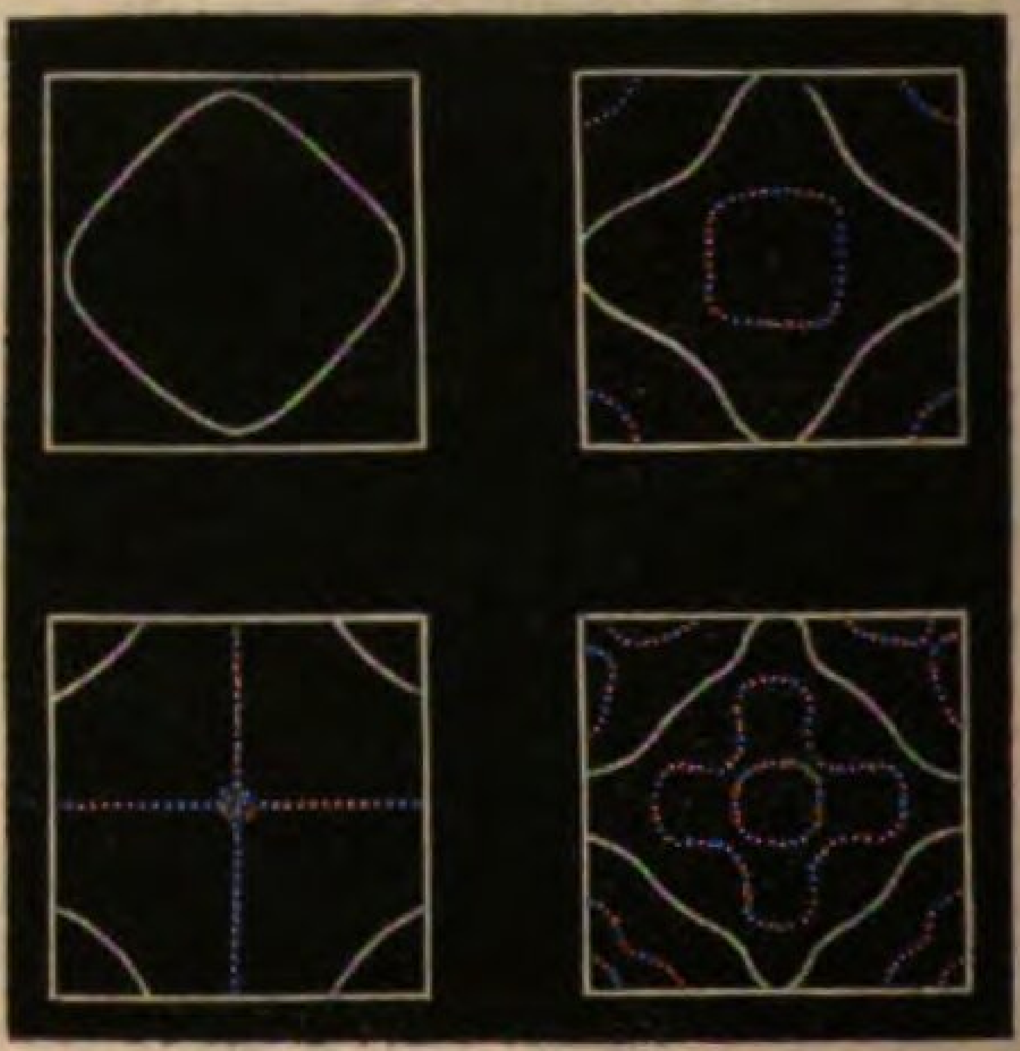


Fig. 398.

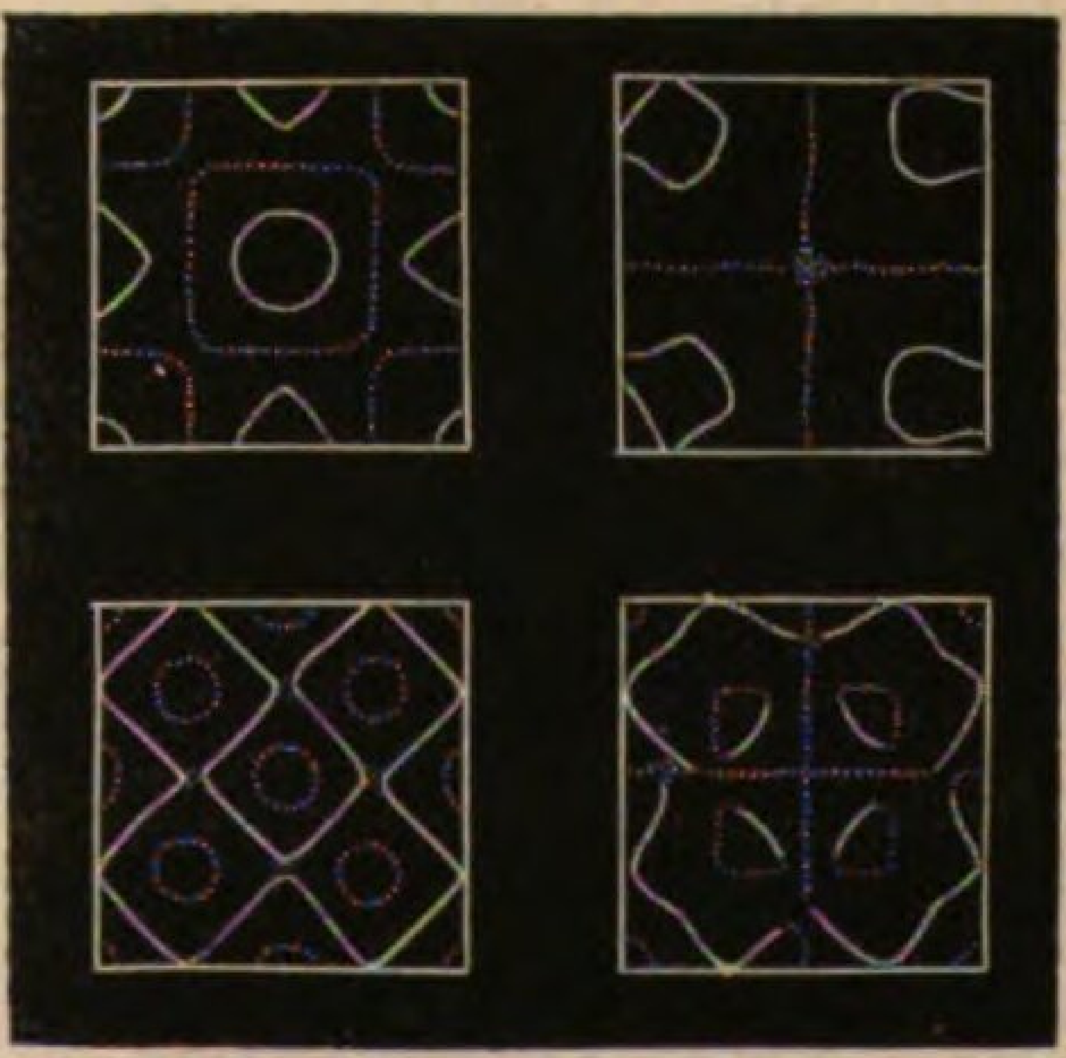
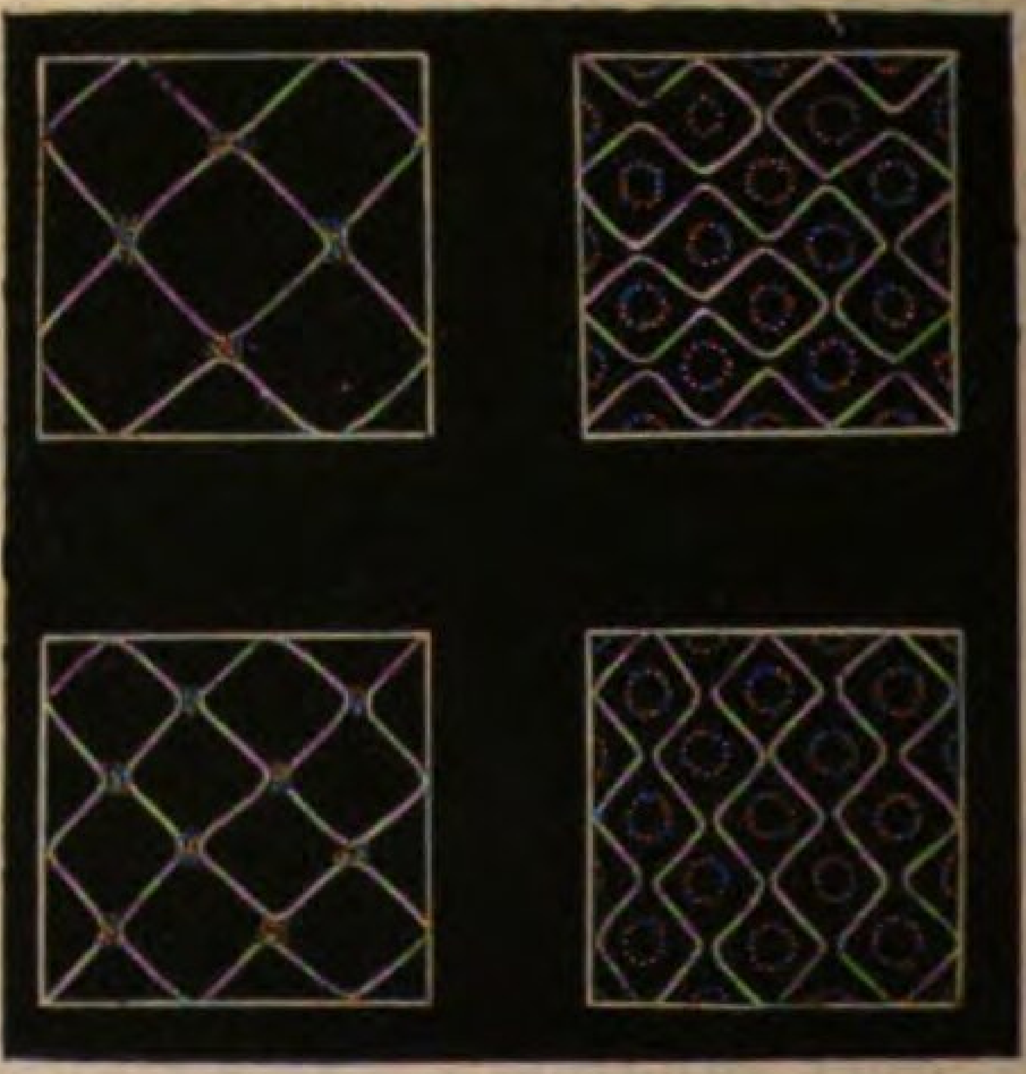


Fig. 399.



Dreieckige und vieleckige Platten geben ähnliche Erscheinungen.

Kreisförmige Platten geben auch unzählig viele Töne, und jedem derselben entspricht auch eine besondere Figur. Man unterscheidet diametrale, concentrische und gemischte Systeme.

Das diametrale System ist nur aus Durchmessern zusammengesetzt, wie Fig. 400 und 401, und theilt den Umfang in eine gerade Anzahl von Theilen.

Man erhält solche Figuren, wenn man die Platte in ihren Mittelpunkt einspannt und am Rande streicht. Die Fig. 400 erhält man, wenn man mit dem Finger einen Punkt des Randes berührt, welcher 45° von der Stelle absteht, an welcher man streicht. Um die Fig. 401 zu erhalten, muß man zwei Punkte des Randes berühren, welche um

Fig. 400.

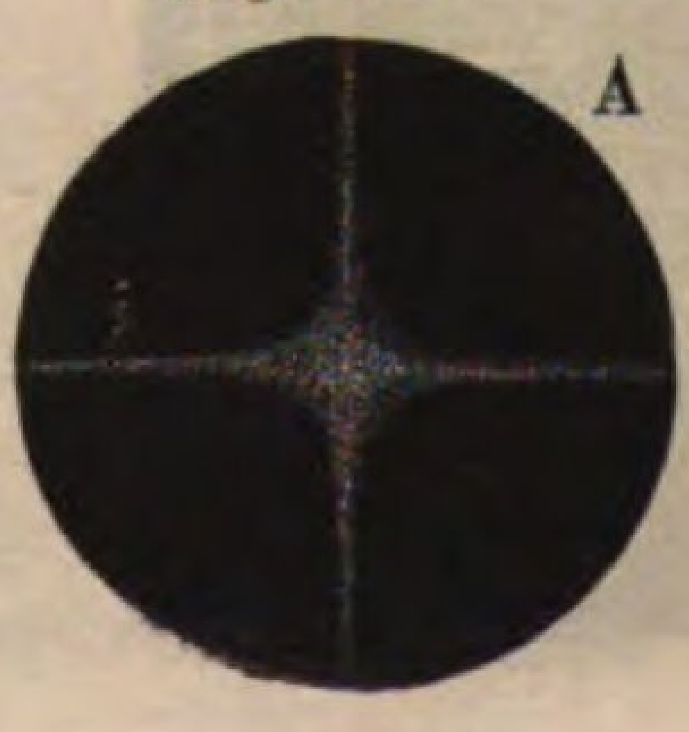
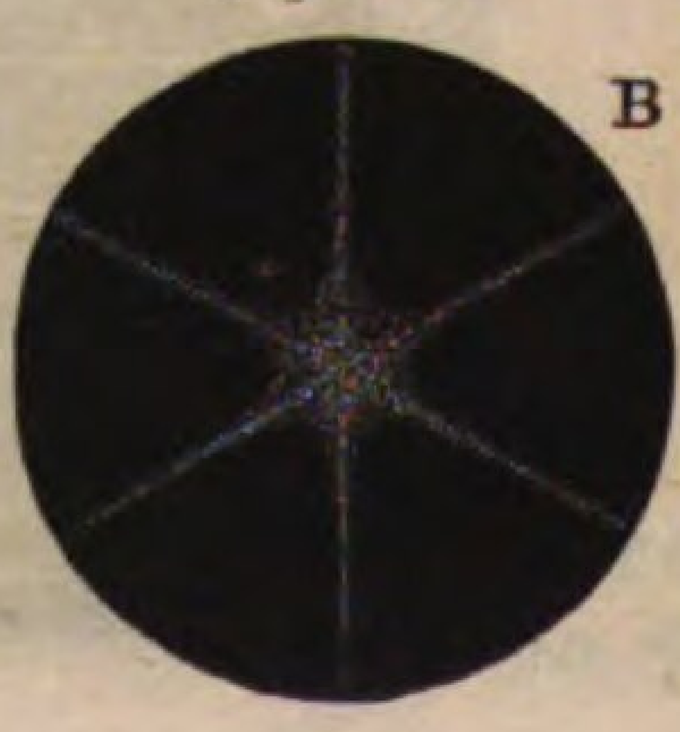


Fig. 401.



60° von einander abstehen, und an einer Stelle streichen, welche 30° von dem einen dieser Punkte entfernt ist.

An Metallscheiben von 3 bis 4 Decimeter Durchmesser beobachtet man oft 36 bis 40 Abtheilungen am Umfange. Es ist leicht einzusehen, warum bei dieser Theilungsart durch Radien stets eine gerade Anzahl von Abtheilungen entstehen muß; denn 1) ist klar, daß die Schwingungen aller Abtheilungen im Einklange sein müssen, d. h. sie müssen alle in gleicher Zeit gleichviel Schwingungen machen, und da sie gleiche Länge haben, so muß auch ihre Ausdehnung dieselbe sein; 2) müssen die neben einander liegenden Abtheilungen entgegengesetzte Bewegungen haben, und dies ist bei einer ungeraden Anzahl von Abtheilungen nicht möglich.

Um concentrische Knotenlinien zu erhalten, wovon Fig. 402 die einfachste Form zeigt, muß die Platte vom Mittelpunkte aus in Schwingungen versetzt werden, was am besten dadurch bewerkstelligt werden kann, daß man aus der Mitte ein Stück herausschneidet, wie Fig. 403 andeutet, welches groß genug ist, um mit einem Fiedelbogen hineinzukommen. Nachdem nun diese Platte excentrisch in die Schraubenklammer, Fig. 393, S. 328, eingespannt worden ist, wird eine beliebige Stelle des inneren Randes mit dem Fiedelbogen gestrichen. Ist z. B. der Punkt *a*, Fig. 403, eingeklemmt, so entsteht die hier abgebildete Figur, wenn man bei *b* streicht.

Fig. 402.

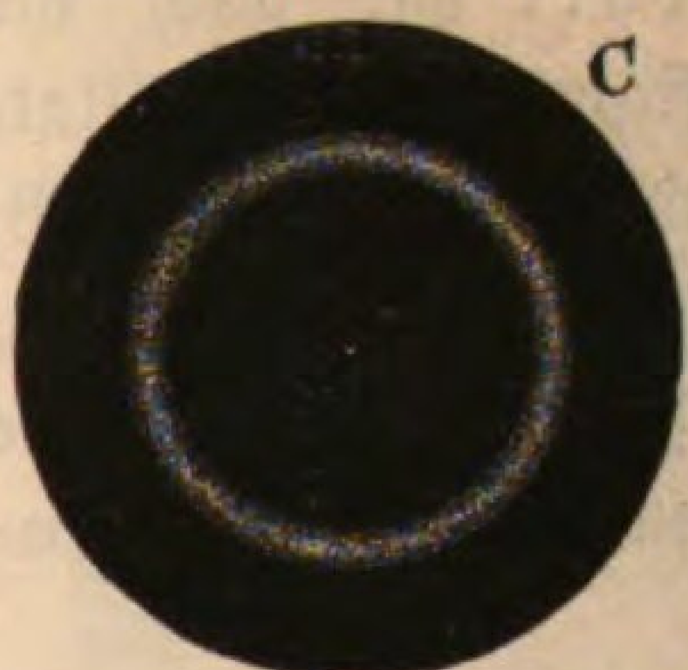
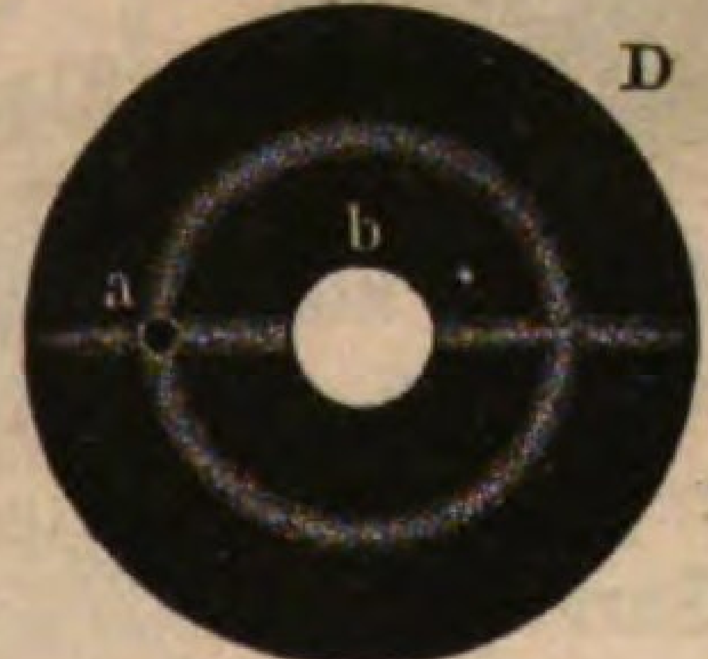


Fig. 403.



Eine andere Methode, eine Platte von der Mitte in Schwingungen zu bringen, besteht darin, daß man die Platte am Ende eines ungefähr 4 Fuß langen Glas- oder Holzstabes von 2 bis 3 Linien Durchmesser befestigt, wie Fig. 404 zeigt. Giebt man dem Stab eine verticale Stellung, indem man ihn in der Mitte seiner Länge mit der linken Hand festhält, reibt man alsdann den Stab nahe an seinem oberen oder unteren Ende mit einem feuchten Tuche, so tönt er und seine Schwingungen theilen sich der Platte mit, auf welcher man deutlich die Knotenlinien sieht, wenn man sie vorher mit etwas Sand bestreut hat.

Fig. 404.



Fig. 405.

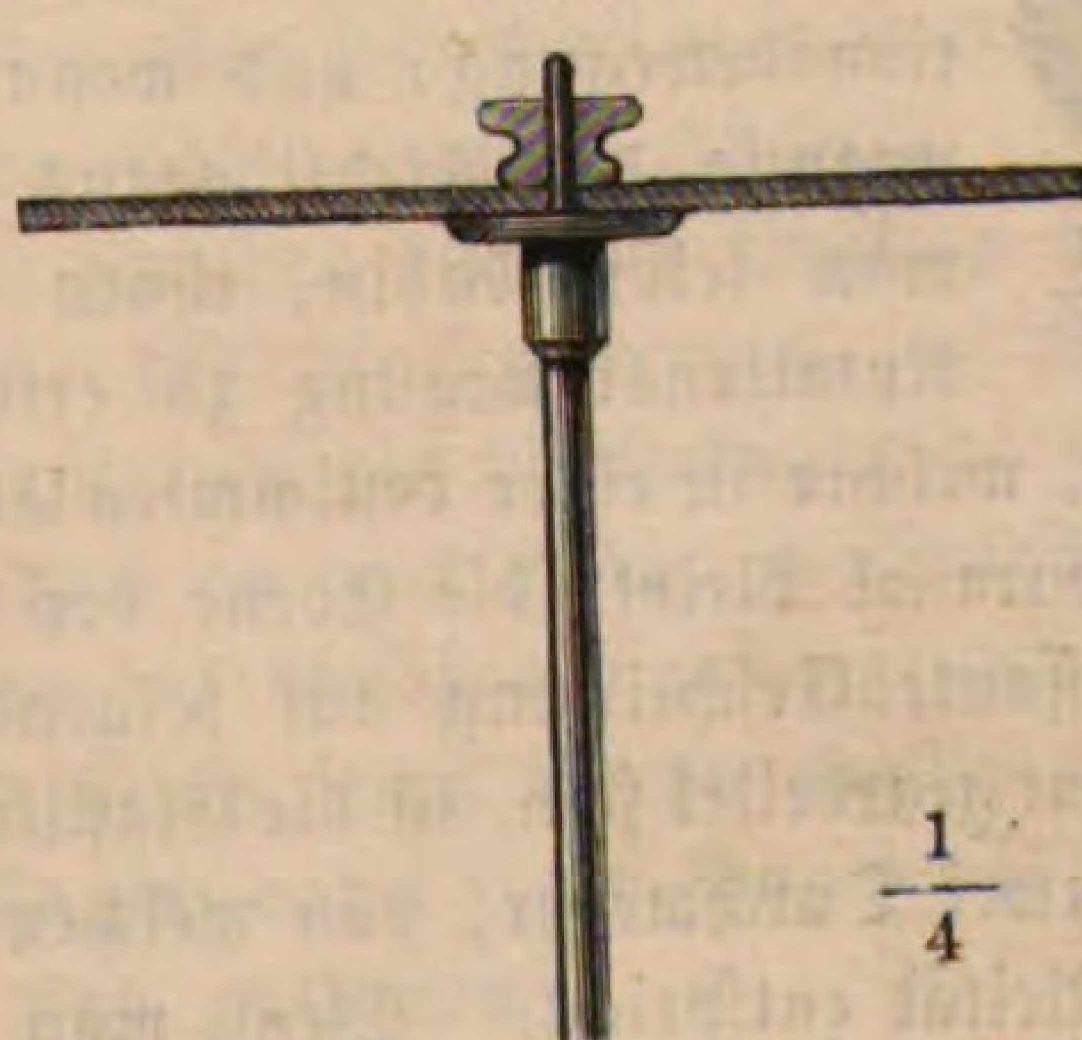
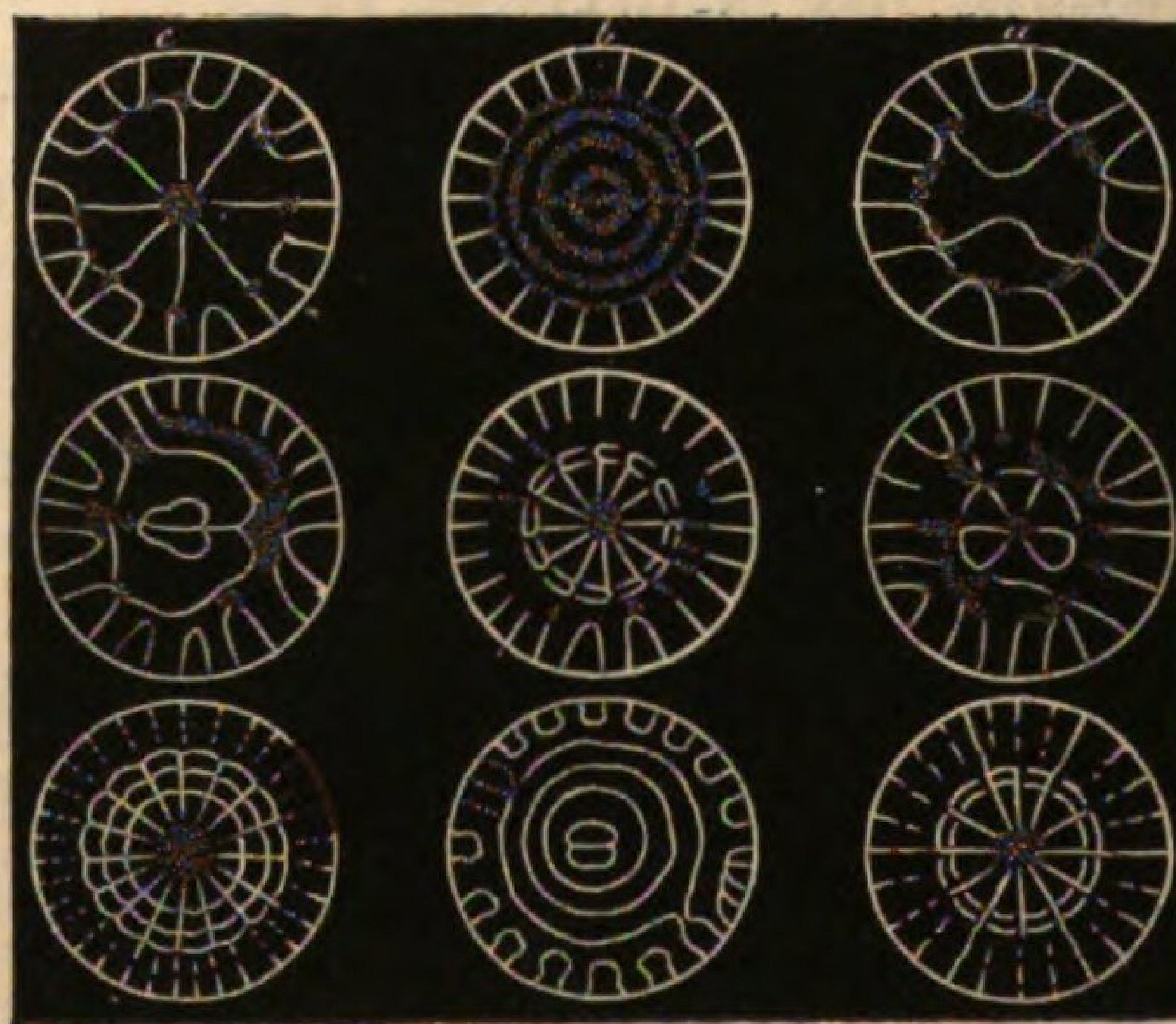


Fig. 405 zeigt deutlicher, wie die Platte auf den Stab aufgeschraubt wird.

Das gemischte System von Knotenlinien besteht aus diametralen Linien, welche mehr oder weniger gebogen, und Kreisen, die ebenfalls mehr oder weniger verändert sind. Um solche Figuren zu erhalten, ist immer einige Geschicklichkeit nöthig; das Princip besteht darin, mit den Fingern auf mehrere der Punkte zu drücken, durch welche die Knotenlinien gehen sollen. In Fig. 406 sind mehrere solcher zusammengesetzten Klangfiguren dargestellt.

Fig. 406.



Savart hat auch die Klangfiguren runder Platten studirt und hat z. B. gefunden, daß die diametralen Linien sich nicht bis zur Mitte fortpflanzen, wenn ihre Anzahl etwas groß wird. Nach Strehlke sind überhaupt alle Knotenlinien gekrümmt, die scheinbar geraden Linien in manchen dieser Figuren sind nur Zweige hyperbolischer Curven.

Eine höchst merkwürdige von Savart aufgefundene Thatsache ist die Verrückung der Knotenlinien. Wenn man eine sorgfältig gearbeitete Messingplatte von ungefähr 4 Decimeter Durchmesser und 2 bis 3 Millimeter Dicke in der Weise befestigt, wie man Fig. 407 sieht, und, nachdem man Semen lycopodii, welches weit leichter ist als Sand, darauf gestreut hat, mit einem Fiedelbogen am Rande streicht, so beobachtet man, für gewisse tiefe und volle Töne, welche einer diametralen Figur von 4, 6 oder 8 Strahlen entsprechen, daß die Knotenlinien nicht fest bleiben; sie erleiden eine entschiedene Oscillationsbewegung, und wenn man mit der Bewegung des Fiedelbogens fortfährt, gelangt man selbst dahin, ihnen eine continuirliche Rotationsbewegung zu ertheilen, so daß das Pulver eine Art Wirbel bildet, welcher in einer bestimmten Entfernung vom Umfange der Scheibe, dem er parallel bleibt, die Ebene der Scheibe durchläuft. Savart erklärt diese interessante Erscheinung auf folgende Weise: In den Scheiben, sie mögen noch so gut gearbeitet sein, ist die Elasticität nicht nach allen Richtungen dieselbe; es giebt zwei Durchmesser, von welchen einer der größten, ein anderer der kleinsten Elasticität entspricht. Wenn man nun mit dem Fiedelbogen an einer solchen Stelle anstreicht, daß die Knotenlinien auf diese Durchmesser fallen, so bleiben die Knotenlinien unbeweglich; wenn man aber an einem

Fig. 407.

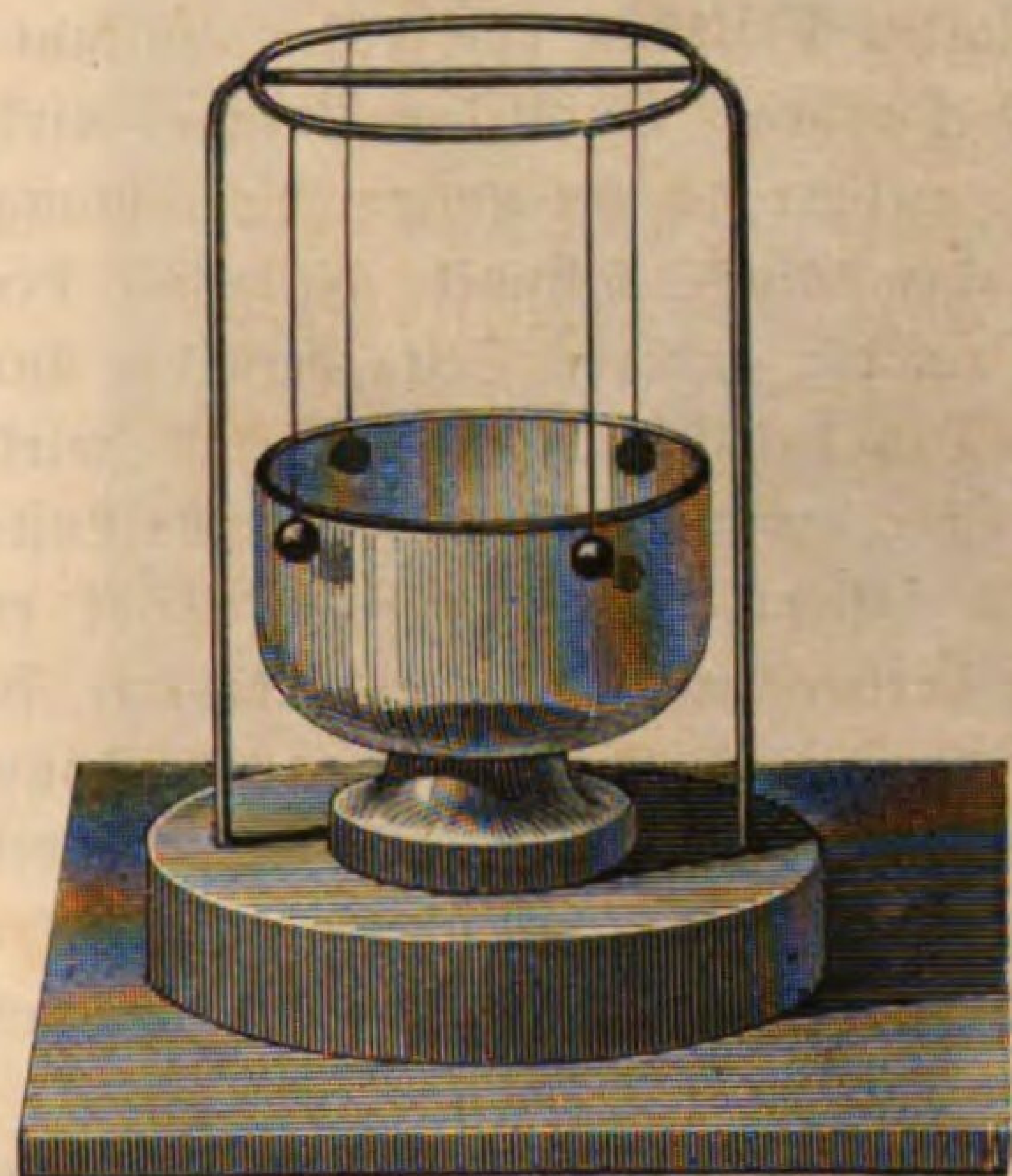


$\frac{1}{7}$

anderen Punkte anstreicht, so sind die Bewegungen, welche der Fiedelbogen an dem Rande der Scheibe hervorbringt, unsymmetrisch, und die Knotenlinien, welche sich bilden, haben ein Bestreben, in die erste Lage zurückzukehren, und deshalb oscilliren sie um diese Lage, oder sie drehen sich continuirlich, wenn die hinlänglich großen Excursionen der Scheibe ihnen eine hinreichende Amplitude geben, damit sie ihre Ruhelage verlassen können.

Die Glocken machen in der Regel normale Schwingungen, wie die Platten, und theilen sich auch durch Knotenlinien, welche sehr unregelmäßig sein können. Die Vibrationen einer Glocke lassen sich mit Hülfe des Apparates Fig. 408 zeigen, welcher im Wesentlichen aus einer Glasglocke (einer sog. Käseglocke) besteht, welche mit ihrem Knopf in ein Stativ von Holz eingekittet ist. Von einem darüber angebrachten Drahtringe hängen an Fäden befestigt vier Kügelchen von Holz herab (jedes hat gegen 2 Linien Durchmesser), welche den Rand der Glocke an vier Punkten berühren, von denen jeder um 90° vom anderen absteht. Streicht man nun mit dem Fiedelbogen den Rand der Glocke dicht neben einer solchen Kugel, so werden alle vier Kugeln lebhaft weggeschleudert, weil sie sich gerade an den Stellen der lebhaftesten Vibrationen befinden; streicht man aber in der Mitte zwischen zwei Kugeln, so bleiben dieselben fast ganz unbeweglich, vorausgesetzt, daß die Glocke ihren tiefsten Ton giebt, weil sie jetzt die Glocke in Knotenpunkten berühren.

Fig. 408.



$\frac{1}{7}$

Sehr schön läßt sich die Abtheilung der vibrirenden Glocke auch zeigen, wenn man sie ungefähr bis zu $^1/_3$ ihrer Höhe mit Wasser füllt und dann am Rande streicht. An der Stelle, welche vertical unter der gestrichenen Stelle liegt, kräuselt sich das Wasser zu einem kleinen Berge. Dasselbe geschieht an der Stelle, welche der oben bezeichneten diametral gegenüber liegt, und an den Punkten, welche um 90° von ihm abstehen. An den vier Stellen dagegen, welche in der Mitte zwischen den vier Punkten der stärksten Bewegung liegen, bleibt die Oberfläche des Wassers ruhig. — Wenn die Vibrationsbewegung eine lebhafte ist, so steigen die Wasserbogen an den Stellen der kräftigsten Vibrationen ziemlich hoch an und kleine Wassertröpfchen werden dann von hier aus gegen die Mitte des Gefäßes hin fortgeschleudert.

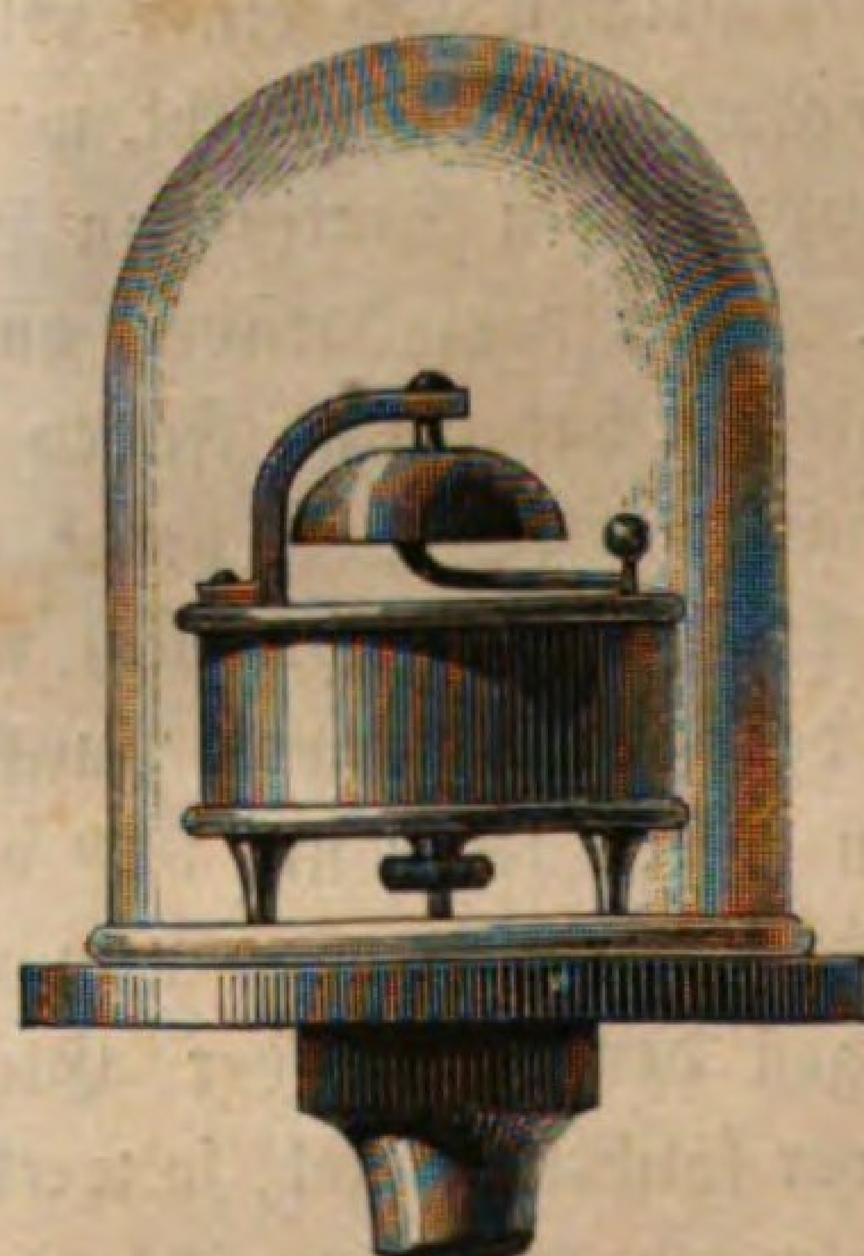
Es ist klar, daß alle festen Körper ebenso wie Stäbe und Platten vibriren können, und daß sie sich dabei durch Knotenflächen, welche mehr oder weniger unregelmäßig sind, abtheilen.

Fortpflanzung des Schalles durch die Luft. Die Vibrationsbe- 147
wegung irgend eines Körpers, welcher rings von Luft umgeben ist, verursacht

in derselben eine Wellenbewegung, welche, bis zu unserem Ohre fortgepflanzt, die Empfindung des Schalles hervorbringt. In der Regel ist es freilich die Luft, in welcher sich die Schallwellen bis zu unserem Gehörorgane fortpflanzen, doch sind auch alle anderen elastischen Körper, feste sowohl wie flüssige, fähig, den Schall mehr oder weniger gut zu leiten; durch das Vacuum aber pflanzt sich der Schall nicht fort.

Um dies zu zeigen, setze man auf den Teller der Luftpumpe ein aufgezogenes Weckerwerk, Fig. 409, jedoch so, daß die Füße desselben nicht direct auf dem Teller aufstehen, sondern auf einem Kissen von Wolle oder Kattun oder auch auf einigen auf einander gelegten Plättchen von dickem vulkanisirten Kautschuk ruhen. Durch das Uhrwerk wird ein Hammer, welcher sich bei unserer Vorrichtung im Inneren der Glocke befindet, bald auf der einen, bald auf der anderen Seite derselben angeschlagen. Der dadurch erzeugte Schall wird sogleich schwächer, wenn man die gläserne Luftpumpenglocke aufsetzt, aber immerhin bleibt er noch deutlich hörbar; wird aber nun evacuirt, so verschwindet der Ton vollständig. Läßt man dann die Luft allmälig wieder eintreten, so unterscheidet man alsbald den Ton, welcher stärker und stärker wird, wenn sich die Glocke mehr und mehr mit Luft füllt. Der Schall kann sich also nicht durch den leeren Raum fortpflanzen.

Fig. 409.



Der größte Lärm auf der Erde kann sich demnach nicht über die Gränzen unserer Atmosphäre verbreiten, dagegen kann aber auch von keinem anderen Himmelskörper nur das mindeste Geräusch bis zu unserer Erde dringen; die furchtbarsten Explosionen könnten auf dem Monde stattfinden, ohne daß wir davon etwas hörten.

Saussure sagt, daß auf dem Gipfel des Montblanc ein Pistolenschuß weniger Geräusch macht, als wenn man in der Ebene ein Kinderkanönchen losschießt, und Gay-Lussac fand, mit seinem Ballon in einer Höhe von 700 Metern, also in einer sehr verdünnten Luft schwebend, daß die Intensität seiner Stimme ungemein abgenommen hatte.

Nicht in der Luft allein, sondern in allen Gasen und Dämpfen kann sich der Schall verbreiten. Um sich davon zu überzeugen, braucht man nur die Gase oder Dämpfe in das Vacuum eintreten zu lassen, in welchem sich das gehende Weckerwerk Fig. 409 befindet.

Im Wasser pflanzt sich der Schall sehr gut fort, die Taucher hören, was am Ufer gesprochen wird, und am Ufer hört man deutlich, wenn in großen Tiefen zwei Steine an einander geschlagen werden.

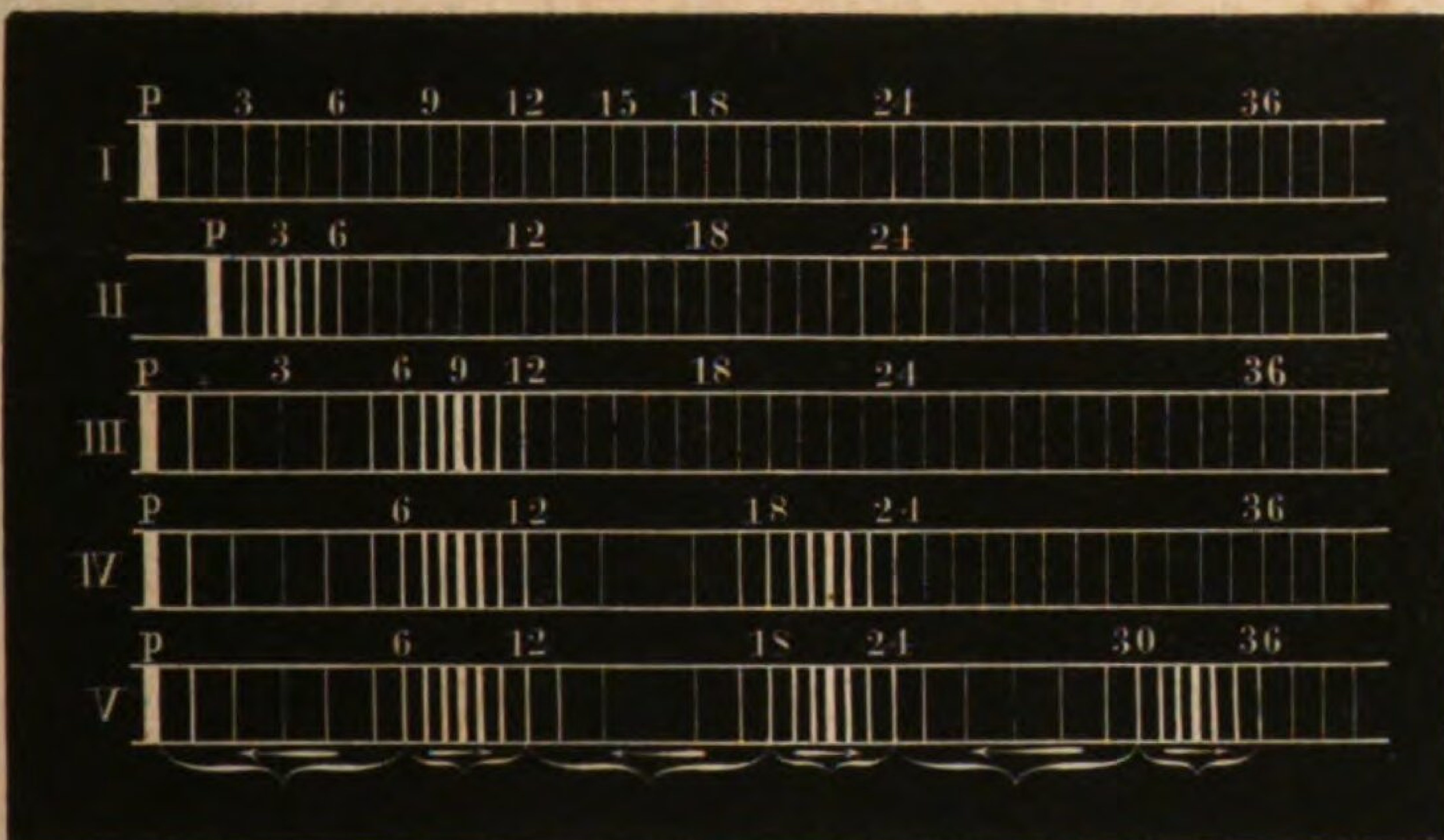
Die festen Körper endlich können den Schall nicht allein erzeugen, sondern auch fortpflanzen. Wenn man dem einen Ende eines 60 bis 70 Fuß langen Balkens das Ohr nähert, so hört man deutlich, wenn am anderen Ende nur

schwach angeklopft wird, wenngleich das Geräusch in der Luft so schwach ist, daß es selbst der kaum hört, welcher es hervorgebracht hat.

Schallwellen. Um die Art und Weise, wie sich die Schallschwingungen 148
in der Luft fortpflanzen, anschaulich zu machen, wollen wir uns denken, daß die Luft in einer an einem Ende offenen Röhre durch die Oscillationen eines am anderen Ende angebrachten Kolbens in Schwingungen versetzt wird.

In Fig. 410 ist eine solche Röhre dargestellt; die bei I gleich weit von

Fig. 410.



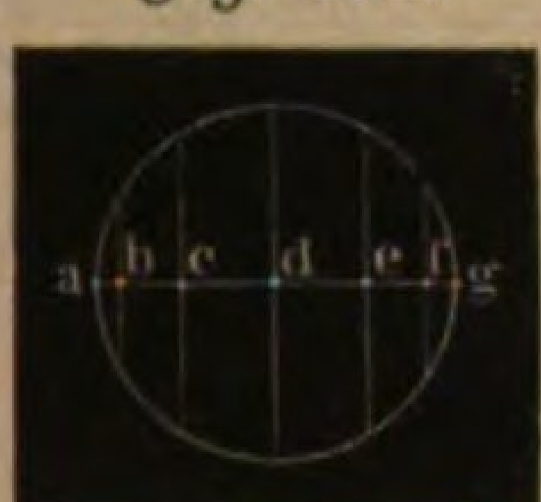
einander stehenden Striche stellen einzelne Schichten der überall gleich dichten Luft dar; *p* ist der Kolben. Dieser Kolben soll um die Länge *ag*, Fig. 411, rasch hin und her gehen.

Eine solche oscillatorische Bewegung kann nicht gleichförmig sein, wie dies schon früher bemerkt wurde. Denken wir uns die Zeit, welche der Kolben zu einem Hin- und Hergange braucht, in 12 gleiche Theile getheilt, so findet man, den Entwickelungen auf S. 237 entsprechend, die Punkte, in welchen er sich in jedem dieser 12 Momente befindet, durch folgende Construction: Man errichte über der Linie *ag*, welche dem Weg gleich ist, der den Kolben zu durchlaufen hat, einen Kreis, wie uns Fig. 411 zeigt; den Umfang dieses Kreises theile man von *a* anfangend in 12 gleiche Theile und fälle von diesen Theilungspunkten Perpendikel auf die Linie *ag*. Die Durchschnittspunkte dieser Perpendikel bezeichnen die Stellen, in welchen der Kolben nach $^1/_{12}$, $^2/_{12}$, $^3/_{12}$ u. s. w. seiner Oscillationsdauer ankommen wird. Da nun aber die der Bewegung des Kolbens in Fig. 410 zu klein ist, als daß man der entsprechenden Constructionsfigur, Fig. 411, noch die zur weiteren Besprechung nöthigen Buchstaben beisetzen könnte, so ist dieselbe Construction in Fig. 412 auch noch in größerem Maaßstabe ausgeführt worden und dieser

Fig. 411.



Fig. 412.



Figur sind dann die Buchstaben beigesetzt worden, welche bei der folgenden Auseinandersetzung stets auf die entsprechenden Punkte der kleinen Constructionsfigur zu beziehen sind.

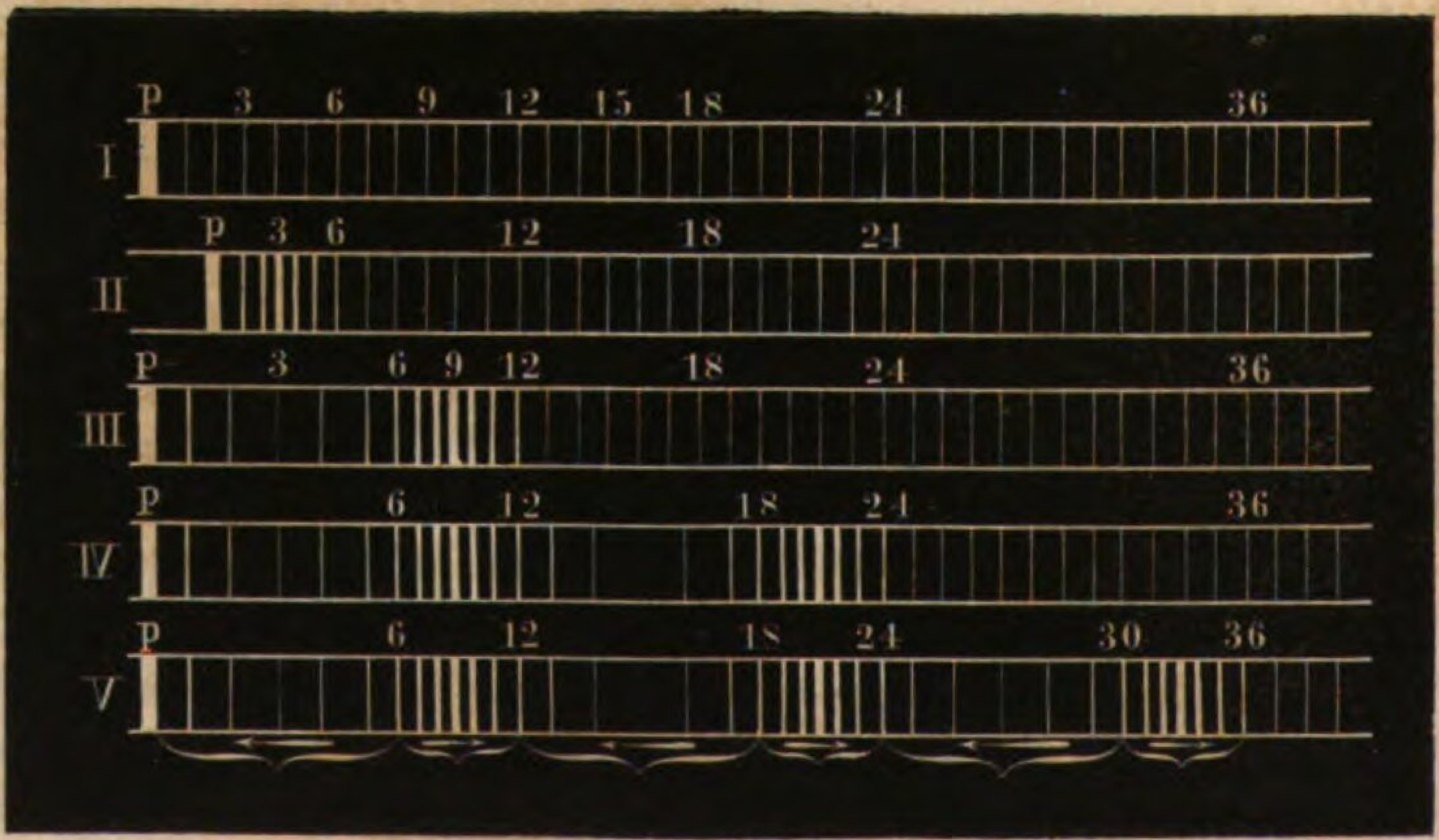
Im ersten Zwölftel seiner Oscillationsdauer legt der Kolben den kleinen Weg *ab* zurück; in den folgenden gleich großen Zeittheilchen die Wege *bc, cd, de* u. s. w. Die anfangs langsame Bewegung nimmt also alsbald an Geschwindigkeit zu. In *d* erreicht der Kolben seine größte Geschwindigkeit; von da an wird seine Bewegung wieder langsamer, bis er das Ende seiner Bahn erreicht, wo seine Bewegung in die entgegengesetzte übergeht. Im 5ten, 6ten, 7ten u. s. w. Zwölftel seiner Oscillationsdauer legt dann der Kolben die Wege *gf, fe, ed* u. s. w. zurück.

Diese Bewegung des Kolbens pflanzt sich nun nach und nach auf alle die einzelnen Luftschichten der Röhre fort, jede derselben wird nach einiger Zeit dieselben Oscillationen machen wie der Kolben selbst, sie wird aber diese Bewegung um so später beginnen, je weiter sie von dem Kolben entfernt ist.

Wenn die Luft vollkommen unelastisch und starr wäre, so würde durch die Bewegung des Kolbens die ganze Luftsäule in der Röhre fortgeschoben werden, alle einzelnen Luftschichten würden gleichzeitig dieselbe Bewegung, und zwar die des Kolbens, haben; die Luft ist aber elastisch, die Bewegung pflanzt sich nur nach und nach fort, und zwar dadurch, daß die dem Kolben zunächst liegenden Schichten erst comprimirt werden und dann vermöge ihrer Elasticität erst auf die folgenden wirken.

Betrachten wir den Zustand der Luftsäule in dem Moment, in welchem der Kolben zum ersten Male seinen Weg nach der rechten Seite hin vollendet hat, wie dies in II Fig. 413 dargestellt ist.

Fig. 413.



Der Kolben ist eben zur Ruhe gekommen, um seine rückgängige Bewegung anzufangen, 3 aber hat in seiner Bewegung von der Linken zur Rechten eben seine größte Geschwindigkeit.

Die Luftschicht		1	ist	um	die	Länge	*af*
»	»	2	»	»	»	»	*ae*
»	»	3	»	»	»	»	*ad*
»	»	4	»	»	»	»	*ac*
»	»	5	»	»	»	»	*ab*
»	»	6	»	»	»	»	0

von ihrer ursprünglichen, in I dargestellten Lage entfernt, und daraus ergiebt sich die gegenseitige Lage der Schichten, wie sie in II verzeichnet ist. Bei 3 findet die stärkste Verdichtung der Luft Statt.

Während nun der Kolben von der Stellung II zu seiner ursprünglichen Lage zurückkehrt, pflanzt sich die Bewegung bis zur Luftschicht 12 fort; diese Luftschicht beginnt ihre Bewegung zum ersten Male in demselben Augenblicke, in welchem der Kolben zum zweiten Male nach der Rechten zu gehen beginnt. Diese Lage der einzelnen Luftschichten zwischen 12 und dem Kolben, wie sie in III dargestellt ist, ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

Während der Kolben und die Luftschicht 12 ihre ursprüngliche Lage einnehmen und momentan in Ruhe sind, sind alle zwischenliegenden Luftschichten von ihrer ursprünglichen Lage entfernt; alle Luftschichten zwischen dem Kolben und 6 haben eine rückgängige Bewegung von der Rechten zur Linken, diejenigen zwischen 6 und 12 gehen von der Linken zur Rechten.

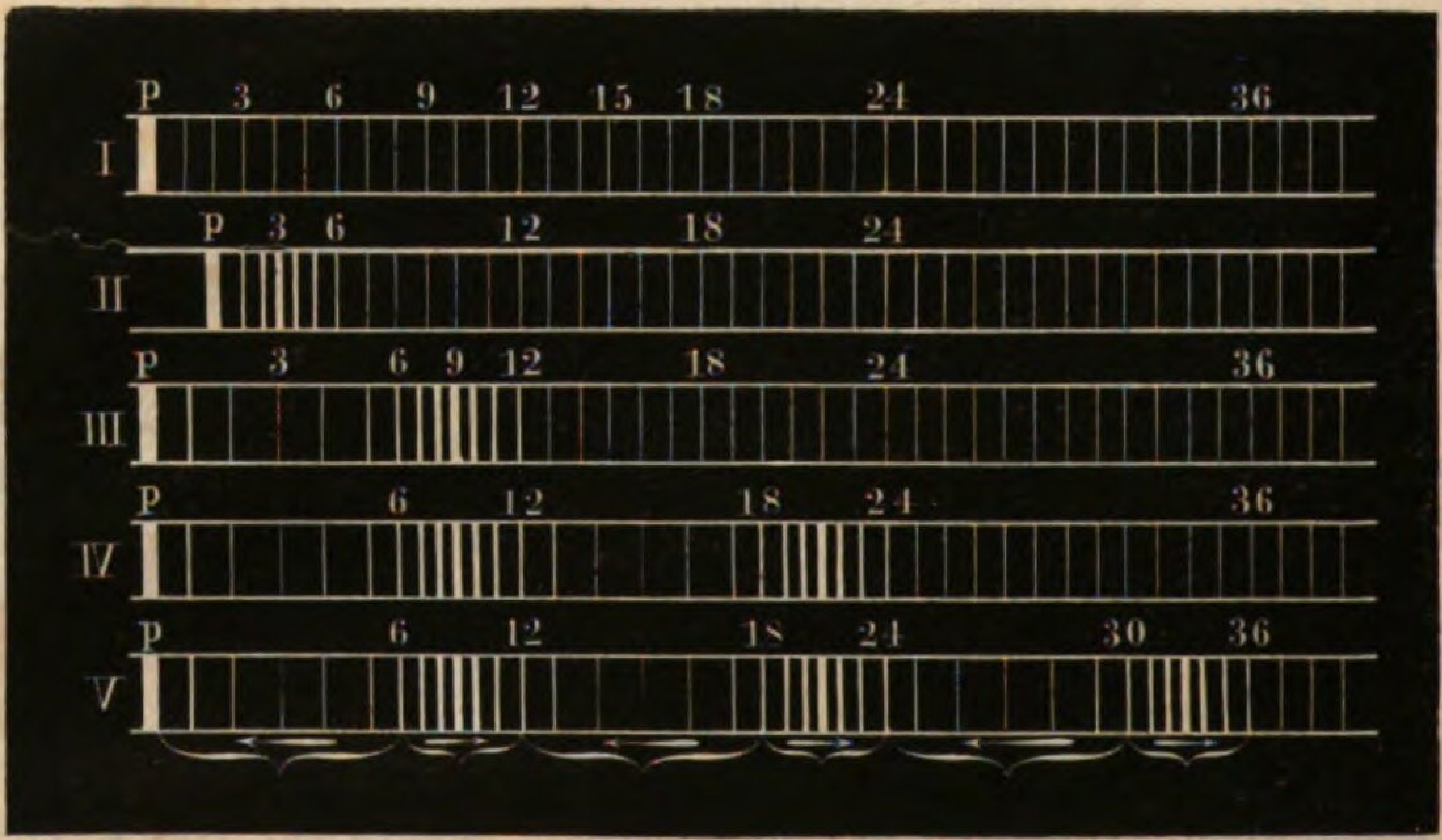
Die Luftschicht		1	ist	um	die	Länge	*ab*
»	»	2	»	»	»	»	*ac*
»	»	3	»	»	»	»	*ad*
»	»	4	»	»	»	»	*ae*
»	»	5	»	»	»	»	*af*
»	»	6	»	»	»	»	*ag*
»	»	7	»	»	»	»	*af*
»	»	8	»	»	»	»	*ae*
»	»	9	»	»	»	»	*ad*
»	»	10	»	»	»	»	*ac*
»	»	11	»	»	»	»	*ab*
»	»	12	»	»	»	»	0

von ihrer ursprünglichen Lage entfernt; daraus ergiebt sich, daß bei 9 die stärkste Verdichtung, bei 3 aber die stärkste Verdünnung der Luft stattfindet; die Luftschicht 3 hat eben ihre größte Geschwindigkeit nach der linken, die Luftschicht 9 hat ihre größte Geschwindigkeit nach der rechten Seite hin.

Wenn nun der Kolben in Ruhe bliebe, so würde zunächst die Luftschicht 1, dann 2, 3, 4 u. s. w. in ihrer ursprünglichen Lage wieder ankommen, um daselbst ebenfalls in Ruhe zu bleiben, während die Bewegung sich nach der rechten Seite fortpflanzt; in dem Moment z. B., in welchem 3 in seiner ursprünglichen Lage wieder ankommt, wird sich die Bewegung bis 15 fortgepflanzt haben, das Maximum der Verdichtung wird bei 12, das Maximum der Verdünnung wird bei 6 ankommen; in dem Augenblicke, in welchem 12 wieder in

seiner ursprünglichen Lage ankommt, ist das Maximum der Verdünnung bis 15, das Maximum der Verdichtung bis 21 fortgeschritten, die Luftschicht 24 beginnt aber eben sich nach der Rechten zu bewegen u. s. w.

Fig. 414.



Macht nun der Kolben eine zweite Oscillation, so folgt der ersten Welle eine zweite, wie dies in IV dargestellt ist, welche den Moment zeigt, in welchem der Kolben eben seinen zweiten Hin- und Hergang vollendet hat.

Vom Kolben bis 12 ist eine, von 12 bis 24 eine zweite Wellenlänge, denn die Länge einer Welle ist ja die Entfernung zweier Theilchen, welche sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden; der Kolben und die Luftschichten 12 und 24 beginnen, im Falle der Kolben seine Oscillation fortsetzt, gleichzeitig ihre Bewegung nach der Rechten; sie durchlaufen ihren Weg nach der rechten Seite hin und wieder zurück stets in gleichen Zeiten und in gleicher Weise.

Jede Welle besteht aus einem verdünnten und einem verdichteten Theile; ersterer entspricht dem Wellenthale, letzterer dem Wellenberge der Wasserwellen.

Die Entfernung von einem Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung bis zum nächsten, also von 9 bis 21, oder von 3 bis 15 ist gleichfalls eine Wellenlänge.

V bezieht sich auf den Moment, wo der Kolben zum dritten Male seine Oscillation vollendet, wo er also drei vollständige sich einander folgende fortschreitende Wellen erzeugt hat. In dieser Figur sind immer diejenigen Luftschichten, welche sich nach derselben Richtung bewegen, mit einer Klammer zusammengefaßt. Die Mitte einer Klammer entspricht immer einem Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung; die hier befindlichen Luftschichten haben eben ihre größte Geschwindigkeit entweder nach der Rechten oder nach der Linken. Die Luftschichten, welche da sich befinden, wo zwei Klammern zusammentreffen, befinden sich momentan in Ruhe, indem sie sich gerade am rechten oder

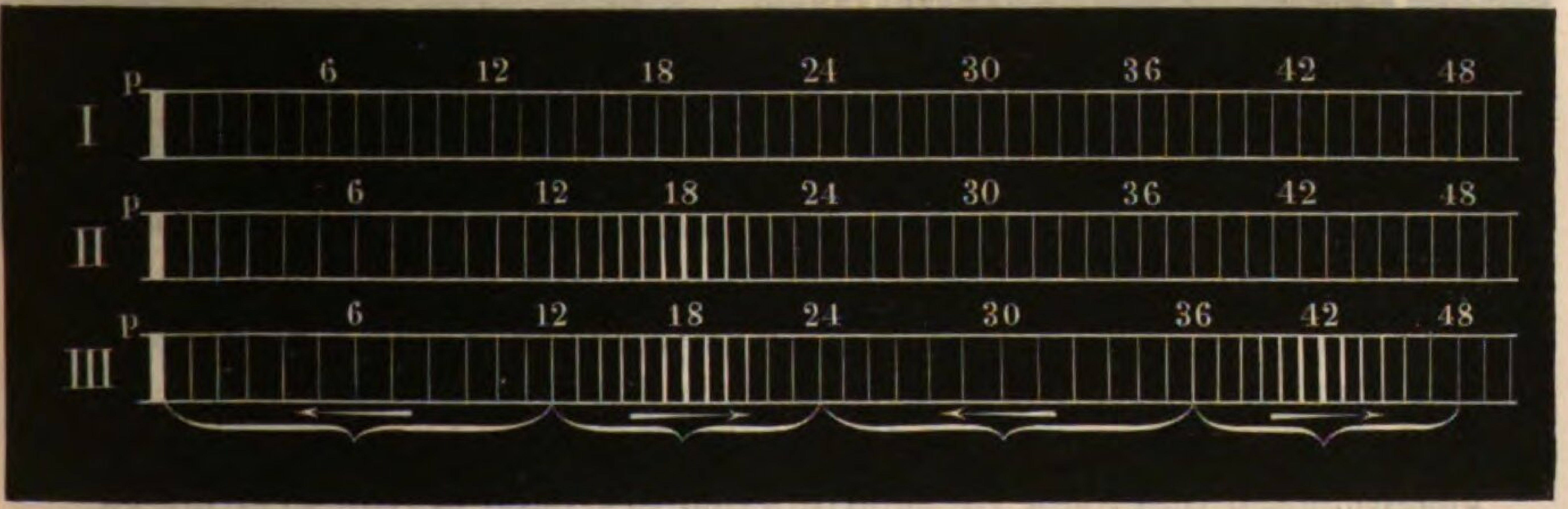
am linken Ende der Bahn befinden, welche sie während ihrer Oscillationen hin und her durchlaufen.

Um den Zusammenhang zwischen der oscillirenden Bewegung der einzelnen Luftschichten und der dadurch hervorgebrachten fortschreitenden Bewegung der Wellen recht anschaulich zu machen, kann man sich der sogenannten Wunderscheibe (Phenakistoskop) bedienen, welche später, wenn von der Dauer des Lichteindruckes die Rede sein wird, beschrieben werden soll.

Die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Schallwellen in der Luft fortpflanzen, ist, wie bald bewiesen werden wird, unabhängig von der Tonhöhe, also auch in unserem Falle unabhängig von der Oscillationsgeschwindigkeit des Kolbens *p*.

Nehmen wir nun an, der Kolben *p* brauche zu einer Oscillation eine doppelt so große Zeit als die, auf welche sich Fig. 414 bezog, so wird auch, während der Kolben einmal hin- und hergeht, die Welle doppelt so weit fortschreiten als in dem oben betrachteten Falle. Nach dem ersten Hin- und Hergange des Kolbens wird die Welle bis zur Schicht 24 fortgeschritten sein (II Fig. 415)

Fig. 415.



und es befindet sich für diesen Moment ein Dichtigkeitsmaximum bei 18, die größte Verdünnung bei 6. — Nach zweimaligem Hin- und Hergange des Kolbens ist dann die Welle bis 48 fortgeschritten, wie man in III sieht.

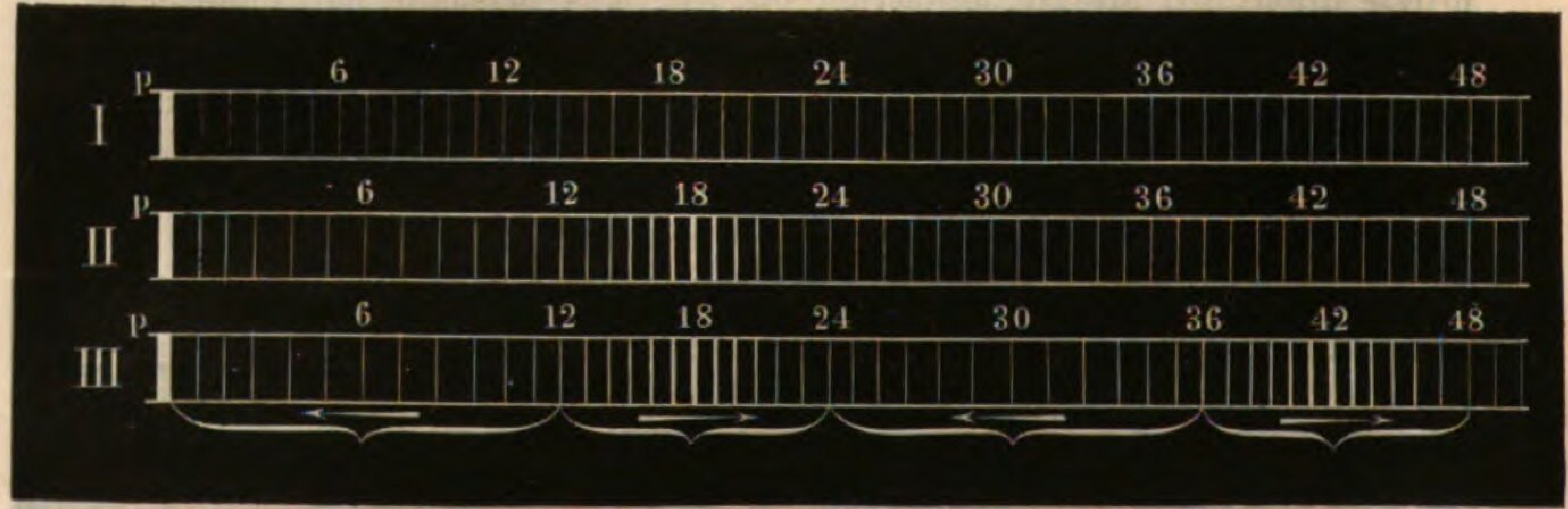
Man sieht, daß hier (Fig. 415) die Wellenlänge doppelt so groß ist, als für den oben betrachteten Fall Fig. 414. Wenn man aber diese Schlußweise verallgemeinert, so ergiebt sich leicht, daß die Wellenlänge eines Tones, d. h. der Abstand von einem Dichtigkeitsmaximum in der Schallwelle bis zum folgenden, der Schwingungsdauer des Körpers proportional ist, dessen Oscillationen die Schallwellen erzeugen.

Wir haben hier der Einfachheit wegen die Fortpflanzung der Luftwellen in einer Röhre betrachtet; ganz in derselben Weise pflanzen sich aber auch die Wellen in freier Luft von den oscillirenden Körpern nach allen Seiten hin fort. So wie sich um die Stelle des Wassers, in welche der Stein hineingefallen ist, kreisförmige Wellen bilden, so bilden sich um den oscillirenden Körper kugelförmige Luftwellen.

Wir haben nun gesehen, auf welche Weise der Schall (Schall nennen wir

alle Wirkungen auf unser Gehörorgan) entsteht und fortgepflanzt wird; die Eindrücke aber, welche unser Gehör empfindet, sind sehr verschiedener Art. Der Schall, welchen man wahrnimmt, wenn durch einen plötzlichen, nicht wiederkehrenden Stoß, etwa durch eine Explosion, eine starke Verdichtung der Luft hervorgebracht wird, welche dann auf die bekannte Weise fortschreitet, während die nachfolgenden Wellen bei rasch abnehmender Intensität bald für das Gehör verschwinden, heißt Knall; der Schall dagegen, welcher durch gleichförmig sich wiederholende Oscillationen erzeugt und durch regelmäßig auf einander folgende, einander gleiche Wellen fortgepflanzt wird, heißt Ton. Wenn die Wellenbewegung, welche den Schall zum Ohre fortpflanzt, mehr und mehr unregelmäßig wird, so geht der Ton in Geräusch über.

Fig. 416.



Die Töne selbst zeigen aber unter sich auch sehr große Verschiedenheiten, unter denen vor allen die Verschiedenheit zwischen hohen und tiefen Tönen zu merken ist. Der Ton ist um so höher, je kleiner die Oscillationsdauer des Körpers ist, welcher ihn erzeugt, je kürzer die Luftwellen sind, welche ihn fortpflanzen. So entsprechen die Luftwellen Fig. 414 einem höheren Tone als die Fig. 416.

Die Intensität der Töne hängt nicht von der Oscillationsdauer und der Wellenlänge, sondern von der Oscillationsamplitude ab; je größer die Oscillationsamplitude des tönenden Körpers ist, desto bedeutender ist der Grad der Verdichtung und der nachfolgenden Verdünnung der Luftwellen, welche den Ton fortpflanzen.

Der Klang, der Charakter der Töne ist weit schwieriger zu definiren als die Intensität; bei gleicher Tonhöhe ist der Charakter des Tones einer Violine sehr von dem einer Flöte verschieden; die Physiker sind auch selbst über die Ursache dieser Verschiedenheit nicht ganz einig, es ist aber sehr wahrscheinlich, daß der Klang mit dem Umstande in Beziehung steht, daß die verdichteten und verdünnten Theile der Welle nicht immer vollkommen symmetrisch sind.

149 **Geschwindigkeit des Schalles.** Alle Töne, welches auch ihre Höhe oder Tiefe, ihre Intensität und ihr Klang sein mag, verbreiten sich in der Luft mit gleicher Geschwindigkeit; denn wenn

verschiedene Beobachter in verschiedenen Entfernungen dasselbe Concert anhören, so hören sie genau denselben Tact, dieselbe Harmonie. Wenn etwa die tiefen Töne den hohen voraneilten, so würde bald aller Tact aufhören, und was in einer Entfernung von 10 Schritten eine Harmonie ist, würde in einer Entfernung von 100 Schritten die unerträglichste Kakophonie sein.

Man hat an verschiedenen Orten Versuche angestellt, um die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft genau zu bestimmen; wir wollen hier nur die anführen, welche im Jahre 1822 bei Paris durch das Personal des Bureau des longitudes ausgeführt worden sind.

Die beiden Stationen, welche man gewählt hatte, waren Villejuif und Montlhery. Zu Villejuif ließ der Capitain Boscary an einem etwas erhabenen Orte einen Sechspfünder mit Ladungen von 2 bis 3 Pfund Pulver aufstellen. Die um diese Kanone aufgestellten Beobachter waren Prony, Arago und Mathieu. Zu Montlhery ließ der Capitain Pernetty eine Kanone von gleichem Kaliber mit gleichen Ladungen aufstellen, und hier waren Humboldt, Gay-Lussac und Bouvard die Beobachter. Die Versuche wurden in der Nacht vom 21. auf den 22. Juni 1822 gemacht und begannen um 11 Uhr Abends. Von Villejuif aus sah man deutlich das Feuer der Explosion zu Montlhery, und umgekehrt. Der Himmel war heiter und die Luft ruhig.

Man war übereingekommen, daß an jedem der beiden Orte 12 Schüsse von 10 zu 10 Minuten abgefeuert werden sollten, und daß man damit auf der Station zu Montlhery 5 Minuten früher anfangen sollte als zu Villejuif, so daß ein Beobachter, welcher gerade in der Mitte zwischen beiden Kanonen aufgestellt gewesen wäre, alle 5 Minuten einen Schuß gehört hätte, von denen der erste von Montlhery kam, der zweite von Villejuif, der dritte wieder von Montlhery u. s. w. Auf diese Weise konnte man ermitteln, ob die Windrichtung einen Einfluß auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles habe.

Die Beobachter zu Villejuif hörten vollkommen gut alle Schüsse von Montlhery, jeder von ihnen beobachtete auf seinem Chronometer die Zeit, welche von dem Moment der Lichterscheinung an bis zur Ankunft des Schalles verging. Die größte Differenz zwischen den Resultaten der drei Beobachter bei einem und demselben Versuche überstieg nicht $^3/_{10}$ bis $^4/_{10}$ Secunden. Die längste beobachtete Zeit war 55, die kürzeste 54,7, das Mittel 54,84 Secunden.

Zu Montlhery konnte man nur 7 von den 12 Schüssen von Villejuif hören, und von diesen 7 wurde auch nicht ein einziger von den drei Beobachtern zugleich gehört; doch stimmen die Resultate ziemlich gut überein. Die längste Zeit war 54,9, die kürzeste 53,9, das Mittel 54,43 Secunden.

Man kann demnach als Mittel für die Zeit, welche der Schall brauchte, um sich von einer Station bis zur anderen fortzupflanzen, 54,6 Secunden annehmen.

Es blieb nun noch übrig, die Entfernung der beiden Stationen genau zu ermitteln; Arago wurde damit beauftragt, und indem er sich auf die Triangulation der Gradmessung stützte, fand er, daß die beiden Kanonen in einer Entfernung von 9549,6 Toisen aufgestellt gewesen waren.

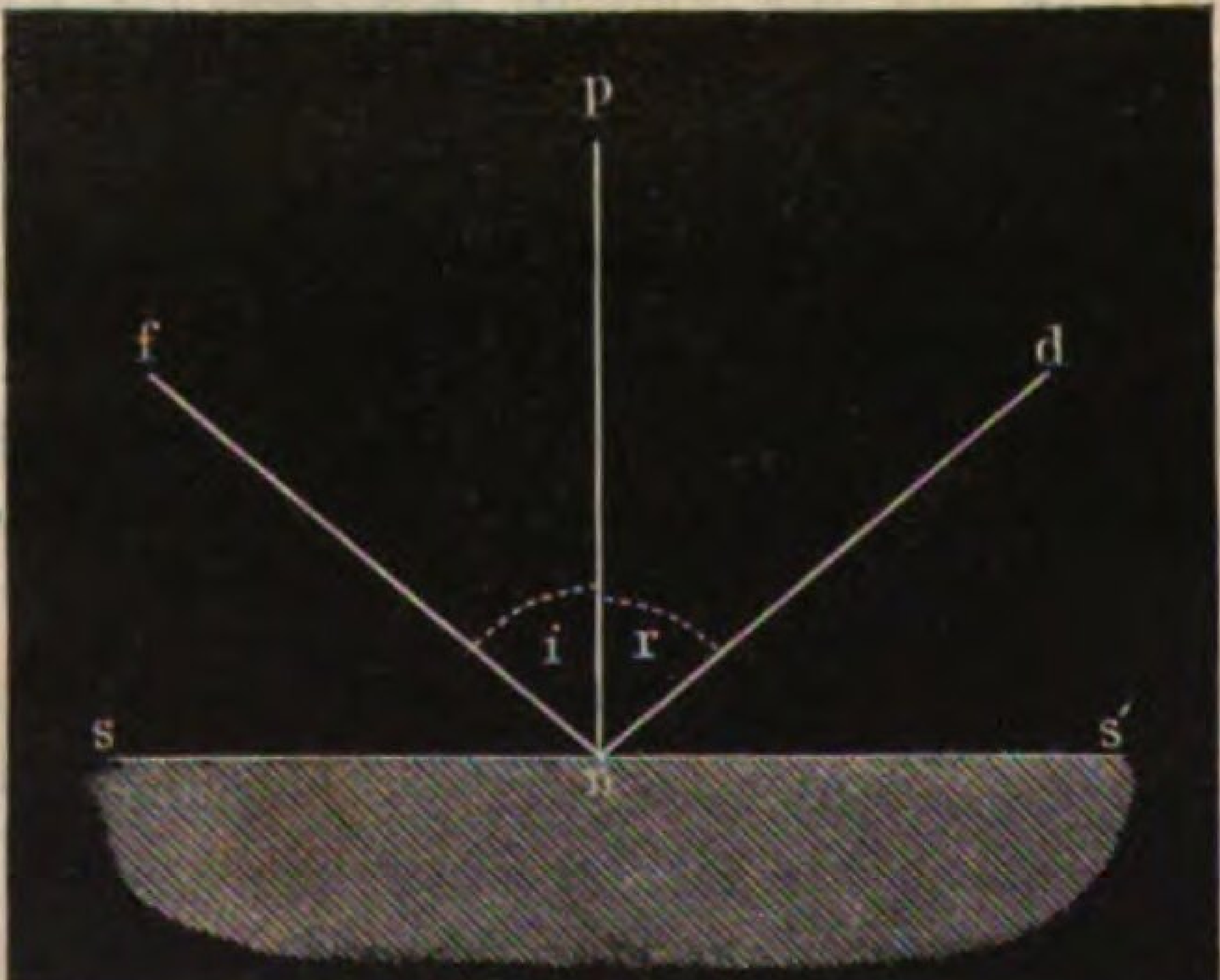
Dividirt man diese Länge durch 54,6, so findet man 174,9 Toisen oder 340,88 Meter für den Weg, den der Schall in einer Secunde zurücklegte. Die Temperatur der Luft war 16°, das Barometer zu Villejuif stand auf 756,5 Millimeter und das Saussure'sche Hygrometer auf 78°.

Der Umstand, daß der Schall sich langsamer fortpflanzt als das Licht, erklärt einige im alltäglichen Leben oft vorkommende Erscheinungen. Wenn man einen Steinklopfer aus einiger Entfernung beobachtet, so hört man den Schlag nicht in dem Moment, in welchem man den Hammer aufschlagen sieht, sondern erst, wenn er wieder gehoben wird, was den Eindruck macht, als ob der Schall nicht durch das Aufschlagen des Hammers, sondern durch das Abreißen von dem Steine hervorgebracht würde. Wenn man ein Regiment nach dem Tacte der vorausgetragenen Trommeln marschiren sieht, so beobachtet man eine wellenartige Bewegung, welche sich von den Trommlern an durch die ganze Reihe fortpflanzt, was sich dadurch erklärt, daß nicht Alle gleichzeitig auftreten und den neuen Schritt beginnen, weil die Hinteren den Tactschlag immer später vernehmen als die Vorderen.

150 **Von der Reflexion des Schalles und dem Echo.** Wenn die Schallwellen aus einem Mittel in ein anderes übergehen, so erleiden sie immer eine partielle Reflexion; wenn sie aber auf ein festes Hinderniß stoßen, so werden sie fast vollständig reflectirt.

Mag nun die Reflexion partiell oder vollständig sein, so ist doch der Reflexionswinkel stets dem Einfallswinkel gleich. Es sei *ss'*, Fig. 417, die Trennungsfläche der beiden Mittel, etwa Luft und Wasser, und eine Schallwelle bewege sich in der Richtung *fn* gegen die Wasserfläche, so wird ein Theil der Bewegung in das Wasser übergehen, ein anderer Theil aber wird sich in der Richtung *nd* fortpflanzen, welche mit dem Perpendikel *np* einen eben so großen Winkel macht wie *fn*, d. h. der Reflexionswinkel *dnp* ist dem Einfallswinkel *fnp* gleich. Dieselbe Erscheinung würde nach demselben Gesetze stattfinden, wenn *ss'* die Trennungsfläche zweier Gase oder auch nur zweier Gasschichten von verschiedener Dichtigkeit wäre, oder wenn *ss'* die Gränzfläche eines festen Körpers wäre, nur würde in dem letzten Falle der reflectirte Ton weit intensiver sein. Ein Beobachter also, welcher sich in irgend einem Punkte der Linie *nd* befindet, würde den Ton gerade so hören, als ob er von *n* oder einem Punkte der Verlängerung der Linie *dn* ausginge.

Fig. 417.



Daß die Schallstrahlen wirklich denselben Reflexionsgesetzen folgen, wie

die Lichtstrahlen, ergiebt sich auch durch Versuche mit parabolischen oder sphärischen Hohlspiegeln. In Fig. 418 seien *rs* und *tu* zwei sphärische Hohlspiegel, welche in einer Entfernung von 10 bis 20 Fuß von einander so auf-

Fig. 418.



gestellt sind, daß die Axen derselben in eine gerade Linie zusammenfallen. Bringt man nun in den Brennpunkt *A* des einen Hohlspiegels eine Taschenuhr, so hört ein im Brennpunkt *B* des anderen befindliches Ohr deutlich das Ticken derselben, denn alle von *A* ausgehenden Schallstrahlen, welche den Hohlspiegel *rs* treffen, werden parallel mit der Axe reflectirt, wie es in unserer Figur angedeutet ist; auf den zweiten Spiegel *tu* treffend, werden sie aber gegen den Brennpunkt *B* desselben zurückgeworfen und also in *B* wieder vereinigt.

Entfernt man das Ohr aus dem Brennpunkte *B*, so verschwindet der Schall, selbst wenn man sich dem Punkte *A* bedeutend nähert.

Aus der Reflexion des Schalles erklärt sich auch die Erscheinung des **Echos**.

Wenn die Schallwellen rechtwinklig auf die reflectirende Fläche treffen, so sendet das Echo den Ton zu seinem Ausgangspunkte zurück. In diesem Falle kann ein Echo eine größere oder geringere Anzahl von Sylben unter Bedingungen wiederholen, welche leicht zu ermitteln sind. Wenn man schnell spricht, so kann man in 2 Secunden deutlich 8 Sylben aussprechen, in 2 Secunden durchläuft aber der Schall zweimal 340 Meter; wenn sich also in einer Entfernung von 340 Metern ein Echo befindet, so wird es alle Sylben in gehöriger Ordnung zurückschicken, und die erste wird nach 2 Secunden, d. h. dann zum Beobachter zurückkommen, wenn er eben die letzte ausgesprochen hat. In dieser Entfernung kann also ein Echo 7 bis 8 Sylben wiederholen; es giebt aber auch solche, welche 14 bis 15 Sylben zu wiederholen im Stande sind.

Es ist nicht durchaus nöthig, daß die reflectirende Fläche hart und platt sei, denn man beobachtet auf dem Meere oft, daß Wolken ein Echo bilden.

Die Erklärung der **vielfachen Echos**, d. h. solcher, welche dieselbe Sylbe mehrmals wiederholen, beruht auf denselben Principien; denn da ein reflectirter Ton von Neuem reflectirt werden kann, so ist klar, daß zwei reflectirende Flächen einen Ton gegenseitig auf einander zurückwerfen können, wie zwei gegenüberstehende Spiegel sich das Licht zusenden. So kann ein vielfaches Echo

zwischen zwei entfernten parallelen Mauern entstehen. Früher gab es nahe bei Verdun ein solches Echo, welches dasselbe Wort 12- bis 13mal wiederholte; es war durch zwei benachbarte Thürme gebildet.

Schallwellen müssen auch in einer wolkenlosen Atmosphäre reflectirt werden, wenn die Sonne mit aller Kraft Wärme auf der Erdoberfläche entwickelt; denn nicht an allen Stellen kann die Erwärmung gleich sein, weil Verdampfung, Schatten und andere Ursachen es verhindern. Diese ungleiche Temperatur veranlaßt eine Menge aufsteigender warmer und niedersinkender kalter Luftströmungen von ungleicher Dichtigkeit; so oft also eine Schallwelle aus einem solchen Luftstrome in einen anderen übergeht, wird sie eine theilweise Reflexion erleiden, und wenn auch der reflectirte Ton nicht stark genug ist, um ein Echo zu bilden, so wird doch dadurch der directe Ton merklich geschwächt. Dies ist sicherlich, wie Humboldt bemerkt, die Ursache, warum sich der Schall des Nachts weiter verbreitet als bei Tage, selbst mitten in den Wäldern von Amerika, wo die bei Tage schweigenden Thiere des Nachts die Atmosphäre mit tausend verworrenen Tönen erfüllen.

Durch die Reflexion des Schalles erklären sich auch die Wirkungen des Sprachrohrs und des Hörrohrs.

Zweites Capitel.

Gesetze der Vibrationen musikalischer Töne.

Stehende Luftwellen. Wir haben die Luft bisher nur als ein Me- 151
dium betrachtet, welches im Stande ist, Schallwellen fortzupflanzen; unter gewissen Umständen kann aber die Luft auch selbsttönend, sie kann also in den Zustand stehender Schwingungen versetzt werden, wie wir an den verschiedenen Arten von Pfeifen sehen, deren Ton ja nur von den stehenden Schwingungen der in denselben eingeschlossenen Luftsäule herrührt.

Es giebt nun verschiedene Methoden, die in irgend einer Röhre eingeschlossene Luftsäule zum Tönen zu bringen; hier wollen wir zunächst diejenige betrachten, welche am meisten geeignet ist, Aufschluß über das Wesen und die Entstehung der stehenden Luftwellen in Röhren zu geben.

Wenn man eine eben angeschlagene gewöhnliche Stimmgabel, welche etwa den Ton $\bar{a}$ giebt, über eine ungefähr 1 Zoll weite und 7 Zoll hohe unten geschlossene Röhre hält, so hört man eine ziemlich bedeutende Verstärkung des an und für sich sehr schwachen Tones der Stimmgabel.

Fig. 419.



Am besten wählt man zu diesem Versuche einen Glascylinder von der angegebenen Weite, der etwas zu lang ist, und in welchen man nach und nach so viel Wasser eingießt, bis das Mitklingen der in der Röhre eingeschlossenen Luftsäule möglichst stark geworden ist.

Um das Mittönen einer Luftsäule noch weit auffallender zu erhalten, kann man statt der Stimmgabel eine sogenannte Käsglocke und statt der Glasröhre weite Röhren von Pappendeckel anwenden, wie dies Fig. 419 dargestellt ist. Die Pappröhren haben einen Durchmesser von 5 bis 6 Zoll; die untere *A* ist am Boden geschlossen; die zweite *B* läßt sich mit einiger Reibung auf- und niederschieben, so daß man die Gesammtlänge der Röhre nach Bedürfniß

abändern kann. Die Käsglocke kann einen Durchmesser von 6 bis 8 Zoll haben.

Um die Glocke zum Tönen zu bringen, hält man sie mit der linken Hand am Knopf fest und streicht dann den Rand mit einem passenden Fiedelbogen. Dieselbe Glocke wird nun, auf diese Weise behandelt, bald höhere, bald tiefere Töne geben; man muß es aber durch möglichst gleichförmiges und langsames Streichen dahin zu bringen suchen, daß sie ihren tiefsten Ton giebt. Hat man den gewünschten Ton hervorgebracht, so hält man die tönende Glocke über die Pappröhre, wie es die Fig. 419 andeutet, und wird dann, falls die Röhre die richtige Länge hat, ein überraschend kräftiges Anschwellen des Tones wahrnehmen.

Savart hat für diesen Versuch einen besonderen, in Fig. 420 abgebildeten Apparat construirt, welcher wohl keiner weiteren Erklärung bedarf.

Fig. 420.



Wenn der tiefste Ton der Glocke etwa derjenige ist, welchen man in der Musik mit $\bar{c}$ bezeichnet, so muß die Gesammtlänge der Röhre ungefähr 12 Zoll betragen; für höhere Töne muß sie kürzer, für tiefere muß sie länger werden.

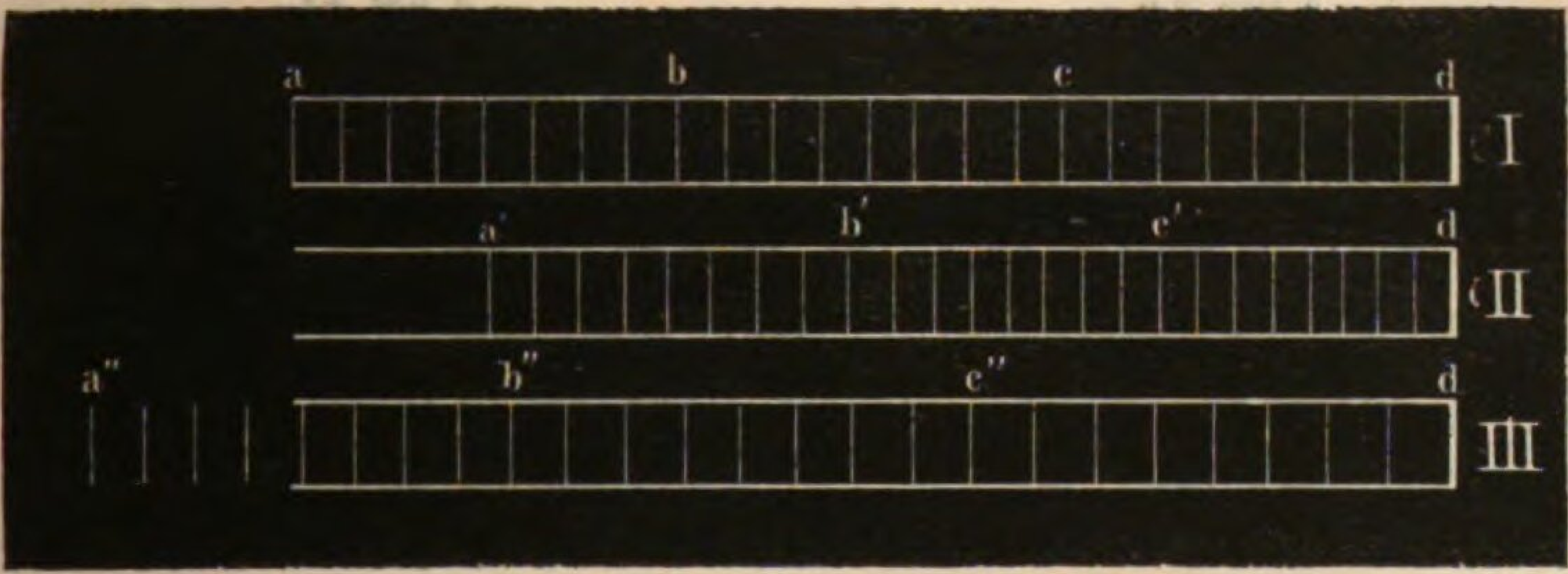
Hat die Röhre die dem tiefsten Tone der Glocke entsprechende Länge, so wird jede Verlängerung und Verkürzung der Röhre das Mittönen der Luftsäule schwächen und es wird endlich ganz verschwinden, wenn diese Verlängerung oder Verkürzung gewisse Gränzen überschreitet.

Es sei l die Länge einer Röhre, deren Luftsäule für einen bestimmten Ton selbsttönend wird, so wird man auch bei einer Röhre von der Länge $3l$ für denselben Ton ebenfalls eine solche Verstärkung wahrnehmen. Für den Ton $\bar{c}$ z. B. wird die in der Röhre eingeschlossene Luftsäule zum Selbsttönen kommen, wenn die Länge der Röhre 12 Zoll oder wenn sie 36 Zoll beträgt; im letzteren Falle ist aber der Effect bei Weitem nicht so kräftig als im ersteren Falle.

Man sieht also, daß das Mittönen der Luftsäule nur dann stattfindet, wenn ein bestimmtes Verhältniß zwischen der Länge der Röhre und der Wellenlänge des einfallenden Tones (der Tonhöhe desselben) stattfindet. **Das Mittönen erfolgt, wenn die Länge der Röhre $^1/_4$ oder wenn sie $^3/_4$ von der Wellenlänge des einfallenden Tones ist.**

Bildung stehender Luftwellen in gedeckten Pfeifen. Nehmen wir an, die Länge der Röhre *ad* in Fig. 421 sei $^1/_4$ der Länge der einfallenden Schallwelle, die Luftschichten bei *a* und *b*, *b* und *c*, *c* und *d* seien also um $^1/_{12}$ Wellenlänge von einander entfernt. 152

Fig. 421.



Betrachten wir nun den Moment, in welchem der verdichtete Theil der einfallenden Welle gerade bei *d* anlangt, so würde sich gerade in diesem Augenblicke die dicht bei *d* sich befindende Luftschicht um die Länge *ru*, Fig. 422, nach der Rechten hin von *d* entfernt haben, wenn die feste Wand in *d* dies nicht verhinderte, vorausgesetzt, daß *ry* die Oscillationsamplitude, d. h. die Größe des Weges ist, um welchen die einzelnen Lufttheilchen während des Fortganges der einfallenden Welle hin- und herschwingen.

Fig. 422.



Die Luftschicht *c* würde unter dem alleinigen Einflusse der ungehindert fortgehenden Welle in diesem Augenblicke um die Länge *rv*, die Luftschicht *b* um die Länge *rx*, die Luftschicht *a* endlich um *ry* nach der rechten Seite hin von ihrer Gleichgewichtslage entfernt sein.

Wenn aber das Dichtigkeitsmaximum der einfallenden Schallwelle eben bei *d* angekommen ist, so ist der vorangehende Theil dieser Welle schon bei *d* reflectirt worden, die reflectirte Welle ist von *d* nach *a* hin fortgeschritten.

Denken wir uns für einen Augenblick die Wand bei *d* weg, so würde die Welle in dem Moment, in welchem das Maximum der Dichtigkeit bei *d* eintrifft, schon um $^1/_4$ Wellenlänge weiter vorgeschritten sein. Eine Luftschicht, die um $^1/_{12}$ Wellenlänge rechts von *d* liegt, würde gerade um *rt*, eine solche, die $^2/_{12}$ Wellenlänge rechts von *d* liegt, würde eben um *rs* von ihrer Gleichgewichtslage nach der rechten Seite hin entfernt sein; die Luftschicht endlich, welche $^1/_4$ Wellenlänge rechts von *d* liegt, würde, noch nicht aus ihrer Gleichgewichtslage verrückt, eben erst sich zu bewegen beginnen.

Nun aber ist die Röhre bei *d* verschlossen, die Welle ist reflectirt worden, und durch die reflectirte Welle werden nun die Theilchen gerade so in entgegengesetzter Richtung afficirt, wie es bei den gleichweit rechts von *d* gelegenen Luftschichten der Fall gewesen wäre, wenn sich die Welle ungehindert von *d* nach der rechten Seite hin hätte verbreiten können.

Die Luftschicht *c* ist also durch den Einfluß der reflectirten Welle um *rt*,

die Luftschicht *b* um die Länge *rs* nach der Linken verrückt, die Luftschicht *a* endlich ist durch die reflectirte Welle in diesem Augenblicke noch gar nicht verrückt.

Durch die einfallende Welle ist also die Luftschicht	durch die reflectirte Welle ist die Luftschicht
c um *rv*	*c* um *rt*
b » *rx*	*b* » *rs*
a » *ry*	*a* » 0
nach der Rechten	nach der Linken

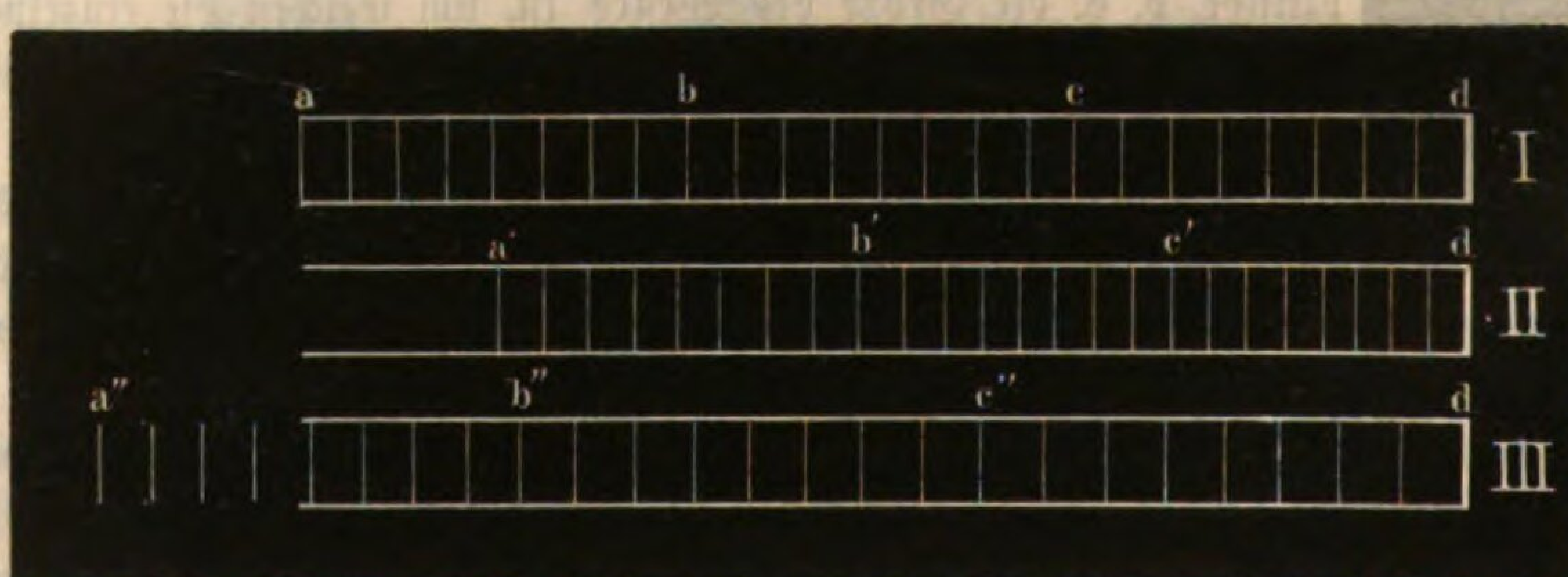
von ihrer bei I Fig. 423 dargestellten Gleichgewichtslage entfernt.

Durch den gemeinschaftlichen Einfluß des einfallenden und reflectirten Wellensystems ist also

die Luftschicht *c* um $rv - rt$
» » *b* » $rx - rs$
» » *a* » ry

nach der rechten Seite hin von ihrer Gleichgewichtslage entfernt. Auf diese Weise ergiebt sich für den fraglichen Augenblick die gegenseitige Lage der einzelnen Luftschichten, wie sie bei II dargestellt ist, während bei I die Luftschichten in ihrer Gleichgewichtslage dargestellt sind.

Fig. 423.



Um ein deutlicheres Bild zu geben, sind die Zwischenräume zwischen *a* und *b*, *b* und *c*, *c* und *d* noch in 8 Theile getheilt. Man übersieht nun in II ganz gut, wie in dem Moment, welchen wir bisher betrachtet haben, die Luftschichten nach *d* hin immer dichter auf einander rücken. Die in II zunächst bei *a* liegenden Abtheilungen sind fast ganz eben so groß wie die Abtheilungen in I, mehr nach *d* hin werden sie aber immer schmäler, die Luft bei *a* hat also noch die Dichtigkeit der umgebenden Luft; hier hat weder eine Verdichtung noch eine Verdünnung stattgefunden, nach *d* hin ist aber die Luft mehr und mehr comprimirt.

Wir haben eben die gegenseitige Lage der einzelnen Luftschichten betrachtet, jetzt wollen wir versuchen, ihren Bewegungszustand für denselben Moment zu ermitteln.

Wenn *ry* der Weg ist, in welchem die Luftschicht in Folge einer fortschreitenden Wellenbewegung hin und her oscillirt, so ist bekanntlich die Geschwin-

digkeit auf diesem Wege nicht gleichförmig, sie ist wachsend von *r* bis *u*, abnehmend von *u* bis *y*, sie ist in *r* so groß wie in *y*, nämlich gleich Null, sie ist ferner gleich in *s* und *x*, in *t* und *v*.

Nun ist die Luftschicht *c* durch die einfallende Welle nach der Rechten hin um *rv*, durch die reflectirte Welle nach der Linken um *rt* verrückt, die Geschwindigkeit, mit welcher das eine Wellensystem das Theilchen *c* antreibt, ist derjenigen gleich und entgegengesetzt, mit welcher es durch das andere Wellensystem afficirt wird, die Luftschicht *c* ist also momentan in Ruhe.

Dasselbe Resultat ergiebt sich für *b* und für *a*, alle einzelnen Luftschichten zwischen *a* und *d* sind momentan in Ruhe, sie beginnen gleichzeitig ihre Bewegung nach der linken Seite hin.

Wenn eben gesagt wurde, daß die Luftschichten *a*, *b*, *c* und die dazwischenliegenden, in der Stellung II angekommen, gleichzeitig ihre Bewegung nach der Linken hin beginnen, so ist diese Behauptung noch zu beweisen.

Das Theilchen *c* ist gerade eben durch das einfallende Wellensystem mit einer Geschwindigkeit nach der rechten Seite hin afficirt, welche der Entfernung *rv* von der Gleichgewichtslage entspricht, und diese Geschwindigkeit nimmt mit dem nächstfolgenden Augenblicke ab.

Durch das reflectirte Wellensystem ist die Luftschicht *c* mit einer nach der Linken gerichteten Geschwindigkeit afficirt, wie sie einem Theilchen zukommt, welches sich um *rt* von seiner Gleichgewichtslage entfernt hat; diese Geschwindigkeit ist im Zunehmen begriffen.

Die Luftschicht *c* ist also momentan mit gleicher Geschwindigkeit nach der Rechten und Linken getrieben, die nach der Rechten gerichtete Geschwindigkeit ist aber im Abnehmen, die entgegengesetzte ist im Zunehmen begriffen, mithin beginnt die Luftschicht *c* nach der Linken sich zu bewegen.

Dasselbe Resultat erlangt man durch ähnliche Schlußweise für die Luftschicht *b*.

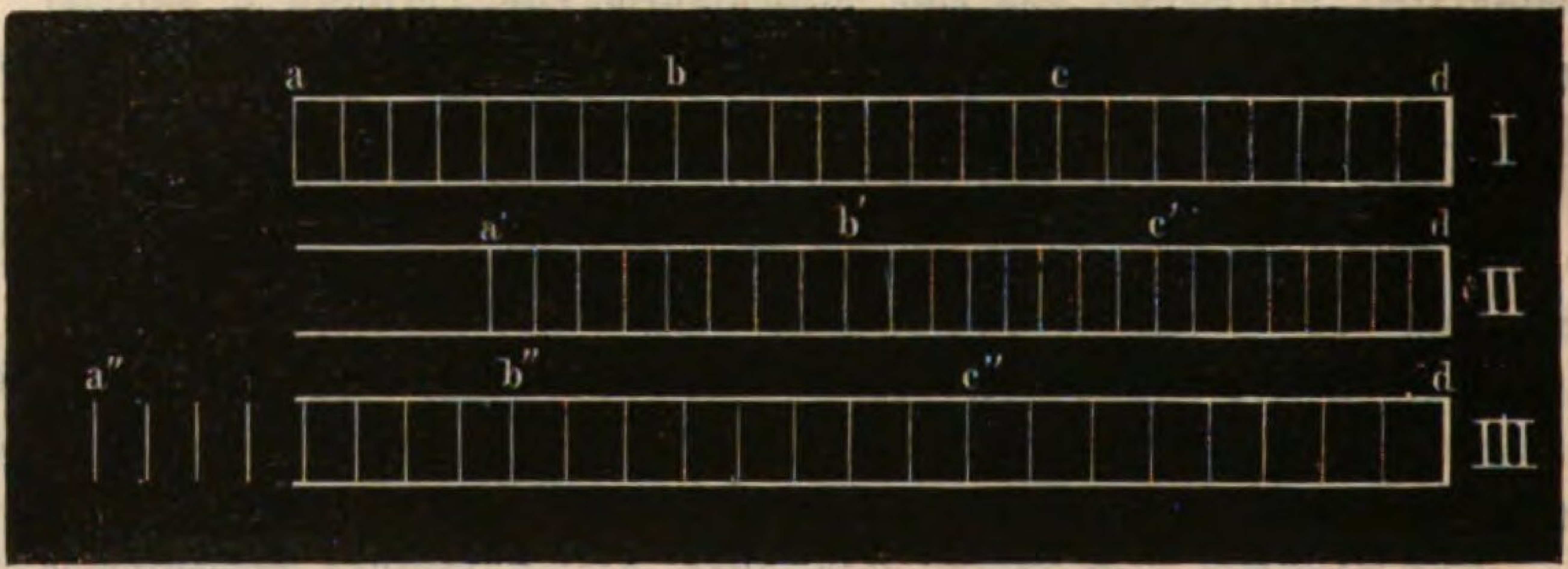
Die Luftschicht *a* wird gleichfalls mit vereinter Kraft durch beide Wellensysteme nach der Linken getrieben. Alle Luftschichten zwischen *a* und *d* beginnen also, wenn sie sich in der Lage Nr. II befinden, gleichzeitig ihre Bewegung nach der linken Seite hin; nach $^1/_4$ Undulation kommen sie in ihrer Gleichgewichtslage, Nr. I, an, die sie mit dem Maximum ihrer Geschwindigkeit passiren, nach $^1/_2$ Undulation, also wenn das Maximum der Verdünnung bei *d* anprallt, gelangen die Theilchen endlich in die gegenseitige Lage, Nr. III; in diesem Moment wird ihre Geschwindigkeit Null, sie beginnen sich nach der Rechten zu bewegen.

Daß in dem Moment, in welchem die Mitte der Verdünnungswelle an dem verschlossenen Ende der Röhre anprallt, die Theilchen die bei Nr. III dargestellte gegenseitige Lage haben, ist nun noch zu beweisen.

Betrachten wir das einfallende Wellensystem, so wird, wenn die Mitte der Verdünnungswelle in *d* ankommt, das $^1/_4$ Wellenlänge vor *d* liegende Theilchen *a* gerade eine Undulation vollendet haben, es befindet sich in seiner Gleichgewichtslage; ein $^1/_4$ Wellenlänge rechts von *d* liegendes Theilchen würde, wenn sich die Wellen ungehindert über *d* hinaus verbreiten könnten, in diesem

Augenblicke um die Länge ry nach der Rechten gerückt sein; ebenso weit ist aber nun die Luftschicht a durch die reflectirte Welle aus der in I verzeichneten Gleichgewichtslage nach der Linken verschoben, und so ergiebt sich für das Theilchen a die in Nr. III verzeichnete Stellung.

Fig. 424.



Untersucht man weiter, wie weit in dem zuletzt besprochenen Moment die Schichten b und c durch jedes der beiden Wellensysteme verrückt sind, so ergiebt sich für dieselben die in III verzeichnete Stellung.

Hier sieht man nun, wie die einzelnen Luftschichten zunächst bei a nicht merklich weiter von einander entfernt sind als in I; bei a hat also keine Verdünnung stattgefunden, von a nach d hin werden die Zwischenräume immer größer, das Maximum der Verdünnung findet sich bei d.

Von der Stellung in III bewegen sich alle Theilchen gleichzeitig nach der Rechten, sie passiren gleichzeitig die Gleichgewichtslage, um gleichzeitig wieder, an der rechten Gränze ihrer Bahnen ankommend, die gegenseitige Lage, wie in II, anzunehmen.

Bei d geht also die Luft abwechselnd von dem Zustande der Verdünnung in den der Verdichtung über; d selbst hat eine unveränderliche Stellung, alle anderen Luftschichten oscilliren hin und her; für die zunächst bei d liegenden Luftschichten ist die Amplitude der Oscillation nicht groß, sie bewegen sich nur wenig rechts und links. Die Größe der Excursionen der einzelnen Theilchen wächst aber mit der Entfernung von d. Betrachten wir die Lage des zunächst bei d liegenden Striches in II und III, so finden wir, daß er in letzterer Figur nicht viel mehr links liegt als in ersterer; die erste Figur stellt ihn aber in einem Momente dar, wo er am rechten, die andere, wo er am linken Ende seiner Bahn angekommen ist; die Größe dieser Bahn ist also unbedeutend.

Betrachten wir den Strich c, so sehen wir, daß er in III schon bedeutend mehr links liegt als in II. Das Theilchen c oscillirt also schon zwischen weiter aus einander liegenden Gränzen; für b ist die Oscillationsamplitude größer als für c, noch größer ist sie für a.

So sehen wir denn, daß die Luftschicht a zwischen ziemlich weit aus einander liegenden Gränzen hin und her oscillirt; dieselbe Bewegung haben nun gleichzeitig alle Luftschichten in der Röhre, nur werden ihre Oscillationsamplituden um so kleiner, je näher sie dem verschlossenen Ende der Röhre liegen;

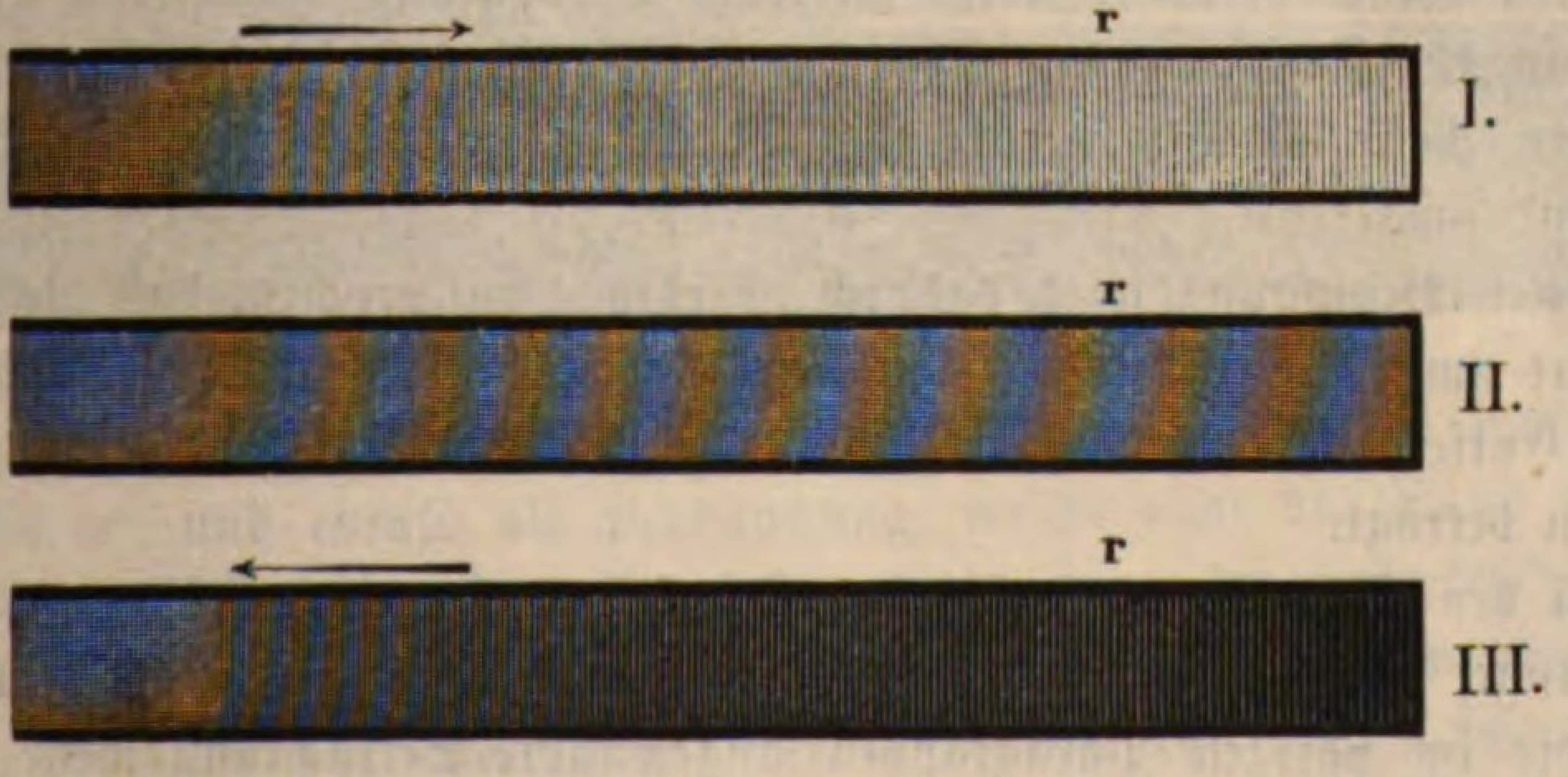
durch diese oscillatorische Bewegung wird nun in der Nähe der Oeffnung der Röhre weder eine Verdichtung, noch eine Verdünnung hervorgebracht, obgleich hier die Oscillationsamplitude der einzelnen Luftschichten groß ist; dahingegen findet am verschlossenen Ende der Röhre, wo die Oscillationsamplituden der einzelnen Luftschichten nur unbedeutend sind, eine abwechselnde Verdünnung und Verdichtung Statt.

Unsere Zeichnung ist, um den Hergang sichtbar zu machen, was die Oscillationsamplitude angeht, ungeheuer übertrieben, d. h. bei einer Pfeife von der Länge, wie sie in unserer Zeichnung dargestellt ist, würde in dem besprochenen Falle die Luftschicht, welche in ihrer Gleichgewichtslage an der Oeffnung der Röhre liegt, lange nicht so weit in die Röhre ein- und austreten, sie würde während ihrer Oscillationen nur wenig nach der linken und rechten Seite schwanken. Wäre aber die Oscillationsamplitude nicht so groß genommen worden, so würden in der Zeichnung schwerlich die Unterschiede der Verdichtung und Verdünnung recht deutlich geworden sein.

Es hat sich also hier durch die Interferenz der directen und reflectirten Wellen eine stehende Luftwelle gebildet, denn alle einzelnen Luftschichten in der Röhre beginnen gleichzeitig ihre Bewegung, sie erlangen gleichzeitig das Maximum ihrer Geschwindigkeit, sie langen gleichzeitig an den Gränzpunkten ihrer Bahnen an, um dann die Bewegung in entgegengesetzter Richtung zu beginnen.

Die Fig. 425 I, II, III soll dazu dienen, die durch eine solche stehende Luftwelle abwechselnd hervorgebrachten Verdünnungen und Verdichtungen anschaulich zu machen. In II ist die ganze Röhre gleichförmig schattirt, und dies

Fig. 425.



entspricht dem Falle, daß die Luft in der ganzen Röhre eine gleichförmige Dichtigkeit hat, wie dies in den Momenten der Fall ist, wo alle die einzelnen Luftschichten mit dem Maximum ihrer Geschwindigkeit ihre Gleichgewichtslage passiren. Sind die Theilchen in ihrer Oscillation gegen das verschlossene Ende der Röhre hin an den äußersten Punkten ihrer Bahn angekommen, so findet hier eine Verdichtung Statt, Nr. III. Nun beginnen sich die einzelnen Luftschichten von dem verschlossenen Ende zu entfernen, und nach $^1/_2$ Undulation haben wir hier eine Verdünnung, Nr. I. Am offenen Ende der Röhre findet in keinem

Zeitmomente eine merkliche Verdichtung oder Verdünnung Statt; hier aber bewegen sich die Luftschichten zwischen den weitesten Gränzen hin und her.

Die Pfeile in I und III deuten an, in welcher Richtung die Theilchen sich zu bewegen beginnen, wenn am Boden eben das Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung stattfindet.

Würde nun in die Röhre, etwa bei r, ein Loch gemacht, so würde dadurch die Bildung der stehenden Welle gestört, wenn nicht ganz verhindert werden, weil im Momente der Verdichtung, I, hier Luft entweichen, im Moment der Verdünnung aber Luft einströmen würde. Der störende Einfluß einer solchen Oeffnung würde aber an solchen Stellen, welche dem offenen Ende näher liegen, geringer sein, weil hier die Verdünnung sowohl als die Verdichtung geringer sind.

Denselben störenden Einfluß, den eine Oeffnung hervorbringt, würde auch ein Abschneiden der Röhre an diesen Stellen zur Folge haben.

153 **Schwingungsknoten in tönenden Luftsäulen.** Wir haben soeben gesehen, wie es kommt, daß die Bildung stehender Luftwellen in einer Röhre an ein bestimmtes Verhältniß der Länge der Röhre und der Wellenlänge des einfallenden Tones geknüpft ist. In dem bisher betrachteten Falle war die Länge der Röhre $^1/_4$ von der Wellenlänge des einfallenden Tones; es können sich aber auch noch bei anderen Verhältnissen zwischen Röhren- und Wellenlänge stehende Luftwellen in der Röhre bilden.

Zur Bildung der stehenden Welle in der Röhre ist erforderlich, daß dicht bei dem Boden die Oscillationsamplituden verschwindend klein werden, daß aber hier abwechselnde Verdünnungen und Verdichtungen stattfinden, während am offenen Ende der Röhre keine merkliche Verdichtung und Verdünnung stattfindet; an der Oeffnung der Röhre muß also stets der verdichtete Theil der reflectirten Welle mit dem verdünnten Theile der einfallenden Welle zusammenfallen, und umgekehrt.

Dieser Bedingung wird dadurch allerdings entsprochen, daß die Oeffnung der Röhre um $^1/_4$ Wellenlänge von dem Boden entfernt ist, aber auch dadurch, daß die Entfernung der Oeffnung von dem Boden $^3/_4$, $^5/_4$, $^7/_4$ u. s. w. Wellenlängen beträgt.

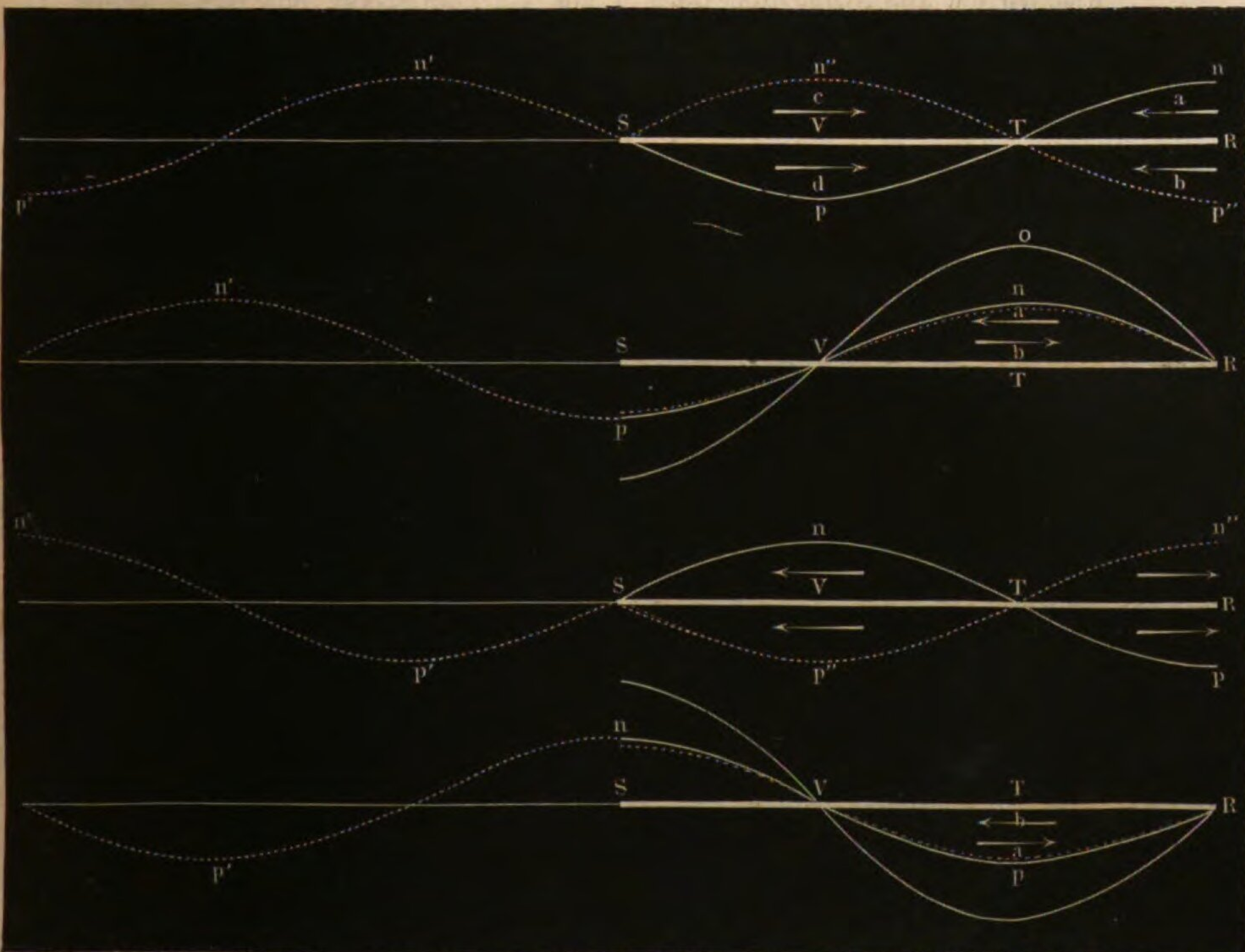
Um den Schwingungszustand der Luftsäule in einer Röhre zu erkennen, deren Länge $^3/_4$ von der Wellenlänge des einfallenden Tones ist, könnte man wieder die im vorigen Paragraphen angewandte Betrachtungsweise benutzen; es wird aber hier eine kürzere mehr übersichtliche Betrachtungsweise genügen.

Es sei RS in Fig. 426 die Länge der Röhre, in welche die Schallwellen in der Richtung von R nach S einfallen und dann am Boden von S nach R hin reflectirt werden. Wenn RS $^3/_4$ der Wellenlänge des einfallenden Tones ist, so ist $SV = VT = TR = {}^1/_4$ dieser Wellenlänge.

Betrachten wir zunächst den Moment, in welchem gerade ein Dichtigkeitsmaximum bei R in die Röhre eintritt, so kann uns die Curve $nTpS$ die einfallende Welle darstellen, wenn der Wellenberg bei n eine Verdichtung, das

Wellenthal bei p eine Verdünnung repräsentirt. Wäre in S keine reflectirende Wand, so würde $S n' p'$ die Fortsetzung der Welle für den fraglichen Augenblick darstellen. Nun aber ist die Welle in S reflectirt worden. Das Ver-

Fig. 426.



dichtungsmaximum, welches bis n' fortgeschritten sein würde, ist nach der Reflexion bis n'', und ebenso die Verdünnung, welche ohne die Wand bis p' gelangt wäre, bis p'' vorgedrungen. Die Verdichtung der eintretenden Schallwelle fällt also mit einer Verdünnung der reflectirten, die Verdünnung der eintretenden aber mit einer Verdichtung der reflectirten zusammen, für den fraglichen Augenblick findet also in der ganzen Röhre weder Verdünnung noch Verdichtung Statt.

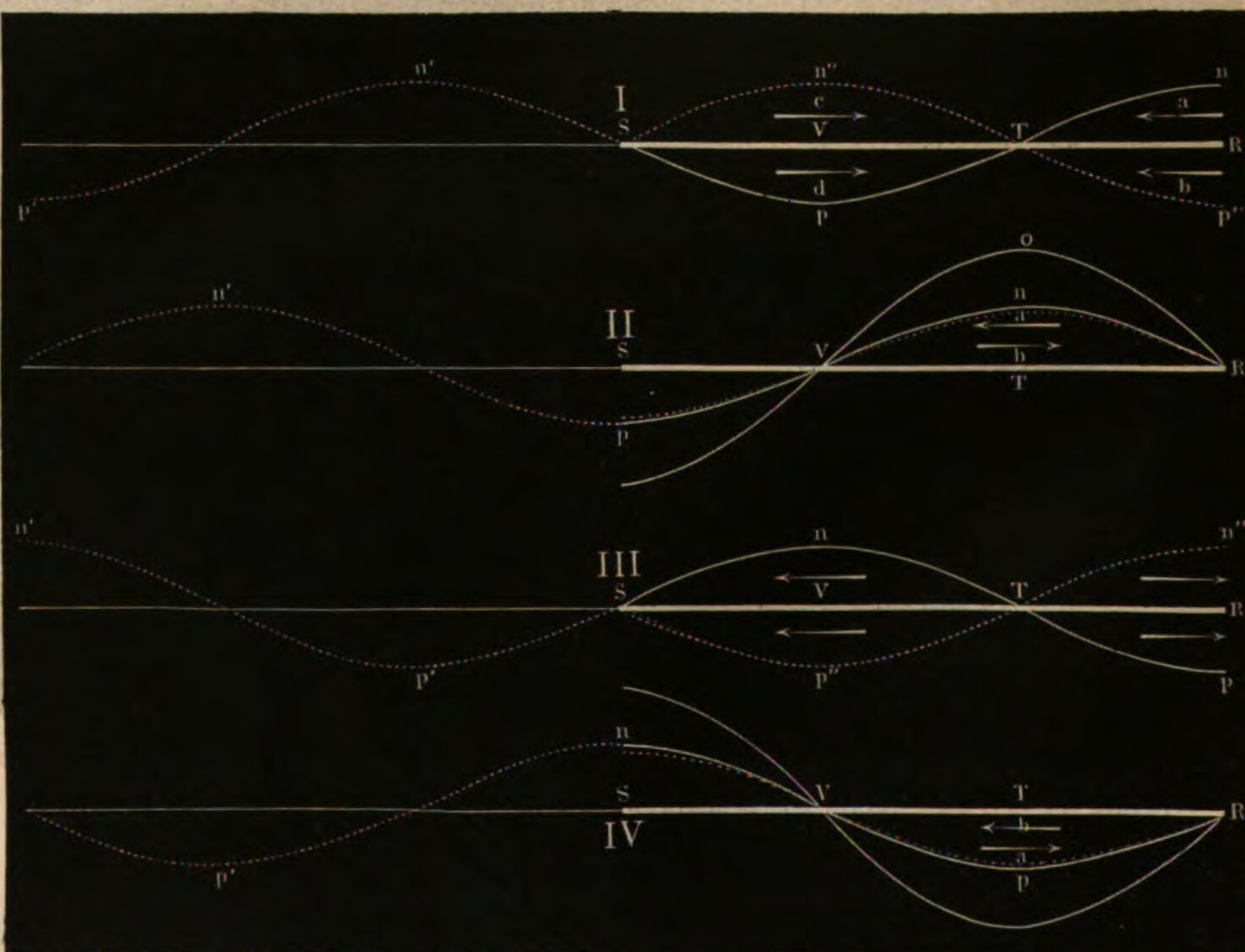
Betrachten wir aber den Bewegungszustand der einzelnen Luftschichten. Durch die eintretende Verdichtung von R bis T werden alle Lufttheile an dieser Stelle mit einer Bewegung afficirt, deren Richtung der Pfeil a andeutet. Durch die gleichzeitig hier eintreffende Verdünnung der reflectirten Welle werden aber hier alle Theile in einer durch den Pfeil b dargestellten Richtung afficirt, welche der Richtung entgegengesetzt ist, mit welcher die reflectirte Welle

fortschreitet. Die eintretende und die reflectirte Welle vereinigen sich also hier, um alle Luftschichten zwischen *R* und *T* gegen *T* hinzutreiben.

Ebenso ergiebt sich, daß gleichzeitig alle Luftschichten zwischen *S* und *T* durch die eintretende Welle in der Richtung des Pfeils *d*, durch die reflectirte in der Richtung des Pfeils *c* afficirt sind; alle Luftschichten zwischen *S* und *T* bewegen sich also gleichzeitig gegen *T* hin.

Betrachten wir den Moment, in welchem ein Dichtigkeitsmaximum der eintretenden Welle bis *T* vorgeschritten ist, wie dies in II dargestellt wird. Für diesen Augenblick ist die reflectirte Verdichtungswelle, die ohne die reflectirende Wand bis *n'* in II fortgeschritten sein würde, wieder bis *n* zurückgegangen;

Fig. 427.



hier kommt also ein Dichtigkeitsmaximum der eintretenden und der reflectirten Welle zusammen, es erfolgt daher eine verstärkte Verdichtung, wie durch die Curve *VoR* angedeutet ist.

Ebenso erfolgt für diesen Moment eine größte Verdünnung am Boden bei *S*.

Was den Bewegungszustand der Lufttheilchen betrifft, so sind alle Luftschichten zwischen *R* und *V* durch die eintretende Verdichtungswelle in der Rich-

tung des Pfeiles *a* in II afficirt, durch die eintretende Verdichtung aber in entgegengesetzter, also in der Richtung des Pfeiles *b*. Die Geschwindigkeit aller Theilchen ist für diesen Augenblick gleich Null.

III entspricht dem Moment, in welchem die größte Verdünnung der eintretenden Welle bei *R* ankommt; für diesen Augenblick fällt in der ganzen Röhre wieder eine Verdichtung der eintretenden Welle mit einer gleich großen Verdünnung der reflectirten zusammen, in der ganzen Röhre findet also weder Verdichtung noch Verdünnung Statt; dagegen sind alle Luftschichten mit Ausnahme von *T* in Bewegung. Alle Luftschichten zwischen *T* und *R* bewegen sich gegen *R* hin, alle Luftschichten zwischen *T* und *S* bewegen sich gegen *S* hin.

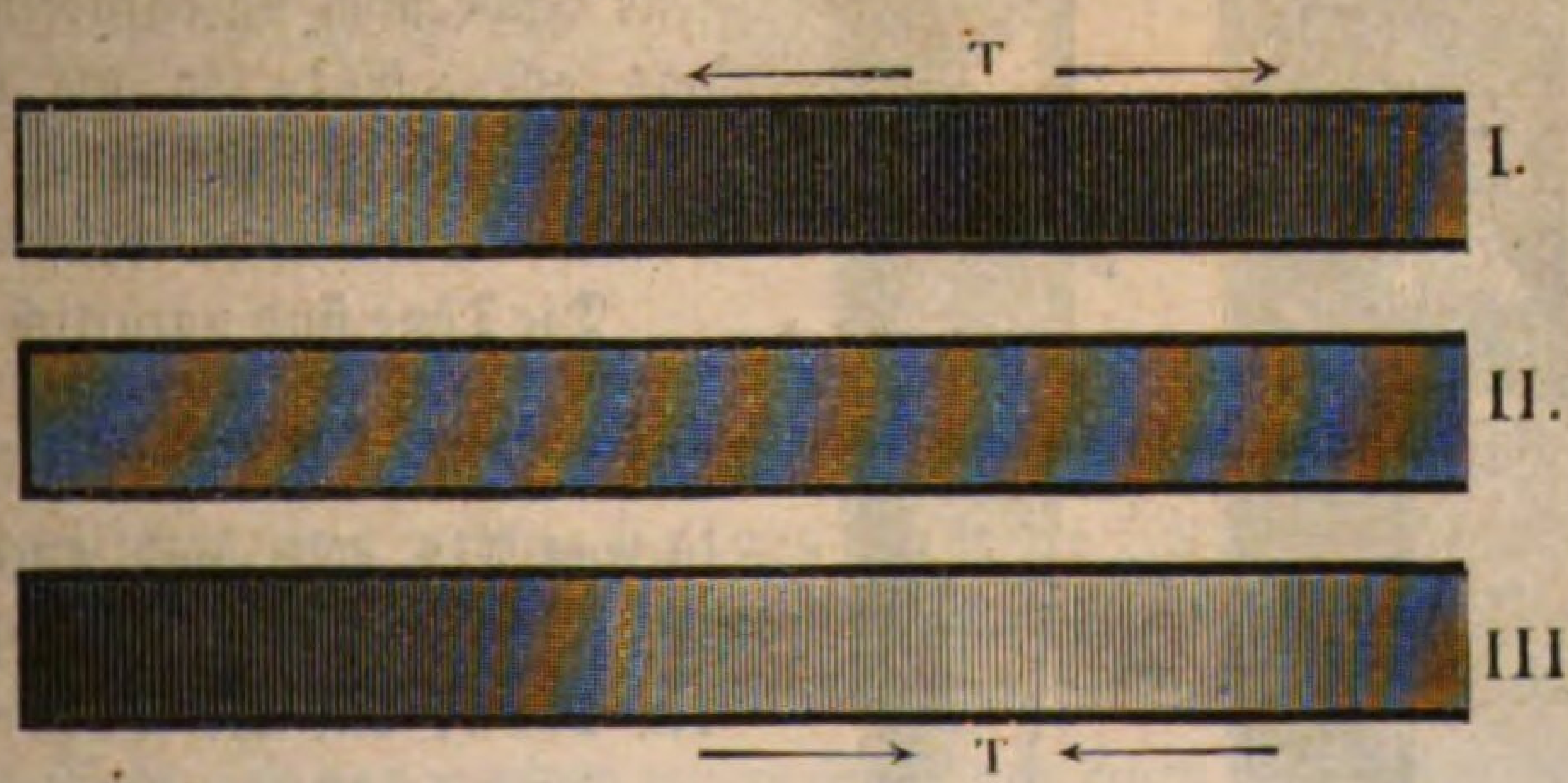
IV stellt den Moment dar, in welchem das Verdichtungsmaximum der einfallenden Welle am Boden *S* ankommt. Verdichtungsmaximum bei *S*, größte Verdünnung bei *T*; momentaner Stillstand aller Theilchen, um alsbald ihre Bewegung von beiden Seiten her gegen *T* hin zu beginnen.

Wir sehen also, daß gleichzeitig alle Luftschichten in der ganzen Röhre gegen *T* hin (I) und dann wieder gleichzeitig von *T* weg gehen (III), während die Schicht *T* selbst unbeweglich bleibt, daß aber dagegen in *T* abwechselnd eine Verdichtung stattfindet (II), wenn eben am Boden eine Verdünnung stattfindet, während dann nach einer halben Undulation am Boden eine Verdichtung und bei *T* eine Verdünnung entsteht (IV).

In dem Punkte *T*, welcher um $^1/_4$ der Wellenlänge des einfallenden Tones, also um $^1/_3$ der Röhrenlänge von der Oeffnung der Röhre absteht, bildet sich daher durch die Interferenz der eintretenden und reflectirten Welle ein Schwingungsknoten.

Die Fig. 428 dient dazu, diesen Fall noch anschaulicher zu machen. Die

Fig. 428.



Pfeile in I bezeichnen die Richtung, in welcher die Luftschichten sich zu bewegen beginnen, wenn eben im Schwingungsknoten *T* eine größte Verdichtung stattfindet. Die Pfeile in III bezeichnen die Richtung der Bewegung, welche in dem Moment beginnt, in welchem in *T* die größte Verdünnung stattfindet.

Orgelpfeifen. Um die Luft in einer Röhre in stehende Schwingungen 154
zu versetzen, und sie also zum Selbsttönen zu bringen, ist nicht gerade nöthig,

Fig. 429.

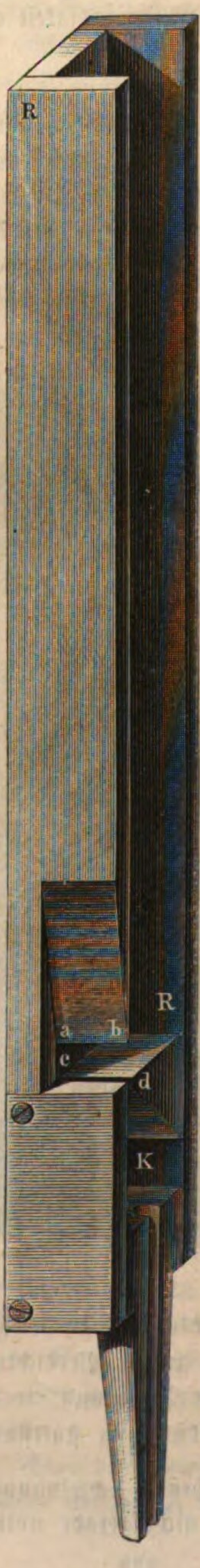
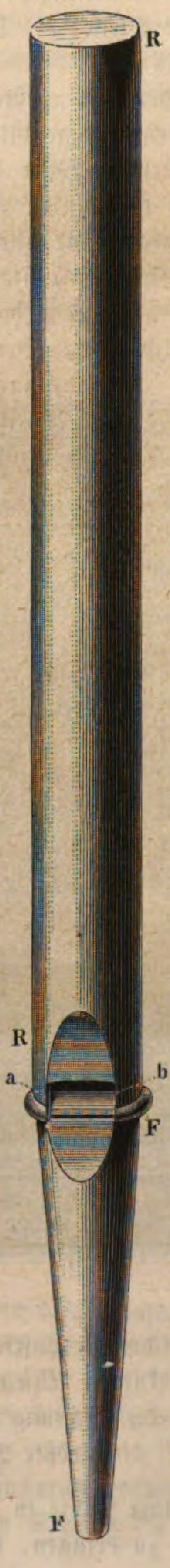


Fig. 430.



einen tönenden Körper vor die Oeffnung zu halten, wie dies ja die Orgelpfeifen zeigen. Hier ist es ein am offenen Ende der Röhre vorbeiströmender, an ihren Rändern sich brechender Luftstrom, welcher durch seine Stöße Wellen erzeugt, die, an dem Boden reflectirt, mit den neu einfallenden interferiren. Wenn auch diese Stöße anfangs nicht ganz regelmäßig sind, so werden sie doch alsbald, wenigstens wenn die Röhre, wie man sagt, gut anspricht, durch den Einfluß der reflectirten Wellen regulirt, so daß sich regelmäßige stehende Schwingungen bilden, durch welche die Luft in der Röhre selbsttönend wird.

Die Töne, welche eine Röhre auf diese Weise geben kann, sind dieselben wie diejenigen, welche ein anderer tönender Körper geben muß, wenn er, vor die Oeffnung der Röhre gebracht, die Luft in derselben zum Selbsttönen bringen soll.

Die einfachste Art, die Luft in einer kleineren Röhre zum Tönen zu bringen, ist die, daß man sie in verticaler Richtung vor den Mund hält, das geschlossene Ende nach unten gekehrt, während das offene Ende an die untere Lippe gehalten wird, und dann schräg gegen den Rand der Röhre bläst.

Die Töne sind natürlich um so höher, je kürzer die Pfeife ist.

Die Einrichtung der Orgelpfeifen ist aus Fig. 429 und 430 zu ersehen. Man unterscheidet an ihnen den **Fuß**, den **Mund** und die **Röhre**.

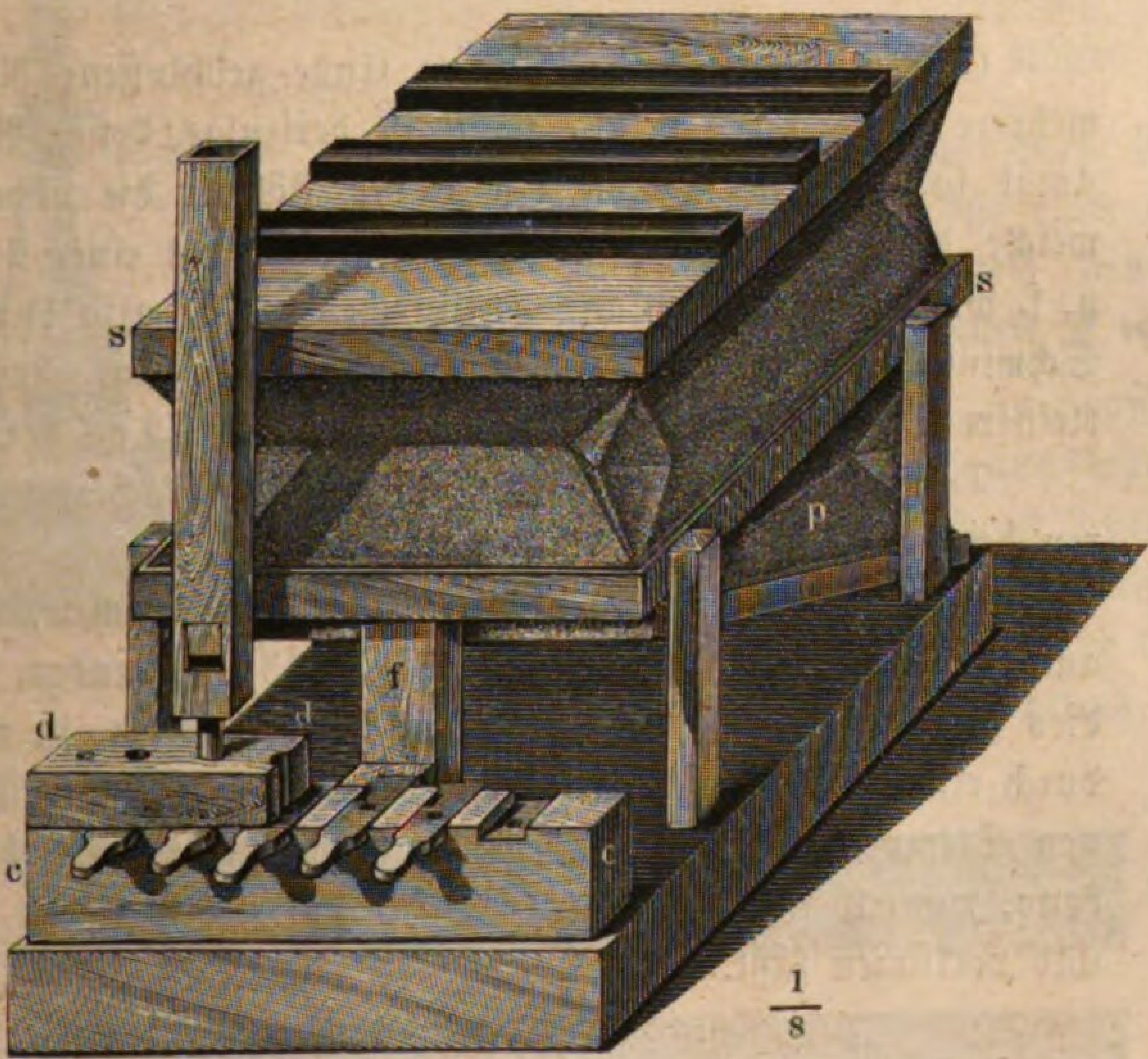
In Fig. 430, welche eine Zinnpfeife darstellt, ist der Fuß mit FF, die Röhre mit RR bezeichnet. Die Röhre hat an ihrem unteren Ende vorn eine Oeffnung ab, welche der **Mund** genannt wird. Fuß und Röhre sind durch eine dünne Zinnplatte getrennt; zwischen der vorderen Kante dieser Platte, welche den

Boden der Schallröhre bildet, und der vorderen Wand des Fußes bleibt eine schmale Spalte, durch welche die unten in den Fuß eingeblasene Luft austritt und, sich an der oberen Kante des Mundes brechend, die Luftsäule in der Röhre *RR* in stehende Schwingungen versetzt.

Die Einrichtung der hölzernen Orgelpfeifen ist aus dem Durchschnitt Fig. 429 zu ersehen. Die in den Fuß eingeblasene Luft dringt aus dem Behälter *K* durch einen schmalen Spalt *cd* hervor und bricht sich an der oberen Kante *ab* des Mundes, von welchem unsere Figur nur die linke Hälfte *abcd* zeigt.

Statt einer förmlichen Orgel kann man sich zu Versuchen mit Orgelpfeifen, seien es nun gedeckte, wie Fig. 430, oder offene, wie Fig. 429, der in Fig. 431

Fig. 431.



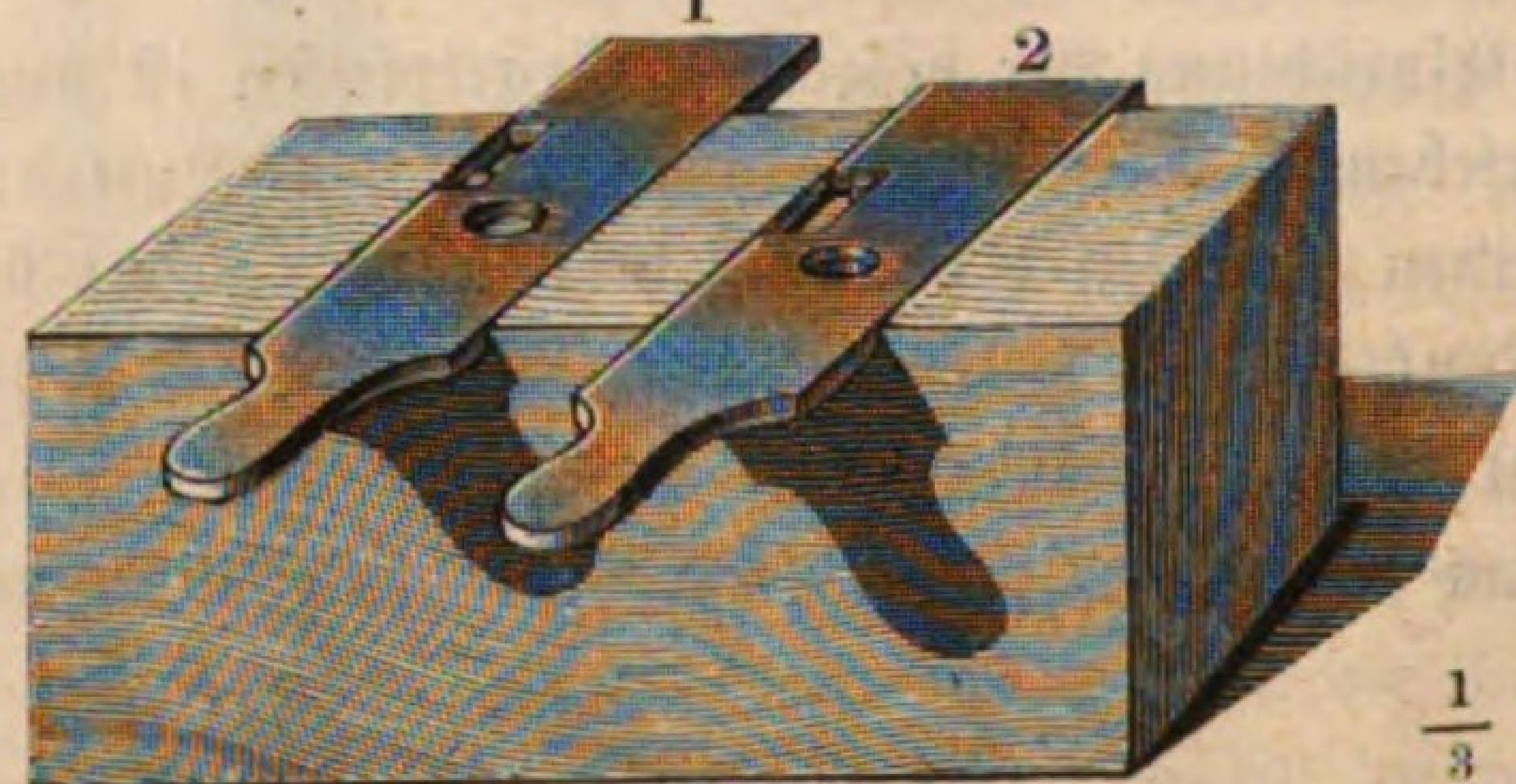
abgebildeten Vorrichtung bedienen. Mit Hülfe des Blasebalgs *p* wird Luft in die Windlade *ss* getrieben, aus welcher sie dann durch die Anfangs vertical herab, dann horizontal nach vorn hin gehende Röhre *f* in den Kasten *cc* gelangt. Die obere Fläche dieses Kastens enthält eine Reihe von Löchern, auf welcher die verticalen Löcher des Holzstücks *dd*, von welchem unsere Figur nur einen Theil zeigt, münden. In die Löcher des Holzstücks *dd* wird der Fuß der Pfeifen eingesetzt. Zwischen den Löchern des Brettes *dd* und den entsprechenden Löchern des Kastens *cc* befinden sich aber Schieber, welche selbst mit Löchern versehen sind, so daß man nach Belieben den Wind in eine Pfeife kann eintreten lassen, wenn man den entsprechenden Schieber vorzieht, oder den Wind von dieser Pfeife absperrt, wenn man den Schieber zurückschiebt, wie dies durch Fig. 432 (a. f. S.) noch besser erläutert wird, welche die Einrichtung der Schieber in größerem Maaß-

stabe darstellt, als die vorige Figur. Der Schieber 1 ist zurückgeschoben, der Schieber 2 ist vorgezogen.

Fig. 433.



Fig. 432.



Eine und dieselbe an einem Ende geschlossene Röhre kann mehrere Töne geben. Der tiefste ist derjenige, dessen Wellenlänge 4mal so groß ist als die Länge der Röhre; die höheren Töne, welche die Pfeife giebt, sind diejenigen, welche einer 3mal, 5mal u. s. w. kürzeren Wellenlänge entsprechen, welche also durch stehende Schwingungen erzeugt werden, welche eine 3mal, 5mal u. s. w. kleinere Oscillationsdauer haben als der tiefste Ton der Pfeife.

Den tiefsten Ton giebt die Pfeife bei schwächerem, die höheren bei stärkerem Winde.

Um Versuche mit gedeckten Pfeifen zu machen, kann man auch sogenannte Stimmpfeifen, Fig. 433, anwenden. Es sind dies ungefähr 1 Fuß lange hölzerne runde Pfeifen, in welchen ein durch einen Korkstopfen gebildeter am unteren Ende eines hölzernen Stempels befestigter Kolben auf und nieder geschoben werden kann, wonach sich die tönende Luftsäule nach Belieben verlängern und verkürzen läßt.

155 **Offene Pfeifen.** Bisher war nur von gedeckten Pfeifen die Rede, aber auch solche, welche an beiden Seiten offen sind, wie die Fig. 429 dargestellte, lassen sich durch dieselben Mittel zum Tönen bringen, welche diese Wirkung bei gedeckten Pfeifen hervorbringen.

Eine andere Methode, um die Luft in einer offenen Röhre zum Tönen zu bringen, ist die, daß man Wasserstoffgas in einem Gefäße erzeugt und es durch eine feine Spitze ausströmen läßt, das Gas anzündet und dann die Glasröhre darüber hält (Fig. 434).

In der Mitte einer Röhre kann eine stärkere Verdichtung der Luft stattfinden als am Ende derselben, weil hier die Luft nicht nach der Seite hin ausweichen kann. Wenn nun der verdichtete Theil einer Welle am offenen Ende der Röhre ankommt, so werden beim Austritte aus der Röhre die Lufttheilchen leicht nach allen Seiten hin ausweichen und dadurch eine Verdünnung entstehen, welche nun, gleichsam von dem offenen Ende der Röhre reflectirt,

dieselbe in entgegengesetzter Richtung durchläuft, und so bilden sich denn hier die stehenden Wellen.

Fig. 434.



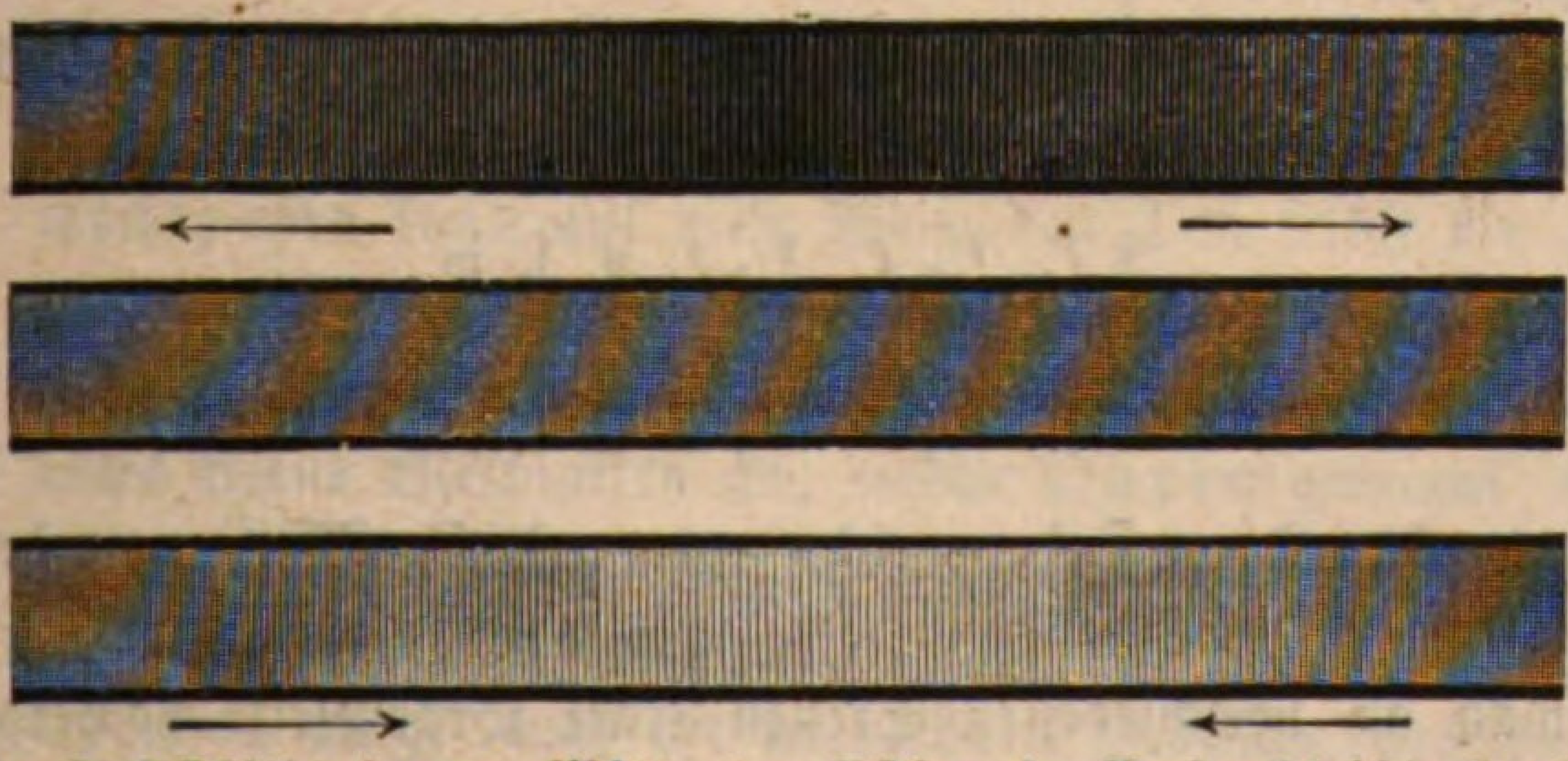
Die rückkehrende Welle ist natürlich nicht so intensiv, wie die ursprüngliche.

Da an dem offenen Ende der Röhre nun stets eine Verdichtung mit einer Verdünnung zusammenfällt, so muß hier nothwendig ein Bauch entstehen, Schwingungsknoten können sich nur im Inneren der Röhre bilden.

Wenn die Wellenlänge des tiefsten Tones, welchen eine offene Pfeife hervorbringen kann, mit l bezeichnet wird, so ist die Länge der Pfeife selbst $\frac{l}{2}$, d. h. die Röhre ist halb so lang als die Wellenlänge ihres Grundtones. Wenn also die tiefsten Töne einer offenen und einer gedeckten Pfeife gleich sein sollen, so muß die offene Pfeife doppelt so lang sein.

Für den tiefsten Ton einer offenen Röhre befindet sich ein Schwingungsknoten in der Mitte ihrer Länge, ein Bauch aber an jedem Ende, was durch Fig. 435 anschaulich gemacht ist. I stellt den Moment dar, wo in der Mitte der Röhre die größte Verdichtung stattfindet;

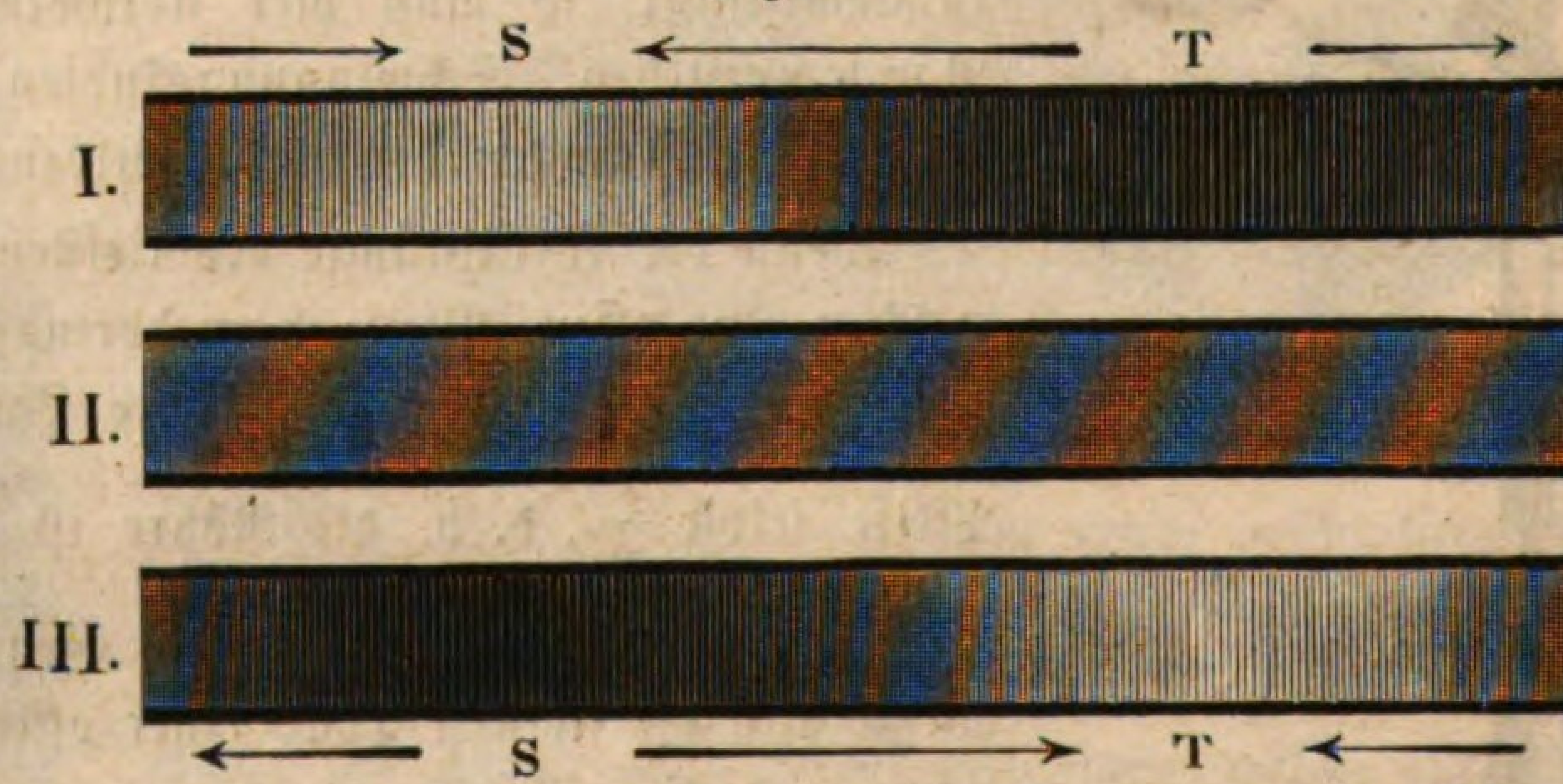
Fig. 435.



während die Luftschicht in der Mitte der Röhre in Ruhe bleibt, beginnt die Luft auf beiden Seiten sich von der Mitte zu entfernen, wie dies durch die Pfeile angedeutet ist; nach $^1/_4$ Undulation kommen alle Luftschichten in ihrer Gleichgewichtslage an und in diesem Moment ist die Dichtigkeit der Luft in der ganzen Röhre gleichförmig (Nr. II); aus diesem Zustande geht dann aber die Luftsäule während der nächsten $^1/_4$ Undulation in den Nr. III dargestellten Zustand über, wo in der Mitte der Röhre die größte Verdünnung stattfindet. — Nun beginnen die einzelnen Luftschichten wieder von beiden Seiten her sich gegen die Mitte hin zu bewegen u. s. w.

Der nächst höhere Ton der Röhre ist derjenige, für welchen sich ein Bauch in der Mitte der Röhre, Knoten aber in den Punkten *S* und *T*, Fig. 436, bilden, welche um $^1/_4$ der Röhrenlänge von den Enden abstehen. Wenn in *T* ein Maximum der Verdichtung stattfindet, wie in Nr. I, so findet in *S* Verdünnung Statt, und umgekehrt, Nr. III.

Fig. 436.



Für den eben besprochenen Fall ist die Wellenlänge des Tones der Länge der Röhre gleich; die Oscillationsdauer dieses Tones ist halb so groß als die des Grundtones der Röhre.

Der auf diesen folgende Ton der Röhre ist derjenige, dessen Wellenlänge $1^1/_2$mal in der Röhrenlänge enthalten ist; für diesen Ton bilden sich drei Schwingungsknoten, von denen einer in der Mitte liegt, während jeder der anderen um $^1/_6$ der Röhrenlänge oder $^1/_4$ von der Länge der sich bildenden Schallwelle von einem Ende absteht.

Bezeichnen wir die Länge einer offenen Röhre mit *L*, so sind die Wellenlängen der Töne, welche sie geben kann,

$$2L,\ ^2/_2 L,\ ^2/_3 L \text{ u. s. w.},$$

während

$$4L,\ ^4/_3 L,\ ^4/_5 L \text{ u. s. w.}$$

die Wellenlängen der Töne sind, welche eine gedeckte Pfeife von der Länge *L* geben kann.

Wenn man an verschiedenen Stellen einer Orgelpfeife Löcher macht, die man nach Belieben durch einen Schieber verschließen oder öffnen kann, so kann man zeigen, daß der Ton durchaus nicht geändert wird, wenn man ein Loch öffnet, welches sich an der Stelle eines Bauches befindet, was jedoch dann der Fall ist, wenn ein Loch an einer anderen Stelle geöffnet wird.

Um die Schwingungsknoten der Luftsäule in einer Röhre zu zeigen, wendet Hopkins eine gläserne Röhre an, welche ungefähr $1^1/_2$ Zoll im Durchmesser hat und ungefähr 2 Fuß lang ist. Die Röhre wird über einer Metallplatte befestigt, welche in gleicher Weise festgeschraubt wird, wie die Platten, welche zur Erzeugung der Klangfiguren dienen und durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen

in's Tönen gebracht wird. Der Ton der Röhre muß der Länge der Röhre entsprechen. In der Röhre hängt an einem Faden ein Rähmchen herab, über welches eine zarte Membran gespannt ist, die mit Sand bestreut wird. Dieser Sand bleibt ruhig liegen, wenn das Rähmchen an die Stelle eines Knotens gebracht wird; an allen anderen Stellen dagegen wird er herabgeworfen, was natürlich an der Stelle der Bäuche am stärksten der Fall ist.

Weil man durch Anstreichen einer Metallplatte nicht immer mit Sicherheit den gewünschten Ton erhält, so ist es zweckmäßig, den Versuch so abzuändern, daß man die Glasröhre in den Fuß einer Orgelpfeife, Fig. 437, steckt; man hat auf diese Weise eine oben offene Orgelpfeife von Glas, welche mit Sicherheit ihren tiefsten Ton, und bei verstärktem Winde oder verkleinerter Mundöffnung seine Octave giebt.

Fig. 437.



Für den tiefsten Ton der Röhre bleibt der Sand ruhig liegen, wenn sich das Rähmchen in der Mitte der tönenden Luftsäule befindet, wie Fig. 437 andeutet; an der gleichen Stelle kommt aber der Sand sogleich in lebhafte Bewegung, wenn durch stärkeren Wind die Octave des Grundtones erzeugt wird, während man in gleicher Weise für diesen höheren Ton die Schwingungsknoten bei *a* und *b* nachweisen kann.

Die Größe und Stellung des Mundloch's hat einen sehr bedeutenden Einfluß auf die Tonhöhe der Pfeife. Es ist schon bemerkt worden, daß, wenn man die Weite des Mundlochs, d. h. die Entfernung der Lippen, vergrößert, die Röhre leichter ihren Grundton giebt; daß sie aber leichter die harmonischen Töne giebt, wenn man das Mundloch enger macht. Einen anderen Einfluß übt die Breite des Mundlochs aus. Wenn z. B. in einer quadratischen Röhre das Mundloch die ganze Breite einer Seite hat, so erhält man einen höheren Ton, als wenn man das Mundloch schmäler macht; man kann auf diese Weise den Ton selbst bis zur Septime herunterstimmen, besonders wenn die Röhre fast cubisch ist. Deshalb bringen auch die Orgelbauer zu beiden Seiten des Mundlochs kleine Bleiplatten an, welche Ohren genannt werden und die man durch Biegen etwas nähert oder von einander entfernt, um den Accord zu erhalten.

Man weiß schon lange durch oft wiederholte Versuche, daß der Ton eines Hornes und einer Trompete von der Materie des Instrumentes und dem Grade der Härtung abhängt; ein Horn z. B., welches im Feuer gehärtet ist, ohne daß man seine Gestalt geändert hat, würde nur gedämpfte Töne geben. Die Orgelbauer kennen auch den Einfluß des Stoffes der Röhren auf die Natur des Tons, und sie versichern, daß man die Natur des Zinns an den Metallröhren oder die des Holzes an den Holzröhren nur etwas zu verändern brauche, um das Instrument schlecht zu machen. Diese Beobachtungen sind durch die zahlreichen Versuche bestätigt worden, welche Savart mit Röhren von mehr oder weniger gespanntem Pergament und mehr oder weniger feuchtem Papier

angestellt hat; er fand: 1) daß der Ton in quadratischen Röhren, deren Seite 9 Linien und deren Höhe 1 Fuß beträgt, sich um mehr als eine Octave herunterstimmen läßt, wenn man das Papier, welches die Wände bildet, mehr und mehr anfeuchtet; dieses Papier war auf die festen Kanten des Prismas wie auf einen Rahmen aufgeklebt; 2) daß sich der Ton durch dieses Mittel um so leichter herabstimmen läßt, je kürzer die Röhren sind; in cubischen Röhren kann man ihn um mehr als zwei Octaven herabstimmen; 3) daß man nur einen Theil der Wand aus Papier oder Pergament zu machen braucht, um den Ton herabzustimmen.

156 **Die musikalischen Töne.** Nachdem wir nun ein Mittel kennen gelernt haben, reine Töne hervorzubringen, nämlich durch Orgelpfeifen, nachdem wir gesehen haben, wie die Höhe und Tiefe dieser Töne von der Länge der Pfeifen abhängt, daß man also durch Verlängerung und Verkürzung der Röhren die Pfeifen beliebig stimmen kann, wollen wir nun die Tonreihe näher betrachten, welche in der Musik zur Anwendung kommt.

Gehen wir von dem Tone aus, den eine 4 Fuß lange, gedeckte Pfeife als Grundton giebt; es ist dies ein Ton, welcher in der Musik mit *C* bezeichnet wird.

Fragen wir nach denjenigen Tönen, die mit *C* zusammen einen angenehmen Eindruck auf das Ohr hervorbringen, so finden wir, daß es solche sind, deren Oscillationsgeschwindigkeit in einem einfachen Verhältnisse zu der von *C* steht; es sind diejenigen Töne, deren Wellenlänge $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$, $^5/_6$ von der des Tones *C* beträgt, die also durch solche Pfeifen hervorgebracht werden, deren Länge $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$, $^5/_6$ von der Pfeife *C* sind.

Da sich die Oscillationsdauer umgekehrt wie die Wellenlänge verhält, so macht also der erste der erwähnten Töne 2 Schwingungen, während *C* eine macht; dieser Ton heißt die Octave von *C* und er wird mit *c* bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $^2/_3$ von der des Tones *C* beträgt, macht 3 Oscillationen, während *C* deren 2 macht; dieser Ton ist die Quinte von *C*, er wird mit *G* bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $^3/_4$ von der des Tones *C* ist, macht 4 Schwingungen, während *C* deren 3 macht; er wird die Quarte von *C* genannt und mit *F* bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $^4/_5$ von der des Tones *C* ist, macht 5 Schwingungen, während *C* deren 4 macht; es ist die große Terz von *C* und wird mit *E* bezeichnet.

Der zuletzt erwähnte Ton, dessen Wellenlänge $^5/_6$mal so groß ist als die von *C*, macht 6 Schwingungen, während *C* deren 5 vollendet; es ist dies die kleine Terz von *C*, sie wird mit *Es* bezeichnet.

Ebenso wie *C* seine Octav, Quint, Quart, große und kleine Terz hat, so giebt es auch eine Octav, Quint, Quart, große und kleine Terz von *c*.

Der Grundton *C* mit seiner großen Terz *E* und seiner Quint *G* bilden den *C*dur-Accord.

Nach den eben angegebenen Verhältnissen machen gleichzeitig

C	*E*	*F*	*G*	*c*
24	30	32	36	48

Schwingungen.

Um die Reihe der Töne gehörig zu vervollständigen, müssen nun aber *E*, *F* und *G* ebenso ihre Accorde, also ihre Terz und Quint haben wie *C*.

Die Quint von *G* ist ein Ton, welcher 3 Schwingungen macht, während *G* deren 2 vollendet; auf 36 Schwingungen von *G* gehen also 54 Schwingungen seiner Quint, die wir mit *d* bezeichnen wollen; die nächst tiefere Octav von *d* wird mit *D* bezeichnet, sie macht 27 Schwingungen, während *G* 36 und *C* 24 macht.

Die große Terz von *G*, die man mit *H* bezeichnet, muß 5 Schwingungen machen, während *G* deren 4 vollendet, auf 36 Oscillationen von *G* gehen also 45 Oscillationen von *H*.

Da sich 24 zu 36 (*C* zu *G*) verhält wie 32 zu 48 (*F* zu *c*), so ist *c* die Quint von *F*.

Die große Terz von *F* muß 5 Schwingungen machen, während *F* selbst deren 4 vollendet, auf 32 Oscillationen von *F* gehen also 40 Oscillationen seiner großen Terz, die mit *A* bezeichnet wird.

So haben wir denn eine Reihe von Tönen, welche den Namen der *C*dur-Tonleiter führt. Es machen gleichzeitig

C	*D*	*E*	*F*	*G*	*A*	*H*	*c*	*d*	*e* u. s. w.
24	27	30	32	36	40	45	48	54	60

Schwingungen.

Die Differenzen zwischen je zwei auf einander folgenden Tönen dieser Reihe sind nicht gleich. In der folgenden Reihe giebt der zwischen zwei Buchstaben etwas tiefer gesetzte Bruch an, um den wievielsten Theil die Schwingungszahl eines Tones größer ist als die des nächst niedrigeren:

C *D* *E* *F* *G* *A* *H* *c*;
$^1/_8$ $^1/_9$ $^1/_{15}$ $^1/_8$ $^1/_9$ $^1/_8$ $^1/_{15}$

in gleichen Zeiten macht also *D* $1^1/_8$mal so viel Schwingungen als *C*, *E* $1^1/$ mal so viel als *D*, *F* $1^1/_{15}$mal so viel als *E* u. s. w.

Das Intervall von *C* zu *D*, von *D* zu *E*, von *F* zu *G*, von *G* zu *A*, von *A* zu *H* heißt ein ganzer Ton. Man unterscheidet aber große ganze Töne, wenn das Intervall $^1/_8$, und kleine, wenn es $^1/_9$ beträgt.

Die Intervalle zwischen *E* und *F*, zwischen *H* und *c* sind nahe halb so groß wie die übrigen, sie werden deshalb halbe Töne genannt.

Wenn man, von irgend einem der anderen Töne ausgehend, in derselben Ordnung von Intervallen fortschreitet, so erhält man auf diese Weise die verschiedenen Durtonleitern; um aber ein Fortschreiten in derselben Ordnung von Intervallen von jedem Tone aus möglich zu machen, müssen noch zwischen *C* und *D*, *F* und *G*, *G* und *H* halbe Töne eingeschaltet werden, die mit *cis*, *es*, *fis*, *gis* und *b* bezeichnet werden.

Soll zwischen *c* und *d* ein Ton *cis* eingeschaltet werden, dessen Schwingungszahl das geometrische Mittel zwischen den Schwingungszahlen von *c* und *d* ist, so muß *cis* 848 Schwingungen machen, während *c* deren 800 und *d* deren 900 vollendet, die Schwingungszahl von *cis* ist also um $\frac{1}{16,6\ldots}$ größer als die von *c*, das Intervall von *c* zu *cis* ist kleiner als das von *e* zu *f*, oder als das von *h* zu *c*.

Bei den Durtonarten geht man vom Grundtone zur großen Terz und dann, um eine kleine Terz fortschreitend, zur Quint über; bei den Molltonarten hingegen ist der Accord durch den Grundton, die kleine Terz und die Quint gebildet.

Eine nähere Besprechung der Tonarten und Tonleitern gehört mehr in die Theorie der Musik als hierher.

Wenn der Grundton eine Schwingung in einer bestimmten Zeit macht, so muß die große Terz in derselben Zeit $^5/_4$, die große Terz dieses Tones $^5/_4 . ^5/_4$ oder $^{25}/_{16}$, und die Terz dieses Tones endlich $^5/_4 . ^5/_4 . ^5/_4$ oder $^{125}/_{64}$ Schwingungen machen. Der letztere Ton stimmt nun nicht genau mit der Octav des Grundtons überein, welcher $^{128}/_{64}$ entsprechen; wenn man also in reinen Terzen fortschreitet, so kommt man nicht zur reinen Octav, und will man die Reinheit der Octaven erhalten, so muß man von der vollkommenen Reinheit der Terzen abstrahiren. Aehnliches ergiebt sich beim Fortschreiten nach reinen Quinten. Man ist deshalb, um die Reinheit der Octaven zu erhalten, genöthigt, in der Musik die Töne etwas höher oder tiefer zu stimmen, als es die reinen Terzen oder Quinten verlangen; man muß, wie die Musiker sagen, den Ton etwas oberhalb oder unterhalb schweben lassen. Diese Ausgleichung nennt man die Temperatur. Die nähere Besprechung der verschiedenen Arten der Temperatur würde uns hier zu weit führen, es mag nur noch bemerkt werden, daß die sogenannte gleichschwebende Temperatur die zweckmäßigste und auch die verbreitetste ist. Nach der gleichschwebenden Temperatur wird die ganze Octave in 12 vollkommen gleiche Intervalle abgetheilt, so daß die Schwingungszahl jedes folgenden Tones sich zu der des vorhergehenden verhält, wie 105946 zu 100000, daß also die Schwingungszahl jedes folgenden Tones um $\frac{1}{16,8}$ größer ist als die der vorangehenden. Man sieht, daß auf diese Weise die Differenz zwischen großen und kleinen halben Tönen, sowie zwischen großen und kleinen ganzen Tönen wegfällt. Folgendes sind die Verhältnisse der Schwingungszahlen für die 12 Töne einer Octave nach der gleichschwebenden Temperatur:

c	100000
cis	105946
d	112246
dis	118921
e	125992
f	133484
fis	141421
g	149831
gis	158740
a	168179
b	178180
h	188775
$\overline{c}$	200000

Wenn unser Ohr empfindlicher wäre, so würde es durch die erwähnte Unreinheit der Terzen und Quinten unangenehm afficirt werden, es würde kaum ein musikalischer Genuß möglich sein.

Nach den Bezeichnungen, welche wir in diesen Paragraphen kennen gelernt haben, können wir nun auch die verschiedenen Töne näher bezeichnen, welche eine und dieselbe Röhre giebt. Bei einer offenen Röhre nämlich ist der zweite Ton die Octave des Grundtons, bei einer gedeckten Pfeife ist er die Quinte der nächst höheren Octave.

Der tiefste Ton, welcher in der Musik zur Anwendung kommt, ist derjenige, welchen eine gedeckte Pfeife von 16 Fuß giebt. Nun wissen wir aber, daß, wenn eine gedeckte Pfeife ihren tiefsten Ton giebt, die Wellenlänge dieses Tons 4 mal so groß ist als die Länge der Pfeife; die Wellenlänge des Grundtons einer 16füßigen gedeckten Pfeife ist demnach in gewöhnlicher Luft 64 Fuß.

In einer Secunde pflanzt sich der Schall um 1050 Fuß fort; dividirt man diese Zahl durch 64, so findet man, um wieviel Wellenlängen dieser tiefste Ton in einer Secunde fortschreitet oder, was dasselbe ist, wieviel Oscillationen in einer Secunde nöthig sind, um diesen tiefsten Ton der Musik hervorzubringen; man findet die Zahl 16,4.

Ebenso findet man, wieviel Oscillationen in der Secunde die Luft in irgend einer gedeckten Pfeife macht, wenn sie ihren tiefsten Ton giebt, indem man mit der vierfachen Länge der Pfeife (in pariser Fußen ausgedrückt) in 1050 dividirt.
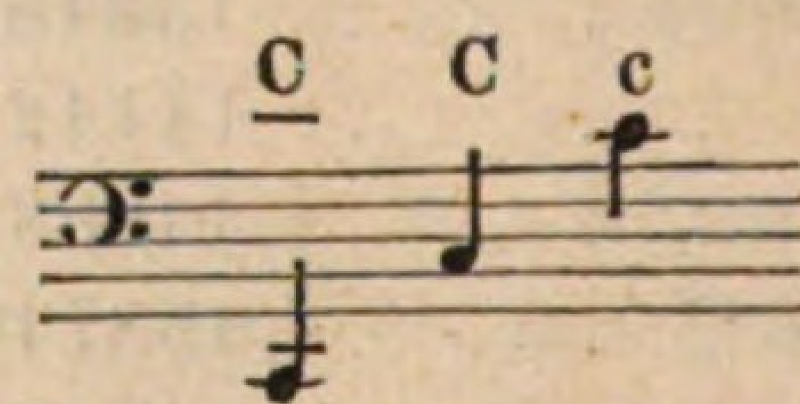
Im Ganzen umfaßt die Musik 9 Octaven. Der erwähnte tiefste Ton einer 16füßigen gedeckten Pfeife wird mit $\underline{\underline{C}}$ bezeichnet.

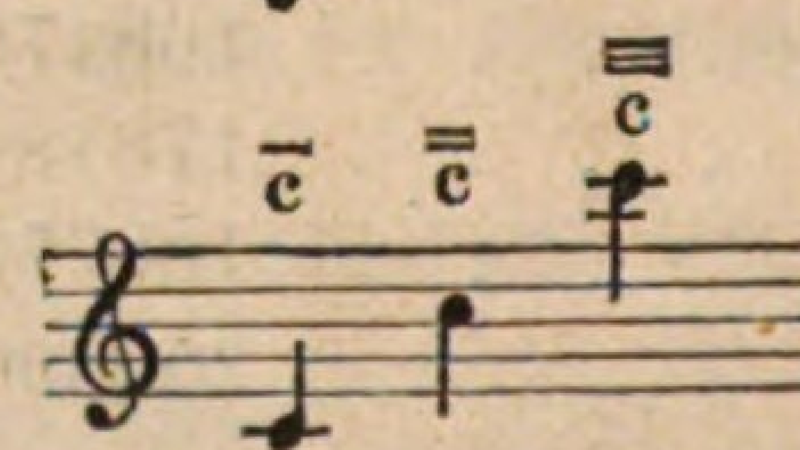
Da dieser Ton nun 16,5 Schwingungen in der Secunde macht, so ist Folgendes die Schwingungszahl der auf einander folgenden Octaven dieses Tons:

$\underline{\underline{C}}$	16,5
$\underline{C}$	33
C	66

c	. . . . . .	132
c̄	. . . . . .	264
c̿	. . . . . .	528.

Mit unseren Noten werden diese Töne folgendermaßen bezeichnet:





157 **Genaue Bestimmung der absoluten Schwingungszahl der Töne.** Wir haben zwar gesehen, wie man die einem bestimmten Tone entsprechende Schwingungszahl aus der Länge der Pfeife ableiten kann, welche diesen Ton giebt; doch ist diese Methode nicht sehr genau. Genauere Resultate erhält man mit Hülfe der Sirene oder gezahnter Räder.

Cagniard La Tour ist der Erfinder der Sirene. Fig. 438 stellt eine solche dar, wie sie Stöhrer in Leipzig in sehr übersichtlicher Form construirt. *AA* ist eine cylindrische Büchse von Messing, welche mittelst des Rohres *BB* luftdicht auf eine Windlade aufgesetzt werden kann.

In der oberen Deckplatte dieser Büchse befindet sich eine Reihe von Löchern, etwa 12, welche im Kreise um den Mittelpunkt herumstehen; dicht über dieser Deckplatte aber ist eine Messingscheibe *ss* angebracht, welche um eine verticale Axe in Spitzen laufend möglichst leicht beweglich sein muß, und welche ebenfalls mit 12 gleichweit von einander abstehenden Löchern versehen ist, wie Fig. 439 zeigt, welche diese Platte von oben gesehen darstellt. Je nach der Stellung der beweglichen Platte sind alle 12 Oeffnungen der unteren gleichzeitig geöffnet, oder gleichzeitig geschlossen.

Sowohl die Löcher der drehbaren Scheibe *ss* als auch die Löcher der darunter befindlichen Platte sind schräg gestellt, und zwar die der Platte *ss* in entgegengesetzter Richtung, wie die der Deckplatte der Büchse, wie man Fig. 440 sieht, welche einen Durchschnitt der Büchse *AA* nach der Linie *nn* der Fig. 439 darstellt. Es ist also klar, daß der Wind, welcher den Löchern der Deckplatte entströmt, gegen die Wände der Löcher der drehbaren Scheibe *ss* anstößt und diese dadurch in Rotation versetzt, deren Schnelligkeit von der Stärke des Windes abhängt.

Wird nun aus der Windlade Luft durch das Ansatzrohr *BB* eingeblasen, so beginnt die Scheibe *ss* sich zu drehen und alsbald läßt sich ein anfangs tiefer Ton hören, welcher allmälig höher und stärker wird, wenn die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe *ss* zunimmt, und welcher auf einer bestimmten Tonhöhe stehen bleibt, wenn Gleichgewichtszustand eingetreten ist zwischen der

beschleunigenden Kraft des ausströmenden Windes und den zu überwindenden Widerständen.

Fig. 438.

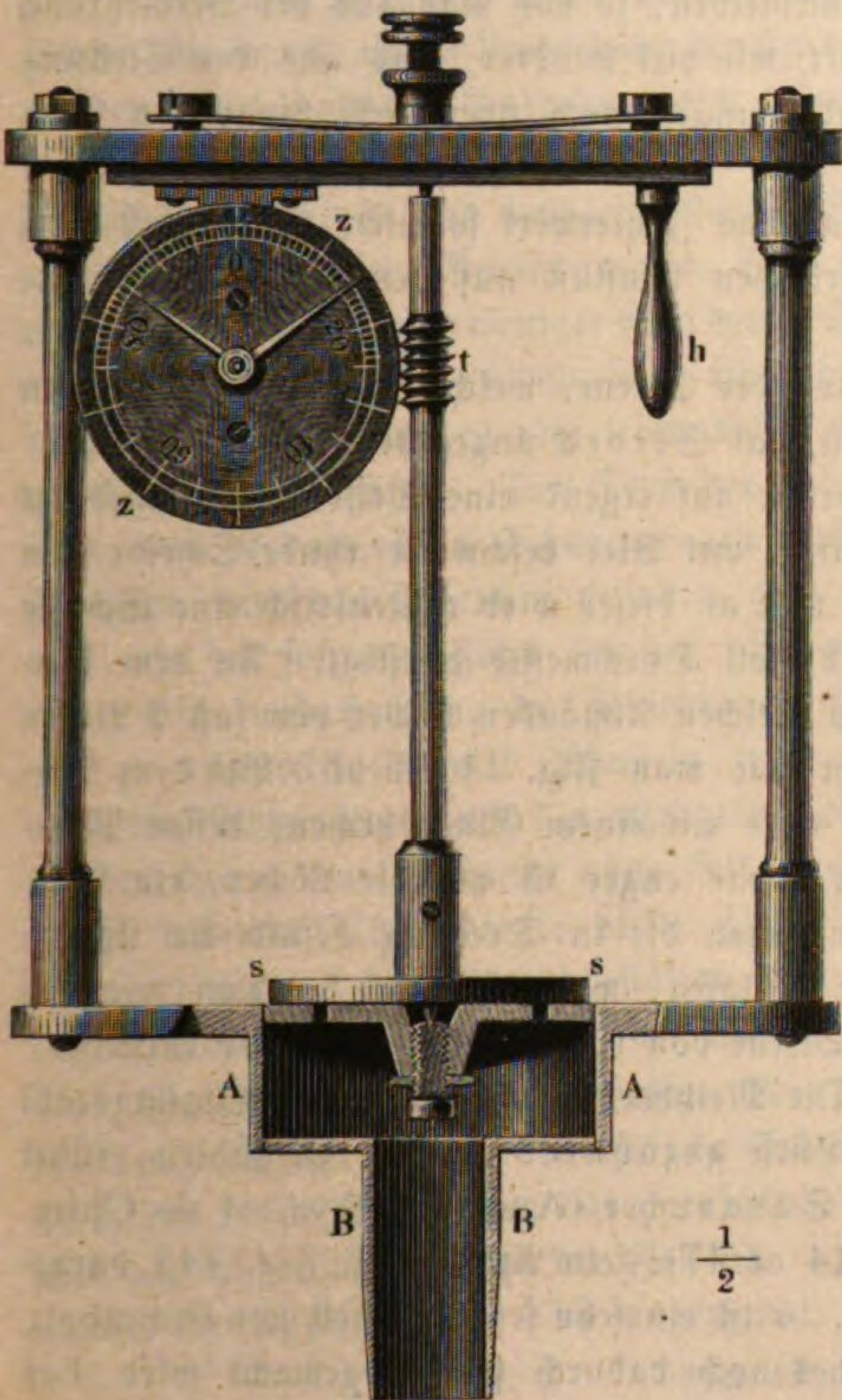


Fig. 439.

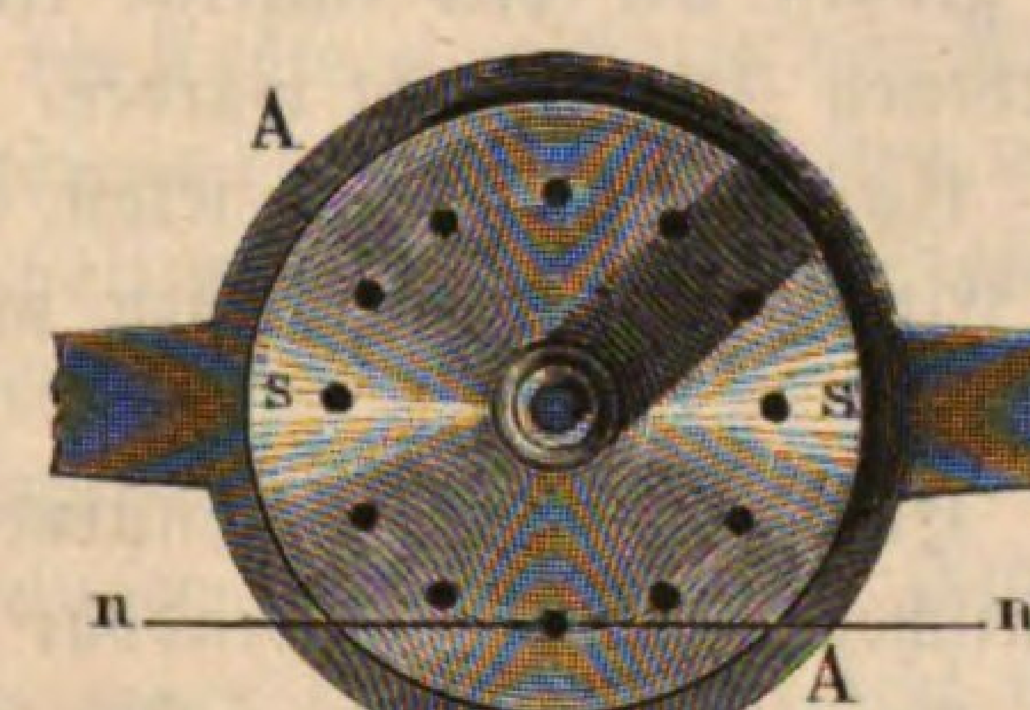
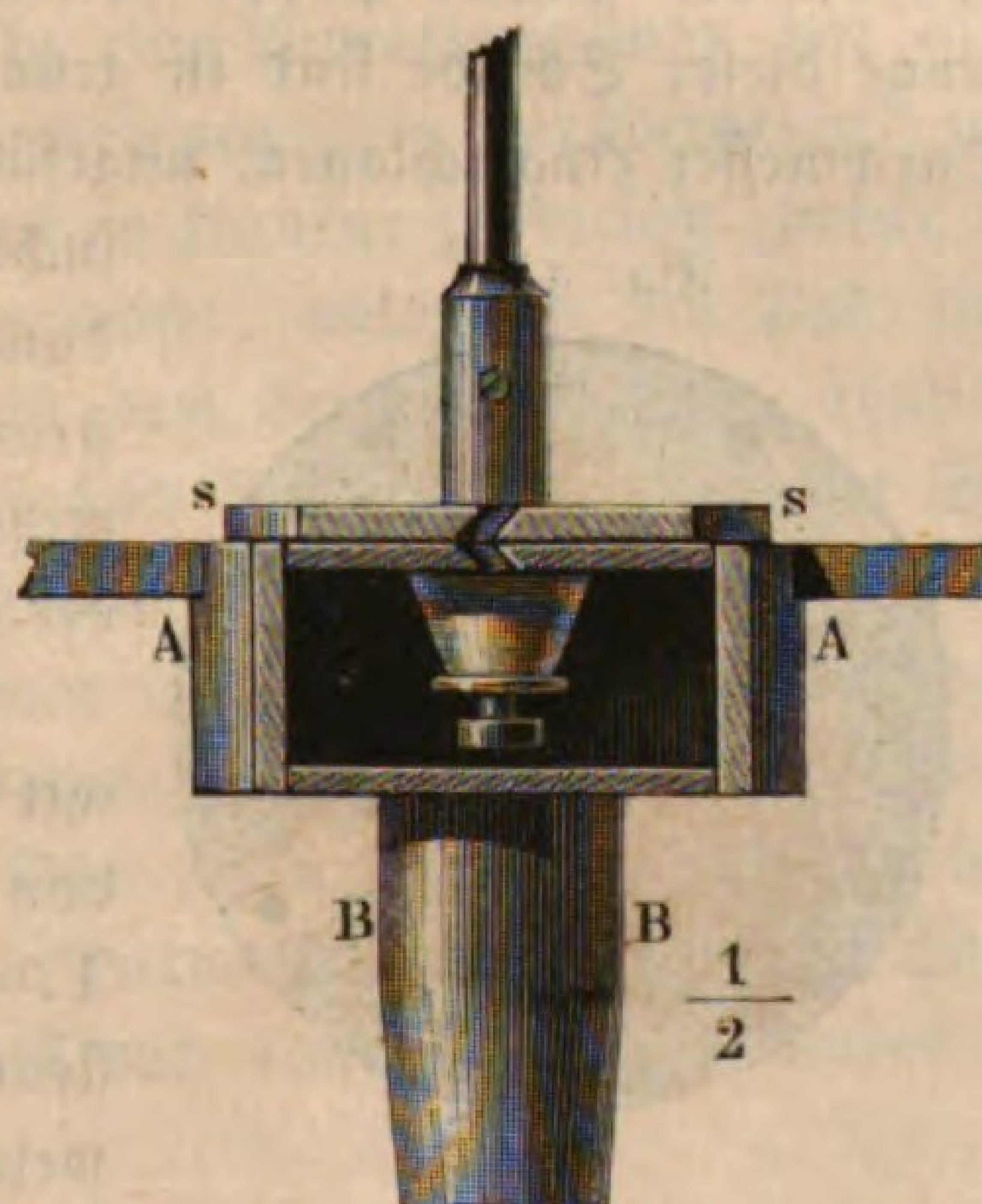


Fig. 440.



Der Ton entsteht dadurch, daß jedesmal ein Luftstrom durch die Löcher der Scheibe *ss* hervordringt, wenn die Löcher der rotirenden Scheibe gerade über den Löchern der festen sich befinden, bei einer jeden Umdrehung der Scheibe *ss* werden also 12 solcher Stöße, also auch 12 Verdichtungswellen erzeugt werden; man kann daher leicht die Schwingungszahl des durch die Sirene hervorgebrachten Tons berechnen, wenn man weiß, wie viel Umdrehungen die Scheibe *ss* in einer Secunde macht.

Um die Zahl der in einer gegebenen Zeit gemachten Umdrehungen der Scheibe *ss* zu bestimmen, dient nun ein besonderes Zählerwerk. Hinter dem in 100 gleiche Theile getheilten Zifferblatt *zz* befinden sich nämlich zwei Räder, von denen das eine 100, das andere 99 Zähne hat; das erstere führt den großen, das letztere den kleinen Zeiger. Wenn nun der Ton der Sirene eine bestimmte Höhe erreicht hat, so wird das eben besprochene Zählerwerk mit Hülfe des Griffes *h* etwas nach der rechten Seite gezogen, so daß die Zähne der

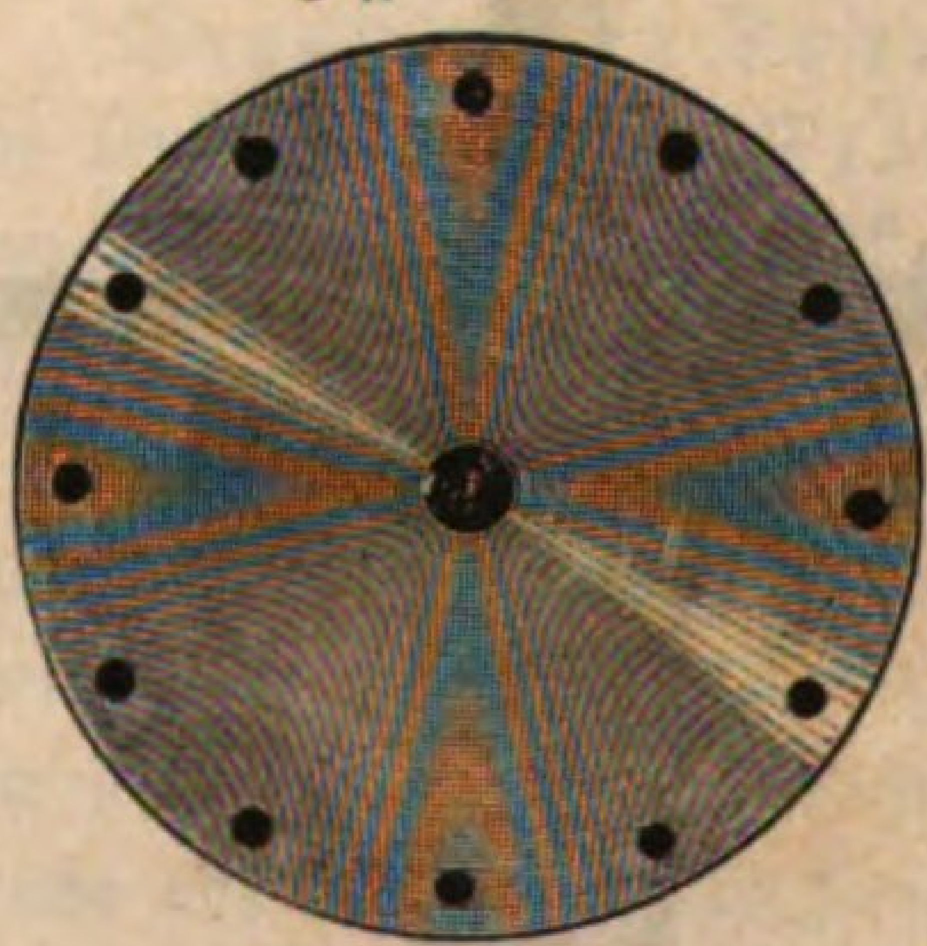
beiden Räder in die Schraube *t* eingreifen, und nun wird natürlich bei jeder Umdrehung der Scheibe *ss* jedes der gezahnten Räder um einen Zahn fortgeschoben; für je 100 Umdrehungen aber wird der kleine Zeiger um einen Theilstrich mehr hinter dem großen zurückbleiben, so daß man aus der Vermehrung des Abstandes beider Zeiger erfährt, wie viel hundert, und aus der Stellung des großen wie viel einzelne Umdrehungen noch über diese hinaus in einer gegebenen Zeit gemacht wurden.

Es versteht sich von selbst, daß das Zählerwerk so leicht gehen muß, daß das Einsetzen desselben keinen merklichen Einfluß auf den Gang der Sirene ausübt.

Eine sehr einfache Construction der Sirene, welche auch noch zu anderen akustischen Versuchen anwendbar ist, hat Seebeck angegeben.

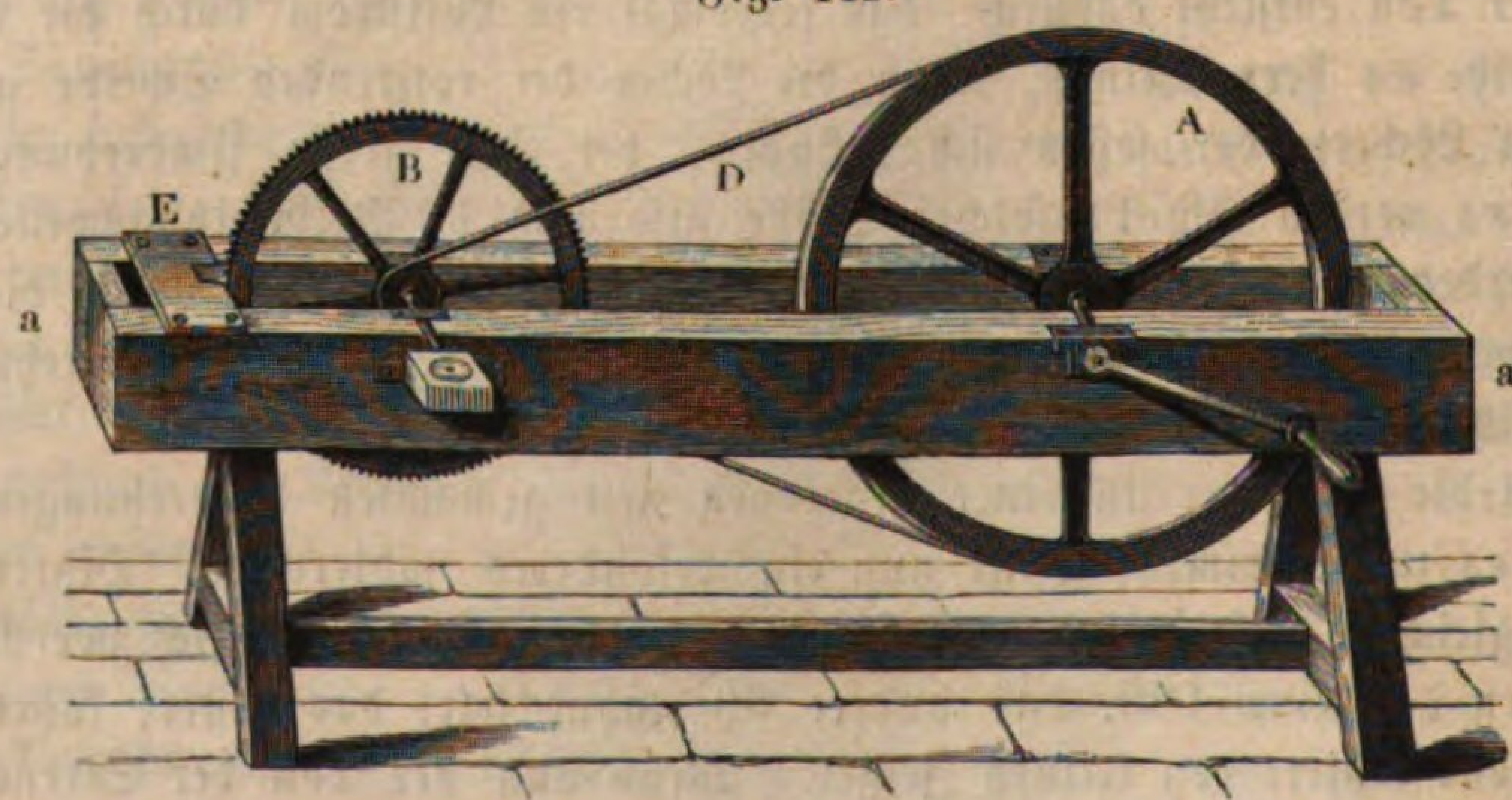
An einer wagerechten Axe, welche auf irgend eine Weise rasch umgedreht werden kann, ist eine starke hölzerne, mit Blei beschwerte runde Scheibe von $7^1/_4$ Zoll Durchmesser angebracht, und an dieser wird concentrisch eine Scheibe von dünner glatter Pappe von 12 Zoll Durchmesser befestigt. An dem Umfange dieser Scheibe sind in genau gleichen Abständen Löcher von fast 2 Linien Durchmesser eingeschlagen, ungefähr wie man Fig. 441 sieht. Bei dem Versuche wird mit einem Glasröhrchen, dessen Mündung etwas enger ist als die Löcher, ein Luftstrom gegen die in Drehung befindliche Löcherreihe geblasen, wodurch dann der Ton wie auf der Sirene von Cagniard La Tour entsteht.

Fig. 441.



Die Methode, die absolute Schwingungszahl mit Hülfe gezähnter Räder zu zählen, rührt von Savart her (Ann. de Phys. et de Chim. T. 44 et 47): sein Apparat ist Fig. 442 dargestellt. *a* ist ein sehr festes Gestell von Eichenholz, welches noch dadurch stabiler gemacht wird, daß

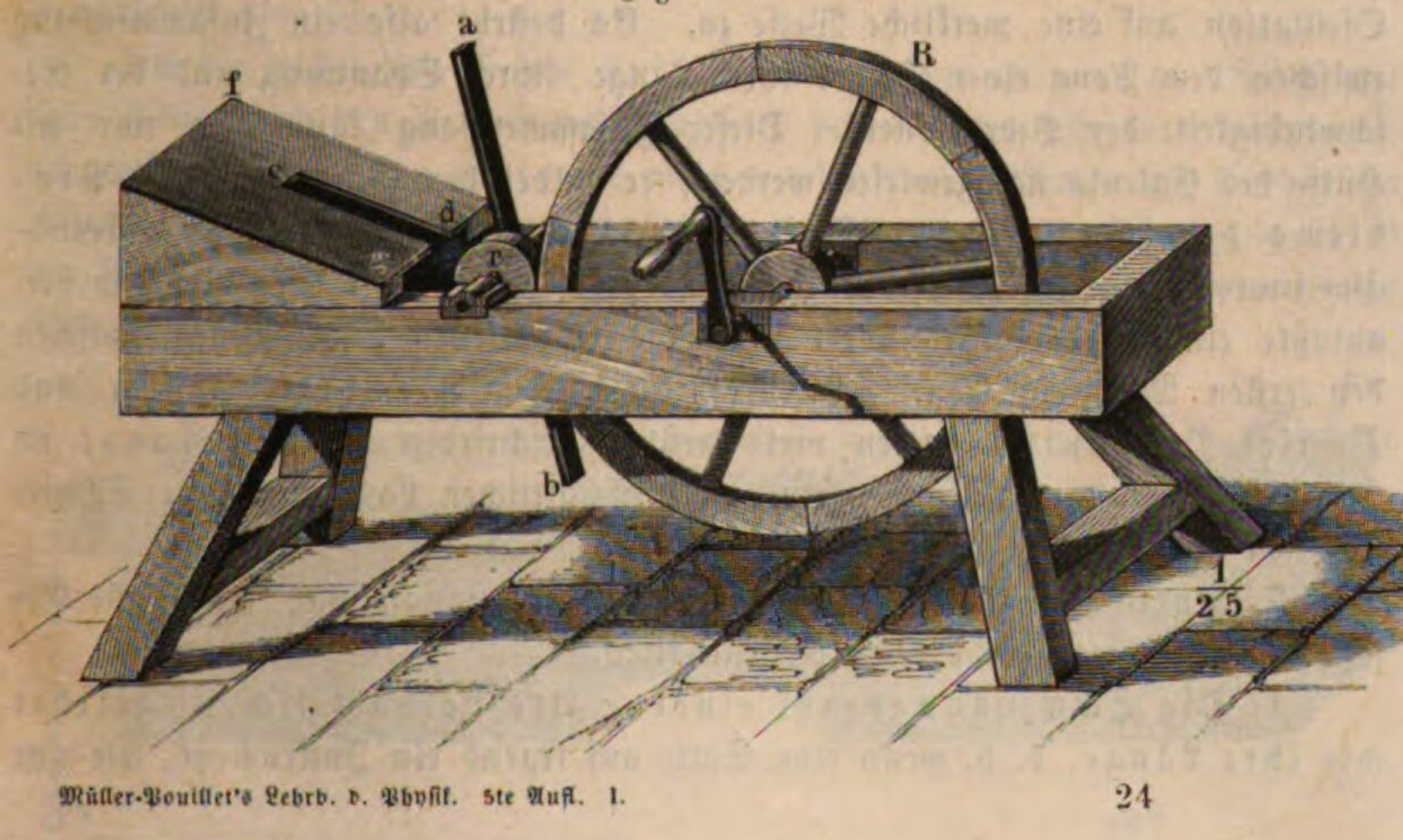
Fig. 442.



man es auf dem Boden befestigt; *A* ist ein Rad von 1,8 Meter Durchmesser, welches sich um eine sehr starke Axe dreht und durch eine Kurbel in Bewegung gesetzt wird; durch eine Schnur ohne Ende wird die rotirende Bewegung auf ein zweites Rad *B* in der Weise übertragen, daß die Umdrehung der Axe von *B* weit schneller ist, als die Umdrehung der Axe des Rades *A*, daß z.B. 10 Umdrehungen des Rades *B* auf eine Umdrehung von *A* kommen. *B* ist ein gezahntes Metallrad, welches ungefähr 600 Zähne hat; wenn man die Kante einer Karte dem Stoße der Zähne aussetzt, so kann man leicht 24000 Stöße in der Secunde erhalten, wenn *A* 4 Umdrehungen in 1 Secunde macht. Man erhält mehr oder weniger Stöße, je nachdem man rascher oder weniger rasch dreht. Der Ton, welchen man auf diese Weise erhält, ist rein und andauernd, seine Höhe hängt von der Schnelligkeit der Umdrehung ab, man kann es also leicht dahin bringen, daß er mit der Stimmgabel im Einklange ist. Der Stoß der Zähne gegen das Plättchen giebt einen Ton, weil es dadurch in Schwingungen versetzt wird; während der Zahn vorübergeht, wird das Plättchen gehoben, geht aber in Folge seiner Elasticität zurück, ehe der folgende Zahn kommt. So erzeugt jeder vorübergehende Zahn einen Hin- und Hergang des Plättchens, also eine Vibration; man hat also nur zu ermitteln, wieviel Zähne in einer gegebenen Zeit vorübergehen, um auch die Schwingungszahl des erzeugten Tons zu kennen; zu diesem Zwecke ist an der Axe *d* eine Schraube ohne Ende angebracht, welche in ein Rad eingreift, das als Zähler dient; dieser Zähler ist dem der Sirene ganz ähnlich. Savart hat auf diese Weise bestätigt, daß $\bar{a}$ 440 Schwingungen in der Secunde macht, wie man auch mit der Sirene gefunden hatte.

Gränzen der Hörbarkeit. Man war lange Zeit der Meinung, daß 158
der Ton, welcher durch 16,5 einfache Schwingungen in der Secunde erzeugt wird, der tiefste sei, welchen das menschliche Ohr hören könne. Savart hat aber gezeigt, daß dies nicht der Fall ist. Zur Hervorbringung sehr tiefer Töne wurde der Apparat Fig. 443 angewandt. Durch Umdrehung des Rades *R*

Fig. 443.



wird die hölzerne Scheibe *r* in Rotation versetzt, indem der Umfang von *R* etwas an *r* angedrückt, wodurch eine hinlängliche Reibung hervorgebracht wird, um die Bewegung des einen Rades auf das andere zu übertragen. An der Axe von *r* ist aber ein Stab *ab* von Eisen oder Holz befestigt, welcher bei jeder Umdrehung zweimal durch eine in dem dünnen Brette *fg* angebrachte Spalte *cd* hindurchschlägt, und zwar möglichst genau an den Rändern dieser Spalte streifend.

Man erhält auf diese Weise ein explosives Geräusch von wahrhaft betäubender Intensität; wenn aber so schnell gedreht wird, daß ungefähr 7 bis 8 Stöße in der Secunde erfolgen, wird der Ton continuirlich und hat eine ausgezeichnete Stärke und Tiefe; das menschliche Ohr kann also noch sehr wohl tiefe Töne vernehmen, welche 7 bis 8 Vibrationen in der Secunde entsprechen. Um die Gränze der hohen Töne zu finden, wandte Savart ein gezahntes Rad an, dessen Umfang 720 Zähne trug, um zu machen, daß 24000 Zähne in der Secunde vorübergehen, wodurch 24000 Schwingungen in der Secunde erzeugt werden. Der auf diese Weise entstehende Ton war noch hörbar, obwohl sehr fein. Unser Gehörorgan ist also mit einer bewundernswürdigen Empfindlichkeit ausgerüstet, so daß es alle Töne hören und von einander unterscheiden kann, welche durch 7 bis 24000 Schwingungen in der Secunde erzeugt werden. Man kann aber noch nicht sagen, daß dies wirklich die wahren Gränzen der Wahrnehmbarkeit sind. Wir sind mit Savart der Meinung, daß es auch noch jenseits dieser Gränzen hörbare Töne giebt, wenn sie nur hinlängliche Intensität haben.

159 **Töne gespannter Saiten.** Eine auf irgend ein Instrument aufgespannte Saite schwingt viel zu rasch, als daß man die Schwingungen zählen könnte; jedoch kann man recht gut zwei sehr merkwürdige Erscheinungen beobachten; der Ton wird nämlich höher, wenn man die Saite verkürzt oder ihr eine stärkere Spannung giebt, dabei aber nimmt auch die Geschwindigkeit der Oscillation auf eine merkliche Weise zu. Es besteht also ein Zusammenhang zwischen dem Tone einer Saite, ihrer Länge, ihrer Spannung und der Geschwindigkeit der Vibrationen. Dieser Zusammenhang kann aber nur mit Hülfe des Calculs nachgewiesen werden, er bildet den Gegenstand des Problems der schwingenden Saiten, welches zuerst von Taylor (Methodus incrementorum a. 1716) theilweise gelöst wurde. Dieses Problem veranlaßte ein halbes Jahrhundert lang die lebhaftesten Discussionen zwischen den ersten Mathematikern. J. Bernouilli, d'Alembert, Euler und Daniel Bernouilli hatten viel darüber geschrieben, als Lagrange im Jahre 1759, fast zu Anfange seiner wissenschaftlichen Laufbahn, alle Schwierigkeiten hob und den Discussionen ein Ende machte.

Folgendes sind die Resultate, zu welchen er gelangte und welche die Gesetze der Schwingungen der Saiten enthalten.

1) Die Schwingungszahl einer Saite verhält sich umgekehrt wie ihre Länge, d. h. wenn eine Saite auf irgend ein Instrument, wie eine

Violine, eine Guitarre u. s. w., aufgespannt ist und in einer gegebenen Zeit eine bestimmte Anzahl von Schwingungen macht, so macht sie in derselben Zeit 2mal, 3mal, 4mal u. s. w. soviel Schwingungen, wenn man bei unveränderter Spannung nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ u. s. w. der ganzen Länge schwingen läßt; sie würde $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$mal so schnell schwingen, wenn man nur $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$ der ganzen Länge schwingen ließe.

2) Die Zahl der Schwingungen einer Saite ist der Quadratwurzel aus den spannenden Gewichten proportional, d. h. wenn das Gewicht, welches die Seite spannt, 4mal, 9mal, 16mal so groß gemacht wird, während ihre Länge unverändert bleibt, so wird die Geschwindigkeit der Schwingungen 2mal, 3mal, 4mal so groß.

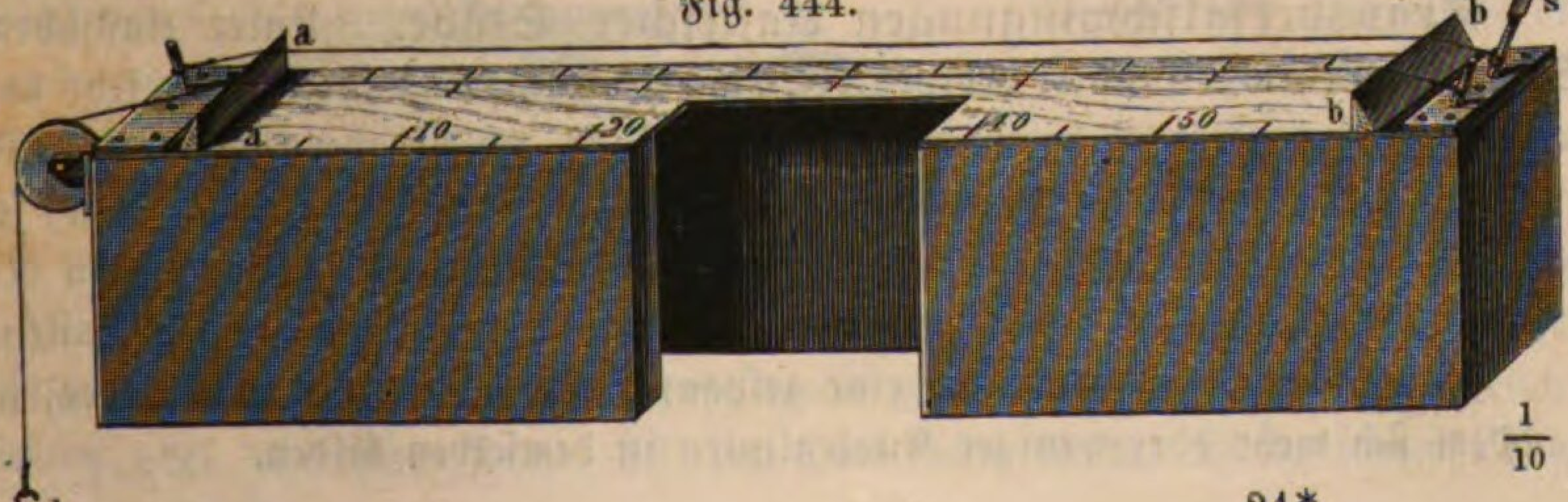
3) Die Schwingungszahlen verschiedener Saiten derselben Materie verhalten sich umgekehrt wie ihre Dicke. Wenn man z. B. zwei Stahlsaiten von gleicher Länge nimmt, deren Durchmesser sich wie 1 zu 2 verhalten, so wird die dünnere bei gleicher Spannung in derselben Zeit doppelt so viel Schwingungen machen als die dickere. Für Darmsaiten ist dieses Gesetz wohl nicht immer genau wahr, weil sie nicht immer absolut genau aus derselben Materie gemacht sind.

4) Die Schwingungszahlen von Saiten verschiedener Materien verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln ihrer Dichtigkeit. Wenn z. B. eine Saite von Kupfer, deren Dichtigkeit 9 ist, und eine Darmsaite, deren Dichtigkeit 1 ist, gleiche Länge und gleichen Durchmesser haben, und wenn beide durch gleiche Gewichte gespannt sind, so schwingt die Kupfersaite dreimal langsamer als die Darmsaite.

Es versteht sich von selbst, daß diese Gesetze nur für solche Saiten gelten, die ihrer ganzen Dicke und Länge nach homogen sind, daß sie also nicht auf Darmsaiten, welche mit Metallfäden übersponnen sind, angewandt werden können. Die metallische Hülle ist hier eine träge Masse, welche durch die Elasticität der Saite in Bewegung gesetzt werden muß und welche also die Schwingungsdauer vergrößert.

Um die wichtigsten Gesetze der Oscillationen der gespannten Saiten und ihrer Töne durch den Versuch nachzuweisen, bedient man sich eines Instrumentes, welches reine Töne giebt, und welches erlaubt, die Länge der Saiten mit Genauigkeit zu messen. Dieses Instrument heißt Monochord, obgleich es in der Regel mit mehr als einer Saite versehen ist. Fig. 444 stellt ein solches Monochord mit zwei Saiten dar.

Fig. 444.



Die beiden Saiten sind über einem Kasten ausgespannt, der in unserer Figur so gezeichnet ist, als ob ein Stück aus demselben herausgeschnitten wäre; er besteht aus vier starken Seitenbrettern, auf welche oben der Resonanzboden, d. h. ein ganz dünnes Brett von Tannenholz, geleimt ist, dessen Bedeutung später erläutert werden wird. Die beiden Stege *aa* und *bb* begränzen den frei schwingenden Theil der Saiten. Die eine derselben wird durch Gewichte gespännt, welche man an den Haken *h* hängt, die andere dagegen durch den Stimmstock *s*.

Betrachten wir zuerst den Zusammenhang, welcher zwischen der Spannung der Saite und der Tonhöhe besteht.

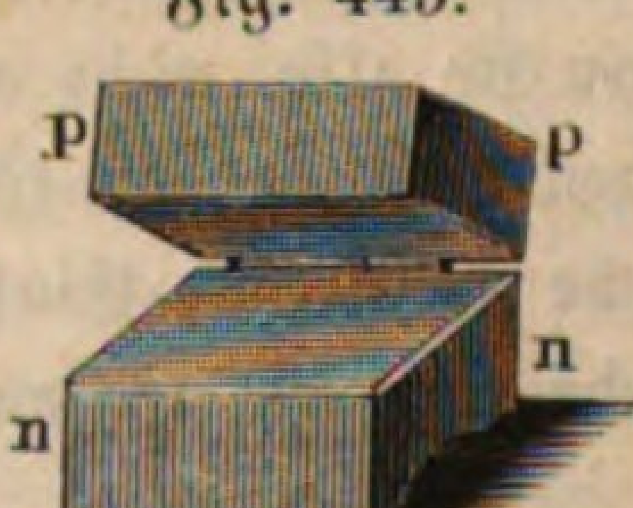
Wenn für ein Gewicht 1000 (etwa 1000 Gramm), welches an den Haken *h* gehängt wird, die Saite einen bestimmten Ton giebt, den wir mit *c* bezeichnen wollen, so muß man

das Gewicht 1562,5 anhängen, um die große Terz,
» » 2250 » » » Quint,
» » 4000 » » » Octav

von *c* zu erhalten. Nun verhalten sich aber die Zahlen 1000 : 1562,5 : 2250 : 4000 zu einander wie $1 : \frac{25}{16} : \frac{9}{4} : 4$, oder wie die Quadrate von 1, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, 2, wodurch der Satz unter Nr. 2 bewiesen ist.

Um das Gesetz unter Nr. 1 experimentell zu bestätigen, ist es bequemer, die zweite Saite anzuwenden. Man kann dieselbe entweder ihrer ganzen Länge nach schwingen lassen, oder mit Hülfe des beweglichen Steges, Fig. 445, den man unter jede Stelle der Saite hinschieben kann, dadurch, daß man die Saite zwischen dem Fußstück *nn* und dem Deckel *pp* einklemmt, die Schwingungen auf einen beliebigen Theil der Gesammtlänge beschränken.

Fig. 445.



Von dem Grundton, welchen die Saite giebt, wenn man sie ihrer ganzen Länge nach schwingen läßt, erhält man:

die große Terz, wenn der frei schwingende Theil $^4/_5$,
die Quint, » » » » » $^2/_3$,
die Octav, » » » » » $^1/_2$

der ganzen Saitenlänge beträgt.

160 **Transversalschwingungen elastischer Stäbe.** Unter elastischen Stäben verstehen wir starre Körper von solcher Form, daß ihre Länge sehr bedeutend ist im Vergleich zu ihrer Breite und Dicke, welche aber doch noch breit und dick genug sind, um ihnen die Biegsamkeit der Saiten zu benehmen, so daß also solche Stäbe ohne Weiteres schon Elasticität genug haben, um zu vibriren und zu tönen, und nicht erst einer Spannung bedürfen, wie die Saiten.

Ein solcher Stab kann, wie eine gespannte Saite, mehrere Töne geben, je nachdem sich mehr oder weniger Knotenlinien in demselben bilden.

Die Beziehungen der Schwingungszahl eines Stabes und seiner Dimensionen ist durch die Formel

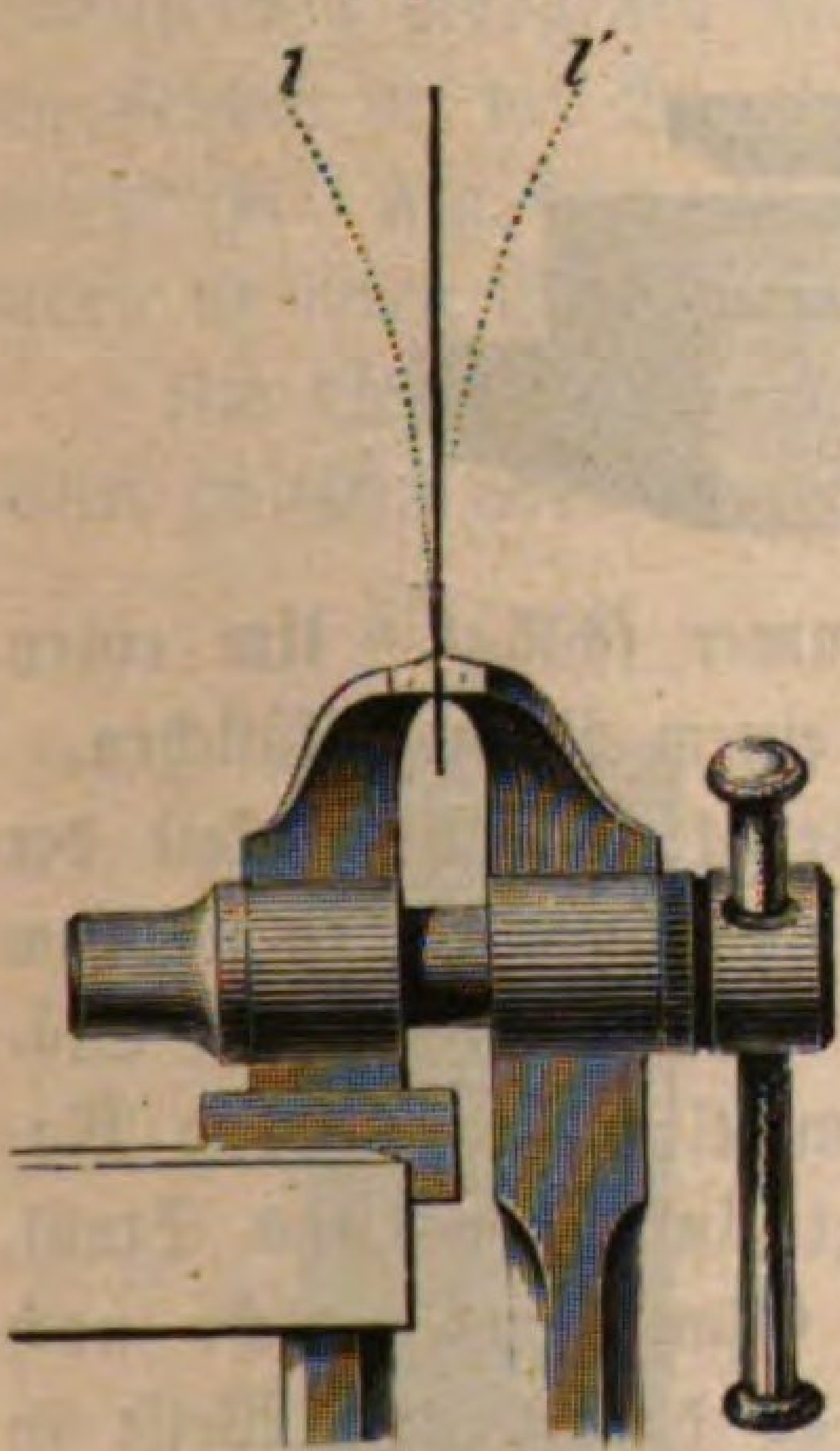
$$V = N \frac{e}{l^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

gegeben, in welcher V die Schwingungszahl, l die Länge des Stabes und e seine Dicke in der Richtung der Vibrationen bezeichnet. N ist ein constanter Factor, welcher von der Art abhängt, in welcher der Stab unterstützt oder eingeklemmt ist, sowie auch von der Anzahl der Schwingungsknoten, durch welche er sich abtheilt, und der Elasticität des Stoffes, aus welchem er besteht.

Den tiefsten Ton, dessen ein Stab überhaupt fähig ist, giebt er, wenn sich seiner ganzen Länge nach kein Schwingungsknoten bildet, wie es stattfindet, wenn das eine Ende desselben auf zweckmäßige Weise eingeklemmt wird.

Bei einem elastischen Streifen, welcher eingeklemmt ist, wie Fig. 446 zeigt, und welcher langsam genug schwingt, daß man seine einzelnen Schwingungen zählen kann, läßt sich ganz direct die Richtigkeit der Gleichung 1) in Beziehung auf die Länge nachweisen. Macht z. B. ein so eingeklemmter 1 Meter langer Streifen 20 Schwingungen in 15,5 Secunden, so wird er, auf 75cm verkürzt, eben so viel Schwingungen schon in 8,7 Secunden machen, woraus sich leicht ergiebt, daß die Schwingungszahlen sich umgekehrt verhalten, wie die Quadrate der schwingenden Längen.

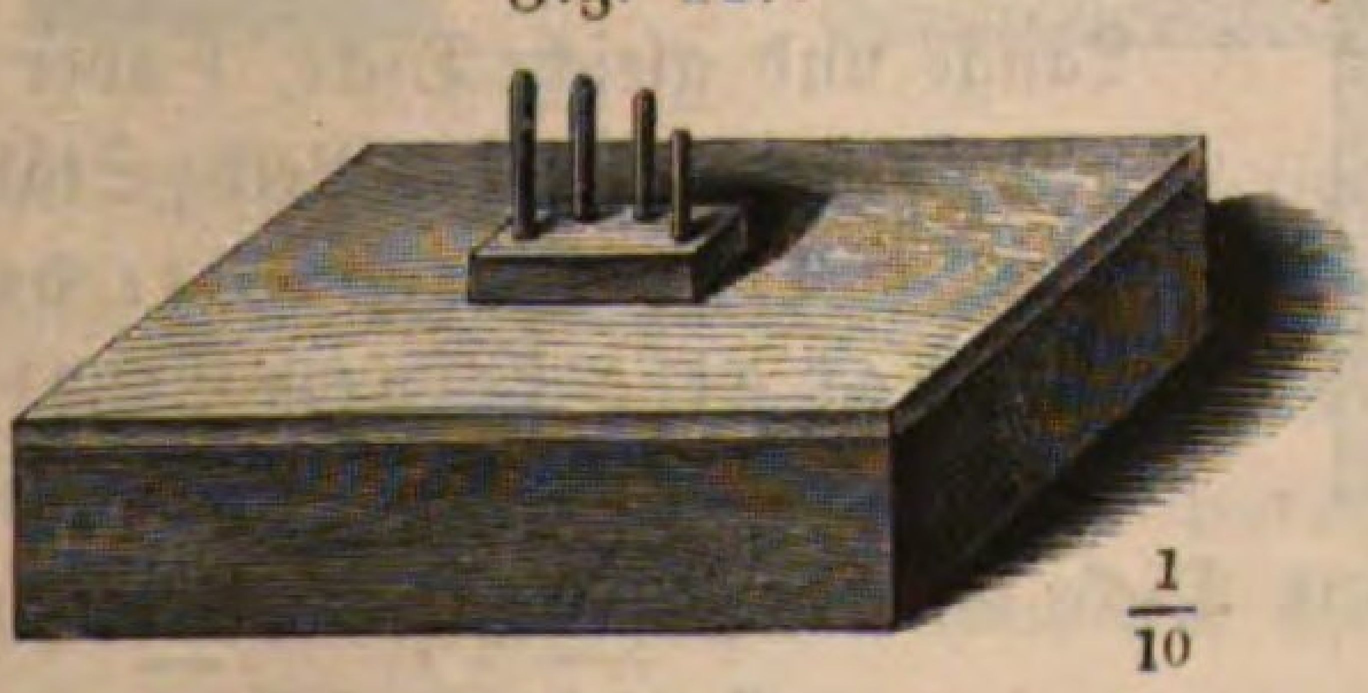
Fig. 446.



Je bedeutender die Dicke des Stabes im Vergleich zu seiner Länge wird, desto mehr nimmt die Zahl der Schwingungen zu, so daß man sie alsbald nicht mehr einzeln verfolgen und zählen kann; alsdann aber hat man an der Tonhöhe ein Mittel, die Richtigkeit des obigen Gesetzes zu controliren.

Auf einem Resonanzboden seien 4 Stahlstäbchen von gleicher Dicke befestigt, wie es Fig. 447 zeigt, deren Längen sich verhalten, wie $1 : \sqrt{\frac{4}{5}} : \sqrt{\frac{2}{3}} : \sqrt{\frac{1}{2}}$, so wird, mit dem Fiedelbogen gestrichen, das zweite Stäbchen die große Terz, das dritte die Quint und das vierte die Octav desjenigen Tones geben, welchen man von dem ersten erhält.

Fig. 447.



Wenn die beiden Enden eines Stabes frei schwingen sollen, so hängt die Schwingungszahl davon ab, welche Stellen desselben festgehalten oder unterstützt sind. Ist der Stab nun in der Mitte seiner Länge

unterstützt, so ist sein Grundton derselbe, wie der eines sonst gleichen Stabes von halber Länge, welcher an dem einen Ende befestigt ist.

Wenn sich in einem an beiden Enden frei schwingenden Stabe zwei Schwingungsknoten bilden, so liegt jeder derselben um $1/_5$ der gesammten Stablänge von dem entsprechenden Stabende ab, so daß der Zwischenraum zwischen den beiden Schwingungsknoten $3/_5$ der gesammten Stablänge beträgt, wie dies Fig. 448 andeutet. Man erhält diese Schwingungsart unter anderm, wenn man den Stab in einem der Schwingungsknoten zwischen zwei Fingern festhält und ihn mit einem Korkhammer in der Mitte seiner Länge anschlägt, oder auch wenn man ihn, wie Fig. 449 andeutet, auf zwei Holzschneiden legt, welche um $3/_5$ der Stablänge von einander abstehen, und dann die Mitte oder das eine Stabende mit dem Korkhammer schlägt. Um einen volleren Ton zu erhalten, sitzen die Holzprismen auf einem Resonanzkästchen.

Fig. 448.



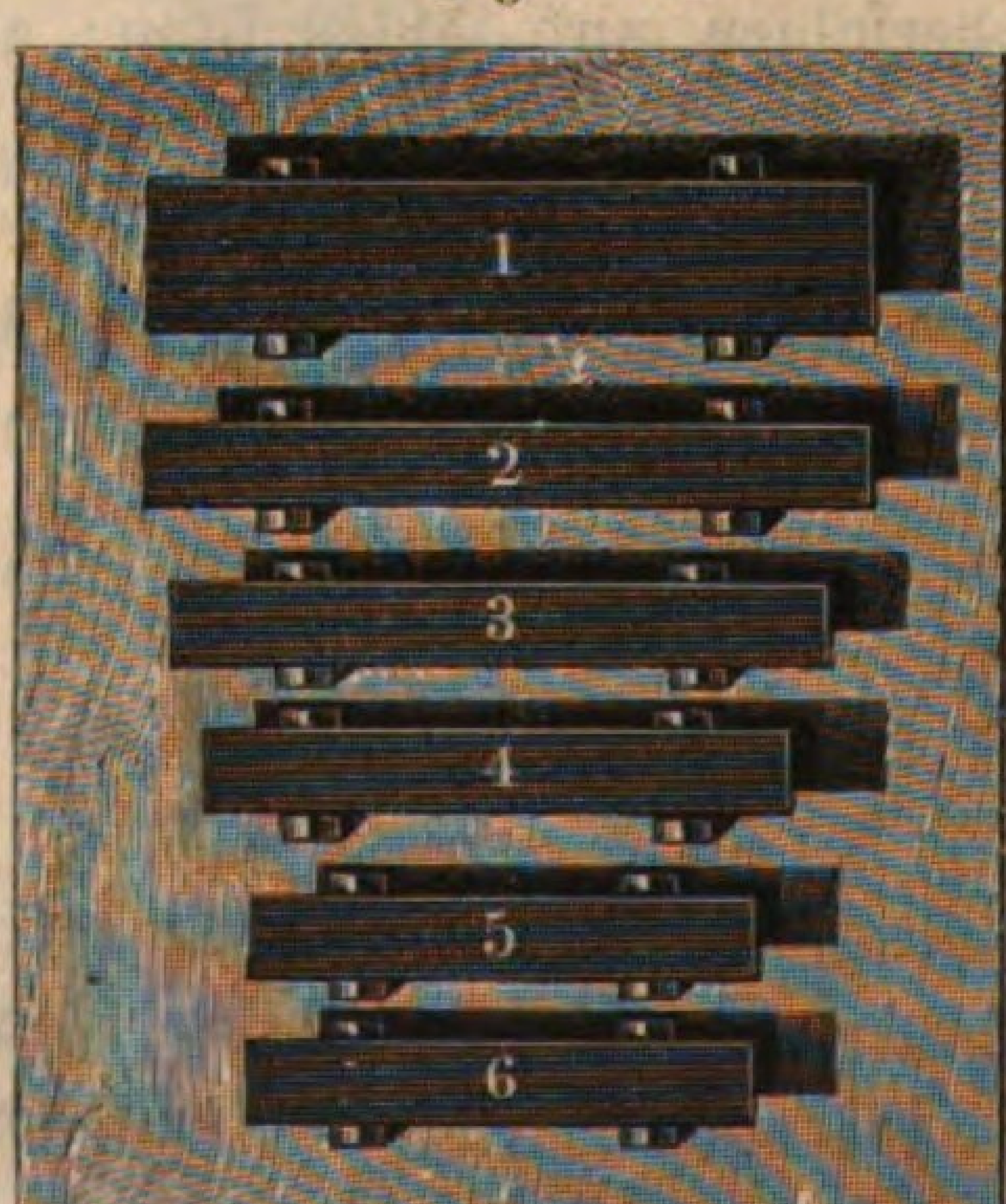
Fig. 449.



$\frac{1}{5}$

An so unterstützten Stäben ist es nun auch leicht, die Richtigkeit der Gleichung 1) S. 373 nach allen Beziehungen hin nachzuweisen, zu welchem Zweck sich der Fig. 450 angedeutete Apparat eignet. Er besteht aus 6 Stäben, welche sämmtlich aus gleichem Material gefertigt sind (etwa aus Stahl, Messing oder Glas) und welche nach der in Fig. 449 dargestellten Weise in ihren Schwingungsknoten auf Holzprismen aufliegen. Diese Holzprismen sind dann sämmtlich auf einem und demselben Resonanzkasten befestigt.

Fig. 450.



$\frac{1}{8}$

Die Stäbe 1 und 2 haben gleiche Länge und gleiche Dicke, 1 aber ist doppelt so breit als 2. Beide Stäbe geben gleichen Ton. Die Breite des Stabes hat also keinen Einfluß auf die Schwingungszahl.

Wenn bei gleicher Breite und Dicke die Länge des Stabes 2 sich zu den Längen der Stäbe 3, 4 und 5 verhält wie 1 zu $\sqrt{\frac{4}{5}}$, zu $\sqrt{\frac{2}{3}}$, zu $\sqrt{\frac{1}{2}}$, so giebt 3 die große Terz, 4 die Quint und 5 die Octav des Tones von 2,

wodurch bewiesen wird, daß sich die Schwingungszahlen der Stäbe umgekehrt verhalten, wie die Quadrate der Stablängen.

Wenn die Stäbe 5 und 6 endlich gleich lang und gleich breit sind, 6 aber nur halb so dick ist als 5, so giebt 6 die nächst tiefere Octave von 5, die Schwingungszahlen der Stäbe sind also ihrer Dicke direct proportional.

Auf dem Princip, nach welchem der Apparat Fig. 450 construirt ist, beruht auch die Glasharmonika, welche aus Streifen gewöhnlichen Fensterglases besteht, welche in ihren Schwingungsknoten auf convergirend gespannten Schnüren aufliegen und welche mit Korkhämmern geschlagen werden.

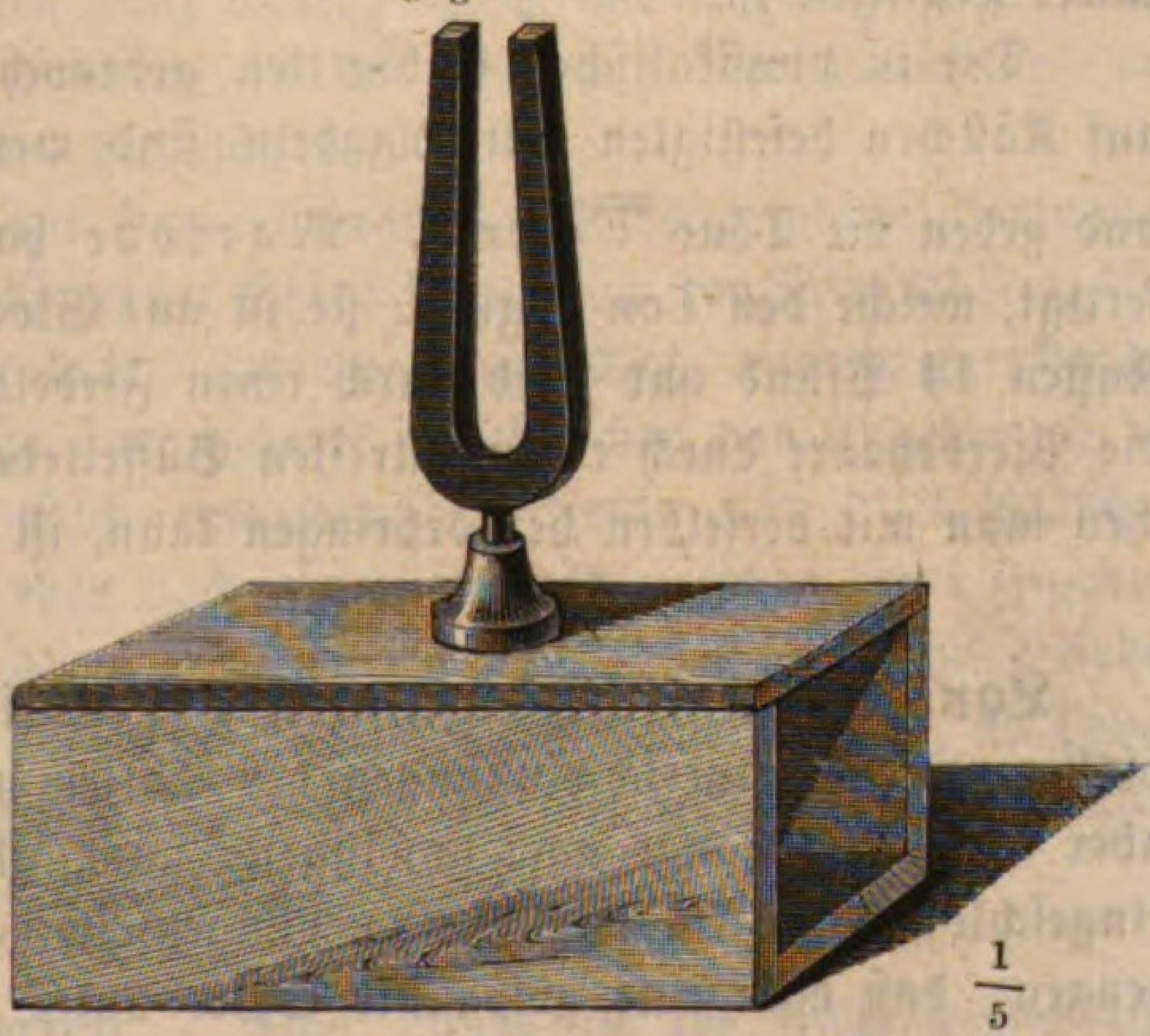
Die Stimmgabel. Unter den in den letzten Paragraphen besprochenen Gesetzen stehen auch die Vibrationen der Stimmgabel (diapason), welche vorzugsweise zur Bewahrung eines Normaltones und seiner Uebertragung bei der Stimmung angewandt wird. Die Stimmgabel wird durch einen gabelförmig gebogenen Metallstab (meist sind sie aus Stahl verfertigt) gebildet, an welchen an der Biegungsstelle ein zum Halten dienendes Metallstäbchen angesetzt ist. Fig. 451 erläutert die Art und Weise, wie die Stimmgabel schwingt, wenn sie ihren Grundton giebt. 161

Um die Stimmgabel ins Tönen zu bringen, faßt man gewöhnlich den Stiel zwischen zwei Finger und schlägt dann eine der Zinken gegen einen festen

Fig. 451.



Fig. 452.



$\frac{1}{5}$

Körper an. Der Ton, welcher auf diese Weise hervorgebracht wird, ist ungemein schwach, und um ihn zu verstärken, setzt man die Stimmgabel mit ihrem Fuße auf einen Resonanzboden auf oder man hält sie über eine Röhre von entsprechender Länge, wie dies bereits im Paragraph 151 erwähnt wurde.

Um den Ton der Stimmgabel rein und kräftig zu erhalten, hat Marloye dieselbe auf ein Kästchen von Holz gesetzt, wie man Fig. 452 sieht. Die Länge dieses nur an einer Seite offenen Kästchens beträgt $^1/_4$ von der Wellenlänge des Tones, welchen die Stimmgabel giebt, so daß also die Vibrationen der in

dem Kästchen eingeschlossenen Luftsäule denselben Ton erzeugen, wie die Stimmgabel selbst. Die Vibrationen der Stimmgabel theilen sich deshalb leicht der Luftsäule im Kästchen mit, wodurch dann ein ungemein kräftiger und reiner Ton entsteht.

Um die Stimmgabel dieses Apparates ins Tönen zu bringen, schlägt man sie entweder mit einem belederten hölzernen Hämmerchen an, oder man zieht zwischen den freien Enden der Gabel einen hölzernen Stab durch, dessen Dicke etwas größer ist als der Abstand der Zinken, oder endlich, man streicht die Stimmgabel mit dem Fiedelbogen an.

Wenn man zwei gleichgestimmte Apparate der Art in einiger Entfernung von einander so aufstellt, daß die Längsachsen der beiden Kästchen in eine gerade Linie fallen und daß ihre Oeffnungen einander zugekehrt sind, so tönt die eine Stimmgabel mit, wenn man die andere anstreicht, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man die angestrichene Gabel durch Anhalten am Forttönen hindert.

Die gewöhnliche Stimmgabel giebt den Ton $\bar{a}$, welcher durch 440 Schwingungen in der Secunde erzeugt wird. Doch ist das $\bar{a}$, nach welchem man in den Orchestern die Instrumente stimmt, keineswegs immer von genau gleicher Tonhöhe. So wurde im Jahre 1821 in der großen Oper zu Paris für $\bar{a}$ ein Ton genommen, welcher 431 Schwingungen in der Secunde machte, während gegenwärtig das $\bar{a}$ der Pariser Oper bis auf 449 Schwingungen in der Secunde gestiegen ist.

Die in physikalischen Cabinetten gebrauchten, nach Marloye's Angabe auf Kästchen befestigten Stimmgabeln sind meist größer wie die gewöhnlichen und geben die Töne $\bar{\bar{c}}$ oder $\bar{c}$. Marloye hat selbst eine Stimmgabel verfertigt, welche den Ton c giebt; sie ist aus Glockenmetall verfertigt, wiegt ohne Kasten 44 Pfund und wird durch einen Fiedelbogen angestrichen, an welchem die Pferdehaare durch einen Streifen Büffelleder ersetzt sind. Der Ton, welchen man mit derselben hervorbringen kann, ist sehr kräftig und schön.

162 **Longitudinalschwingungen der Saiten und Stäbe.** Wir haben bisher nur die Querschwingungen der Saiten und Stäbe betrachtet, sie können aber auch ihrer Länge nach schwingen, ganz ähnlich wie eine in einer Röhre eingeschlossene Luftsäule. Solche Längenschwingungen kann man dadurch erzeugen, daß man eine gespannte Saite unter sehr spitzem Winkel mit einem Fiedelbogen streicht oder eine Glasröhre mit nassen Fingern oder einem nassen Tuche der Länge nach reibt.

Nimmt man z. B. eine Glasröhre von etwa 2 Meter Länge, welche einen Durchmesser von 2 bis 3 Centimeter hat, und hält man sie in der Mitte mit einer Hand fest, während man die eine Hälfte mit einem in der anderen Hand gehaltenen nassen Tuche reibt, so wird man einen Ton hören, den man mit einiger Geschicklichkeit leicht rein und voll erhalten kann. Die Schwingungen, welche man auf diese Weise erzeugt, sind offenbar Longitudinalschwingungen.

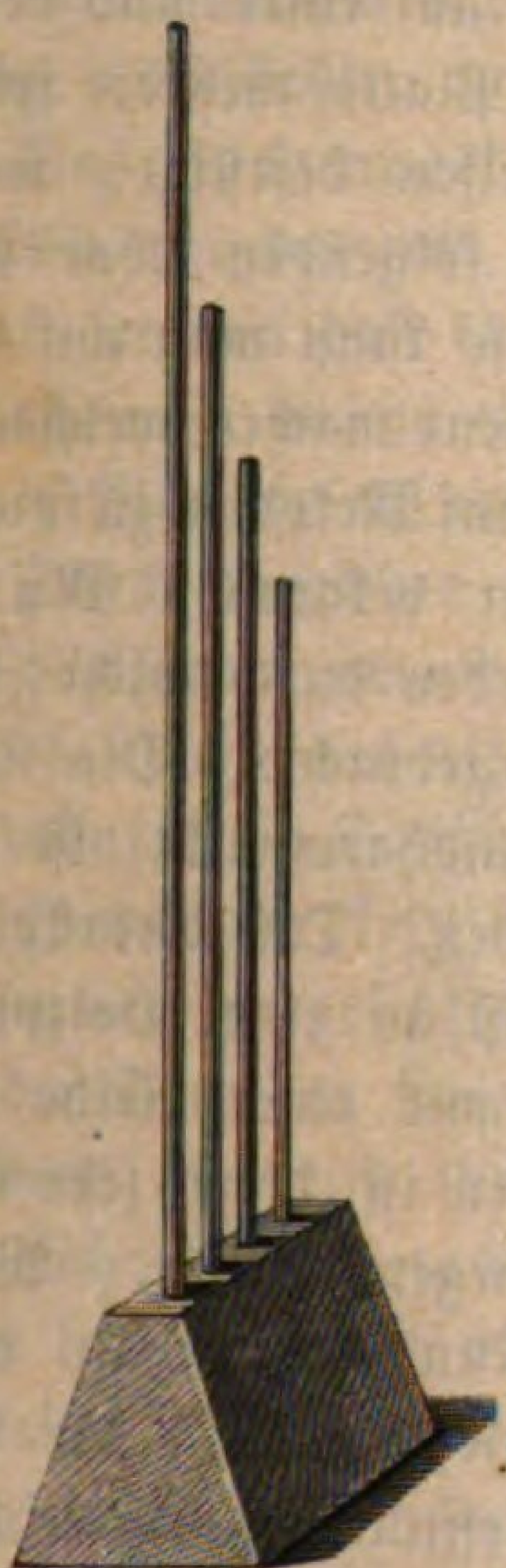
Durch schnelleres Reiben und stärkeren Druck kann man außer dem Grundton des Stabes auch noch höhere Töne erzeugen.

Man erhält dieselben Resultate mit langen cylindrischen und prismatischen vollen Glasstäben, mit Röhren und Stäben von Holz und Metall; bei den letzteren wendet man aber statt des nassen Tuches ein mit Harz bestreutes Tuch an.

Wenn gerade Stäbe in der Mitte gehalten werden und an den Enden frei sind, so schwingen sie wie offene Röhren und geben Töne, welche sich in der Reihe der natürlichen Zahlen 1, 2, 3 u. s. w. folgen.

Man kann sich leicht durch den Versuch überzeugen, daß der Grundton von Stäben derselben Substanz derselbe ist, wenn sie gleiche Länge haben, welches auch ihre Breite und Dicke sein mag, vorausgesetzt jedoch, daß diese Dimensionen im Vergleich zur Länge klein sind. Alle Glasstäbe von 6 Fuß Länge werden also denselben Ton geben, mögen sie nun dünn oder dick, mögen sie Röhren, volle Cylinder oder Streifen sein. Stäbe von verschiedener Substanz geben aber bei gleicher Länge verschiedene Töne.

Fig. 453.



Die Longitudinalschwingungen eines Stabes sind, wie schon bemerkt, den Vibrationen der Luftsäulen in Pfeifen ganz analog, d. h die einzelnen Querschichten oscilliren in der Richtung der Längenaxe des Stabes hin und her.

Zur Hervorbringung von Longitudinalschwingungen hölzerner Stäbe kann man den Apparat Fig. 453 anwenden. In einem Holzklotz von entsprechender Größe sind mehrere Holzstäbchen von ungefähr 3 Linien Dicke eingeleimt. Streicht man diese Stäbchen von oben nach unten fahrend zwischen zwei Fingern, mit denen man vorher etwas Colophonium gerieben hat, so entstehen reine volle Töne. Gesetzt, die Länge der Stäbchen verhielte sich wie 30 : 24 : 20 : 15, so geben sie den Grundton, seine große Terz, seine Quint und seine Octave.

Von den Zungenpfeifen. Eine Zunge ist im Allgemeinen eine vibrirende Platte, welche durch einen Luftstrom in Bewegung gesetzt wird. Es stelle z. B. Fig. 454 eine Platte von Metall dar; in derselben sei eine rechteckige Oeffnung *abcd*, und über derselben sei eine sehr dünne und sehr elastische Messingplatte *l* angebracht, wie die Figur zeigt. Diese Platte *l* kann vibriren, indem sie an den Rändern *ab*, *bc* und *cd* hinstreift. Man hat auf diese Weise ein ganz einfaches Zungenwerk, und um es in Bewegung zu setzen, braucht man nur die Platte der Länge nach auf

Fig. 454.



die Lippen zu setzen und so zu blasen, daß der Wind gegen das freie Ende der Zunge *l* gerichtet ist. Der Luftstrom versetzt sie in Schwingungen, die Oeffnung wird abwechselnd geöffnet und geschlossen, bald strömt die Luft aus, bald ist der Strom gehemmt; auf diese Weise entsteht ein Ton, dessen Höhe von der Anzahl der Vibrationen abhängt, welche die Platte *l* je nach ihren Dimensionen und ihrer Elasticität in einer gegebenen Zeit machen kann. Der Ton ist derselbe, als ob die Platte durch mechanische Mittel in Schwingungen versetzt würde, nur ist er bei Weitem intensiver. Wenn man auf einer und derselben Platte mehrere solcher Streifen befestigt, welche die auf einander folgenden Töne einer Tonleiter geben, so kann man auf diese Weise ein Instrument machen, welches geeignet ist, um darauf Melodien zu spielen.

Fig. 455.

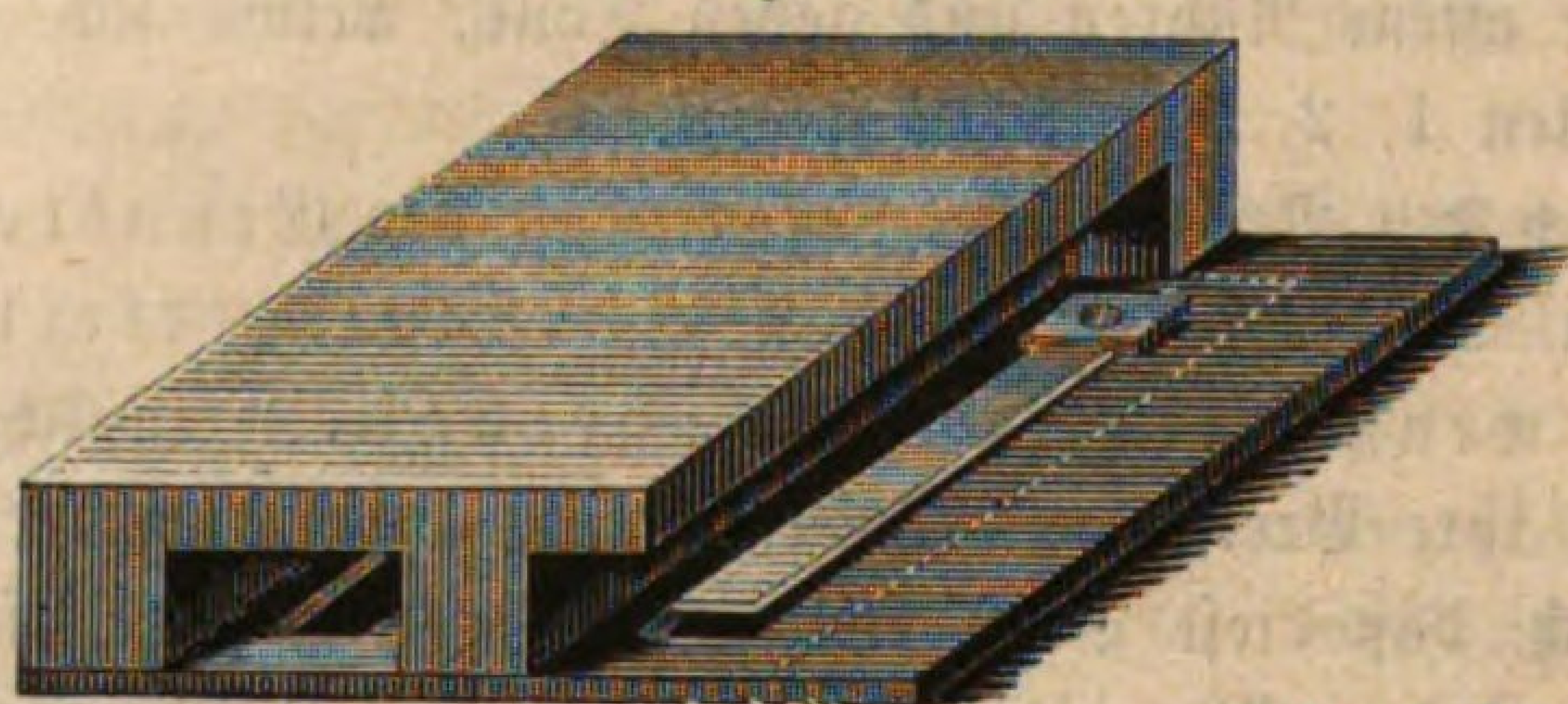


Fig. 456.



Fig. 457.



$\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{2}$

Die Töne der bekannten **Mundharmonika** werden durch solche Zungenpfeifen hervorgebracht. Die Einrichtung der Mundharmonika ist aus Fig. 455 zu ersehen. Die Metallplatte mit den Zungen ist an einer Holzplatte befestigt, welche mit einer Reihe von Höhlungen versehen ist, deren jede über eine Zunge zu liegen kommt. Wenn man mit dem Munde vorn in diese Höhlungen einbläst, so kann die Luft nur durch die Oeffnungen entweichen, welche durch die vibrirenden Zungen bald geöffnet, bald wieder geschlossen werden.

Die **Blasbalgharmonika** hat im Wesentlichen dieselbe Einrichtung, nur wird der Wind nicht durch den Mund, sondern durch einen Blasebalg gegeben. Hierher gehören auch die Zungenwerke unserer Orgeln, deren Einrichtung durch Fig. 456 und 457 erläutert wird. In dem durchbohrten hölzernen Stopfen *s*, Fig. 457, ist unten eine Rinne *r* von Messingblech befestigt, deren Querschnitt ungefähr einen Halbkreis bildet, und welche den Namen der **Canile** führt. Oben

ist diese Rinne offen, unten ist sie geschlossen und ihre seitliche Oeffnung wird durch die elastische Platte *l* bedeckt, welche, bei ihrer Vibration auf die Ränder der Rinne aufschlagend, dieselbe vollständig verschließt und dann wieder zurückschwingend einen Luftstrom in die Canile eindringen läßt.

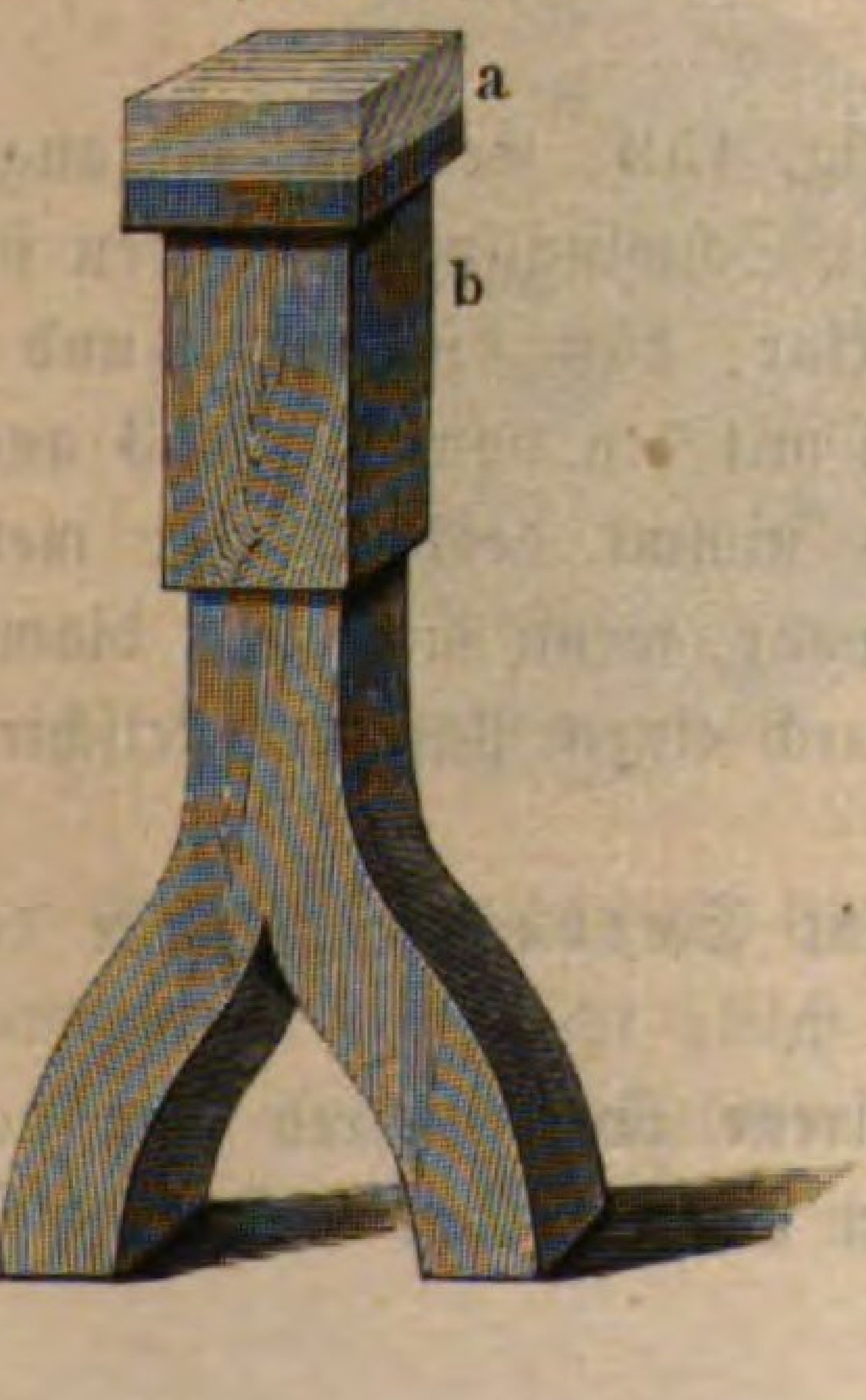
Dieser Stopfen *s* mit der Canile *r* und der Zunge *l* wird nun in das kurze Rohr *pp* eingesetzt, in welches man von unten her den Wind einblasen kann. Sobald dies geschieht, beginnt die Zunge *l* zu vibriren, es wird also in den durch die Zunge bedingten Intervallen ein Luftstrom aus dem Inneren der Röhre *p* durch die Canile und die Höhlung *v* hervordringen, um dann sogleich wieder unterbrochen zu werden. Durch dieses stoßweise Vordringen des Luftstroms aus der Höhlung *v* wird nun der Ton erzeugt, zu dessen Verstärkung man noch ein kegelförmiges Rohr, den Schallbecher, aufsetzt, wie man es Fig. 456 sieht.

Das Zungenwerk Fig. 456 unterscheidet sich von dem in Fig. 457 dargestellten nur dadurch, daß die Zunge nicht auf die Ränder der Canile aufschlägt, sondern daß die vordere Seite derselben durch eine ebene Metallplatte geschlossen ist, welche eine rectanguläre Oeffnung hat, in welcher die Zunge in gleicher Weise spielt, wie bei der Mundharmonika Fig. 454.

Durch Aufziehen oder Niederdrücken des Stimmdrahtes *d*, dessen unteres horizontal umgebogenes Ende die Zunge gegen die Canile andrückt, kann man die Länge des vibrirenden Theils der Zunge vergrößern oder verkleinern und dadurch die Tonhöhe abändern.

Wenn gar kein Schallbecher oder doch nur eine kurze Röhre auf das Zungenwerk aufgesetzt ist, so hängt die Schwingungsgeschwindigkeit der Zunge, also der Ton, den sie giebt, von ihrer Elasticität und von ihren Dimensionen ab; wenn aber eine lange Röhre aufgesetzt wird, so modificirt diese den Ton wesentlich; die Bewegung der Zunge hängt dann mehr von der Bewegung der in der langen Pfeife hin und her laufenden Luftwellen als von ihrer eigenen Elasticität ab; sie wird also eigentlich mehr geschwungen als sie selbst schwingt.

Fig. 458.



Interferenz der Schallwellen. Schon oben haben wir gesehen, wie in Röhren durch Interferenz der directen und reflectirten Schallwellen stehende Luftwellen sich bilden; wir wollen hier nun noch einige andere Interferenzerscheinungen der Schallwellen untersuchen. 163

Wenn man eine Röhre von Holz oder Pappe, welche sich unten, wie man Fig. 458 sieht, in zwei unten offene Arme theilt, und an deren oberem Ende sich eine zweite Röhre *b* auf- und abschieben läßt, die in einem mit einer schwach gespannten Membran verschlossenen Kästchen *a* endigt, über eine tönende Glas- oder Metallplatte bringt, so läßt sich die gegenseitige Einwirkung zweier

Schallwellen sehr deutlich zeigen. Die Platte wird zu diesem Zwecke gerade so eingeschraubt, wie zur Erzeugung von Klangfiguren. Man streiche nun die Platte so, daß die Diagonalen des Quadrates Ruhelinien sind, man streiche also in der Mitte einer Kante und halte die gabelförmigen Enden der Röhre über die in Fig. 459 mit *A* und *B* bezeichneten Stellen der Platte, so wird der Sand, den man auf die Membran des Apparates Fig. 458 gestreut hat, in lebhafte Bewegung gerathen. Die Stellen *A* und *B* befinden sich nämlich stets in gleichen Schwingungszuständen, beide gehen gleichzeitig auf und nieder, sie senden also gleichzeitig Verdichtungen und Verdünnungen in die offenen Enden der Gabel, die sich in dem oberen Theile der Röhre gegenseitig verstärken. Hält man aber die Gabel so, daß die eine Oeffnung über *C*, die andere über *D* steht, so bleibt der Sand auf der Membran in Ruhe, denn wenn *C* sich aufwärts bewegt, so geht *D* nieder, und umgekehrt; während also eine Verdichtung in dem einen Gabelende eintritt, tritt durch das andere eine Verdünnung ein, und beide werden sich, in dem oberen Theile des Apparates zusammentreffend, gegenseitig aufheben.

Fig. 459.

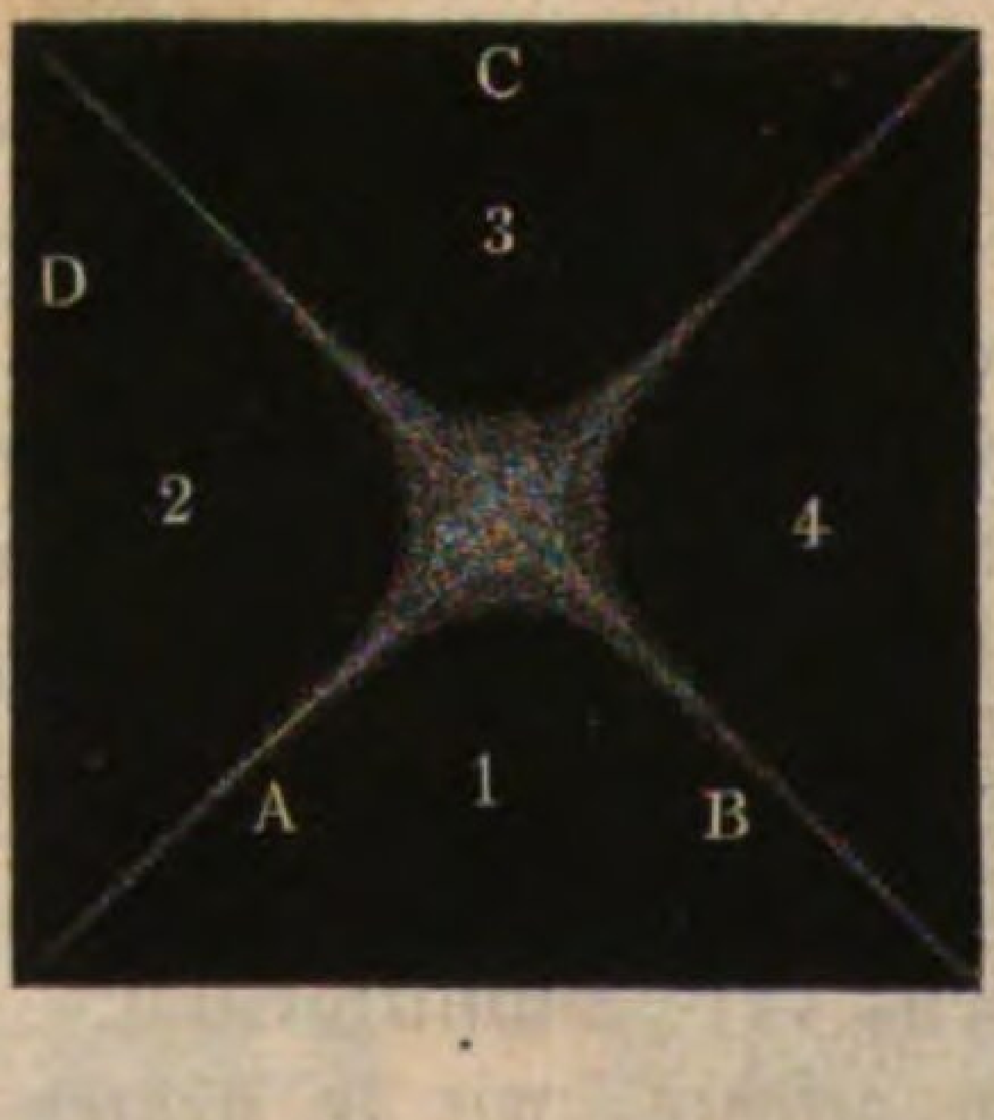
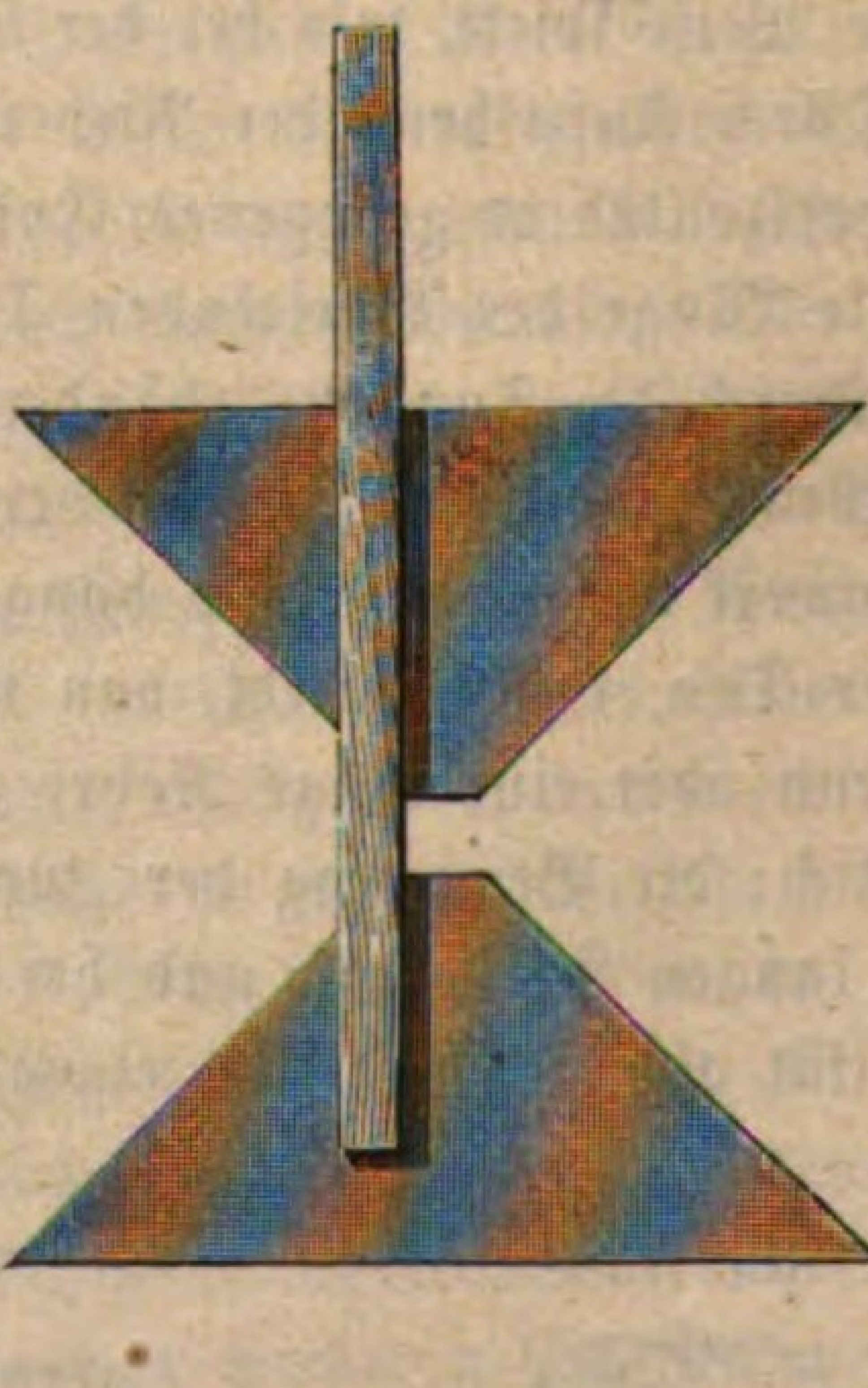


Fig. 460.



Da die Abtheilungen 1 und 3 der Platte Fig. 459, wenn sie die angedeutete Klangfigur giebt, stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen sich befinden, wie die Abtheilungen 2 und 4, so ist klar, daß die von 2 und 4 ausgehenden Luftwellen durch ihr Zusammentreffen mit den von 1 und 3 ausgehenden eine Schwächung erleiden werden; man nimmt deshalb eine mehr oder weniger bedeutende Verstärkung des Tones wahr, wenn man zwei diametral gegenüberstehende Abtheilungen der Platte durch einen Pappendeckelschirm von der Form Fig. 460 zudeckt.

Sehr interessante Interferenzerscheinungen hat Seebeck mit Hülfe der oben S. 368 beschriebenen Sirene hervorgebracht.

Man richte gegen eine Löcherreihe dieser Sirene zwei Röhren von den beiden entgegengesetzten Seiten her senkrecht gegen die Scheibe, und zwar so,

daß, wenn die eine Röhre sich vor einem Loche befindet, die andere Röhre gleichzeitig einem anderen, etwa dem nächsten Loche, gegenübersteht. Bläst man nur durch eine Röhre gegen die in Umdrehung befindliche Scheibe, so hört man einen Ton; derselbe Ton wird wahrgenommen, wenn man nur durch die andere Röhre bläst; sobald aber beide Röhren zugleich angeblasen werden, verschwindet der Ton, und man hört nur ein Sausen. Wenn das Resultat dieses Versuches recht deutlich sein soll, so müssen die Luftströme beider Röhren vollkommen gleich stark sein, sie müssen aus einer Windlade kommen. Diese Erscheinung erklärt sich dadurch, daß die beiden gleichzeitigen Luftstöße ihrer entgegengesetzten Richtung wegen sich zwar nicht am Orte ihrer Entstehung, wohl aber bei ihrer Fortpflanzung und im Ohre des Beobachters gegenseitig aufheben.

Stellt man die Röhren so, daß die entgegengesetzten Stöße nicht gleichzeitig, sondern alternirend erfolgen, so hört man den ursprünglichen Ton, und zwar verstärkt.

Wenn man auf eine Scheibe concentrisch zwei Löcherreihen setzt, von denen die eine doppelt so viel Löcher hat als die andere, wie dies Fig. 461 angedeutet ist, so giebt bei gleicher Umdrehungsgeschwindigkeit die eine Reihe für sich allein die Octave vom Tone der anderen, und man hört in der Regel beide Töne, wenn die beiden Löcherreihen gleichzeitig angeblasen werden.

Wenn aber das Anblasen von den beiden entgegengesetzten Seiten her, und zwar so erfolgt, daß jeder Luftstoß des tieferen Tones mit einem des höheren genau zusammentrifft, so verschwindet der höhere Ton, und man hört nur den tieferen. Der Grund dieser Erscheinung ist leicht einzusehen. Der Impuls, welcher durch ein Loch der inneren Löcherreihe hervorgebracht wird, hebt den entgegengesetzten Impuls des gleichzeitig angeblasenen Loches der äußeren Reihe auf, und so bleibt also die Hälfte der Impulse der äußeren Löcherreihe ohne Wirkung; man hört denselben Ton, als ob nur die andere Hälfte der Löcher vorhanden wäre, also die nächst tiefere Octave der äußeren Löcherreihe.

Fig. 461.

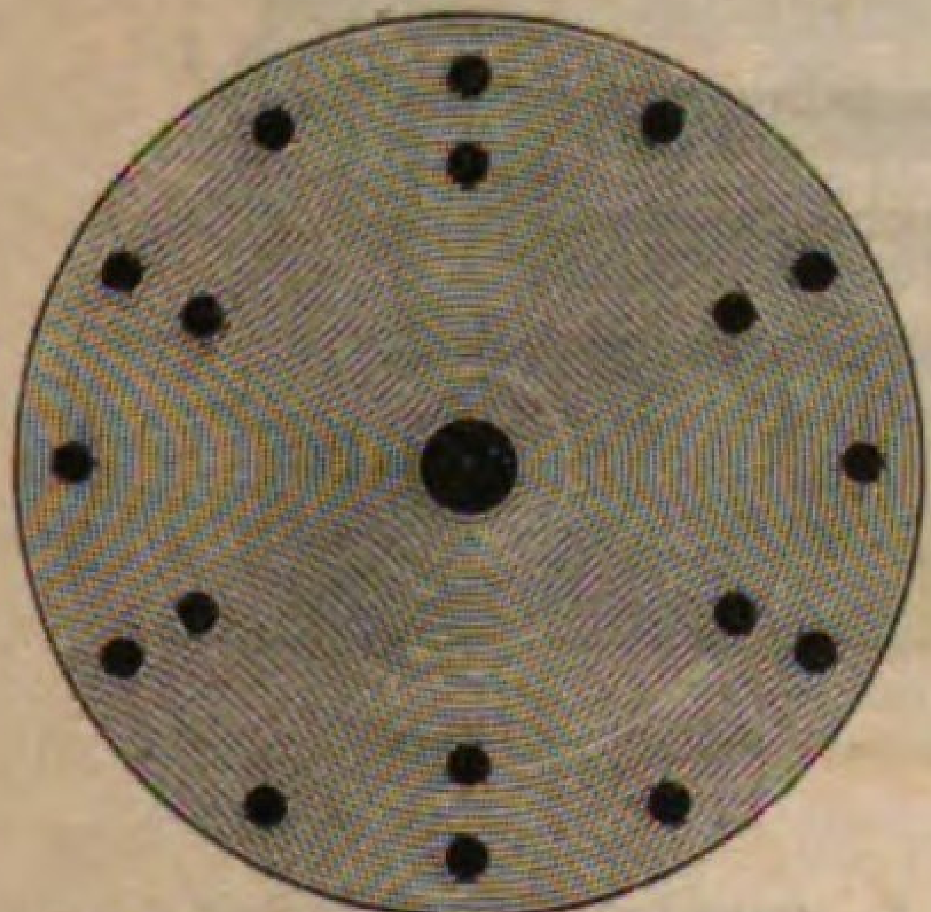
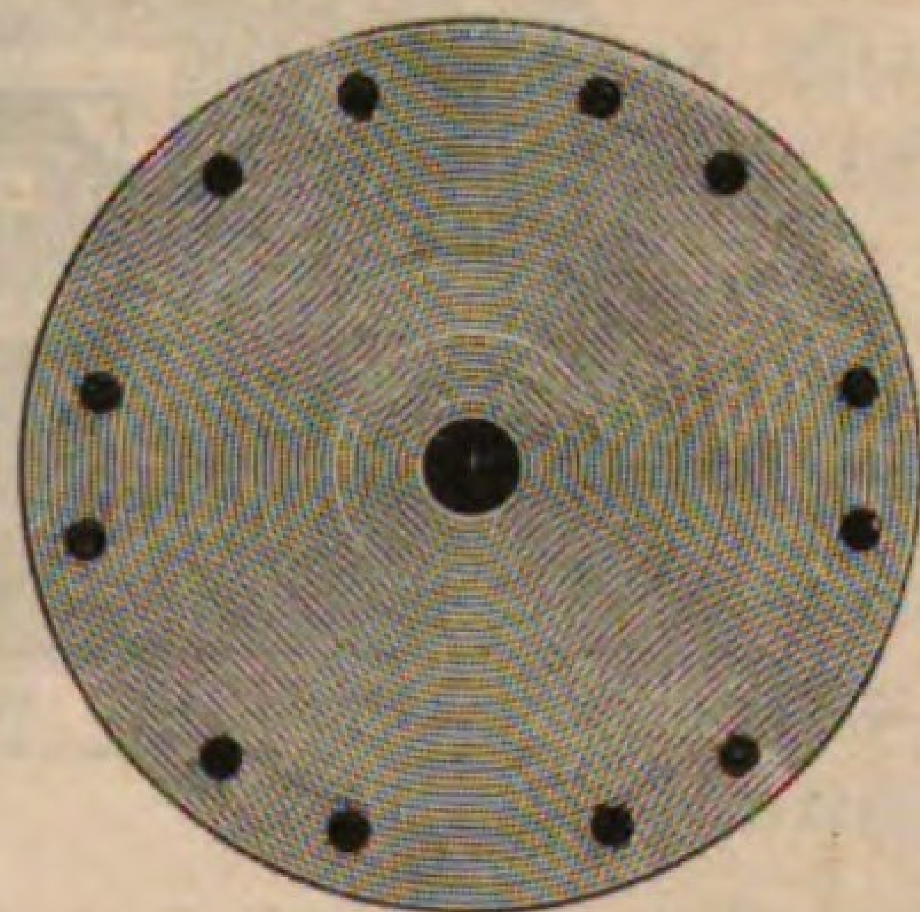


Fig. 462.



Ganz eigenthümliche Erscheinungen beobachtet man, wenn die Zwischenräume der Löcher nicht gleich sind, ungefähr, wie es in Fig. 462 angedeutet ist, so daß auf einen kleineren Zwischenraum immer ein größerer folgt, während jedoch alle kleineren unter sich und alle größeren unter sich gleich sind.

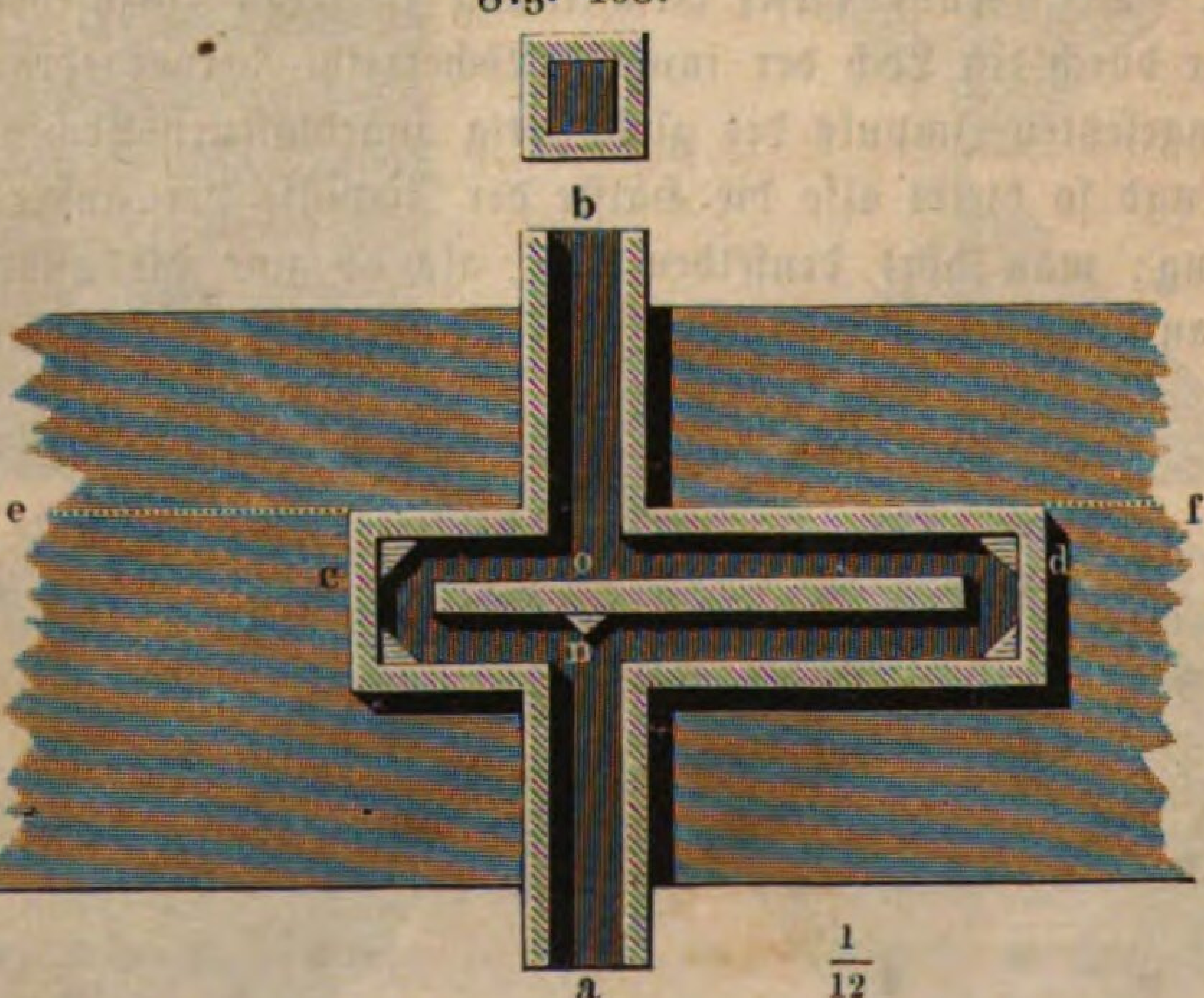
Wenn die Scheibe rotirt und man mit einem Röhrchen gegen die Löcherreihe bläst oder mit einem Kartenblatte anschlägt, so hört man einen Ton von der Höhe, als ob nur die Hälfte der Löcher vorhanden wäre. Die beiden in kürzeren Zwischenräumen auf einander folgenden Stöße combiniren sich also gleichsam zu einem einzigen, namentlich wenn der Unterschied zwischen dem größeren und kleineren Zwischenraume bedeutend ist. Sind dagegen die Zwischenräume nicht sehr ungleich, so hört man auch den Ton mit, welcher der Gleichheit aller Zwischenräume entspricht. Je geringer der Unterschied der Zwischenräume ist, desto deutlicher wird der letztere, desto schwächer der andere Ton.

Am klarsten und entschiedensten zeigt sich die Interferenz der Schallwellen, wenn man einen Ton in eine Röhre eintreten läßt, welche in eine, zwei Zimmer trennende Wand eingemauert ist und sich im Inneren derselben in zwei Canäle theilt, die sich alsbald wieder vereinigen. Wenn die Differenz der Wege gerade $1/2$ Wellenlänge des einfallenden Tones beträgt, so müssen sich die aus den beiden Canälen kommenden Schallwellen bei ihrem Zusammentreffen aufheben. Wenn also in dem einen Zimmer der richtige Ton in die Röhre eintritt, so wird man im anderen nichts hören, wenn beide Canäle offen sind, während der Ton sogleich wieder erscheint, wenn einer der Canäle verschlossen wird.

Die Idee dieses Versuchs rührt ursprünglich von Herschel her, aber erst Nörrenberg hat nach diesem Princip einen Apparat construirt, welcher genügende Resultate liefert.

Fig. 463 stellt eine Nörrenberg'sche Interferenzröhre im horizontalen Durchschnitt dar. Der ganze Apparat ist in eine Wand eingemauert,

Fig. 463.



welche zwei Zimmer trennt, so daß die Luft der beiden Zimmer nur durch die Canäle des Apparates in Verbindung steht. Wenn nun die Schallwellen bei *a* in die Röhre eintreten, so gelangen sie bei *n* an eine Scheidewand, welche bewirkt, daß die Wellen sich theilen; ein Theil zieht rechts über *d*, ein anderer links über *c* nach *o*; bei *o* treffen also die von beiden Seiten kommenden

Wellen wieder zusammen, um endlich in der Richtung *ob* in das andere Zimmer einzutreten.

Der Querschnitt der Interferenzröhre ist quadratisch, wie man aus der über der Hauptfigur angebrachten Erläuterungsfigur sieht. Die Dimensionen des Apparates sind von der Art, daß der Weg von *n* über *d* nach *o* um 12 Zoll länger ist, als der Weg von *n* über *c* nach *o*; wenn also die Wellenlänge des bei *a* einfallenden Tones 24 Zoll ist, so beträgt der Gangunterschied gerade eine halbe Wellenlänge.

Treten also bei *a* die Wellen des fraglichen Tones ein, so kommt von der linken Seite her bei *o* gerade eine Luftverdünnung an, während von der rechten Seite her gleichzeitig ein Maximum der Verdichtung hier anlangt, und umgekehrt; die beiden Wellensysteme heben sich auf, man wird also im anderen Zimmer nichts hören. Sobald man aber bei *b* einen Schieber einschiebt, welcher den einen Seitencanal, entweder den auf der rechten oder den auf der linken Seite absperrt, so wird der Ton sogleich wieder hörbar.

Wenn dagegen bei *a* ein Ton eintritt, dessen Wellenlänge nur 12 Zoll beträgt, so ist der Gangunterschied der bei *o* von beiden Seiten her zusammentreffenden Wellen gerade eine ganze Wellenlänge, man wird also jetzt eine Verstärkung des Tones wahrnehmen, wenn beide Oeffnungen frei sind.

Zur Erzeugung des Tones wendet man am besten eine 12zöllige offene Pfeife von Buxbaumholz an, deren innere Höhlung ungefähr 8 Millimeter weit ist. Diese Pfeife wird zur besseren Regulirung des Windes auf eine große Flasche gesteckt, wie Fig. 464 zeigt, und dann die Axe der Pfeife gerade gegen die Mitte der Röhre *a*, Fig. 463, gerichtet. Der Wind wird am bequemsten durch eine Windlade von der in Fig. 431 abgebildeten Einrichtung gegeben. Eine andere Vorrichtung zur Erzeugung des Windes findet man in Frick's physikalischer Technik S. 203 u. ff. beschrieben. Bei schwächerem Winde giebt die Pfeife ihren Grundton, dessen Wellenlänge 24 Zoll beträgt, bei stärkerem Winde einen Ton, dessen Wellenlänge 12 Zoll ist.

Fig. 464.



Stöße und Combinationstöne. Wenn zwei einander sehr nahe stehende, aber doch nicht ganz isochrone Töne unser Ohr treffen, so vernehmen wir ein periodisch abwechselndes Anschwellen und Nachlassen des Tones, welches 164



Fig. 465.

man das **Schweben** der Töne nennt. **Scheibler** hat für diese Erscheinung die Bezeichnung der **Stöße** (battement) eingeführt.

Man hört diese Stöße sehr deutlich, wenn man gleichzeitig zwei Orgelpfeifen tönen läßt, welche sehr nahe unisono sind. Auch mit zwei Stimmgabeln, welche einer reinen Consonanz sehr nahe stehen, lassen sich die Stöße sehr deutlich wahrnehmen.

Der Grund dieser Erscheinung ist leicht einzusehen. Wenn in einem bestimmten Moment durch beide Töne gleichzeitig eine Verdünnung hervorgebracht wird, so wird dieses Zusammenfallen bald aufhören, und nach einiger Zeit wird gleichzeitig eine Verdünnung des einen Tones mit einer Verdichtung des anderen stattfinden. Wenn aber die Verdichtungen und Verdünnungen des einen Tones mit denen des anderen zusammenfallen, so verstärken sie sich gegenseitig; sie heben sich aber gegenseitig auf, wenn die Verdichtungen des einen mit den Verdünnungen des anderen zusammentreffen.

Wie bald Verdichtung mit Verdichtung und Verdünnung mit Verdünnung und dann wieder Verdichtung mit Verdünnung zusammentreffen, wenn zwei nicht ganz isochrone Töne zusammenwirken, kann man sich durch zwei nicht ganz isochron schwingende Pendel recht anschaulich machen; am deutlichsten ergiebt sich aber das abwechselnde Anschwellen und Abnehmen des Tones durch graphische Darstellung. In Fig. 465 sollen die beiden schwach gezogenen Curven die Wellensysteme der beiden nicht isochronen Töne darstellen. Die Wellenberge entsprechen den Verdichtungen, die Thäler den Verdünnungen. Summirt man die Ordinaten der beiden Curven, so erhält man für jeden Moment die Intensität der Verdünnung oder Verdichtung, mit welcher beide Wellensysteme zusammen das Ohr afficiren; auf diese Weise ist die stark gezogene Curve construirt; bei *a*, *b*, *d* und *f* werden durch das Zusammenwirken beider Wellensysteme verstärkte Verdichtungen und Verdünnungen, also ein Anschwellen des Tones, hervorgebracht. In der Nähe von *c* aber, wo sich die beiden Wellensysteme fast ganz aufheben, ist die resultirende Curve ganz flach, was einem Nachlassen des Tones entspricht.

Je näher die beiden Töne einander liegen, desto langsamer folgen die Stöße, so daß man sie bequem zählen kann. Macht der eine Ton in jeder Secunde 3, 4, 5 u. s. w. Schwingungen mehr als der andere, so werden 3, 4, 5

Stöße in der Secunde entstehen; die Anzahl der Stöße hängt ab von der Anzahl der Schwingungen, welche der eine Ton in jeder Secunde mehr macht als der andere. Wenn aber die Töne mehr und mehr ungleich werden, so werden die Stöße schneller und schneller, bis sie endlich nicht mehr als getrennte Eindrücke wahrgenommen werden können; folgen aber die Stöße rasch genug, so kann ihr Gesammteindruck selbst wieder einen Ton hervorbringen, und so entstehen die sogenannten Combinationstöne. Läßt man z. B. einen Ton und seine Quinte gleichzeitig ertönen, so hört man seine nächst tiefere Octave. Wie dies zugeht, läßt sich aus Fig. 466 übersehen.

Fig. 466.



Wenn die Punkte der mittleren Reihe die auf einander folgenden Verdichtungsstöße bezeichnen, welche irgend einen Ton hervorbringen, so stellt die obere Reihe die Verdichtungsstöße seiner Quinte dar; denn die Schwingungszahlen des Grundtones und der Quinte verhalten sich wie 2 zu 3. Nun aber fällt jedesmal der zweite Stoß der mittleren Reihe mit einem Stoße der oberen zusammen, und so werden die verstärkten Stöße in solchen Intervallen hervorgebracht, wie man in der unteren Reihe sieht; diese stellt aber die nächst tiefere Octave des Tones der mittleren Reihe dar.

Drittes Capitel.

Erzeugung und Verbreitung des Schalles in verschiedenen Mitteln.

---

165 **Abhängigkeit der Geschwindigkeit des Schalles von der Elasticität der schallverbreitenden Medien.** Wir haben zwar schon oben gesehen, daß sich der Schall durch alle ponderabelen Materien, durch luftförmige, flüssige und feste Körper fortpflanzt, wir kommen aber jetzt auf diesen Gegenstand zurück, nachdem wir Mittel kennen gelernt haben, die zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in verschiedenen Körpern nöthig sind.

Newton hatte in dem zweiten Buche seiner »Philosophiae naturalis principia mathematica« einen Ausdruck für die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft entwickelt, welcher ein zu kleines Resultat gab, nämlich nur $^5/_6$ von der beobachteten Schallgeschwindigkeit. Newton selbst suchte diese Differenz zu erklären; die wahre Ursache aufzufinden, blieb aber La Place vorbehalten. Die Bewegung, welche den Schall erzeugt, kann sich in keinem Mittel fortpflanzen, ohne die Moleküle zu comprimiren, denen sie sich mittheilt; da aber jede Compression von einer Wärmeentbindung begleitet ist, so vermuthete La Place, daß diese frei werdende Wärme das Gesetz der Elasticität modificirt, und daß sie es ist, welche die Geschwindigkeit des Schalles beschleunigt. Wenn die verdichtete Welle Wärme erzeugt, so wird in der verdünnten Welle Wärme gebunden, und man sollte denken, daß diese entgegengesetzten Wirkungen sich gegenseitig aufhöben; sie compensiren sich auch wirklich in Beziehung auf die Temperatur, denn der Schall, welcher sich in der Luft fortpflanzt, bringt keine merkliche Wirkung auf das Thermometer hervor; dies hindert aber nicht, daß doch eine Modification der Elasticität stattfindet.

La Place giebt für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Gasen und Dämpfen folgende Formel:

$$v = \sqrt{\frac{gh}{d}k},$$

in welcher v die in Metern ausgedrückte Geschwindigkeit der Fortpflanzung in 1″, g die beschleunigende Kraft der Schwere (also 9,8088 Meter), h die auf 0° reducirte Höhe der Quecksilbersäule ist, welche die Spannkraft des Gases mißt, d die Dichtigkeit des Gases, wenn die des Quecksilbers bei 0° zur Einheit genommen wird, und endlich k den Quotienten der Wärmecapacität des Gases bei constantem Drucke, dividirt durch seine Wärmecapacität bei constantem Volumen, bezeichnet.

Um diese Formel auf Luft, unter beliebigem Drucke und beliebiger Temperatur anzuwenden, muß man bemerken, daß die Luft unter einem Drucke von 76 Centimetern und bei einer Temperatur von 0 Grad 10466,82 mal leichter ist als Quecksilber, daß also bei einem Drucke h und einer Temperatur t

$$d = \frac{h}{0,76 \,.\, 10466,82\, (1 + at)}$$

und also

$$v = \sqrt{9,8088 \,.\, 0,76 \,.\, 10466,82\, (1 + at)\, k},$$

und da für Luft $k = 1,3748$ ist, so kommt

$$v = 327,52 \sqrt{1 + at}$$

für die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft bei 0°. Für a ist der Ausdehnungscoefficient der Luft zu setzen.

Man sieht, daß diese Geschwindigkeit nur von der Temperatur, nicht aber vom Druck abhängig ist.

Nach dieser Formel läßt sich auch die Geschwindigkeit des Schalles für andere Gase und Dämpfe berechnen, wenn für sie der Werth von k bekannt ist; umgekehrt aber kann man aus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles den Werth von k berechnen. Es giebt aber ein einfaches Mittel, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in irgend einem Gase zu ermitteln; man braucht nur eine Röhre von bekannter Länge mit diesem Gase zu füllen, sie tönen zu lassen und den Ton zu merken, welchen sie giebt. Diese Versuche sind für die Theorie der Wärme nicht weniger interessant als für die Akustik, und man sieht, bis zu welcher Vollkommenheit La Place diese Theorien entwickelt hat, da es nun hinreicht, daß ein Experimentator den Ton hört, welchen eine Gassäule in einer Röhre von bekannter Länge hervorbringt, um daraus die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in diesem Gase und das Verhältniß seiner specifischen Wärme zu kennen (Dulong Annal. de Chim. et de Phys. T. 41, p. 113).

Geschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten. Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten zu berechnen, hat La Place folgende Formel gegeben: 166

$$v = \sqrt{\frac{g}{\lambda}},$$

wo v und g dieselbe Bedeutung haben wie in der vorigen Formel, λ aber die Verkürzung bezeichnet, welche eine horizontale Flüssigkeitssäule von 1 Meter Länge in einer unelastischen Röhre unter einem ihrem Gewichte gleichen Drucke erleidet.

Um diese Formel anwenden zu können, muß man λ kennen. Diese Größe ist aber leicht zu bestimmen, wenn man die Zusammendrückbarkeit einer Flüssigkeit durch den Druck einer Atmosphäre kennt. Das Wasser wird z. B. durch den Druck einer Atmosphäre um 47,85 Milliontel seines Volumens zusammengedrückt; durch den Druck einer Atmosphäre wird also eine 1 Meter lange Wassersäule in einer unelastischen Röhre um 47,85 Milliontel Meter zusammengedrückt. Der Druck einer Atmosphäre entspricht aber einem Quecksilberdrucke von 0,76 Meter bei einer Temperatur von 10° C. und dem Drucke einer Wassersäule von 10,2934 Meter; eine Wassersäule von 1 Meter Höhe würde also eine Verkürzung von $\frac{0,00004785}{10,2934}$ oder 0,0000046486 Metern hervorbringen, und dies ist der Werth von λ für Wasser; substituirt man diesen Werth von λ in der Formel, so findet man, daß die Geschwindigkeit des Schalles in Wasser von 10° C. 1453 Meter in der Secunde beträgt.

Die vorstehende Formel kann leicht auf folgende Weise umgeformt werden

$$v = \sqrt{\frac{9,8088 \,.\, 0,76 \,.\, 13,544 \,.\, 1000000}{dc}},$$

wo d die Dichtigkeit der Flüssigkeit, im Vergleich zum Wasser, und c ihre Zusammendrückbarkeit für eine Atmosphäre bezeichnet.

Nach dieser Formel ist die Geschwindigkeit des Schalles in folgenden Flüssigkeiten bei 10° C. berechnet:

Namen der Flüssigkeiten.	Dichtigkeit.	Zusammendrückbarkeit.	Geschwindigkeit d. Schalles in 1''.
Aether	0,712	131,35	1039m
Alkohol	0,795	94,95	1157
Chlorwasserstoffäther	0,874	84,25	1171
Terpentinöl	0,870	71,35	1276
Wasser	1	47,85	1453
Quecksilber	13,5	3,38	1484
Salpetersäure	1,403	30,55	1535
Wasser mit Ammoniak gesättigt . .	0,9	33,05	1842

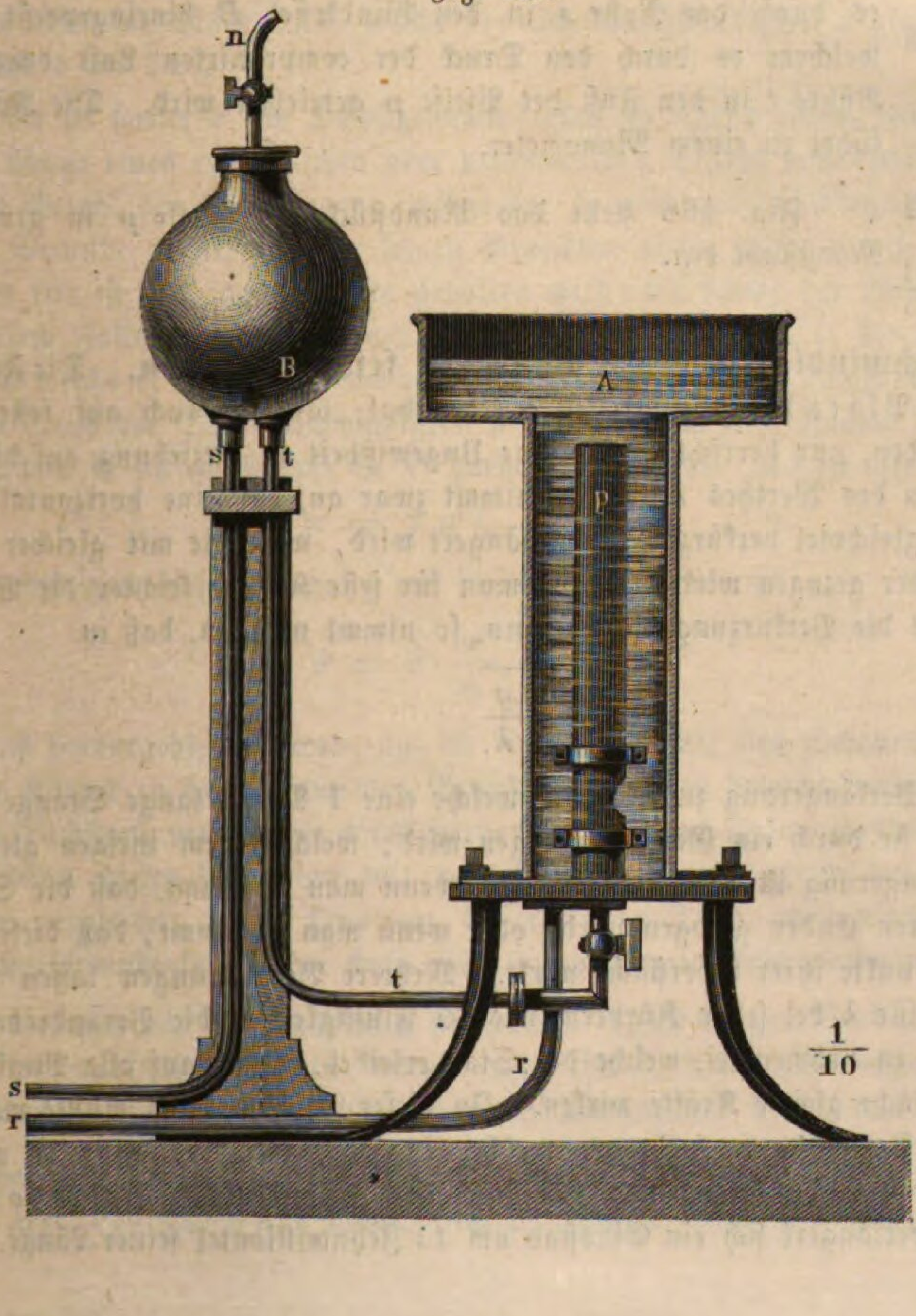
Das Wasser ist die einzige unter diesen Flüssigkeiten, welche einem directen Versuch unterworfen worden ist. Collabon fand die Geschwindigkeit des

Schalles im Wasser des Genfersees gleich 1435 Meter in der Secunde, was von der berechneten Zahl 1453 nur wenig abweicht.

Die Zahlen der letzten Columne sind alle mit einer Ungewißheit behaftet, welche besonders von der Ungewißheit des Werthes für die Zusammendrückbarkeit abhängt. Nimmt man z. B. für Alkohol den von Oersted angegebenen Werth der Zusammendrückbarkeit, so würde sich für die Geschwindigkeit des Schalles 2423 Meter in der Secunde ergeben, während man sie nur gleich 1157 Meter findet, wenn für die Zusammendrückbarkeit des Alkohols der von Colladon und Sturm gefundene Werth zu Grunde liegt.

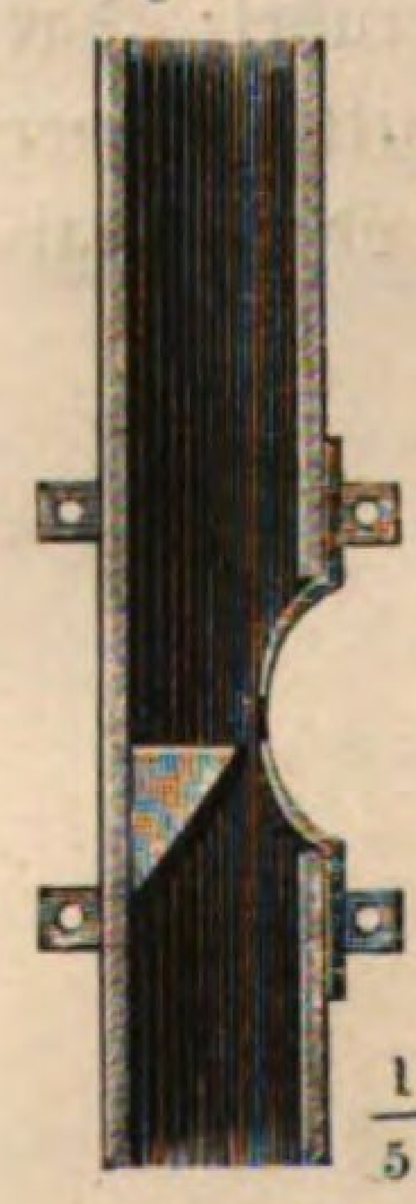
Wenn zwei unter Wasser zusammenstoßende Körper ein Geräusch erzeugen, welches weithin wiederhallt, so ist die Flüssigkeit in allen Punkten erschüttert, in welchen sie die Oberfläche der vibrirenden festen Körper berührt; das Wasser ist in diesem Falle erschüttert, wie die Luft durch das Erzittern einer Glocke. Wenn Stäbe unter Wasser oder Quecksilber transversal oder longi-

Fig. 467.



tudinal schwingen, so setzen diese Schwingungen ebenfalls durch einen directen Stoß die Flüssigkeit in Vibrationen. Man könnte also glauben, daß die Schallwellen im Wasser nur durch die Vibrationen fester Körper erzeugt werden könnten; dies ist aber nicht der Fall. Die Sirene ertönt auch, wenn sie vollständig unter Wasser getaucht ist und ein Strom von Wasser durch die Oeffnungen hindurchtreibt, wie es bei den gewöhnlichen Sirenen mit der Luft geschieht. Wertheim hat förmliche Wasserpfeifen construirt, d. h. Pfeifen, in welchen eine Wassersäule ebenso in tönende Schwingungen versetzt wird, wie die Luftsäule in gewöhnlichen Pfeifen (Annal. de Chim. et de Phys. 3. Ser. T. 23).

Fig. 468.



$\frac{1}{5}$

Die ganz mit Wasser gefüllte offene oder gedeckte Pfeife *p*, Fig. 467 (a. vor. S.) befindet sich in einem 52 Centimeter hohen mit Wasser gefüllten Gefäße *A*. Mittelst einer Druckpumpe wird beim Aufziehen des Kolbens durch das Rohr *r* Wasser aus dem Gefäß *A* herausgesaugt, beim Niedergange des Kolbens aber wird es durch das Rohr *s* in den Windkessel *B* hineingepreßt, aus welchem es durch den Druck der comprimirten Luft durch die Röhre *t* in den Fuß der Pfeife *p* getrieben wird. Die Röhre *n* führt zu einem Manometer.

Fig. 468 stellt das Mundstück der Pfeife *p* in größerem Maaßstabe dar.

167 **Geschwindigkeit des Schalles in festen Körpern.** Die Formel, welche La Place für Flüssigkeiten gegeben hat, läßt sich auch auf feste Körper anwenden, nur herrscht noch einige Ungewißheit in Beziehung auf die Ermittelungen des Werthes λ. Man nimmt zwar an, daß eine horizontale Metallstange gleichviel verkürzt oder verlängert wird, wenn sie mit gleicher Kraft gedrückt oder gezogen wird, und da man für feste Körper leichter die Verlängerung als die Verkürzung messen kann, so nimmt man an, daß in

$$v = \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$$

für λ die Verlängerung zu setzen ist, welche eine 1 Meter lange Stange erleidet, wenn sie durch ein Gewicht gezogen wird, welches dem ihrigen gleich ist. Die Verlängerung ist aber nicht dieselbe, wenn man annimmt, daß die Stange nur an ihren Enden gezogen wird, oder wenn man annimmt, daß dieser Zug auf alle Punkte ihrer Oberfläche wirkt. Mehrere Betrachtungen lassen annehmen, daß für λ bei festen Körpern, wie bei Flüssigkeiten, die Veränderung des Volumens zu nehmen sei, welche der Stab erleidet, wenn auf alle Punkte seiner Oberfläche gleiche Kräfte wirken. In dieser Voraussetzung müßte man für λ $^3/_2$ der Verlängerung nehmen, welche ein Stab erleidet, wenn er nur an seinen beiden Enden gezogen wird. Nach den Versuchen von Collado n und Sturm verlängert sich ein Glasstab um 11 Zehnmilliontel seiner Länge, wenn

die ziehende Kraft dem Druck einer Atmosphäre gleich ist; man müßte also $^{33}/_2 = 16,5$ Zehnmilliontel für die Vergrößerung des Volumens nehmen, wenn der Glasstab an allen Punkten seiner Oberfläche diesen Zug auszuhalten hätte. Berechnet man daraus die Vergrößerung des Volumens, welche eine dem Gewicht eines 1 Meter langen Glasstabes äquivalente ziehende Kraft hervorbringt, so ergiebt sich 4959 Meter für die Geschwindigkeit des Schalles in dem Glase.

Um die Schallgeschwindigkeit in festen Körpern durch den Versuch zu ermitteln, haben Chladni und Savart Versuche angestellt. Das Princip, auf welchem sie beruhen, ist folgendes:

Es sei v die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft, l die Länge einer offenen Röhre und n die Anzahl der Schwingungen, welche die Luftsäule in ihr in 1″ macht, wenn sie ihren Grundton giebt; die Länge der Schallwellen, welche in diesem Falle erzeugt werden, ist gleich $2l$, d. h. gleich der doppelten Röhrenlänge; die n Undulationen, welche in einer Secunde erzeugt werden, bilden also eine Länge $2nl$, welche der Schallgeschwindigkeit v gleich ist, man hat also $v = 2nl$.

Es sei ferner v' die Schallgeschwindigkeit in irgend einem festen Körper; l die Länge eines cylindrischen oder prismatischen Stabes von dieser Substanz; n' die Anzahl der Vibrationen, welche der longitudinal schwingende Stab in einer Secunde macht, wenn er seinen Grundton giebt, wenn er also an beiden Enden frei ist und in der Mitte gehalten wird; die Länge der Wellen, welche in diesem Falle in seiner eigenen Substanz entstehen, ist $2l$; die n' Undulationen, welche er in einer Secunde macht, würden also eine Länge $2n'l$ bilden, welche gleich der Schallgeschwindigkeit v', d. h. gleich dem Raume ist, welchen der Schall in diesem Körper in 1″ zurücklegen würde. Es ist also

$$v' = 2\,n'l.$$

Verbindet man diese Gleichung mit der vorigen, so kommt

$$v' = v\,\frac{n'}{n},$$

woraus hervorgeht, daß man, um die Geschwindigkeit des Schalles in irgend einem Körper zu finden, nur den Grundton zu hören braucht, welchen ein aus dieser Substanz verfertigter Stab hervorbringt, wenn er longitudinal schwingt, und dann diesen Grundton mit dem Grundton einer gleich langen offenen Röhre vergleicht. Der Quotient dieser beiden Töne, multiplicirt mit der Schallgeschwindigkeit in der Luft, giebt die verlangte Geschwindigkeit.

Nehmen wir z. B. an, man ließe einen 8 Fuß langen Stab von Tannenholz longitudinal schwingen, indem man ihn in der Mitte festhält und an einem Ende mit einem mit Colophonium überzogenen Tuche reibt, so würde der hervorgebrachte Ton mit dem $\overline{\overline{c}}$ eines Claviers im Einklange sein. Man weiß aber, daß eine 8 Fuß lange offene Orgelpfeife den Ton $\underline{C}$ giebt; es ist also

für diesen Fall $\frac{n'}{n} = 16$, in Tannenholz wäre demnach die Geschwindigkeit des Schalles 16 mal größer als in der Luft, oder

$$v' = 340 \,.\, 16 = 5440.$$

Durch eine Reihe ähnlicher Versuche hat Chladni die Geschwindigkeit des Schalles in mehreren festen Körpern bestimmt, wie man in folgender Tabelle sieht:

Namen der Substanzen.	Geschwindigkeit, verglichen mit Schallgeschwindigkeit in der Luft.
Fischbein	$6^2/_3$
Zinn	$7^1/_2$
Silber	9
Nußbaumholz	$10^2/_3$
Taxusholz	$10^2/_3$
Messing	$10^2/_3$
Eichenholz	$10^2/_3$
Pflaumenbaumholz	$10^2/_3$
Irdene Pfeifenröhren	10 — 12
Kupfer	12
Birnbaumholz	$12^1/_2$
Rothbuchenholz	$12^1/_2$
Ahornholz	$12^1/_3$
Acacienholz	$14^2/_5$
Ebenholz	$14^2/_5$
Hagebuchenholz	$14^2/_5$
Ulmenholz	$14^2/_5$
Erlenholz	$14^2/_5$
Birkenholz	$14^2/_5$
Lindenholz	15
Kirschbaumholz	15
Weidenholz	16
Pinienholz	16
Glas	$16^2/_3$
Eisen oder Stahl	$16^2/_3$
Tannenholz	18

Die von Savart gefundenen Zahlen stimmen im Allgemeinen mit denen von Chladni überein. Savart hat aber außerdem noch nachgewiesen, daß für ein und denselben Körper Verschiedenheiten stattfinden, welche von Unterschieden in dem Molekularzustande abhängen.

Mittheilung der Schallschwingungen zwischen festen, flüssigen und luftförmigen Körpern. Wenn mehrere feste Körper unter einander zu einem Ganzen verbunden sind, so verbreiten sich die von einem Theile dieses Systems ausgehenden Vibrationen mit der größten Leichtigkeit als fortschreitende Wellen über die ganze Masse; an der Gränze angekommen, gehen nun aber die Wellen nur theilweise in das angränzende Mittel, einen luftförmigen oder flüssigen Körper, über, theilweise aber werden sie reflectirt, und durch die Interferenz der reflectirten Wellen mit den neu ankommenden bilden sich in den einzelnen Theilen des festen Systems stehende Schwingungen. Ein solches System bildet ein Ganzes, welches sich, wenn ein Punkt in Schwingungen versetzt wird, wie ein einzelner fester Körper in einzelne schwingende Theile abtheilt, die durch Schwingungsknoten getrennt sind. Jeder einzelne Theil verliert gewissermaßen seine Individualität; seine Verbindung mit den benachbarten Stücken hindert ihn, so zu schwingen, wie es geschehen würde, wenn er allein wäre. 168

Savart hat viele Versuche über diesen Gegenstand gemacht; er hat seine Apparate auf mancherlei Weise abgeändert, um zu zeigen, daß sich die Vibrationen wirklich über ein ganzes System von Platten, Streifen, Glocken, Saiten u. s. w. verbreiten. Unter den Resultaten, die in seiner Abhandlung (Annal. de Phys. et de Chim. T. 25) niedergelegt sind, wollen wir folgendes Beispiel hervorheben, welches den Vortheil hat, zugleich den Einfluß nachzuweisen, welchen die Richtung der Bewegung auf die Bildung der Schwingungsknoten hat. Eine Holzplatte *a*, Fig. 469, ist an dem einen Ende befestigt, an dem anderen aber durch eine Saite *b* gespannt, und diese kann durch einen Schlüssel mehr oder weniger angezogen werden. Sobald die Saite durch einen Fiedelbogen angestrichen wird, geräth auch die Platte *a* in Schwingungen.

Fig. 469.



Fig. 470.

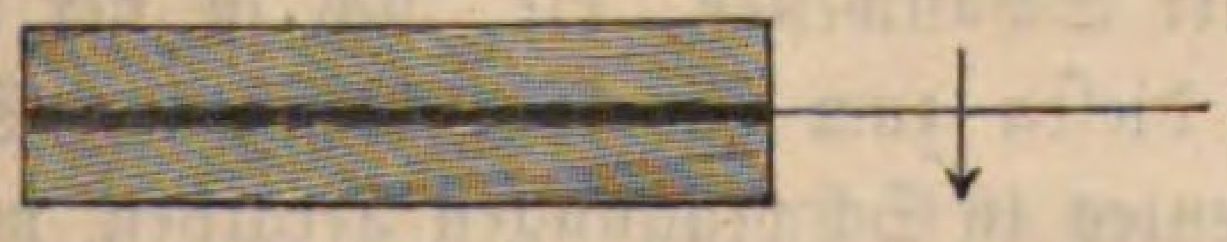


Fig. 471.

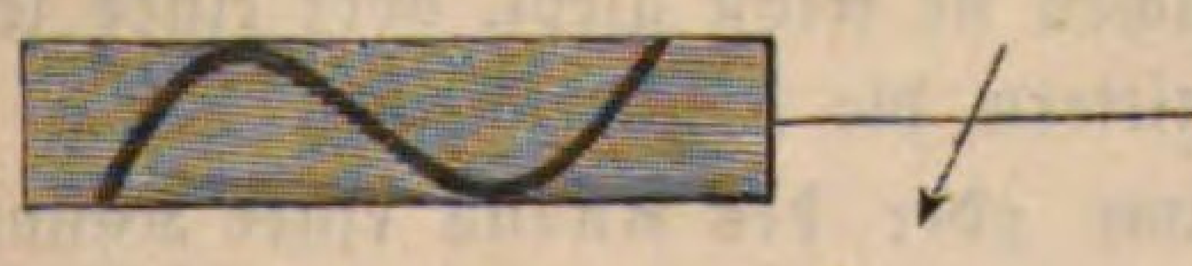


Fig. 472.

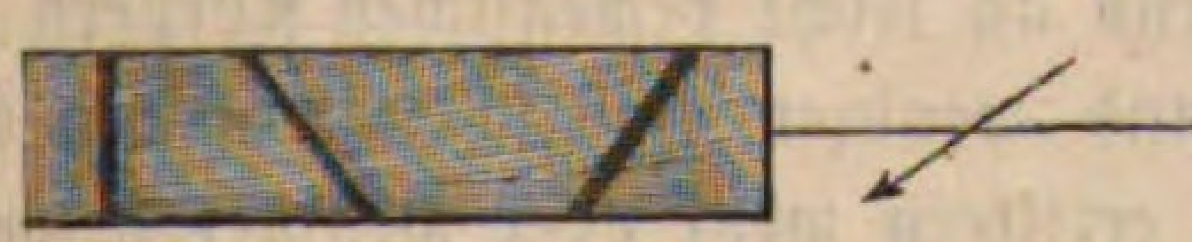


Fig. 473.



Für denselben Ton sind die Knotenlinien, welche sie auf der oberen Seite zeigt, von der Schiefe des Fiedelbogens oder der Richtung abhängig, in welcher die Platte schwingt, wie man in Fig. 470 bis 473 (a. vor. S.) sieht, wo die entsprechende Richtung, in welcher der Fiedelbogen streicht, durch einen kleinen Pfeil bezeichnet ist.

Während sich die Schallwellen leicht über ein System von festen Körpern verbreiten, gehen sie nicht so leicht von einem festen Körper auf einen flüssigen, weniger leicht auf einen gasförmigen über; so kommt es denn, daß mancher ziemlich stark vibrirende feste Körper doch nur einen ganz schwachen Ton hören läßt, nur weil er seine Schwingungen der Luft nicht gehörig mittheilen kann. Dies ist z. B. bei der Stimmgabel der Fall, welche, stark angeschlagen und frei in der Luft gehalten, doch nur einen ganz schwachen Ton hören läßt.

Um den Ton eines solchen Körpers zu verstärken, muß man die Mittheilung seiner Schwingungen an die Luft durch Resonanz, d. h. dadurch befördern, daß man die stehenden Schwingungen des tönenden Körpers noch auf einen anderen zu übertragen sucht. Ein Mittel dazu haben wir schon kennen gelernt, die schwachtönenden, aber doch stark vibrirenden Körper vor eine Röhre von entsprechender Länge zu halten, und so die Luftmasse in derselben zum Mittönen zu bringen.

Ein zweites Mittel, den Ton zu verstärken, besteht darin, den tönenden Körper mit einem anderen, leicht in Schwingungen zu versetzenden festen Körper von verhältnißmäßig großer Oberfläche in Berührung zu bringen. Es bilden sich dann auf diesem, wie schon erwähnt wurde, ebenfalls stehende Schallschwingungen, und diese theilen sich, der großen Oberfläche des mittönenden (resonirenden) Körpers wegen, der Luft leichter mit. Setzt man z. B. die stark angeschlagene, aber in freier Luft schwachtönende Stimmgabel auf einen Kasten von dünnem elastischen Holze, so hört man den Ton ungleich stärker. Darauf beruht die Anwendung des Resonanzbodens in verschiedenen musikalischen Instrumenten. Bei Flöten, Orgelpfeifen u. s. w. ist kein Resonanzboden nöthig, weil hier die stehenden Schwingungen einer Luftmasse den Ton geben, und diese sich ganz leicht der umgebenden Luft mittheilen.

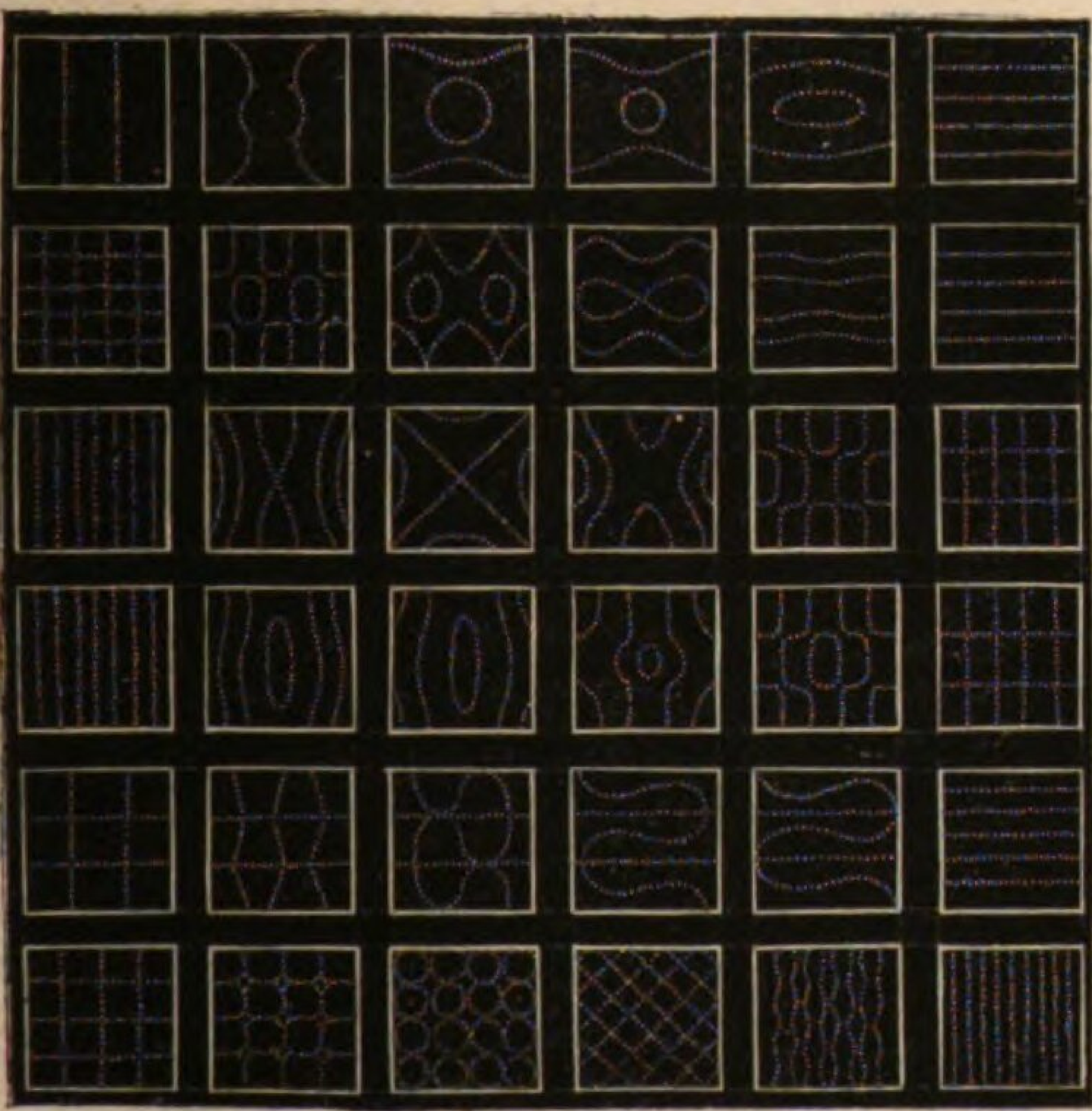
So wie Vibrationen fester Körper Schallwellen in der Luft erzeugen, so können auch umgekehrt Schallwellen, die, sich in der Luft verbreitend, einen festen Körper treffen, diesen zum Vibriren bringen. So sieht man z. B. die Saite eines Instrumentes in Schwingungen gerathen, wenn sie von den Schallwellen des Tones, welchen sie selbst giebt, oder eines seiner harmonischen Töne getroffen wird; so erzittern die Fensterscheiben heftig unter dem Einfluß gewisser Töne der Stimme oder des Knalls einer Kanone. Diese Erscheinung, welche man so auffallend an leicht beweglichen Körpern wahrnimmt, findet auch bei größeren Massen und weniger elastischen Körpern Statt; alle Pfeiler und Mauern eines Domes erzittern mehr oder weniger beim Läuten der Glocken.

Leicht in Schwingungen zu versetzende Körper theilen sich, wenn sie durch Schallwellen, welche sie treffen, in Vibrationen versetzt werden, durch Knotenlinien auf ähnliche Weise in einzelne vibrirende Abtheilungen, wie dies auch

bei selbsttönenden Körpern der Fall ist. Savart, welcher diese Erscheinungen ganz besonders studirt hat, befestigte Membranen von Papier, Pergament oder Goldschlägerhaut, indem er ihre Ränder auf einen Holzrahmen oder über die Oeffnung einer Glasglocke klebte; sie wurden mehr oder weniger befeuchtet, um ihnen eine größere oder geringere Spannung zu ertheilen. Um sie in Schwingungen zu versetzen, näherte er eine schwingende Stimmgabel oder eine Orgelpfeife, deren Ton voll und andauernd war. Sobald der Ton sich hören läßt, vibrirt die Membran gerade so, als ob sie direct wäre erschüttert worden; die Sandkörnchen, welche sie bedecken, springen auf der Oberfläche umher, um sich in den Knotenlinien anzuhäufen. Die Figuren, welche man erhält, sind äußerst mannigfaltig und hängen von der Spannung der Membran und der Höhe der Töne ab, welche sie treffen.

In Fig. 474 ist eine Reihe solcher an quadratischen Membranen beobachteter Knotenlinien dargestellt. Savart hat beobachtet, daß, wenn man durch irgend einen Ton eine bestimmte Figur erzeugt hat, dieselbe allmälig in andere übergeht, wenn der Ton höher und höher wird. In unserer Figur enthält jede Horizontalreihe eine Reihe solcher auf einander folgender Modificationen.

Fig. 474.



Dreieckige, vieleckige und kreisförmige Membranen bieten ähnliche Erscheinungen dar.

Viertes Capitel.

Von der Stimme und dem Gehör.

---

169 **Von der menschlichen Stimme.** Das Stimmorgan ist aus mehreren Theilen zusammengesetzt, welche ohne anatomische Betrachtung nicht vollständig studirt werden können; wir müssen uns deshalb darauf beschränken, im Allgemeinen die Anordnung der Theile zu betrachten, welche am directesten zur Hervorbringung der Stimme mitwirken.

Es ist bekannt, daß die Luftröhre eine Röhre ist, welche auf der einen Seite mit dem Schlunde, auf der anderen in den Lungen endigt. Ihre wesentlichste Function ist, die Luft durchzulassen, sei es nun beim Ein- oder beim Ausathmen; sie ist fast cylindrisch und aus knorpeligen Ringen zusammengesetzt, welche durch biegsame häutige Ringe verbunden sind. Am unteren Ende theilt sie sich in zwei Röhren, die Bronchien, von denen die eine rechts, die andere links geht. Jeder dieser Aeste verzweigt sich weiter nach allen Seiten hin in das Gewebe der Lunge. Das obere Ende der Luftröhre wird durch den Kehlkopf gebildet, welcher vorzugsweise das Stimmorgan ist.

Der Kehlkopf besteht aus vier Knorpeln, welche erst in späterem Alter verknöchern, nämlich dem Ringknorpel (Cartilago cricoidea), dem Schildknorpel (Cartilago thyroidea) und den beiden Gießkannenknorpeln (Cartilagines arytenoideae). Diese Knorpel sind unter sich und mit dem oberen Ringe der Luftröhre verbunden und können durch verschiedene Muskeln auf das Mannigfaltigste bewegt werden. Die innere Wand des Kehlkopfes bildet eine Verlängerung der Luftröhre, die immer enger wird, bis zuletzt nur eine von vorn nach hinten gerichtete Spalte, die Stimmritze (Glottis), übrig bleibt. Die Ränder dieser Stimmritze sind größtentheils durch die Stimmbänder gebildet. Nach vorn hin sind diese Stimmbänder an dem Schildknorpel, am entgegengesetzten Ende aber ist das eine Stimmband an dem einen, das andere Stimmband an dem anderen Gießkannenknorpel angewachsen, so daß, je nachdem die Knorpel durch die entsprechenden Muskeln mehr genähert

oder entfernt werden, die Stimmbänder mehr oder weniger gespannt sind, und die Stimmritze größer oder kleiner wird. Die Stimmbänder selbst bestehen aus einem sehr elastischen Gewebe.

Ueber den Lippen der Stimmritze befinden sich zwei sackartige Höhlungen, die eine auf der rechten, die andere auf der linken Seite, welche sich 8 bis 9 Linien weit seitwärts erstrecken; es sind dies die Ventriculi Morgagni. Die oberen Ränder dieser Ventrikeln bilden gleichsam eine zweite Stimmritze, welche 5 bis 6 Linien über der anderen liegt. Die obere Stimmritze kann durch den Kehldeckel (Epiglottis), welcher eine fast dreieckige Haut oder vielmehr ein Knorpel ist, verdeckt werden; dieser Kehldeckel ist mit der einen Seite nach vorn hin angewachsen, und verhindert, wenn er die Stimmritze verdeckt, daß Speisen und Getränke in die Luftröhre gerathen können, indem diese über den Kehldeckel hinweg in den Schlund gelangen.

Der Bau des Kehlkopfes wird durch die Figuren 475 bis 477 deutlicher werden.

Fig. 475 stellt die vordere Hälfte des durch einen senkrechten Schnitt getheilten Kehlkopfes, und zwar von hinten gesehen, dar. Es ist

a der Durchschnitt durch den Ringknorpel,
b » » » den Schildknorpel,
c » » » die unteren Stimmbänder,
d » » » die oberen Stimmbänder.

Fig. 475.

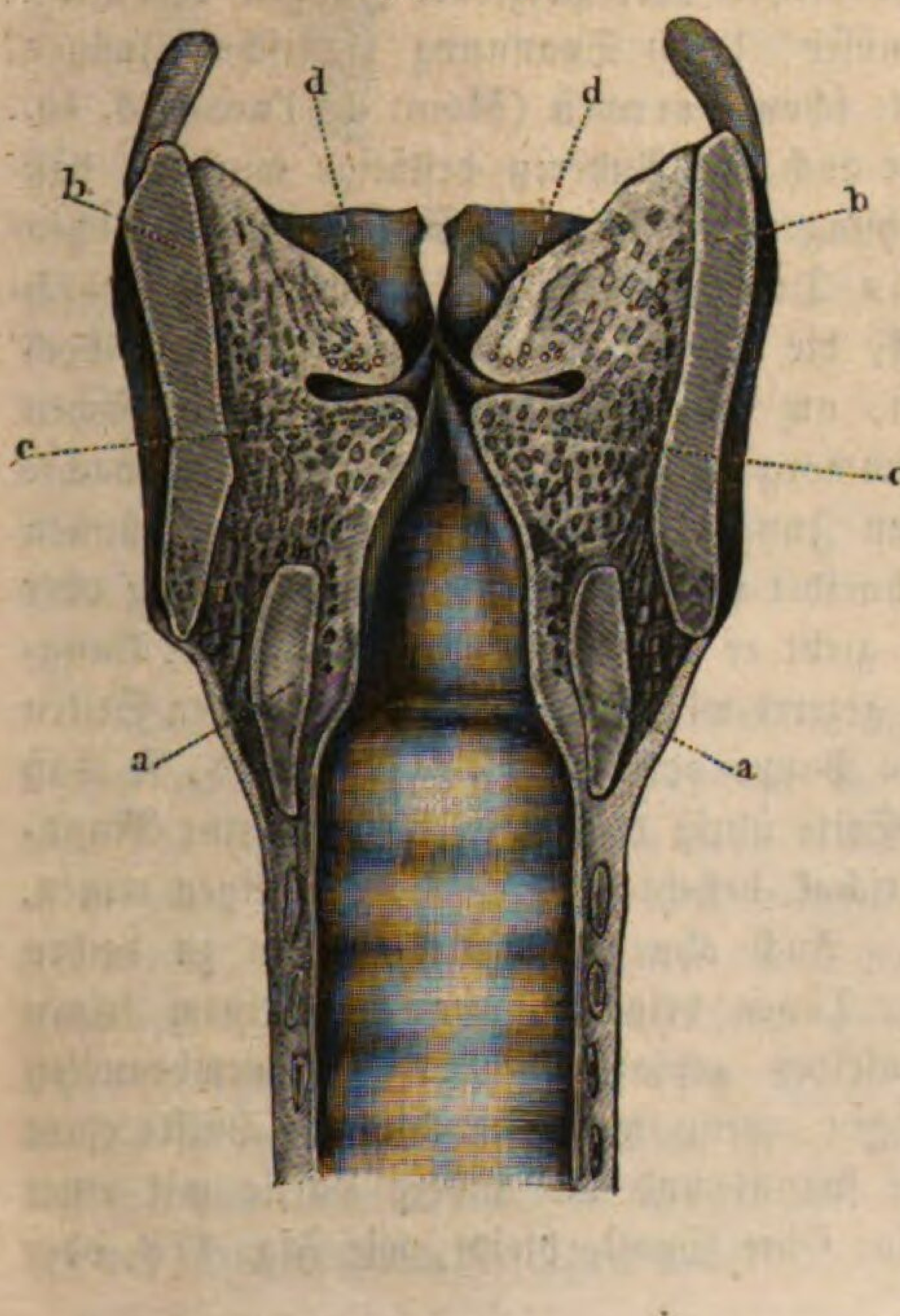


Fig. 476.

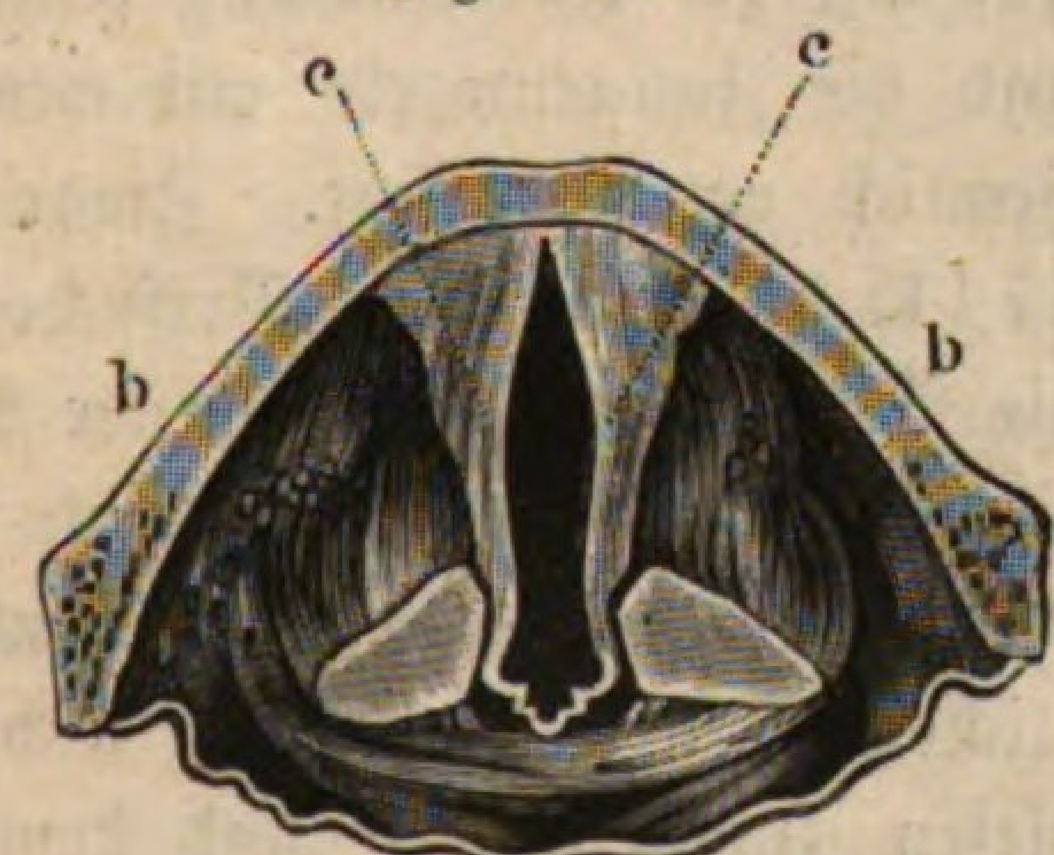
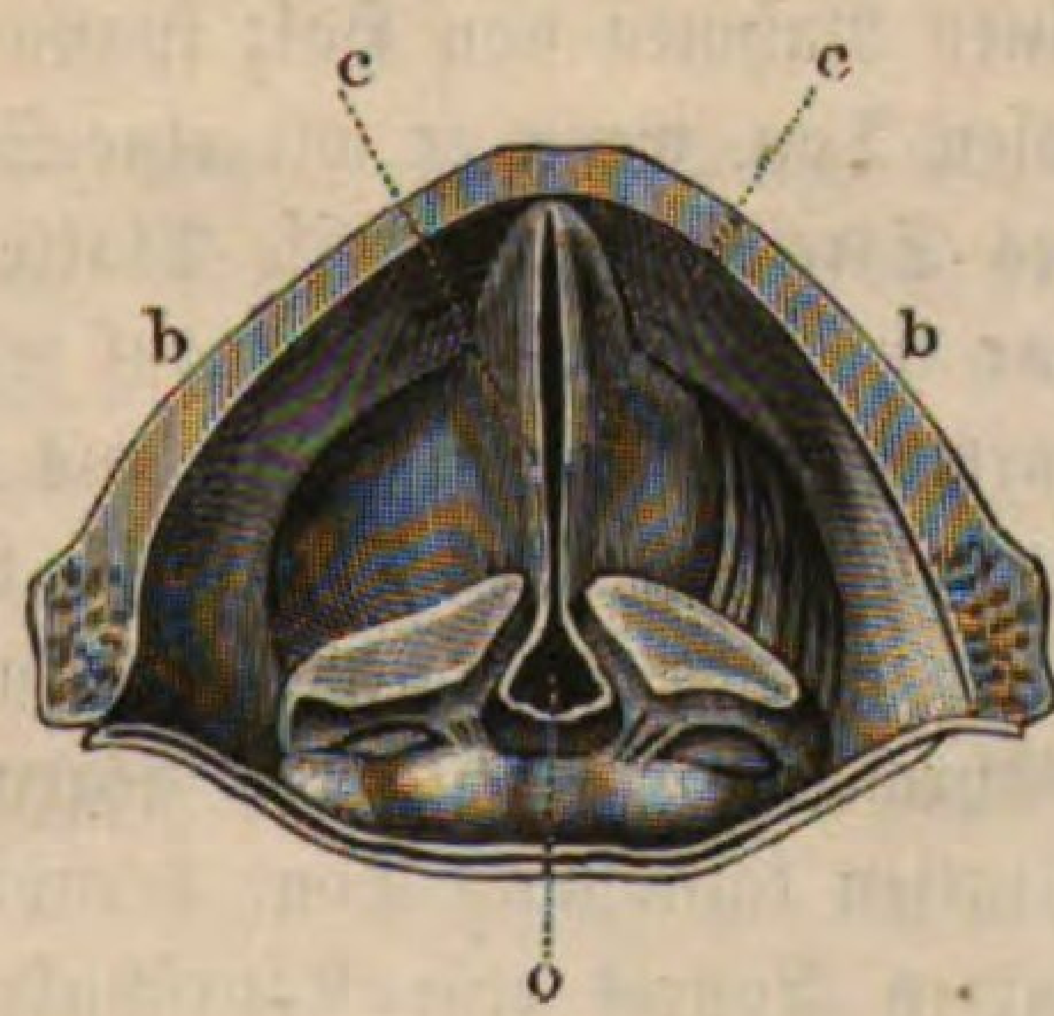


Fig. 477.



Zwischen den unteren und oberen Stimmbändern sieht man deutlich die Ventriculi Morgagni. Ferner läßt sich aus der Figur ersehen, wie sich die Luftröhre gegen die unteren Stimmbänder hin verengt. Fig. 476 u. 477 (a. v. S.) zeigen die unteren Stimmbänder von oben gesehen (und zwar nach Entfernung der oberen). Fig. 476 zeigt dieselben im ungespannten Zustande, bei welchem die Stimmritze weit geöffnet ist, und keine Tonbildung stattfindet, während die Fig. 477 die Stimmritze darstellt, wie sie sich bei Spannung der Stimmbänder gestaltet. Bei einem solchen Grade der Spannung findet bereits eine Tonbildung Statt, wie auch bei stärkerer Spannung, bei welcher sich dann auch die Oeffnung *o* mehr und mehr schließt.

Die Bildung von Tönen in den menschlichen Stimmwerkzeugen hat man schon auf gar verschiedene Weise zu erklären gesucht, ohne daß diese Erklärungen genügend gewesen wären, bis Johannes Müller in Berlin durch seine classischen Untersuchungen über diesen Gegenstand (Handbuch der Physiologie des Menschen, zweiten Bandes erste Abtheilung; und: Ueber die Compensation der physischen Kräfte am menschlichen Stimmorgan) außer Zweifel gesetzt hat, daß die Bildung von Tönen im Kehlkopfe der in Zungenpfeifen ganz analog ist.

Ein Zungenwerk beruht darauf, daß ein Körper, der für sich durch Anstoßen entweder gar keine, oder doch nur schwache und klanglose Töne hervorbringt, durch den continuirlichen Stoß der Luft einen Ton erzeugt, welcher seiner Länge und seiner Elasticität entspricht. Bis jetzt hat man sich vorzugsweise nur mit der Untersuchung fester metallischer oder hölzerner Zungen beschäftigt und die Zungenwerke mit membranösen, durch Spannung elastischen Zungen ziemlich vernachlässigt. Zwar zeigte schon Ferrain (Mém. de l'acad. d. sc. 1741) durch treffliche Versuche, die auch von Anderen bestätigt wurden, daß die Stimmbänder in gewisser Beziehung mit gespannten Saiten zu vergleichen seien; Biot und Cagniard de la Tour ersetzten die Stimmbänder durch elastische Membranen von Kautschuk, die sie über eine Röhre spannten; doch reichen diese Versuche noch nicht hin, um eine vollkommene Parallele zwischen diesen Zungenwerken und dem Stimmorgane zu begründen. Müller machte zahlreiche Versuche mit membranösen Zungen. Wenn man von einer dünnen Kautschukplatte einen Streifen abschneidet und denselben über einen Ring oder einen Rahmen von Holz spannt, so giebt er nur einen ganz schwachen, klanglosen Ton, wenn er wie eine Saite gezerrt wird. Wenn aber zu beiden Seiten des Streifens eine steife Platte von Pappe oder Holz befestigt wird, so daß nur eine schmale Spalte auf jeder Seite übrig bleibt, so hat man eine Mundharmonika, deren Zunge aus Kautschuk besteht und welche nun einen reinen, starken und klangreichen Ton giebt. Auch ohne die festen Platten zu beiden Seiten kann man den Streifen zum Tönen bringen, wenn mit einem feinen Röhrchen ein Luftstrom gegen denselben geblasen wird. Mit membranösen Platten kann man Töne hervorbringen, wenn man über die eine Hälfte eines kurzen Rohres eine Kautschukplatte spannt und die andere Hälfte mit einer festen Platte bedeckt, so daß nur eine feine Spalte bleibt, wie Fig. 478, oder

indem man eine Spalte bildet, die von beiden Seiten durch membranöse Platten begränzt wird, wie Fig. 479. Am leichtesten läßt sich eine solche Vorrichtung aber in folgender Weise herrichten: von einer Röhre vulkanisirten Kautschuks, welche $1/2$ bis $3/4$ Zoll weit ist, schneide man ein $1^1/_2$ bis 2 Zoll langes Stück ab und befestige es am Ende eines Glasrohres von entsprechender Weite, wie man Fig. 480 sieht. Wenn man nun die Kautschukröhre an ihrem oberen Ende an zwei gegenüberliegenden Punkten faßt und auseinanderzieht, so bildet sich eine Ritze, wie sie unsere Figur zeigt, deren Ränder von Kautschuk sind, und wenn man dann unten in das Rohr hineinbläst, so erhält man einen Ton, der um so höher wird, je stärker die beiden Lippen angespannt werden. Man kann dabei ganz deutlich die Vibrationen der beiden Kautschuklippen sehen, welche die Ritze bilden.

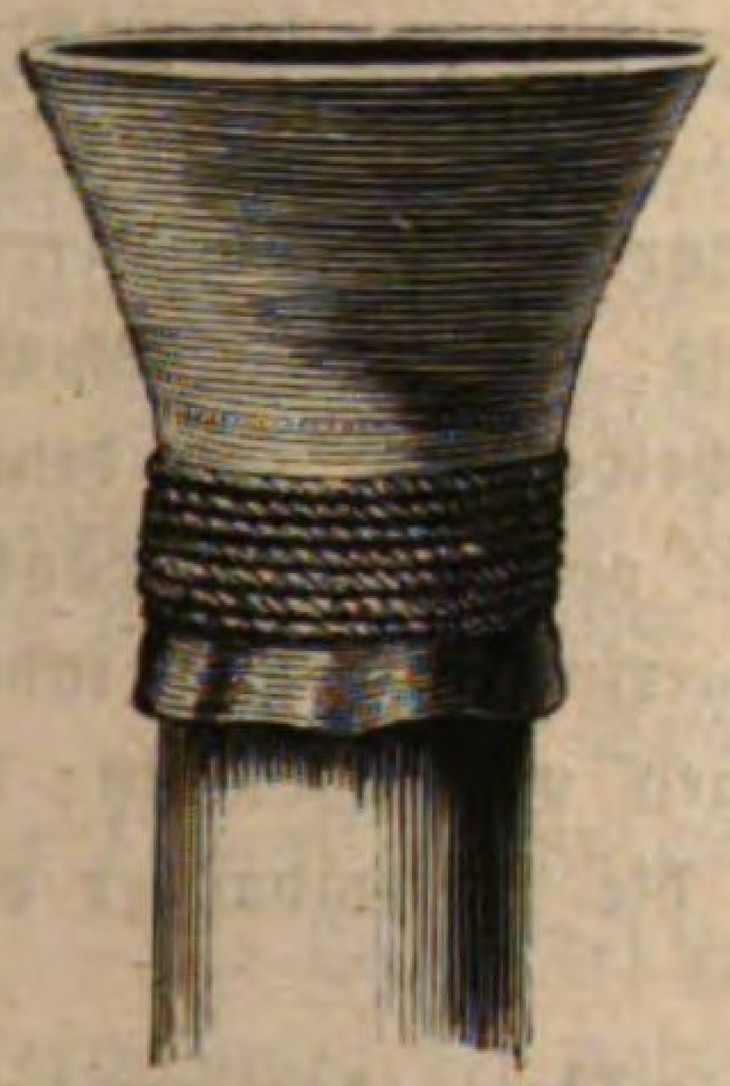
Fig. 478.



Fig. 479.



Fig. 480.



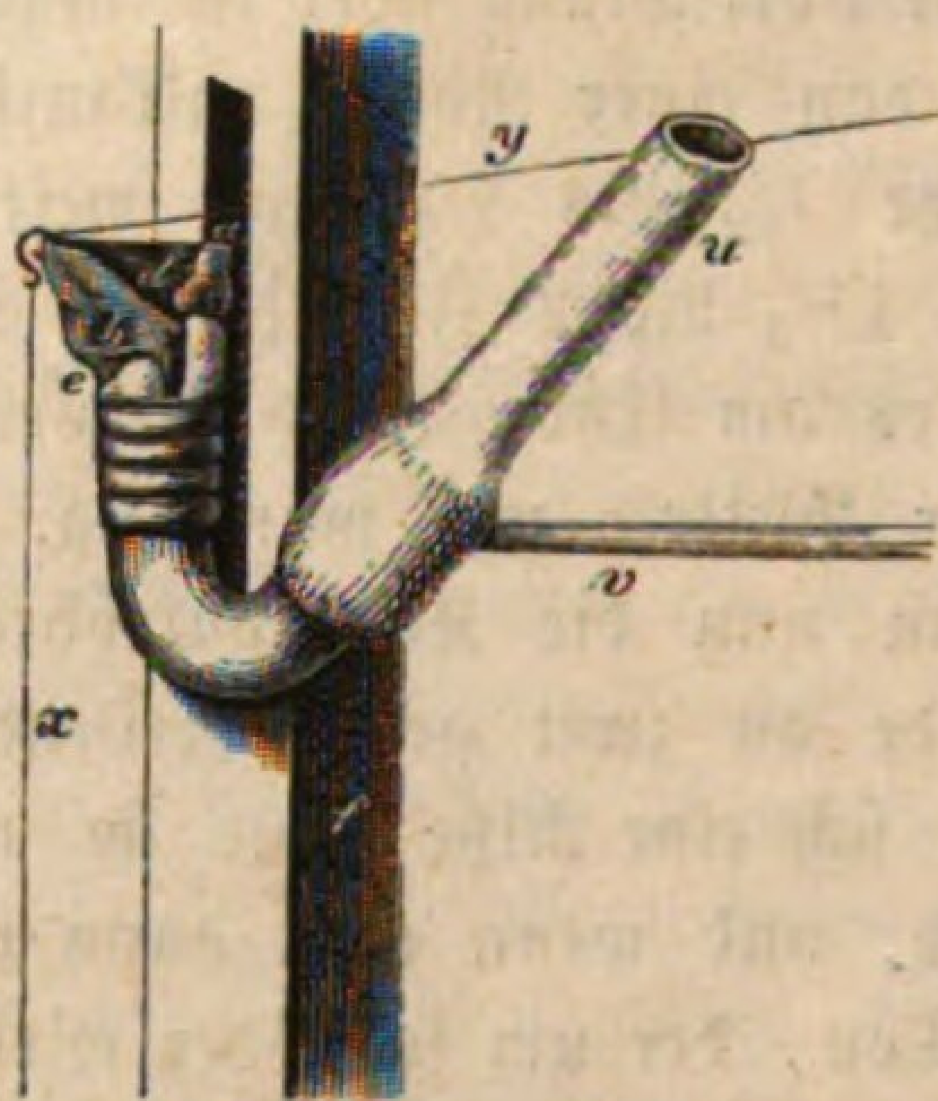
Ohne hier auf die von Müller mit membranösen Zungen angestellten Versuche weiter einzugehen, wollen wir nur die Bildung der Töne im Stimmorgane selbst noch etwas näher betrachten.

Sowohl Beobachtungen an lebenden Menschen und Thieren, als auch die Versuche an ausgeschnittenen Kehlköpfen menschlicher Leichen zeigen, daß die Stimme in der Stimmritze und weder über, noch unter ihr gebildet wird. Befindet sich eine Oeffnung in der Luftröhre (also unter der Stimmritze), so hört die Stimme auf, sie kehrt aber wieder, sobald diese Oeffnung verschlossen wird; dahingegen bringt eine Oeffnung in den Luftwegen oberhalb der Stimmritze eine solche Wirkung nicht hervor. Magendie hat sich überzeugt, daß die Stimme fortdauert, wenn die oberen Stimmbänder und der obere Theil der Cartilagines arytenoideae verletzt sind; ebenso hat er an lebenden Thieren, deren Stimmritze bloßgelegt wurde, beobachtet, daß die Stimmbänder beim Tongeben in Schwingungen gerathen.

Die entscheidendsten Versuche stellte Müller mit ausgeschnittenen Kehlköpfen an, die er auf eine passende Weise auf einem Brettchen befestigte. Fig. 481 (a. f. S.) stellt einen solchen Kehlkopf von der Seite gesehen dar. *a* ist einer der Cartilagines arytenoideae (der andere liegt hinter dem gezeichneten), *b* ist der untere Theil des Schildknorpels, *d* die innere Haut des Kehlkopfes, die in den Stimmbändern endigt, welche zwischen den Knorpeln *a* und *b* ausgespannt sind. Der obere Theil des Schildknorpels bis zur Stelle, wo die Stimmbänder angewachsen sind, die Ventriculi Morgagni, die oberen Stimmbänder und der Kehldeckel sind weggeschnitten, damit man die Bänder der Stimmritze besser sehen kann.

Um den Kehlkopf gehörig zu befestigen, wird er mit seiner hinteren Wand auf das Brettchen gelegt und der Ringknorpel darauf festgebunden; um die Cartilagines arytenoideae zu befestigen, wird ein Pfriemen quer durch dieselben gesteckt, so daß sie neben einander auf demselben fixirt sind und man sie nach Belieben von einander entfernen oder dicht zusammenrücken kann; der Pfriemen selbst wird alsdann durch Schnüre ebenfalls an das Brettchen unbeweglich angezogen. Ist nun auf diese Art die hintere Wand des Kehlkopfes befestigt, so läßt sich den Stimmbändern durch Anziehen des Schildknorpels jede beliebige Spannung geben. Mit so präparirten Kehlköpfen machte Müller eine Menge von Versuchen; wir können hier nur die wichtigsten seiner Resultate hervorheben.

Fig. 481.



Die unteren Stimmbänder geben bei enger Stimmritze volle und reine Töne beim Anspruch durch Blasen von der Luftröhre aus; diese Töne kommen denen der menschlichen Stimme sehr nahe; sie unterscheiden sich von denen, welche man erhält, wenn die Ventriculi Morgagni, die oberen Stimmbänder und der Kehldeckel noch vorhanden sind, nur durch ihre geringere Stärke, indem diese Theile, wenn sie vorhanden sind, stark mitschwingen und resoniren; die Ventriculi Morgagni haben offenbar nur den Zweck, die Stimmbänder von außen frei zu machen.

Bei gleicher Spannung der Stimmbänder hat die größere oder geringere Enge der Stimmritze keinen wesentlichen Einfluß auf die Höhe des Tones, nur spricht bei weiter Stimmritze der Ton schwerer an und ist weniger klangvoll.

Im Leben geschieht die Spannung der Stimmbänder hauptsächlich dadurch, daß die Musculi crico-thyreoidei den Schildknorpel gegen den Ringknorpel herabziehen, was an unserem Präparate dadurch nachgeahmt werden kann, daß man in dem Schildknorpel mittelst eines Hakens eine Schnur x befestigt und diese mit Gewichten belastet. Indem Müller diese Gewichte von $^1/_2$ bis 37 Loth vermehrte, konnte er alle Töne zwischen ais und $\overline{\overline{\overline{\text{dis}}}}$, also ungefähr $2^1/_2$ Octaven, hervorbringen.

Wenn auch der Faden x nicht durch Gewichte belastet ist, so sind doch die Stimmbänder noch nicht völlig abgespannt; um eine stärkere Abspannung und noch tiefere Töne zu erhalten, bringt man eine Schnur y, Fig. 481, an, welche über eine Rolle gehend mit Gewichten belastet wird, um dadurch den Schildknorpel gegen die Cartilagines arytenoideae zu ziehen, wodurch die Wirkung des Musculus thyreo-arytenoideus nachgeahmt wird. Bei einem solchen Versuche erhielt Müller durch ein Gewicht von $^3/_{10}$ Loth den Ton $\overline{\text{dis}}$, durch Vermehrung des Gewichtes bis zu 3,8 Loth konnte der Ton bis H vertieft

werden; durch eine solche Abspannung der Stimmbänder kann man also die tiefsten Baßtöne der Bruststimme hervorbringen.

Werden die Stimmbänder durch Gewichte gespannt, welche in der Richtung ihrer Länge wirken, so vermehrt sich die Schwingungszahl bei größerer Spannung nicht proportional der Quadratwurzel der Spannung, sondern in einem geringeren Verhältniß. Auch die vom Kehlkopfe isolirten Stimmbänder zeigen, wenn sie mit Hülfe eines durch ein Röhrchen hervorgebrachten Luftstromes zum Tönen gebracht werden, ein ähnliches Verhalten.

Daß die Stimmbänder bei den Brusttönen schlaff, bei den Falsettönen gespannt sind, ist von Biscovius zuerst entdeckt worden; indessen läßt sich bei einem gewissen Grade der Abspannung bei verschiedenem Anspruche sowohl ein Brustton als ein Falsetton hervorbringen. Bei den Falsettönen schwingt aber nicht, wie bei den Flageolettönen der Saiten, ein aliquoter Theil der Länge der Stimmbänder; der wesentliche Unterschied beider Register besteht darin, daß bei den Falsettönen bloß die feinen Ränder der Stimmbänder, bei den Brusttönen die ganzen Stimmbänder lebhaft und mit großen Excursionen schwingen. Die Thatsache ist zuerst von Lehfeldt beobachtet worden. Der Falsetton erfolgt leichter bei ganz schwachem Blasen.

Bei großer Abspannung sind die Stimmbänder nicht allein ganz ungespannt, sondern im Zustande der Ruhe auch runzelig und faltig; sie erhalten erst durch das Blasen die zum Schwingen nöthige Tension.

Bei gleicher Spannung der Stimmbänder läßt sich durch stärkeres Blasen der Ton oft bis zu einer Quinte und mehr in die Höhe treiben.

Die Länge der Luftröhre und ihre membranöse Beschaffenheit, Mund- und Nasenhöhle, der Kehldeckel u. s. w. scheinen nach Müller's Versuchen nur durch Resonanz einen Einfluß auf den Klang, nicht aber auf die Höhe und Tiefe der Töne zu haben.

Stimmorgan der Thiere. Bei den Säugethieren sind die Stimm- 170
organe im Wesentlichen ebenso construirt wie beim Menschen; auch bei ihnen wird der Ton durch die unteren Stimmbänder erzeugt, ja bei den Wiederkäuern fehlen die Ventriculi Morgagni und die oberen Stimmbänder sogar ganz. Bei den Affen sind die resonirenden Theile des Stimmorgans sehr eigenthümlich; so findet sich z. B. beim Orang-Utang, dem Mandrill und dem Pavian ein häutiger Sack unter dem Zungenbeine. Am größten ist dieser resonirende Apparat bei den Heulaffen der neuen Welt.

Die Stimme der Amphibien entsteht wie bei den Säugethieren im Kehlkopfe; sowohl die Frösche, als auch die Krokodile haben Stimmbänder. Beim männlichen Frosche treten beim Tongeben zugleich häutige Säcke am Halse nach außen, welche zur Verstärkung des Tones dienen. Bei den Fröschen fehlt die Luftröhre; die Bronchien gehen sogleich aus dem Kehlkopfe hervor.

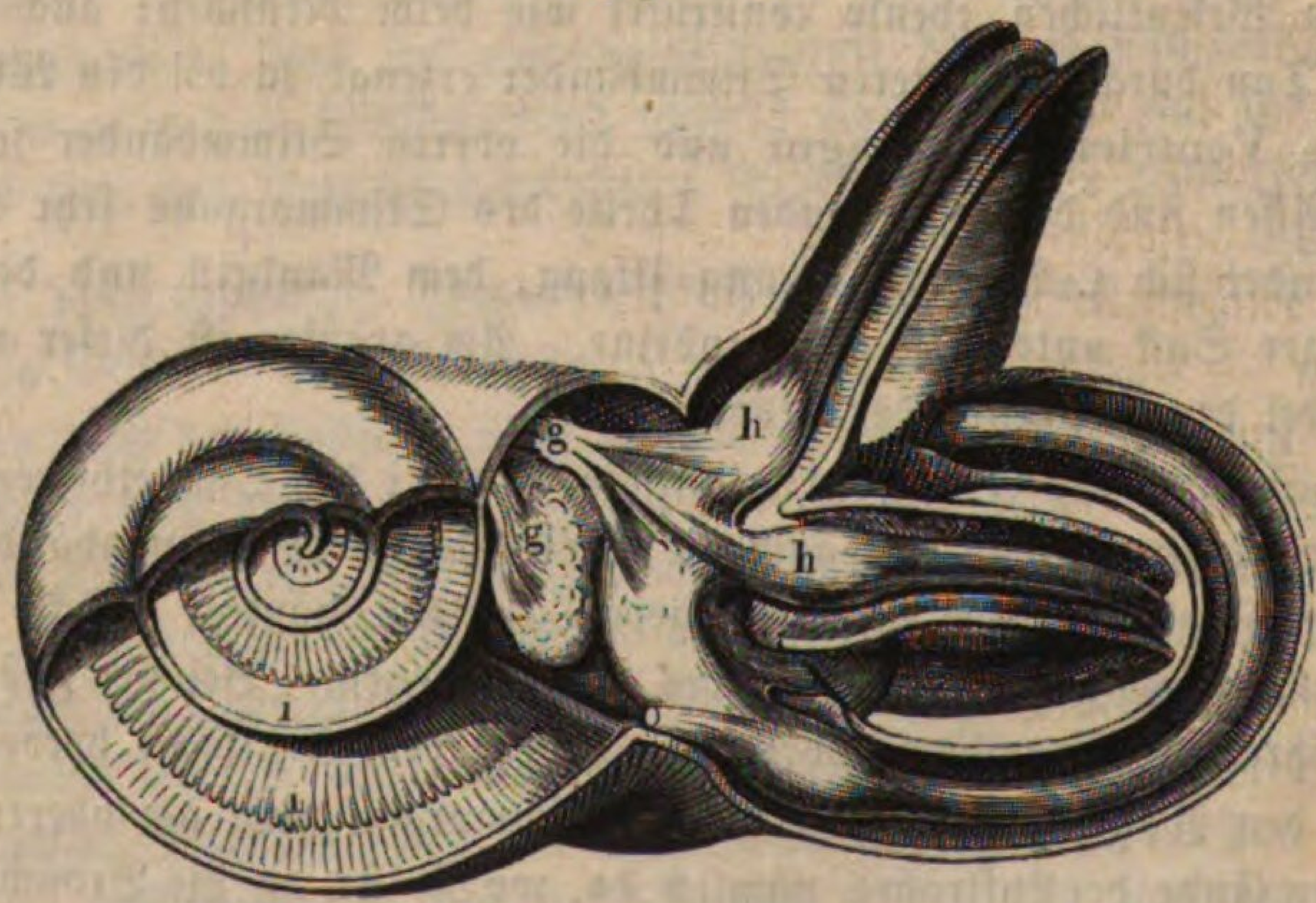
Bei den Vögeln befindet sich das Stimmorgan nicht am oberen, sondern am unteren Ende der Luftröhre, nämlich da, wo sie sich in die Bronchien theilt;

Cuvier zeigte, daß eine Amsel, eine Elster, eine Ente nach Durchschneidung der Luftröhre noch zu schreien vermögen. Die anatomische Untersuchung bestätigt dies Resultat, denn man findet am oberen Ende der Luftröhre nur eine Verengerung, eine Spalte, welche keineswegs zur Erzeugung von Tönen geeignet ist, während man am unteren Ende einen wunderbar eingerichteten, zur Hervorbringung einer großen Reihe hoher und tiefer Töne geeigneten Apparat findet; doch ist es nicht möglich, davon eine Idee zu geben, ohne zu sehr in anatomische Details einzugehen. Was die Theorie der Vogelstimme betrifft, so herrscht darüber noch eine große Ungewißheit, wenigstens ist es noch nicht bewiesen, daß das Stimmorgan der Vögel auch als eine Zungenpfeife zu betrachten sei.

171 **Das Gehörorgan** besteht aus drei Haupttheilen, dem äußeren Ohre, welches durch die Ohrmuschel und den Gehörgang gebildet wird; der Trommelhöhle, welche von dem Gehörgange durch das Trommelfell getrennt ist, und dem Labyrinthe. Das Labyrinth besteht aus knöchernen Höhlungen, welche mit einer Flüssigkeit angefüllt sind, in welcher sich der Gehörnerv verbreitet; um auf diesen Nerven wirken zu können, müssen die Schallvibrationen der ganz von Knochen umgebenen Flüssigkeit im Labyrinthe mitgetheilt werden; dies wird durch zwei Oeffnungen des Labyrinthes vermittelt, sie heißen das ovale und das runde Fenster; beide sind mit einem zarten Häutchen überspannt; auf die Membran des ovalen Fensters ist ein Knöchelchen aufgewachsen, welches Steigbügel genannt und von welchem sogleich näher die Rede sein wird.

Die Fig. 482 stellt das Labyrinth in stark vergrößertem Maaßstabe zum Theil geöffnet dar. Es besteht aus drei Haupttheilen, der Schnecke, dem Vorhof und den halbkreisförmigen Canälen. Der akustische Nerv verbreitet sich theils in den Vorhof, wo er sich auf die Ampullen, Röhren, welche in den halbkreisförmigen Canälen liegen und mit einer besonderen Flüs-

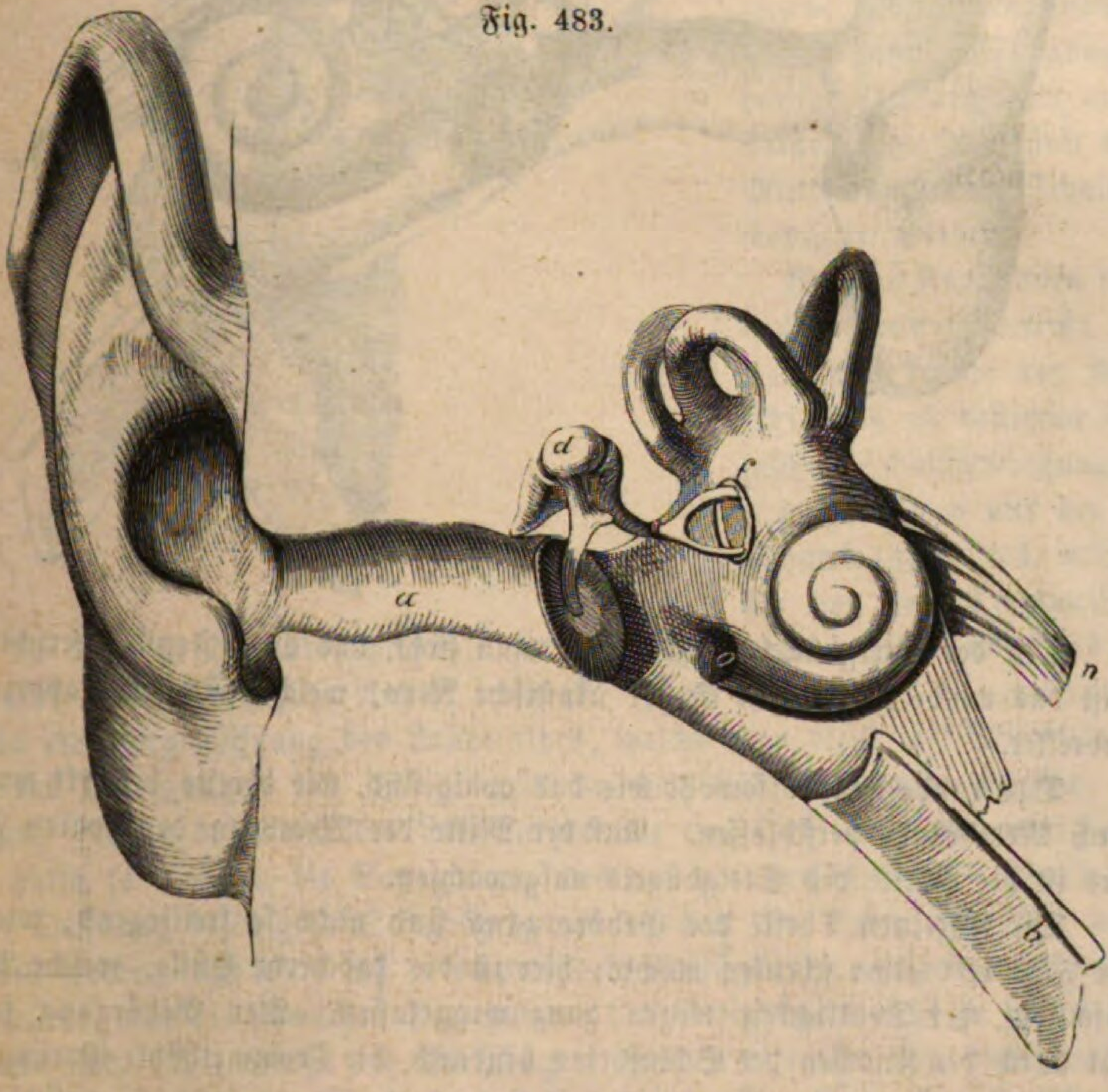
Fig. 482.



sigkeit gefüllt sind, ansetzt, größtentheils aber, in ganz feine Verzweigungen ausgehend, in die Schnecke. Die einzelnen Windungen der Schnecke sind nämlich durch eine diesen Windungen parallele feine knöcherne Scheidewand in zwei Theile getheilt. Diese Scheidewand ist sehr porös und zellig, und in diese Zellen verbreiten sich die letzten Verzweigungen des akustischen Nerven, wie dies in unserer Figur an dem aufgebrochenen Theile der Schnecke zu sehen ist.

Zu dem Labyrinthe werden nun die Schallschwingungen durch die in der Trommelhöhle befindlichen kleinen Knöchelchen fortgeleitet; diese Knöchelchen sind der Hammer, welcher mit seinem Griffe an der inneren Seite des Trommelfelles angewachsen ist; an den Hammer setzt sich der Amboß an, und mit diesem hängt durch das linsenförmige Knöchelchen des Sylvius der Steigbügel zusammen, dessen Tritt gerade das ovale Fenster verschließt. Aus der Uebersichtsfigur Fig. 483, in welcher der Deutlichkeit wegen die

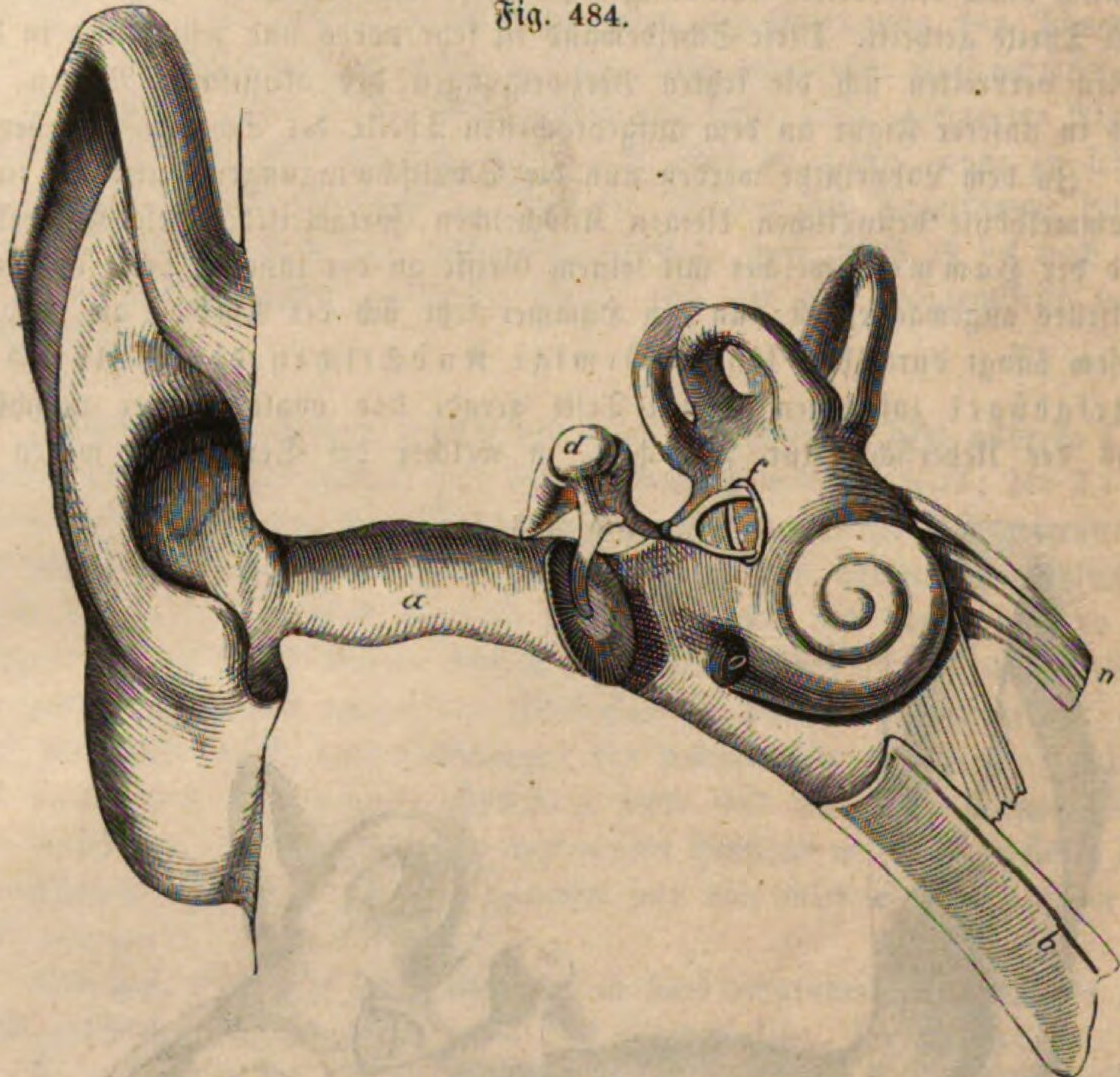
Fig. 483.



inneren Theile unverhältnißmäßig groß gezeichnet sind, ist ungefähr die gegenseitige Lage aller dieser Theile zu ersehen. *a* ist der Gehörgang, welcher die Schallwellen von der Ohrmuschel zum Trommelfelle führt. Das Trommelfell trennt die Trommelhöhle von dem Gehörgange. Durch die Eustachische Röhre *b* steht die Trommelhöhle mit der Mundhöhle in Verbindung, so daß die Luft in der Trommelhöhle stets mit der äußeren sich ins

Gleichgewicht stellen kann. *d* ist der Hammer, welcher einerseits an das Trommelfell angewachsen, mit seinem anderen Ende aber an den Amboß *e* angesetzt

Fig. 484.



ist. *f* ist der Steigbügel, welcher, wie man sieht, das ovale Fenster verschließt, *o* ist das runde Fenster; *n* ist der akustische Nerv, welcher sich im Labyrinthe verbreitet.

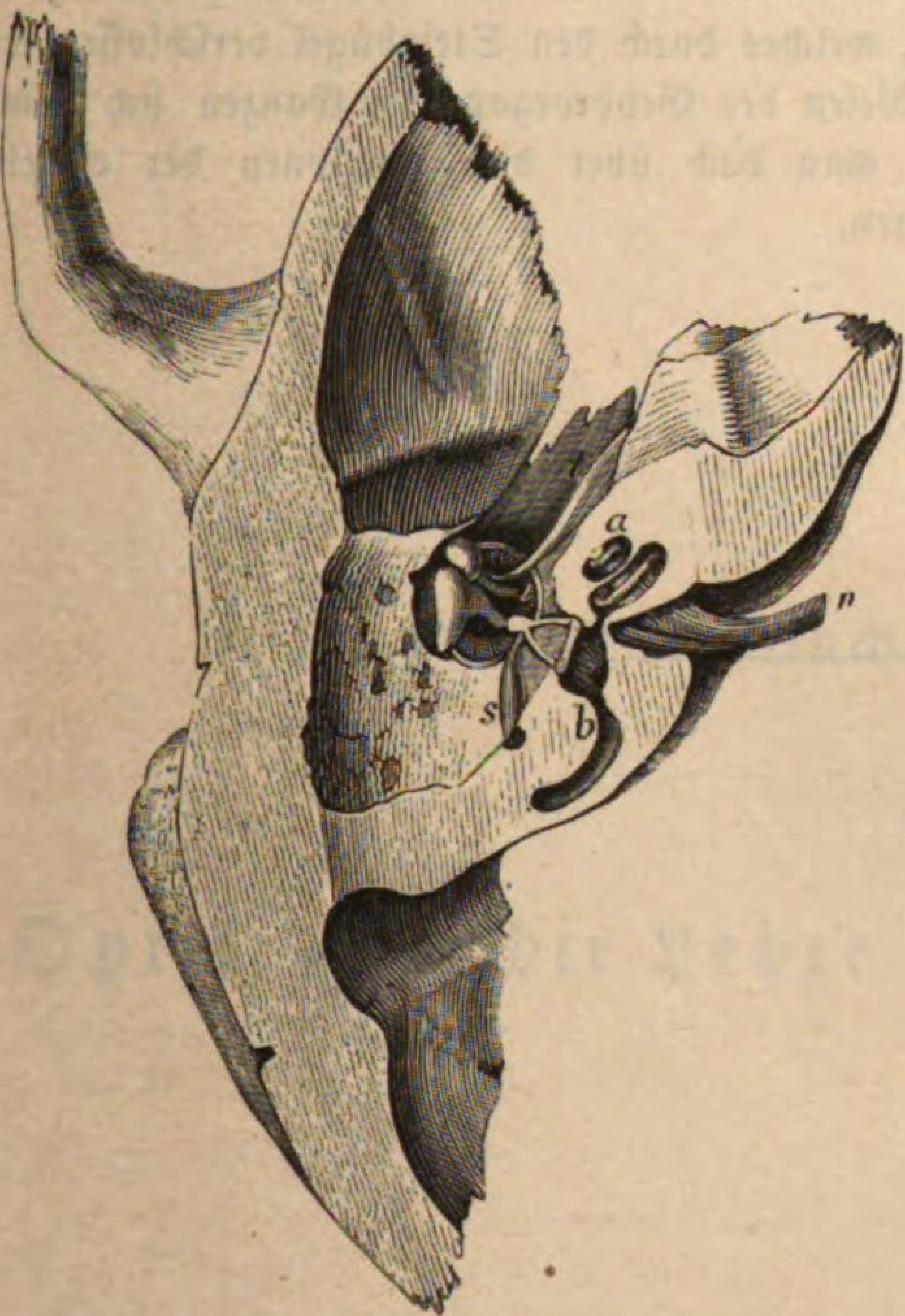
Das runde Fenster sowohl wie das ovale sind, wie bereits bemerkt wurde, durch Membranen verschlossen. Auf der Mitte der Membran des ovalen Fensters ist die Platte des Steigbügels aufgewachsen.

Die einzelnen Theile des Gehörorgans sind nicht so freiliegend, wie es aus Fig. 484 etwa scheinen möchte; hier ist die knöcherne Hülle, welche Alles einschließt, der Deutlichkeit wegen ganz weggelassen. Der Gehörgang selbst geht durch den Knochen des Schlafbeins hindurch, die Trommelhöhle ist ringsum von Knochenwänden umgeben, und das Labyrinth ist ebenfalls so vollständig in einen Knochen, welcher seiner Härte wegen den Namen des Felsenbeins trägt, eingewachsen, daß man es nur mit Mühe bloßlegen kann. Um eine richtige Vorstellung davon zu geben, wie die einzelnen Theile des Gehörgangs in die Knochenmasse eingewachsen sind, ist in Fig. 485 ein wirklich anatomischer Durchschnitt desselben in natürlicher Größe dargestellt. *a* ist der Durchschnitt der Schnecke, *b* einer der halbzirkelförmigen Canäle, *n* der akustische Nerv, *t* das

Trommelfell; auch der Hammer, Amboß und der Steigbügel sind in Fig. 485 deutlich zu erkennen.

Die Ohrmuschel dient dazu, die Schallwellen aufzunehmen und durch den Gehörgang zum Trommelfelle hinzuleiten; dadurch nun wird das Trommelfell in Vibrationen versetzt, die durch die Gehörknöchelchen zum Labyrinthe geleitet werden. Durch einen Muskel kann das Trommelfell mehr oder weniger gespannt und nach innen gezogen, durch einen andern Muskel kann der Steigbügel bewegt, dadurch aber auch natürlich die Intensität der Mittheilung des Schalles modificirt werden.

Fig. 485.



Was die Functionen des runden Fensters betrifft, so war man früher der Ansicht, daß es bestimmt sei, solche Schallschwingungen aufzunehmen und der Schnecke zuzuführen, welche sich von dem Trommelfell auf die Luft in der Trommelhöhle fortgepflanzt haben. Eduard Weber hat aber gezeigt, daß diese Ansicht irrig sei. Nach ihm ist die Fenestra rotunda eine Gegenöffnung des Labyrinthes, welche dazu dient, die Mittheilungen der Bewegungen des Steigbügels an das Labyrinthwasser möglich zu machen. Wenn die Höhle des Labyrinthes nur eine Oeffnung, das ovale Fenster, hätte, so könnten die Bewegungen des auf der verschließenden Membran dieser Oeffnung befestigten Steigbügels nur dadurch dem Labyrinthwasser mitgetheilt werden, daß diese fast incompressibele Flüssigkeit comprimirt und dilatirt würde, was die schwachen Bewegungen des Steigbügels nicht zu leisten im Stande sind. Die Stöße des Steigbügels werden vielmehr von dem ovalen Fenster zum runden Fenster durch das Labyrinthwasser hindurch fortgepflanzt und setzen die dasselbe verschließende Membran in entsprechende Schwingungen. Indem die Membranen des ovalen und des runden Fensters synchronisch hin und her schwingen, wird das zwischen ihnen befindliche Labyrinthwasser mechanisch, d. h. ohne Verdichtungs- und Verdünnungswellen hin und her bewegt und mit ihnen die Säckchen der Ampullen des häutigen Labyrinths.

Das Wesentlichste am Gehörorgane ist der Gehörnerv; daher kann das

Trommelfell verletzt und die Reihe der Gehörknöchelchen unterbrochen sein, ohne daß deshalb das Gehör ganz aufhört; ja bei manchen Thieren, wie bei den Krebsen, besteht das Gehörorgan nur aus einem mit Flüssigkeit gefüllten Bläschen, auf welchem sich der Hörnerv ausbreitet.

Bei den Fischen fehlt die Schnecke; die nackten Amphibien haben nur ein, nämlich nur das ovale Fenster, welches durch den Steigbügel verschlossen wird.

Obgleich man über das Wesen des Gehörorgans im Ganzen sich ziemlich Rechenschaft geben kann, so ist man doch über die Functionen der einzelnen Theile noch nicht ganz im Reinen.

Drittes Buch.

Optik, oder die Lehre vom Lichte.

Erstes Capitel.

Allgemeine Bemerkungen über die Fortpflanzung des Lichtes.

Einleitung. Die allergewöhnlichsten Wahrnehmungen lehren uns, daß 172
ein leuchtender Punkt sein Licht nach allen Seiten hin aussendet; eine brennende Kerze z. B. würde von allen Punkten einer Kugeloberfläche aus sichtbar sein, in deren Mittelpunkt sie sich befindet; ebenso verhält es sich mit einem phosphorescirenden Körper, einem elektrischen Funken u. s. w. Was sich im Kleinen bei unseren gewöhnlichen Erfahrungen zeigt, findet auch in der ungeheuren Ausdehnung der Himmelsräume Statt. Die Sonne verbreitet ihren Glanz nach allen Richtungen des Raumes; ihr Licht trifft gleichzeitig die Erde, die übrigen Planeten, die Kometen und alle Körper des Firmamentes, welche Stelle sie auch auf der unendlichen Himmelskugel einnehmen mögen.

Alle leuchtenden Körper bestehen wesentlich aus wägbarer Materie; der leere Raum kann wohl das Licht fortpflanzen, aber nicht erzeugen. Alle leuchtenden Körper nun lassen sich in immer kleinere und kleinere Theilchen zerlegen, und die letzten noch physikalisch wahrnehmbaren Theilchen heißen leuchtende Punkte. So wie also jeder Körper eine Vereinigung von Molekülen ist, so ist ein leuchtender Körper eine Vereinigung leuchtender Punkte.

Alle Körper, welche nicht selbst leuchtend sind, theilt man in undurchsichtige Körper, wie Holz, Steine und Metalle; durchsichtige, wie Luft, Wasser und Glas, und durchscheinende, wie dünnes Papier und mattgeschliffenes Glas.

Die undurchsichtigen Körper lassen das Licht nicht durch ihre Masse hindurchdringen; die Undurchsichtigkeit hängt aber immer von der Dicke der Körper ab, denn alle Körper, wenn man sie nur dünn genug machen kann, lassen immer etwas Licht durch. So nimmt man z. B. durch ein dünnes Goldblättchen, welches auf eine Glasplatte aufgeklebt ist, ein bläulich-grünes Licht wahr, wenn man nach einer Kerzenflamme oder dem Himmel sieht.

Durchsichtige Körper gestatten dem Lichte den Durchgang, und durch

sie kann man deutlich die Gestalt der Gegenstände erkennen. Die Gase, die Flüssigkeiten, die meisten krystallisirten Körper scheinen vollkommen durchsichtig zu sein, wenn man sie in kleinen Massen hat, denn sie erscheinen in diesem Falle ungefärbt und lassen nicht allein die Form der Körper, sondern auch ihre Farben deutlich wahrnehmen; die durchsichtigsten Körper jedoch erscheinen gefärbt, wenn sie eine hinlängliche Dicke haben, ein Beweis, daß sie einen Theil des Lichtes absorbiren. Ein Tropfen Wasser z. B. erscheint vollkommen farblos, während das Wasser in Masse eine entschieden bläulich-grüne Farbe hat.

Die durchscheinenden Körper lassen allerdings einiges Licht durch, ohne daß man aber durch sie die Gestalt oder die Farbe der Gegenstände zu erkennen im Stande ist.

173 **Geschwindigkeit des Lichtes.** Vergeblich hatten die Mitglieder der Florentinischen Akademie durch Versuche auf der Erde die Geschwindigkeit des Lichtes zu ermitteln versucht, bis Olav Römer, ein Däne, so glücklich war, durch seine fleißigen Beobachtungen der Jupiterstrabanten, die er in den Jahren 1675 und 1676 mit Cassini dem Aelteren auf der Sternwarte zu Paris anstellte, dieselbe zu bestimmen. Näheres darüber findet man in der kosmischen Physik.

Vor einigen Jahren ist es Fizeau gelungen, auch ohne astronomische Beobachtungen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zu messen. Folgendes ist das Princip seiner äußerst sinnreichen Methode.

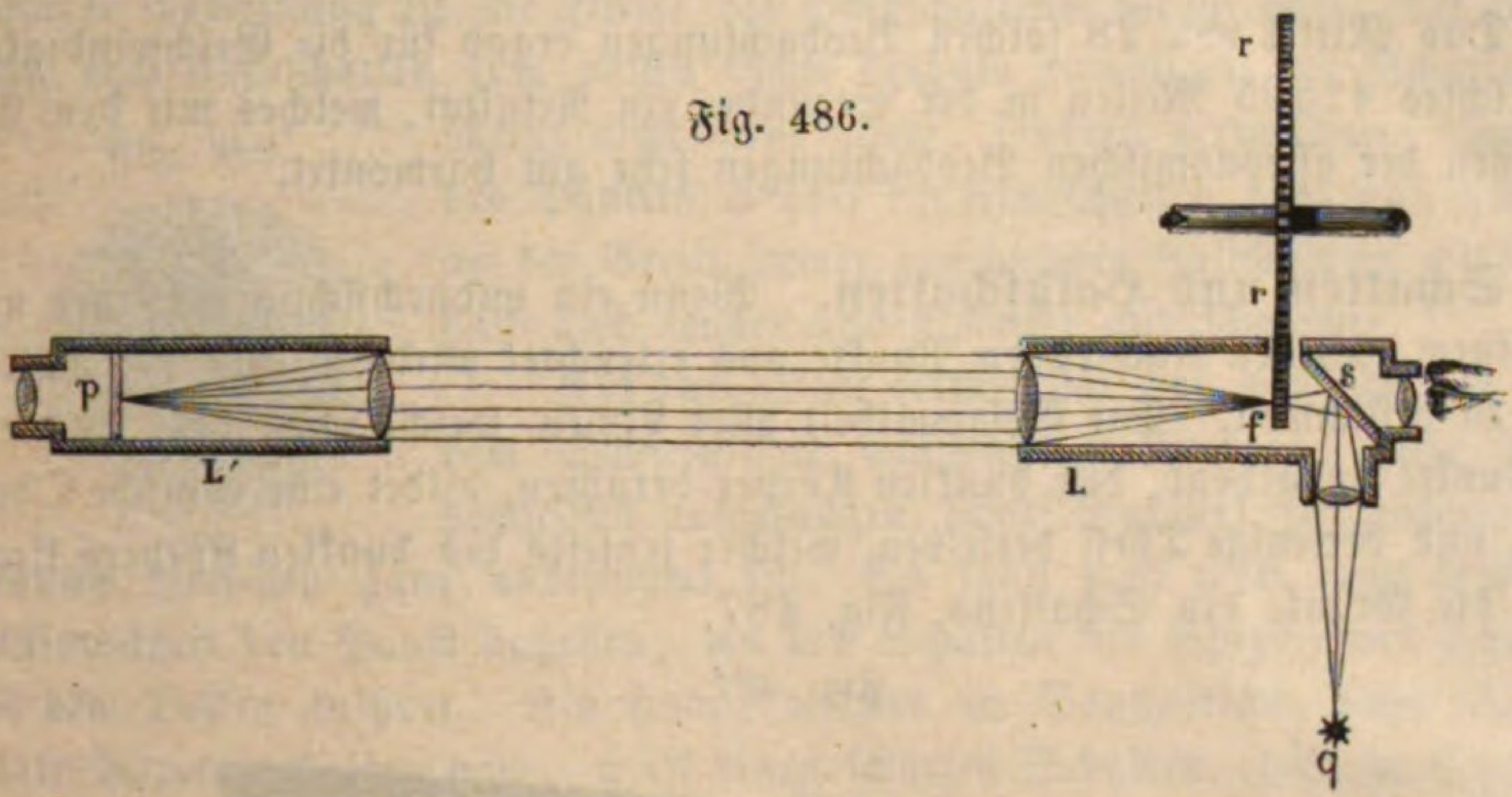
Wenn eine Scheibe, deren Umfang nach Art der gezahnten Räder in eine Anzahl gleicher abwechselnd voller und leerer Abtheilungen getheilt ist, rasch um ihre Axe umgedreht wird, so ist die Zeit, welche verstreicht, während ein solcher Zahn oder ein solcher Zwischenraum vor einem bestimmten Punkte vorübergeht, außerordentlich gering. Man kann es leicht dahin bringen, daß die Zeit des Vorüberganges eines Zahnes oder einer Lücke nur etwa $^1/_{10000}$ Secunde beträgt, und in so kurzer Zeit legt auch das Licht einen nicht gar großen Weg von ungefähr 4 Meilen zurück. Dringt nun durch einen Zwischenraum am Umfange des rotirenden Rades ein Lichtstrahl hindurch, der von einem entfernten Spiegel in derselben Richtung reflectirt wird, in welcher er kam, so wird er bei seiner Rückkehr zum Rade, an der Stelle, wo er die Lücke passirte, je nach der Rotationsgeschwindigkeit des Rades entweder einen Zahn oder eine andere Lücke finden, er wird also je nach den Umständen entweder durch einen Zahn aufgehalten werden oder durch eine Lücke hindurchgehen.

Darauf gründet nun Fizeau sein Verfahren. Fig. 486 stellt schematisch seinen Apparat dar.

L und L' sind zwei Fernröhre, welche in einer Entfernung von 8633 Metern von einander so aufgestellt waren, daß man durch jedes das Objectiv des anderen deutlich sehen konnte. In dem einen Fernrohre ist in einem Winkel von 45° gegen die Axe desselben ein durchsichtiger Spiegel s zwischen dem Ocular und dem Brennpunkte des Objectivs angebracht, welcher das seitlich einfallende Licht einer sehr hell leuchtenden Lampe q gegen das Objectiv hin reflectirt. In dem seitlichen Rohre ist eine Linse oder ein Linsensystem ange-

bracht, durch welche ein Bild der Lichtquelle q im Brennpunkte des Objectivs entworfen wird, so also, daß die von q ausgehenden und durch den Spiegel s

Fig. 486.



reflectirten Strahlen aus dem Objectiv des Fernrohres L als ein Bündel paralleler Strahlen austreten, und folglich im Brennpunkte des Objectivs von L' wieder vereinigt werden. Hier aber befindet sich ein Planspiegel, die Strahlen gehen also auf demselben Wege wieder zum ersten Fernrohre zurück, um im Brennpunkte seines Objectivs abermals vereinigt zu werden, wo das Bild der Lichtquelle q nun durch den Spiegel s hindurch mittelst des Oculars des Fernrohres L betrachtet werden kann.

Auf der anderen Seite des Fernrohres L ist nun eine zweite Oeffnung angebracht, durch welche der Rand des gezahnten Rades rr in dasselbe hineinragt. Die Ebene des Rades rr geht gerade durch den Brennpunkt des Objectivs.

Der Versuch gelang vollkommen. Je nachdem die Rotationsgeschwindigkeit größer oder kleiner war, sah man bald einen hellglänzenden Lichtpunkt oder das Gesichtsfeld blieb vollkommen dunkel. Die erste Verdunkelung trat bei 12,6 Umdrehungen in der Secunde ein. Bei der doppelten Umdrehungsgeschwindigkeit glänzte der Lichtpunkt von Neuem, bei der dreifachen wurde er wieder unsichtbar.

Die Scheibe hatte 720 Zähne und war mit einem durch Gewichte in Bewegung gesetzten Räderwerk in Verbindung gebracht. Ein Zählerwerk erlaubte die Umdrehungsgeschwindigkeit des Rades rr genau zu messen.

Die Breite jedes Zahnes oder jeder Lücke beträgt $^1/_{1440}$ vom Umfange des Rades, bei 12,6 Umdrehungen in der Secunde dauert es also $\frac{1}{1440\,.\,12{,}6}$ $= {}^1/_{18144}$ Secunde, bis eine Zahnlücke den Brennpunkt f passirt; das Licht aber, welches durch diese Zahnlücke hindurchgeht, kommt gerade vom anderen Fernrohre zurück, während ein Zahn im Punkte f ist, folglich hat das Licht in $^1/_{18144}$ Secunde den Weg von $2\,.\,8633 = 17266$ Metern zurückgelegt, die

Geschwindigkeit des Lichtes ist also 17266 × 18144 = 313274304 Meter oder $\frac{313274304}{7420} = 42220$ geographischen Meilen in der Secunde.

Das Mittel von 28 solchen Beobachtungen ergab für die Geschwindigkeit des Lichtes 42505 Meilen in der Secunde, ein Resultat, welches mit den Ergebnissen der astronomischen Beobachtungen sehr gut harmonirt.

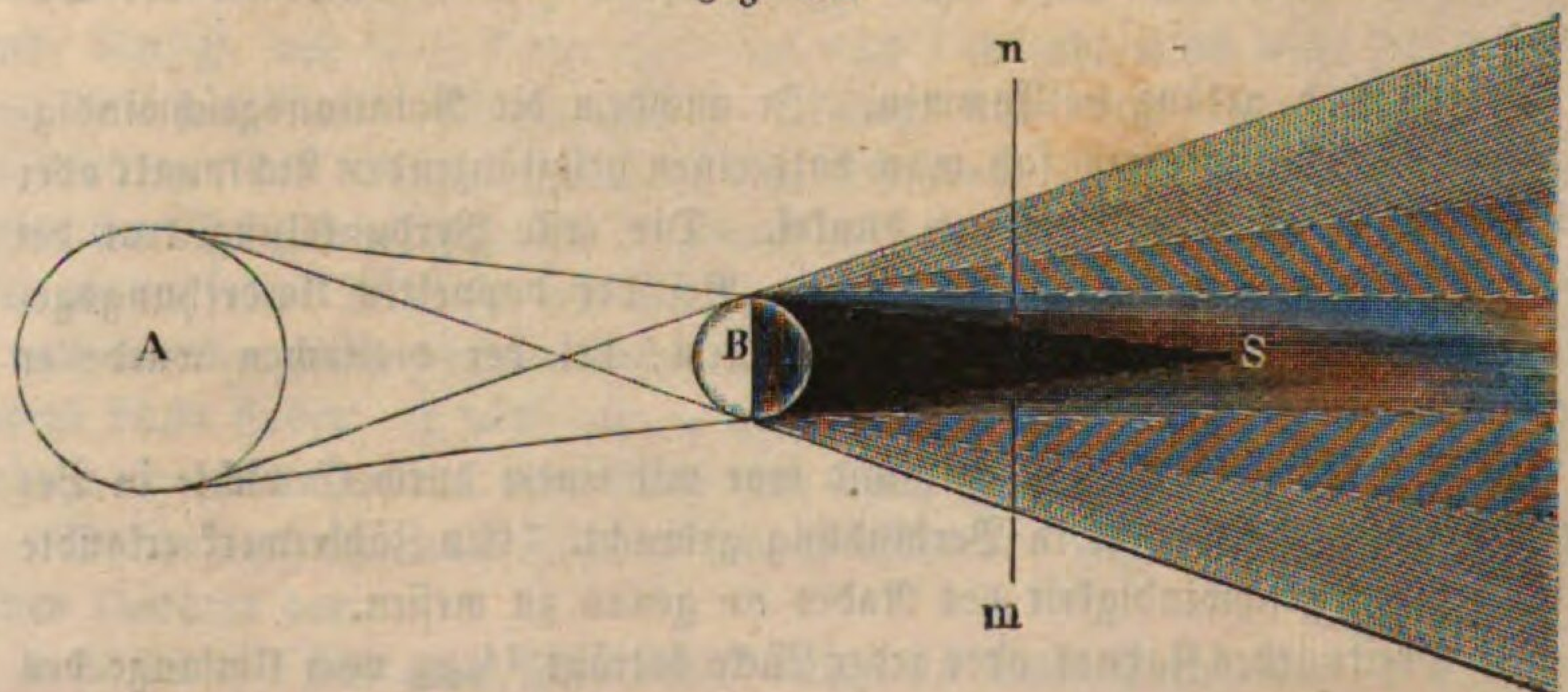
174 **Schatten und Halbschatten.** Wenn ein undurchsichtiger Körper nur von einem einzigen leuchtenden Punkte aus erleuchtet wird, so ist der Schatten leicht zu bestimmen. Die Gesammtheit aller Linien, welche, von dem leuchtenden Punkte ausgehend, den dunklen Körper berühren, bildet eine conische Oberfläche, und derjenige Theil derselben, welcher jenseits des dunklen Körpers liegt, bildet die Gränze des Schattens, Fig. 487.

Fig. 487.



Wenn der leuchtende Körper eine namhafte Ausdehnung hat, so ist außer dem Schatten auch noch der Halbschatten zu unterscheiden. Der Schatten, der in diesem Falle auch der Kernschatten genannt wird, ist der Raum, welcher gar kein Licht empfängt, der Halbschatten hingegen ist die Gesammtheit aller der Orte, welche von einigen Punkten des leuchtenden Körpers Licht empfangen, von anderen aber nicht. Es sei z. B. *A*, Fig. 488, eine große

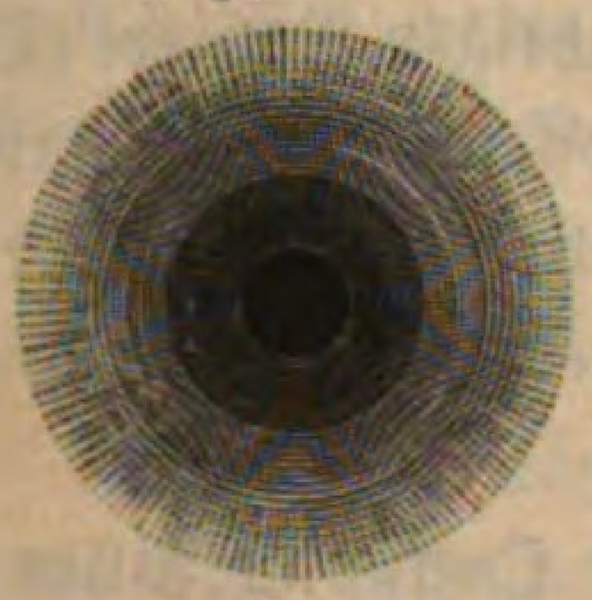
Fig. 488.



leuchtende Kugel, *B* eine kleinere undurchsichtige. Wie weit sich der Kernschatten, wie weit sich der Halbschatten erstreckt, ist aus der Figur deutlich zu ersehen. Durch einen Schirm in *mn* aufgefangen, würde der Schatten das Ansehen Fig. 489 haben. Der Durchmesser des Kernschattens nimmt mit der Entfernung vom leuchtenden Körper ab, der Durchmesser des Halbschattens aber

nimmt zu. Ganz nahe beim schattengebenden Körper ist deshalb der Kernschatten nur von einem schmalen Halbschatten umgeben; nahe hinter dem Körper, welcher den Schatten wirft, ist er deshalb ziemlich scharf begränzt; in größerer Entfernung ist die Breite des Halbschattens bedeutender, der Uebergang vom Kernschatten zum vollen Lichte deshalb allmäliger, der Schatten erscheint nicht mehr scharf, sondern verwaschen. Jenseits des Punktes *S* hört der Kernschatten ganz auf, und der an der Breite immer zunehmende Halbschatten wird deshalb auch immer unbestimmter und schwächer.

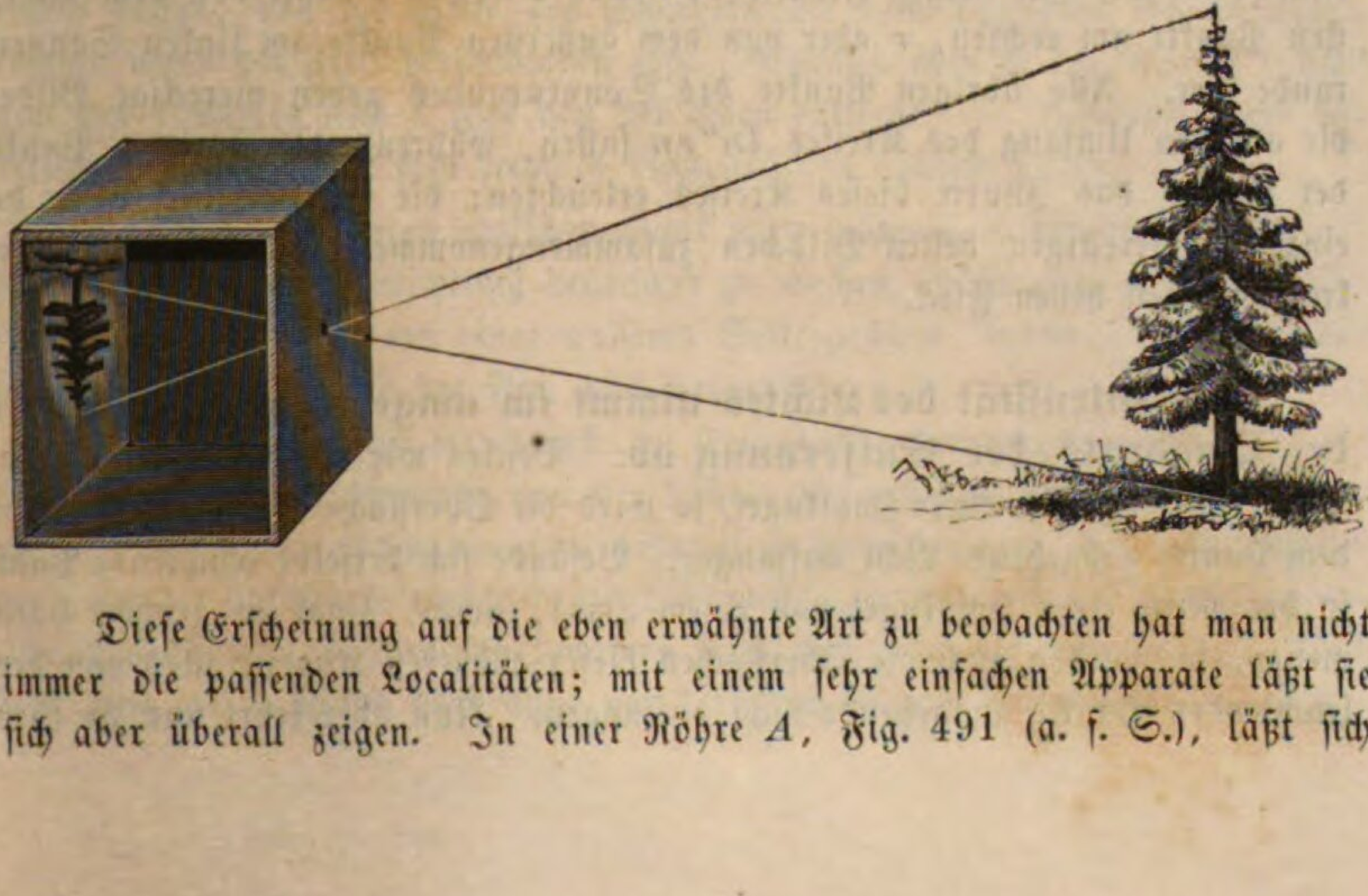
Fig. 489.



Auf diese Weise erklärt sich, daß der Schatten eines dem Sonnenlichte ausgesetzten Körpers, dicht hinter demselben aufgefangen, scharf begränzt, in größerer Entfernung hingegen ganz unbestimmt ist. So kann man z. B. nicht mehr mit Bestimmtheit den Punkt angeben, wo der Schatten der Spitze eines Thurmes auf dem Boden aufhört. Ein Haar, welches im Sonnenlichte dicht über ein Blatt Papier gehalten wird, wirft einen scharfen Schatten, hält man es aber nur zwei Zoll hoch über dem Papier, so ist wohl kaum noch ein Schatten wahrzunehmen.

Wenn man das von einem leuchtenden Punkte ausgehende Licht durch einen Schirm auffängt, in welchem eine ganz kleine Oeffnung gemacht ist, so wird das durch die Oeffnung durchgehende Licht einen scharf begränzten Lichtstrahl bilden; läßt man diesen Strahl auf einen zweiten Schirm fallen, von welchem sonst alles Licht abgehalten ist, so erhält man einen hellen Fleck auf dunklem Grunde. Auf diese Weise erhält man in einem ganz dunklen Zimmer auf einer Wand, welche der feinen Oeffnung im Laden gegenübersteht, ein Bild von jedem außerhalb befindlichen leuchtenden Punkte, welcher Lichtstrahlen durch diese Oeffnung ins Zimmer sendet, und so entstehen auf der Wand verkehrte Bilder aller außerhalb befindlichen Gegenstände, wie dies Fig. 490 erläutert.

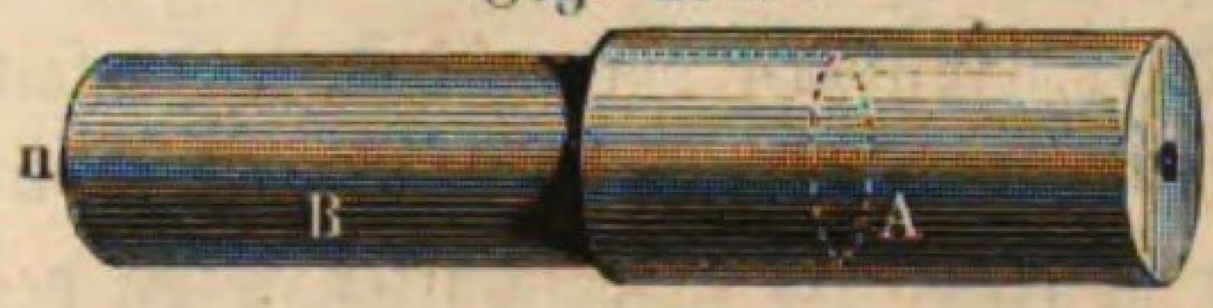
Fig. 490.



Diese Erscheinung auf die eben erwähnte Art zu beobachten hat man nicht immer die passenden Localitäten; mit einem sehr einfachen Apparate läßt sie sich aber überall zeigen. In einer Röhre *A*, Fig. 491 (a. f. S.), läßt sich

eine zweite, *B*, aus- und einschieben, wie sich eine Fernrohrröhre in die andere schieben läßt. Die Röhre *A* ist auf der einen (in unserer Figur der rechten) Seite durch einen dünnen Deckel verschlossen, in welchem sich in der Mitte ein kleines, ungefähr $1/_4$ Linie weites Loch befindet. Die andere Röhre, *B*, ist an dem der kleinen Oeffnung zugekehrten Ende mit einem mattgeschliffenen Glase oder auch mit einem halbdurchsichtigen Papiere (Durchzeichenpapier) verschlossen. Sieht man nun von *n* aus in die Röhre *B*, so erblickt man auf dem durchscheinenden Schirm die verkehrten Bilder der Gegenstände, gegen welche der Apparat gerichtet ist.

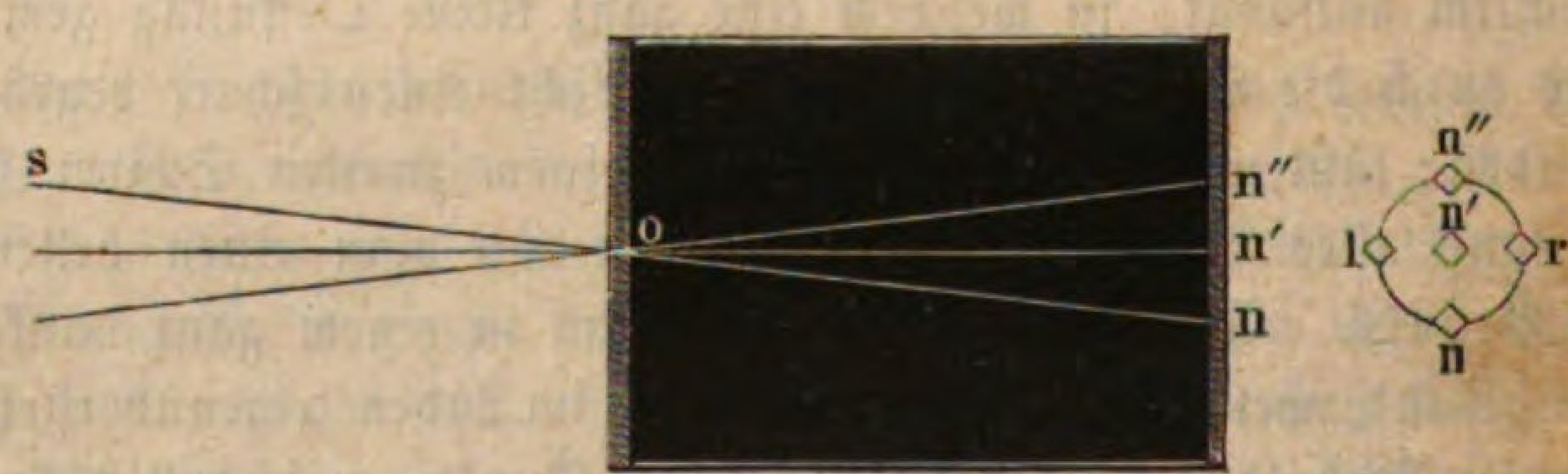
Fig. 491.



$\frac{1}{6}$

Wenn man das Licht der Sonne durch eine kleine Oeffnung fallen läßt, so erhält man jederzeit ein rundes Sonnenbild, welches auch die Gestalt der Oeffnung selbst sein mag. Diese anfangs auffallend erscheinende Thatsache erklärt sich ganz einfach. Wenn die Sonne ein einziger leuchtender Punkt wäre, so würde auf der Wand, welche der Oeffnung gegenüberliegt, ein heller Fleck sich bilden, welcher genau die Gestalt der Oeffnung hat. Nehmen wir an, die Oeffnung *o*, Fig. 492, sei viereckig, so wird das vom höchsten Punkte der

Fig. 492.



Sonnenscheibe ausgehende Licht in der Richtung *son* auf den Schirm fallen, und bei *n* wird ein kleiner viereckiger heller Fleck entstehen. Der tiefste Punkt der Sonne veranlaßt ein viereckiges Bild bei *n″*; der mittlere Punkt der Sonnenscheibe aber den eckigen Flecken *n′*. Das Bildchen *l* rührt von dem äußersten Punkte am rechten, *r* aber von dem äußersten Punkte am linken Sonnenrande her. Alle übrigen Punkte des Sonnenrandes geben viereckige Bilder, die auf den Umfang des Kreises *ln″rn* fallen, während die übrigen Punkte der Sonne das Innere dieses Kreises erleuchten; die Gesammtheit aller der einzelnen viereckigen hellen Bildchen zusammengenommen bildet mithin einen kreisförmigen hellen Fleck.

175 **Die Intensität des Lichtes nimmt im umgekehrten Verhältniß des Quadrats der Entfernung ab.** Denken wir uns einen leuchtenden Punkt in der Mitte einer Hohlkugel, so wird die Oberfläche derselben alles von dem Punkte ausgehende Licht auffangen. Befände sich derselbe leuchtende Punkt in der Mitte einer Hohlkugel von einem 2mal, 3mal, 4mal so großen Halbmesser, so würden auch die Oberflächen dieser größeren Kugeln alles von dem leuchtenden Punkte ausgehende Licht auffangen. Nun aber lehrt uns die Geo-

metrie, daß die Oberflächen der Kugeln sich verhalten wie die Quadrate ihrer Halbmesser; wenn sich also die Halbmesser der Kugeln verhalten wie 1 : 2 : 3, so verhalten sich ihre Oberflächen wie 1 : 4 : 9. Wenn sich also derselbe leuchtende Punkt in der Mitte einer Kugel von 2mal, 3mal so großem Halbmesser befindet, so muß sich dieselbe Lichtmenge über eine 4mal, 9mal so große Oberfläche verbreiten; die Intensität der Erleuchtung muß also 4mal, 9mal schwächer sein, wenn sich die erleuchteten Flächen in einer 2mal, 3mal so großen Entfernung vom leuchtenden Punkte befinden, oder allgemein: die Intensität der Erleuchtung nimmt in dem Verhältnisse ab, in welchem das Quadrat der Entfernung wächst.

Dieser Satz läßt sich nicht mehr mit aller Strenge auf einen leuchtenden Körper von bedeutender Oberfläche anwenden, dessen Licht man in geringen Entfernungen auffängt.

Zur experimentellen Prüfung dieses Satzes kann man den Fig. 493 (a. f. S.) abgebildeten Apparat anwenden.

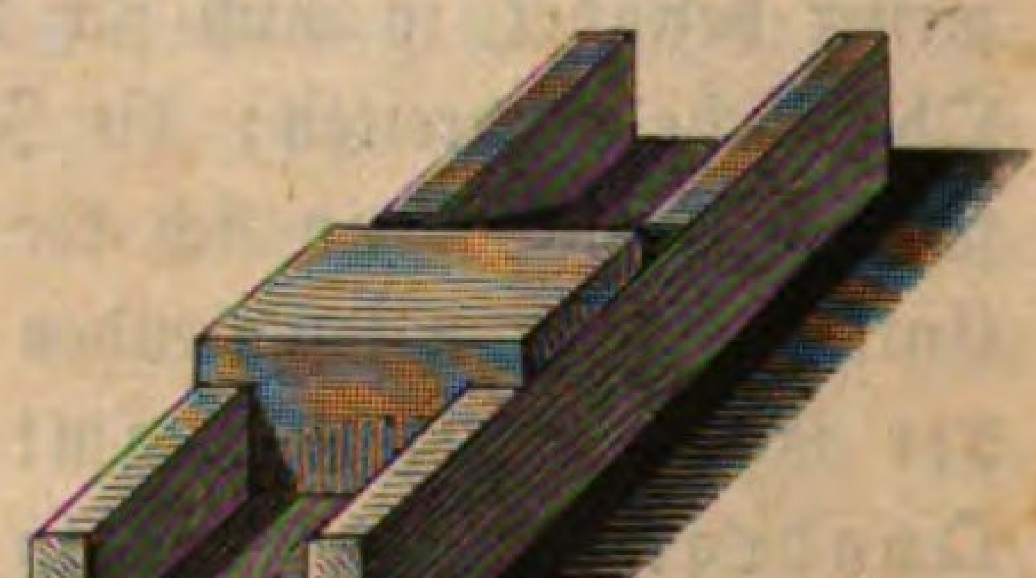
Ungefähr in der Mitte einer 12 bis 15 Fuß langen, auf der Seite getheilten Rinne, die wir die optische Bank nennen wollen, befindet sich ein Schieber *s*, der einen Papierschirm trägt. Das auf einen Rahmen aufgespannte Papier hat in der Mitte einen kleinen mit Stearin oder Wachs gemachten Fleck. Dieser Fleck wird hell auf dunklerem Grunde erscheinen, wenn der Schirm stärker von hinten, dagegen dunkel auf hellerem Grunde, wenn er von vorn stärker erleuchtet ist; wird dagegen der Schirm von vorn und hinten gleich stark erleuchtet, so hört der Fleck auf sichtbar zu sein. Bringt man auf die eine Seite des Schirms eine brennende Kerze, auf die andere Seite vier neben einander stehende Kerzen derselben Art, so wird der Fleck auf dem Schirm, je nach der Stellung der beiden Lichtquellen, bald hell, bald dunkel erscheinen. Bei der Stellung, welche unsere Figur darstellt, erscheint, von der rechten Seite her gesehen, der Fettfleck in der Mitte des Schirmes hell auf dunklem Grunde, und man müßte, bei unveränderter Stellung der Kerzen, den Schirm so weit nach rechts rücken, daß die Mitte des Schiebers bei dem Theilstrich 84 zu stehen kommt, wenn der Fleck verschwinden soll. Alsdann aber ist der Schirm 6 Fuß von den 4 Kerzen und 3 Fuß von der einen entfernt. — Natürlich darf bei diesem Versuche weiter kein fremdes Licht auf den Schirm fallen.

Der eben erwähnten optischen Bank wird später noch oft Erwähnung geschehen. Um ihre Einrichtung deutlicher zu machen, ist in Fig. 494 (a. f. S.) ein Stück der Rinne, von einer anderen Seite gesehen, sammt einem Schieber in doppeltem Maaßstab der Fig. 493 dargestellt.

Auf den Satz, daß die Stärke der Erleuchtung sich umgekehrt verhält, wie das Quadrat der Entfernung von der Lichtquelle, gründen sich die verschiedenen unter dem Namen Photometer bekannten Vorrichtungen, die man anwendet, um die Lichtstärke verschiedener Lichtquellen zu vergleichen. Das Wesentliche des Rumford'schen Photometers kann man aus Fig. 495 ersehen. *CD* stellt eine weiße Wand dar; nahe vor derselben ist ein undurchsichtiges Stäb-

chen *s*, etwas dicker als ein Bleistift, aufgestellt; wenn sich nun ein Licht in *l*, ein anderes in *L* befindet, so werden auf der Wand zwei Schatten des Stäbchens entstehen, der eine in *a*, der andere in *b*. Derjenige Theil der Wand,

Fig. 494.



1/15

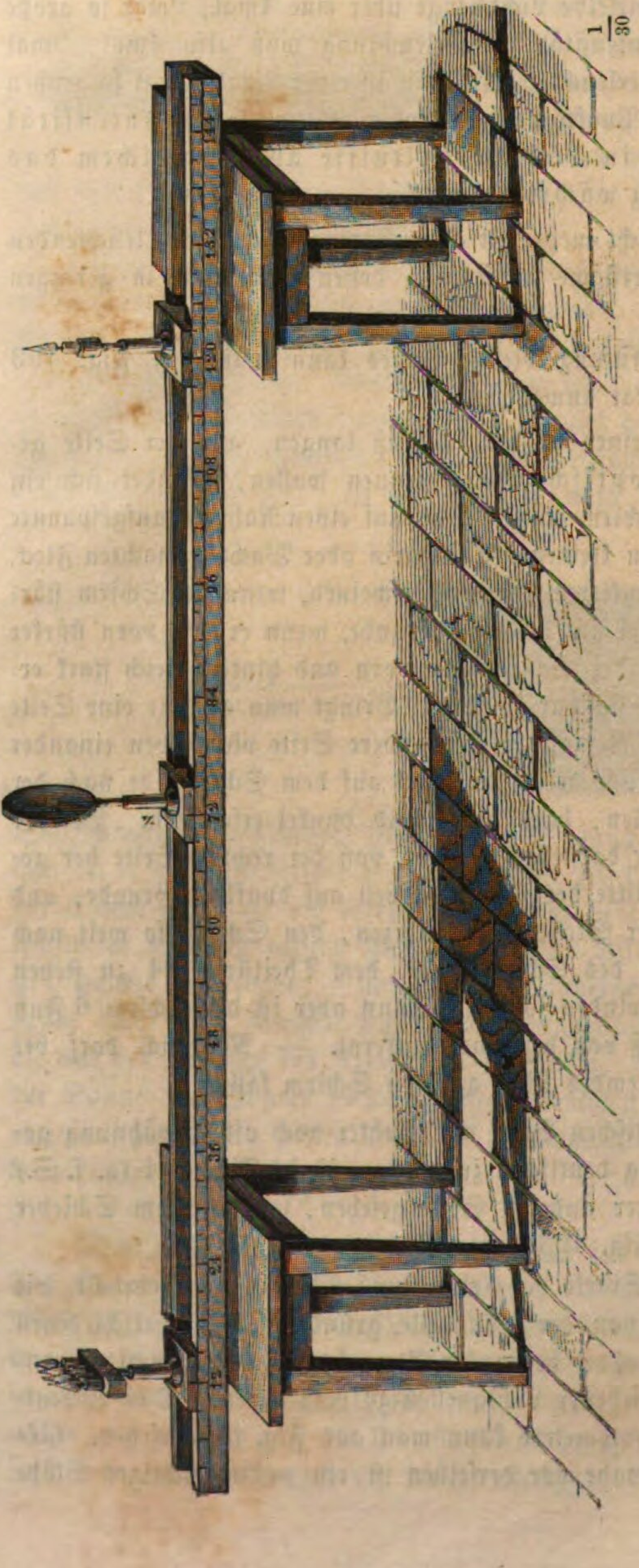
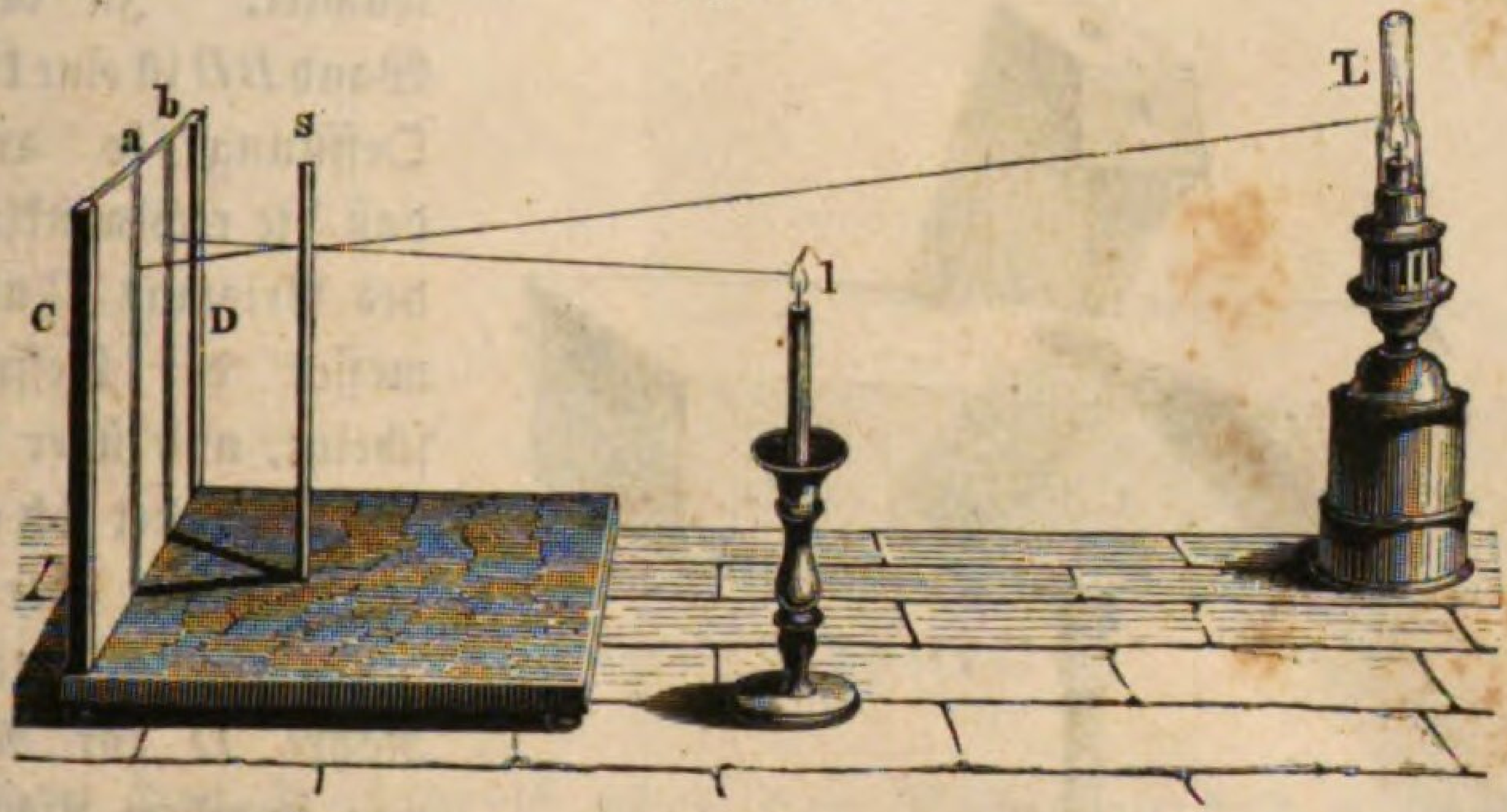


Fig. 493.

auf welchem sich kein Schatten befindet, ist von beiden Lichtern beschienen, der Schatten *b* ist nur durch das Licht *L*, *a* nur durch *l* beleuchtet. Wenn nun beide Lichtquellen vollkommen gleich sind, so werden die beiden Schatten gleich dunkel erscheinen, wenn sich die beiden Lichter in gleicher Entfernung befinden. Wenn aber die Lichtquelle *L* stärker leuchtet, so wird bei gleicher Entfernung der Schatten *a* dunkeler erscheinen als *b*, und um die beiden Schatten wieder gleich zu machen, müßte man *L* weiter vom Schirme entfernen. Nehmen wir an, man hätte *L* wirklich so weit zurückgerückt, daß beide Schatten wieder gleich sind, so verhält sich die Lichtstärke der beiden Flammen wie das Quadrat ihrer Entfernung vom

Schirme; wäre also L 2mal, 3mal so weit vom Schirme entfernt als l, so wäre die Intensität der Lichtquelle L 4mal, 9mal so groß als die von l.

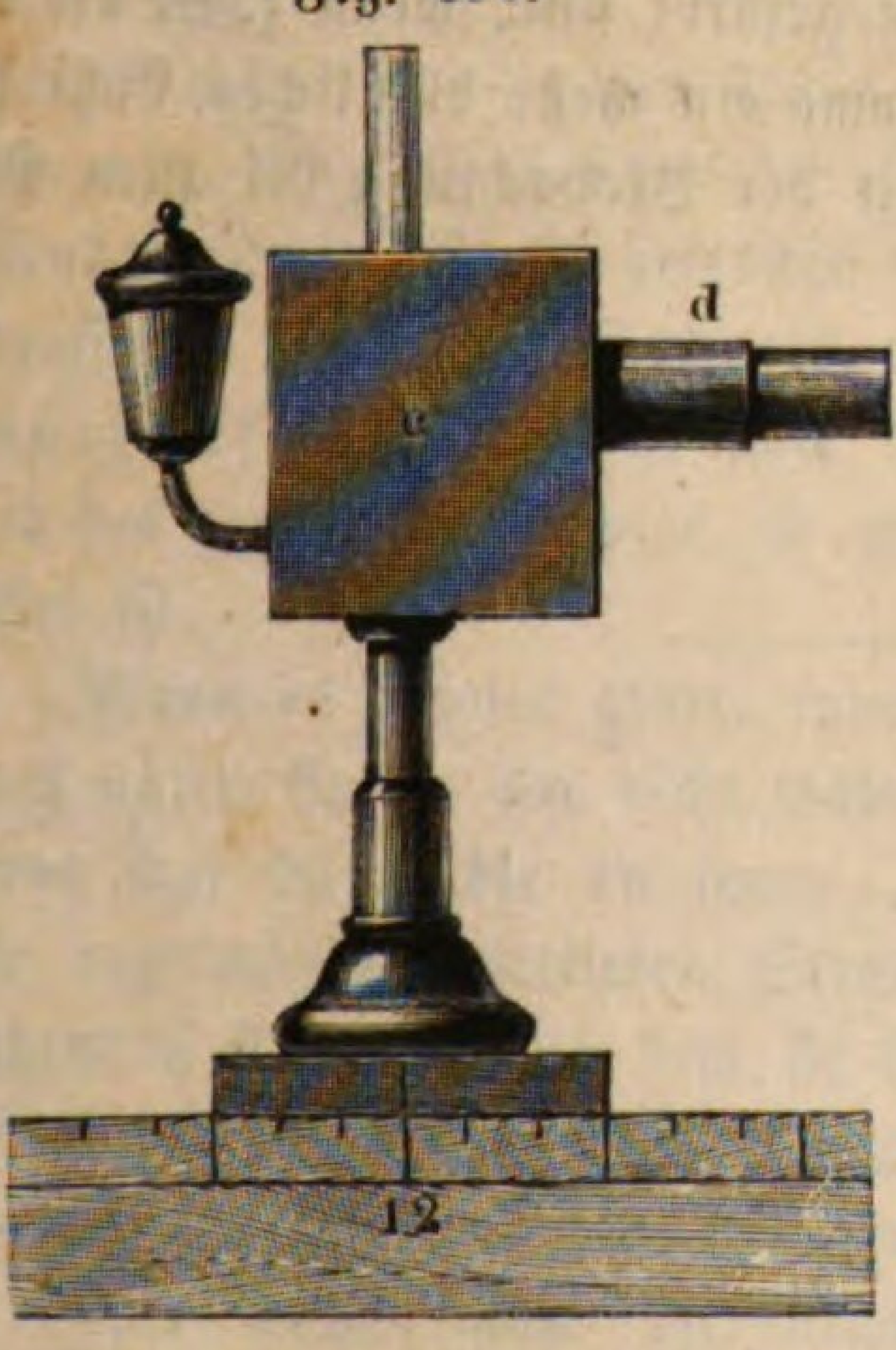
Fig. 495.



Ein mit einem Fettfleck versehener Papierschirm ist zuerst von Bunsen zur Vergleichung verschiedener Lichtquellen angewandt worden, und in der That kann man die Vorrichtung Fig. 493 ohne Weiteres als Photometer benutzen. Wollte man z. B. die Lichtstärke einer Argand'schen Lampe mit der einer Wachskerze vergleichen, so hätte man nur die vier Kerzen zu entfernen, statt ihrer die Argand'sche Lampe auf den Schieber links zu stellen und alsdann den Schieber s mit dem Schirm zu verrücken, bis der Fleck verschwindet.

Fig. 496 stellt das Bunsen'sche Photometer in seiner ursprünglichen Gestalt dar. Als die Lichtquelle, mit welcher er alle anderen vergleicht, dient ihm eine Lampe, deren Flamme sich in einem inwendig geschwärzten Blechkasten c befindet, der mit dem Auszugsrohre d versehen ist. Die äußere Oeffnung dieses Rohres ist durch ein Papierdiaphragma verschlossen, welches in der Mitte einen kleinen Fleck von Stearin hat (oder umgekehrt kann auch die ganze Papierscheibe bis auf einen kleinen centralen Fleck transparent gemacht sein). Wird nun der Photometerkasten der zu prüfenden Lichtquelle so weit genähert, daß man den centralen Fleck nicht mehr vom Grunde unterscheidet, so ergiebt sich das Verhältniß der Leuchtkraft der beiden Lichtquellen leicht aus den gemessenen Entfernungen derselben vom Diaphragma.

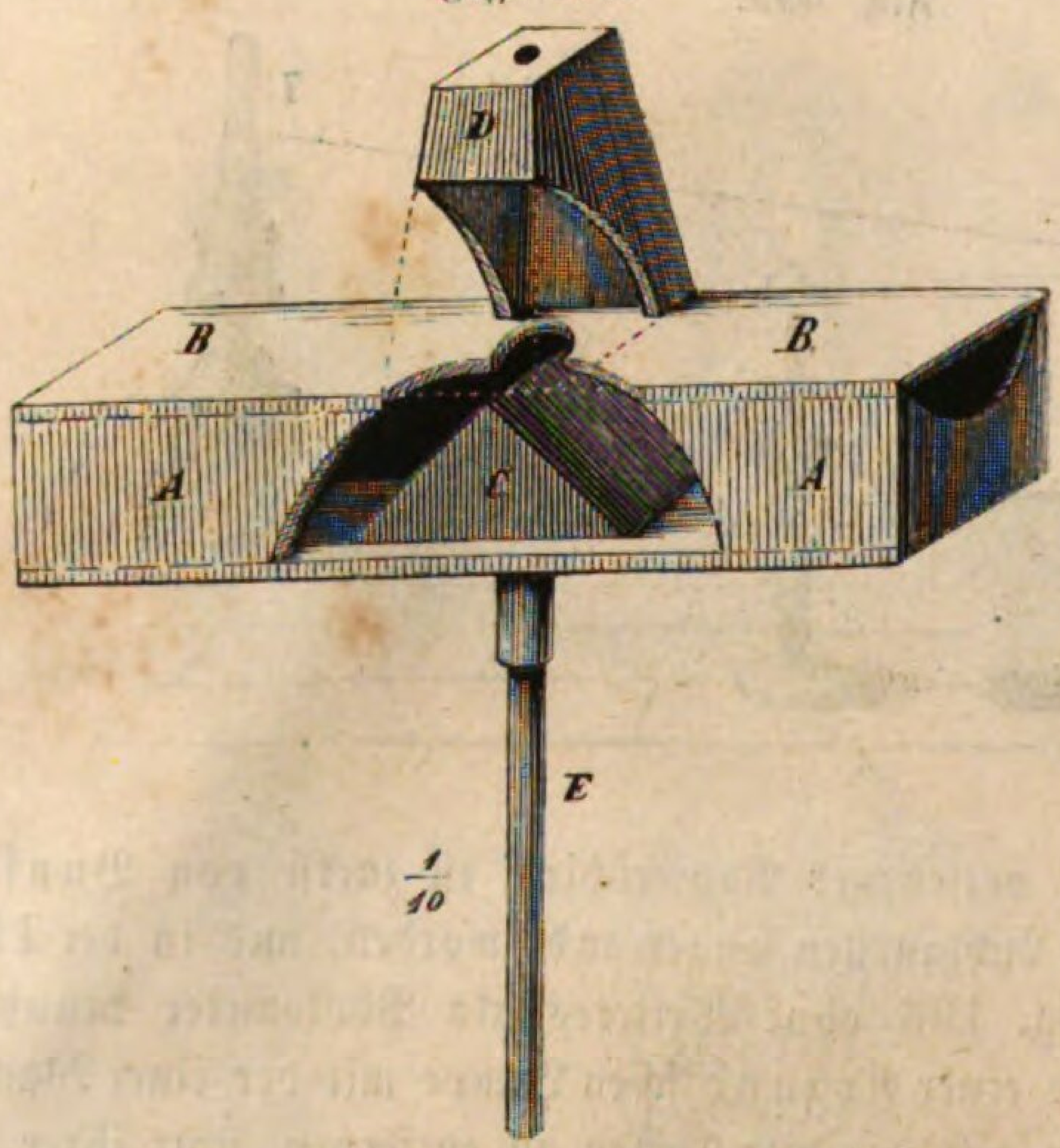
Fig. 496.



Ein drittes Photometer endlich, nämlich das von Ritchie angegebene, ist Fig. 497 (a. f. S.) abgebildet. Es besteht aus einem länglichen, Innen und Außen geschwärzten Kästchen AB, dessen beide Enden halbkreisförmige Oeff-

nungen haben, durch welche das Licht auf das genau in der Mitte befindliche rechtwinklige hölzerne, mit weißem Papier überklebte Prisma *C* fällt und dasselbe von beiden Seiten beleuchtet. In der oberen Wand *BB* ist eine kreisrunde Oeffnung so angebracht, daß die rechtwinklige Kante des Prismas *C* als Durchmesser der Oeffnung erscheint, und über der Oeffnung befindet sich eine kurze vierkantige oder runde, innen ebenfalls geschwärzte Röhre *D* zur Abhaltung von fremdem Licht; sie hat oben eine kleine Oeffnung für das Auge.

Fig. 497.



Dieser Apparat wird nun auf ein entsprechendes Stativ gesteckt. Sind die beiden Lichtquellen zu beiden Seiten aufgestellt, so wird die eine so lange verrückt, bis die beiden Seiten des Prismas *C* genau gleich hell erscheinen. Ist dies erreicht, so kann man aus den Entfernungen der beiden Lichtquellen auf ihre Leuchtkraft schließen.

Wenn die beiden Lichtquellen verschieden gefärbt sind, wenn z. B. die eine Flamme ein mehr röthliches, die andere Flamme ein mehr bläuliches Licht hat, so ist dies ein Umstand, welcher die Sicherheit der Beobachtung bei allen Photometern mehr oder weniger beeinträchtigt.

Zweites Capitel.

Von der Katoptrik oder der Reflexion des Lichtes.

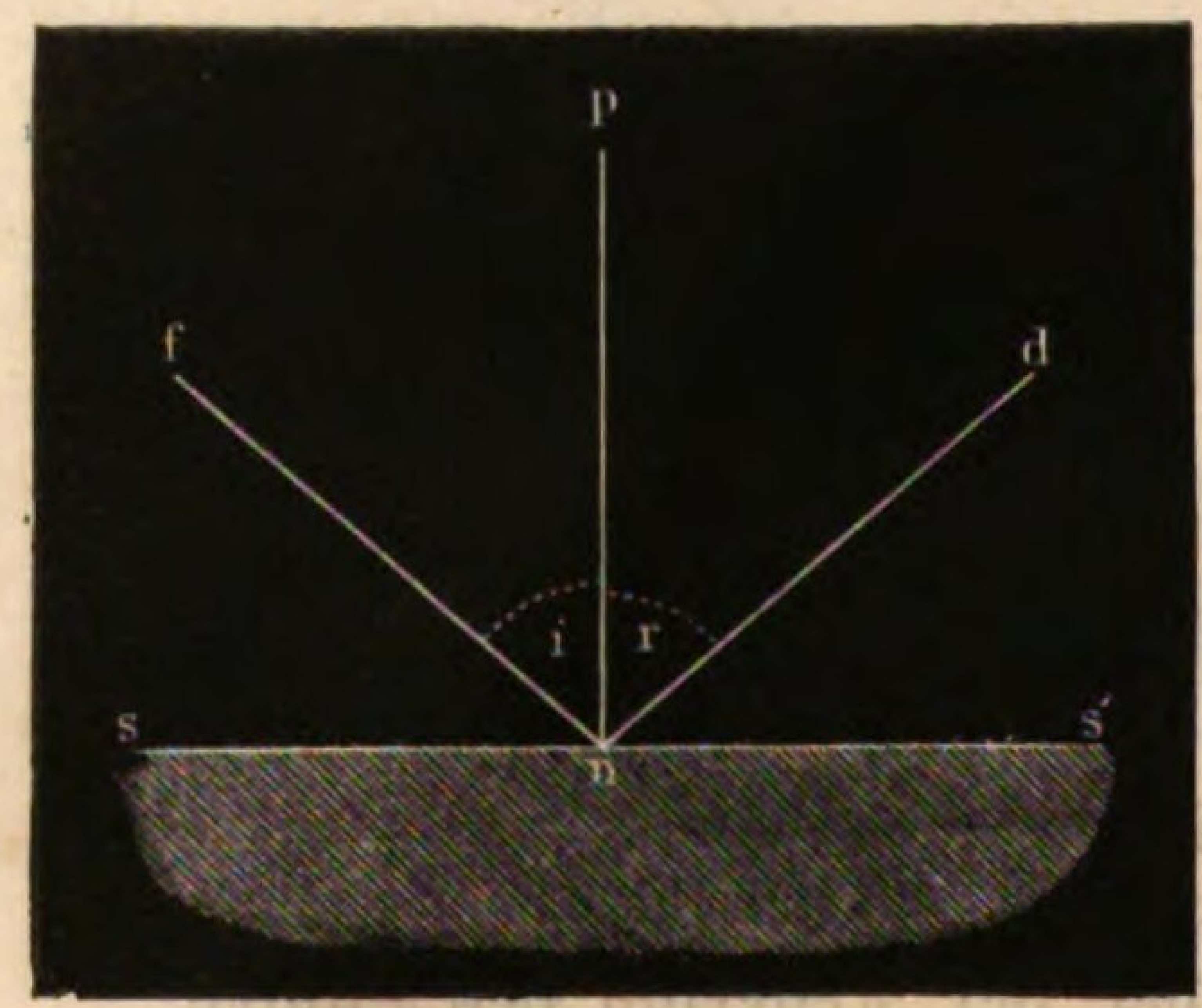
Von der Reflexion des Lichtes auf ebenen Flächen. Wenn 176
man in ein dunkeles Zimmer einen Sonnenstrahl eintreten und auf eine polirte Metallfläche fallen läßt, so beobachtet man im Allgemeinen folgende zwei Erscheinungen: 1) man beobachtet in einer bestimmten Richtung einen Strahl, welcher von dem Spiegel herzukommen scheint und auf den Gegenständen, die er trifft, gerade so ein kleines Sonnenbildchen erzeugt, wie wenn der direct einfallende Sonnenstrahl diese Stelle getroffen hätte; solche Strahlen sind regelmäßig reflectirt, ihre Lichtstärke ist um so bedeutender, je besser der Spiegel polirt ist; 2) von den verschiedenen Orten des dunklen Zimmers aus kann man denjenigen Theil des Spiegels unterscheiden, welcher von dem einfallenden Sonnenstrahl getroffen worden ist; es rührt dies daher, daß von der getroffenen Stelle des Spiegels ein Theil des einfallenden Lichtes unregelmäßig reflectirt, d. h. nach allen Seiten hin zerstreut wird. Die Intensität des zerstreuten Lichtes ist um so größer, je unvollkommener der Spiegel polirt ist.

Wenn es absolut glatte spiegelnde Oberflächen gäbe, so würden wir sie durch unsere Augen gar nicht wahrnehmen können, denn die Körper sind in der Ferne nur durch die an ihrer Oberfläche zerstreuten Strahlen wahrnehmbar. Die regelmäßig reflectirten Strahlen zeigen uns das Bild des Licht aussendenden Körpers, von dem sie kommen, aber nicht den reflectirenden Körper. Bei einem sehr guten Spiegel bemerken wir kaum die spiegelnde Ebene, welche sich zwischen uns und den Bildern befindet, die er uns zeigt.

Wir wollen nun die Richtung der regelmäßig reflectirten Strahlen näher bestimmen. In Fig. 498 (a. f. S.) sei *fn* die Richtung des einfallenden Strahles und *np* ein auf der Ebene des Spiegels errichtetes Perpendikel, das Einfallsloth, so wird der Strahl in einer solchen Richtung *nd* gespiegelt, daß

der Reflexionswinkel *dnp* dem Einfallswinkel *fnp* gleich ist, der Strahl macht also vor und nach der Spiegelung einen gleichen Winkel mit dem Einfallslothe; ferner aber liegt der einfallende Strahl, das Einfallsloth, und der reflectirte Strahl in einer und derselben Ebene.

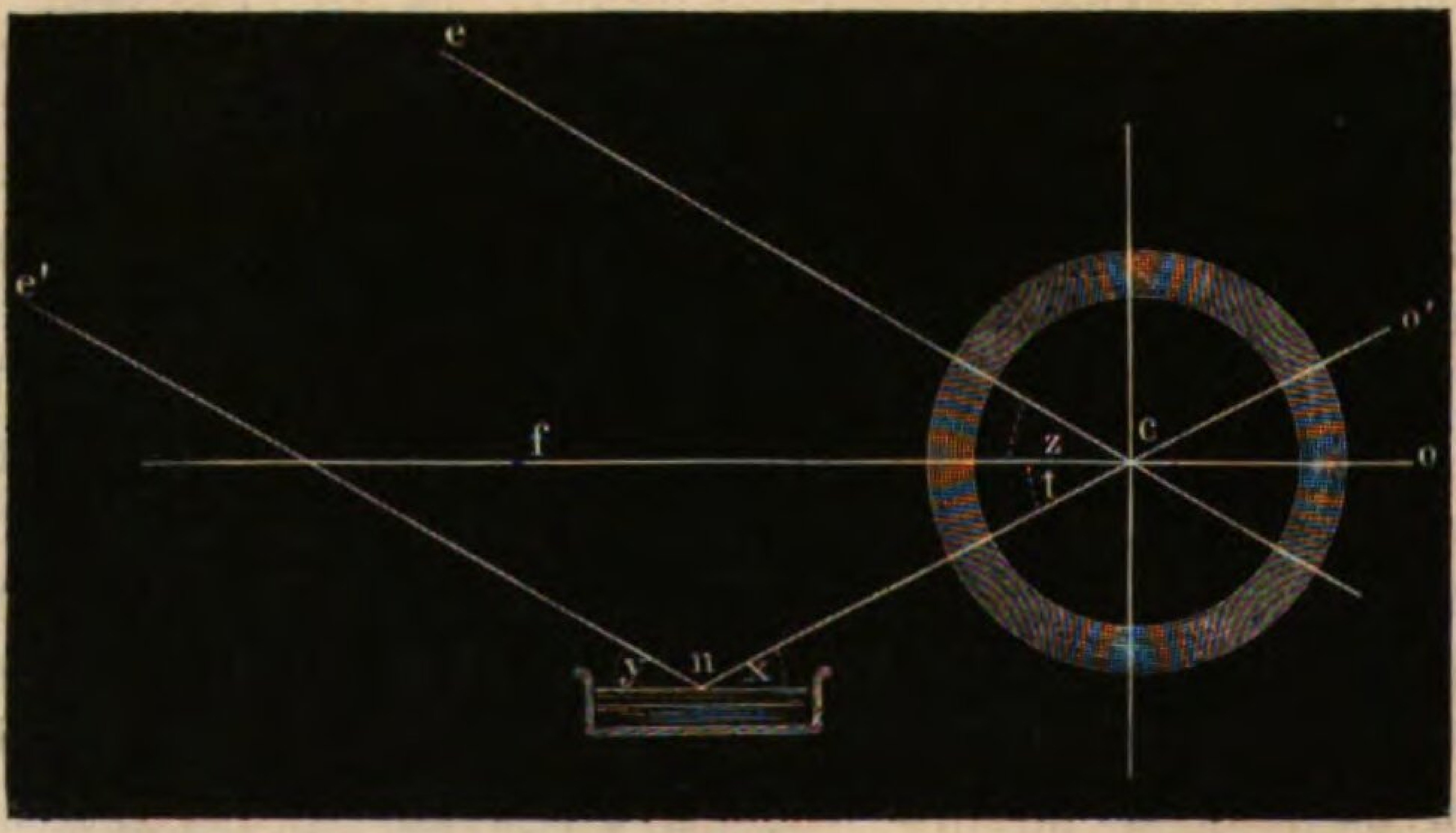
Fig. 498.



Diese beiden Sätze werden durch einen einzigen Versuch bewiesen, welchen die Astronomen oft mit der größten Genauigkeit zu wiederholen Gelegenheit haben.

Um die Axe *c* eines Höhenkreises, Fig. 499, bewegt sich ein

Fig. 499.

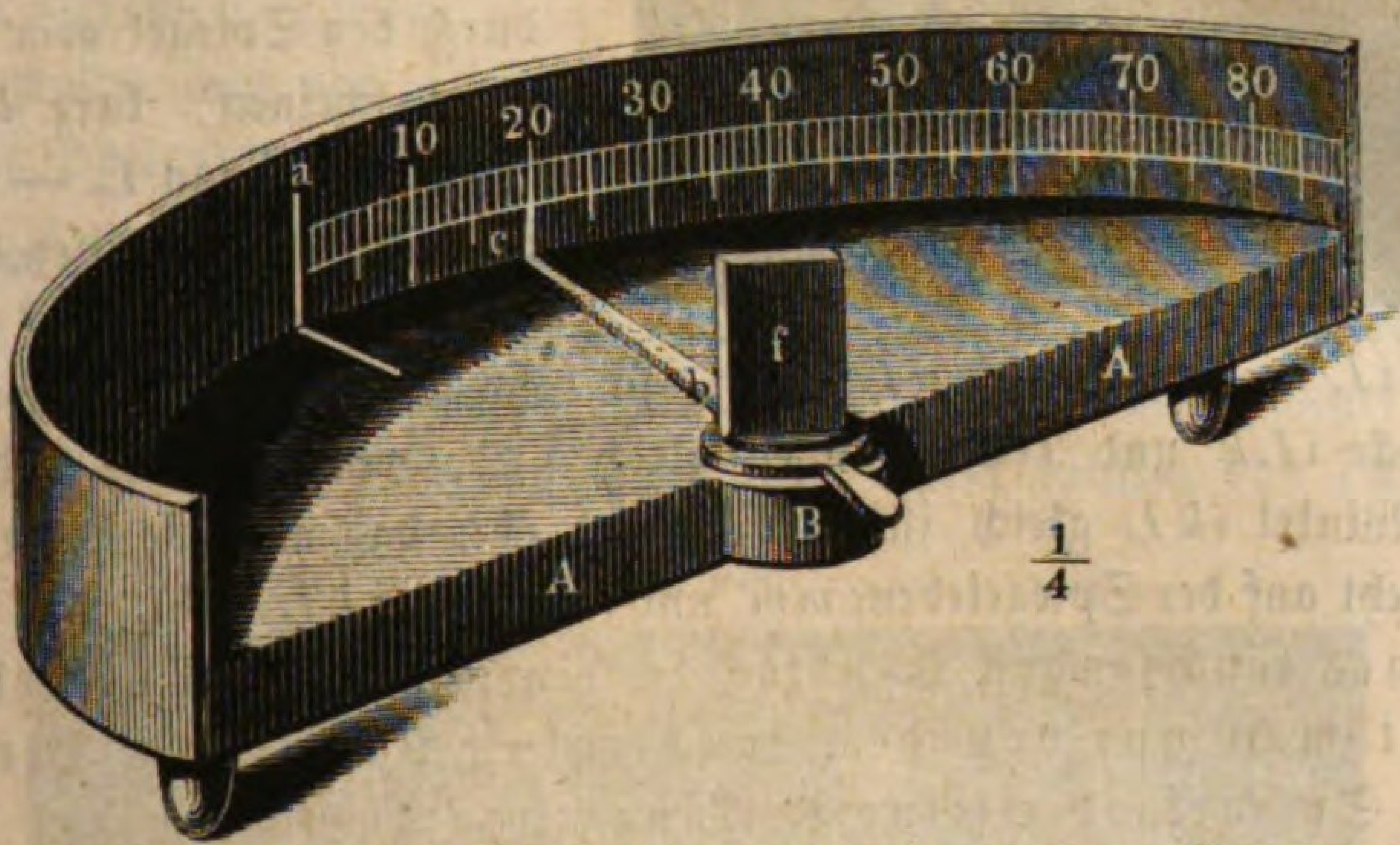


Fernrohr, mit welchem man die Gestirne beobachtet (man kann jedes Theodolith, welches mit einem Höhenkreise versehen ist, zu diesem Versuche anwenden). Erst visirt man nach irgend einem Stern und dann nach dem Bilde desselben Sterns, welches von einem sogenannten künstlichen Horizont reflectirt wird. Ein künstlicher Horizont besteht aus einer flachen silbernen, mit Quecksilber gefüllten Schale, dessen Oberfläche einen vollkommenen horizontalen Spiegel bildet; da aber die Oberfläche des Quecksilbers seiner großen Beweglichkeit wegen durch die geringste Erschütterung erzittert, so ist es schwer, mit einem solchen Quecksilberhorizont zu beobachten, wenn man ihn nicht an einem sehr ruhigen und festen Orte aufstellen kann; man bedient sich deshalb auch oft statt des Quecksilbers einer Mischung von Leinöl und Kienruß, welche noch flüssig genug ist, um leicht eine horizontale Ebene zu bilden, aber doch zu zäh, um durch jede kleine Erschütterung in Vibrationen versetzt zu werden. Mißt man nun den Winkel *z*, welchen die nach dem Stern gerichtete Visirlinie *oe* mit der Horizon-

talen cf bildet, so findet man, daß er dem Winkel t gleich ist, welchen die nach dem Bilde des Sterns gerichtete Visirlinie $o'n$ mit derselben macht. Nun aber ist der einfallende Strahl $e'n$ mit eo parallel, weil beide von dem unendlich weit entfernten Sterne herkommen, folglich ist Winkel y gleich Winkel z und $x = t$. Da nun aber $z = t$, so muß also auch $y = x$ sein. Sind aber die Winkel gleich, welche der einfallende und der reflectirte Strahl mit der Spiegelebene machen, so machen sie auch gleiche Winkel mit dem Einfallslothe.

Noch einfacher läßt sich dieser wichtige Satz mit Hülfe des Apparates Fig. 500 nachweisen. Der Spiegel f, welchen unsere Figur von der Rückseite

Fig. 500.



zeigt, ist um eine verticale Axe drehbar, welche durch den Mittelpunkt des horizontalen halbkreisförmigen Brettes A geht. Die Richtung des Einfallslothes für ein von a in horizontaler Richtung auf den Spiegel fallendes Strahlenbündel ist durch den Messingstreifen bc bezeichnet, welcher sich mit dem Spiegel dreht und bei c einen verticalen Zeiger trägt.

Um den gekrümmten Theil des Brettes A ist ein dasselbe überragender Halbkreis von Messingblech gelegt, welcher bei a einen verticalen Schlitz hat. Der Viertelskreis von a nach der rechten Seite ist in 90 Grad getheilt.

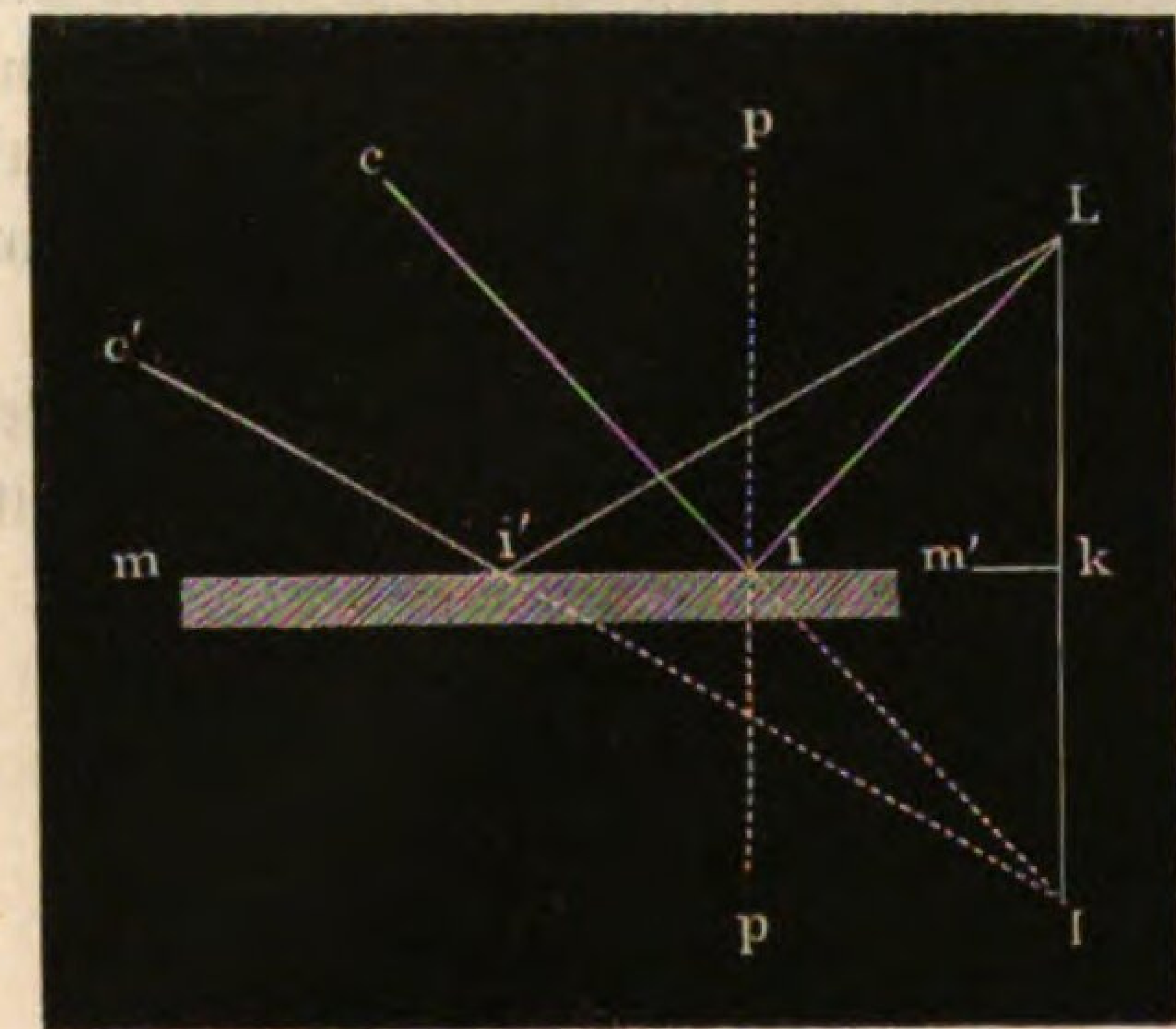
Ist der Spiegel so gestellt, daß der Zeiger c auf dem Theilstrich 10^0, oder auf 20^0, 30^0 u. s. w. steht, so wird ein Strahlenbündel, welches durch die Spalte bei a eindringt (am besten ein durch einen Spiegel horizontal gemachtes Bündel Sonnenstrahlen), mit dem Einfallslothe des Spiegels einen Winkel von 10, 20, 30 u. s. w. Graden machen und also nach den Theilstrichen 20^0, 40^0 60^0 u. s. w. reflectirt werden.

Bilder ebener Spiegel. Mit Hülfe dieser Grundsätze kann man leicht zeigen, daß ein ebener Spiegel von Gegenständen, die sich vor seiner Ebene befinden, Bilder zeigen muß, und daß Bild und Gegenstand in Beziehung auf die spiegelnde Ebene symmetrisch sind. 177

Es sei $m'm$, Fig. 501 (a. f. S.), ein ebener Spiegel, L ein leuchtender Punkt vor demselben, der einen Strahl Li auf den Spiegel sendet. Dieser Strahl

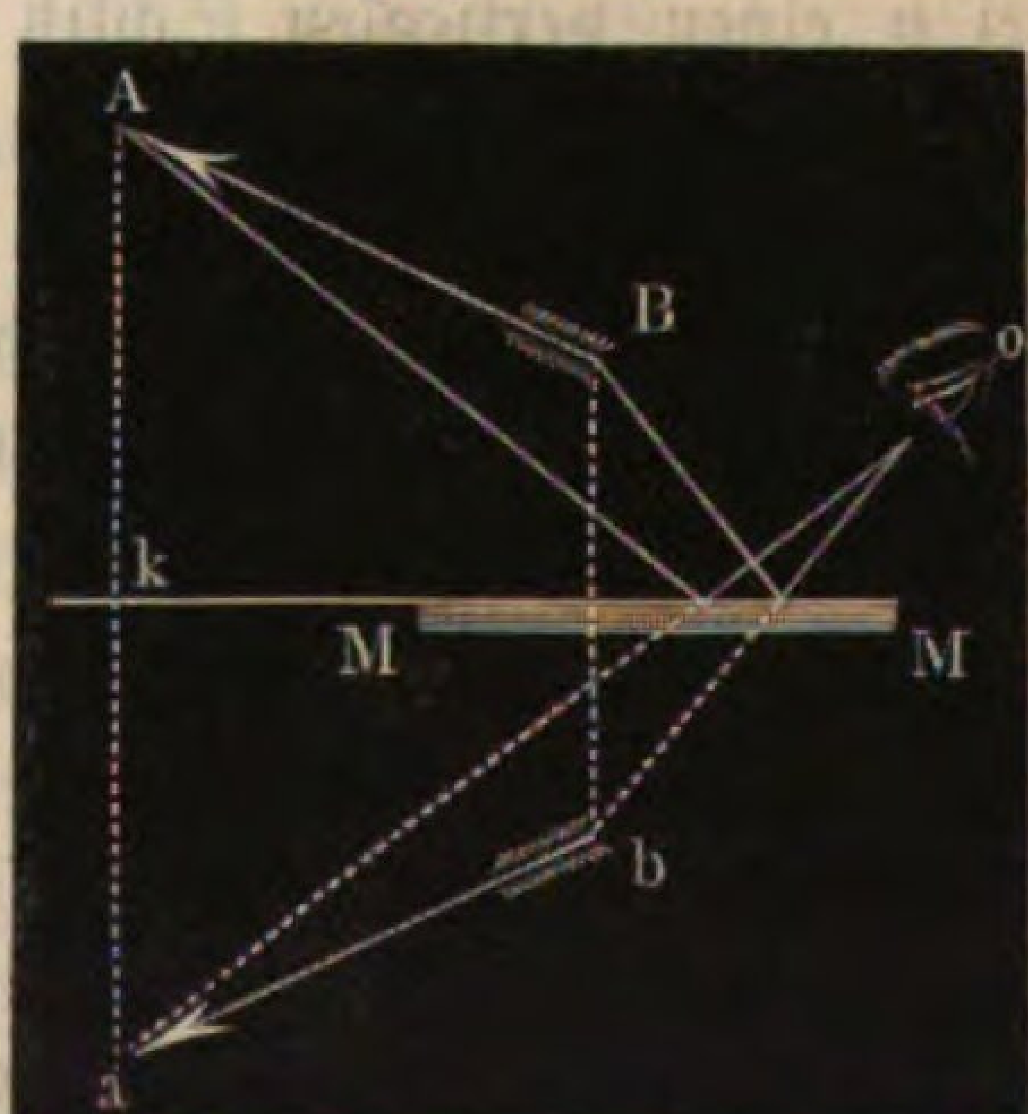
wird nun nach den bekannten Gesetzen in der Richtung ic reflectirt, und wenn der gespiegelte Strahl ein Auge trifft, so macht er auf dasselbe denselben Eindruck, als ob er von einem Punkte hinter dem Spiegel käme. Ein Strahl Li' wird nach der Richtung $i'c'$ reflectirt, und wenn man die Strahlen ic und $i'c'$ rückwärts verlängert, so ist ihr Durchschnittspunkt l derjenige Punkt, von welchem alle von L kommenden Strahlen nach ihrer Reflexion durch den Spiegel mm' zu divergiren scheinen, kurz l ist das Spiegelbild von L. — Nun aber ist, wie leicht zu beweisen, das Dreieck $ii'L$ gleich dem Dreieck $ii'l$, folglich auch $iL = il$; ist aber $iL = il$, so läßt sich auch leicht beweisen, daß die Dreiecke iLk und ilk einander gleich sind, woraus dann endlich folgt, daß der Winkel ikL gleich ist dem Winkel ikl, daß also die Linie Ll rechtwinklig steht auf der Spiegelebene mm' und ferner, daß $kL = kl$. Um also das Bild eines leuchtenden Punktes in einem ebenen Spiegel zu finden, hat man nur von dem leuchtenden Punkte ein Perpendikel auf den Spiegel oder seine Verlängerung zu fällen und dasselbe hinter der Spiegelebene um eben so viel zu verlängern, als der leuchtende Punkt vor dem Spiegel liegt.

Fig. 501.



Da dies für jeden Punkt eines Körpers gilt, welcher Licht auf den Spiegel sendet, mag es nun eigenes oder zerstreutes Licht sein, so kann man leicht das Bild dieses Körpers construiren. In Fig. 502 sei MM ein ebener Spiegel, AB ein Pfeil, welcher sich vor demselben befindet. Man findet das Bild der Spitze, wenn man von A ein Perpendikel Ak auf die Spiegelebene fällt und die Verlängerung ak desselben gleich Ak macht; alle von A ausgehenden Strahlen scheinen nach der Spiegelung so zu divergiren, als ob sie von a kämen; a ist also das Bild von A; ebenso ergiebt sich, daß b das Bild von B ist; der Anblick der Figur zeigt deutlich, daß Bild und Gegenstand in Beziehung auf die Spiegelebene symmetrisch sind.

Fig. 502.



Die Richtung des reflectirten Lichtes läßt sich also mit geometrischer Genauigkeit bestimmen; bei der Intensität der reflectirten Strahlen ist dies aber nicht der Fall. Hier mag darüber einstweilen nur Folgendes angeführt werden:

1) Die Intensität des regelmäßig reflectirten Lichtes wächst mit dem Einfallswinkel, ohne jedoch bei rechtwinkligem Auffallen Null zu sein.

2) Sie hängt von dem Mittel ab, in welchem sich das Licht bewegt und auf welches es trifft.

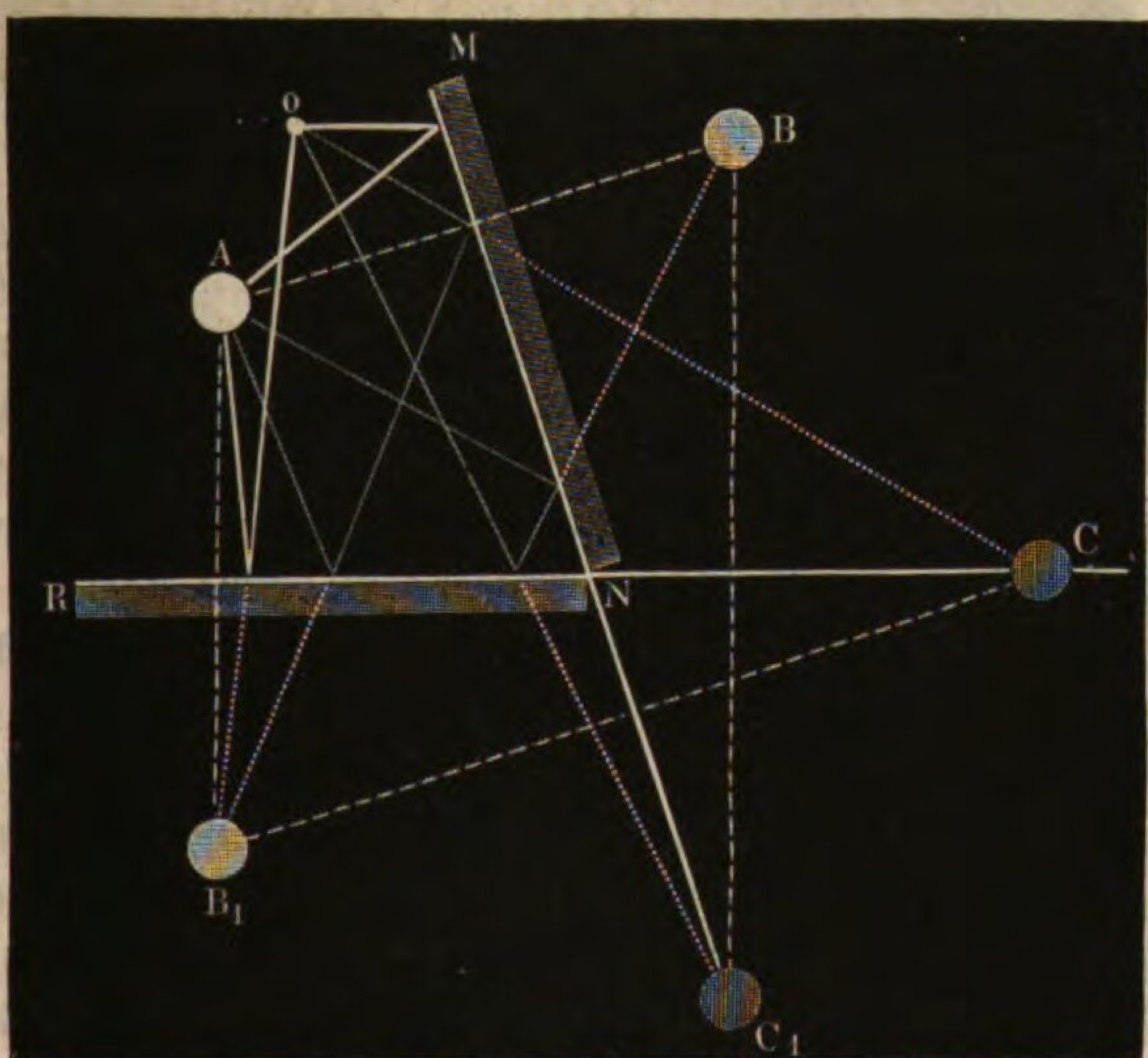
Wir wollen nur einige Beispiele anführen, um dies verständlicher zu machen.

Wenn die von einer Kerzenflamme ausgehenden Strahlen nahe rechtwinklig auf eine mattgeschliffene Glastafel fallen, so kann man kein Bild der Flamme unterscheiden; man sieht es aber sehr gut, wenn die Strahlen recht schief auf die Platte auffallen; in diesem Falle kann man das Bild auch auf polirtem Holze, glänzendem farbigen Papier u. s. w. wahrnehmen und daraus geht hervor, daß die Menge des reflectirten Lichtes um so größer ist, je schiefer die Strahlen einfallen.

Wir wollen nun noch einige Apparate und Instrumente betrachten, welche sich auf die Spiegelungsgesetze auf ebenen Spiegeln gründen.

Winkelspiegel. Wenn zwei ebene Spiegel in irgend einem Winkel zusammengestellt werden, so sieht man von einem zwischen ihnen sich befindenden Gegenstande mehrere Bilder, deren Zahl von der Neigung der Spiegel abhängt. 178
In Fig. 503 seien MN und RN zwei unter einem Winkel von 72^0 ($^1/_5$ des

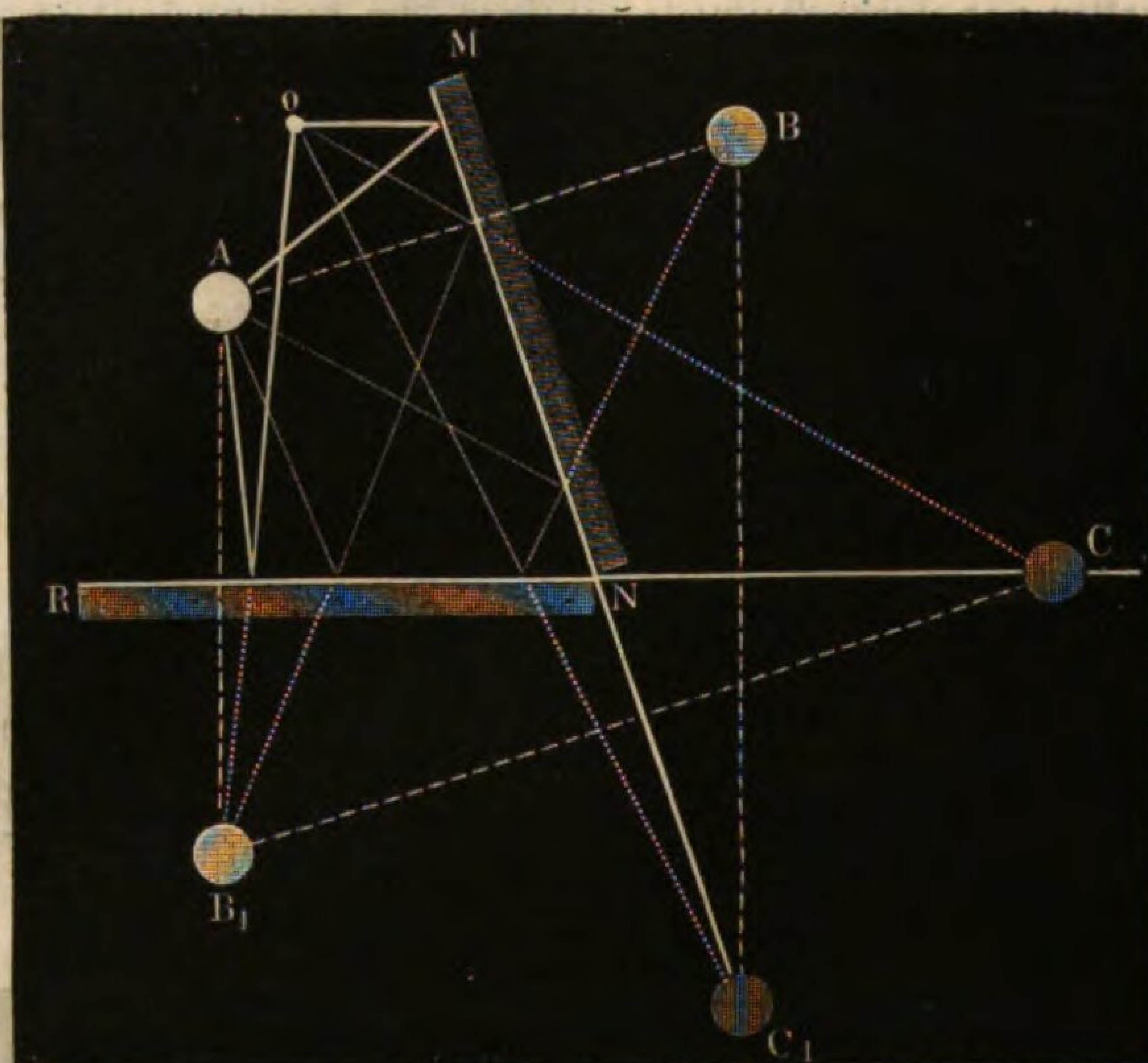
Fig. 503.



Kreisumfanges) zusammenstoßende ebene Spiegel, A ein leuchtender Punkt, der sich in der Mitte des von ihnen gebildeten Winkels befindet. Zunächst wird in jedem Spiegel ein Bild von A entstehen, und zwar ist das Bild für den einen Spiegel in B, für den anderen in B_1; ein in O befindliches Auge sieht also außer dem Gegenstande A selbst, in Folge einer einmaligen Spiegelung, auch noch die Bilder B und B_1 desselben. Nun aber können solche Strahlen,

die von dem einen Spiegel reflectirt worden sind, den zweiten treffen und an demselben eine abermalige Reflexion erleiden. Da alle vom ersten Spiegel reflectirten Strahlen so divergiren, als ob sie von B kämen, so ist B gewisser-

Fig. 504.



maßen selbst ein Gegenstand, welcher Strahlen auf den Spiegel RN sendet, und man kann demnach leicht das Bild des Bildes B im Spiegel RN finden; man fälle nur von B ein Perpendikel auf die Verlängerung von RN, und verlängere es auf die bekannte Weise, so erhält man das Bild C_1, von welchem alle Strahlen auszugehen scheinen, die von dem Spiegel MN auf den Spiegel RN reflectirt werden und an diesem eine abermalige Spiegelung erleiden; und so sieht das Auge in O nach zweimaliger Spiegelung noch ein Bild in C_1.

Das Bild B_1 ist aber auch ein Gegenstand für den Spiegel MN, und wenn man den Ort des Bildes von B_1 bestimmt, so findet man, daß es in C liegt.

Von dem Bilde C kann nun kein weiteres Bild entstehen, weil es hinter der Reflexionsebene des Spiegels MN und in der Reflexionsebene des Spiegels RN liegt. Dasselbe gilt vom Bilde C_1. Von dem Gegenstande A sieht man also hier noch vier Bilder, welche mit A selbst ein regelmäßiges Fünfeck bilden.

Wären die Spiegel unter einem Winkel von 60^0, 45^0, 36^0 u. s. w. geneigt gewesen, d. h. betrüge der Winkel, den sie machen, $^1/_6$, $^1/_8$, $^1/_{10}$ des ganzen Kreisumfanges, so würde man, den Gegenstand selbst mitgerechnet, 6, 8, 10 u. s. w. Bilder sehen.

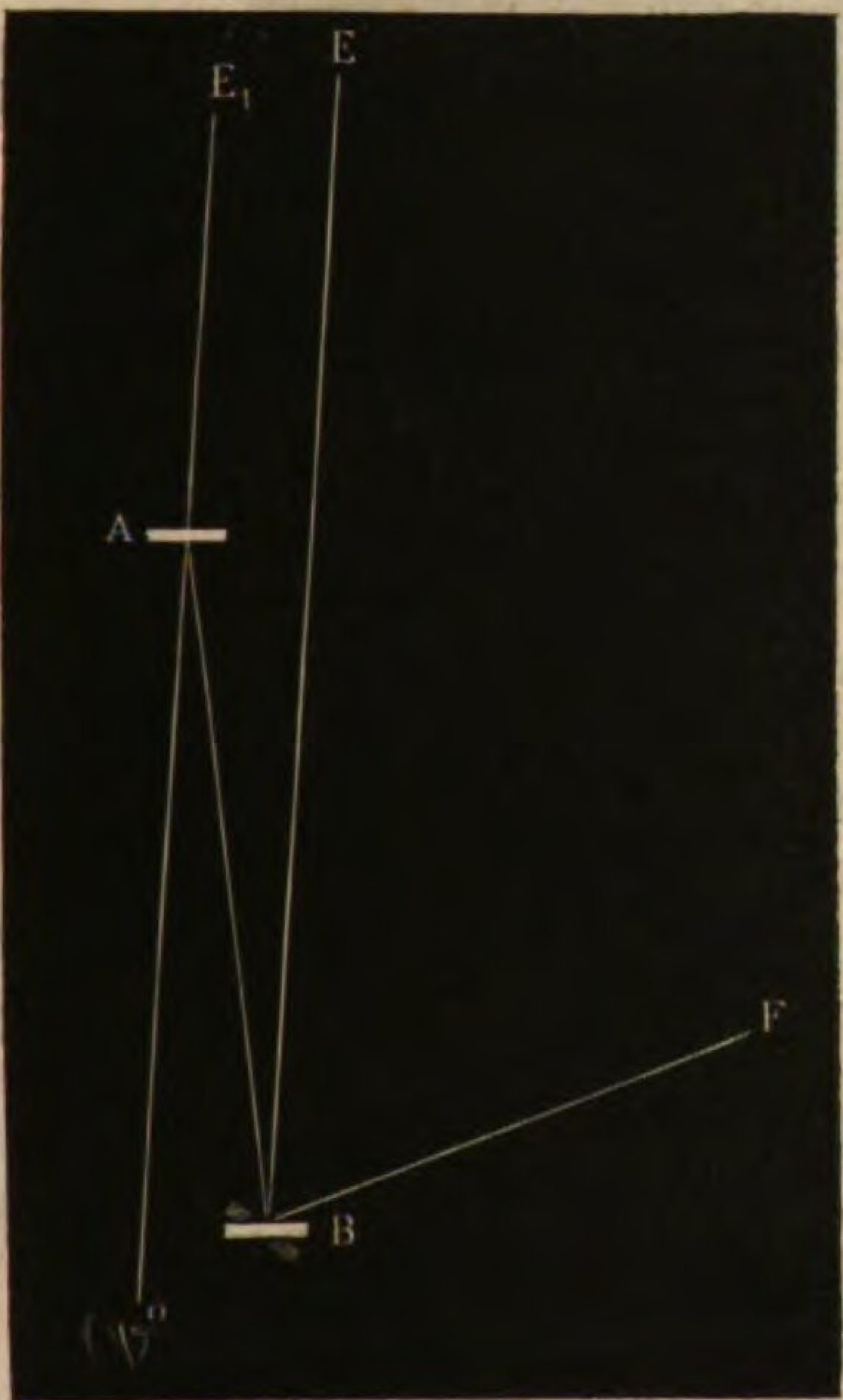
Auf diesem Principe beruht die Einrichtung des Kaleidoskops.

Wie man sieht, vermehrt sich die Anzahl der Bilder, wenn der Winkel

kleiner wird; ihre Anzahl wird unendlich groß, wenn der Winkel der Spiegel Null ist, d. h. wenn die Spiegel einander parallel sind.

Der Spiegelsextant, eines der wichtigsten Winkelmeßinstrumente, zeigt uns eine ungemein sinnreiche Anwendung der Spiegelungsgesetze; das Princip, auf welchem seine Einrichtung beruht, ist folgendes: Es sei *A*, Fig. 505, ein kleiner Spiegel, an dessen oberer Hälfte die Belegung abgenommen ist, so daß ein in *O* befindliches Auge durch den freien Theil der Glasplatte hindurchsehen kann; in *B* befinde sich nun ein zweiter Spiegel, der um eine Axe drehbar ist, welche rechtwinklig auf der Ebene der Figur steht. Man kann nun dem Spiegel *B* eine solche Stellung geben, daß ein von einem fernen Gegenstande herkommender Strahl *EB*, welcher neben dem Spiegel *A* vorbeigeht, durch den Spiegel *B* nach *A* und dann vom Spiegel *A* nach *O* reflectirt wird; das Auge in *O* wird in diesem Falle durch die unbelegte Hälfte des Spiegels *A* in der Richtung OE_1 den ferneren Gegenstand direct, im belegten Theile aber das Bild desselben Gegenstandes sehen. Wir wollen diese Stellung des Spiegels *B* die Anfangsstellung nennen. 179

Fig. 505.



Wenn aber nun der Spiegel *B* um seine Axe gedreht wird, wenn er etwa in die durch Schraffirung angedeutete Lage gebracht ist, so kann der Strahl *EB* nicht mehr nach *A* reflectirt werden, man wird also in dem unteren Theile des Spiegels *A* nicht mehr das Bild desselben Gegenstandes sehen, den man durch die obere Hälfte erblickt, sondern das Bild eines anderen Gegenstandes, von welchem der Strahl *FB* herkommt.

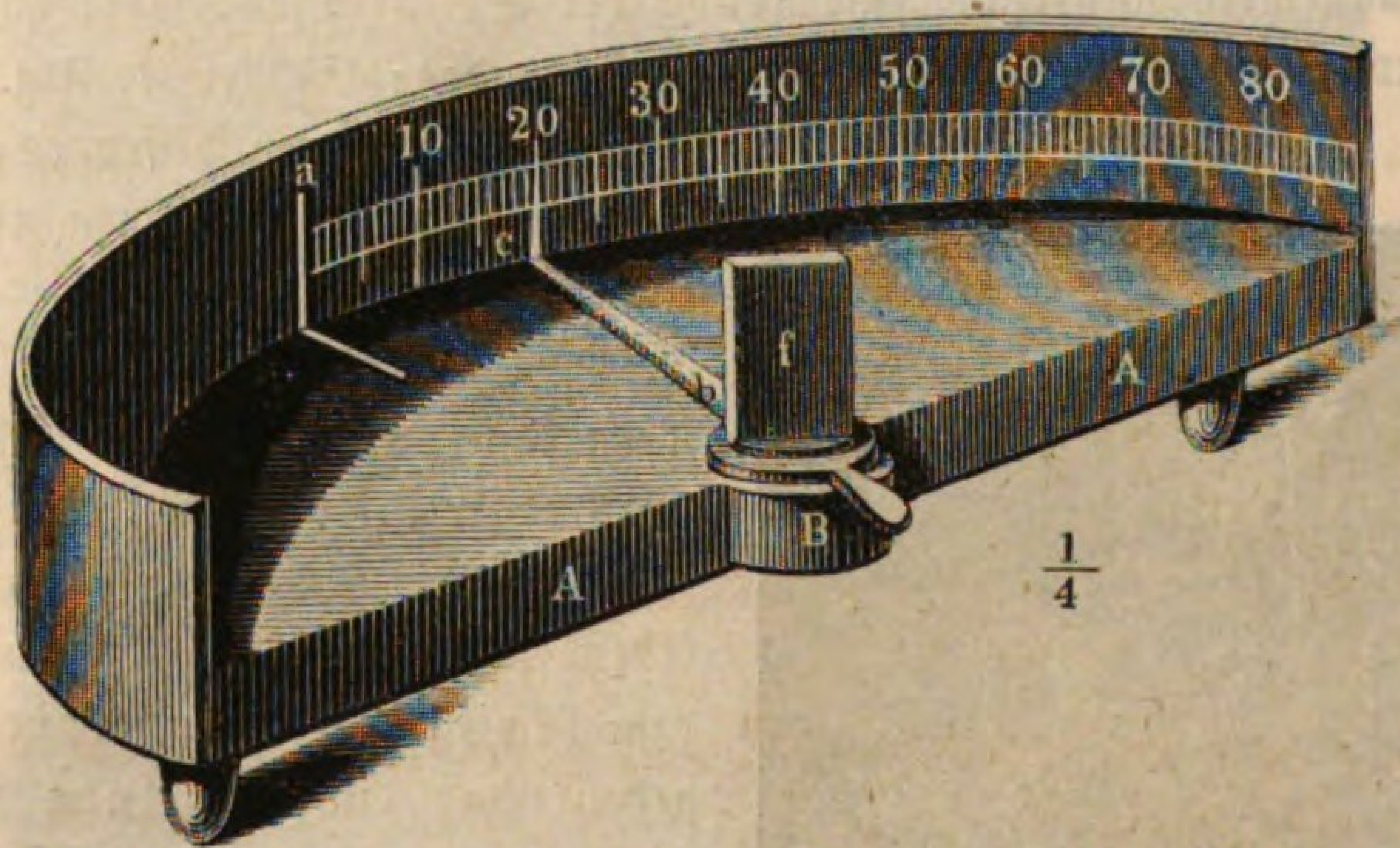
Des kürzeren Ausdruckes wegen wollen wir den Gegenstand, von welchem der Strahl *EB* herkommt, mit *L*, den Gegenstand, von welchem der Strahl *FB* herkommt, mit *R* bezeichnen.

Die Winkelmessung mit dem Sextanten beruht nun darauf, daß der Winkel, um welchen man den Spiegel *B* aus seiner Anfangsstellung drehen muß, um im unteren Theile des Spiegels *A* das Bild des Gegenstandes *R* zu sehen, während man durch die obere Hälfte immer noch *L* erblickt, halb so groß ist als der Winkel, welchen die nach *L* und *R* gerichteten Visirlinien *BE* und *BF* mit einander machen.

Die Richtigkeit dieser Behauptung läßt sich leicht mit Hülfe des schon

betrachteten Apparates Fig. 506 darthun. Wenn der Spiegel *f* so gestellt ist, daß der Zeiger *c* vor die Spalte *a* zu stehen kommt, so wird ein durch diese Spalte nach dem Spiegel schauendes Auge das Bild des Zeigers und der

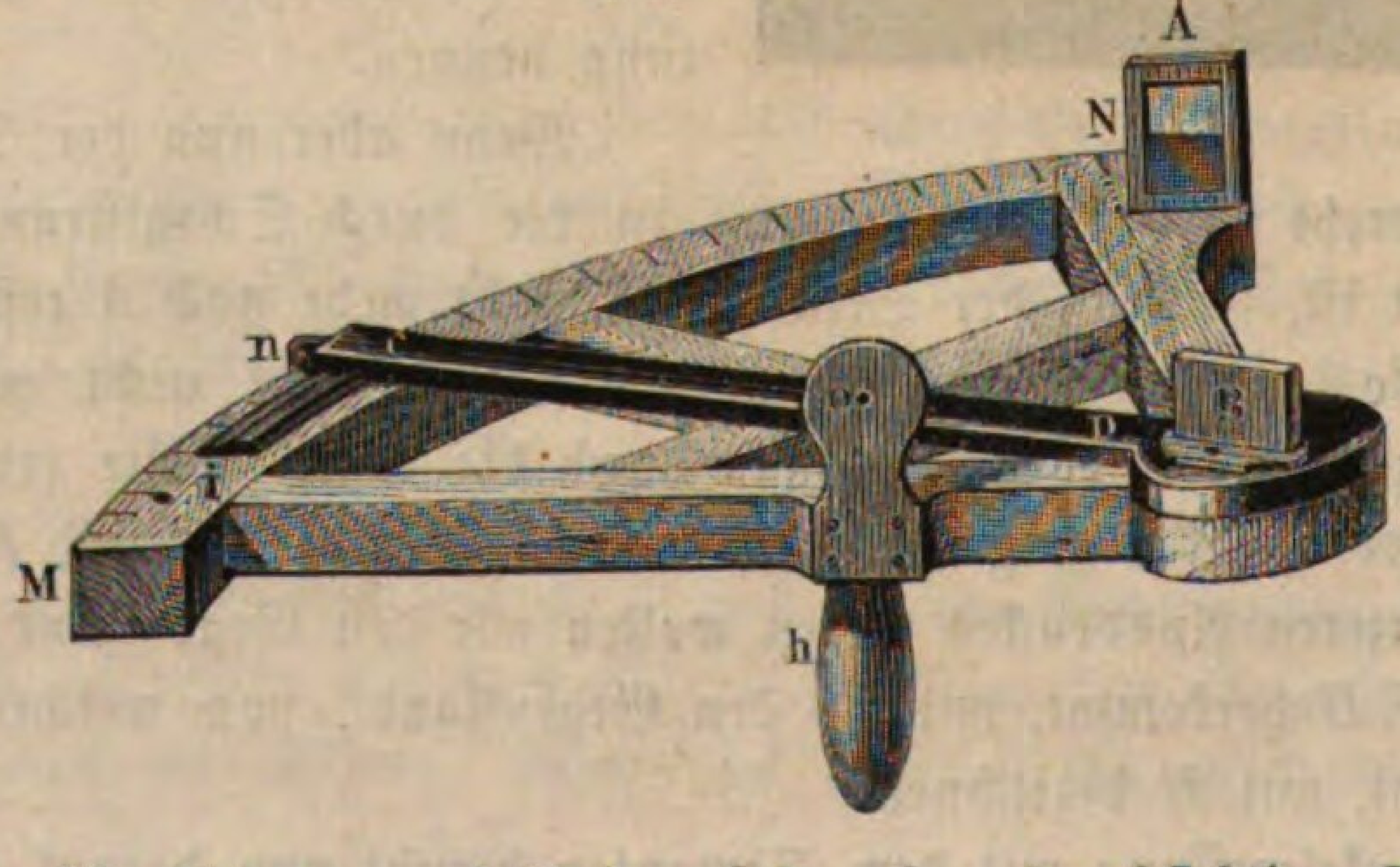
Fig. 506.



Spalte selbst erblicken; wird aber jetzt der Spiegel um 10°, 20°, 30° u. s. w. gedreht, so sieht das Auge bei *a* das Bild der Theilstriche 20°, 40°, 60° u. s. w. Kurz, wenn man den Spiegel *f* um einen Winkel *n* aus seiner Anfangsstellung gedreht hat, so sendet er nun das Bild eines um den Winkel 2*n* von der Spalte abstehenden Theilstrichs nach *a* hin. — Ebenso beim Spiegelsextant. Wird der Spiegel *B* um *n* Grad nach der rechten gedreht, so sendet er in der Richtung *BA* Strahlen nach dem Spiegel *A*, die von einem Gegenstande *B* kommen, welcher um 2*n* Grade rechts von *L* liegt.

In Fig. 507 ist ein Spiegelsextant abgebildet, und zwar ein Sextant von

Fig. 507.



der einfachsten Einrichtung. *A* ist der feste oben durchsichtige Spiegel. Der Spiegel *B*, den unsere Figur von der Rückseite zeigt, ist um den Mittelpunkt des getheilten Kreises *MN* drehbar. Dem Spiegel *A* gegenüber ist an das Gestell eine Messingplatte angeschraubt, in welcher sich ein kleines Loch *o* befindet, an welches man das Auge hält, um nach dem Spiegel *A* zu sehen. Der Spiegel *B* ist auf einer um ihren Mittelpunkt drehbaren Scheibe befestigt, von welcher wie ein Radius die Schiene *DC* ausgeht; wenn also der Spiegel *B*

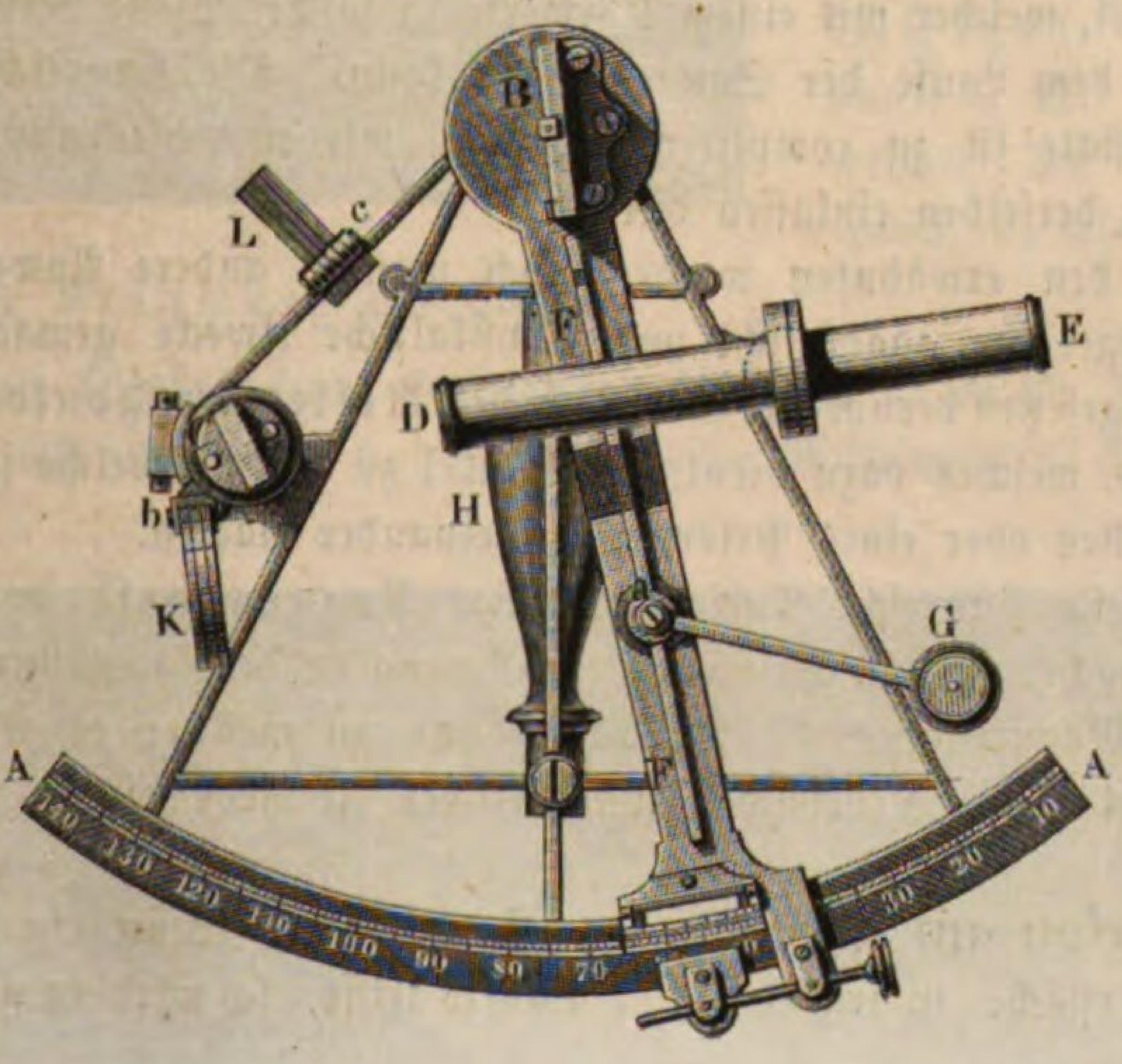
um seine Axe gedreht wird, so durchläuft das Ende *C* dieser Schiene die Theilung des Kreises; um genauer ablesen zu können, ist bei *C* an der Schiene *CD* ein Nonius *Ci* befestigt. Die Theilung ist so eingerichtet, daß der Nonius auf den Nullpunkt der Theilung zeigt, wenn die beiden Spiegel parallel sind. Jeder halbe Grad der Theilung ist für einen ganzen gezählt, d. h. die Theilstriche, die von dem Nullpunkte der Theilung um 10, 20, 30 u. s. w. Grade abstehen, sind mit 20, 40, 60 bezeichnet, weil man ja doch den Winkel, um welchen der Spiegel *B* gedreht wird, mit 2 multipliciren muß, um den verlangten Winkel zu erhalten.

Gewöhnlich ist der getheilte Kreisbogen nur etwas mehr als $^1/_6$ des Kreisumfanges, daher der Name Sextant. Das Instrument bedarf keines Statifs, man nimmt es an dem Handgriffe *h* in die Hand und hält das Instrument dann so vor das Auge, daß man durch die Oeffnung *o* und den oberen Theil des Spiegels *A* denjenigen der beiden einzuvisirenden Gegenstände sieht, welcher links liegt, und dreht dann an dem Stabe *CD*, bis in dem unteren Theile des Spiegels *A* das Bild des anderen rechts gelegenen Gegenstandes gerade unter dem anderen Bilde erscheint. Ist dies erreicht, so stellt man den drehbaren Radius mit Hülfe einer Schraube bei *n* fest und liest dann den Nonius ab.

An Spiegelsextanten, welche zu genaueren Messungen dienen sollen, ist statt der kleinen Oeffnung *o* ein nach dem Spiegel *A* gerichtetes Fernrohr angebracht. Wenn man durch ein Fernrohr beobachtet, so sieht man nicht mehr, wie bei der Beobachtung mit bloßem Auge, den Spiegel *A* in zwei Felder getheilt, d. h. man unterscheidet durch das Fernrohr sehend nicht mehr den belegten und den unbelegten Theil des Spiegels *A*, sondern die beiden Bilder fallen ganz über einander.

Fig. 508 stellt einen aufs vollständigste ausgestatteten Spiegelsextanten

Fig. 508.



dar. Die Figur ist nach den bisherigen Erklärungen wohl leicht zu verstehen. *C* ist der feste, *B* der drehbare Spiegel; *ED* ist das eben besprochene Fernrohr. *H* ist der Handgriff, welcher hier parallel mit der Ebene des Instrumentes angebracht ist. *G* ist eine Loupe, welche man über den Nonius stellt, um besser ablesen zu können.

Bei *L* und bei *K* sind dunkelfarbige Gläser, sogenannte Blendgläser, angebracht, welche man in den Weg der einfallenden Strahlen bringt, wenn man Sonnenhöhen messen will, weil das Sonnenlicht viel zu hell ist, als daß man ohne ein solches Hülfsmittel die Sonne visiren könnte.

Fig. 509.



Die Ebene des getheilten Kreises muß immer in die Ebene der Visirlinien fallen, deren Winkel man messen will. Um z. B. die Höhe eines Gestirnes über dem Horizonte zu messen, muß die Ebene des Kreises vertical gehalten werden, wie dies Fig. 509 erläutert.

180 **Das Heliostat.** Bei vielen optischen Versuchen muß man durch eine kleine Oeffnung im Laden eines dunkeln Zimmers einen Sonnenstrahl einfallen lassen. Damit nun der einfallende Strahl eine passende Richtung habe, läßt man ihn nicht direct einfallen, sondern man bringt vor dem Laden einen ebenen Spiegel an, welcher die Sonnenstrahlen in passender Richtung durch die kleine Oeffnung in das Zimmer reflectirt. Nun aber ändert sich der Stand der Sonne fortwährend, und eine Folge davon ist, daß auch die Richtung der ins Zimmer reflectirten Strahlen sich ändert, wenn der Spiegel fest stehen bleibt. Soll jedoch die Richtung der in das Zimmer reflectirten Strahlen unverändert bleiben, so muß natürlich der Spiegel allmälig auf eine passende Weise gedreht werden; dies geschieht nun durch das Heliostat; es besteht aus einem Spiegel, welcher mit einem Uhrwerke in solcher Weise verbunden ist, daß er gleichsam dem Laufe der Sonne folgen kann. Die sinnreiche Einrichtung solcher Heliostate ist zu complicirt, als daß wir uns hier auf eine genauere Beschreibung derselben einlassen dürften.

Außer den erwähnten werden noch manche andere Anwendungen vom ebenen Spiegel für gäodätische und physikalische Zwecke gemacht. Auf den Spiegelungsgesetzen beruht der Gebrauch des Reflexionsgoniometers, eines Instrumentes, welches dazu dient, die Winkel zu messen, welche je zwei Flächen eines Krystalles oder eines Prismas mit einander machen.

Eine sehr sinnreiche Anwendung hat Poggendorff von dem ebenen Spiegel gemacht, um die geringste Veränderung in der Lage einer Magnetnadel oder eines Magnetstabes zu beobachten und zu messen; es wird davon im zweiten Theile dieses Lehrbuches ausführlicher die Rede sein.

181 **Reflexion auf gekrümmten Spiegeln.** Wenn ein Lichtstrahl eine krumme Oberfläche in irgend einem Punkte trifft, so wird er gerade so reflec-

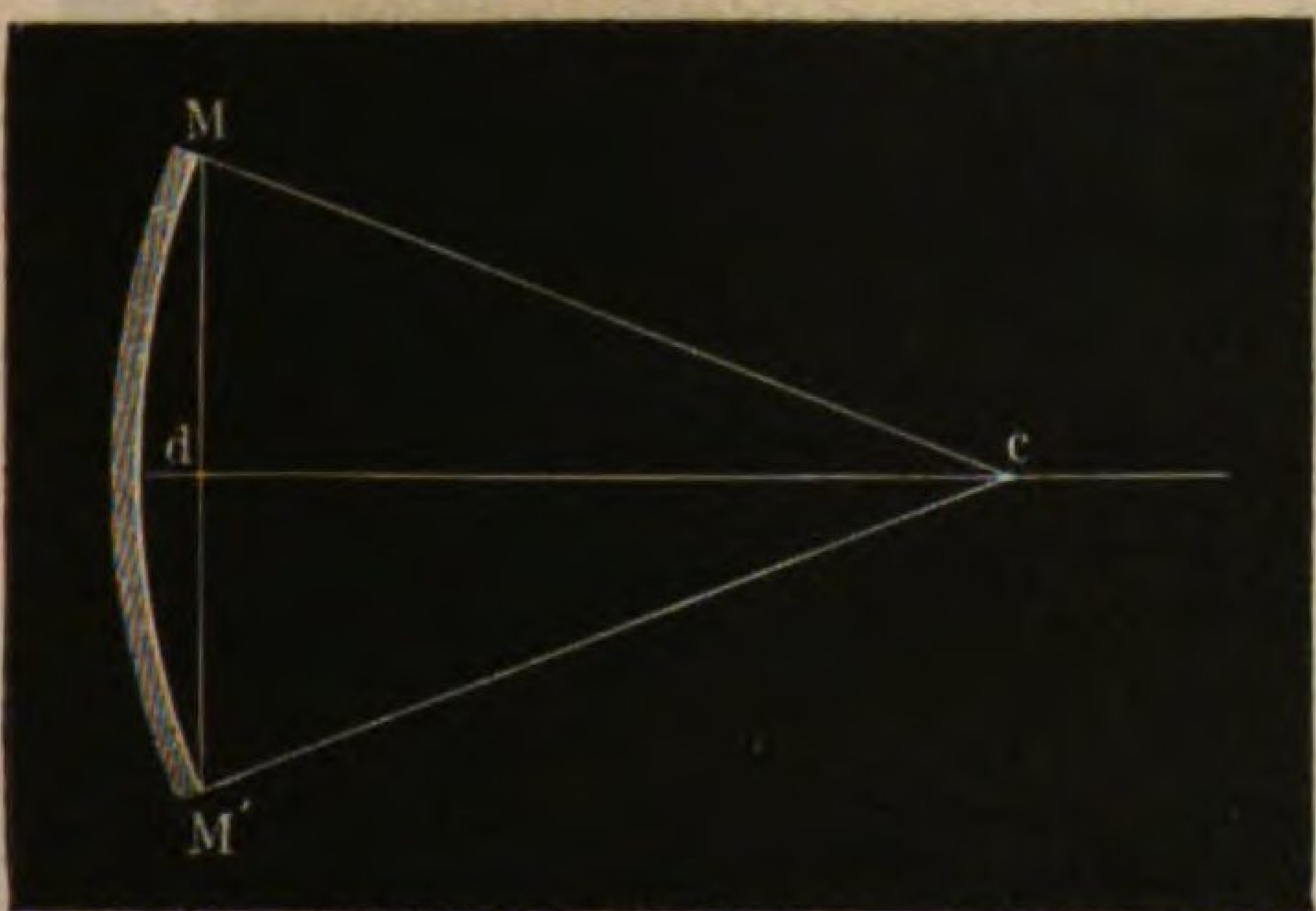
tirt, als ob er die Berührungsebene dieses Punktes getroffen hätte. Ein leuchtender Punkt also, welcher sich im Mittelpunkte einer innen polirten Kugel befindet, wird nach allen Punkten der Kugeloberfläche Lichtstrahlen aussenden, die aber sämmtlich nach dem Mittelpunkte zurückgeworfen werden. Wenn sich ein leuchtender Punkt in dem einen Brennpunkte eines Ellipsoids befände, so würden alle Strahlen von der Oberfläche nach dem anderen Brennpunkte reflectirt werden; indem sie aber ihren Weg fortsetzen, würden sie durch eine abermalige Reflexion wieder in dem ersten Brennpunkte vereinigt werden.

Die Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, der sich in dem Brennpunkte eines Paraboloids befindet, und die Fläche dieses Paraboloids treffen, werden sämmtlich in einer Richtung reflectirt, welche mit der Axe des Paraboloids parallel ist. Wenn umgekehrt ein Bündel paralleler Strahlen in der Richtung der Axe auf das Paraboloid fällt, so werden sie sämmtlich nach dem Brennpunkte desselben reflectirt.

Reflexion auf sphärischen Spiegeln. Denkt man sich eine Hohl- 182
kugel, deren innere Fläche sehr gut polirt ist, so ist ein von dieser Hohlkugel durch eine Ebene abgeschnittenes Stück ein sphärischer Hohlspiegel. Ein convexer Kugelspiegel hingegen ist ein Stück einer außen polirten Kugel.

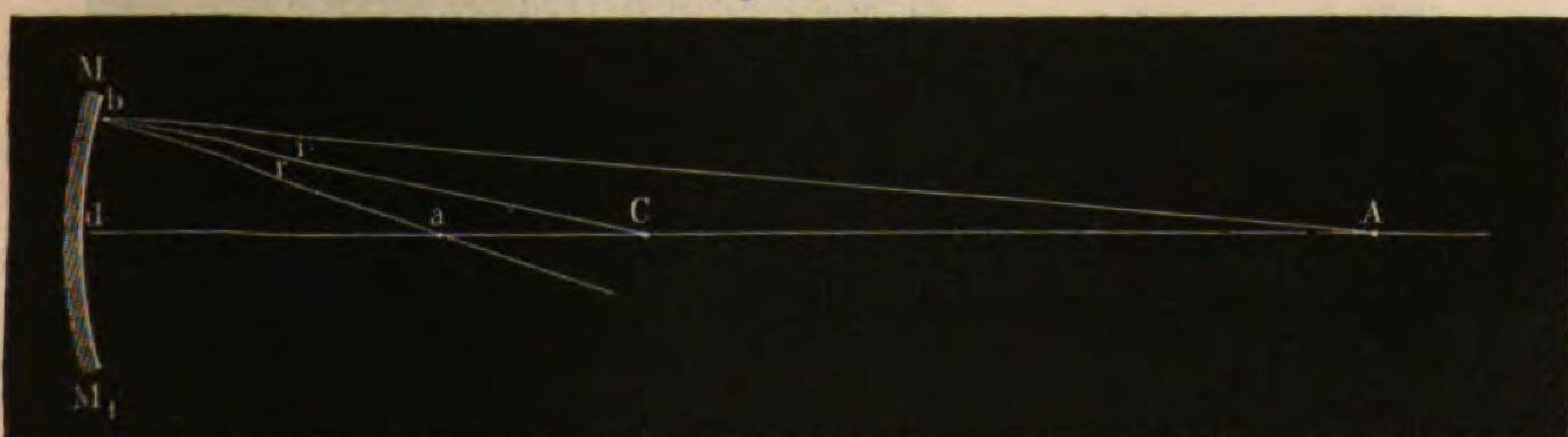
Der Durchmesser eines Kugelspiegels ist die Linie MM', Fig. 510, welche zwei entgegengesetzte Punkte des Randes verbindet; die Linie cd, welche den Mittelpunkt der Kugel mit der Mitte des Spiegels verbindet, heißt seine Axe; der Winkel endlich, welchen die Linien cM und cM' mit einander machen, seine Oeffnung. Der Mittelpunkt c der Kugel, von welcher der Spiegel ein Stück ist, wird auch Mittelpunkt der Krümmung genannt.

Fig. 510.



Von den sphärischen Hohlspiegeln. Es sei MM', Fig. 511, der 183
Durchschnitt eines sphärischen Hohlspiegels, dessen Mittelpunkt C ist. In einem

Fig. 511.

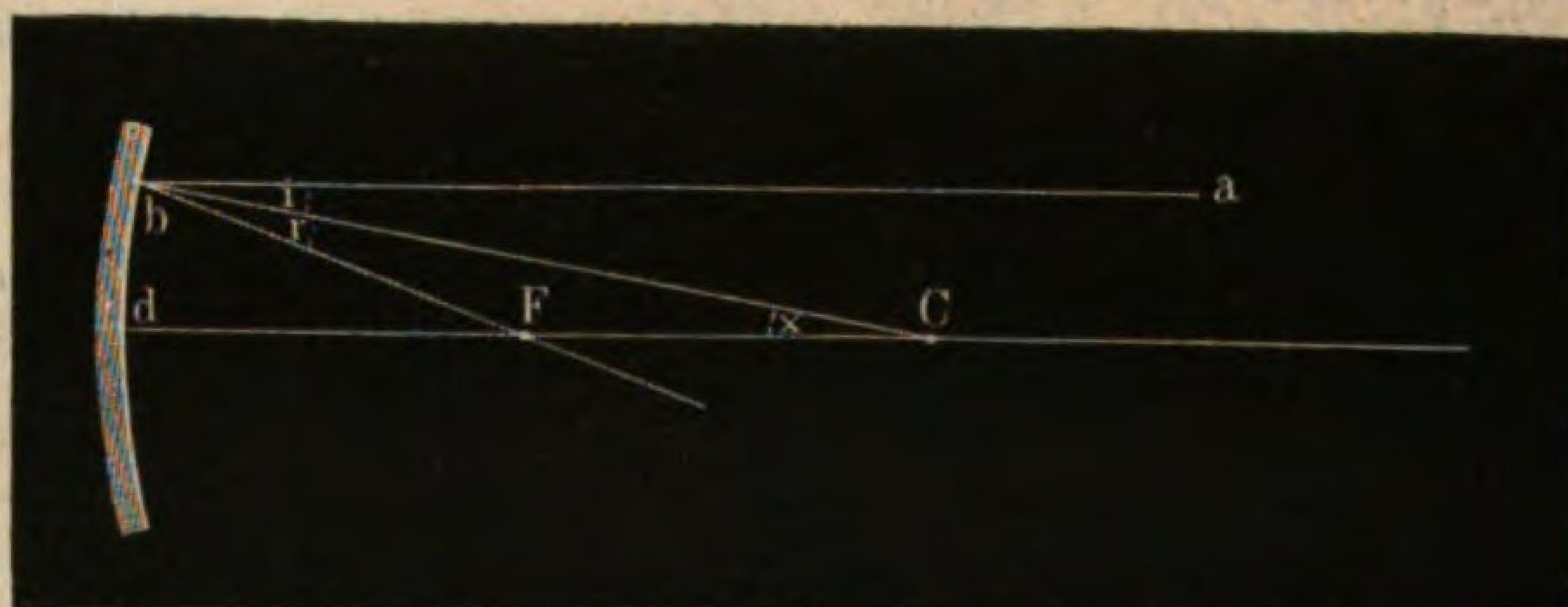


Punkte A der Axe befinde sich ein leuchtender Punkt, der seine Strahlen auf den Spiegel sendet. Zieht man vom leuchtenden Punkte A eine gerade Linie ACd durch den Mittelpunkt der Kugel bis zum Spiegel, so ist diese Linie die Axe des Strahlenkegels, welcher vom Spiegel reflectirt wird. Wie ein Strahl Ab dieses Strahlenkegels vom Spiegel reflectirt wird, ist leicht zu finden, denn die von b nach dem Mittelpunkte C gezogene Gerade ist das Einfallsloth. Macht man den Winkel r gleich dem Winkel i, so ist ba der reflectirte Strahl.

Denkt man sich auf dem Spiegel einen Kreis bezeichnet, dessen Punkte sämmtlich von d so weit entfernt sind als b, so ist leicht einzusehen, daß alle Strahlen, welche, von A ausgehend, den Spiegel in einem Punkte dieses Ringes treffen, so reflectirt werden, daß sie die Axe Ad in demselben Punkte a schneiden.

Wenn der leuchtende Punkt sehr weit vom Spiegel entfernt ist, so kann man alle Strahlen, welche er auf den Spiegel sendet, als unter sich parallel betrachten. In Fig. 512 sei ab ein parallel mit der Axe einfallender Lichtstrahl, bC das Einfallsloth, so ist offenbar $i = x$. Der Radius bC sei mit R, der Winkel bFC mit v bezeichnet, so haben wir aus dem Dreieck bFC die Proportion

Fig. 512.



$$sin.\ v : sin.\ r = R : CF$$

und daraus

$$CF = \frac{R\ .\ sin.\ r}{sin.\ v}.$$

Nun aber ist $r = i$, $v = 180^0 - r - x = 180^0 - 2i$, mithin $sin.\ v = sin.\ 2i$; substituirt man diese Werthe, so kommt

$$FC = R\ .\ \frac{sin.\ i}{sin.\ 2\ i}.$$

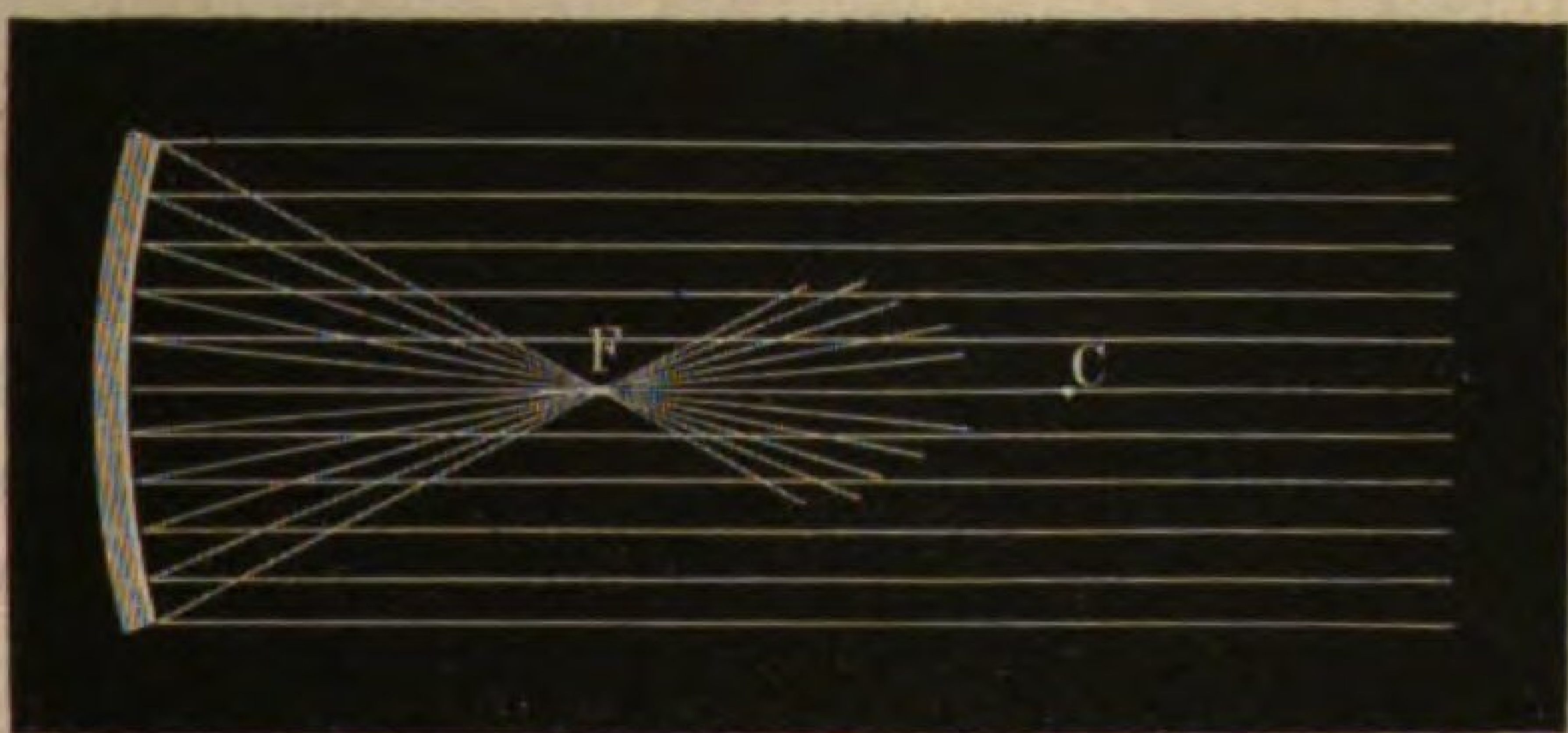
Je kleiner der Winkel i wird, desto mehr nähert sich FC dem Werthe $\frac{1}{2}R$. Setzt man z. B. $i = 1^0$, so wird $FC = R\ .\ \frac{0{,}017452}{0{,}034900} = R\ .\ 0{,}50006\ \ldots$, für $i = 2^0$ wird $FC = R\ .\ \frac{0{,}034900}{0{,}069757} = R\ .\ 0{,}5003\ \ldots$

Diese Werthe sind nur sehr unbedeutend größer als $\frac{R}{2}$, man kann also ohne merklichen Fehler annehmen, daß alle parallel mit der Axe einfallenden

Strahlen, welche den Spiegel in solchen Punkten b treffen, daß der Bogen bd nur einen kleinen Winkel überspannt, in einem Punkte der Axe vereinigt werden, welcher in der Mitte zwischen dem Krümmungsmittelpunkt des Spiegels und dem Spiegel selbst liegt. Solche Strahlen, welche der Axe so nahe liegen, daß der Werth von FC für denselben nicht merklich von $\frac{1}{2}R$ differirt, heißen **centrale Strahlen.** Der Vereinigungspunkt der parallel mit der Axe auffallenden centralen Strahlen, Fig. 513, führt den Namen **Brennpunkt** oder **Focus** (er soll in den folgenden Figuren mit F bezeichnet werden). **Dieser Focus liegt, wie wir gesehen haben, in der Mitte zwischen dem Krümmungsmittelpunkt des Spiegels und dem Spiegel selbst, auf der Axe der parallelen Strahlen.**

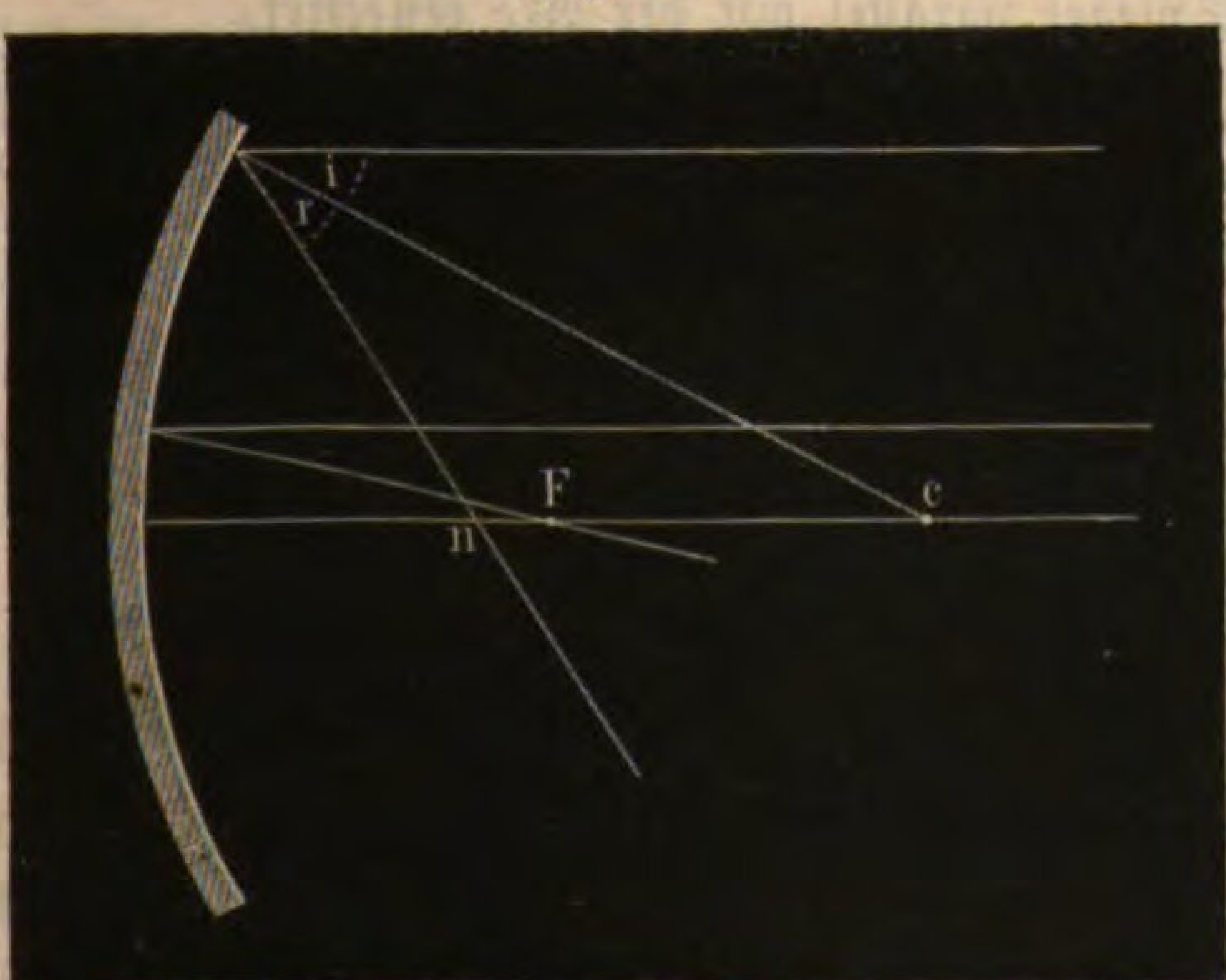
Je mehr i wächst, d. h. je weiter von der Axe die Strahlen auf den Spiegel fallen, je größer die Krümmung des Spiegels vom Einfallspunkte bis zur Mitte des Spiegels, desto größer wird der Bruch $\frac{sin.\ i}{sin.\ 2i}$, mithin auch FC selbst. Der Vereinigungspunkt nicht centraler Strahlen liegt also dem Spiegel selbst näher als der Hauptbrennpunkt, wie man auch aus Fig. 514 ersehen kann.

Fig. 513.



Wenn ein Hohlspiegel zu optischen Zwecken brauchbar sein soll, so muß er die von einem Punkte ausgehenden Strahlen auch möglichst nahe wieder in einem Punkte vereinigen. Dies ist aber nur dann möglich, wenn die Oeffnung des Spiegels nicht bedeutend, wenn sie allerhöchstens 6 bis 8° ist, denn nur in diesem Falle kann man alle den Spiegel treffenden Strahlen als centrale Strahlen betrachten. Wir wollen im Folgenden auch nur solche Spiegel, also auch nur centrale Strahlen, betrachten.

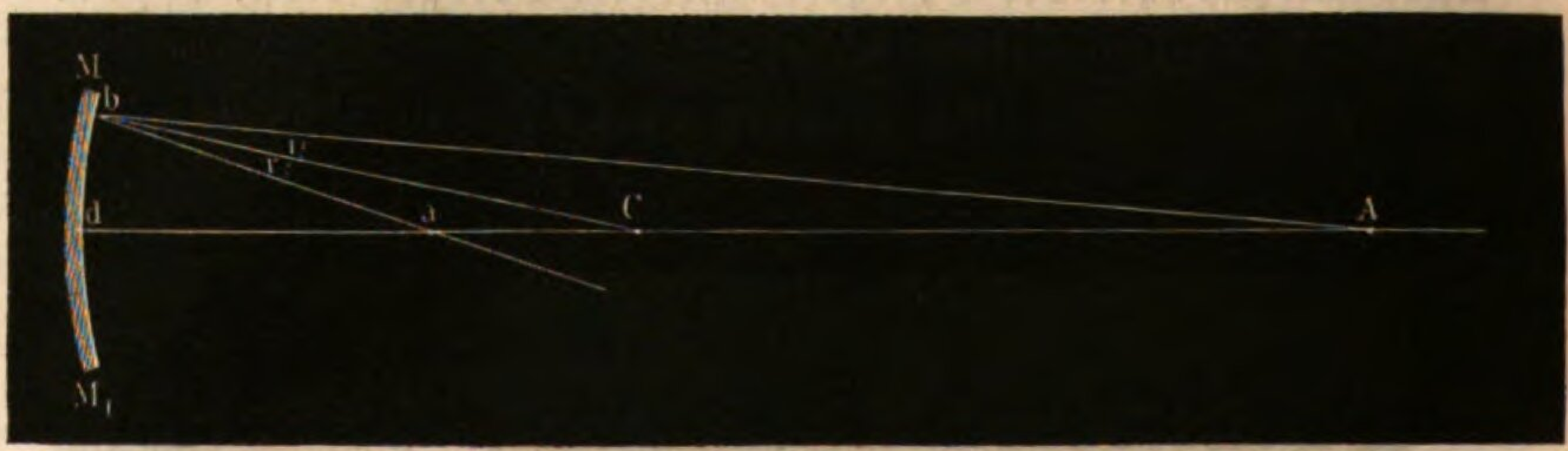
Fig. 514.



Der erwähnte Fehler, daß nicht alle mit der Axe parallel einfallenden Strahlen genau in einem Punkte vereinigt werden, wird sphärische Aberration genannt.

Wenn der leuchtende Punkt nicht unendlich weit liegt, sondern in solcher Entfernung, daß man die Divergenz der den Spiegel treffenden Strahlen nicht mehr vernachlässigen darf, so ändert auch der Vereinigungspunkt seine Stellung, und zwar rückt er vom Spiegel um so weiter weg, je mehr sich der leuchtende Punkt nähert. Daß dem so sei, ist aus Fig. 515 leicht zu sehen. Je näher der

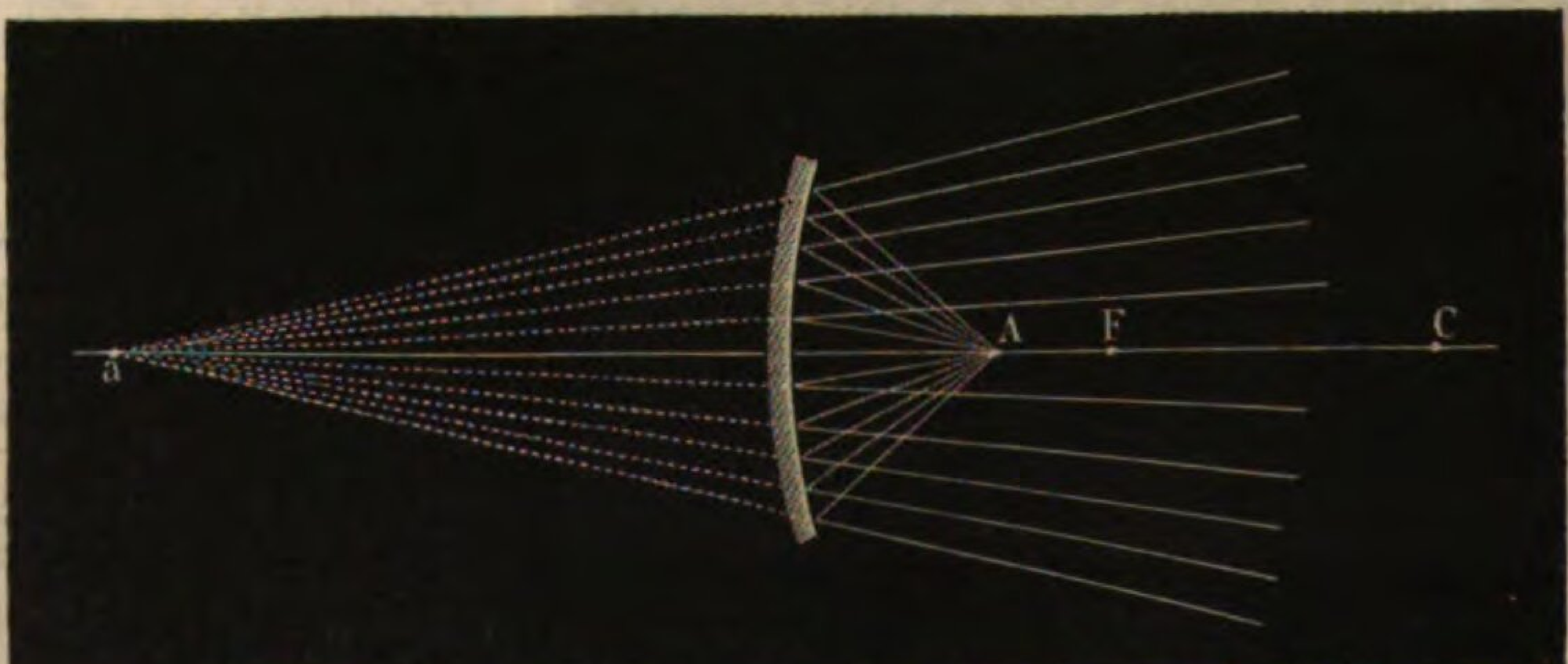
Fig. 515.



leuchtende Punkt, desto kleiner wird i für denselben Punkt b des Spiegels, desto kleiner wird r und desto mehr rückt also a nach c hin. Wenn man also einen leuchtenden Punkt, der so weit vom Spiegel entfernt ist, daß seine Strahlen im Hauptbrennpunkte wieder vereinigt werden, dem Spiegel fortwährend nähert, so wird der Vereinigungspunkt a vom Brennpunkte fortwährend dem Mittelpunkte C näher rücken, bis endlich, wenn der leuchtende Punkt im Centrum des Spiegels steht, der Vereinigungspunkt mit dem leuchtenden Punkte zusammenfällt. Rückt der leuchtende Punkt dem Spiegel noch näher, so fällt der Vereinigungspunkt weiter und weiter vom Spiegel, die von a ausgehenden Strahlen werden in A vereinigt, und wenn der leuchtende Punkt den Hauptbrennpunkt einnimmt, so werden seine Strahlen vom Spiegel parallel mit der Axe reflectirt.

In Fig. 516 ist noch der einzig übrige Fall betrachtet, nämlich daß der leuchtende Punkt A zwischen dem Spiegel und dem Hauptbrennpunkte liegt.

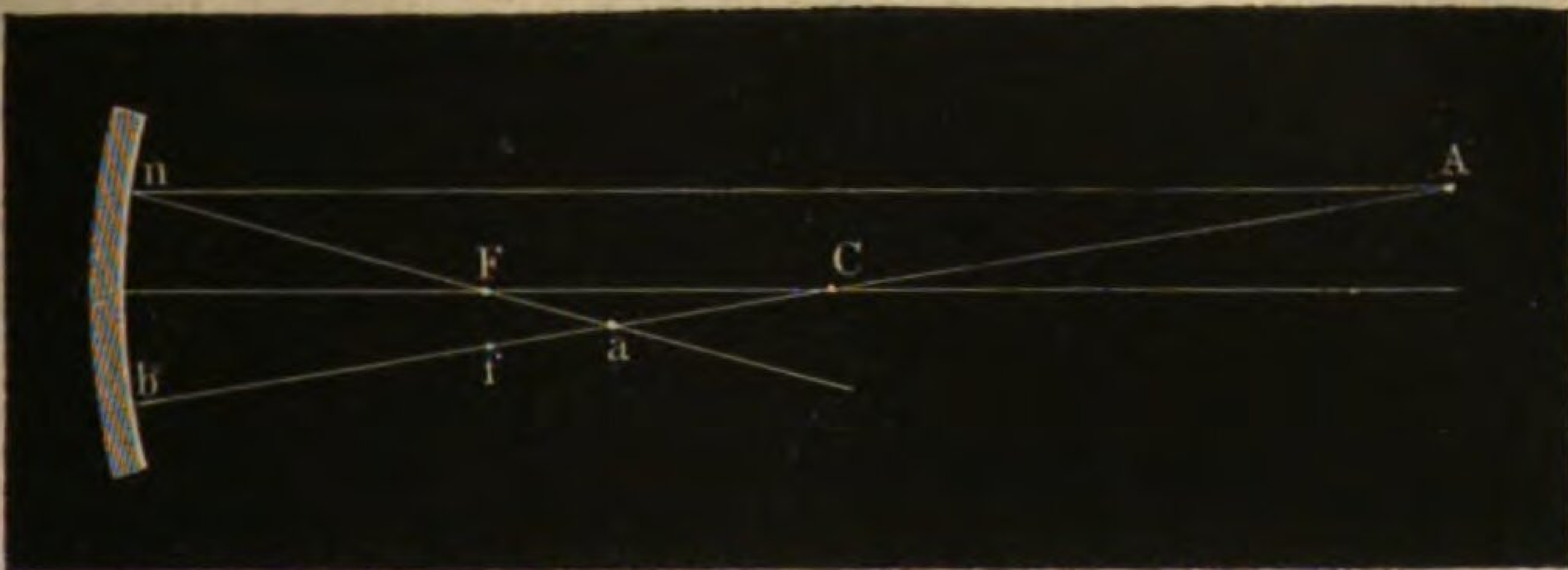
Fig. 516.



Hier werden die Strahlen so reflectirt, daß sie nach der Reflexion divergiren, als ob sie von einem Punkte *a* kämen, der hinter dem Spiegel liegt und den man für jeden besonderen Fall durch Construction leicht finden kann.

Wir haben bisher nur solche leuchtende Punkte betrachtet, welche auf der Axe des Spiegels lagen, Punkte also, für welche die über den Krümmungsmittelpunkt *C* nach dem Spiegel gezogene Linie mit der Axe des Spiegels zusammenfiel. Alle bisher entwickelten Gesetze gelten aber auch für solche leuchtende Punkte, welche außerhalb der Spiegelaxe liegen; es sei z. B. in Fig. 517 *A* ein solcher leuchtender Punkt. Zieht man von *A* über *C* eine Linie nach dem Spiegel, so ist dies die Axe des von *A* auf den Spiegel gesandten Strahlenkegels, und auf dieser Axe müssen sich alle von *A* ausgehenden Strahlen wieder vereinigen.

Fig. 517.



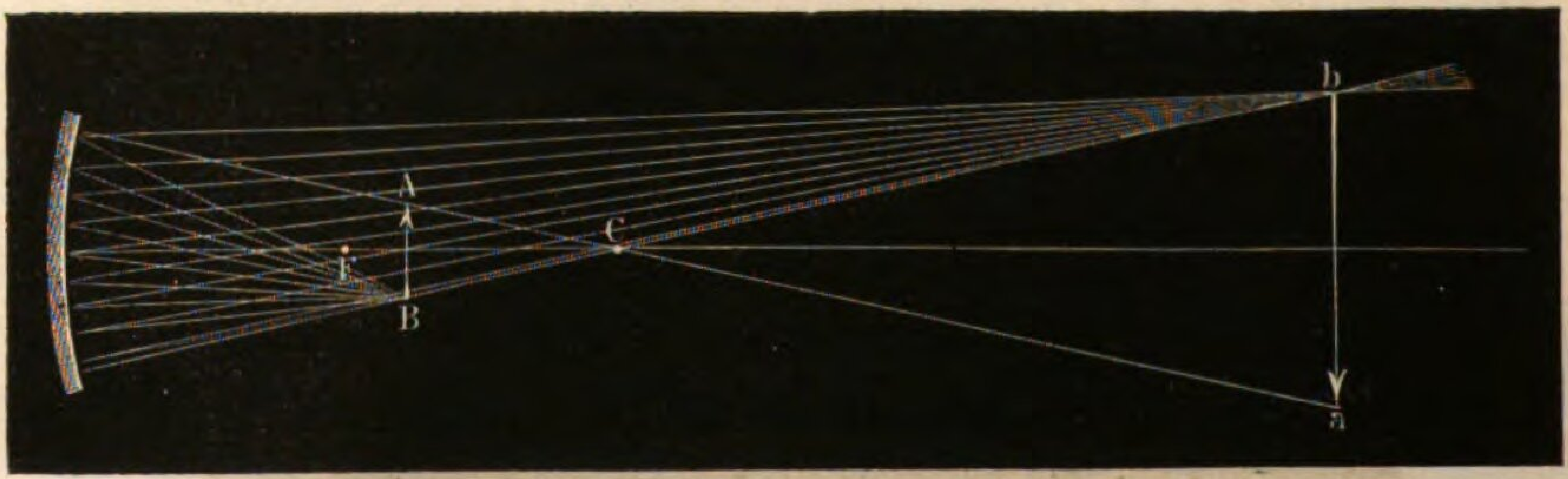
Wenn ein ganzes Bündel Strahlen mit *ACb* parallel auf den Spiegel fiele, so würden sie sich nach der Reflexion im Punkte *f* vereinigen, der in der Mitte zwischen *C* und *b* liegt; da aber die von *A* ausgehenden Strahlen divergiren, so liegt ihr Vereinigungspunkt weiter vom Spiegel ab als *f*. Man kann nun diesen Vereinigungspunkt leicht durch folgende Construction finden. Man ziehe von *A* eine Linie *An* parallel mit der Axe des Spiegels. Ein Strahl, der in dieser Richtung den Spiegel trifft, wird aber bekanntlich nach dem Hauptbrennpunkte *F* reflectirt; zieht man nun von *n* über *F* eine Linie, so wird diese die Linie *ACb* schneiden, und der Durchschnittspunkt *a* ist offenbar derjenige, in welchem alle von *A* ausgehenden Strahlen nach ihrer Reflexion durch den Spiegel wieder vereinigt werden, kurz *a* ist das Bild von *A*.

Befindet sich umgekehrt ein leuchtender Punkt in *a*, so werden die von ihm ausgehenden Strahlen, welche den Hohlspiegel treffen, in *A* vereinigt, oder *A* ist alsdann das Bild von *a*.

Von den durch Hohlspiegel erzeugten Bildern. Es stelle in 184
Fig. 518 (a. f. S.) *AB* einen Gegenstand vor, der sich zwischen dem Krümmungsmittelpunkte *C* des Spiegels und dem Hauptbrennpunkte *F* befindet. Nach dem, was im vorigen Paragraphen gesagt wurde, ist es leicht, das Bild des Punktes *A* zu finden; es liegt in *a* und alle von *A* ausgehenden den Hohlspiegel treffenden Strahlen werden durch denselben in *a* vereinigt. Ebenso ist *b* das Bild des Punktes *B*, und so ergiebt sich, daß man durch einen Hohlspie-

gel von einem Gegenstande AB, welcher zwischen dem Hauptbrennpunkte F und dem Mittelpunkte der Krümmung C liegt, ein verkehrtes, vergrößertes Bild jenseits C erhält.

Fig. 518.



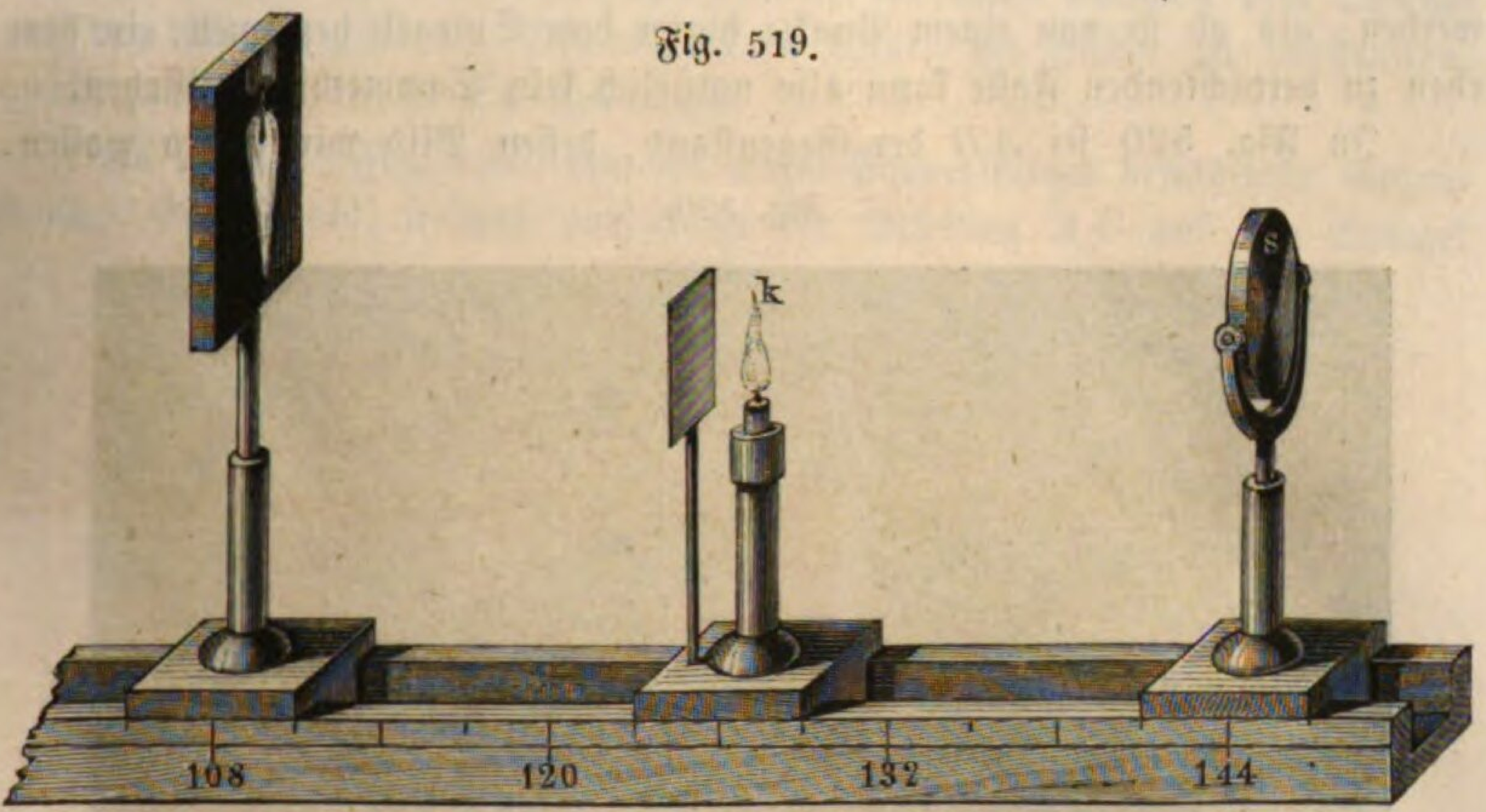
Da die von A ausgehenden Strahlen in a gesammelt werden, so werden auch umgekehrt, wenn a ein leuchtender Punkt ist, die von ihm ausgehenden Strahlen durch den Spiegel nach A reflectirt werden; kurz A ist in diesem Falle das Bild von a; ebenso ist B das Bild von b. Wenn sich also ein Gegenstand ab jenseits des Mittelpunktes C befindet, so wird der Hohlspiegel von ihm ein verkehrtes, verkleinertes Bild zwischen dem Mittelpunkt C und dem Hauptbrennpunkte F entwerfen.

Die Bilder, welche wir soeben betrachtet haben, sind von denen der ebenen Spiegel wesentlich verschieden. Alle Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, werden von einem ebenen Spiegel in einer solchen Richtung reflectirt, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen, sie divergiren also. In den eben betrachteten Fällen wurden aber die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen durch den Spiegel wirklich wieder in einem Punkte gesammelt; wir wollen deshalb auch diese Bilder zum Unterschiede von den anderen Sammelbilder nennen. Diese Sammelbilder kann man auf einem Schirme von weißem Papier oder mattgeschliffenem Glase auffangen und so ein Bild erhalten, welches sich gerade so verhält wie der Gegenstand selbst; die durch die Concentration der Strahlen stark erleuchteten Punkte des Schirmes zerstreuen nämlich das Licht nach allen Seiten hin, und somit wird das Bild selbst dann noch sichtbar sein, wenn die vom Spiegel reflectirten Strahlen nicht direct ins Auge gelangen.

Fig. 519 erläutert, wie man mit Hülfe der bereits früher besprochenen optischen Bank die Versuche mit Hohlspiegelbildern arrangiren kann. S ist der zweckmäßig gefaßte in unserer Figur nur von der Rückseite sichtbare Hohlspiegel, welcher von einer zwischen der einfachen und der doppelten Brennweite sich befindlichen Kerze ein verkehrtes vergrößertes Bild auf einem Papierschirm entwirft. Dicht bei der Kerze ist ein kleiner Schirm aufgestellt, welcher verhindert, daß die Strahlen der Kerze direct dahin fallen, wo ihr Bild durch den Spiegel entworfen wird. Nähert man den Schieber mit der Kerze dem Hohlspiegel, so

muß man den Schieber mit dem Schirm entfernen, um das Bild wieder deutlich zu machen. Entfernt man die Kerze vom Spiegel, so muß man den Schirm nähern. Wenn die Kerze um mehr als die doppelte Brennweite vom Hohlspiegel absteht, wenn also das Bild dem Spiegel näher liegt als der Gegenstand, so muß man entweder den Schirm oder die Kerze seitlich anbringen, damit der Schirm nicht die von der Kerze nach dem Spiegel gehenden Strahlen auffängt.

Fig. 519.



Je weiter der Gegenstand von dem Hohlspiegel sich entfernt, desto mehr muß sich begreiflicherweise das Bild dem Hauptbrennpunkte nähern, das Bild der gleichsam unendlich weit entfernten Sonne muß also im Hauptbrennpunkte selbst liegen, wenn die Axe des Spiegels nach der Sonne gerichtet ist. Fallen die Sonnenstrahlen schräg, also nicht in der Richtung der Spiegelaxe auf, so liegt das Bild natürlich nicht mehr in der Spiegelaxe, sondern seitwärts, seine Entfernung von dem Spiegel ist aber stets dem halben Krümmungshalbmesser desselben gleich. Da uns die Sonne unter einem Winkel von ungefähr 30′ erscheint, so muß auch das Sonnenbildchen, von C aus gesehen, unter demselben Winkel erscheinen, seine absolute Größe hängt also von dem Krümmungshalbmesser des Spiegels ab. Im Brennpunkte des großen Reflectors von Herschel z. B., dessen Krümmungshalbmesser 50 Fuß ist, hat das Sonnenbild ungefähr 3 Zoll Durchmesser; der Durchmesser des Sonnenbildes ist ungefähr 3 Millimeter, wenn der Krümmungshalbmesser des Spiegels 1 Meter ist.

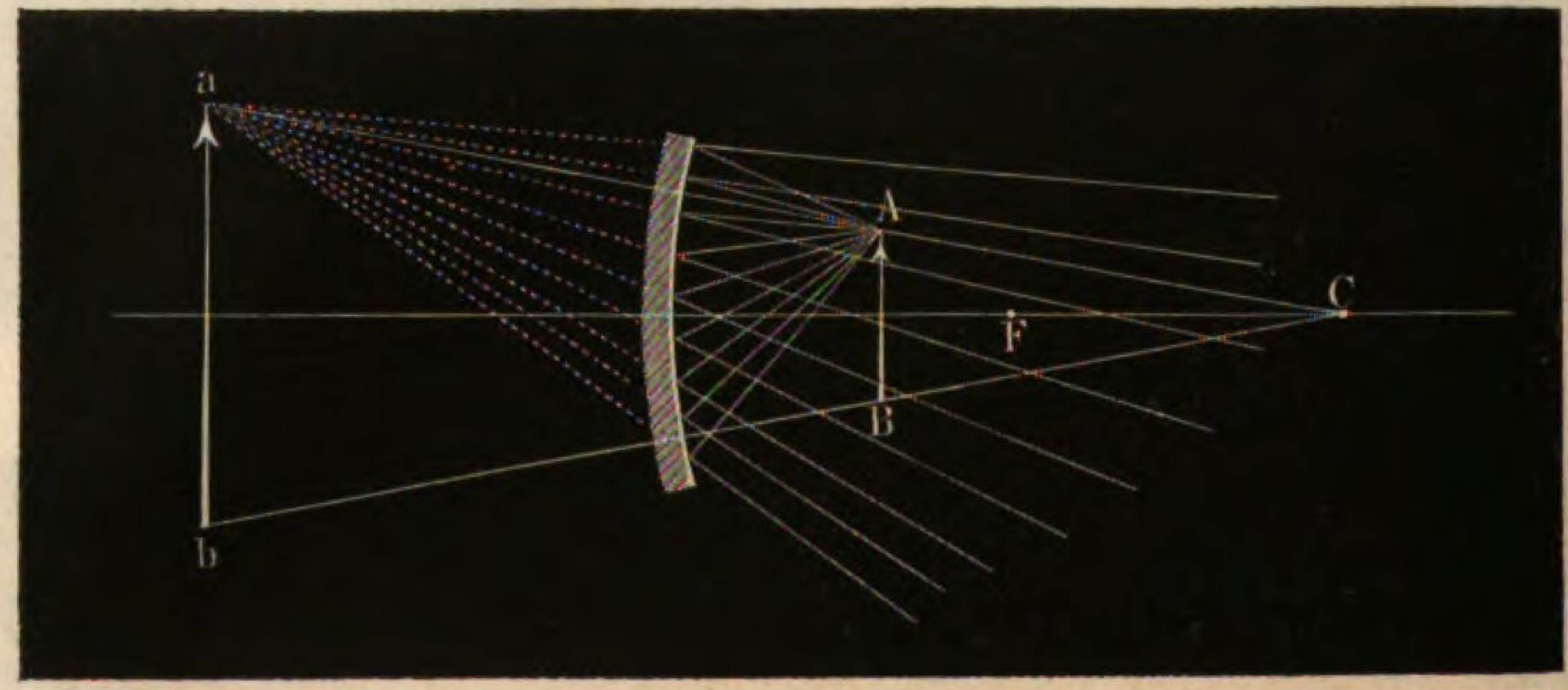
Um den Krümmungshalbmesser eines Hohlspiegels zu finden, braucht man nur zu messen, wie weit das Sonnenbildchen vom Spiegel liegt, denn diese Entfernung doppelt genommen ist ja dem Krümmungshalbmesser des Spiegels gleich.

Die Bilder solcher Gegenstände, welche um mehr als die 100fache Länge des Krümmungshalbmessers vom Spiegel entfernt sind, sind auch noch dem Brennpunkte selbst ganz außerordentlich nahe.

Wir haben jetzt die Lage des Bildes nur noch für den Fall zu ermitteln, daß der Gegenstand zwischen dem Spiegel und dem Brennpunkte liegt. Wir haben gesehen, daß alle Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, der dem Hohlspiegel näher liegt als der Hauptbrennpunkt, so reflectirt werden, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen; in dem eben zu betrachtenden Falle kann also natürlich kein Sammelbild entstehen.

In Fig. 520 sei AB der Gegenstand, dessen Bild wir suchen wollen.

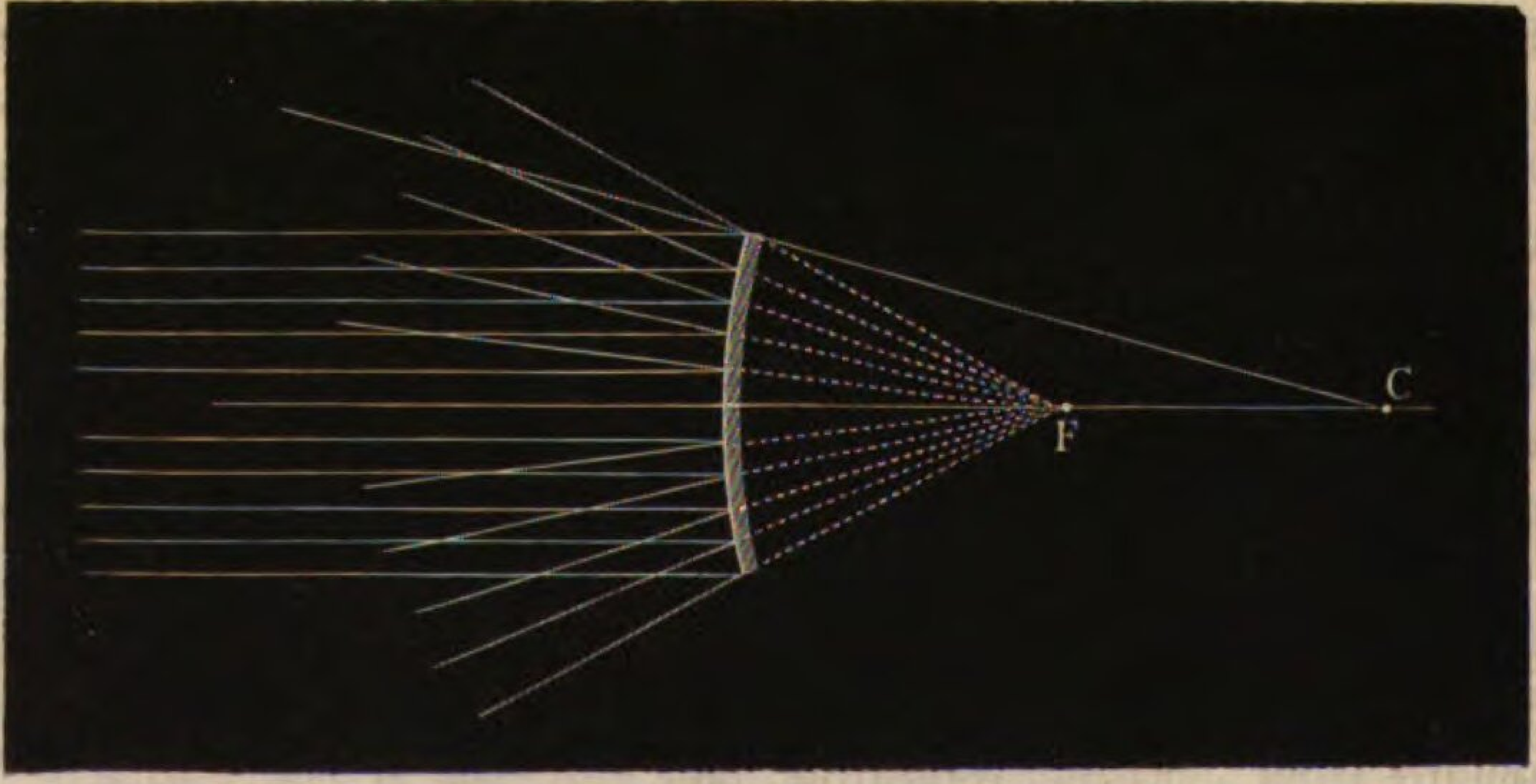
Fig. 520.



Nach den oben entwickelten Principien ist es leicht, die Lage des Punktes a zu ermitteln, von welchem die von A ausgehenden Strahlen divergiren, nachdem sie von dem Hohlspiegel reflectirt worden sind. Ebenso läßt sich das Bild b des Punktes B finden; wenn also der Gegenstand zwischen dem Brennpunkte und dem Spiegel liegt, so fällt sein vergrößertes aufrechtes Bild hinter den Spiegel, es verhält sich also, die Vergrößerung abgerechnet, ganz wie die Bilder der ebenen Spiegel.

185 **Die Convexspiegel** haben keine wirklichen, sondern nur eingebildete Brennpunkte, d. h. die Strahlen, welche sie treffen, werden nicht in einem

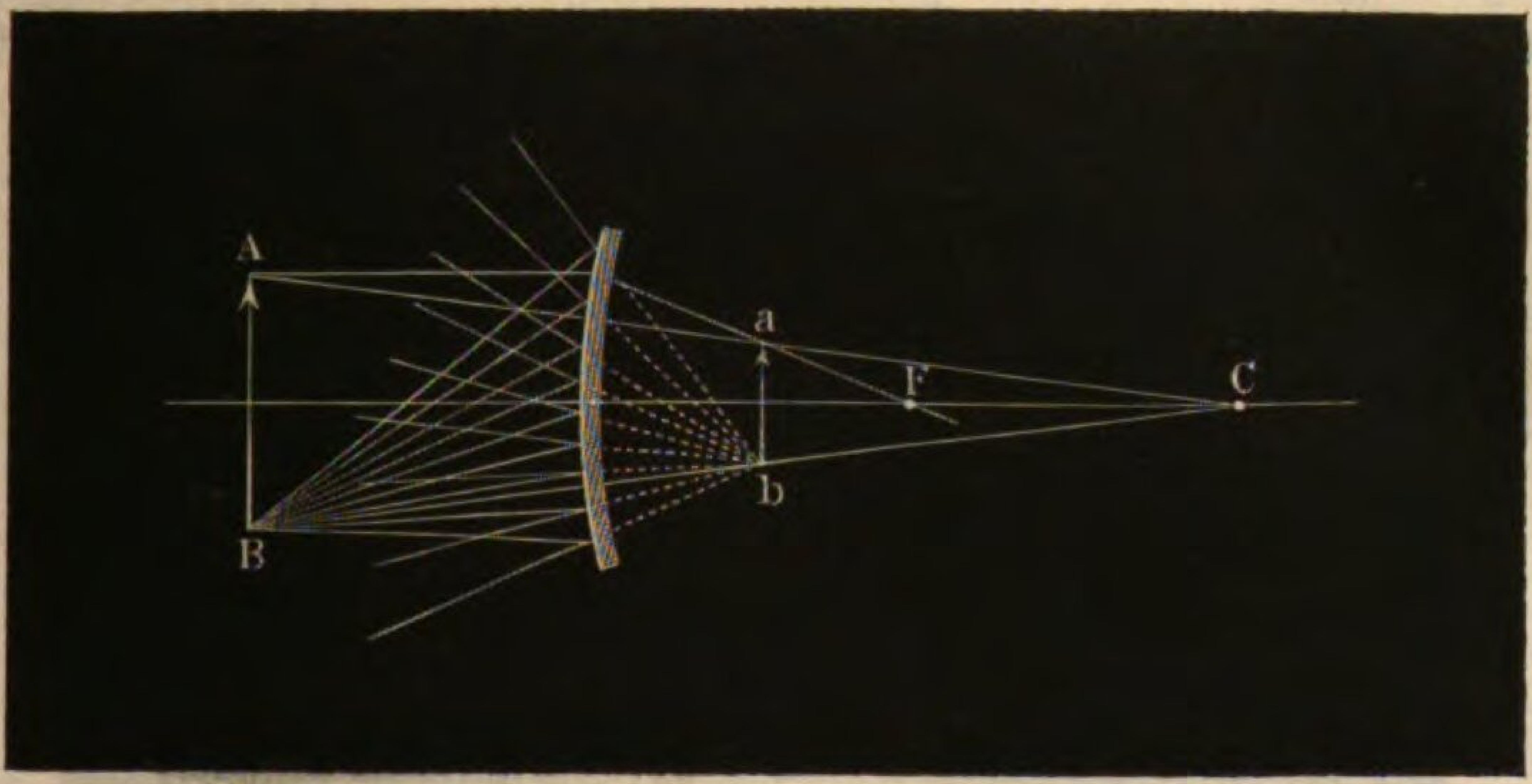
Fig. 521.



Punkte vereinigt, sondern sie divergiren nach der Spiegelung so, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen. Wenn ein Convexspiegel von Strahlen getroffen wird, welche mit der Axe parallel sind, so liegt für diese der Haupt-Zerstreuungspunkt in der Mitte zwischen dem Spiegel und dem Mittelpunkte C. Demnach ist es leicht, die Bilder zu construiren, welche man durch solche Spiegel erhält.

Es sei AB, Fig. 522, ein vor einem Convexspiegel befindlicher Gegenstand. Ein Strahl, welcher von A in der Richtung AC auf den Spiegel

Fig. 522.



fällt, wird in derselben Richtung reflectirt, in welcher er kam, das Bild von A muß also auf der Linie AC liegen. Ein Strahl, der von A aus parallel mit der Spiegelaxe in n auf den Spiegel trifft (der Buchstabe n ist in der Figur aus Mangel an Raum weggelassen), wird so reflectirt, als ob er vom Hauptzerstreuungspunkte F käme; das Bild von A liegt also in dem Durchschnittspunkte a der Linien AC und nF. Alle von A ausgehenden Strahlen werden von dem Convexspiegel so reflectirt, als ob sie von a her kämen.

Nachdem man auch das Bild b des Punktes B gefunden hat, überzeugt man sich leicht, daß man durch Convexspiegel verkleinerte aufrechte Bilder hinter dem Spiegel erhält.

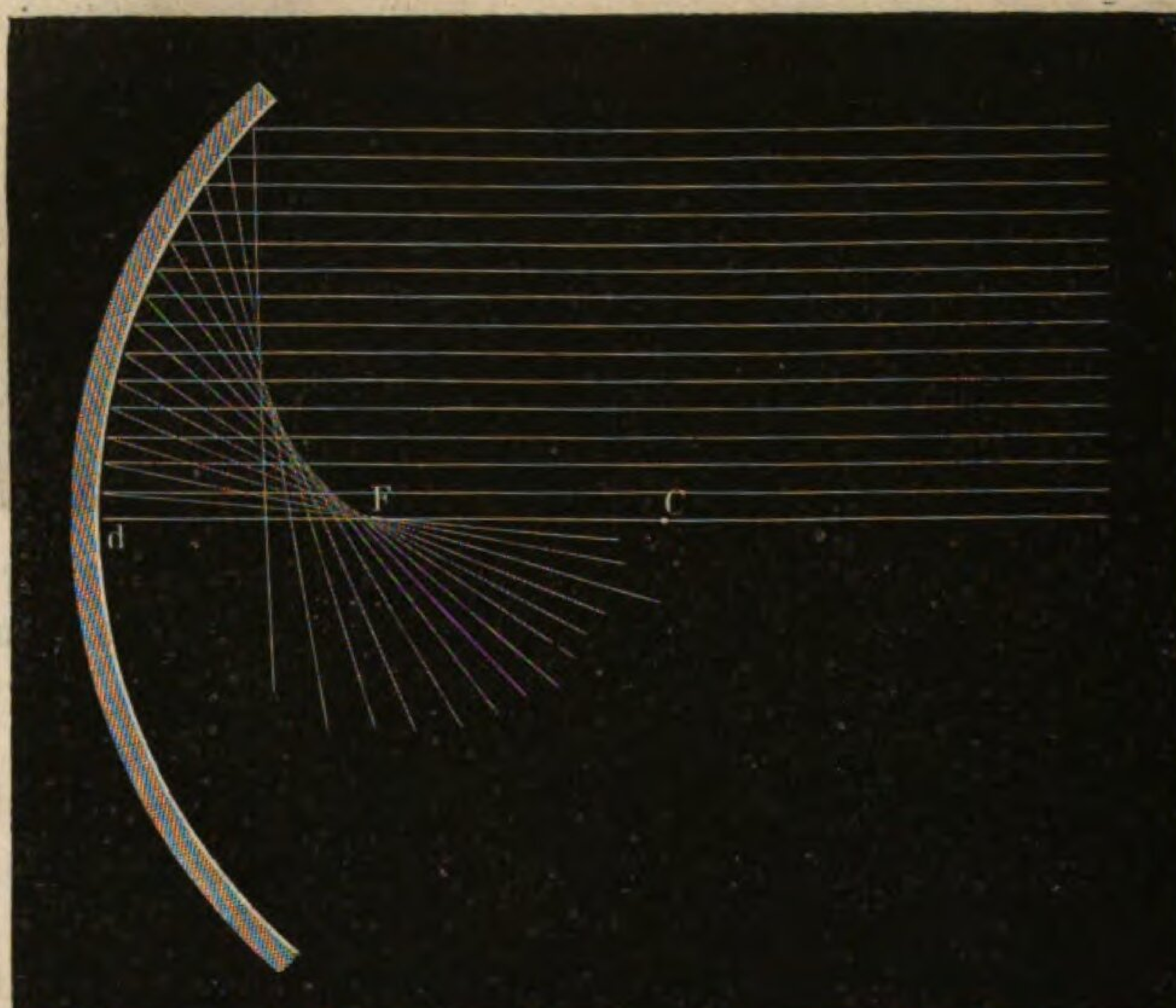
Unsere Figur stellt den Verlauf des von B aus divergirenden und von dem Convexspiegel reflectirten Strahlenbündels dar.

Von den Brennlinien. Wir haben bereits in Paragraph 183 gesehen, daß ein von einem Punkt ausgehendes Strahlenbündel, welches einen Hohlspiegel trifft, nur dann durch denselben wieder in einem Punkte vereinigt werden kann, wenn die Krümmung des Spiegels von der Mitte bis zum Rande nicht über gewisse Gränzen hinaus geht, daß solche Strahlen, welche parallel mit der Axe nahe am Rande auf einen stark gekrümmten Spiegel auffallen, nach der Spiegelung die Axe in einem Punkte schneiden, welcher dem Spiegel näher liegt als der Brennpunkt (Fig. 523). Dieser Umstand bewirkt, daß solche zu stark gekrümmte Spiegel nur sehr unreine Bilder geben, und man 186

muß, um mit solchen Spiegeln scharfe Bilder zu erhalten, dieselben bis auf den centralen Theil bedecken.

Denken wir uns den ganzen Strahlenkegel, welcher von einem Punkte ausgehend auf einen stark gekrümmten Hohlspiegel fällt, von einer durch die Axe gelegten Ebene durchschnitten, so werden je zwei benachbarte in dieser Ebene liegende Strahlen nach ihrer Reflexion sich in einem Punkte schneiden, welcher nicht auf der Axe des Spiegels liegt und welcher sich um so mehr von dieser Axe entfernt, je weiter der Reflexionspunkt von der Mitte des Spiegels entfernt, d. h. je näher der Punkt, in welchem der einfallende Strahl den Spiegel trifft, dem Rande liegt, wie dies Fig. 523 erläutert. Die auf einander folgenden Durchschnittspunkte je zweier benachbarter in einer Ebene

Fig. 523.



reflectirter Strahlen bilden aber eine krumme durch stärkere Lichtconcentration ausgezeichnete Linie, welche man eine **Brennlinie** oder eine **kaustische Linie** nennt.

Unsere Figur stellt, um nicht durch zu viel Linien zu verwirren, nur die obere Hälfte der Brennlinie dar, welche durch die Reflexion eines parallel mit der Axe einfallenden Strahlenbündels entsteht, deren Gipfelpunkt also durch den Brennpunkt F gebildet wird.

Solche Brennlinien kann man leicht auf dem Boden flacher cylindrischer innen polirter Gefäße beobachten. Am leichtesten lassen sie sich in einem Trinkglase zeigen, welches bis auf einigen Abstand vom Rande mit Milch oder einer anderen trüben Flüssigkeit gefüllt, dem Lichte der Sonne oder einer Kerze ausgesetzt wird. Dieselbe Beobachtung läßt sich auch mit einer Kaffeetasse anstellen.

Denken wir uns die ganze Figur 523, um ihre Axe dFC umgedreht, so wird durch die Umdrehung der Brennlinie eine kegelartige Oberfläche gebildet, welche den Namen der **kaustischen Fläche** führt. Eine solche kaustische Fläche wird durch jeden stark gekrümmten Hohlspiegel erzeugt, wenn man ihn gegen die Sonne oder gegen eine andere hinlänglich starke Lichtquelle richtet; man macht sie am besten sichtbar, wenn man auf irgend eine Weise vor dem Spiegel einen dichten Rauch erzeugt.

Drittes Capitel.

Dioptrik oder Brechung des Lichtes.

187 **Allgemeine Gesetze der Brechung des Lichtes.** Unter Brechung versteht man die Ablenkung, die Richtungsänderung, welche ein Lichtstrahl erleidet, wenn er aus einem Mittel in ein anderes übergeht. Daß eine solche Ablenkung stattfindet, davon kann man sich leicht durch folgenden einfachen Versuch überzeugen. In Fig. 524 sei *vv'* ein noch leeres Gefäß, auf dessen Boden man einen schweren Körper, etwa ein Geldstück, *m*, hinlegt; nun hält man das Auge an eine solche Stelle *a*, daß das Geldstück *m* eben durch den Rand des Gefäßes verdeckt erscheint. Wird nun, während das Auge unverändert

Fig. 524.

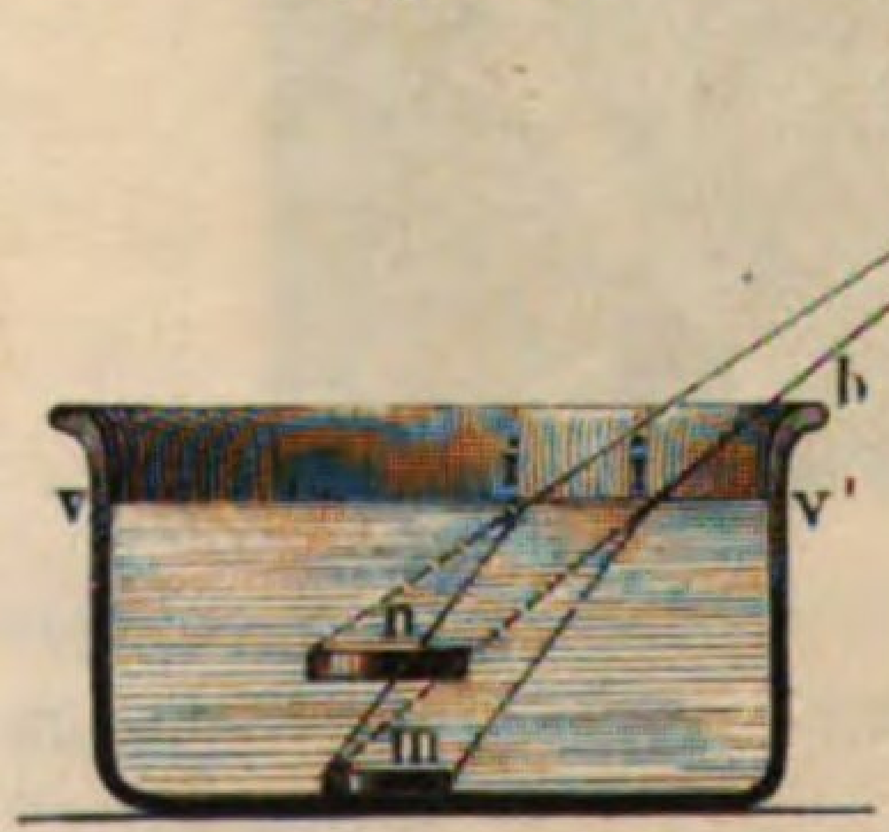
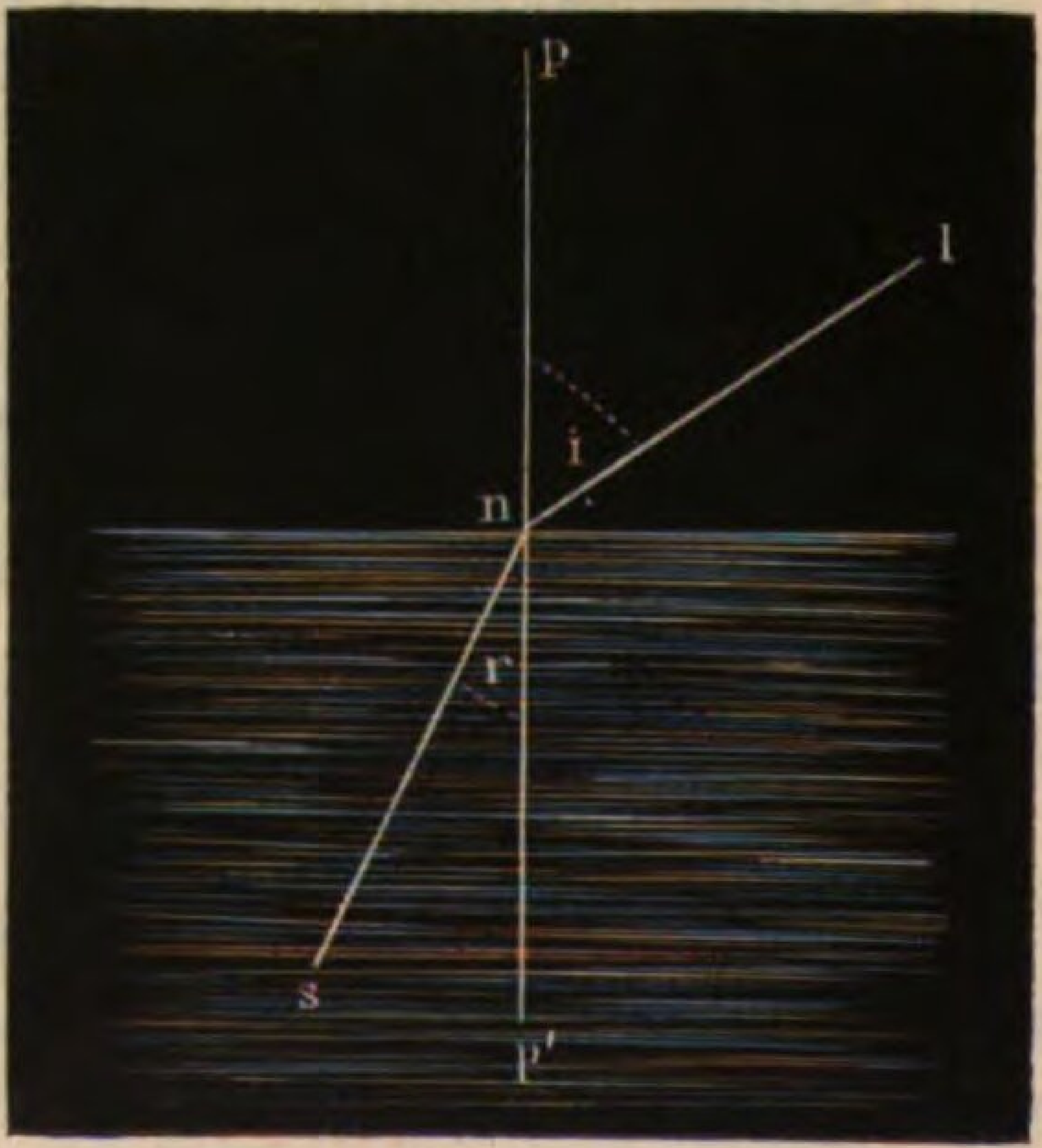


Fig. 525.



seine Stellung behält, Wasser in das Gefäß gegossen, so wird das Geldstück alsbald sichtbar und scheint um so höher zu steigen, je mehr der Wasserspiegel steigt. Es ist klar, daß jetzt die Lichtstrahlen nicht in gerader Linie vom Körper *m* ins Auge gelangen; sie erleiden vielmehr beim Austritt aus dem Wasser eine Richtungsveränderung, wie dies in der Figur angedeutet ist.

Der Einfallswinkel *i*, Fig. 525, ist bei der Brechung wie bei der

Spiegelung der Winkel, welchen der einfallende Strahl *ln* mit der im Einfallspunkte errichteten Normalen, dem Einfallslothe *np*, macht.

Der Brechungswinkel ist derjenige, welchen der gebrochene Strahl *ns* mit der Verlängerung *np'* des Einfallslothes macht.

Die Einfallsebene ist die durch den einfallenden Strahl und das Einfallsloth, die Brechungsebene die durch den gebrochenen Strahl und das Einfallsloth gelegte Ebene. Gewöhnlich entsteht aus einem einfallenden Strahl auch nur ein gebrochener, doch giebt es Körper, wie Kalkspath, Bergkrystall u. a., welche die Eigenschaft haben, jeden einfallenden Strahl in zwei gebrochene zu spalten. Diese Erscheinungen der doppelten Brechung hängen mit der Polarisation des Lichtes zusammen, welche wir später betrachten werden. Vor der Hand beschäftigen wir uns nur mit den Gesetzen der einfachen Brechung. Diese Gesetze sind folgende:

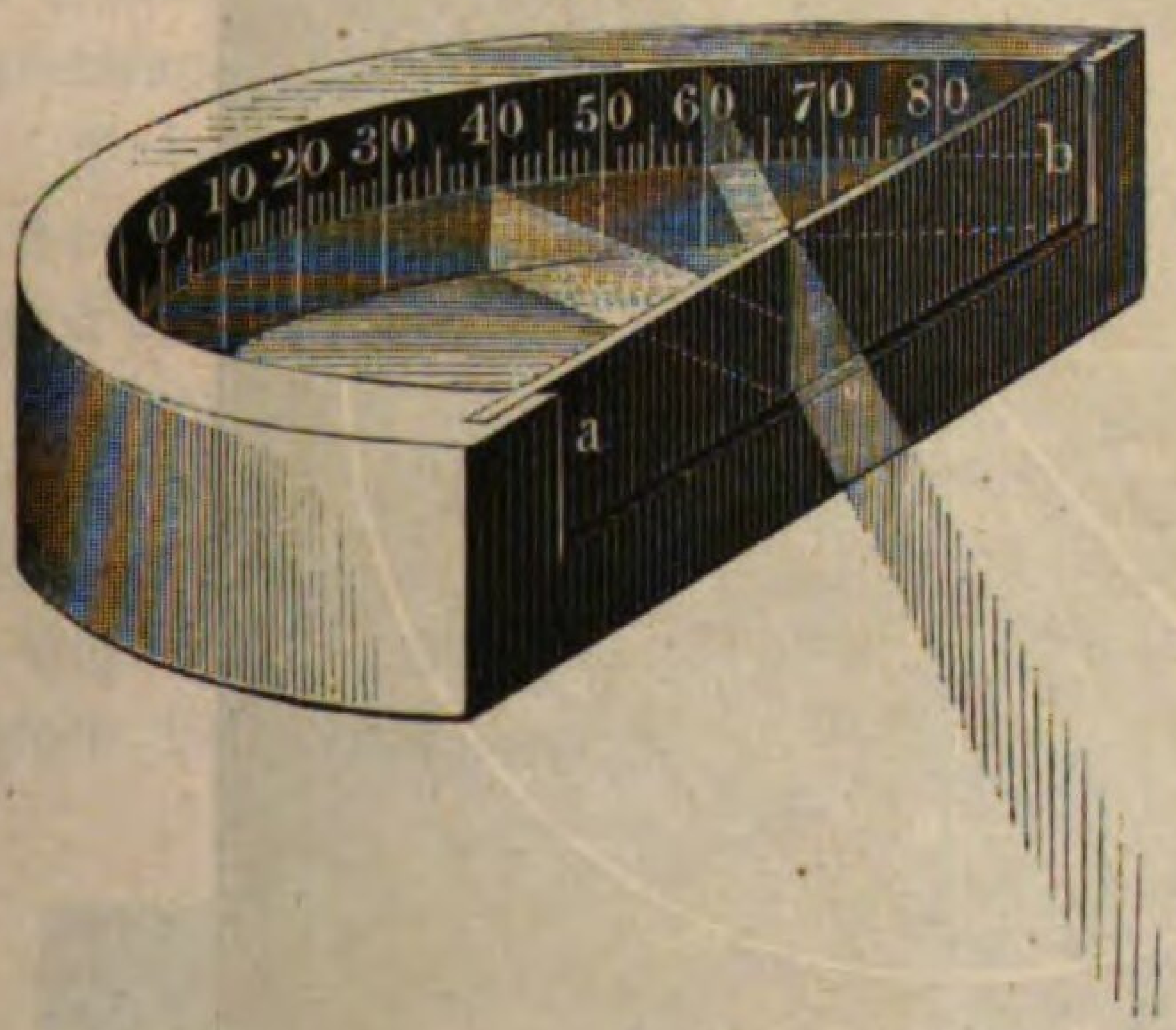
1) Die Brechungsebene fällt mit der Einfallsebene zusammen.

2) Für dieselben Mittel steht der Sinus des Brechungswinkels in einem constanten Verhältnisse zum Sinus des Einfallswinkels.

Der erste dieser beiden Sätze bietet keine Schwierigkeit, der zweite läßt sich durch den Apparat Fig. 526 nachweisen.

Ein zwei bis drei Zoll hohes Gefäß ist auf der einen Seite durch eine ebene Glasfläche *ab*, außerdem aber durch eine halbkreisförmige verticale Wand begränzt. Die Glasfläche ist bis auf einen in ihrer Mitte befindlichen Spalt von $^1/_2$ bis 1 Linie Breite mit undurchsichtigem Papier zugeklebt oder angestrichen; die halbkreisförmige Rückwand ist im Inneren mit einer Gradtheilung versehen, deren Nullpunkt dem Spalte gerade gegenüber liegt.

Fig. 526.



Dies Gefäß wird ungefähr bis zur Hälfte mit Wasser gefüllt.

Bringt man nun ein Kerzenlicht in einiger Entfernung gerade vor den Spalt, so werden die durch denselben einfallenden Lichtstrahlen gerade den Nullpunkt der Theilung treffen. Bringt man aber das Licht auf die Seite, so werden die Lichtstrahlen, welche durch den Spalt in das Gefäß eindringen, im oberen und unteren Theil nicht an derselben Stelle die Rückwand treffen. Der Theil des Lichtbündels, welcher im oberen Theile des Spaltes eindringt, setzt seinen Weg in gerader Linie fort, während die untere Hälfte des Lichtbündels

beim Eintritt in das Wasser eine andere Richtung erhält und also auch an einer anderen Stelle die Rückwand trifft.

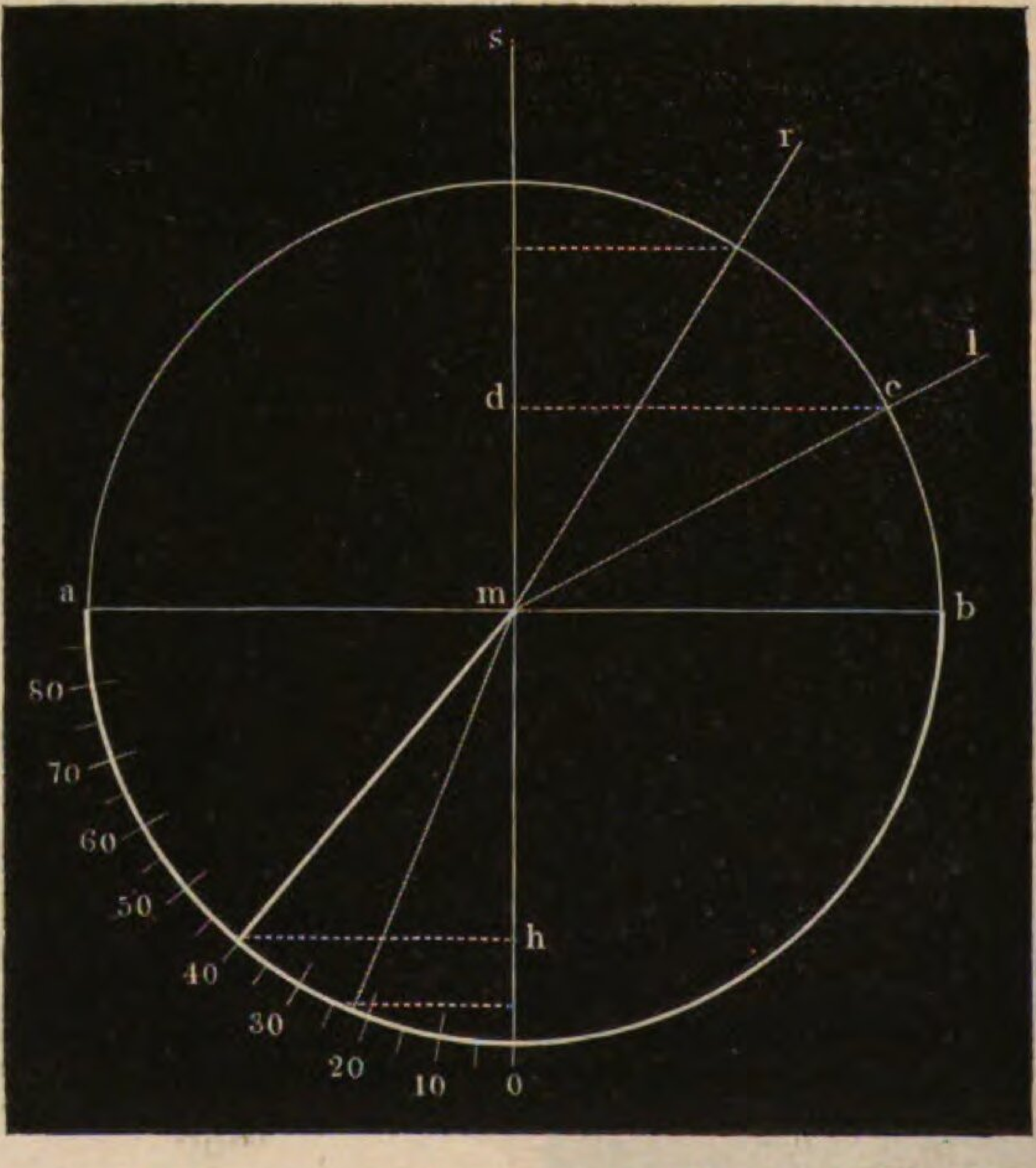
Nehmen wir an, man habe die Lichtquelle so weit auf die Seite gerückt, daß das durch die obere Hälfte des Spaltes einfallende Licht gerade den Theilstrich 60 trifft, wie dies in unserer Figur dargestellt ist, so wird der untere Theil des Lichtbündels bei seinem Eintritt in das Wasser nach einem Punkte der Rückwand abgelenkt, welcher 40° weit vom Nullpunkte absteht.

Hätte das Licht so gestanden, daß durch die obere Hälfte des Spaltes der Theilstrich 30 beleuchtet worden wäre, so würde das im Wasser gebrochene Lichtbündel bei 22° die Rückwand getroffen haben.

Wäre das Licht durch die obere Hälfte des Spaltes, also stets in gerader Richtung fortgehend, auf 15° gefallen, so würde gleichzeitig der gebrochene Strahl auf $11^1/_4$° gefallen sein.

In Fig. 527 stelle der Halbkreis *aob* die getheilte kreisförmige Wand

Fig. 527.



des Gefäßes und *ab* die vordere Glaswand von oben gesehen dar. Der Spalt ist bei *m*. Wenn nun die Linie *lm* so gerichtet ist, daß ihre Verlängerung die Theilung bei 60° trifft, so ist *lm* die Richtung des einfallenden Strahles für den ersten der drei erwähnten Versuche, die Linie aber, welche von *m* nach 40° geht, stellt für diesen Fall den gebrochenen Strahl dar.

Denken wir uns bei *m* ein Perpendikel *ms* errichtet, so ist dies und seine Verlängerung *mo* das Einfallsloth; der Einfallswinkel *lms* ist hier 60°, der entsprechende Brechungswinkel ist 40°.

Denken wir uns um *m* mit dem Halbmesser *mb* den Kreis vollendet, so schneidet er bei *c* den einfallenden Strahl *lm*. Fällt man von *c* das Perpendikel *dc* auf das Einfallsloth, ein zweites Perpendikel aber vom Theilstrich 40 nach *h*, so verhalten sich diese beiden Perpendikel wie 4 zu 3.

Wenn der einfallende Strahl *rm* einen Winkel von 30° mit dem Einfallslothe macht, so ist der entsprechende Brechungswinkel 22°. Fällt man nun von dem Punkte, wo der einfallende Strahl den Kreis schneidet, und vom Theilstrich 22, Perpendikel auf das Einfallsloth, so verhalten sich diese wieder wie 4 zu 3.

Hätte man das Resultat des letzten Versuches, nach welchem zum Einfallswinkel 15° der Brechungswinkel $11^1/_4{}^0$ gehört, ebenso construirt, so hätte man in Beziehung auf jene Perpendikel dasselbe Resultat gefunden, daß sie sich nämlich verhalten wie 4 zu 3.

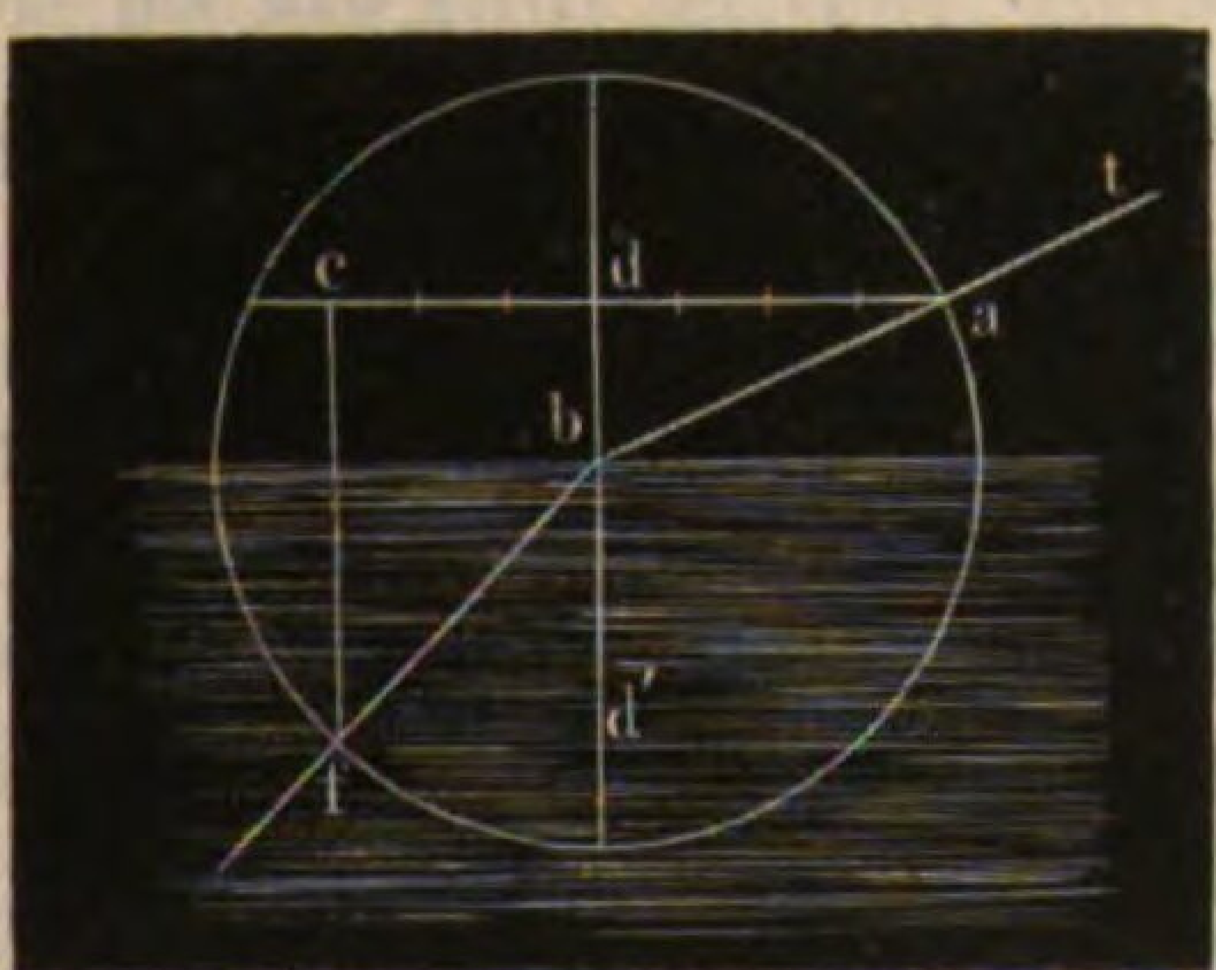
In welcher Richtung auch der einfallende Strahl die Wasserfläche treffen mag, so wird er doch so gebrochen, daß, wenn man von den Punkten, in welchen der einfallende und der gebrochene Strahl einen um den Einfallspunkt gezogenen Kreis schneiden, Perpendikel auf das Einfallsloth fällt, diese Perpendikel sich stets verhalten wie 4 zu 3.

Wenn der Halbmesser des Kreises Fig. 527 zur Einheit genommen wird, so ist die in dieser Einheit ausgedrückte Länge des Perpendikels *dc* der Sinus des Winkels *dmc*, also der Sinus von 60°. Das vom Theilpunkte 40 auf das Einfallsloth gefällte Perpendikel ist aber der Sinus von 40°. Nach dieser Bezeichnung kann man das Brechungsgesetz so ausdrücken:

Beim Uebergange aus Luft in Wasser wird ein Lichtstrahl in solcher Weise abgelenkt, daß sich der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels stets verhält wie 4 zu 3.

Es ergiebt sich daraus ein ganz einfaches Verfahren, um die Richtung des gebrochenen Strahles durch Construction zu finden, wenn die beiden Mittel Luft und Wasser sind, welches auch die Größe des Einfallswinkels sein mag. In Fig. 528 sei *tb* der einfallende Strahl. Nachdem man das Einfallsloth gezogen hat, beschreibe man um *b* einen Kreis und fälle von dem Punkte *a*, in welchem dieser Kreis den einfallenden Strahl trifft, ein Perpendikel *ad* auf das Einfallsloth; dieses Perpendikel wird nun verlängert, und auf dieser Verlängerung $cd = {}^3/_4\, ad$ gemacht. Zieht man nun von *c* parallel mit dem Einfallsloth eine Linie, so erhält man den Punkt *f*, in welchem der gebrochene Strahl den Kreis schneidet, denn offenbar ist $fd' = cd = {}^3/_4\, da$.

Fig. 528.



Macht man ähnliche Versuche mit anderen Substanzen, so findet man, daß der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels immer in

einem constanten Verhältniß steht, welches für jede Substanz ein eigenthümliches ist. Beim Uebergange von Luft in Wasser verhält sich, wie wir gesehen haben, der Sinus des Einfallswinkels zu dem des Brechungswinkels wie 4 zu 3; beim Uebergange von Luft in Glas wie 3 zu 2 u. s. w.

Die Zahl, welche angiebt, wie vielmal für eine bestimmte Substanz der Sinus des Einfallswinkels größer ist als der des Brechungswinkels, wird der Brechungsexponent genannt. Für Wasser ist der Brechungsexponent nahe $^4/_3$, für Glas ist er nahe $^3/_2$ u. s. w.

Die folgende Tabelle enthält die Brechungsexponenten mehrerer Substanzen:

Aether	1,358	Glas, von St. Gobain .	1,543
Alaun	1,457	» grünes	1,615
Alaunlösung, gesättigte . .	1,356	Flintglas,	
Alkohol	1,372	1 Thl. Blei, 4 Thle. Kiesel	1,664
Anisöl	1,811	Mohnöl	1,463
Balsam Canada	1,532	Obsidian	1,488
» Tolu	1,628	Saphir	1,794
Bergkrystall	1,562	Schwefel, natürlicher . .	2,040
Bleioxyd, chromsaures . .	2,926	Schwefelkohlenstoff . . .	1,680
Boracit	1,701	Schwefelsäure,	
Cassiaöl	1,641	specifisches Gewicht 1,84	1,440
Citronenöl	1,527	Steinsalz	1,498
Diamant	2,470	Terpentinöl	1,476
Eis	1,310	Topas	1,610
Flußspath	1,436	Weingeist	1,374
Glas, gemeines	1,596	Wasser	1,336

Weiter unten werden wir genauere Methoden zur Bestimmung der Brechungsexponenten kennen lernen.

Das Brechungsgesetz läßt sich nun kurz ausdrücken:

$$\frac{sin.\ i}{sin.\ r} = n,$$

wenn i den Einfallswinkel, r den Brechungswinkel und n den Brechungsexponenten bezeichnet.

Die Entdeckung des Brechungsgesetzes gebührt einem niederländischen Gelehrten, Snellius; doch wurde es zuerst von Cartesius bekannt gemacht, der vorher die Papiere des Snellius gesehen hatte.

Wir werden weiter unten schärfere Beobachtungsmittel kennen lernen, welche mehr geeignet sind, die mathematische Genauigkeit des Brechungsgesetzes darzuthun.

Wenn ein Lichtstrahl aus Wasser in Luft übergeht, so ist der Winkel, welchen der Strahl im Wasser mit dem Einfallslothe macht, der Einfallswinkel, der Winkel aber, welchen der Strahl in der Luft mit dem Einfallslothe macht,

ist in diesem Falle der Brechungswinkel; wenn aber auch die Strahlen ihre Namen verwechselt haben, so bleibt doch der Strahl im Wasser dem Einfallsloth näher als der in der Luft. Wenn n der Brechungsexponent für einen Strahl ist, der aus einem Mittel A in ein Mittel B übergeht, so ist $\frac{1}{n}$ der Brechungsexponent für den Uebergang aus B in A.

Wenn n größer als 1 ist, so ist $sin.\ i > sin.\ r$, also auch $i > r$, durch die Brechung wird also der Strahl dem Einfallslothe genähert, das zweite Mittel ist stärker brechend als das erste.

Wenn n kleiner als 1 ist, so ist auch $i < r$; der gebrochene Strahl entfernt sich also vom Einfallsloth, in diesem Falle ist das zweite Mittel das schwächer brechende.

Man drückt dies gewöhnlich dadurch aus, daß man sagt, der Strahl wird dem Einfallslothe genähert oder von demselben entfernt, je nachdem er aus einem dünneren in ein dichteres Mittel übergeht, oder umgekehrt. Diese Ausdrucksweise ist aber nicht streng richtig, weil es oft vorkommt, daß ein weniger dichtes Mittel doch stärker brechend ist; die brechende Kraft ist durchaus nicht der Dichtigkeit proportional.

Totale Reflexion. Wenn der Einfallswinkel gleich Null ist, so fällt der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe zusammen, denn wenn $i = o$, so ist auch $r = o$, d. h. mit anderen Worten, wenn ein Strahl rechtwinklig auf die brechende Fläche trifft, so setzt der Strahl ohne Ablenkung seinen Weg fort. 188

Der größte Werth, welchen der Einfallswinkel haben kann, ist 90°, und da $sin.\ 90 = 1$, so hat man für diesen Fall

$$\frac{1}{sin.\ r} = n$$

oder

$$sin.\ r = \frac{1}{n}.$$

Der sich aus dieser Gleichung ergebende Werth von r wird der Gränzwinkel genannt. Für Luft und Wasser ist $n = \frac{4}{3}$, also $\frac{1}{n} = \frac{3}{4} = 0{,}75$; nun ist aber $0{,}75 = sin.\ (48^0\ 35')$, mithin ist für Luft und Wasser 48° 35′ der Gränzwinkel; niemals kann ein Lichtstrahl, welcher aus Luft in Wasser tritt, nach der Brechung einen größeren Winkel mit dem Einfallslothe machen.

Wenn hingegen ein Lichtstrahl, sich im Wasser fortpflanzend, einen Winkel von 48° 35′ mit dem Einfallslothe macht, so wird er nach seinem Austritt in die Luft einen Winkel von 90° mit dem Lothe machen, d. h. er wird sich parallel der Trennungsfläche bewegen; alle im Wasser sich bewegenden Strahlen aber, welche mit dem Einfallslothe einen Winkel machen, der den Werth des

Gränzwinkels übersteigt, können **gar nicht mehr** austreten, sie werden an der Gränzfläche des Wassers **vollständig gespiegelt** (Fig. 529). Dieser Fall der **totalen Reflexion** ist der einzige Fall einer Spiegelung auf durchsichtigen Körpern, bei welcher der Strahl fast nichts an seiner ursprünglichen Intensität verliert.

Fig. 529.

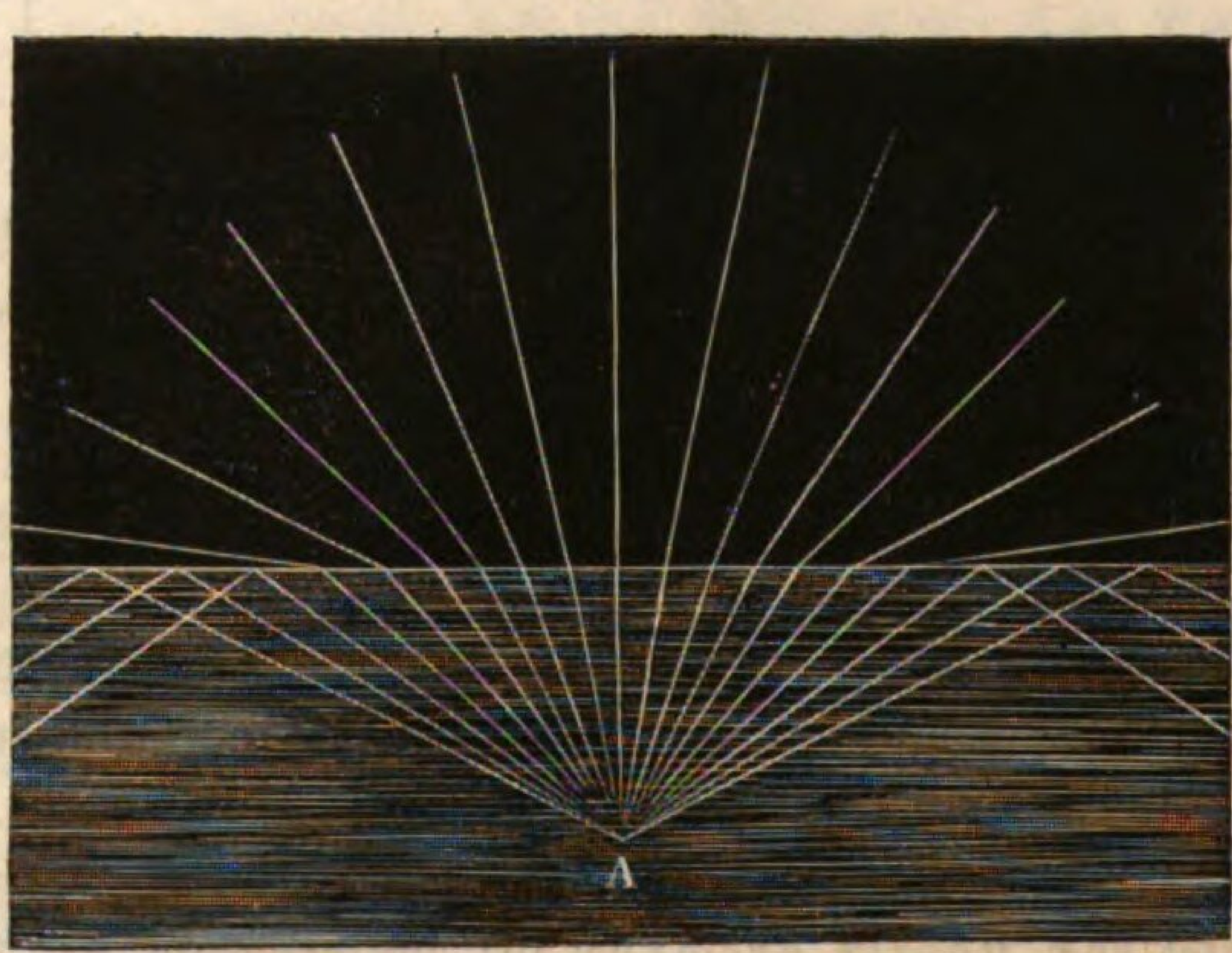
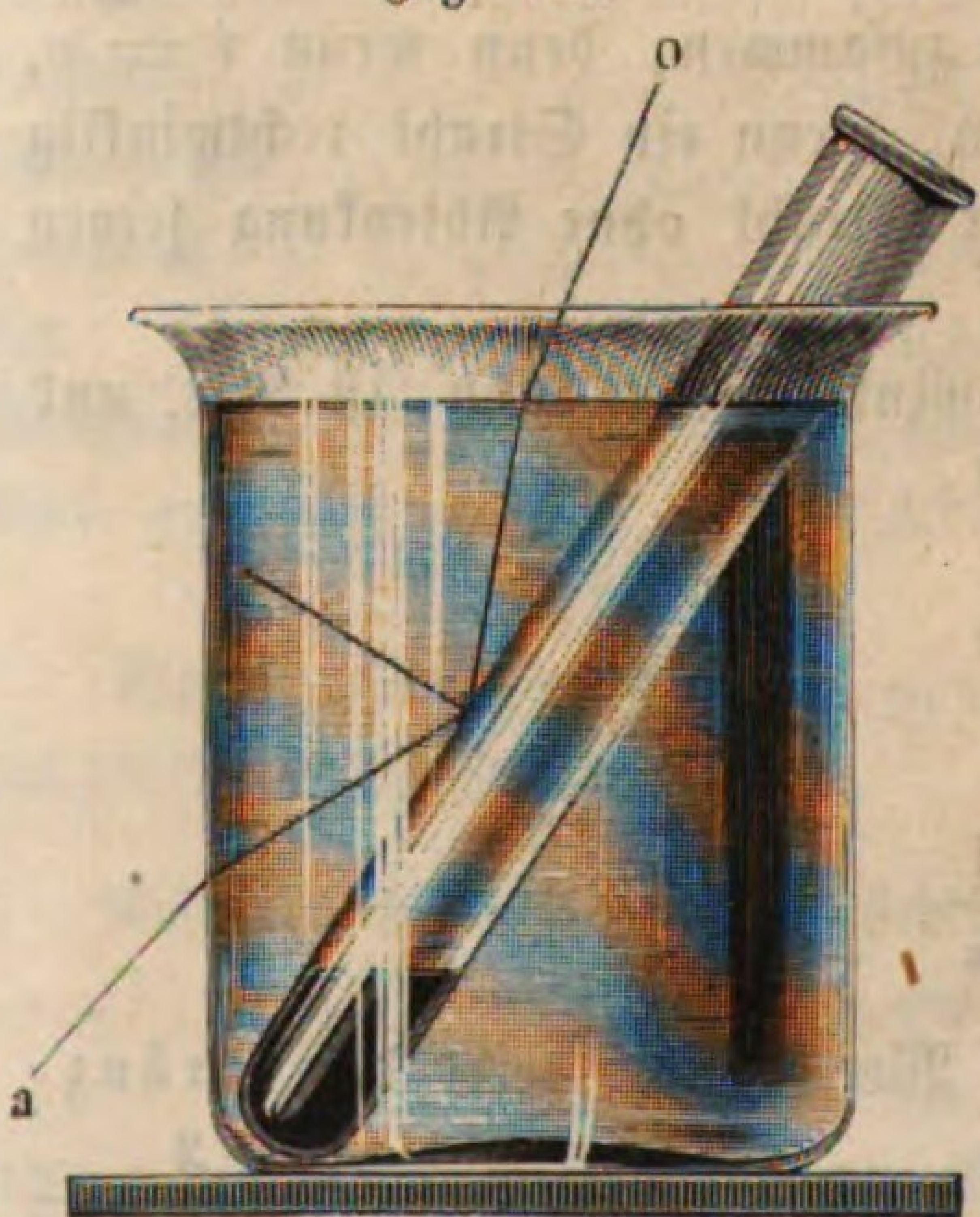


Fig. 530 zeigt ein interessantes Beispiel der totalen Reflexion. In ein Glas mit Wasser tauche man eine unten zugeschmolzene Glasröhre, am besten ein Reagentienglas, wie es die Chemiker gebrauchen, welches leer ist, d. h. nur Luft enthält; wenn man dem Röhrchen ungefähr die Stellung giebt, wie Fig. 530 zeigt, und dasselbe von oben her, etwa von *o* aus betrachtet, so erscheint es dem Auge so glänzend, als ob es mit Quecksilber gefüllt wäre. Gießt man etwas Wasser in das Röhrchen, so verschwindet dieser Metallglanz gerade so weit, als das eingegossene Wasser reicht. Die Erscheinung ist leicht zu erklären: die von *a* her kommenden Strahlen treffen die Röhre unter einem solchen Winkel, daß sie nicht in die Luft der Röhre austreten können, sie werden also vollständig reflectirt; sobald die Röhre Wasser enthält, hört diese vollständige Reflexion auf.

Fig. 530.

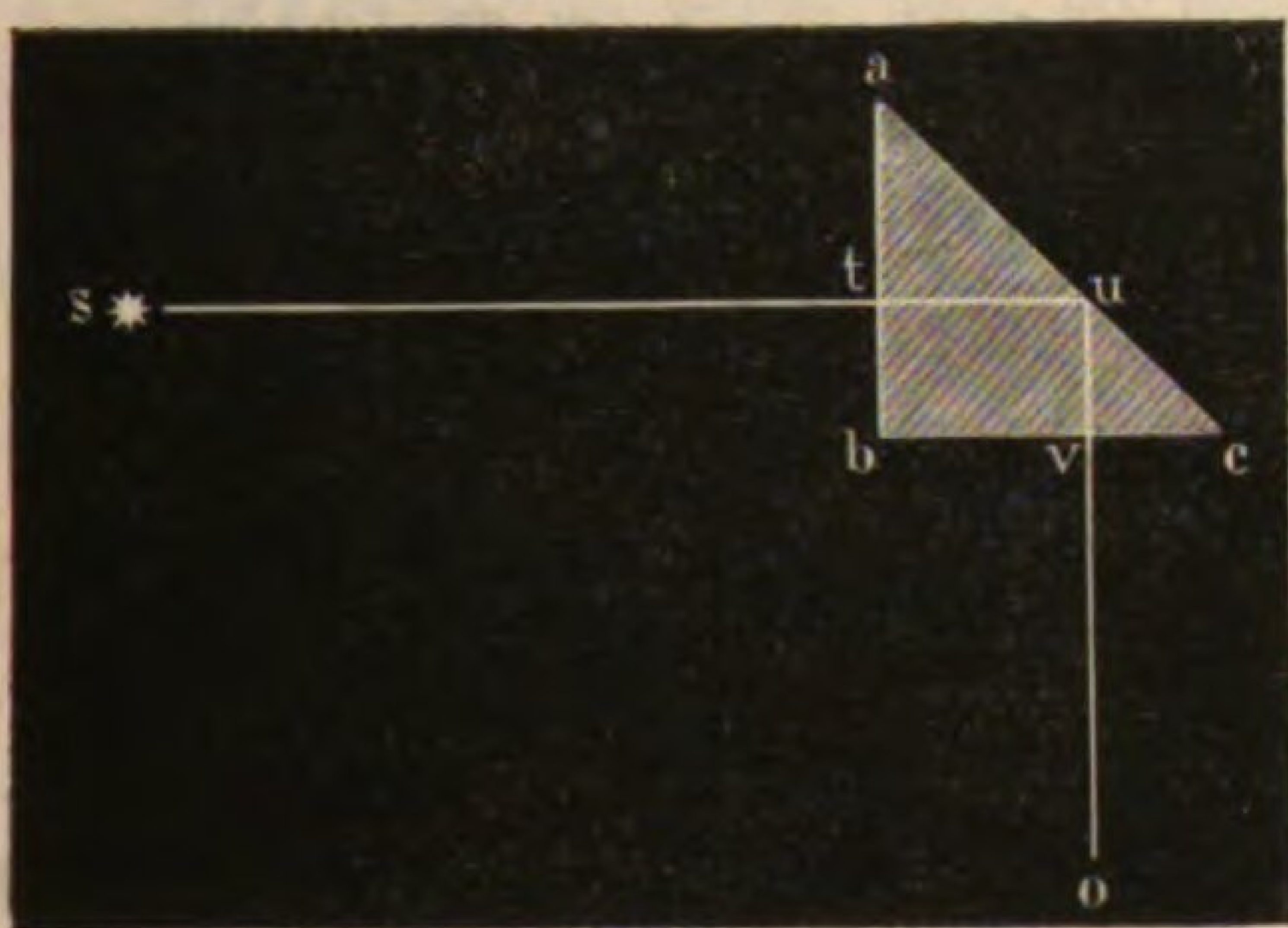


Wenn oben gesagt wurde, daß das Röhrchen unter den bezeichneten Umständen so glänzend erschien als ob es mit Quecksilber gefüllt sei, so soll damit nur ungefähr die Art des Glanzes bezeichnet werden; in der That wird aber bei der erwähnten totalen Reflexion das Licht noch weit vollständiger zurückgeworfen als auf einer Quecksilberoberfläche. Man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man bei dem Fig. 530 dargestellten Versuche in das Reagenzröhrchen statt des Wassers etwas Quecksilber eingießt. Der untere mit Quecksilber gefüllte Theil des Röhrchens erscheint ganz grau im Vergleich zu dem lichten Glanze, welchen der obere Theil des Reagenzröhrchens in Folge der totalen Reflexion zeigt.

Nach den oben auf Seite 444 mitgetheilten Werthen der Brechungsexponenten ist der Gränzwinkel für Diamant 23° 53′, für Flintglas 38° 41′ für Wasser 48° 28′.

Ein interessantes Beispiel der totalen Reflexion bieten uns die im nächsten Paragraphen näher zu betrachtenden Prismen. Fig. 531 sei der Querschnitt eines rechtwinkligen gleichschenkligen Glasprismas. Wenn von einem Gegenstande *s* ein Lichtstrahl *st* rechtwinklig auf die vordere Fläche *ab* des Prismas fällt, so setzt er im Glas seinen Weg in unveränderter Richtung fort und trifft die Rückwand *ac* in *u* unter einem Winkel von 45°. Da nun offenbar der Winkel, welchen der Strahl *tu* mit dem in *u* zu errichtenden Einfallslothe macht, gleichfalls 45°, also größer ist als der Gränzwinkel für Glas, so kann der Strahl *tu* in *u* nicht in Luft austreten, er wird vollständig reflectirt, um endlich bei *v* rechtwinklig zur Fläche *bc* das Prisma zu verlassen. Ein in *o* befindliches Auge wird also von dem Gegenstande *s* ein Bild sehen, welches eben so glänzend und hell ist, wie das Bild eines Metallspiegels. Um den Contrast der gewöhnlichen Glasreflexion und der totalen recht deutlich zu zeigen, stelle man neben das Prisma parallel mit der Fläche *ac* einen unbelegten Streifen von Spiegelglas, so wird dieser ein Bild von *s* zeigen, welches ungemein matt erscheint gegen das in *ac* gesehene.

Fig. 531.



Größe der Ablenkung. Die Größe der durch die Brechung hervorgebrachten Ablenkung wird gefunden, wenn man den Brechungswinkel vom Einfallswinkel abzieht. Wir wollen nun untersuchen, in welchem Verhältnisse die Ablenkung wächst, wenn der Brechungswinkel zunimmt; fassen wir bei dieser Betrachtung einen bestimmten Fall ins Auge, etwa den Uebergang der Strahlen aus Luft in Glas: in diesem Falle ist der Brechungsexponent $^3/_2$ oder 1,5; es ist also: 189

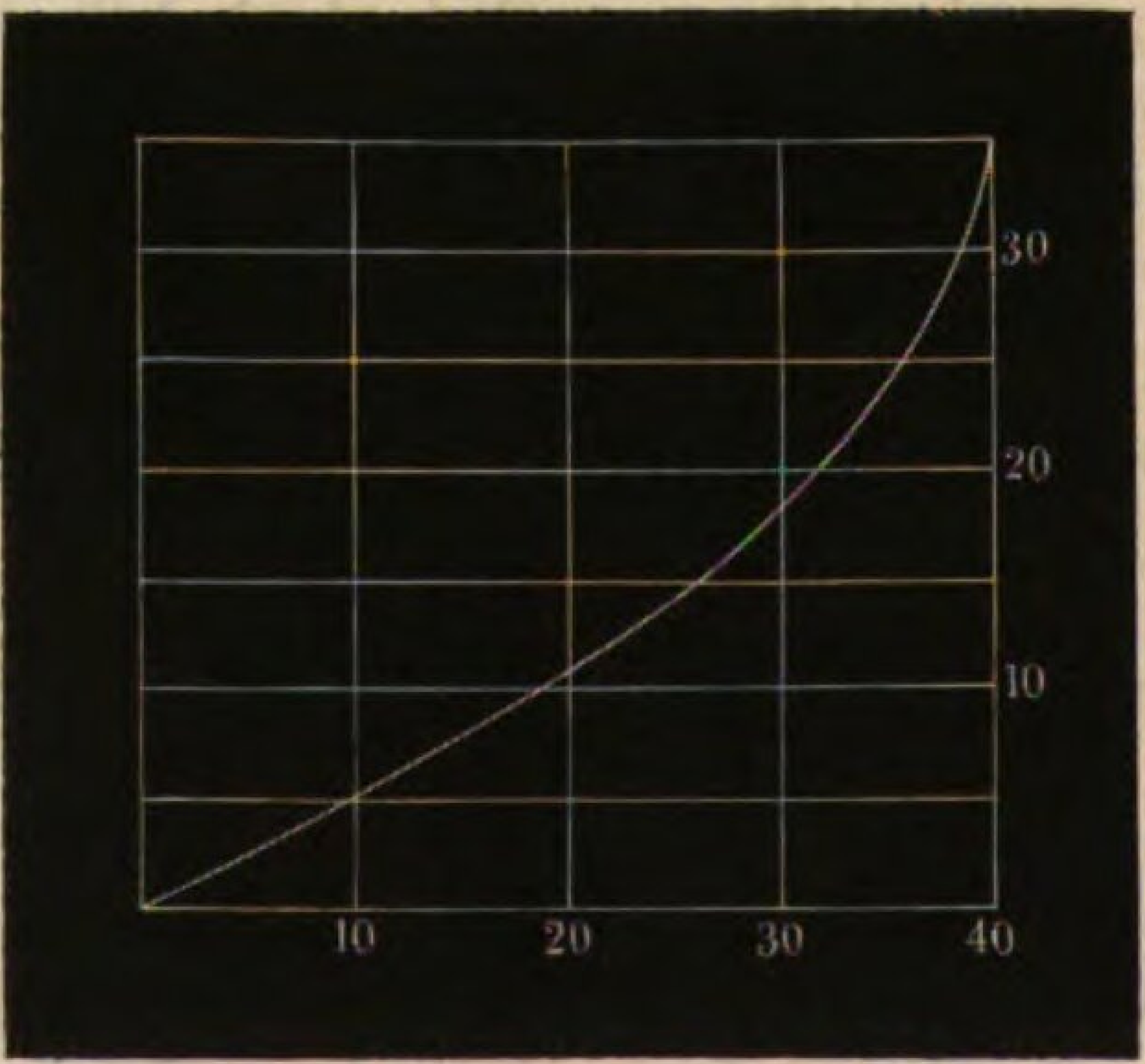
$$sin.\, i = 1{,}5 \,.\, sin.\, r.$$

Nichts ist nun leichter, als nach dieser Formel für jeden beliebigen Brechungswinkel den zugehörigen Einfallswinkel und die Ablenkung zu finden; die folgende kleine Tabelle enthält für die von 5 zu 5 Grad fortschreitenden Brechungswinkel die entsprechenden Einfallswinkel und Ablenkungen.

r	i	Ablenkung	Zunahme der Ablenkung.
5°	7° 30′	2° 30′	2° 30′
10	15 5	5 5	2 35
15	22 50	7 50	2 45
20	30 52	10 52	3 2
25	39 21	14 21	3 29
30	48 35	18 35	4 14
35	59 12	24 12	5 37
40	74 34	34 34	10 22

Aus dieser Tabelle sieht man, daß die Ablenkung nicht dem Brechungswinkel proportional wächst, sondern daß diese Ablenkung für kleine Einfallswinkel gering ist, für größere aber in einem weit rascheren Verhältnisse zunimmt als die Brechungswinkel. Beistehende Figur 532 stellt dieses graphisch dar; die Abscissen sind den Brechungswinkeln, die Ordinaten den entsprechenden Ablenkungen proportional aufgetragen.

Fig. 532.



Dem Brechungswinkel 30° entspricht die Ablenkung 18° 35′; wächst der Brechungswinkel um 5°, so nimmt die Ablenkung um 5° 37′ zu; nimmt aber der Brechungswinkel um 5° ab, so wird die Ablenkung nur um 4° 14′ abnehmen, oder allgemein, wenn man, von einer bestimmten Richtung des gebrochenen Strahles ausgehend, den Brechungswinkel wachsen läßt, so nimmt die Ablenkung mehr zu, als sie abnehmen würde, wenn der Brechungswinkel eben so viel verkleinert würde.

190 **Brechung des Lichtes durch Prismen.** Ein **Prisma** nennt man in der Optik ein durchsichtiges Mittel, welches durch zwei gegen einander geneigte Flächen begränzt ist.

Die **Kante** des Prismas ist die Linie, in welcher sich die beiden Gränz-

flächen schneiden oder doch schneiden würden, wenn sie hinreichend verlängert würden.

Die **Basis** eines Prismas ist eine der brechenden Kante gegenüberliegende Fläche, mag sie nun in der Wirklichkeit vorhanden, oder mag sie nur gedacht sein.

Der **brechende Winkel** ist der Winkel, welchen die beiden brechenden Flächen des Prismas mit einander machen.

Hauptschnitt nennt man den Durchschnitt des Prismas mit einer auf der brechenden Kante rechtwinkligen Ebene.

Gewöhnlich wendet man Prismen an, welche durch drei rechtwinklige Flächen $aba'b'$, $bcb'c'$ und $cac'a'$ (Fig. 533) begränzt sind. Wenn das Licht

Fig. 534.

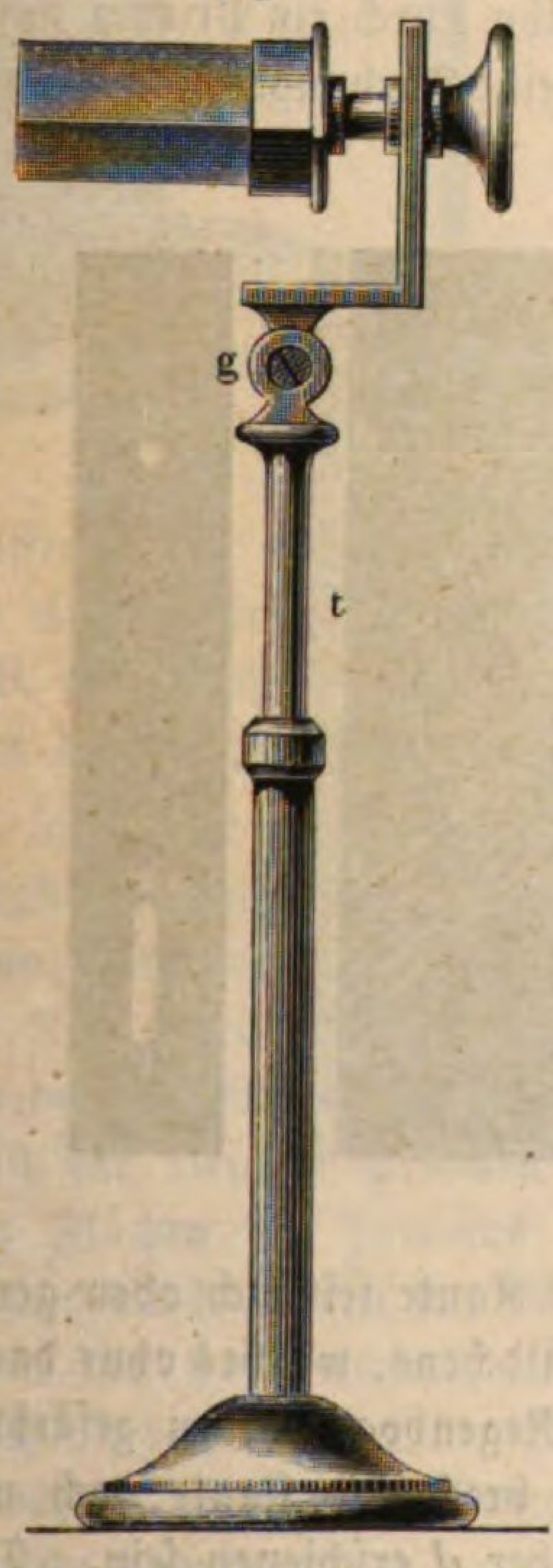
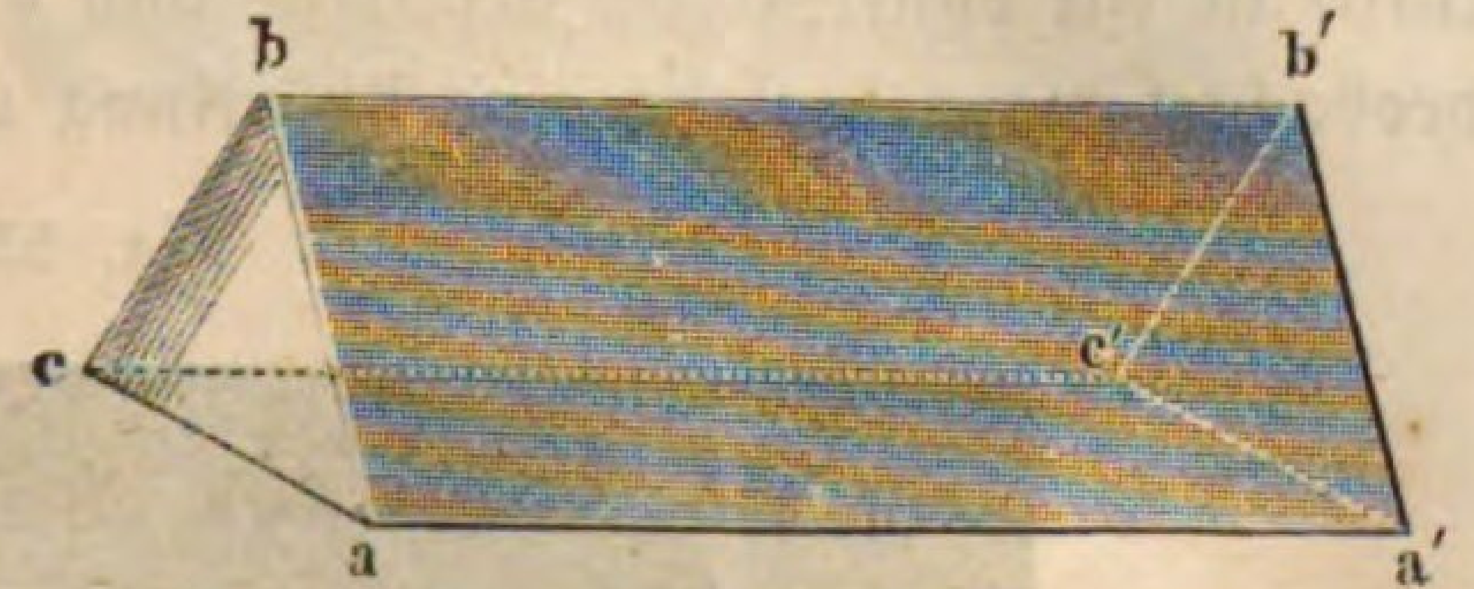


Fig. 533.



durch die Flächen ab' und ac' hindurchgeht, so ist aa' die brechende Kante und die Fläche bc' die Basis; bb' ist die brechende Kante, wenn der Lichtstrahl durch die Flächen ba' und bc' geht u. s. w.

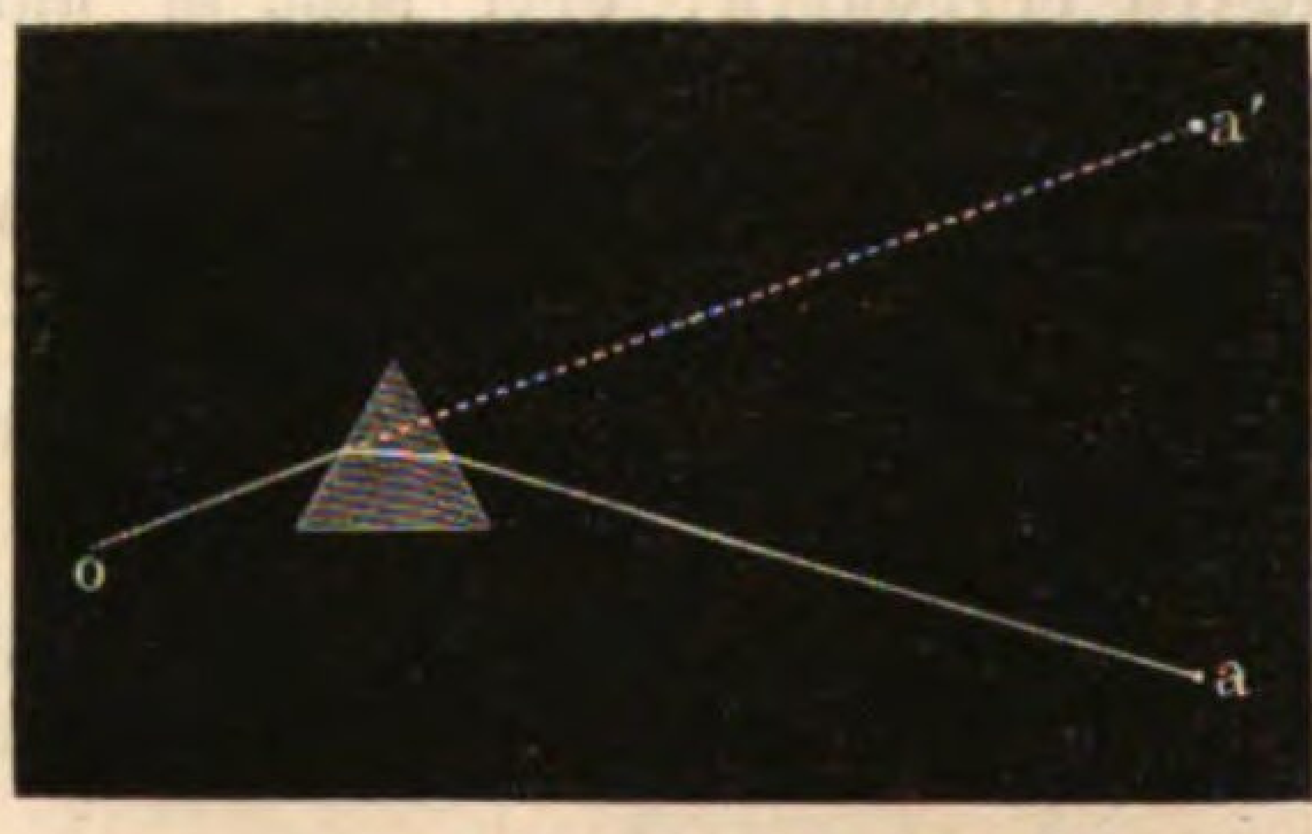
Der Hauptschnitt eines solchen Prismas ist ein Dreieck, und je nachdem dieses Dreieck rechtwinklig, gleichschenklig oder gleichseitig ist, nennt man auch das Prisma selbst rechtwinklig, gleichschenklig oder gleichseitig.

Gewöhnlich befestigt man die Prismen auf einem messingenen Stativ, Fig. 534. Indem man das Stäbchen t in der Röhre, in der es steckt, auf- und niederschiebt, kann man das Prisma höher oder tiefer stellen, und mittelst des Charniers bei g kann man ihm jede beliebige Stellung geben.

Hält man ein Prisma so, daß die brechende Kante nach oben gerichtet ist, so beobachtet man beim Hindurchsehen zwei merkwürdige Erscheinungen: erstens erscheinen alle Gegenstände bedeutend von dem Orte, den sie wirklich einnehmen, verrückt, und zwar scheinen sie gehoben; das Auge o, Fig. 535 (a. f. S.), erblickt durch das Prisma den Gegenstand a in a'; zweitens aber scheinen sie mit farbigen Rändern. Wäre die brechende Kante nach unten gerichtet gewesen, so

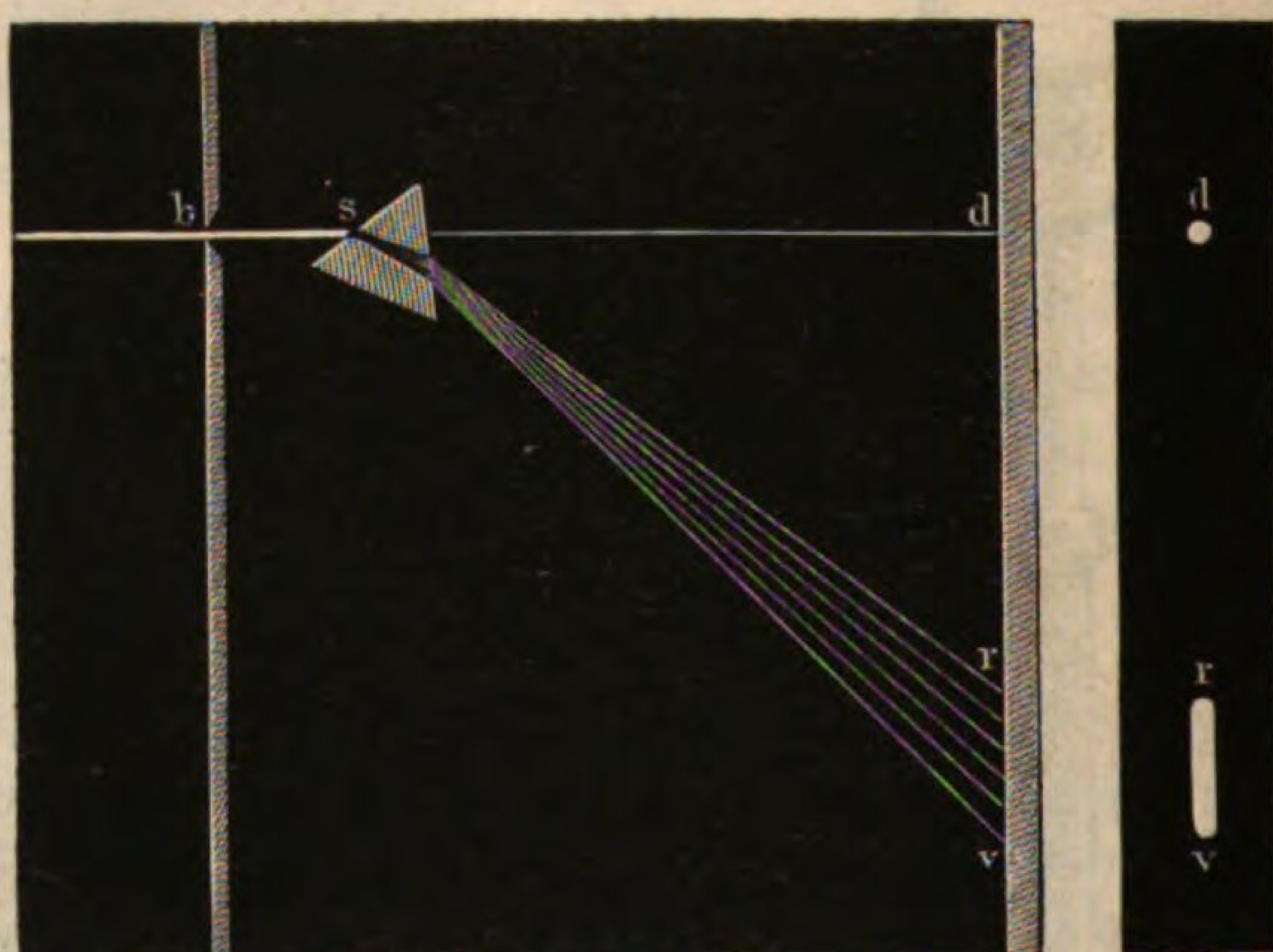
würden alle Gegenstände, durch das Prisma gesehen, nach unten verrückt erscheinen. Ein verticales Prisma verrückt die Gegenstände nach der rechten oder linken Seite, je nachdem die brechende Kante auf der rechten oder linken Seite sich befindet. Wenn man die Versuche auf diese Weise abändert, so überzeugt man sich leicht, daß alle Gegenstände, durch das Prisma betrachtet, nach der Seite der brechenden Kante hin verrückt erscheinen.

Fig. 535.



Wenn ein Sonnenstrahl durch eine feine Oeffnung in der Richtung *bd* (Fig. 536) in ein dunkles Zimmer tritt, und man ihn durch ein Prisma auffängt, so beobachtet man ebenfalls eine Ablenkung und eine Färbung. Das Prisma habe

Fig. 536.



eine horizontale Stellung, und seine brechende Kante sei nach oben gerichtet, so erblickt man statt des weißen runden Sonnenbildchens, welches ohne das Prisma bei *d* erschienen wäre, ein ovales, mit den Regenbogenfarben gefärbtes Bild, das Sonnenspectrum, in *rv*. Wäre die brechende Kante nach unten gerichtet, so würde das farbige Sonnenbild über *d* erschienen sein. Durch ein verticales Prisma wird, je nach seiner Stellung, das Sonnenbild rechts oder links abgelenkt.

Die eben angedeuteten Farbenerscheinungen werden wir später betrachten und uns vor der Hand nur mit der Ablenkung beschäftigen.

Um diese Erscheinungen an Flüssigkeiten zu beobachten, wendet man Hohlprismen an, die man auf mannigfache Weise herstellen kann. Natürlich müssen die Flächen, durch welche die Lichtstrahlen in die Flüssigkeit ein- und austreten durch ebene Platten von Spiegelglas gebildet sein.

Fig. 537 stellt eine für ein Hohlprisma sehr geeignete Vorrichtung dar. An einem dreiseitigen Glasgefäße von etwas dicken Wänden sind zwei Seiten

Fig. 537.

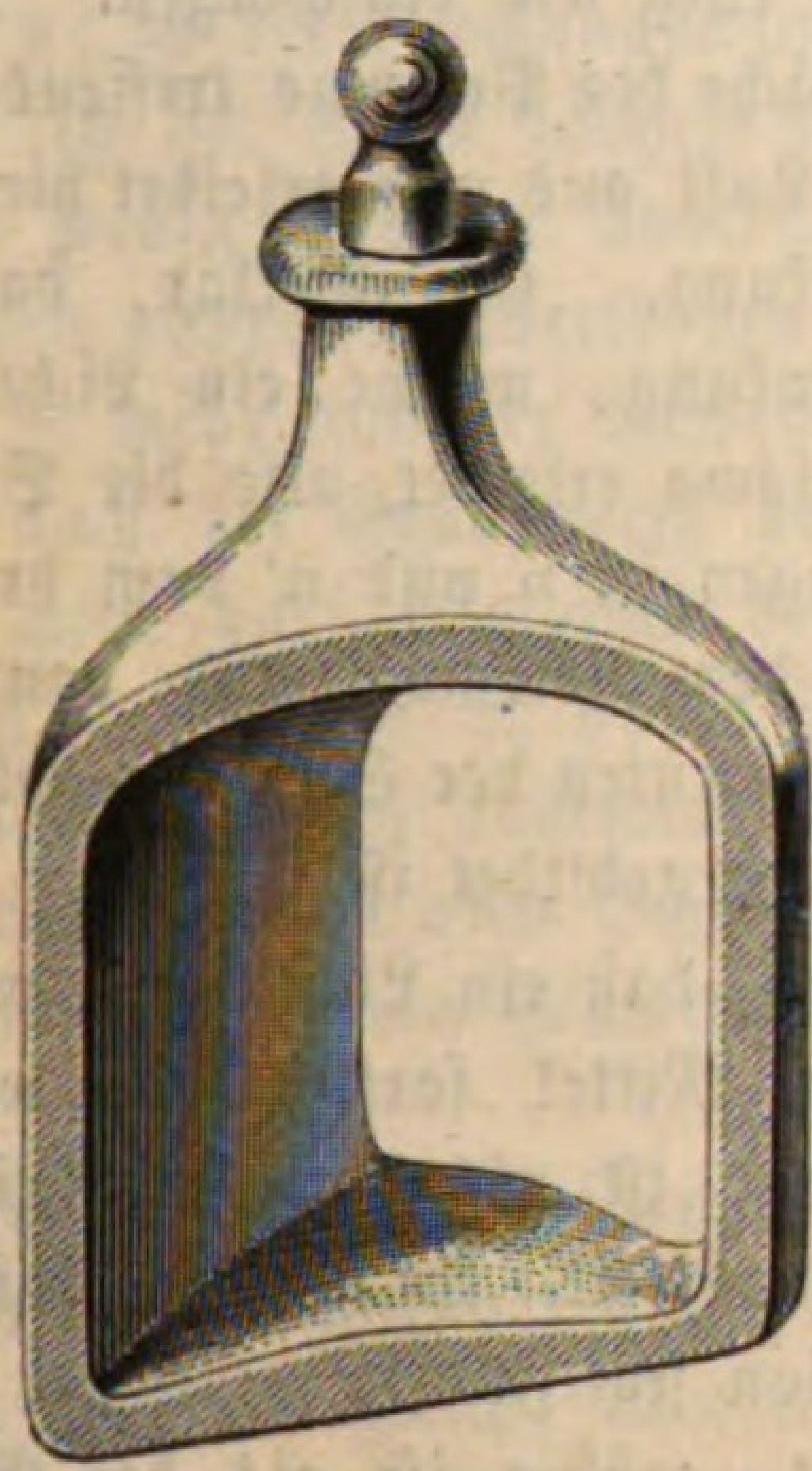
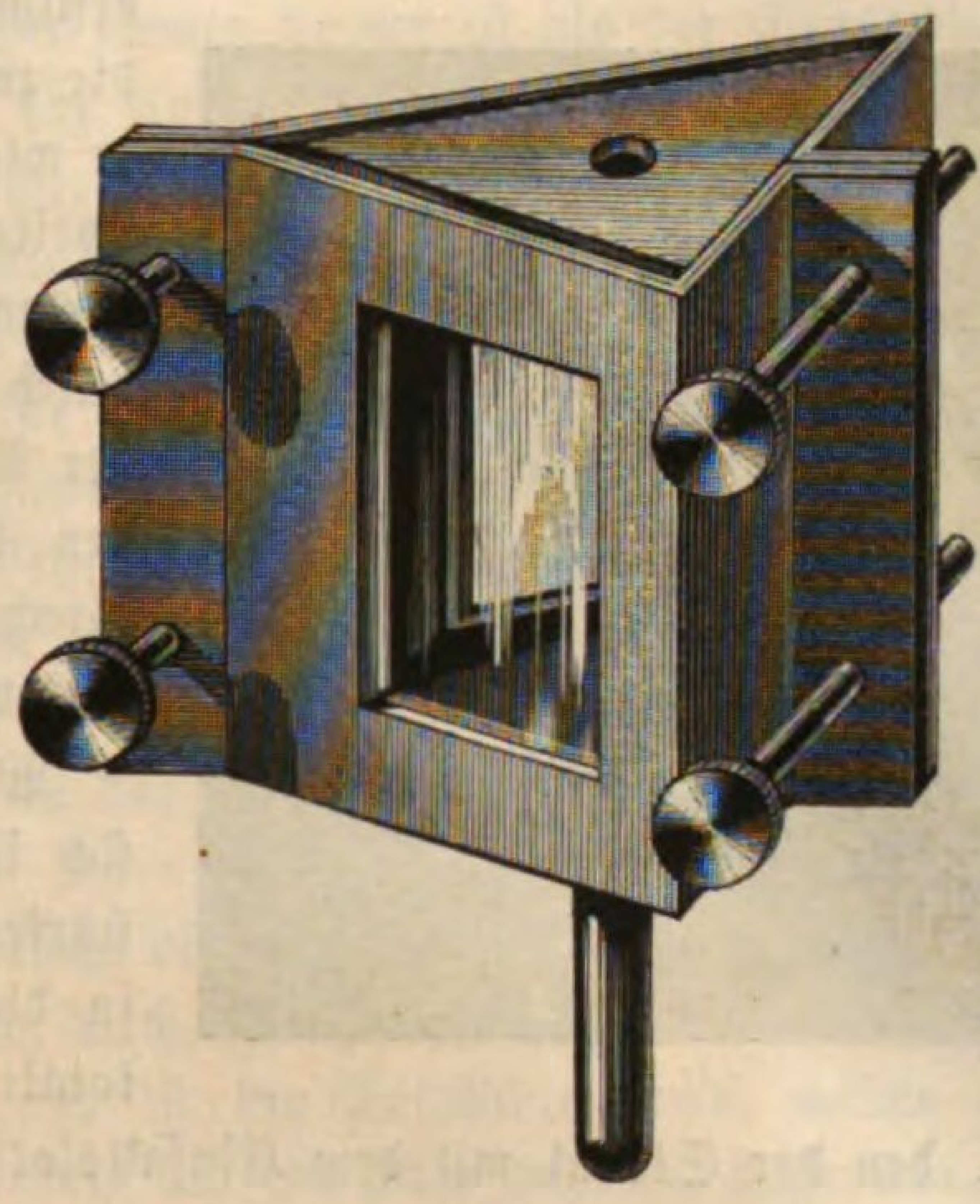


Fig. 538.



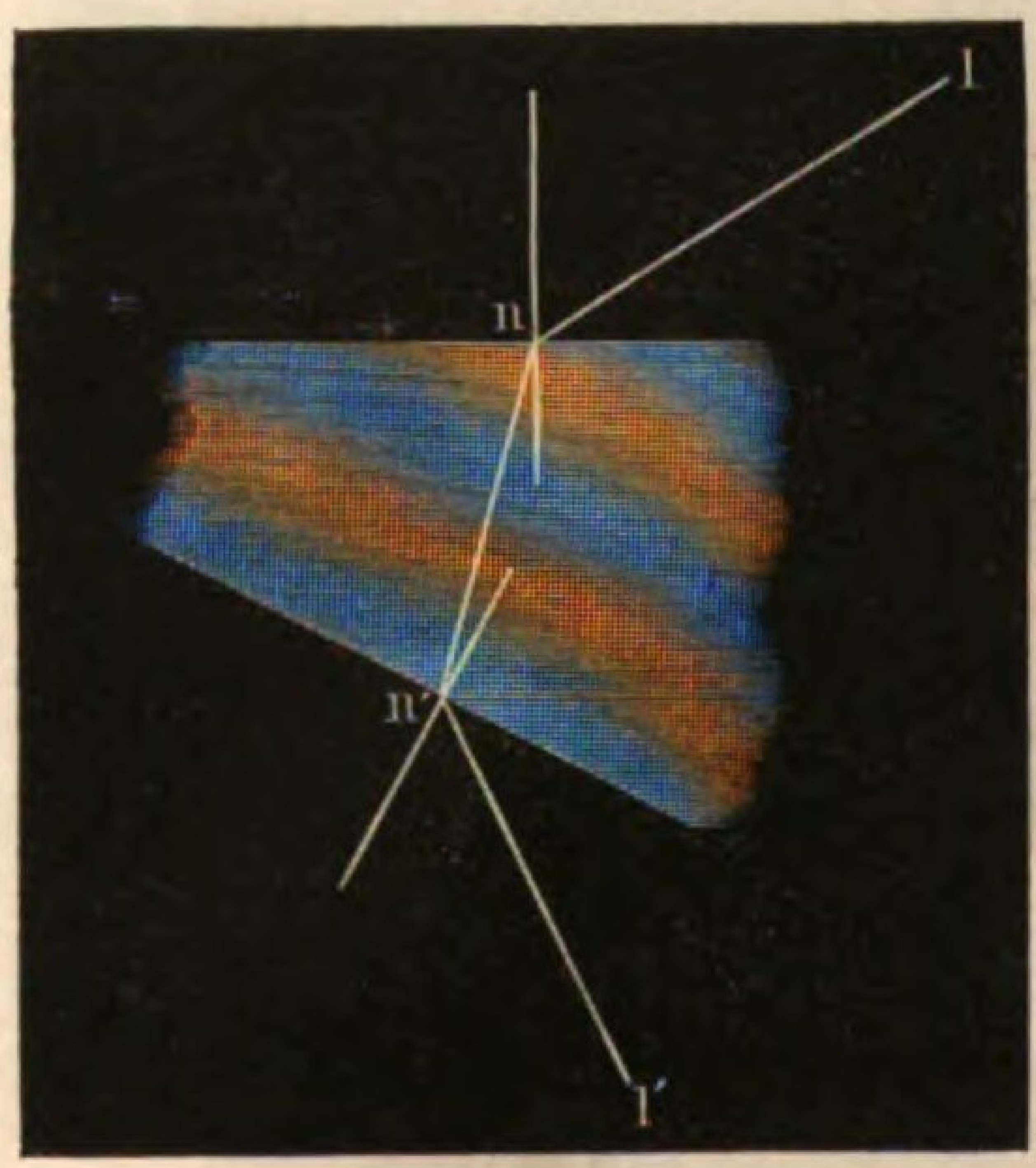
weggeschliffen, und auf diese werden die ebenen Glasplatten aufgekittet, und zwar mit einem Stoffe, der von der einzufüllenden Flüssigkeit nicht aufgelöst wird, z. B. mit Hausenblase für Schwefelkohlenstoff, mit Siegellack für Wasser. Kittet man die Stöpsel noch ein, so ist das Prisma ein- für allemal fertig.

Fig. 538 stellt eine andere Form des Hohlprismas dar, bei welcher man die Flüssigkeiten nach Belieben wechseln und die Glasplatte wegnehmen und putzen kann. Ein dreiseitiges Prisma von Messing (besser wäre Glas, damit man auch Säuren einfüllen kann) ist durchbohrt, wie man es Fig. 538 sieht. Die Oeffnung ist entweder viereckig, wie sie die Figur zeigt, oder sie ist rund; letzteres ist für kleinere Prismen besser. Auf den beiden Seiten, welche die brechenden Flächen des Prismas bilden, sind Platten von Spiegelglas aufgelegt, welche durch Hülsen von Messingblech mit Hülfe von vier Schrauben auf die Flächen des Hohlprismas aufgepreßt werden. Oben ist eine Oeffnung, durch welche die Flüssigkeit eingefüllt und welche durch einen Stöpsel verschlossen werden kann. An kleineren Prismen der Art ist an jeder Seite nur eine Schraube angebracht.

Richtung der Strahlen im Prisma und Bedingungen ihres 191
Austrittes. Da der Einfallswinkel und der Brechungswinkel stets in einer Ebene liegen, so ist klar, daß alle einfallenden Strahlen, welche in der Ebene eines Hauptschnittes, also in einer Ebene liegen, welche auf der brechenden Kante rechtwinkelig steht, durch das Prisma hindurchgehen, ohne diese Ebene zu verlassen; um also den Gang dieser Strahlen zu verfolgen, haben wir nur die Richtungsänderung in der Ebene dieses Hauptschnittes zu betrachten.

Der Strahl ln, Fig. 539, welcher auf die vordere Fläche eines Prismas trifft, wird, beim Uebergange aus Luft in Glas dem Einfallslothe genähert, den durch Rechnung und Construction leicht bestimmbaren Weg nn' einschlagen. In n' die zweite Fläche des Prismas treffend, tritt er wieder in Luft aus und erleidet hier eine zweite Ablenkung. Es ist klar, daß die Gesammtablenkung, welche ein Lichtstrahl durch ein Prisma erleidet, also die Summe der Ablenkungen in n und n' vom brechenden Winkel des Prismas und von dem Brechungsexponenten der Substanz abhängt, aus welchem es gebildet ist.

Fig. 539.

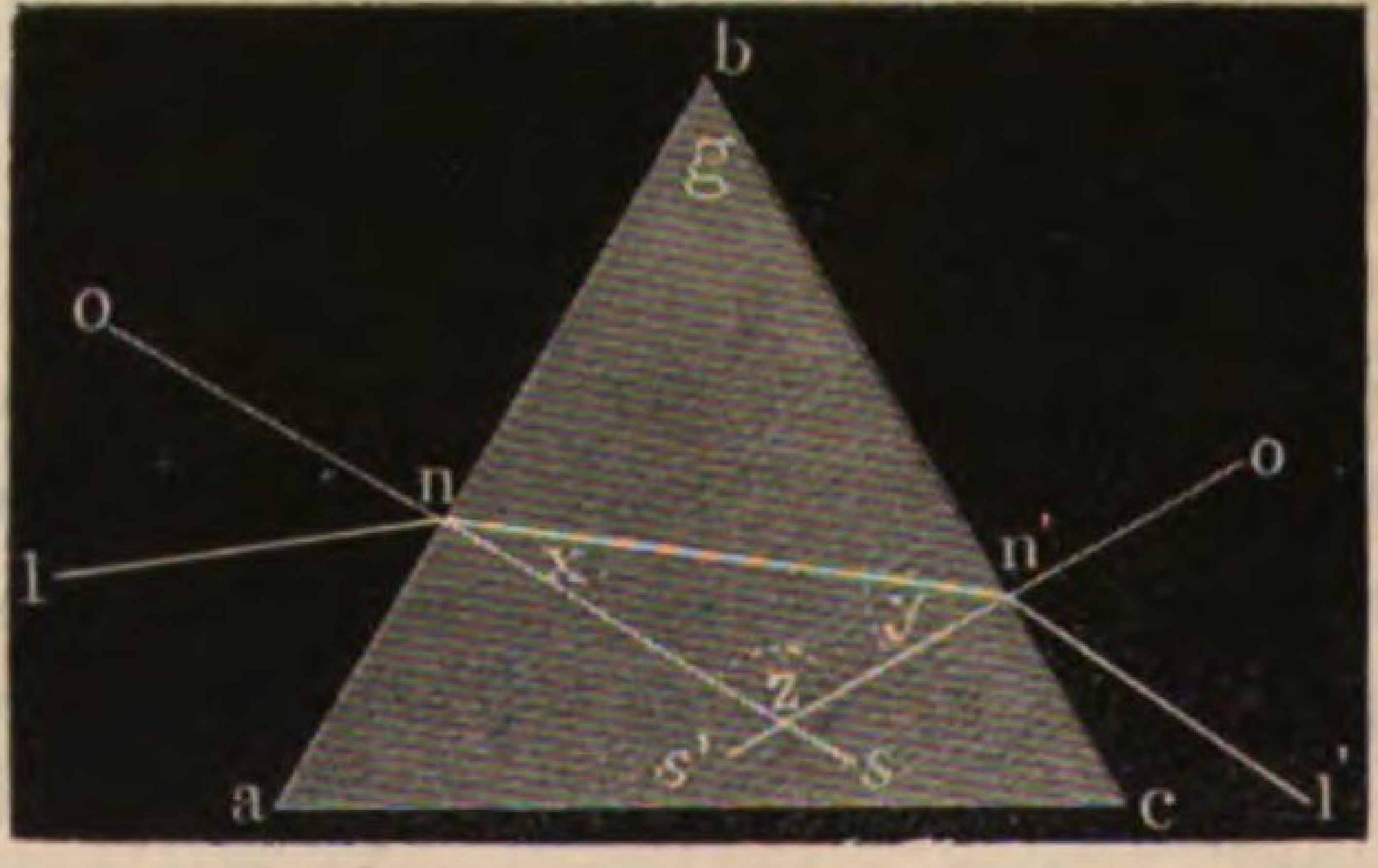


Wir wissen, daß ein Lichtstrahl, welcher sich in einem Mittel fortpflanzt, welches stärker brechend ist als Luft, nicht immer in die Luft austreten kann, und daß eine totale Reflexion stattfindet, wenn der Winkel, den der Strahl mit dem Einfallslothe macht, größer ist als der Gränzwinkel; wir wollen nun untersuchen, unter welchen Umständen der Austritt aus einem Prisma stattfinden kann.

Es sei v der Werth des Gränzwinkels (für Glas, dessen Brechungsexponent $= 1{,}533$, ist $v = 40^0 43'$) und g der brechende Winkel des Prismas.

Denken wir uns nun in n, Fig. 540, d. h. da, wo ein Strahl in das Prisma eintritt, und in n' da, wo er die zweite Fläche trifft, die Einfallslothe errichtet, so machen diese Einfallslothe einen Winkel z mit einander; es ist aber $z = 180^0 - g$. Bezeichnen wir mit x und y die Winkel, welche der gebrochene Strahl nn' mit den in n und n' errichteten Einfallslothen macht, so sieht man leicht, daß x, y und z die drei Winkel eines Dreiecks sind, daß also $y = 180^0 - x - z$; setzt man für z seinen Werth $180 - g$, so kommt $y = g - x$. Ein Austritt des Strahls ist möglich, so lange y kleiner ist als der Gränzwinkel v. Wenn g gegeben ist, so kann man leicht ermitteln, bis zu welcher Größe x abnehmen darf, wenn noch ein Austritt möglich sein soll. Da v der größte Werth ist, den y haben darf, wenn noch ein Austritt stattfinden soll, so hat man in der letzten Gleichung nur $y = v$ zu setzen, um den Gränzwerth von x zu erhalten. Man findet auf diese Weise $x = g - v$; sobald der Strahl ln das Prisma so trifft, daß der

Fig. 540.



Brechungswinkel x kleiner ist als der eben angegebene Werth, so ist kein Austritt möglich, denn alsdann wird y größer als v.

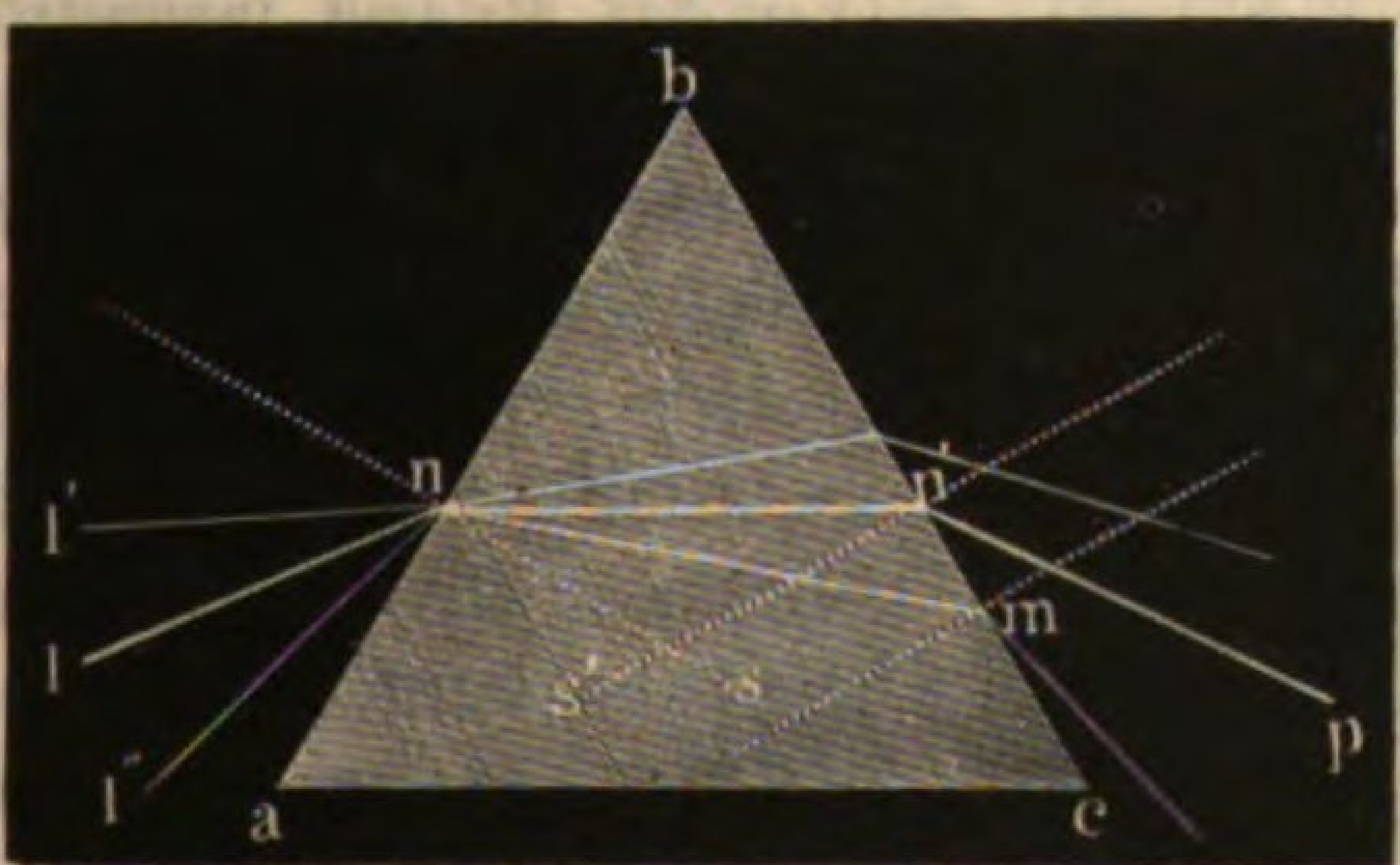
Wenn $g = 2v$, so erhält man für den Gränzwerth von x den Werth $x = v$; da der Brechungswinkel x aber immer kleiner ist als der Gränzwinkel v, so ist bei einem solchen Prisma der Austritt der Strahlen nie möglich; ebenso wenig ist dieser Austritt möglich, wenn der brechende Winkel des Prismas den doppelten Werth des Grenzwinkels v noch übersteigt.

Je mehr nun der brechende Winkel g des Prismas abnimmt, desto kleiner wird auch der Gränzwerth von x, für welchen noch ein Austritt möglich ist, desto mehr darf also auch der einfallende Strahl ln sich dem Einfallslothe nähern. Wenn $g = v$, so ist der Gränzwerth für x gleich Null, es können also alle Strahlen austreten, welche in einer Richtung ln einfallen, die innerhalb des Winkels ona liegt. Wenn $g < v$, so können auch noch solche Strahlen austreten, deren Eintrittsrichtung in den Winkel onb fällt.

Von dem Minimum der durch ein Prisma hervorgebrachten Ablenkung. Wenn ein Lichtstrahl so durch ein Prisma geht, daß er mit den 192
beiden Flächen gleiche Winkel macht, so ist die Totalablenkung, welche der Strahl durch das Prisma erleidet, kleiner als bei jeder anderen Lage des gebrochenen Strahles.

Von der Wahrheit dieses wichtigen Satzes kann man sich leicht überzeugen. Der Strahl ln, Fig. 541, sei so gebrochen, daß der gebrochene Strahl nn' gleiche Winkel mit den Flächen ba und bc macht, so ist auch der Brechungswinkel snn' gleich dem Winkel $s'n'n = x$, und die Ablenkung d, die der Strahl bei n erfährt, ist gleich der Ablenkung bei n'; folglich ist die totale Ablenkung, d. h. der Winkel, welchen der einfallende Strahl ln mit dem austretenden $n'p$ macht,

Fig. 541.



$$D = 2d.$$

Wenn nun die Richtung des einfallenden Strahles verändert wird, wenn er etwa in der Richtung $l'n$ einfiele, so würde der gebrochene Strahl die Richtung nm haben, der Brechungswinkel snm wäre also jetzt kleiner als x, während der Winkel, den nm mit dem in m errichteten Einfallslothe macht, um eben so viel größer ist als x; die Ablenkung bei n hat also abgenommen, auf der anderen Seite aber hat sie zugenommen. Bezeichnen wir die Abnahme der Ablenkung bei n mit α, so ist jetzt hier die Ablenkung $d - \alpha$. Nach der auf Seite 309 angestellten Betrachtung muß aber die Ablenkung bei m um mehr als α zugenommen haben; wir können also die bei m stattfindende Ablenkung

mit $d + \alpha + \beta$ berechnen. Die Totalablenkung D' ist aber die Summe der an beiden Flächen stattfindenden Ablenkungen, also

$$D' = d - \alpha + d + \alpha + \beta$$

oder

$$D' = 2d + \beta,$$

sie ist also größer als die Ablenkung D.

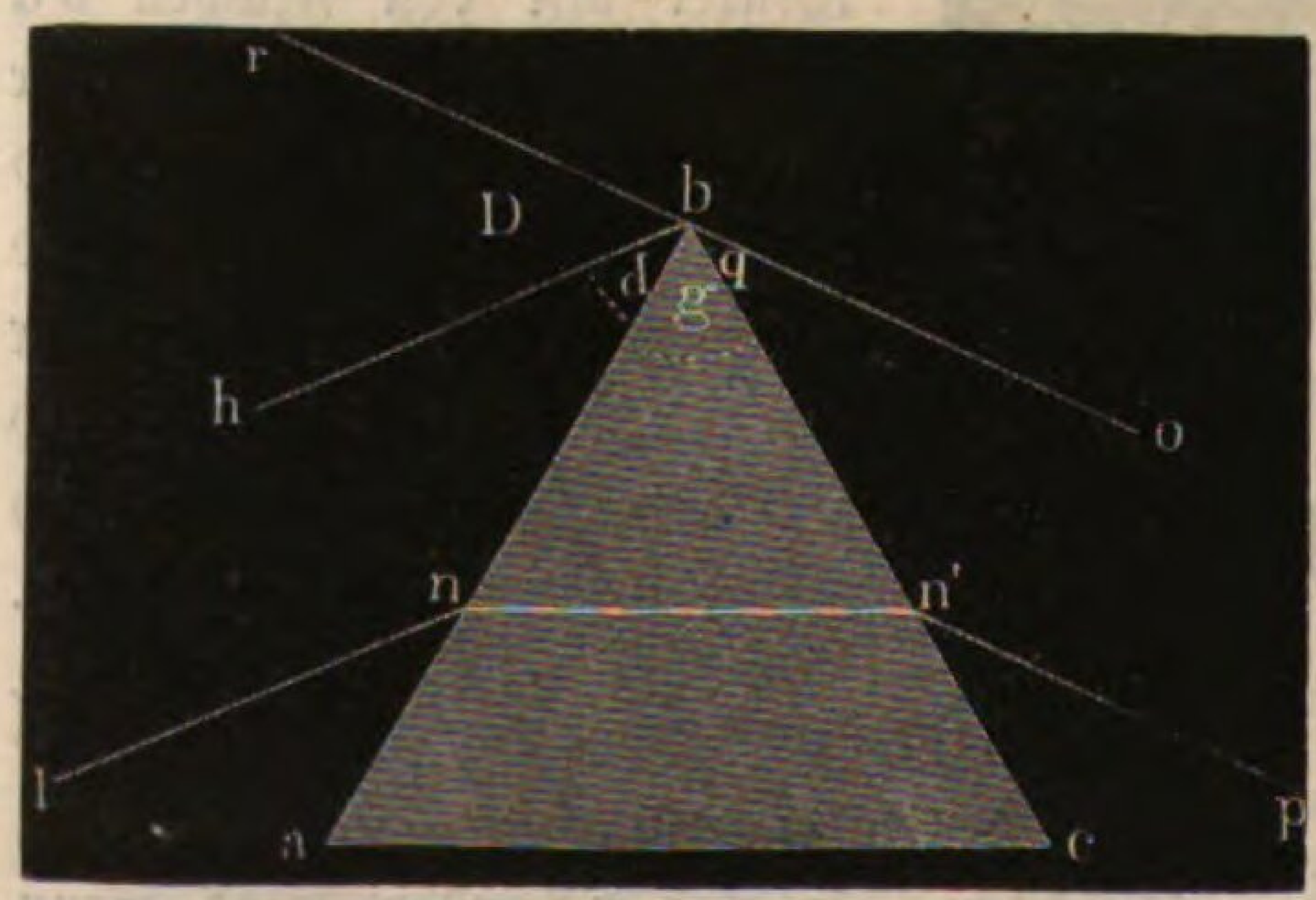
Hätte der einfallende Strahl die Richtung $l''n$ gehabt, so wäre die Ablenkung an der ersten Fläche größer als d, an der zweiten kleiner als d geworden; die Zunahme der Ablenkung an der ersten Fläche ist aber bedeutender als die Abnahme an der zweiten, folglich ist auch in diesem Falle die Totalablenkung größer als bei symmetrischem Durchgange des Strahles.

Wenn man durch ein Prisma das Bild eines Gegenstandes betrachtet, so kann man durch Drehung des Prismas leicht die Stellung ausmitteln, für welche die Ablenkung ein Minimum ist; hat man das Prisma so gestellt, so macht auch der gebrochene Strahl im Prisma gleiche Winkel mit den Seitenflächen, oder, mit anderen Worten, er steht rechtwinklig auf der Halbirungslinie des brechenden Winkels.

Kennt man den brechenden Winkel g eines Prismas und das Minimum der Ablenkung, welches durch dasselbe hervorgebracht wird, so reichen diese Data hin, um den Brechungsexponenten des Stoffes zu bestimmen, aus welchem das Prisma gemacht ist.

In Fig. 542 sei $lnn'p$ ein Lichtstrahl, welcher das Prisma symmetrisch durchläuft, so ist der Winkel d, den ln mit ab macht, gleich dem Winkel

Fig. 542.



$$cn'p = 90^0 - i,$$

wenn mit i der Einfallswinkel bezeichnet wird. Denken wir uns nun durch die Spitze b des Prismas ro parallel mit dem austretenden und hb parallel mit dem eintretenden Strahle gezogen, so ist hbr der Ablenkungswinkel D. Nun aber ist

$$D = 180^0 - d - g - q,$$

ferner ist $d = q = 90^0 - i$, also

$$D = 2i - g$$

und daraus

$$i = \frac{D + g}{2}.$$

Der Brechungsexponent n wird bekanntlich gefunden, wenn man den Si-

nus des Einfallswinkels durch den Sinus des Brechungswinkels dividirt, es ist also:

$$n = \frac{\sin. i}{\sin. x}.$$

Im vorigen Paragraphen haben wir gesehen, daß

$$x + y = g,$$

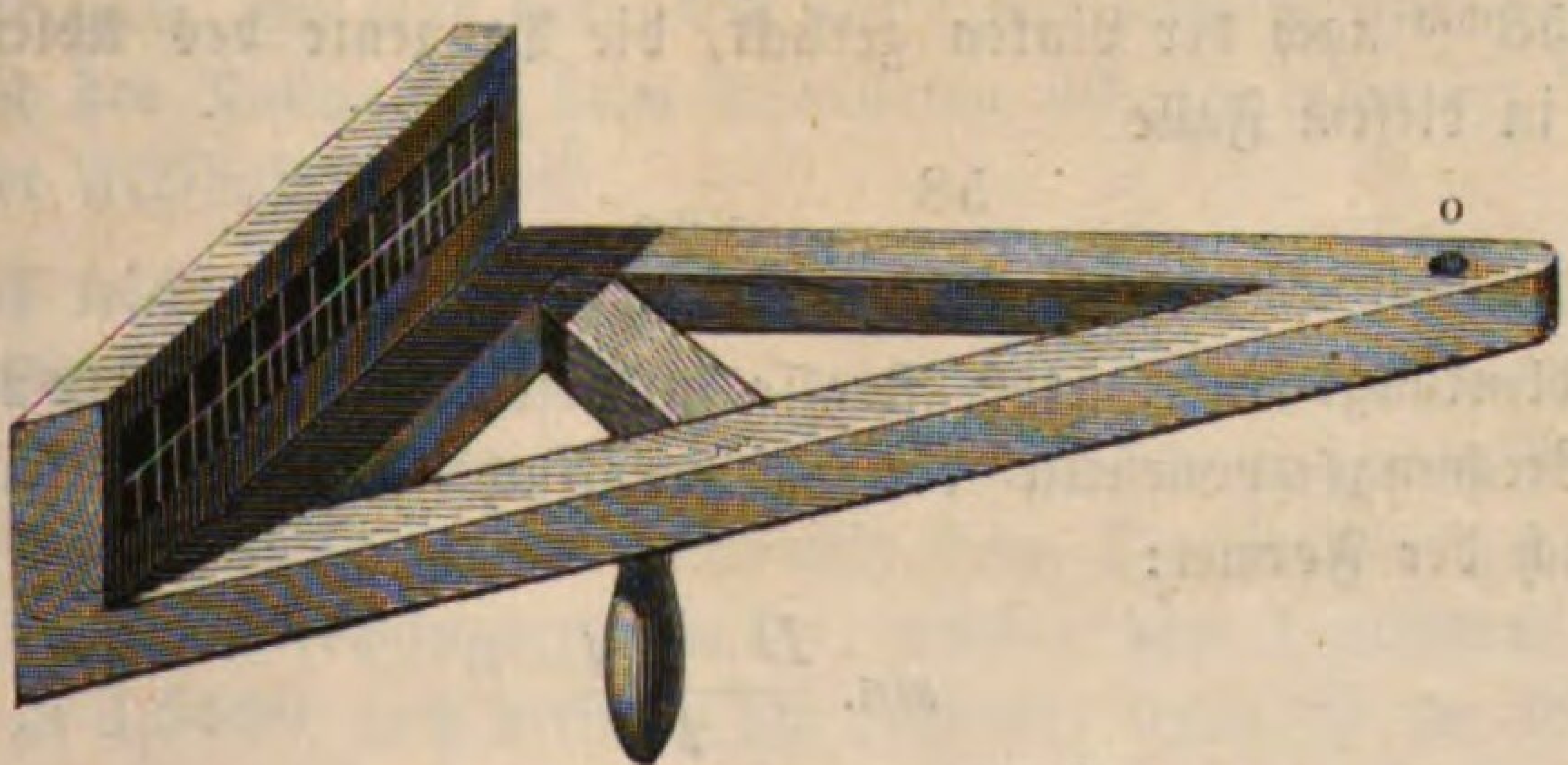
wenn x und y die Winkel bezeichnen, welche der Strahl im Glase mit den auf der Eintritts- und Austrittsfläche errichteten Einfallslothen macht. In unserem Falle ist aber $x = y$, folglich $x = \frac{g}{2}$, und wenn man für i und x die eben ermittelten Werthe in obigen Werth von n setzt:

$$n = \frac{\sin. \frac{D + g}{2}}{\sin. \frac{g}{2}}.$$

Nach dieser wichtigen Formel kann man also stets den Brechungsexponenten n für ein Prisma berechnen, wenn man das Minimum der Ablenkung beobachtet hat, welche es hervorbringt, und wenn sein brechender Winkel g gemessen worden ist.

Bestimmung des Brechungsexponenten fester und flüssiger 193 **Körper.** Um den Brechungsexponenten fester Körper zu finden, muß man ein Prisma aus demselben verfertigen. Den brechenden Winkel dieses Prismas kann man mit Hülfe eines Goniometers, das Minimnm der Ablenkung aber, wenn es nicht auf äußerste Genauigkeit ankommt, mit Hülfe des Apparates Fig. 543 finden.

Fig. 543.



Dieser Apparat besteht aus einem hölzernen Dreiecke, an welchem unten ein Griff befestigt ist, so daß man es wie einen Spiegelsextanten bequem horizontal halten kann. An einer Seite des rechten Winkels steht ein Brettchen vertical, und auf diesem befindet sich eine in Millimeter getheilte Scala. Bei o befindet sich ein Loch, und ein von demselben auf das verticale Brettchen gefälltes Perpendikel trifft den Nullpunkt der Theilung. In dieses Loch wird nun das Prisma

eingesetzt; für Flüssigkeiten ein kleines Hohlprisma von der Art wie Fig. 538.

Wenn das Hohlprisma bis zur Hälfte mit einer Flüssigkeit gefüllt ist, so erblickt man durch den unteren Theil desselben das gebrochene, nach der linken Seite hin verschobene Bild des Nullpunktes der Scala, während man durch den oberen Theil die Scala direct sieht. Die Stelle, an welcher das gebrochene Bild des Nullpunktes erscheint, ist veränderlich, je nachdem man das Prisma um seine verticale Axe etwas mehr nach der einen oder der anderen Seite dreht; es läßt sich aber durch ein solches Drehen stets leicht eine Stellung des Prismas ausfindig machen, für welche die Ablenkung ein Minimum ist. Wenn z. B. Wasser in das Prisma gefüllt worden ist, so giebt es eine bestimmte Stellung, für welche (vorausgesetzt, daß der brechende Winkel 45° ist und der Abstand des Prismas vom Nullpunkte der Theilung 200 Millimeter beträgt) das Bild des Nullpunktes mit dem durch den oberen Theil des Prismas gesehenen Theilstriche 58 zusammenfällt, für jede andere Stellung des Prismas wird das Bild des Nullpunktes noch weiter abgelenkt erscheinen.

Wenn das Prisma so gestellt ist, daß das Bild des Nullpunktes ein Minimum von Ablenkung erfährt, so läßt sich, wie im vorigen Paragraphen gezeigt wurde, der Brechungsexponent der Flüssigkeit im Prisma leicht aus dem beobachteten Ablenkungswinkel und dem brechenden Winkel des Prismas berechnen.

Der brechende Winkel des Prismas ist für unser Instrument 45°.

Der Ablenkungswinkel ergiebt sich aus der Beobachtung des Theilstriches, mit welchem das Bild des Nullpunktes zusammenfällt; man hat nämlich nur die Zahl dieses Theilstriches durch die Entfernung des Prismas von der Scala zu dividiren, um die Tangente des Ablenkungswinkels zu finden. Die Entfernung des Prismas von der Scala beträgt in unserem Instrumente 200^{mm}, und wenn das Prisma mit Wasser gefüllt ist, so erscheint das Bild des Nullpunktes um 58^{mm} nach der Linken gerückt, die Tangente des Ablenkungswinkels ist also in diesem Falle

$$\frac{58}{200} = 0{,}29.$$

Der Ablenkungswinkel selbst ist also in diesem Falle $16^{0}\,10'\,20''$.

Den Brechungsexponenten der zu untersuchenden Flüssigkeit berechnet man nun nach der Formel:

$$n = \frac{sin.\,\frac{D+g}{2}}{sin.\,\frac{g}{2}},$$

in welcher g den brechenden Winkel des Prismas und D das Minimum des Ablenkungswinkels bezeichnet; für unser Instrument ist $g = 45^{0}$ und bei dem eben besprochenen Beispiele $D = 16^{0}\,10'\,20''$.

Um die jedesmalige Berechnung des Brechungsexponenten zu ersparen,

sind in der folgenden Tabelle die Brechungsexponenten zusammengestellt, welche den einzelnen Theilstrichen der Scala von 10 zu 10 entsprechen.

Scalentheile.	Entsprechende Brechungs-exponenten.	Differenzen des Brechungsexponenten für einen Scalentheil.
50	1,2875	0,00525
60	1,3400	0,00504
70	1,3904	0,00481
80	1,4385	0,00459
90	1,4844	0,00435
100	1,5279	0,00411
110	1,5690	0,00385
120	1,6081	0,00368
130	1,6449	0,00347
140	1,6796	0,00325
150	1,7121	0,00309
160	1,7430	0,00292
170	1,7715	0,00270
180	1,7985	0,00255
190	1,8240	0,00232
200	1,8572	

Erschiene z. B. für eine bestimmte Flüssigkeit beim Minimum der Ablenkung das Bild des Nullpunktes beim Theilstriche 80, so wäre der Brechungsexponent dieser Flüssigkeit 1,4385.

Um auch leicht die Brechungsexponenten für die Zwischenabtheilungen der Scala finden zu können, sind in der letzten Columne der Tabelle die Differenzen der Brechungsexponenten angegeben, welche den einzelnen Theilstrichen entsprechen. Hätte man z. B. den Nullpunkt beim Theilstriche 113 beobachtet, so hätte man zu den Brechungsexponenten, welcher dem Theilstriche 110 entspricht, also zu 1,5690 noch dreimal die Differenz 0,00385 zu addiren, der Brechungsexponent, welcher dem Theilstriche 113 entspricht, ist also

$$1,5690 + 0,00385 \times 3 = 1,5690 + 0,01155 = 1,58055.$$

Um mit annähernder Genauigkeit den Brechungsexponenten einer Substanz für verschiedene Farben zu bestimmen, hat man nur die angegebene Beobachtung in der Art auszuführen, daß man ein rothes, grünes, blaues u. s. w. Glas vor das Auge hält.

Weiter unten werden wir sehen, wie nach diesem Princip die Brechungsexponenten für verschiedenfarbige Strahlen mit größerer Genauigkeit bestimmt werden können.

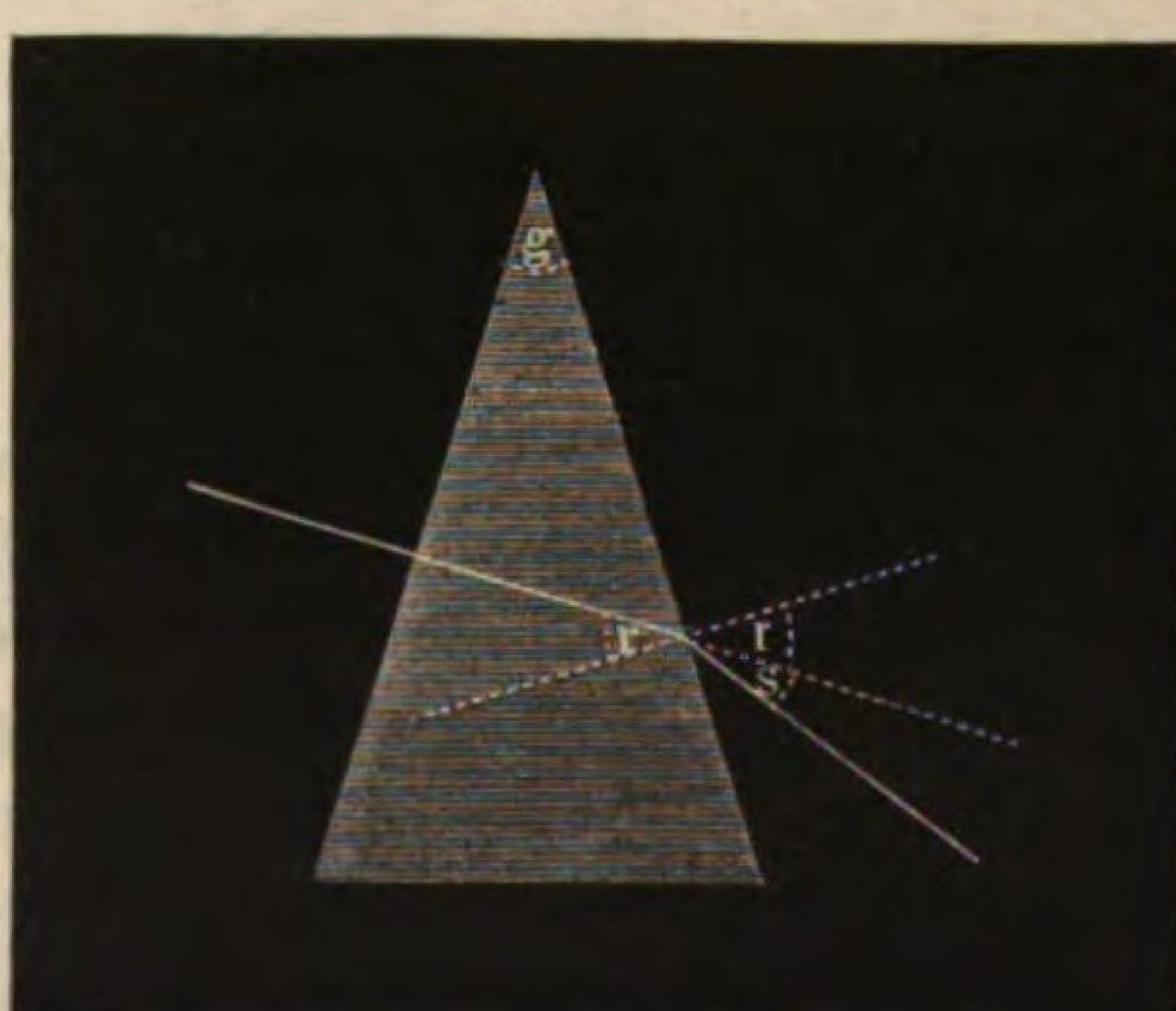
Eine für Vorlesungen sehr zweckmäßige Abänderung des Apparates, Fig. 543 besteht darin, daß man ihn in größerem Maßstabe ausführen läßt, etwa so, daß der Abstand vom Prisma zum Nullpunkte 1 Meter beträgt, während die Scala in Centimeter getheilt ist; man kann alsdann mit den in horizontaler Richtung durch ein Heliostat in ein dunkles Zimmer geworfenen Strahlen experimentiren.

Vor der Oeffnung *o* wird ein Blech angebracht, in welchem sich ein 2 bis 3 Millimeter weiter Spalt befindet, und nun das Ganze so aufgestellt, daß die vom Spiegel des Heliostaten kommenden Strahlen durch den fraglichen Spalt gerade auf den Nullpunkt der Theilung fallen. Bringt man darauf das Prisma an seine Stelle, so werden die Strahlen, welche vorher auf den Nullpunkt fielen, nun abgelenkt, und man beobachtet, auf welchen Punkt der Scala sie fallen, wenn das Prisma das Minimum der Ablenkung hervorbringt.

Ein solcher Apparat läßt sich auch zu manchen anderen optischen Demonstrationsversuchen anwenden.

Wenn es auf große Genauigkeit ankommt, so hat es manche Schwierigkeit, das Prisma in die Stellung zu bringen, welche dem Minimum der Ablenkung entspricht. — Meyerstein wendet deshalb zur genauen Bestimmung der Brechungsexponenten eine andere Methode an, bei welcher das Prisma so gestellt wird, daß der Strahl nur bei seinem Eintritte in dasselbe eine Ablenkung erleidet, die zweite Fläche aber ohne weitere Ablenkung passirt, indem er rechtwinklig zu derselben austritt. In Fig. 543a ist dieser Gang des Strahles dargestellt. Es ist klar, daß in diesem Falle der Brechungswinkel *r* gleich ist dem brechenden Winkel *g* des Prismas, und daß ferner der Einfallswinkel *i* gleich ist $r + s$, also auch gleich $g + s$, wenn wir mit *s* die Ablenkung bezeichnen, welche der Strahl bei seinem Eintritte in das Prisma erleidet. Da nun der Brechungsexponent $n = \frac{\sin. i}{\sin. r}$, so haben wir auch

Fig. 543 a.



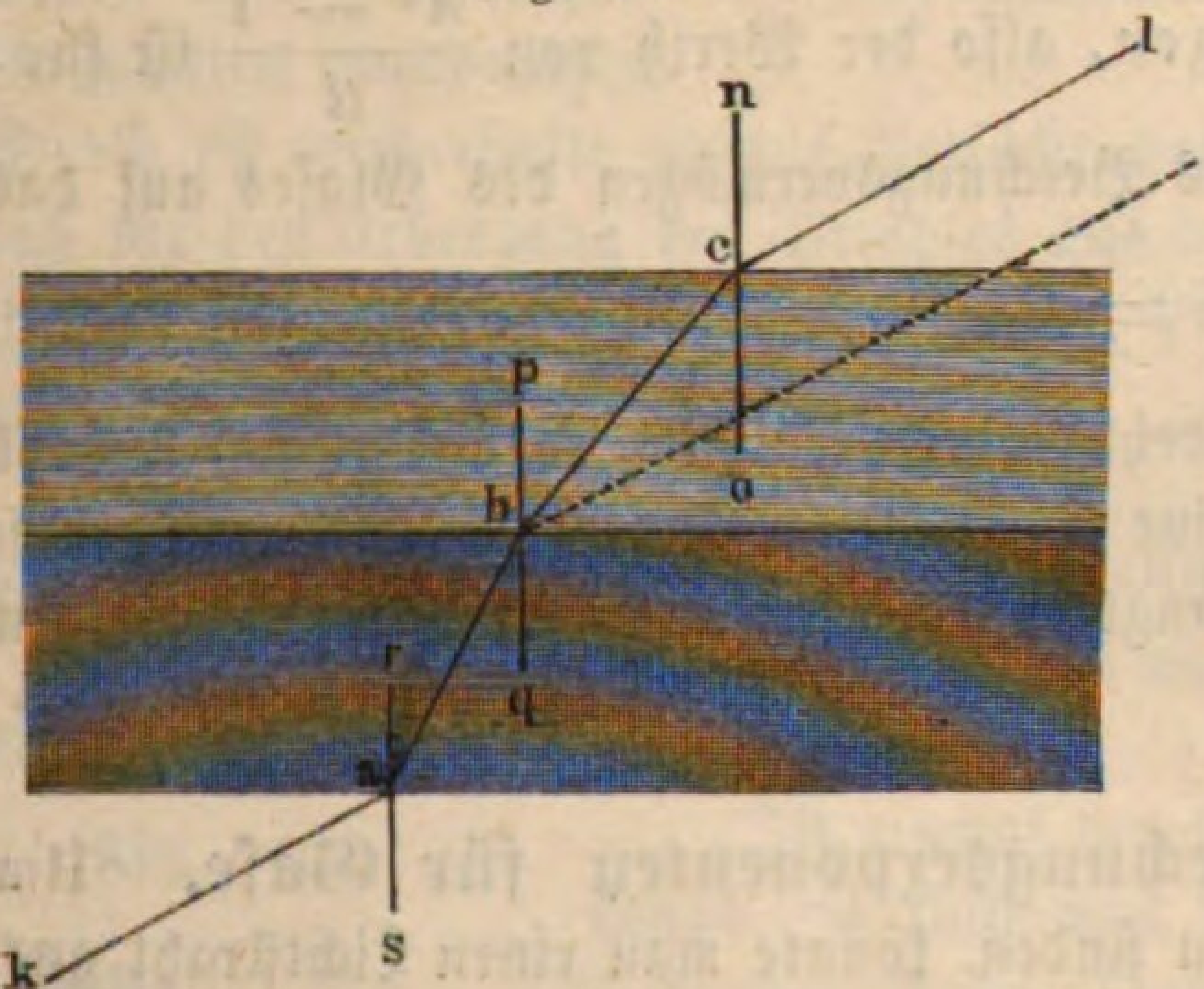
$$n = \frac{\sin. (g + s)}{\sin. g},$$

wenn für *i* und *r* die eben angeführten Werthe gesetzt werden. Die Beschreibung des ausgezeichneten Apparates, welchen Meyerstein construirt hat, um nach diesem Princip die Brechungsexponenten zu bestimmen, findet man in Poggendorff's Annalen (Bd. XCVIII.)

Ablenkung der Lichtstrahlen durch eine Reihe paralleler Platten. Die Zahlen der Tabelle auf S. 444 beziehen sich auf den Fall, daß die Lichtstrahlen aus Luft in die fraglichen Mittel übergehen; wenn aber ein Strahl z. B. aus Wasser in Glas überginge, so ist klar, daß für diesen Fall der Brechungsexponent ein anderer sein wird, als wenn der Strahl aus Luft in Glas überginge. Es sei n der Brechungsexponent für den Uebergang aus Luft in Wasser, n' für den Uebergang aus Luft in Glas, so ist $\frac{n'}{n}$ der Brechungsexponent für den Uebergang aus Wasser in Glas. 194

Um dies zu beweisen, braucht man nur zwei parallele Platten ungleich stark brechender Substanzen auf einander zu legen, Fig. 544, und man wird finden, daß der austretende Strahl ak dem eintretenden lc immer parallel ist. Wenn nun n und n' die Brechungsexponenten des ersten und des zweiten Mittels für Luft sind, so hat man:

Fig. 544.



$$\frac{sin.\,i}{sin.\,r} = n \text{ und}$$

$$\frac{sin.\,i'}{sin.\,r'} = n',$$

wenn

$$i = \text{Winkel } lcn,$$
$$r = \text{Winkel } ocb = pbc,$$
$$r' = \text{Winkel } qba = rab,$$
$$i' = \text{Winkel } sak$$

ist.

Da nun aber $i = i'$, so folgt:

$$\frac{sin.\,r}{sin.\,r'} = \frac{n'}{n}.$$

Es geht daraus ervor, daß, wenn ein Lichtstrahl eine ganze Reihe von parallelen Platten durchläuft, derselbe doch endlich wieder parallel mit seiner ursprünglichen Richtung austreten wird.

Vom Brechungsvermögen und der brechenden Kraft. Man ist übereingekommen, das um die Einheit verminderte Quadrat des Brechungsexponenten, also den Werth $n^2 - 1$, die brechende Kraft, den Quotienten aber, welchen man erhält, wenn man die brechende Kraft eines Körpers mit seiner Dichtigkeit dividirt, also $\frac{n^2 - 1}{d}$, sein Brechungsvermögen zu nennen. 195

Diese Definitionen sind nicht ganz willkürlich, wie es auf den ersten Blick wohl scheinen möchte. Die brechende Kraft ist nach der Emissionstheorie der Zuwachs, welchen das Quadrat der Geschwindigkeit des Lichtes beim Uebergange aus dem leeren Raume in einen brechenden Körper erleidet; denn nach dieser Theorie nimmt die Geschwindigkeit des Lichtes beim Uebergange in stärker brechende Mittel zu.

Man kann die brechende Kraft eines Körpers auf absolute und relative Weise bestimmen; so sind z. B. 1,326 und 0,785 die absoluten brechenden Kräfte oder die Werthe von $n^2 - 1$ für Glas und Wasser; dividirt man aber die erstere Zahl durch die zweite, so erhält man 1,690, welches die relative brechende Kraft des Glases zu der des Wassers ist.

Das Brechungsvermögen, also der Werth von $\frac{n^2 - 1}{d}$ ist für Glas 0,533, für Wasser 0,785; das Brechungsvermögen des Glases auf das des Wassers bezogen ist aber $\frac{0,533}{0,785} = 0,679$.

Wenn ein Körper sich ausdehnt oder verdichtet, so ändert sich sowohl sein Brechungsexponent als auch seine Dichtigkeit; sein Brechungsvermögen scheint aber constant zu bleiben, so lange der Körper nicht in den gasförmigen Zustand übergeht.

196 **Bestimmung des Brechungsexponenten für Gase.** Um den Brechungsexponenten der Luft zu finden, könnte man einen Lichtstrahl aus dem leeren Raume in ein Luftprisma von bekanntem brechenden Winkel übergehen lassen; der umgekehrte Versuch aber, nämlich den Strahl aus der umgebenden Luft in ein luftleeres Prisma treten zu lassen, ist weit leichter anzustellen.

Fig. 545.



Arago und Biot wandten ein Gasprisma an, wie es Fig. 545, von oben gesehen, dargestellt ist. Es besteht aus einer Glasröhre, welche 20 bis 30 Centimeter lang ist und 4 bis 5 Centimeter im Durchmesser hat. Die beiden Enden der Röhre sind schräg abgeschliffen und durch Glasplatten, deren Flächen genau parallel sind, hermetisch verschlossen. Der Winkel, welchen diese beiden Platten mit einander machen, also der brechende Winkel des Prismas, muß wegen der schwachen Brechung des Lichtes in den Gasen sehr groß sein. An dem von Biot und Arago angewandten Apparate betrug dieser Winkel 143° 7′28″. In der Mitte der Länge der Röhre und parallel mit den Flächen des Prismas sind zwei einander entgegengesetzte Oeffnungen angebracht, um nach Belieben mittelst einer Luftpumpe das Prisma luftleer zu machen, oder ein Gas einzuführen, welches man dem Versuche unterwerfen will. In diesen beiden Oeffnungen sind Röhrchen eingekittet, welche auf passende Weise mit Hähnen versehen sind,

und die mit einem Barometer communiciren, welches in jedem Augenblicke den Druck des inneren Gases angiebt.

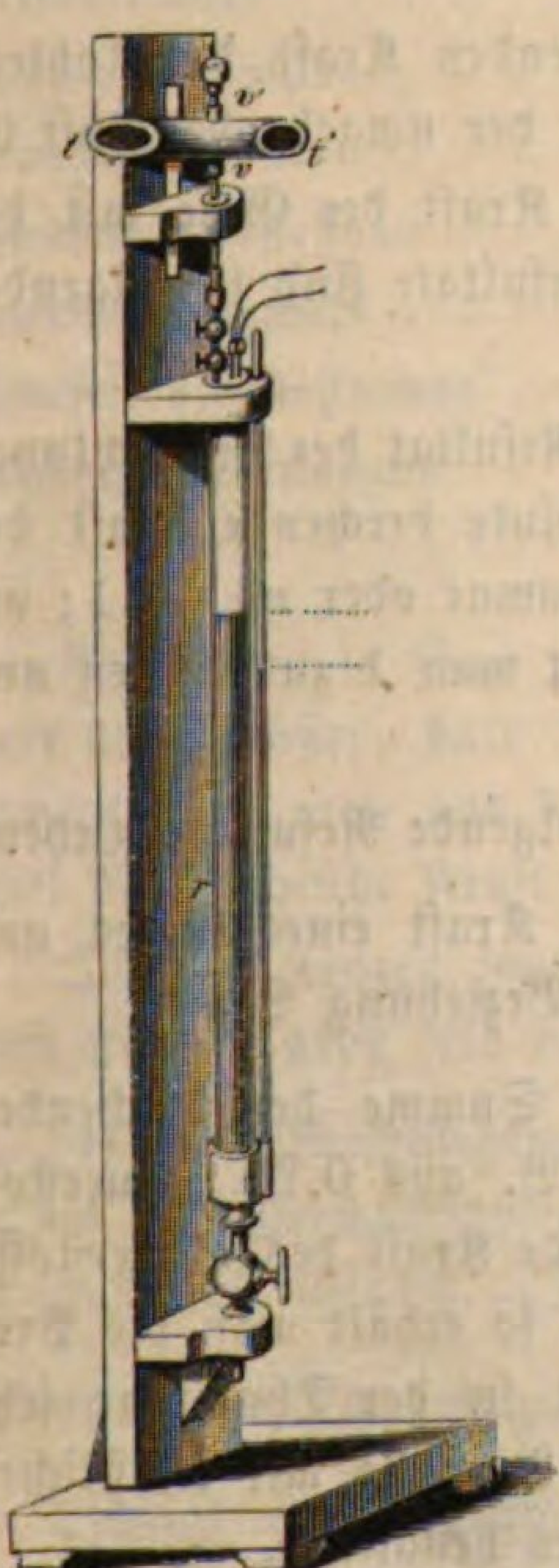
Nehmen wir an, das Prisma sei luftleer, die brechende Kante sei vertical und das Ganze so aufgestellt, daß man nach einem entfernten Punkte visiren kann. Ein Beobachter in *o* sieht dann in der Richtung *ol* den Visirpunkt direct, in der Richtung *oe* aber das gebrochene Bild desselben. Der Winkel *loe* muß nun mit großer Genauigkeit gemessen werden, da er höchstens 5 bis 6 Minuten beträgt. Ist dieser Winkel und der brechende Winkel des Prismas bekannt, so kann man nach der obigen Formel den Brechungsexponenten berechnen, wenn man dem Prisma eine solche Stellung gegeben hatte, daß die Ablenkung ein Minimum war; es sind jedoch noch einige Correctionen wegen der noch im Prisma zurückgebliebenen Luft und wegen des unvollkommenen Parallelismus der Flächen der Glasplatten anzubringen.

Durch oft wiederholte genaue Versuche haben Arago und Biot gefunden, daß für den Uebergang des Strahles aus dem absolut leeren Raume in Luft von 0° und unter einem Drucke von 760 Millimetern der Brechungsexponent

$$1{,}000294,$$

und daß also die brechende Kraft der Luft 0,000588 ist. Dies Resultat stimmt genau mit dem überein, welches Delambre aus der astronomischen Refraction abgeleitet hat.

Fig. 546.



Ist einmal der Brechungsexponent der Luft bekannt, so füllt man das Prisma mit den zu untersuchenden Gasen, beobachtet die Ablenkung und leitet dann aus dieser Beobachtung ihren Brechungsexponenten ab. Arago und Biot haben diese Versuche mit Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff, Ammoniak, Kohlensäure und Chlorwasserstoffsäure angestellt und haben gefunden, daß die brechende Kraft der Gase ihrer Dichtigkeit proportional ist, oder, was dasselbe ist, daß das Brechungsvermögen eines Gases constant bleibt, wie sich auch der Druck und die Temperatur ändern möge. Dies gilt auch noch für gemischte Gase, d. h. die brechende Kraft einer solchen Mischung ist die Summe der brechenden Kräfte der gemischten Elemente; wir werden jedoch sogleich sehen, daß dies nach den Untersuchungen von Dulong nicht mehr der Fall ist, wenn die Gase sich chemisch verbinden.

Dulong hatte sich hauptsächlich vorgesetzt, das Brechungsvermögen der Gase bei gleichem Drucke und bei gleicher Temperatur zu vergleichen. Ein sinnreicher Kunstgriff, den er anwandte, machte ihm möglich, seinen Resultaten eine wahrhaft bewunderns-

würdige Genauigkeit zu geben. Dieser Kunstgriff besteht darin, den Gasen eine solche Dichtigkeit zu geben, daß sie genau dieselbe Ablenkung hervorbringen. Zu diesem Zwecke wandte er ein dem vorigen ähnliches Prisma an, dessen brechender Winkel ungefähr 145° betrug, welches mit einem Reservoir *r*, Fig. 546 (a. vor. S.), in Verbindung steht, und welches man von der einen Seite her mittelst einer Luftpumpe luftleer machen und von der anderen mit einem Gase füllen kann, dessen Druck sich nach Belieben ändern läßt. Zuerst füllt man das Prisma mit trockener Luft vom Drucke und der Temperatur der umgebenden Atmosphäre. Mit einem guten, in einiger Entfernung aufgestellten Fernrohre visirt man nun nach dem durch das Prisma gebrochenen Bilde eines entfernten Visirpunktes; ist dies geschehen, so wird das Fernrohr in dieser Stellung befestigt, das Prisma, ohne es zu verrücken, luftleer gemacht und dann ein anderes Gas, etwa Kohlensäure, eingefüllt. Indem man nun den Druck dieses Gases variirt, kann man es leicht dahin bringen, daß das Bild des Visirpunktes wieder im Fadenkreuze des Fernrohrs einsteht. Die Temperatur ist dieselbe geblieben; der Druck der Kohlensäure im Prisma mag aber z. B. 498^{mm} betragen. Da die Kohlensäure unter diesem Drucke das Licht ebenso stark ablenkt, wie die Luft unter einem Drucke von 760^{mm}, so ist klar, daß sie unter diesen Umständen denselben Brechungsexponenten und dieselbe brechende Kraft hat wie die Luft; da aber die brechende Kraft der Dichtigkeit proportional ist, so hat man

$$498 : 760 = 1 : x,$$

woraus $x = 1{,}526$ folgt, was der Werth der brechenden Kraft der Kohlensäure für einen Druck von 760^{mm} und die Temperatur der umgebenden Luft ist.

Durch solche Versuche erhält man die brechende Kraft der Gase mit der der Luft verglichen. Die von Dulong erhaltenen Resultate sind in folgender Tabelle (s. f. S.) zusammengestellt.

Die Zahlen der ersten Columne sind das directe Resultat der Beobachtung; multiplicirt man sie mit 0,000589, welches die absolute brechende Kraft der Luft ist, so erhält man die Zahlen der zweiten Columne oder $n^2 - 1$; um daraus nun die Brechungsexponenten zu erhalten, hat man 1 zu addiren und dann die Quadratwurzel auszuziehen.

Aus der Vergleichung dieser Zahlen lassen sich folgende Resultate ziehen:

1) Zwischen der Dichtigkeit und der brechenden Kraft eines Gases und den entsprechenden Größen eines anderen findet keine Beziehung Statt.

2) Die brechende Kraft einer Mischung ist die Summe der brechenden Kräfte der gemischten Elemente. Die Luft besteht z. B. aus 0,21 Sauerstoff und 0,79 Stickstoff; multiplicirt man nun die brechende Kraft des Sauerstoffs 0,924 mit 0,21, die des Stickstoffs 1,020 mit 0,79, so erhält man die Producte 0,19404 und 0,80580, deren Summe 0,99984 in der That nur sehr wenig von 1 abweicht. Dulong hat auch mehrere Versuche mit künstlichen Mischungen gemacht, welche die Richtigkeit dieses Satzes bestätigen.

Namen der Gase.	Brechende Kraft im Vergleich mit der der Luft.	Absolute brechende Kraft.	Brechungsexponenten.
Atmosphärische Luft	1,000	0,000589	1,000294
Sauerstoff	0,924	0,000544	1,000272
Wasserstoff	0,470	0,000277	1,000138
Stickstoff	1,020	0,000601	1,000300
Ammoniakgas	1,309	0,000771	1,000385
Kohlensäure	1,526	0,000899	1,000449
Chlor	2,623	0,001545	1,000772
Chlorwasserstoffsäure	1,527	0,000899	1,000449
Stickoxydgas	1,710	0,001007	1,000503
Salpetergas	1,030	0,000606	1,000303
Kohlenoxydgas	1,157	0,000681	1,000340
Cyangas	2,832	0,001668	1,000834
Oelbildendes Gas	2,302	0,001356	1.000678
Sumpfgas	1,504	0,000886	1,000443
Salzsäureäther	3,720	0,002191	1,001095
Cyanwasserstoffsäure	1,531	0,000903	1,000451
Schweflige Säure	2,260	0,001331	1,000665
Schwefelwasserstoffgas	2,187	0,001288	1,000644
Schwefelätherdampf	5,197	0,003061	1,00153
Schwefelkohlenstoffdampf	5,110	0,003010	1,00150
Phosphorwasserstoffgas	2,682	0,001579	1,000789

3) Wenn ein Gas eine chemische Verbindung ist, so ist seine brechende Kraft bald größer, bald kleiner als die Summe der brechenden Kräfte seiner Elemente, wie man aus der folgenden Tabelle ersieht, (auf der nächsten Seite) wobei die brechende Kraft der Luft zur Einheit genommen ist.

Die Differenzen zwischen der beobachteten und der berechneten brechenden Kraft sind zu groß, als daß sie von Beobachtungsfehlern herrühren könnten.

4) Das Brechungsvermögen einer Substanz im flüssigen Zustande ist größer als das Brechungsvermögen desselben Körpers, wenn er sich im gasförmigen Zustande befindet. In der That ist das Brechungsvermögen des Schwefelkohlenstoffdampfes, bezogen auf Luft, gleich $\frac{5,110}{2,644} = 1,932$, denn 2,644 ist die Dichtigkeit des Schwefelkohlenstoffdampfes. Der flüssige Schwefelkohlen-

Namen der Gase.	Brechende Kraft		Differenz.
	beobachtet.	berechnet.	
Ammoniak	1,309	1,216	+ 0,093
Stickstoffoxydgas	1,710	1,482	+ 0,228
Salpetergas	1,030	0,972	+ 0,058
Wasserdampf	1,000	0,933	+ 0,067
	3,936	3,784	+ 0,015
Salzsäureäther	3,720	3,829	— 0,099
	1,521	1,651	— 0,130
Kohlensäure	1,526	1,629	— 0,093
Chlorwasserstoffsäure	1,527	1,547	— 0,020

stoff hat eine Dichtigkeit 1,263 und einen Brechungsexponenten 1,678; seine absolute brechende Kraft ist also 1,816, sein absolutes Brechungsvermögen 1,438. Da aber die Luft eine absolute brechende Kraft 0,000588 und im Verhältniß zum Wasser eine Dichtigkeit 0,001299 hat, so ist ihr absolutes Brechungsvermögen 0,453. Demnach ist die brechende Kraft des flüssigen Schwefelkohlenstoffs im Verhältniß zur Luft $\frac{1,438}{0,453} = 3,176$; das Brechungsvermögen des flüssigen Schwefelkohlenstoffs ist also größer als 3, das seines Dampfes kleiner als 2.

197 **Sphärische Linsen.** Linsen nennt man durchsichtige Körper, welche die Eigenschaft haben, die Convergenz oder Divergenz durchgehender Strahlen zu vergrößern oder zu verkleinern.

Wir beschäftigen uns hier nur mit sphärischen Linsen, d. h. mit solchen, deren Gränzflächen Stücke von Kugeloberflächen oder Ebenen sind, weil diese allein zu optischen Instrumenten verwendet werden.

Man unterscheidet 6 verschiedene Arten von Linsen, welche Fig. 547 und 548 im Durchschnitte dargestellt sind. Nr. 1 (Fig. 547) stellt eine bicon-

Fig. 547.

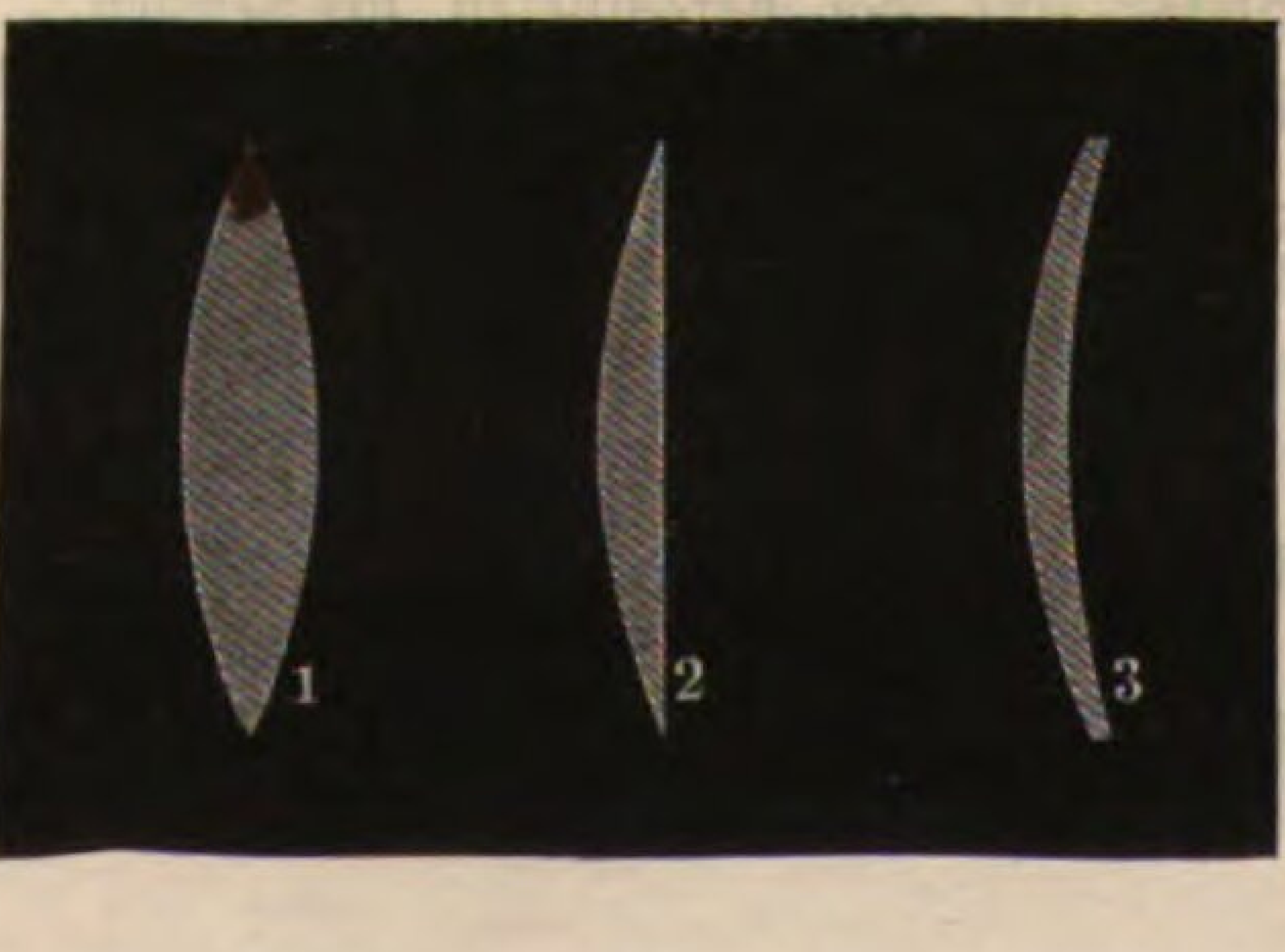


Fig. 548.



vexe Linse dar, d. h. eine solche, die durch zwei nach außen gewölbte Kugelflächen begränzt ist. Die planconvexe Linse Nr. 2 (Fig. 547) ist durch eine ebene und eine convexe Fläche begränzt. Die concav-convexen Linsen, welche durch eine convexe und eine hohle Fläche begränzt sind, wie Nr. 3 in Fig. 547 und 548, werden auch Menisken genannt; man unterscheidet zwei Arten derselben, je nachdem die Krümmung der hohlen Fläche geringer ist, wie bei Nr. 3 (Fig. 547) oder stärker, wie bei Nr. 3 (Fig. 548). In Fig. 548 stellt Nr. 1 eine biconcave, Nr. 2 eine planconcave Linse vor.

Die drei in Fig. 547 dargestellten Linsen sind in der Mitte dicker als am Rande, und heißen Sammellinsen.

Die drei in Fig. 548 dargestellten Linsen, welche in der Mitte dünner sind als am Rande, heißen Zerstreuungslinsen.

Die Axe einer Linse ist die gerade Linie, welche die Mittelpunkte der beiden Kugeloberflächen verbindet, durch welche die Linse gebildet wird. Bei den planconvexen und planconcaven Linsen ist die Axe das von dem Mittelpunkte der Krümmung auf die ebene Fläche gefällte Perpendikel.

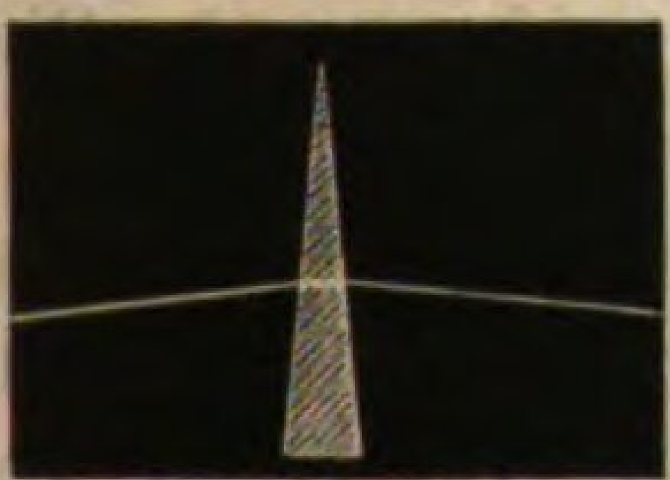
Um die wichtigsten Sätze über die Brechung des Lichtes durch Linsen zu entwickeln, müssen wir noch einmal zu den Prismen zurückkehren und den Fall näher ins Auge fassen, daß der brechende Winkel des Prismas sehr klein ist.

Für den Fall der kleinsten Ablenkung ist der Werth der Ablenkung

$$D = 2i - g,$$

wo i den Einfallswinkel und g den brechenden Winkel des Prismas bezeichnet. Wenn der Brechungswinkel des Prismas sehr klein ist, so trifft der im Fall der kleinsten Ablenkung einfallende Strahl die vordere Fläche des Prismas sehr nahe rechtwinklig, wie man Fig. 549 sehen kann; der Einfallswinkel sowohl als der Brechungswinkel sind alsdann ebenfalls sehr klein. Der Sinus des Brechungswinkels x ist dem Sinus des Einfallswinkels i proportional; so lange aber x und i klein sind, verhalten sich die Sinus wie die Winkel selbst, es ist also $i = nx$, wenn mit n der Brechungsexponent der Substanz bezeichnet wird, aus welcher das Prisma verfertigt ist; wir haben demnach

Fig. 549.



$$D = 2nx - g.$$

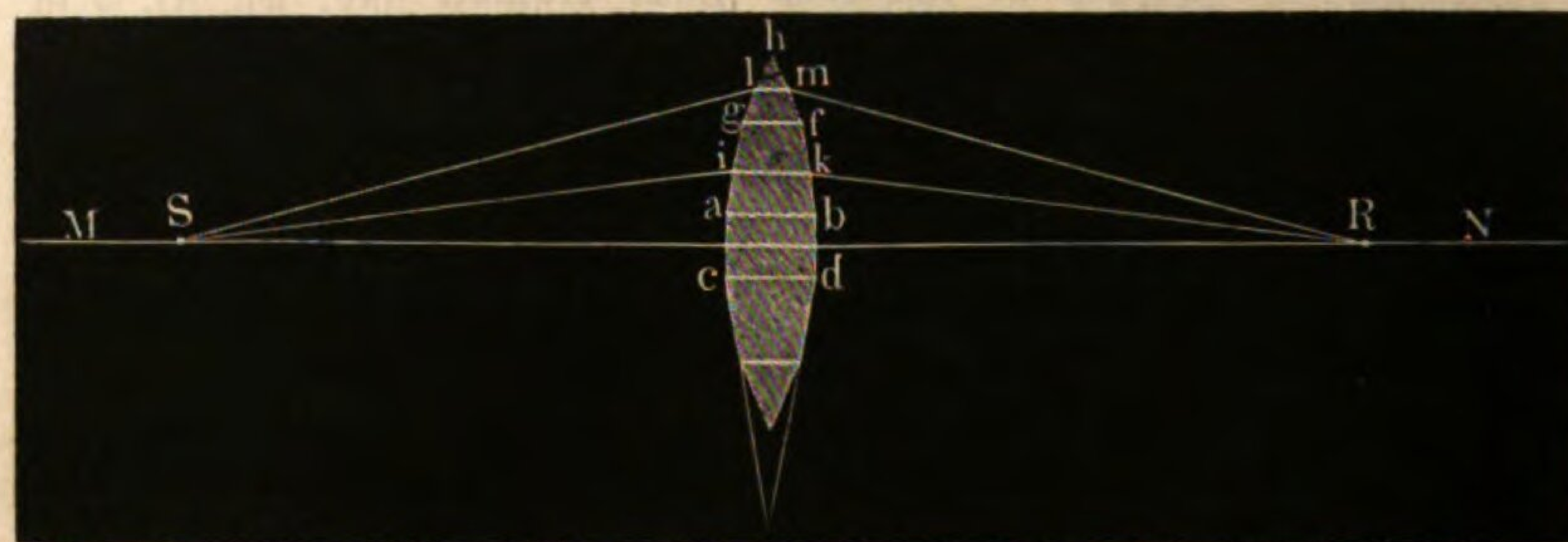
Nun ist aber $x = \frac{g}{2}$, wie schon oben S. 455 gezeigt wurde, also

$$D = 2n\frac{g}{2} - g = g\,(n - 1),$$

d. h. wenn der brechende Winkel der Prismen klein ist, so ist die durch sie hervorgebrachte Ablenkung der Strahlen im Falle des Minimums dem brechenden Winkel des Prismas proportional.

198 **Sammellinsen.** In Fig. 550 ist *abcd* ein längliches Rechteck, an welches sich oben das Paralleltrapez *abgf*, unten aber ein ganz gleiches ansetzt;

Fig. 550.



oben setzt sich dann ein Dreieck *fgh* und unten ein gleiches an. Die beiden nicht parallelen Seiten der Paralleltrapeze bilden verlängert ein gleichschenkliges Dreieck, dessen spitzer Winkel halb so groß sein soll, als der spitze Winkel des oberen Dreiecks bei *h*.

Denkt man sich die ganze Figur um die Axe *MN* umgedreht, so entsteht ein aus mehreren Zonen gebildeter linsenartiger Körper. Die Mitte desselben bildet eine ebene Scheibe.

Wenn nun Lichtstrahlen, von einem Punkte der Axe *MN* ausgehend, dieses Zonensystem treffen, so kann man die Ablenkung, welche die Lichtstrahlen in einer jeden Zone erleiden, nach den Gesetzen der Brechung in Prismen entwickeln.

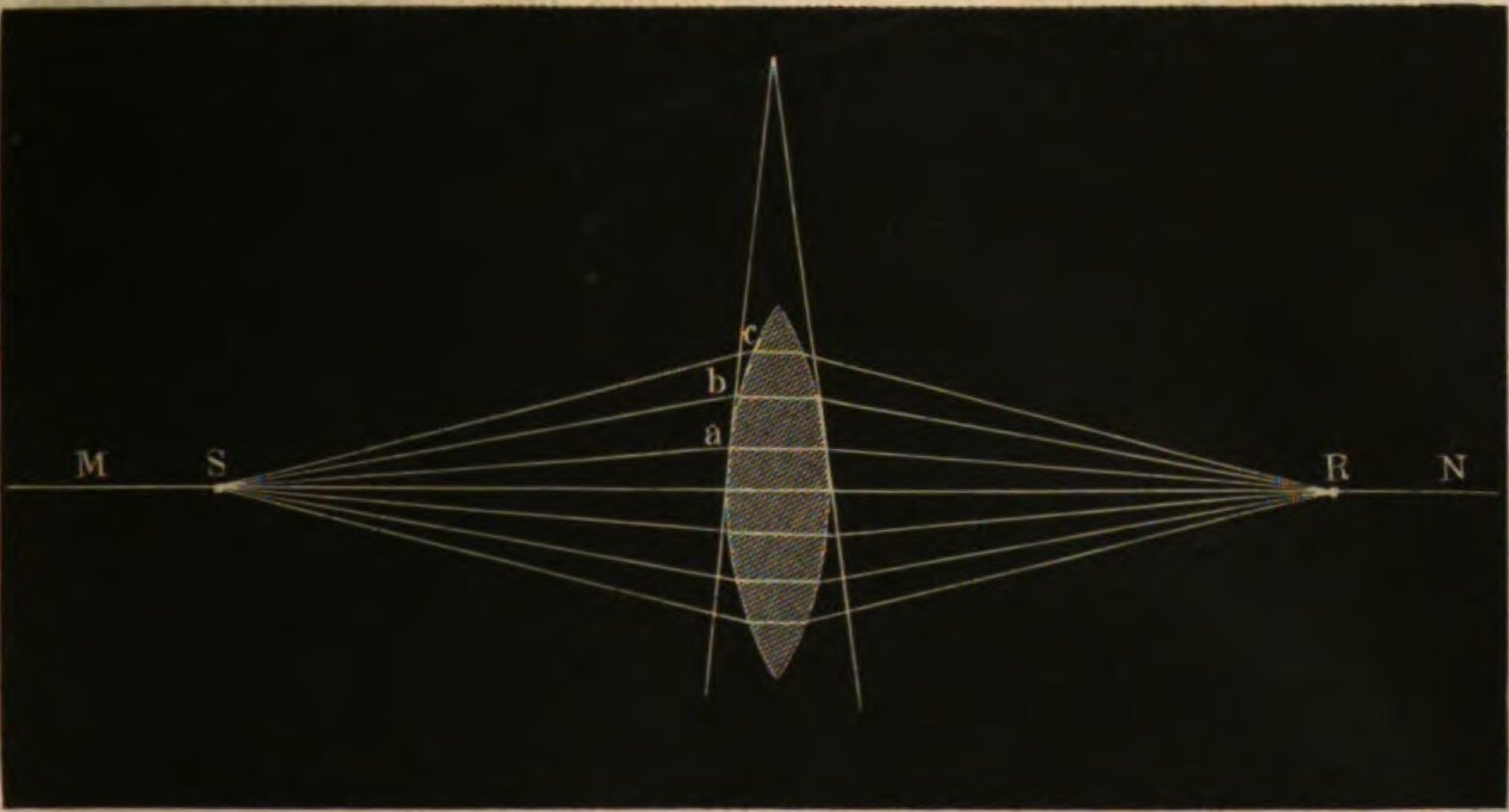
Der Punkt *S* liege so, daß ein von hier ausgehender Lichtstrahl, welcher die Fläche *ag* in *i* trifft, beim Durchgange durch *abgf* das Minimum der Ablenkung erfährt, so wird der austretende Strahl mit dem einfallenden ganz symmetrisch sein; er schneidet die Axe in einem Punkte *R*, welcher von der Linse eben so weit absteht als *S*.

Ein Lichtstrahl, welcher in dem Dreieck *hfg* das Minimum der Ablenkung erleidet, wird von seiner ursprünglichen Richtung doppelt so stark abgelenkt als in *fgab*, weil der brechende Winkel des oberen Prismas doppelt so groß ist als der des unteren. Wenn also von *S* ein Strahl *Sl* ausgeht, welcher mit *MN* einen doppelt so großen Winkel macht als *Si*, so wird er in *fgh* das Minimum der Ablenkung erleiden, und auf der anderen Seite, symmetrisch austretend, nach *R* gebrochen werden.

Denken wir uns nun die gebrochenen Linien *dbfh* und *cagh* der vorigen Figur durch Kreisbogen ersetzt, deren Mittelpunkte auf der Axe *MN* liegen, so erhält man statt des eben betrachteten linsenförmigen Körpers eine förmliche Linse, Fig. 551, und ein Lichtstrahl, welcher an irgend einer Stelle, etwa in *a*, die Linse trifft, wird gerade so gebrochen, als sei er auf ein Prisma gefallen, dessen Durchschnitt man erhält, wenn man in *a* und dem gegenüberliegenden Punkte Tangenten an die Kreisbogen zieht.

Zöge man nun an einer zweiten Stelle *b*, welche doppelt so weit von der Axe entfernt ist als *a*, auf beiden Seiten solche Tangenten, so würden sich diese unter einem Winkel schneiden, welcher doppelt so groß ist als der Winkel, unter welchem sich die bei *a* gezogenen Tangenten schneiden.

Fig. 551.



Wenn nun ein Lichtstrahl die Linse bei *a* parallel mit der Axe durchläuft, so wird er vor seinem Eintritt in die Linse und nach seinem Austritt aus derselben gleiche Winkel mit der Axe machen, er wird sie in Punkten *S* und *R* schneiden, welche zu beiden Seiten gleich weit von der Linse abstehen. Wenn nun von *S* ein zweiter Lichtstrahl ausgeht, welcher die Linse in *b* trifft, so wird er eine doppelt so starke Ablenkung erfahren als bei *a*, und deshalb ebenfalls nach *R* hin gebrochen werden. Ein Lichtstrahl, welcher, von *S* ausgehend, in *c*, d. h. in einem Punkte die Linse trifft, welcher dreimal so weit von der Axe entfernt ist als *a*, wird eine dreimal stärkere Ablenkung erfahren als der bei *a* einfallende, und deshalb auch nach demselben Punkte *R* hin gebrochen werden.

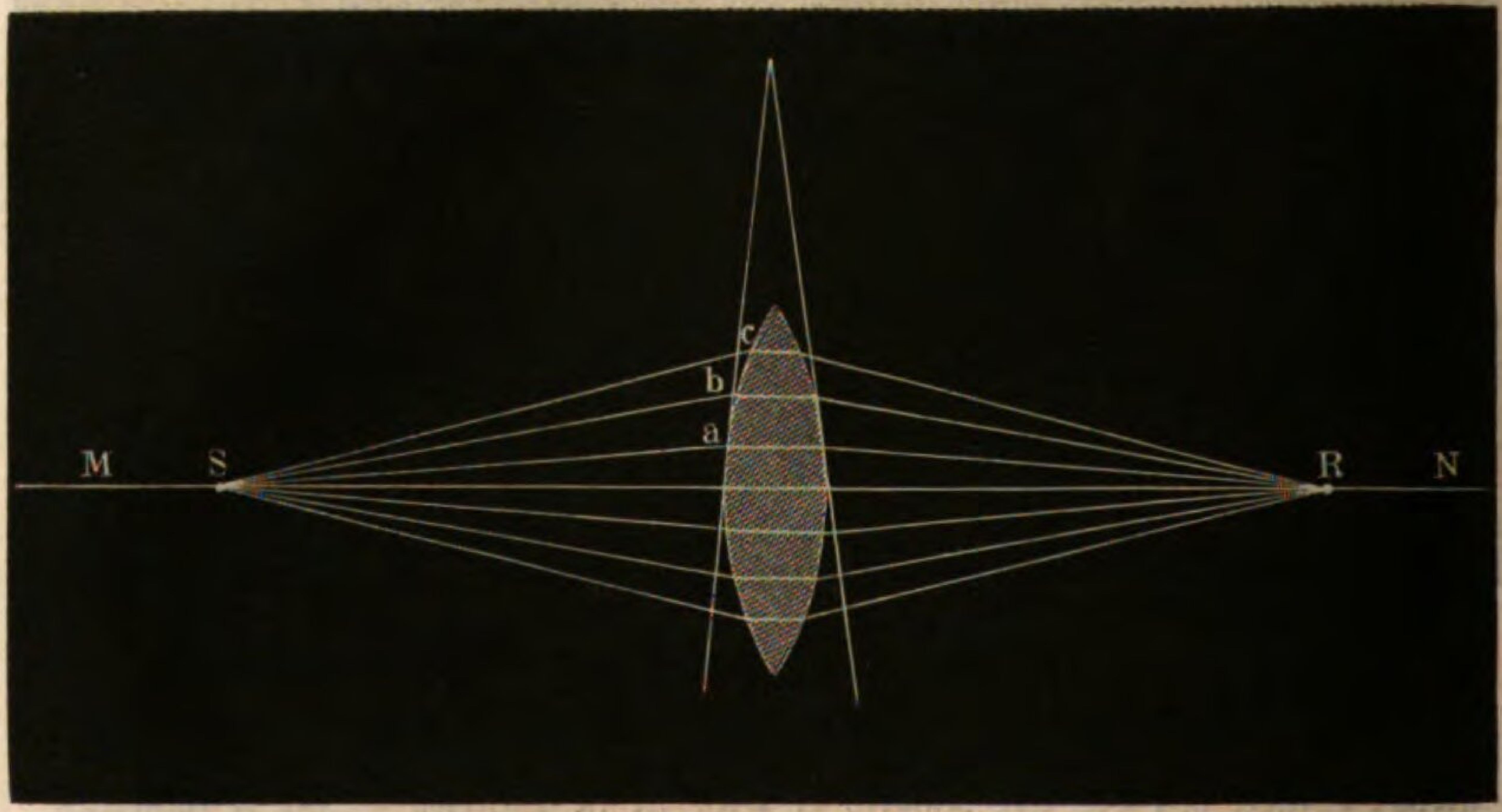
Was für die Punkte *a*, *b* und *c* gesagt wurde, gilt auch für die zwischenliegenden; für eine solche Linse, wie Fig. 551, giebt es also auf der Axe einen Punkt *S*, welcher die Eigenschaft hat, daß alle von ihm ausgehenden Strahlen, welche die Linse treffen, durch dieselbe nach einem und demselben Punkte *R* hin concentrirt werden, welcher auf der anderen Seite eben so weit von der Linse absteht als *S*.

Diese Schlüsse sind jedoch nur so lange gültig, als die Krümmung der Linse von der Mitte bis zum Rande nicht bedeutend ist, denn nur so lange ändert sich die Neigung der entsprechenden Berührungslinien in demselben Verhältnisse, wie die Entfernung ihrer Berührungspunkte von der Axe.

In dem Nächstfolgenden ist nur von solchen Linsen die Rede, bei denen die Krümmung von der Mitte bis zum Rande unbedeutend ist.

So lange der Winkel, unter welchem der einfallende Strahl ein Prisma von kleinem brechenden Winkel trifft, von einem rechten nicht viel abweicht, so lange also die Strahlen nahezu in der Richtung das Prisma treffen, welcher das Minimum der Ablenkung entspricht, wird die durch das Prisma hervorgebrachte Ablenkung von dem Minimum der Ablenkung nicht merklich verschieden sein, weil ja Einfalls- und Brechungswinkel noch so klein sind, daß man ohne merklichen Fehler statt der Sinus den Einfallswinkel dem Brechungswinkel selbst proportional setzen kann.

Fig. 551.



Dies gilt nun auch von Linsen. Wenn die Linse, Fig. 551, in c von einem Lichtstrahl getroffen wird, dessen Richtung von der Richtung Sc nicht sehr bedeutend abweicht, so wird die Ablenkung, welche er durch die Brechung in der Linse erfährt, dieselbe sein wie die Ablenkung, welche der Strahl Sc erleidet.

In Fig. 552 sei S derjenige Punkt der Axe MN, welcher so liegt, daß die von ihm ausgehenden Strahlen, welche die Linse treffen, dieselbe symmetrisch durchlaufen und auf der anderen Seite in einem Punkte R vereinigt werden, welcher eben so weit von der Linse absteht als S. Der Strahl SA, welcher die Linse dicht am Rande trifft, wird nach AR gebrochen; der einfallende und der gebrochene Strahl machen den Winkel SAR mit einander. Wenn nun ein Lichtstrahl nicht von S, sondern von T ausgehend die Linse in A träfe, so würde nach dem, was eben auseinandergesetzt wurde, der Strahl TA eine eben so starke Ablenkung erfahren als SA; man würde also die Richtung des Strahles nach dem Austritt aus der Linse erhalten, wenn man die Linie AV so zieht, daß der Winkel TAV so groß ist wie der Winkel SAR oder, mit anderen Worten, wenn man über AR einen Winkel RAV ansetzt, welcher eben so groß ist wie der Winkel, um welchem TA unter SA liegt.

Nach dem Punkte V der Axe wird aber auch der Strahl TB gebrochen, welcher, von T ausgehend, den unteren Rand der Linse trifft, ja es werden alle Strahlen, welche, von T ausgehend, die Linse treffen, in V concentrirt werden, denn in demselben Maaße, in welchem die einfallenden Strahlen der Axe näher liegen, werden sie auch weniger abgelenkt und deshalb sämmtlich in V vereinigt, so lange wenigstens der Winkel, welchen die äußersten einfallenden Strahlen mit der Axe machen, nicht über eine gewisse Gränze hinauswächst (nicht so groß wird, daß man ohne merklichen Fehler noch die Winkel ihren Sinus proportional setzen kann).

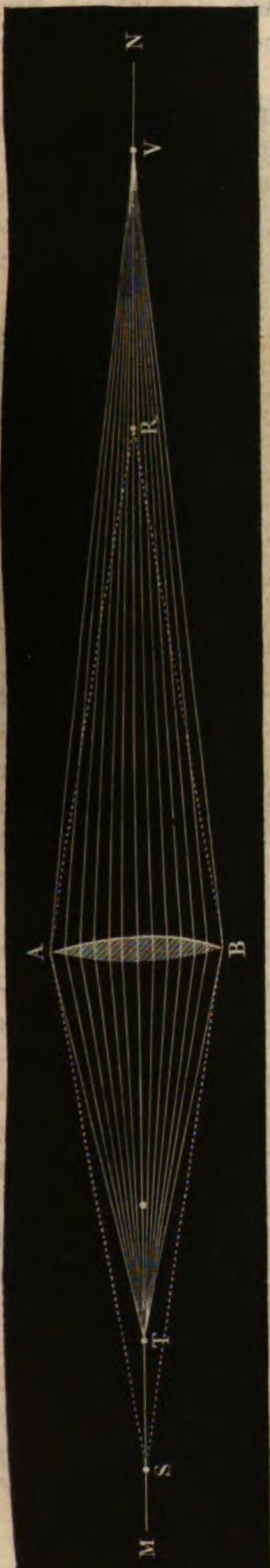


Fig. 552.

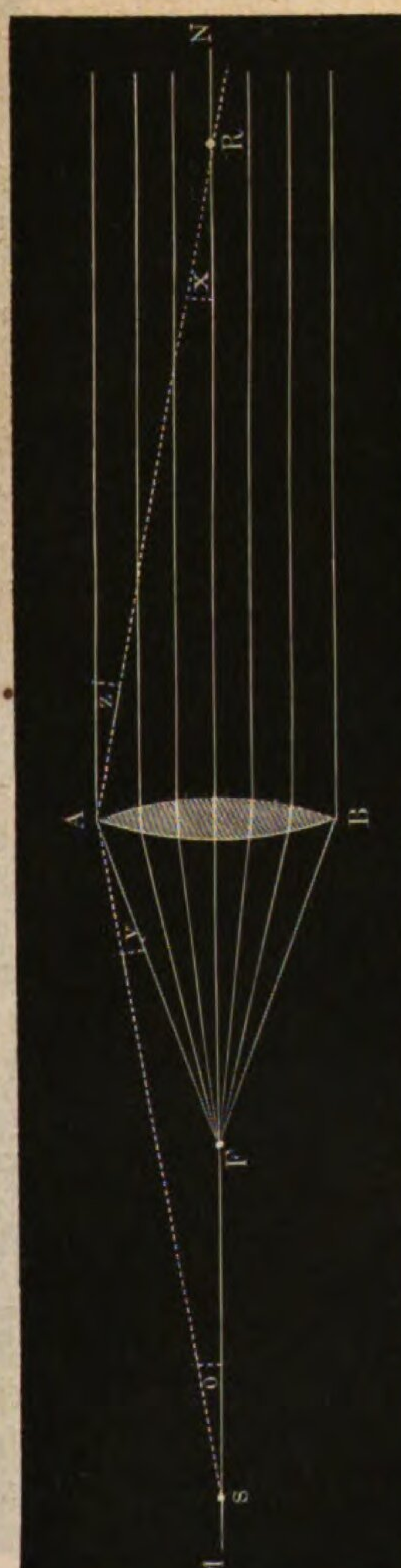


Fig. 553.

Wenn also der leuchtende Punkt von S aus der Linse genähert wird, so wird sich der Vereinigungspunkt der Strahlen auf der anderen Seite der Linse von derselben entfernen; je mehr sich T nähert, desto mehr entfernt sich V, doch entfernt sich V in einem weit rascheren Verhältniß, als sich T nähert.

Untersuchen wir nun, wie die Strahlen durch die Linse gebrochen werden, welche von einem Punkte F, Fig. 553, der Axe ausgehen, welcher so liegt, daß $FA = FS$. In diesem Falle ist der Winkel $o = y = x$. Nun aber wird ja der Strahl FA durch die Linse so gebrochen, daß der Winkel z, welchen der aus-

tretende Strahl mit AR macht, gleich y ist, es ist demnach $x = z$, und daraus folgt, daß der Strahl FA durch die Linse so gebrochen wird, daß er mit der Axe parallel läuft.

Dasselbe gilt von allen übrigen von F ausgehenden Strahlen, welche die Linse treffen, sie treten als ein der Axe paralleles Strahlenbündel aus.

Wenn man, was wohl in den meisten Fällen erlaubt sein wird, die Dicke der Linse gegen die Entfernungen der Punkte S und F von derselben vernachlässigt, so kann man sagen, der Punkt F liege in der Mitte zwischen S und der Linse.

Wenn also ein leuchtender Punkt von S aus der Linse genähert wird, so rückt der Vereinigungspunkt auf der anderen Seite von der Linse weg, und wenn der leuchtende Punkt bis F vorrückt, so wird der Vereinigungspunkt bis ins Unendliche fortgerückt, die Strahlen treten der Axe parallel aus.

Wenn aber umgekehrt von einem auf der Axe liegenden unendlich weit entfernten Punkte Strahlen auf die Linse fallen, oder, mit anderen Worten, wenn ein Bündel mit der Axe paralleler Strahlen die Linse trifft, so werden sie durch die Linse in F vereinigt werden. Dieser Vereinigungspunkt F der parallel mit der Axe einfallenden Strahlen führt den Namen des **Hauptbrennpunktes**.

Rückt der leuchtende Punkt aus unendlicher Entfernung näher, so entfernt sich der Vereinigungspunkt auf der anderen Seite von der Linse; ist der leuchtende Punkt in V, Fig. 552, so ist der Vereinigungspunkt in T, rückt der leuchtende Punkt noch näher, bis R, so ist der Vereinigungspunkt in S; nähert er sich der Linse so, daß er in der Mitte zwischen derselben und R steht, nähert er sich also bis auf die **Brennweite**, so laufen die Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse mit der Axe parallel.

Ist die Brennweite einer Linse bekannt, so kann man nach den obigen Angaben stets durch Construction den Vereinigungspunkt für diejenigen Strahlen finden, welche von irgend einem Punkte auf die Axe, dessen Entfernung von der Linse bekannt ist, ausgehen. Es ist aber doch in vielen Fällen wünschenswerth, die Entfernung dieses Vereinigungspunktes vom Glase auch durch Rechnung bestimmen zu können; eine Formel zur Berechnung dieser Entfernung läßt sich aber aus denselben Principien ableiten, auf welche wir die Construction gegründet haben.

In Fig. 554 sei AB eine Linse, deren Brennpunkt in F liegt. Ein parallel mit der Axe einfallender Strahl kA wird nach F hin gebrochen; die Richtung, nach welcher ein von T ausgehender Strahl TA gebrochen wird, findet man leicht, wenn man den Winkel $FAV =$ dem Winkel TAk macht. Wird nun $lA = Am = Ar$ gemacht (r ist der Mittelpunkt der Linse) und in l das Perpendikel lon, in m aber das Perpendikel mp errichtet, so wird mp jedenfalls sehr nahe gleich on sein, weil die Winkel TAk und FAV gleich sind und der Winkel gAV so klein ist, daß on sehr nahe rechtwinklig auf AV steht; es ist also

$$ln = lo + on = lo + mp \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke FAr und Aln haben wir

$$Fr : rA = Al : ln$$

oder

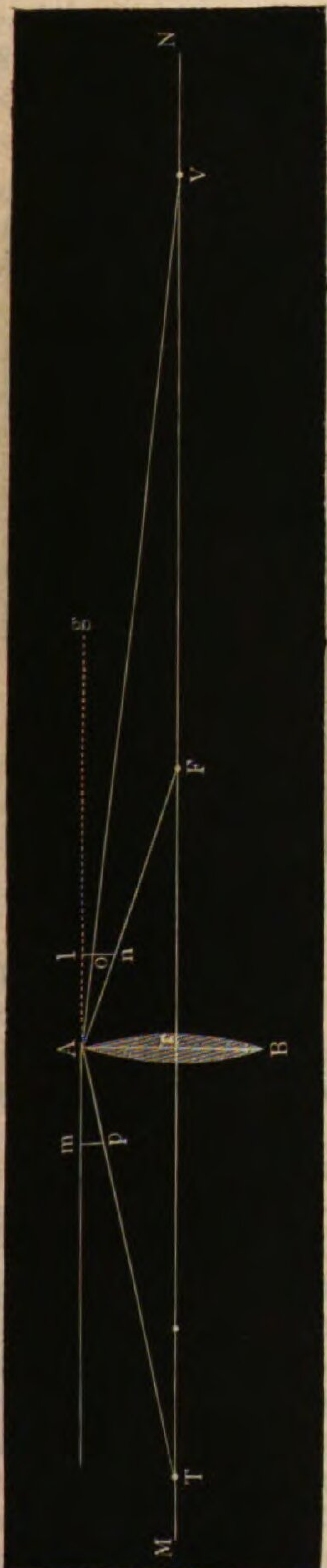


Fig. 554.

$$f : 1 = 1 : ln,$$

wenn wir die Brennweite rF mit f und den Halbmesser der Linse $rA = Al$ gleich 1 setzen; es ist demnach

$$ln = \frac{1}{f}.$$

Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke VAr und Alo folgt

$$Vr : Ar = Al : lo$$
$$a : 1 = 1 : lo,$$

also

$$lo = \frac{1}{a},$$

wenn wir die Entfernung Vr (also die Vereinigungsweite) mit a bezeichnen.

Ebenso ergiebt sich aus der Aehnlichkeit der Dreiecke Amp und ATr

$$mp = \frac{1}{b},$$

wenn man die Entfernung rT, also die Entfernung des leuchtenden Punktes von der Linse, mit b bezeichnet.

Setzt man die eben für ln, lo und mp gefundenen Werthe in die Gleichung 1, so kommt

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Nach dieser Formel kann man jederzeit berechnen, wie groß die Entfernung a des Punktes V von der Linse ist, in welchem die Strahlen vereinigt werden, welche von einem Punkte T vor der Linse ausgehen, dessen Abstand von der Linse gleich b ist.

Die Brennweite, d. h. die Entfernung des Brennpunktes F von der Linse, hängt nicht allein von ihrer Gestalt, sondern auch von dem Brechungsexponenten der Substanz ab, aus welcher sie gefertigt ist.

Für eine Glaslinse, deren Brechungsexponent gerade $^3/_2$ ist, kann man die Brennweite leicht ermitteln.

Wie wir oben gesehen haben, ist das Minimum der Ablenkung in einem Prisma von kleinem brechenden Winkel

$$D = (n - 1)\, g,$$

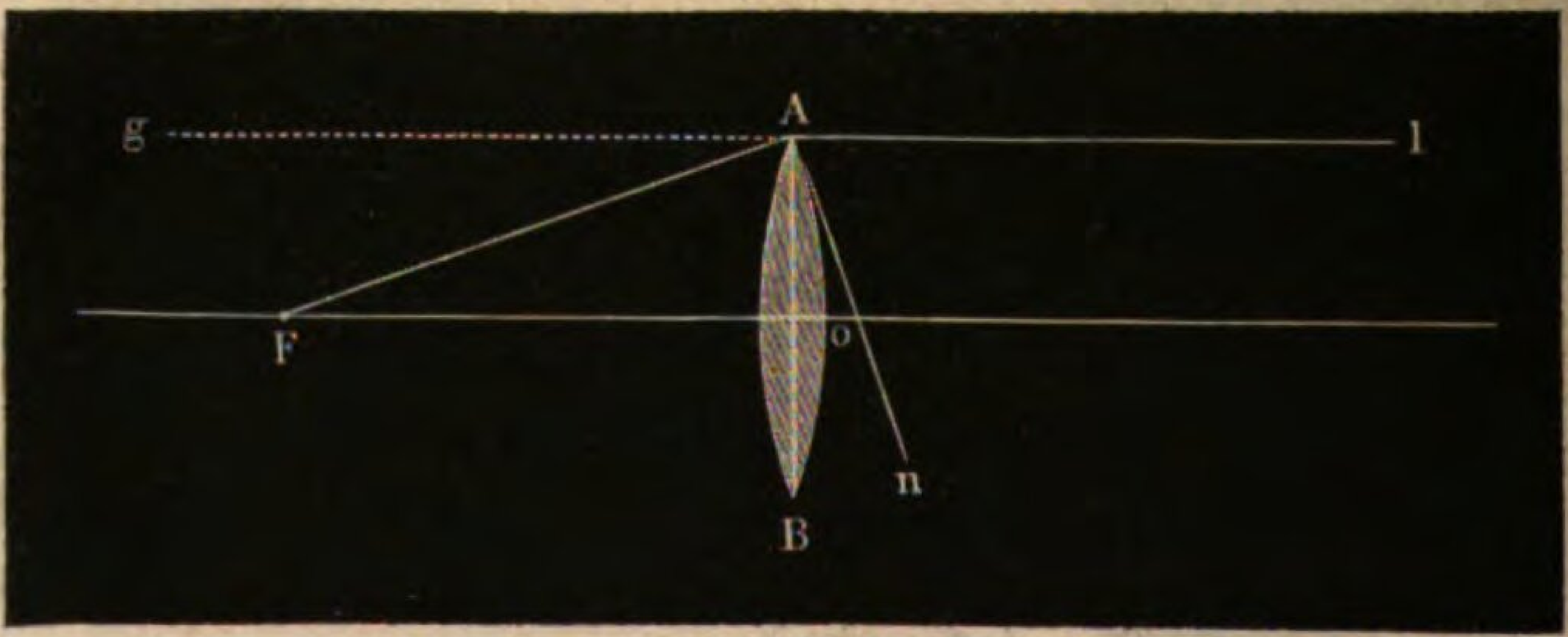
wo n den Brechungsexponenten und g den brechenden Winkel des Prismas bezeichnet; für $n = {}^3/_2$ wird

$$D = {}^1/_2\, g.$$

In einem Glasprisma von kleinem brechenden Winkel, dessen Brechungsexponent $^3/_2$ ist, ist das Minimum der Ablenkung halb so groß als der brechende Winkel. Wäre also der brechende Winkel des Prismas 10°, so würde das Minimum der Ablenkung 5°, wäre der brechende Winkel 6°, so würde das Minimum der Ablenkung 3° sein.

Wenden wir dies auf unsere Linse an. Wenn ein Lichtstrahl lA, Fig. 555, parallel mit der Axe die Linse in A dicht am Rande trifft, so wird er eine

Fig. 555.



Ablenkung erfahren, welche halb so groß ist als der Winkel, unter welchem in A die beiden Kreisbogen zusammentreffen, oder, mit anderen Worten, der Ablenkungswinkel gAF ist gleich dem Winkel, welchen die Tangente An mit der Verticalen AB macht; wenn aber Winkel $gAF = nAB$, so muß AF auf der Tangente An rechtwinkelig stehen, weil gA auf AB rechtwinkelig steht; AF ist also der Radius des Kreisbogens AoB.

Für eine solche biconvexe Glaslinse, deren Flächen beide einen gleichen Halbmesser haben, fallen die Brennpunkte zu beiden Seiten mit den Mittelpunkten der Kugelsegmente zusammen.

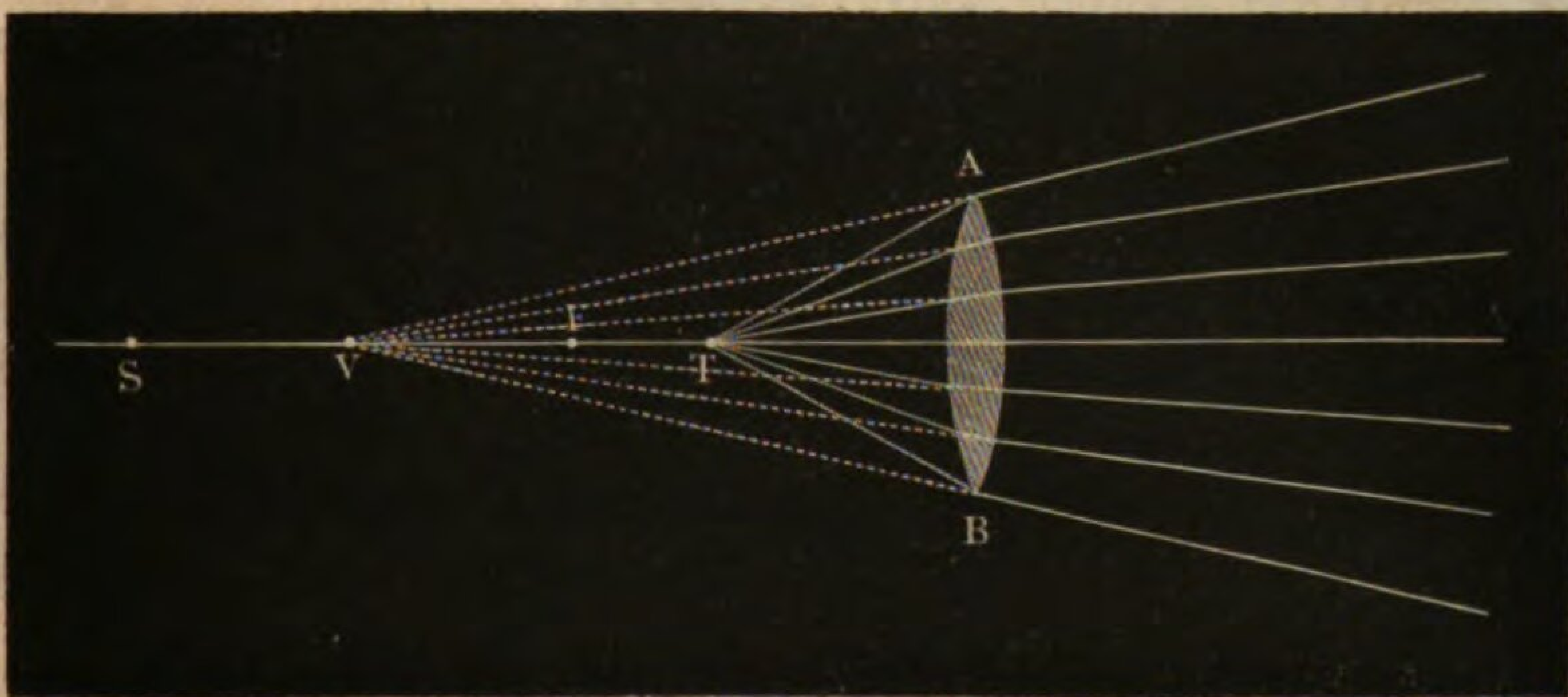
Ist der Brechungsexponent der Linse größer, so liegt der Brennpunkt der Linse näher; ist er aber kleiner, so liegt er weiter von derselben entfernt.

Was von biconvexen Linsen gesagt wurde, gilt auch von convexen Menisken und planconvexen Gläsern, d. h. sie haben einen Hauptbrennpunkt, in welchem alle von der anderen Seite her parallel mit der Axe einfallenden Strahlen concentrirt werden; die Strahlen, welche von einem auf der Axe liegenden Punkte ausgehen, welcher um die doppelte Brennweite von dem Glase absteht, werden auf der anderen Seite in einem Punkte vereinigt, welcher ebenfalls um die doppelte Brennweite vom Glase absteht.

Für eine planconvexe Linse, deren Brechungsexponent $^3/_2$ ist, steht der Brennpunkt um den doppelten Radius der gekrümmten Fläche von der Linse ab.

Wenn der leuchtende Punkt T, Fig. 556, der Linse so nahe rückt, daß er noch innerhalb der Brennweite liegt, so ist der Strahlenkegel, welcher die Linse trifft, so stark divergirend, daß die Linse nicht mehr im Stande ist, die Strahlen convergent oder auch nur parallel zu machen, sie divergiren aber nach dem

Fig. 556.



Durchgange durch die Linse weniger als vorher, sie verbreiten sich so, als ob sie von einem Punkte V herkämen, welcher weiter von dem Glase absteht als der leuchtende Punkt.

Auch für diesen Fall hat die Gleichung (2) auf Seite 471 ihre Gültigkeit, nur erhält man für $\frac{1}{a}$, also auch für a negative Werthe, wodurch angedeutet ist, daß die Länge a nicht jenseits des Glases, sondern in der Richtung von der Linse nach dem leuchtenden Punkte hin zu nehmen ist.

Es sei z. B. die Brennweite einer Linse 3 Zoll, ein leuchtender Punkt stehe auf der Axe 2 Zoll weit von ihr ab, so haben wir

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{a} + \frac{1}{2}$$

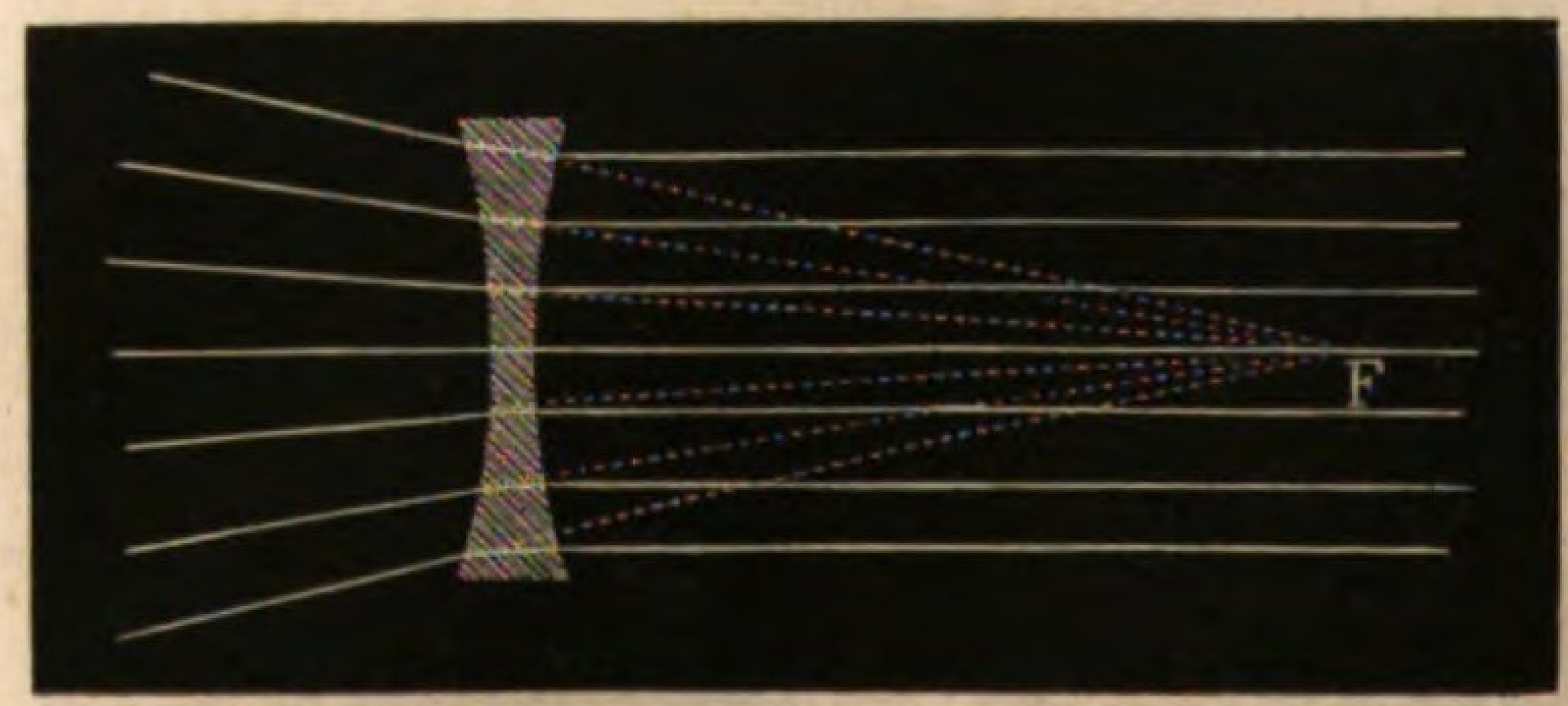
und daraus folgt $\frac{1}{a} = - \frac{1}{6}$, also $a = - 6$, d. h. nach dem Durchgange durch die Linse divergiren die Strahlen so, als ob sie von einem 6 Zoll weit von der Linse liegenden Punkte kämen.

Ist b kleiner als f, so wird der negative Werth von a um so kleiner, je mehr b abnimmt, d. h. je näher der innerhalb der Brennweite gelegene leuchtende Punkt der Linse rückt, desto näher rückt auch der Zerstreuungspunkt. Wäre z. B. $f = 3$, $b = 1$, so ergäbe sich $a = 1,5$.

Hohllinsen. Aehnliche Betrachtungen lassen sich auch für Hohlgläser anstellen. Wenn die einfallenden Strahlen parallel sind, so divergiren die 199

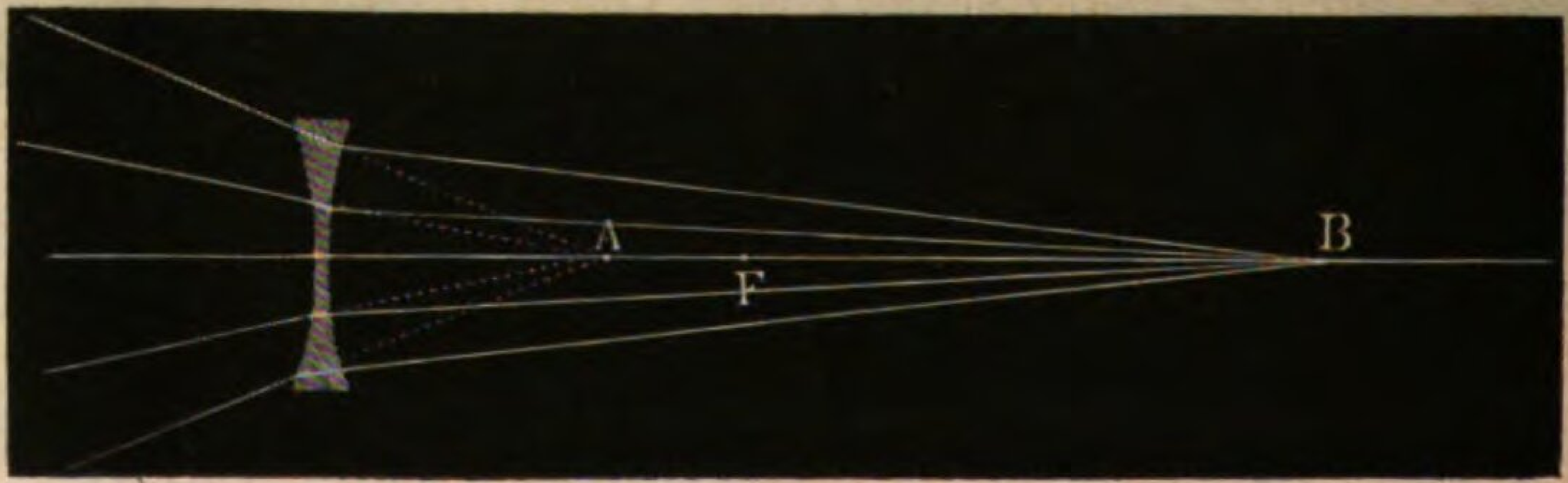
austretenden so, als kämen sie vom Hauptzerstreuungspunkte F, Fig. 557; rückt aber der leuchtende Punkt näher, sind also schon die auffallenden Strahlen divergirend, so werden sie nach dem Durchgange durch das Glas noch stärker divergiren, als es für die parallel eintretenden Strahlen der Fall war. Die von B Fig. 558 aus auf die Hohllinse fallenden Strahlen divergiren nach dem Durchgange durch dieselbe so, als ob sie von A ausgegangen wären.

Fig. 557.



Die Beziehungen zwischen dem leuchtenden Punkte B, dem entsprechenden Zerstreuungspunkte A und dem Hauptzerstreuungspunkte F sind auch hier wieder durch die Gleichung (2) auf Seite 471 gegeben; nur muß man f negativ setzen, weil man nicht mit einem jenseits des Glases gelegenen Hauptbrennpunkte, sondern mit einem diesseits gelegenen Hauptzerstreuungspunkte zu thun hat. Für diesen Fall ergiebt sich aus jener Gleichung zur Bestimmung der Zerstreuungsweite a der Werth

Fig. 558.



$$\frac{1}{a} = -\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{b}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

a wird also immer negativ, d. h. der Zerstreuungspunkt liegt stets mit dem leuchtenden Punkte auf derselben Seite des Glases. Je kleiner b wird, desto kleiner wird auch a, je näher also der leuchtende Punkt der Hohllinse rückt, desto mehr nähert sich demselben auch der entsprechende Zerstreuungspunkt.

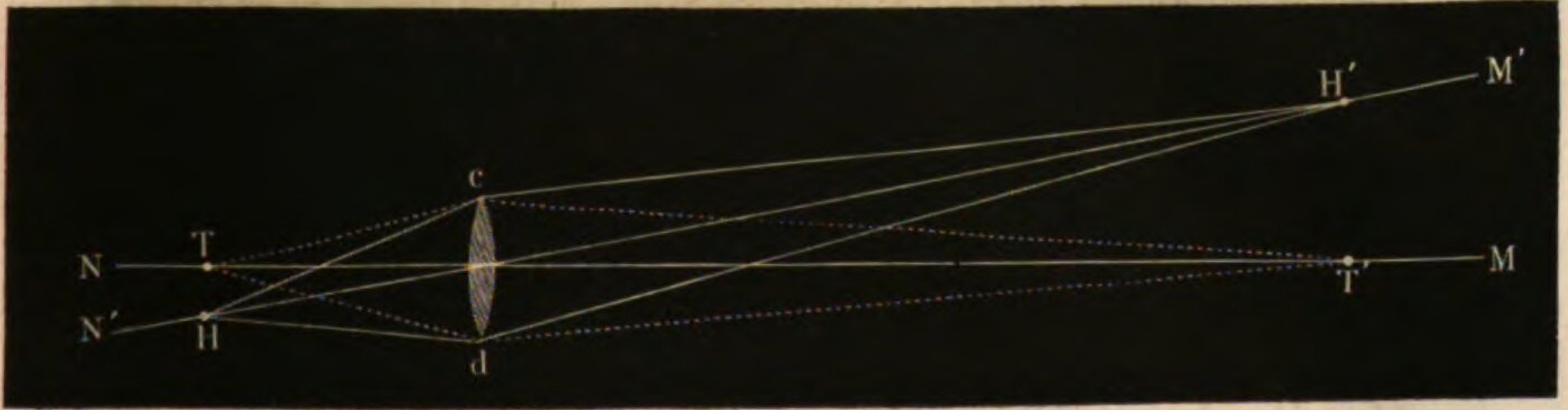
Für den in Fig. 558 dargestellten Fall ist z. B. $f = 2{,}5$ und $b = 6$ Centimeter; demnach ist a, d. h. die Entfernung des Zerstreuungspunktes A vom Glase, gleich $1{,}76^{cm}$.

200 **Secundäre Axen.** Bisher haben wir nur solche leuchtende Punkte betrachtet, welche auf der Axe der Linse selbst liegen; es bleibt jetzt noch zu zeigen, daß das Gesagte auch für solche Punkte gilt, welche nicht auf der Hauptaxe liegen, vorausgesetzt, daß die Nebenaxen (secundäre Axen) nur einen kleinen Winkel mit der Hauptaxe machen. Mit dem Namen der Nebenaxe be-

zeichnet man die Linie, welche man sich von einem nicht auf der Hauptaxe liegenden Punkte durch die Mitte der Linse gezogen denken kann.

In Fig. 559 sei *H* ein nicht auf der Hauptaxe liegender leuchtender Punkt, so werden alle von ihm ausgehenden Lichtstrahlen in einem Punkte *H'* vereinigt werden, welcher auf der Nebenaxe *M'N'* eben so weit von der Linse absteht wie der Vereinigungspunkt *T'* der Strahlen, welche von einem Punkte *T* ausgehen, welcher, auf der Hauptaxe liegend, eben so weit von der Linse entfernt ist wie *H*.

Fig. 559.



Es ist dies leicht zu beweisen. Der mittlere Strahl *HM'* geht ungebrochen durch die Linse hindurch; ferner ist $Hc = Tc$ und Winkel $cTM = cHM'$ (wenn auch nicht ganz genau, doch nahe); da der Strahl *Tc* in *c* eben so stark abgelenkt wird wie *Hc*, so ist auch Winkel $HcH' = TcT'$, folglich ist das Dreieck HcH' = Dreieck TcT' folglich $TT' = HH'$, *H'* ist also ebenso weit von der Linse entfernt wie *T'*.

Dasselbe ergiebt sich auch aus der Vergleichung der Dreiecke *TdT'* und *HdH'*.

Das Feld einer Linse ist der Winkel, welchen zwei der Nebenaxen mit einander noch machen können, ohne daß die Voraussetzungen unseres Beweises merklich unrichtig werden.

Für die Nebenaxen der Hohllinsen gilt dasselbe, was von den secundären Axen der Sammellinsen gesagt wurde.

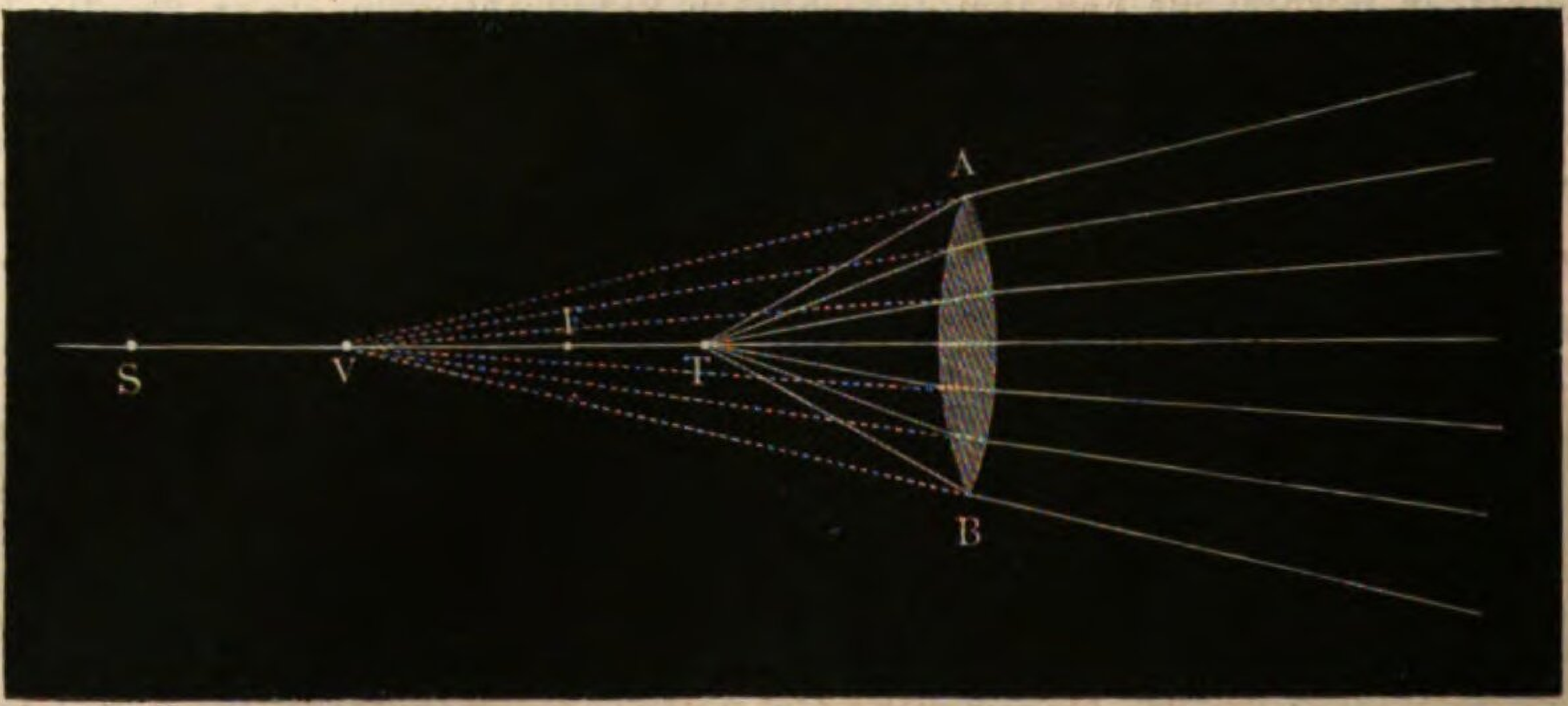
Wirkung der Linsen auf convergirende Strahlen. Zum richtigen Verständniß verschiedener optischer Instrumente ist es von Wichtigkeit, zu untersuchen, wie der Lauf eines convergirenden Strahlenbündels durch Linsen modificirt wird. 201

Da ein Bündel paralleler Strahlen, welches mit der Axe parallel auf eine Convexlinse fällt, nach dem Hauptbrennpunkte gebrochen wird, so muß ein schon convergirendes Strahlenbündel nach einem noch näher beim Glase liegenden Punkte hin gebrochen werden.

Ein nach *V*, Fig. 560 (a. f. S.), convergirendes Strahlenbündel wird offenbar durch die Linse in *T* vereinigt werden, da ein von *T* divergirendes nach dem

Durchgange durch die Linse so divergirt, als ob die Strahlen von *V* ausgegangen wären.

Fig. 560.



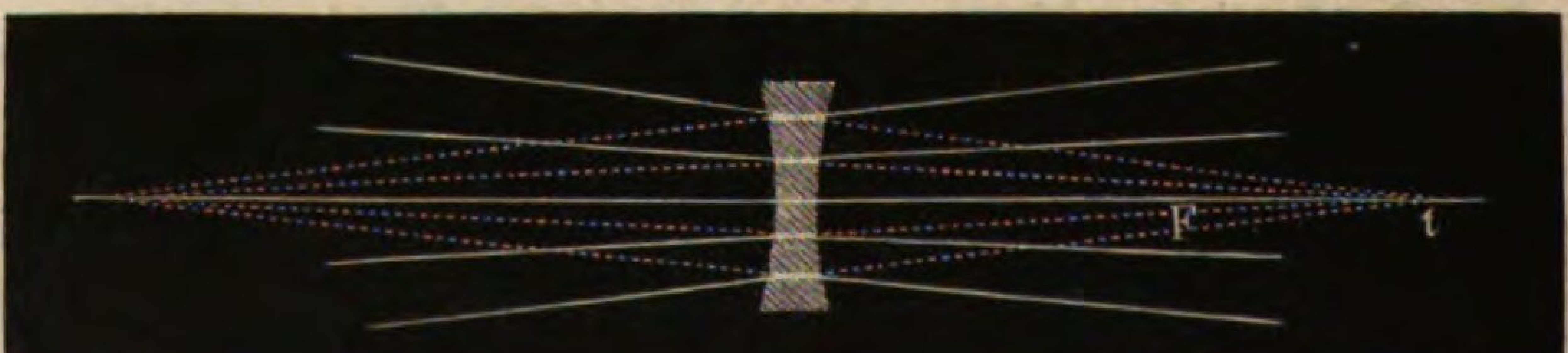
Die Lage des Vereinigungspunktes *T* läßt sich nach Gleichung (2) Seite 471 berechnen, wenn man die Entfernung *b* des Punktes *V* von der Linse, nach welcher die Strahlen ursprünglich convergirten, mit negativem Zeichen in die Gleichung einführt. Ist z. B. die Brennweite des Glases gleich 3 Zoll, die Entfernung des Punktes *V* von demselben 6 Zoll, so ergiebt sich demnach

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2},$$

der Vereinigungspunkt *T* liegt also in diesem Falle 2 Zoll weit von der Linse.

Wenn ein nach einem Punkte convergirendes Strahlenbündel durch eine Hohllinse aufgefangen wird, deren Mitte um die Länge *b* von jenem Convergenzpunkte absteht, so erhält man die Entfernung *a* des Punktes, von welchem der Strahlenbündel nach seinem Durchgange durch die Linse divergirt, wenn man *b* mit negativem Zeichen in die Gleichung (3) Seite 474 einführt. So lange *b* größer ist als *f*, so lange also die Strahlen nach einem Punkte *t*, Fig. 561, convergiren, welcher um mehr als die Zerstreuungsweite von dem

Fig. 561.



Glase absteht, erhält man für *a* einen negativen Werth, der größer ist als *f*, nach dem Durchgange durch die Linse divergiren also die Strahlen so, als ob sie von einem Punkte vor dem Glase kämen, der um mehr als die Zerstreuungsweite von demselben absteht.

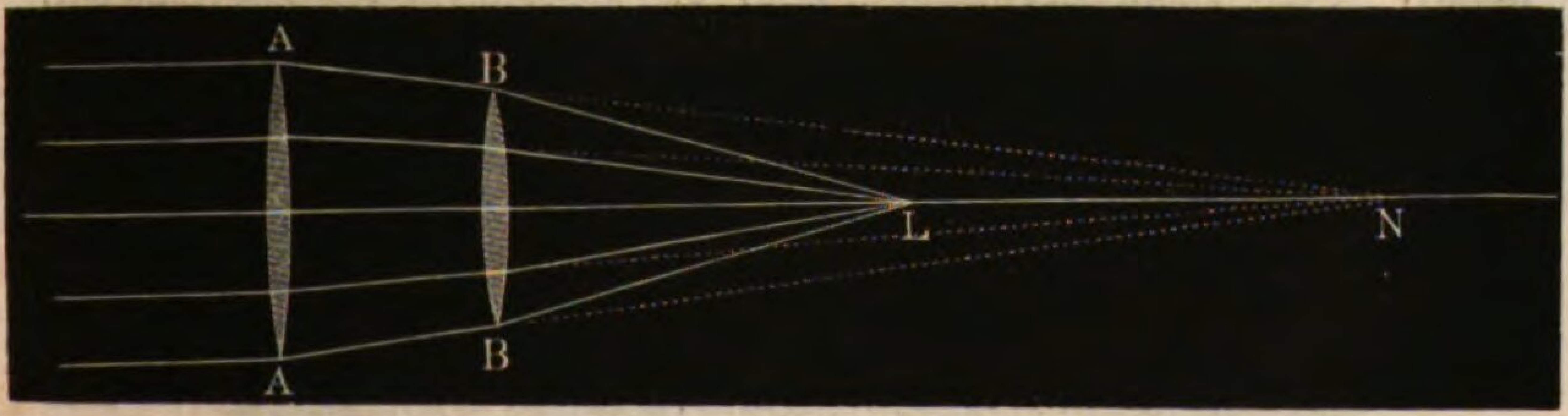
Ist $b = f$, so wird $a = \infty$, die austretenden Strahlen sind also alsdann der Axe parallel, und wenn $b < f$, wenn also das Strahlenbündel nach einem

Punkte convergirt, welcher innerhalb der Zerstreuungsweite liegt, so wird a positiv, das Strahlenbündel wird also nicht mehr divergent austreten, sondern auch nach dem Durchgange durch die Linse noch convergiren, wenn auch weniger als vorher.

Combinirte Linsen. Nach den gegebenen Formeln kann man auch die Lage des Vereinigungspunktes berechnen, wenn statt einer Linse eine Combination von mehreren in Anwendung kommt, welche eine gemeinschaftliche Axe haben, wie durch folgendes Beispiel klar werden wird. Es sei f die Brennweite der Linse A, Fig. 562, f' die der Linse B und n die Entfernuug derselben, so ist klar, daß ein mit der Axe paralleles Strahlenbündel nach seinem Durchgange durch die Linse A nach dem Brennpunkte N derselben convergirt, welcher um die Länge $f - n$ von der zweiten Linse absteht; nach §. 201 ist also die Entfernung a der Linse B vom Punkte L, in welchem die Strahlen durch die zweite Linse vereinigt werden, nach der Gleichung 202

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f - n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Fig. 562.



zu bestimmen. Für $f = 8^{cm}$, $f' = 5{,}5$ und $n = 1{,}5$ ergiebt sich $a = 2{,}98$, also nahezu 3 Centimeter.

Wenn beide Linsen dicht auf einander liegen, wenn also $n = o$, so ergiebt sich

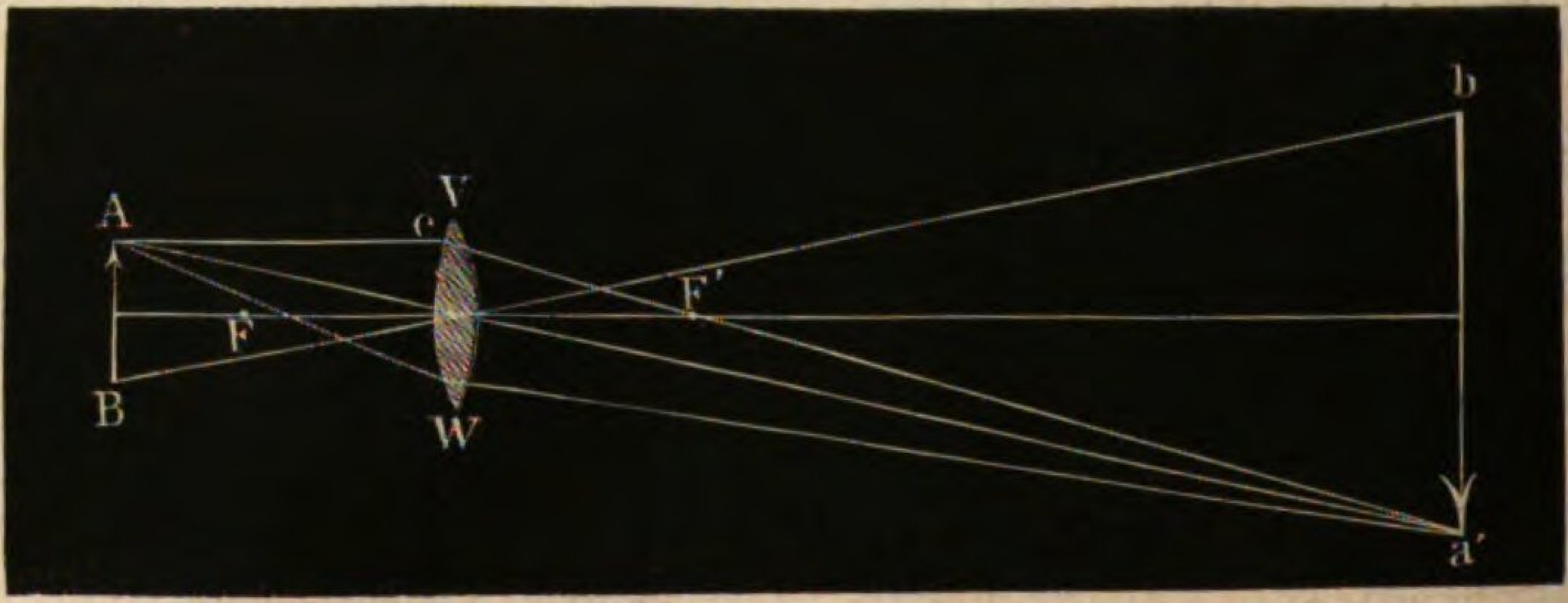
$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2).$$

Sind die Brennweiten f und f' gleich, so ist also, wenn die Linsen unmittelbar auf einander liegen und man von ihrer Dicke abstrahiren kann, die Brennweite der Combination halb so groß, als die Brennweite jeder einzelnen Linse.

Linsenbilder. In Fig. 563 (a. f. S.) sei AB ein Gegenstand, der sich auf der einen Seite vor der Linse VW befindet, aber weiter von ihr absteht als der Brennpunkt F. Die von A ausgehenden Strahlen werden in einem Punkte a auf der von A durch die Mitte O der Linse gezogenen Nebenaxe vereinigt; a ist also das Bild von A; ebenso ist b das Bild von B, mithin ist auch ab das Bild des Gegenstandes von AB; das Bild ist in diesem Falle verkehrt und ist ein wahres Sammelbild. 203

Von der Mitte der Linse aus gesehen, erscheinen Bild und Gegenstand unter gleichem Winkel; ob nun das Bild oder der Gegenstand größer ist, hängt demnach davon ab, ob Bild oder Gegenstand am weitesten vom Glase entfernt

Fig. 563.



sind. Nehmen wir an, der Gegenstand liege um die doppelte Brennweite von dem Glase entfernt, so wird das Bild auf der anderen Seite in gleicher Entfernung entstehen; in diesem Falle ist also Bild und Gegenstand gleich groß. Rückt der Gegenstand dem Glase näher, so entfernt sich das Bild, es wird also größer. Von solchen Gegenständen also, die um mehr als die Brennweite, aber weniger als die doppelte Brennweite von dem Glase abstehen, erhält man verkehrte vergrößerte Bilder; so ist in unserer Figur das Bild *ab* größer als der Gegenstand *AB*.

Wenn der Gegenstand weiter vom Glase entfernt ist als die doppelte Brennweite, so liegt das Bild näher; von entfernten Gegenständen erhält man also verkehrte verkleinerte Bilder. Wäre *a b*, Fig. 563, ein solcher Gegenstand, der um mehr als die doppelte Brennweite vom Glase absteht, so würde man das verkleinerte Bild *AB* erhalten.

Nennen wir g die Größe des Gegenstandes, g' die des Bildes, e die Entfernung des Gegenstandes und e' die Entfernung des Bildes vom Glase, so ist

$$g : g' = e : e',$$

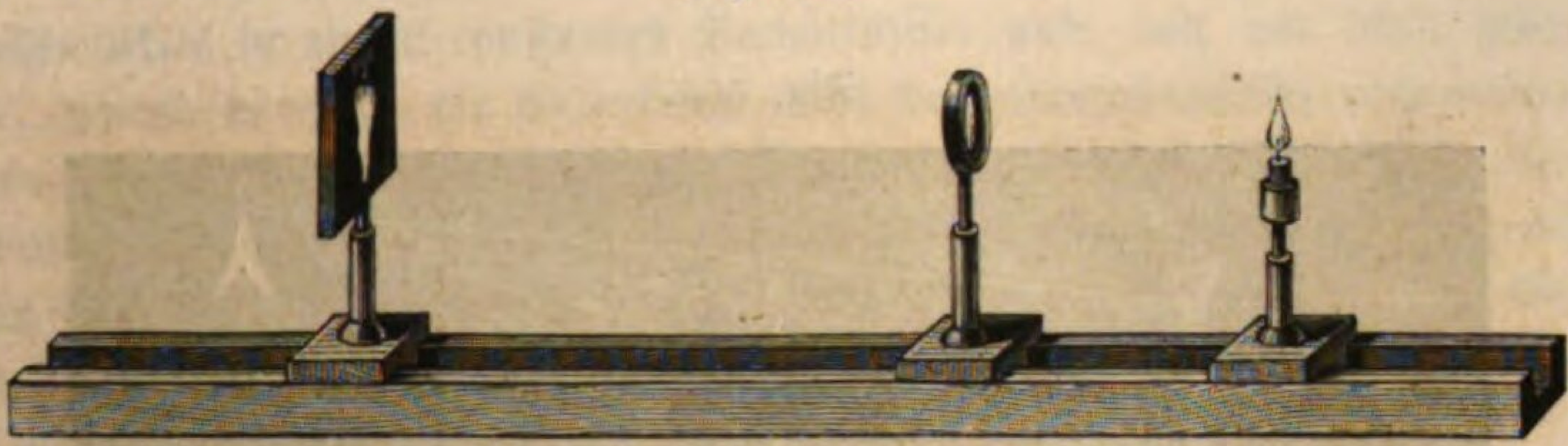
d. h. Bild und Gegenstand verhalten sich wie ihre Entfernungen von der Linse.

Bei gleichem Abstande des Gegenstandes liegen die Bilder näher am Glase, wenn die Brennweite der Linse klein, weiter, wenn sie groß ist; von entfernten Gegenständen geben also die Linsen um so kleinere Bilder, je kürzer ihre Brennweite ist; umgekehrt ist für den Fall, daß die Linse vergrößerte Bilder kleiner Gegenstände giebt, welche sich in der Nähe ihres Brennpunktes befinden, bei gleicher Entfernung des Bildes von der Linse das Bild derjenigen Linsen das größere, welche eine geringere Brennweite haben, weil bei diesen der Gegenstand näher an die Linse heranrückt.

Die Entstehung der Sammelbilder durch Linsengläser, sowie überhaupt die Gesetze der durch Linsengläser hervorgebrachten Erscheinungen, welche wir bisher betrachtet haben, lassen sich mit Hülfe der schon oben besprochenen optischen Bank experimentell nachweisen. Das entsprechende Arrangement ist Fig. 564 dargestellt, welche wohl keiner näheren Beschreibung bedarf.

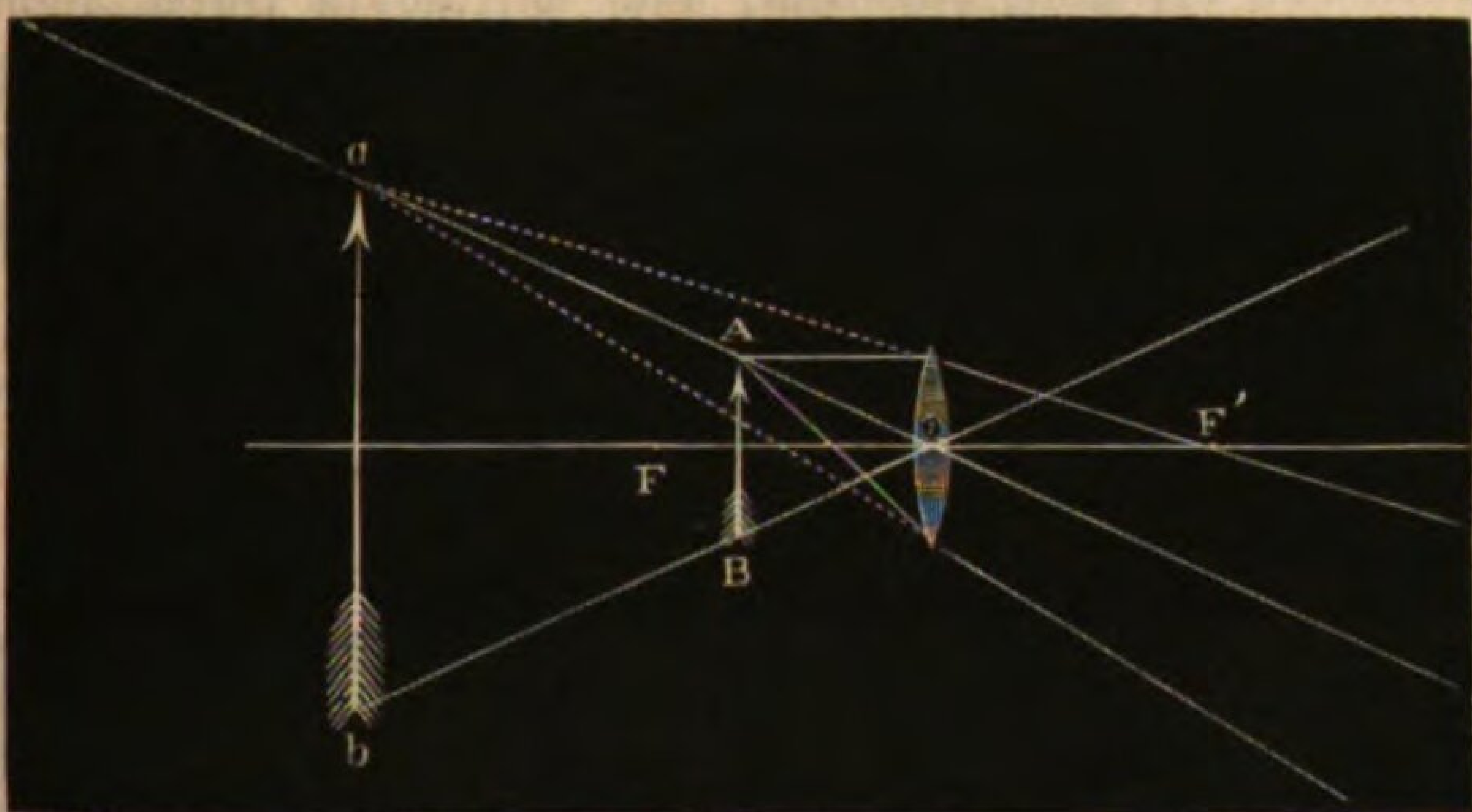
Wenn der Gegenstand noch innerhalb der Brennweite der Linse sich befindet, so kann kein Sammelbild von ihm entstehen, weil die Strahlen, welche

Fig. 564.



von einem leuchtenden Punkte ausgehen, der dem Glase näher liegt als der Brennpunkt, nach ihrem Durchgange durch das Glas immer noch divergiren. In Fig. 565 sei *AB* ein solcher innerhalb der Brennweite sich befindender Gegenstand, so divergiren die von *A* ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch das Glas, als ob sie von *a* kämen. Die Entfernung des Punktes

Fig. 565.

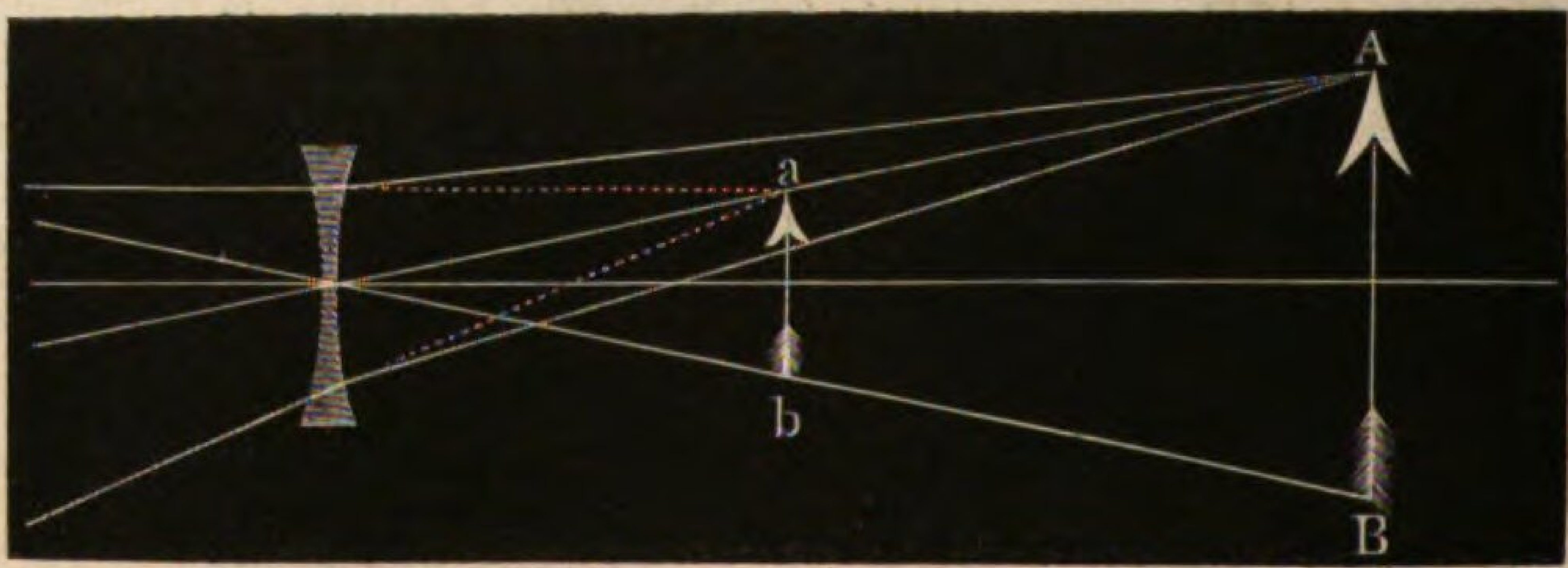


a vom Glase kann man nach den oben gegebenen Formeln leicht berechnen. Die von *B* ausgehenden Strahlen divergiren nach dem Durchgange durch die Linse so, als ob sie von *b* kämen; wenn nun ein Auge sich auf der anderen Seite des Glases befindet, so wird es statt des Gegenstandes *AB* sein Bild *ab* sehen. Da Gegenstand und Bild innerhalb desselben Winkels *aob* liegen, der Gegenstand aber dem Glase näher liegt, so ist offenbar das Bild in diesem Falle größer als der Gegenstand. Wenn man eine Linse als Loupe anwendet, um kleinere Gegenstände dadurch zu betrachten, so ist es das auf diese Weise vergrößerte Bild, welches man sieht. Wir werden darauf später noch zurückkommen.

Die Hohlgläser geben keine Sammelbilder, sondern nur Bilder der Art, wie sie bei Convexlinsen entstehen, wenn der Gegenstand sich innerhalb der Brennweite befindet. Da nun eine Hohllinse die Strahlen, welche von einem Punkte ausgehen, noch divergenter macht, als ob sie von einem näher am Glase

liegenden Punkte kämen, so ist klar, daß die Hohlgläser verkleinerte Bilder der Gegenstände zeigen, wie man leicht beim Anblicke der Fig. 566 übersehen wird, wo *AB* der Gegenstand, *ab* das Bild ist.

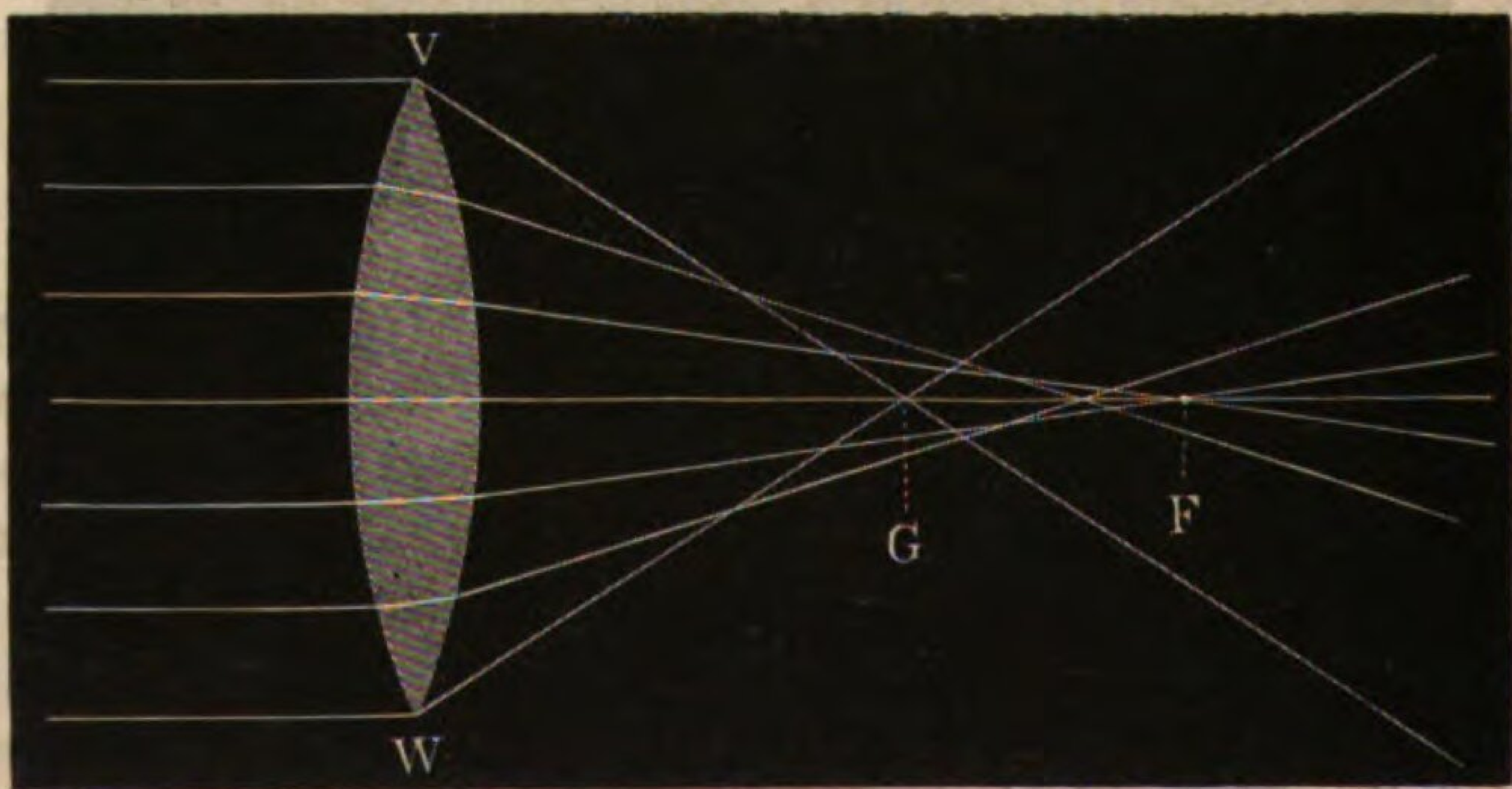
Fig. 566.



204 **Sphärische Aberration.** Man nennt den Winkel, unter welchem der Durchmesser einer Linse von ihrem Brennpunkte aus erscheint, die Oeffnung der Linse. Nur so lange dieser Winkel klein ist, werden alle Strahlen, die von einem Punkte vor der Linse ausgehen, auch wirklich in einem Punkte wieder vereinigt; sobald aber die Oeffnung zu groß ist, werden die Randstrahlen in einem Punkte vereinigt, welcher dem Glase näher liegt als der Vereinigungspunkt der centralen Strahlen. Die Oeffnung einer Linse darf im Allgemeinen nie mehr als 12 bis 15 Grade betragen.

In Fig. 567 sei *VW* ein solche Linse von großer Oeffnung, so werden die mit der Axe parallel nahe in der Mitte der Linse auffallenden Strahlen im

Fig. 567.



Brennpunkte *F* vereinigt, während die am Rande der Linse auffallenden Strahlen nach dem Punkte *G* gebrochen werden. Der Brennpunkt der centralen Strahlen liegt weiter vom Glase ab als der Brennpunkt der Randstrahlen.

Der Grund davon ist leicht einzusehen. Der oben (§. 195) geführte Beweis, daß alle von einem Punkte ausgehenden Strahlen durch eine Sammellinse nach einem Punkte hin gebrochen werden, stützt sich auf die Voraus-

setzung, daß die Einfallswinkel so klein sind, daß man ohne merklichen Fehler die Sinus der Einfallswinkel den Einfallswinkeln selbst proportional setzen kann. Nun aber steht der Sinus des Brechungswinkels zum Sinus des Einfallswinkels in einem constanten Verhältnisse, und, wie wir oben gesehen haben, wächst demnach die Ablenkung nicht dem Einfallswinkel proportional, sondern dem $n$fachen Einfallswinkel entspricht eine mehr als $n$fache Ablenkung; die Randstrahlen werden also verhältnißmäßig stärker abgelenkt als die centralen, sie müssen also die Axe schon in einem Punkte schneiden, welcher dem Glase näher liegt als der Vereinigungspunkt der Strahlen, welche durch den mittleren Theil der Linse gegangen sind.

Mit dem Namen der sphärischen Aberration bezeichnet man die Entfernung der Punkte F und G, d. h. den Abstand des Vereinigungspunktes der centralen Strahlen von dem der Randstrahlen.

Die Figur 567 stellt die Richtung der durch die Glaslinse VW gebrochenen Strahlen nahezu richtig dar; man übersieht daraus, wie außerordentlich rasch die sphärische Aberration zunimmt, wenn die Krümmung einmal über gewisse Gränzen hinaus gewachsen ist. Folgendes ist für eine Crownglaslinse annähernd genau die Entfernung des Hauptbrennpunktes F der centralen Strahlen von dem Vereinigungspunkte G der Randstrahlen, bei verschiedener Größe der Linsenöffnung:

15°	0,025 der Brennweite.
22°	0,062 » »
30°	0,150 » »
45°	0,375 » »

Es geht daraus hervor, wie sehr man stark gekrümmte Linsen vermeiden muß, wenn die Reinheit der Bilder nicht allzusehr beeinträchtigt werden soll. Linsen von kurzer Brennweite können deshalb auch nur einen sehr kleinen Durchmesser haben, mithin auch nur Lichtbüschel von unbedeutendem Umfange auffangen.

Wo es darauf ankommt, bei kurzer Brennweite eine größere Lichtmenge zu vereinigen, wird es immer vortheilhafter sein, eine Combination von zwei oder mehreren Linsen größerer Brennweite in Anwendung zu bringen, die entweder dicht hinter einander stehen oder in einiger Entfernung von einander angebracht sind, wie Fig. 562 S. 477.

Es läßt sich die Richtigkeit dieser Behauptung annähernd schon durch folgende Betrachtung darthun. Für eine Linse von 30° Oeffnung, deren Brennweite f ist, beträgt der Fehler der sphärischen Aberration $0{,}15\,f$. Eine Linse, deren Brennweite doppelt so groß ist, also $2f$ beträgt, wird nun bei gleichem Durchmesser nur 15° Oeffnung haben, also für sie der fragliche Fehler $0{,}025 \,.\, 2f = 0{,}05\,f$ betragen. Wenn man nun zwei solcher Linsen dicht hinter einander combinirt, so ist die Brennweite dieser Combination wieder f, der Fehler wegen der sphärischen Aberration höchstens doppelt so groß als der Fehler, welchen jede Linse bei parallel einfallenden Strahlen hervorbringt, also höchstens $0{,}1\,f$.

Ein genauerer Beweis läßt sich durch Rechnung aus den in §. 201 und §. 202 entwickelten Grundsätzen ableiten.

Um auch durch den Versuch zu zeigen, wie eine Linsencombination reinere Bilder giebt als eine einfache Linse von gleichem Durchmesser und gleicher Brennweite, vergleiche man nur die Bilder, welche etwa eine einfache Linse von 6 Zoll Brennweite und 4 Zoll Durchmesser giebt, mit dem Bilde, welches zwei dicht hinter einander gesetzte Linsen, deren jede 12 Zoll Brennweite und 4 Zoll Durchmesser hat, von demselben Gegenstande entwerfen.

Ein Linsensystem, bei welchem zwei oder mehrere Linsen so combinirt sind, daß die sphärische Aberration möglichst gering wird, nennt man aplanatisch.

Viertes Capitel.

Prismatische Farbenzerstreuung.

Zerlegung des weißen Lichtes. Bereits auf Seite 450 haben wir gesehen, daß ein Bündel Sonnenstrahlen, durch ein Prisma aufgefangen, nicht nur von seiner Richtung abgelenkt, sondern auch in Strahlen von verschiedener Farbe zerlegt wird, welche aus dem Prisma in verschiedener Richtung austreten. 205

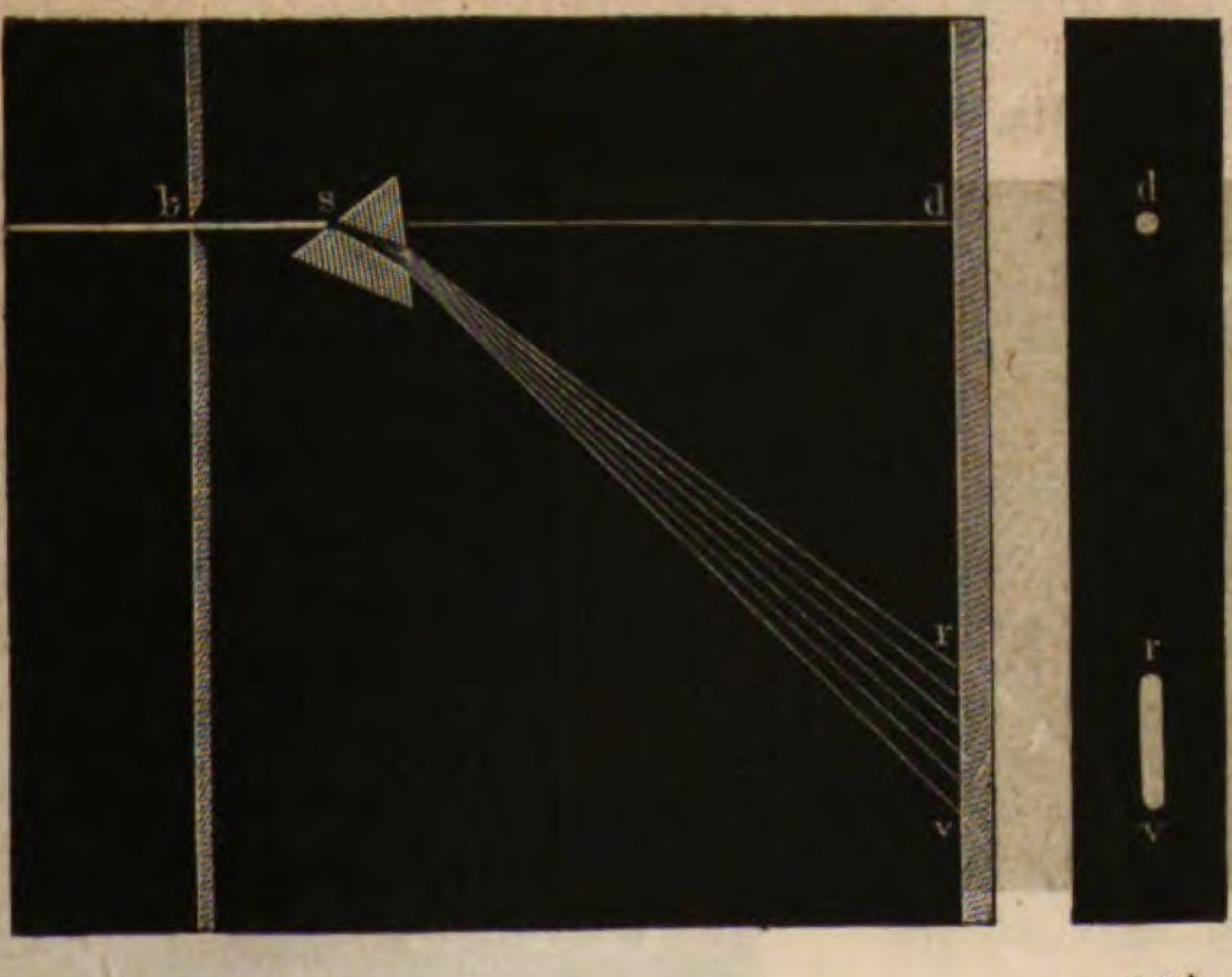
Fängt man das vom Prisma aus divergirende Strahlenbündel auf einem Schirme auf, so erhält man das Spectrum, welches Fig. 1, Tab. I. abgebildet ist und welches wir jetzt näher betrachten wollen.

Wir unterscheiden im Spectrum sieben Hauptfarben, die allmälig in einander übergehen; sie sind: Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violett.

Diese Farben werden einfache Farben, prismatische Farben oder auch Regenbogenfarben genannt.

Das rothe Ende des Spectrums *r*, Fig. 568, ist jederzeit der Stelle zu-

Fig. 568.



gekehrt, an welcher das weiße Sonnenbildchen *d* erscheinen würde, wenn das Prisma nicht da wäre; die rothen Strahlen haben also die geringste Ablenkung erfahren.

Die Breite des Spectrums hängt unter sonst gleichen Umständen ab:

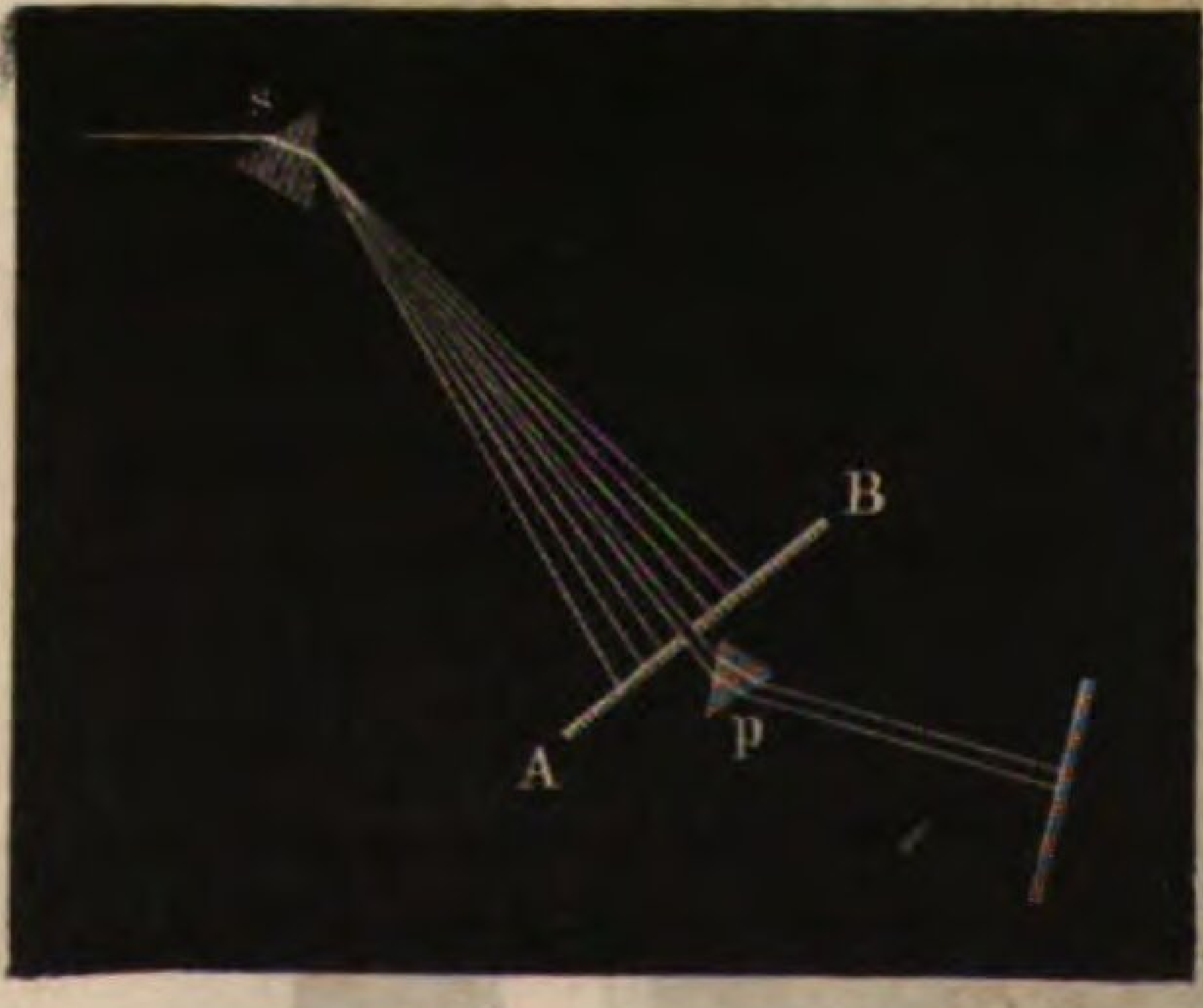
1) Von dem brechenden Winkel des Prismas Von zwei Glasprismen derselben Glassorte, deren brechende Winkel 45° und 60° betragen, wird letzteres ein bedeutend breiteres Spectrum geben.

2) Von dem Stoffe, aus welchem das Prisma verfertigt ist, wie wir das später noch näher sehen werden. Bei gleichem brechenden Winkel giebt z. B. ein Prisma von Schwefelkohlenstoff ein bedeutend breiteres Spectrum als ein Wasserprisma.

Um das prismatische Farbenbild zu sehen, ist es nicht nöthig, daß man durch ein Prisma ein Sonnenspectrum auf einer weißen Wand hervorbringt; man braucht nur durch ein Prisma nach einem schmalen hellen Gegenstande hinzusehen. Betrachtet man z. B. eine Kerzenflamme durch ein vertical gehaltenes Prisma, so erscheint sie bedeutend in die Breite gezogen und auf die erwähnte Weise gefärbt. Wenn man in einen Fensterladen ein Loch von ungefähr 1^cm Durchmesser einschneidet, so sieht man durch diese Oeffnung den hellen Himmel, also einen hellen Kreis auf dunklem Grunde. Betrachtet man ihn aber durch das Prisma, so sieht man statt des weißen Kreises ein sehr in die Länge gezogenes farbiges Bild, von welchem Alles gilt, was oben von dem an die Wand geworfenen Spectrum gesagt wurde.

Die Bildung des Spectrums ist eine Folge der ungleichen Brechbarkeit der verschiedenfarbigen Strahlen, welche im weißen Lichte enthalten sind; die rothen Strahlen bilden mit den violetten nach dem Durchgange durch das Prisma einen Winkel, sie divergiren, und zwar sind die violetten Strahlen mehr von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt als die rothen. Die violetten Strahlen sind unter allen die am stärksten brechbaren, die rothen sind es am wenigsten. Die grünen Strahlen sind stärker brechbar als die rothen und weniger als die violetten, weil im Spectrum das Grün zwischen Roth und Violett liegt.

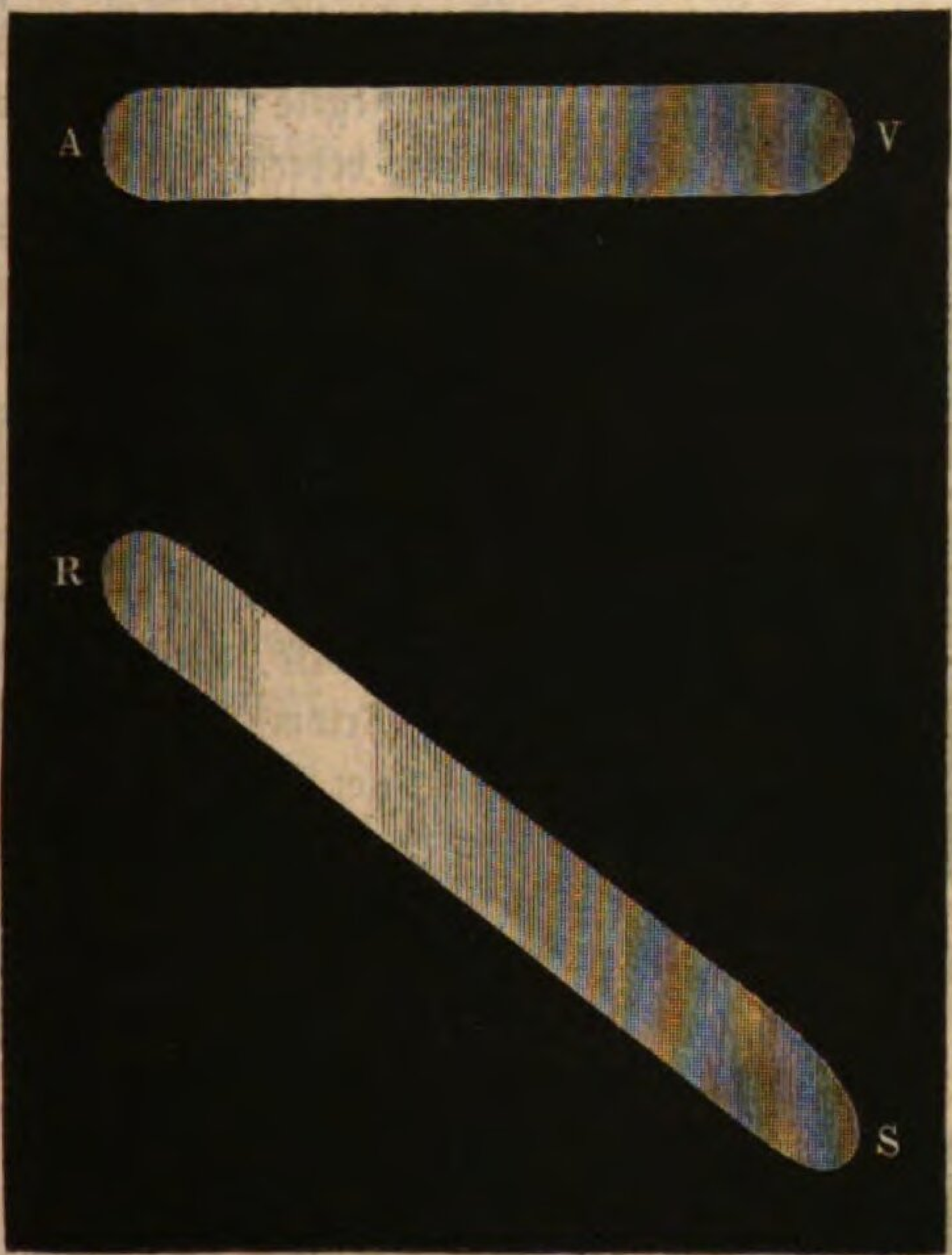
Fig. 569.



Wenn man ein Spectrum auf einem Schirme *AB*, Fig. 569, auffängt, an einer bestimmten Stelle desselben, etwa da, wo die blauen Strahlen auffallen, ein Loch macht, so werden alle Farben aufgefangen, und nur ein farbiger Strahl geht durch die Oeffnung hindurch; dieser Strahl nun läßt sich auf keinerlei Weise weiter zerlegen, und wenn man ihn auch durch ein zweites Prisma gehen läßt, so bleibt die Farbe doch unverändert.

Wenn man ein horizontales, etwa auf einem Papierschirm aufgefangenes Spectrum *A V*, Fig. 570, durch ein Prisma betrachtet, dessen brechende Kante gleichfalls horizontal steht, so wird es als ein schräg stehendes Spectrum *RS* erscheinen, welches bei *R* sein rothes, bei *S* sein violettes Ende hat, und in welchem die Farben genau in derselben Ordnung auf einander folgen, wie in dem ursprünglichen Spectrum *A V*. Dieser Erfolg ist leicht vorauszusehen, wenn man bedenkt, daß das zweite Prisma keine weitere Zerlegung der homogenen Farben des Spectrums *A V* bewirken kann, daß es aber die einzelnen Farben um so stärker ablenkt, je brechbarer sie sind.

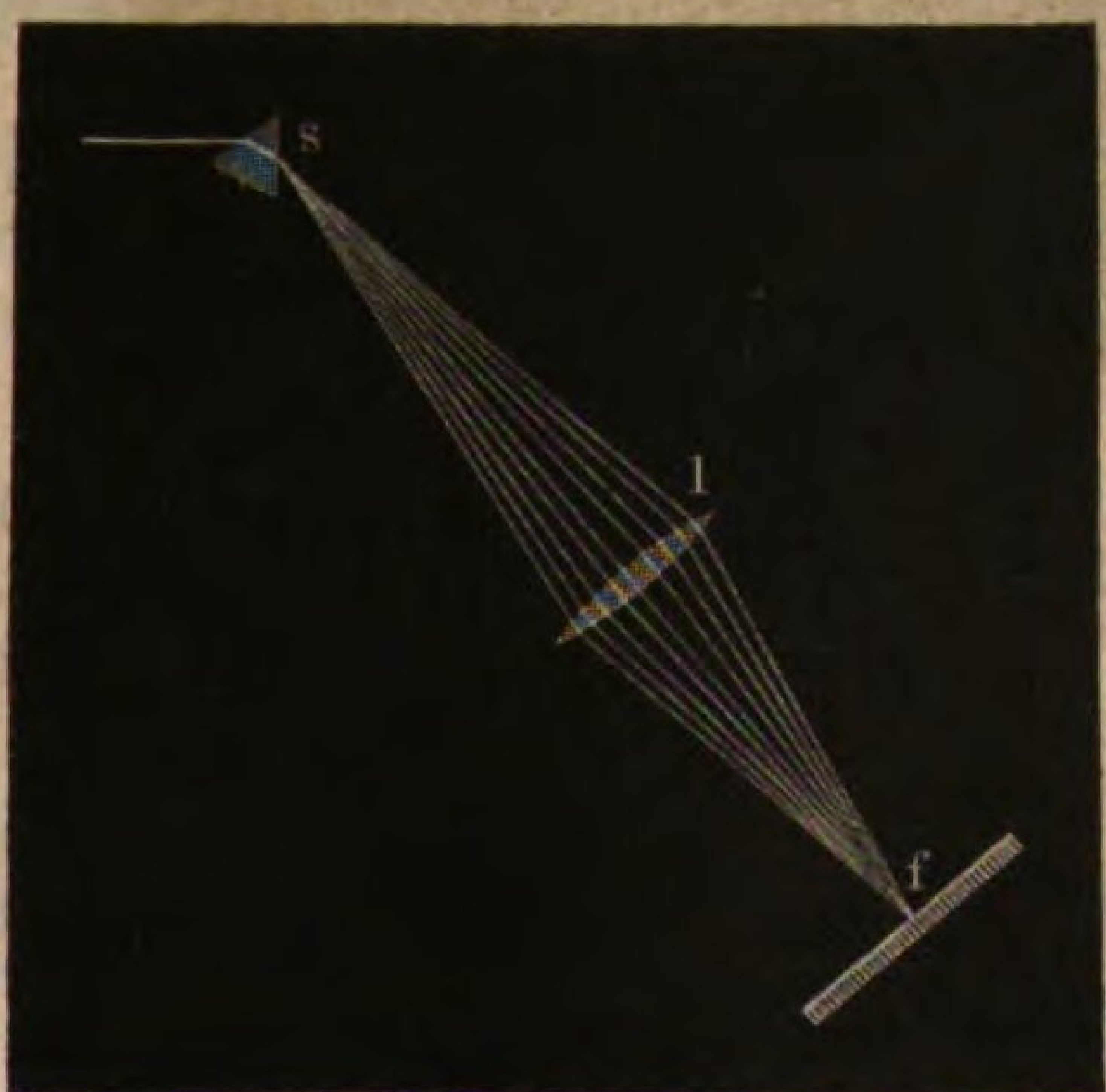
Fig. 570.



Nach Newton nennt man das einfache Licht auch **homogenes Licht**.

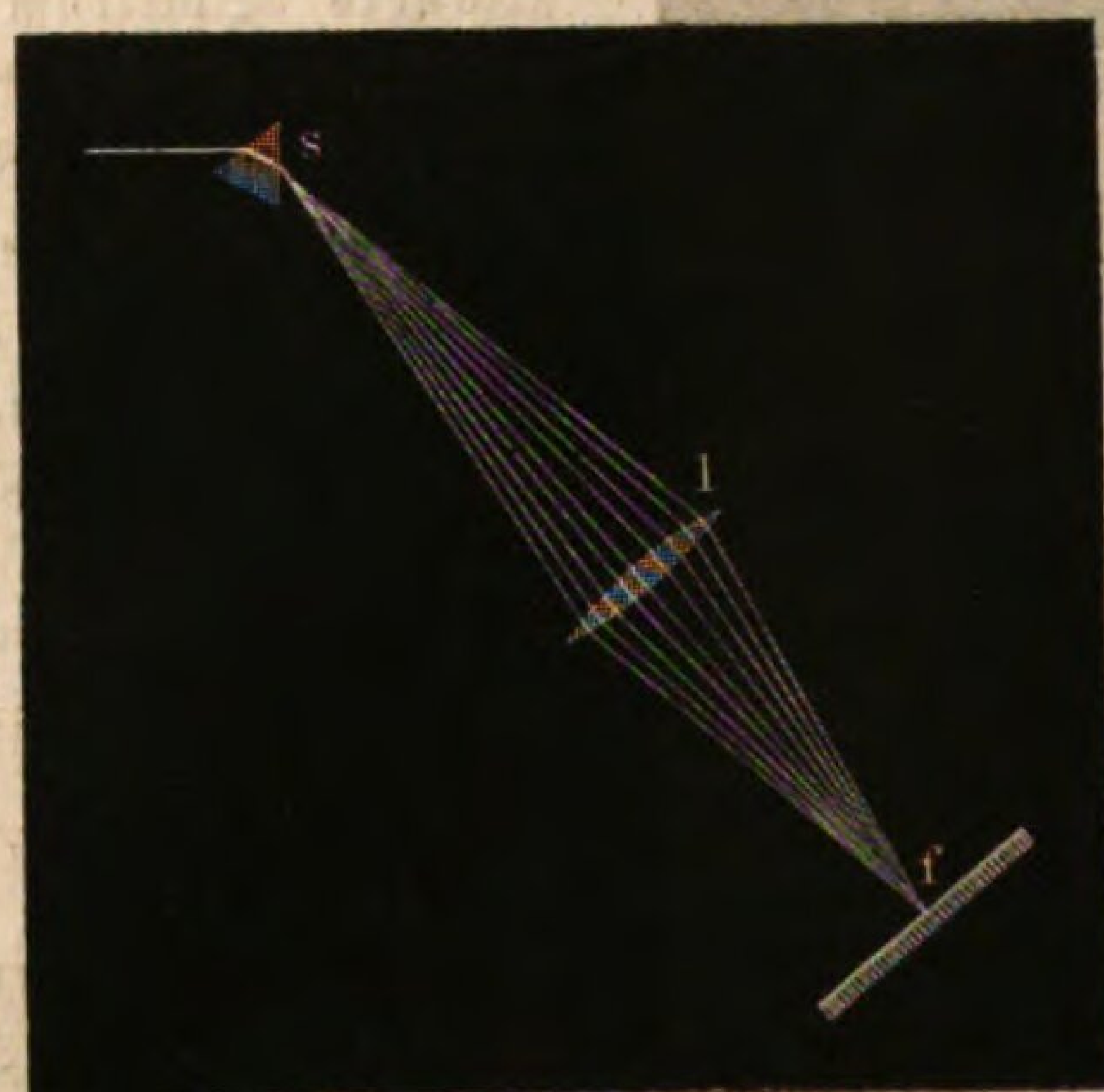
Aus den einfachen Farben des Spectrums läßt sich das weiße Licht wieder zusammensetzen. Wenn man die von dem Prisma *s*, Fig. 571, divergirenden, ein Spectrum bildenden Strahlen mit einer Linse *l* auffängt, so werden die verschiedenfarbigen Strahlen durch dieselbe in einem Punkte *f* vereinigt, und wenn man hier das Sonnenbild auf einem mattgeschliffenen Glase oder auf einem Papierschirme auffängt, so erscheint es wieder blendend weiß, obgleich verschiedenfarbige Strahlen auf die Linse auffielen. Hält man den Schirm nicht in den Ver- 206

Fig. 571.



einigungspunkt *f*, sondern weiter von der Linse weg, so erhält man wieder ein umgekehrtes Spectrum, ein Beweis, daß sich die verschiedenfarbigen Strahlen in *f* kreuzten.

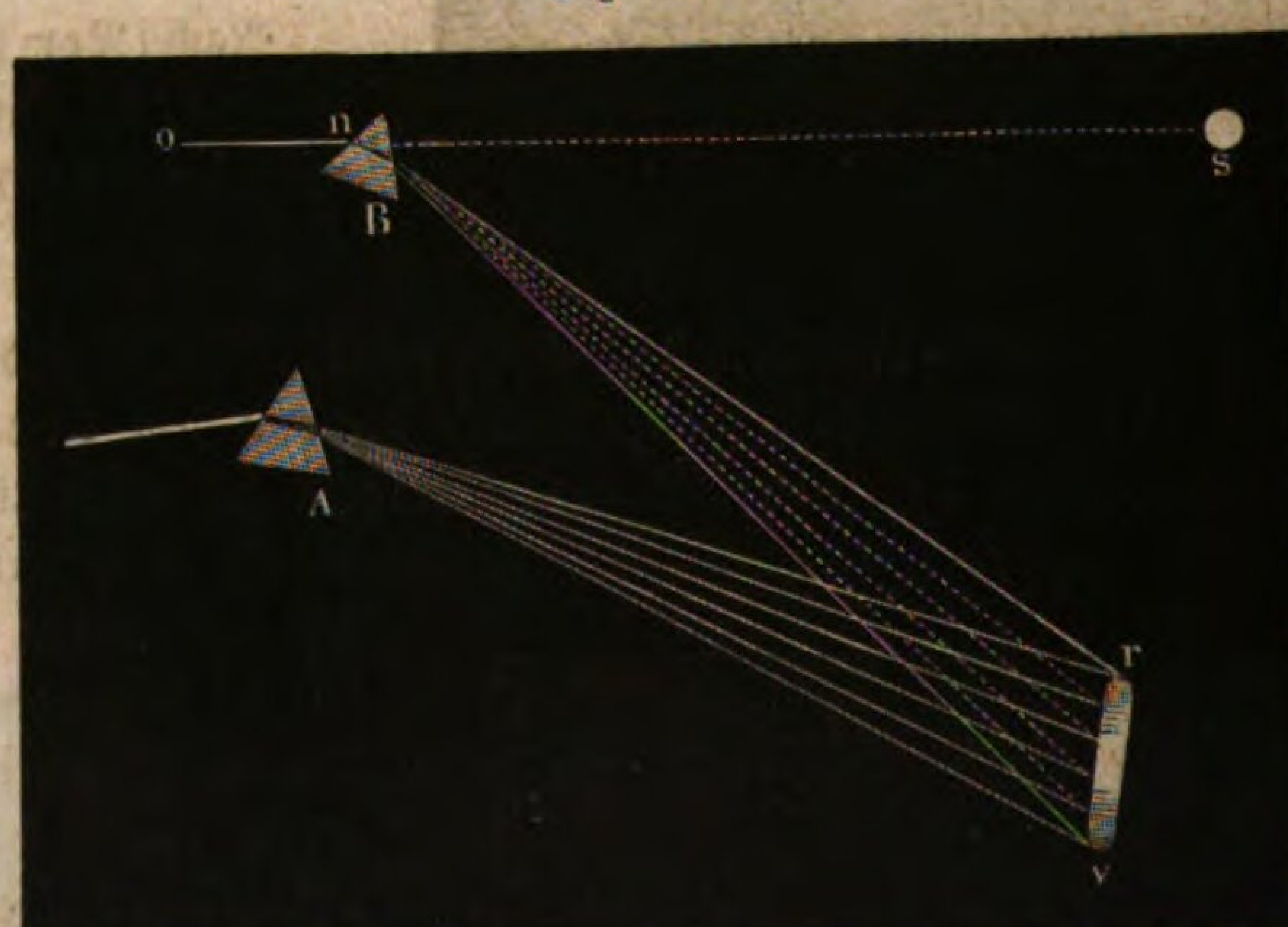
Fig. 571.



Man kann sich zu diesen Versuchen auch eines Sammelspiegels anstatt einer Linse bedienen.

Daß die prismatischen Farben zusammen Weiß geben, geht auch aus dem sehr überraschenden, ebenfalls von Newton angegebenen Versuche hervor, daß das lange prismatische Farbenbild, durch ein zweites Prisma gesehen, bei richtiger Stellung desselben wieder als ein vollkommen weißes und nicht in die Breite gezogenes Bild erscheint. In Fig. 572 sei *rv* ein Spectrum, welches, durch das Prisma *A* erzeugt, auf einer weißen Wand aufgefangen ist. Wenn

Fig. 572.



nun ein zweites Prisma *B* so aufgestellt wird, daß es dasselbe Spectrum *rv* an derselben Stelle erzeugen würde, wenn ein Sonnenstrahl in der Richtung *on* darauf fiele, so ist klar, daß auch die Strahlen, die von dem Spectrum auf dieses Prisma *B* fallen, in der Richtung *no* austreten werden; ein in *o* befindliches Auge muß also in der Richtung *ons* ein weißes Bild des farbigen Spectrums sehen. Die Stellung, die man dem Prisma *B* geben muß, läßt sich leicht durch den Versuch ausmitteln.

Wenn man eine kreisförmige Scheibe in sieben Sectoren theilt und diese mit Farben bemalt, die den prismatischen möglichst ähnlich sind, so erscheint die Scheibe bei rascher Rotation nicht mehr farbig, sondern weislich; sie würde vollkommen weiß erscheinen, wenn die Sectoren mit den reinen prismatischen Farben bemalt werden könnten, und wenn die Breite der einzelnen farbigen Sectoren genau in demselben Verhältnisse zu einander ständen, wie die Breiten der entsprechenden Theile des Spectrums. Um nach demselben Principe mit reinen prismatischen Farben operiren zu können, brachte Münchow das Prisma mit einem Uhrwerke in Verbindung, um es in eine rasche oscillirende Bewegung versetzen zu können. Durch diese Bewegung des Prismas geht nun auch das auf einem Schirme aufgefangene Spectrum rasch hin und her, und da zeigt sich dann statt des farbigen Spectrums ein weißer Lichtstreifen, der nur an den Enden noch etwas farbig erscheint. Das Auge empfängt nämlich von jedem Punkte des Schirmes rasch auf einander die Eindrücke aller einzelnen Farben, die einzelnen Eindrücke verwischen sich und bringen so die Empfindung von Weiß hervor.

Wenn man einen schmalen weißen Streifen durch ein Prisma, dessen brechende Kante parallel ist mit der Längsrichtung des Streifens, betrachtet, so sieht man ein in die Breite gezogenes Farbenbild mit Roth an der einen und Violett an der anderen Seite; betrachtet man aber denselben Streif *ab*, Fig. 573, durch ein Prisma, dessen brechende Kante rechtwinklig steht auf der Längs-

Fig. 573.



richtung des Streifens, so erscheint er als ein etwas verlängerter Streifen, welcher in der Mitte vollkommen weiß bleibt. Nur an den Enden ist er etwas gefärbt und zwar roth bei *a'*, blau bei *b'*.

Es läßt sich dies leicht erklären. Denken wir uns eine Reihe kleiner weißer Quadratchen auf schwarzem Grunde so zusammengestellt, wie es unsere Figur zeigt, so wird jedes derselben, durch ein Prisma betrachtet, ein vollständiges Spectrum bilden. Ist die brechende Kante parallel mit der verticalen Kante der Quadrätchen, so erscheint das oberste Quadrat als Spectrum in *rv*, und jedes nach unten folgende giebt ein gleiches nur gegen das obere etwas nach links verrücktes Spectrum, wie es unsere Figur zeigt. Das unterste weiße Quadrätchen giebt das Spectrum *np*.

Denken wir uns nun alle Quadrätchen vertical in die Höhe geschoben, bis sie mit 1 einen horizontalen Streif bilden, welcher dem Streifen *ab* gleich ist, so werden nun auch alle die Spectra über einander geschoben, welche den einzelnen weißen Quadrätchen entsprechen. Auf das Indigo im Spectrum des 1sten Quadrats fällt das Violett aus dem Spectrum des 2ten. Auf das Blau im Spectrum des 1sten Quadrats fällt das Indigo aus dem Spectrum des 2ten, und das Violett aus dem Spectrum des 3ten u. s. w. In dem mittleren Theile fallen endlich alle Farben auf einander; so fällt z. B. auf das Roth im Spectrum des 1sten Quadrats, das Orange aus dem Spectrum des 2ten, das Gelb aus dem Spectrum des 3ten, das Grün, Blau, Indigo und Violett aus dem Spectrum des 4ten, 5ten, 6ten und 7ten Quadrats; hier wie in dem ganzen mittleren Theile des durch Aufeinanderschieben der einzelnen Spectra entstehenden Streifens muß also weiß gebildet werden, welches, wie man aus dem Anblick der Figur leicht ableiten kann, am einen Ende durch Gelb in Roth, am anderen durch Blau in Violett übergehen muß, welche letztere Farbe aber meist wegen ihrer Lichtschwäche kaum merklich ist.

Was hier von dem weißen Papierstreifen gesagt ist, gilt von jedem weißen Gegenstande von bedeutenderer Ausdehnung, den man durch ein Prisma betrachtet, er erscheint nur an den Rändern gefärbt.

Ein breiter schwarzer Streifen auf weißem Grunde bietet, durch ein Prisma betrachtet, gerade die umgekehrten Erscheinungen dar; das prismatische Bild erscheint nämlich an dem Ende, welches am wenigsten abgelenkt ist, mit einem violetten und blauen Rande, am anderen Ende aber mit einem rothen und gelben. Um diese Umkehrung zu erklären, braucht man nur zu bedenken, daß die Farben nicht von dem schwarzen Streifen selbst, sondern von den weißen Räumen herrühren, die ihn begränzen. Wenn der schwarze Streifen selbst sehr schmal ist, so verschwindet im Bilde das Schwarz in der Mitte vollständig

207 **Complementäre Farben.** Da alle einfachen Farben, im richtigen Verhältnisse (d. h. in dem Verhältnisse, wie es das Spectrum giebt), vereinigt, weißes Licht bilden, so reicht es hin, eine oder mehrere der einfachen Farben zu unterdrücken oder nur ihr Verhältniß zu ändern, um aus Weiß irgend einen Farbenton zu machen. Unterdrückt man z. B. im weißen Lichte das Roth, Orange und Gelb des Spectrums, während alle anderen Farben ungeändert bleiben, so wird man eine blaue Färbung erhalten, der man nur wieder Roth, Orange und Gelb hinzufügen darf, um das Weiß wieder herzustellen.

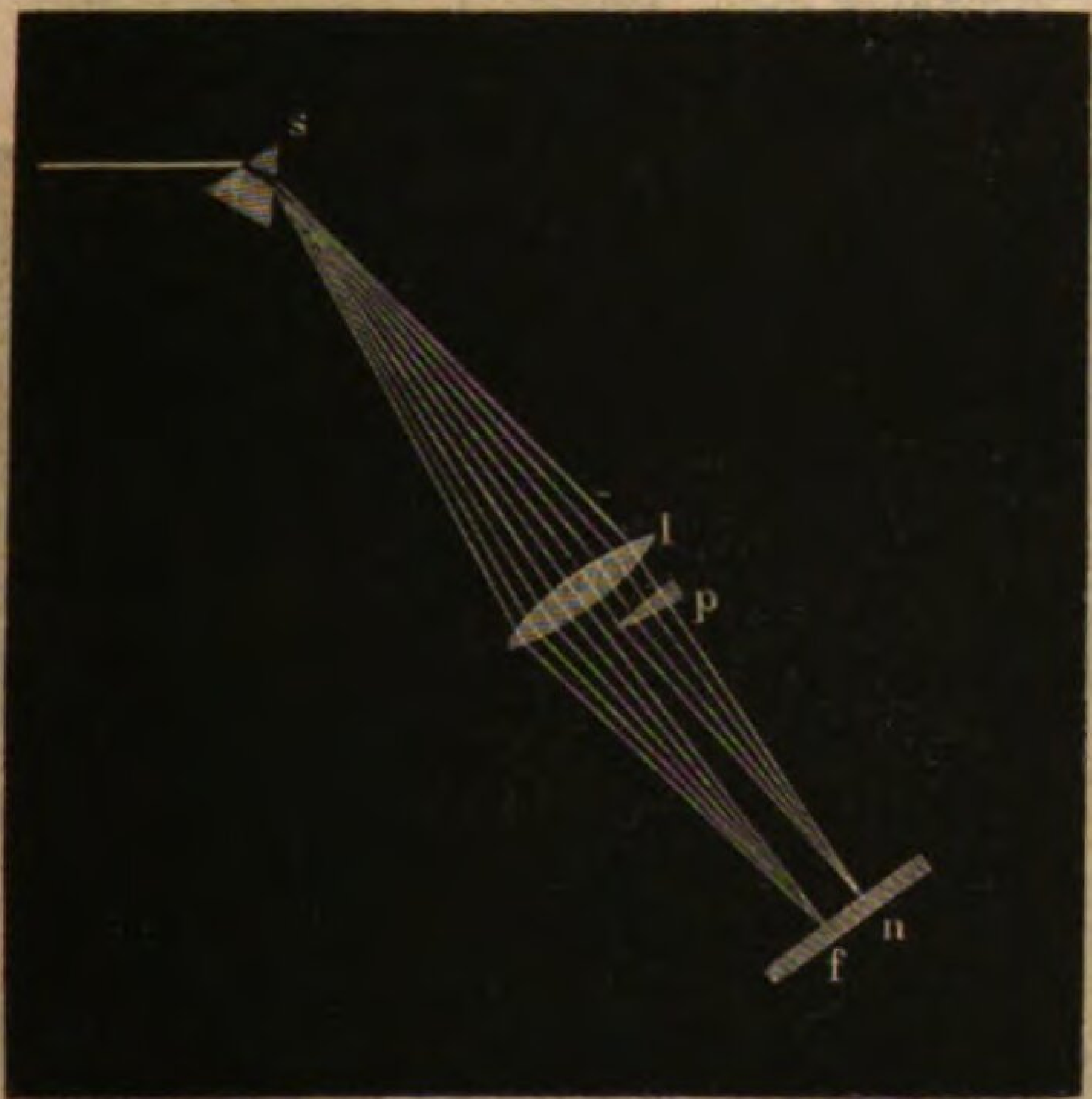
Es läßt sich dies wirklich experimentell ausführen. Wenn man durch einen geeigneten, nahe hinter das Prisma *A*, Fig. 572 auf S. 486, gehaltenen Schirm einen Theil des Spectrums *rv* auffängt, so wird das Bildchen bei *s* nicht mehr weiß, sondern gefärbt erscheinen. Fängt man das rothe Ende des Spectrums vom Gelb an auf, so erscheint *s* blau; es erscheint gelb, wenn man das andere Ende blau, indigo und violett auffängt.

Die Farben, welche durch den nahe hinter *A* gehaltenen Schirm aufgefangen werden, bilden mit den in *rv* Fig. 572 noch übrig bleibenden zusam-

men offenbar Weiß. Zwei Farbentöne aber, welche diese Bedingung erfüllen, d. h. welche zusammengenommen Weiß geben, heißen **complementäre** Farben. Jede Farbe hat auch ihre complementäre, denn wenn sie nicht weiß ist, so fehlen ihr gewisse Strahlen, um Weiß zu bilden, und diese fehlenden Strahlen zusammengenommen machen die complementäre Farbe aus.

Sehr schön läßt sich das Wesen der complementären Farben durch folgenden einfachen Versuch klar machen. Man vereinige nach der durch Fig. 571 erläuterten Weise die aus einem Prisma austretenden farbigen Strahlen durch eine Linse *l* auf einem Schirme, so daß bei *f* ein weißes Bild entsteht. Fängt man nun hinter der Linse durch ein Prisma *p*, Fig. 574, von sehr kleinem brechenden Winkel (8 bis 10⁰) einen Theil der nach *f* convergirenden Strahlen auf, so werden diese aufgefangenen Strahlen abgelenkt und seitlich in *n* vereinigt. Nun aber erscheint das Bild in *f* sowohl als auch das in *n* gefärbt, und zwar ist der oben gegebenen Definition zufolge der Farbenton des Bildes *f* **complementär** zu dem des Bildes *n*.

Fig. 574.



Fängt man durch das flache Prisma *p* nur die rothen und orangefarbenen Strahlen ab, so wird das Bild *n* einen rothen, das Bild *f* einen grünen Farbenton zeigen. Das Grün des Bildes *f* ist complementär zu dem Roth des Bildes *n*.

Schiebt man das Prisma *p* mehr gegen die Mitte des Spectrums hin, bis seine brechende Kante ungefähr in der Mitte des Grün steht, so geht der Farbenton von *n* allmälig in Gelb, der von *f* allmälig in Blau über.

Dieser Versuch läßt sich auf die mannigfaltigste Weise abändern, indem man ja das Prisma *p* (vorausgesetzt, daß es die entsprechenden Dimensionen hat) auch so stellen kann, daß es die mittleren Strahlen des Spectrums auffängt und in *n* vereinigt.

Solche Versuche zeigen auch, daß **blaue Farbentöne complementär zu gelben sind**, und daß **die verschiedenen Nuancen von Grün rothe Farbentöne zur Complementärfarbe haben**.

Fraunhofer'sche Linien. Um das Spectrum möglichst schön zu er- 208
halten, verfährt man in der Regel auf folgende Weise. Vor dem Laden, wel-

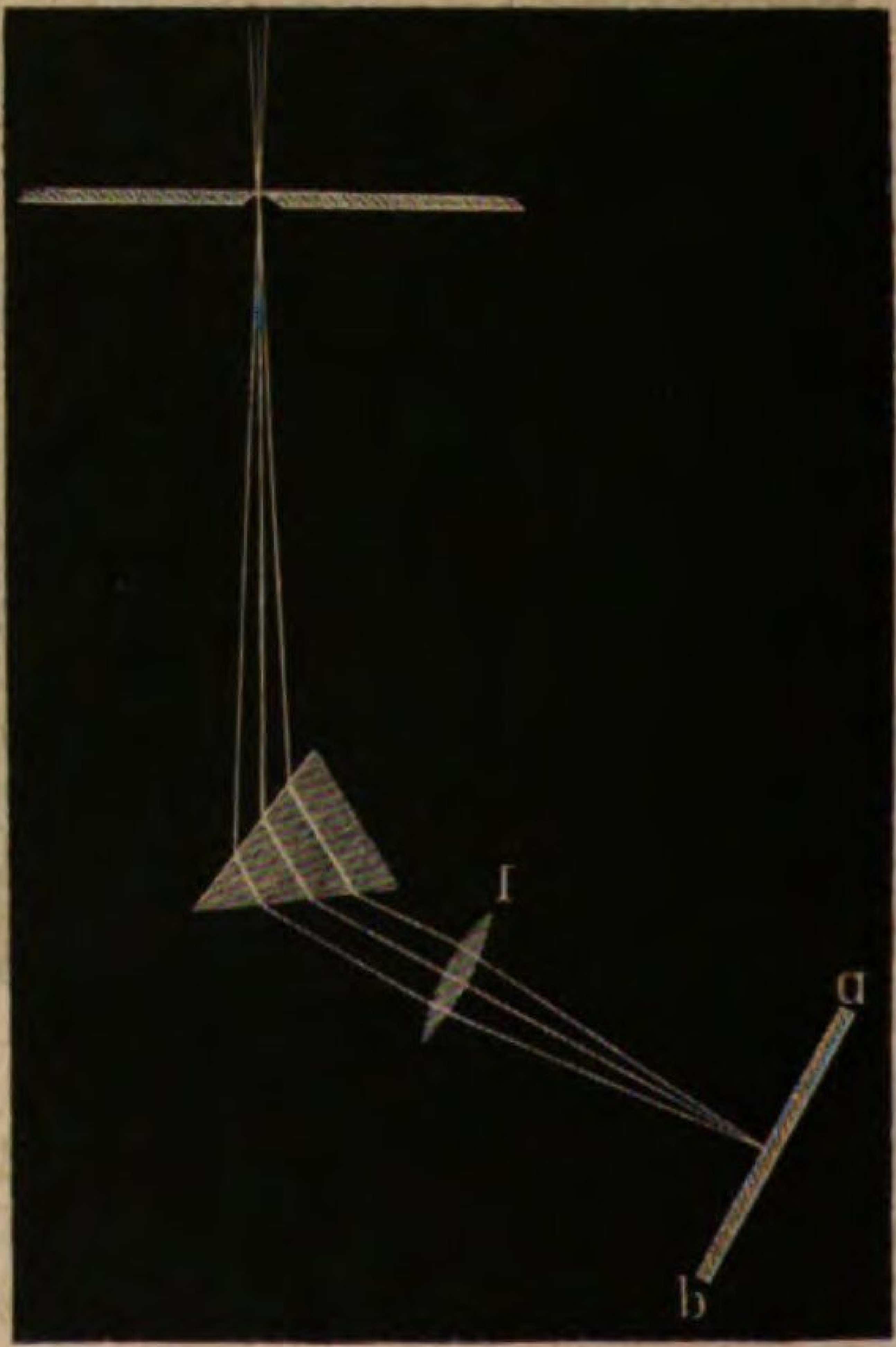
cher das Fenster des dunklen Zimmers verschließt, in dem man experimentiren will, ist ein Spiegel angebracht, welcher so gerichtet werden kann, daß er die Sonnenstrahlen in horizontaler Richtung durch eine Oeffnung des Ladens ins Zimmer wirft Als Oeffnung dient eine verticale Spalte von ungefähr $\frac{1}{2}$ bis 1 Zoll Höhe und 1 bis 2 Millimeter Breite. Das durch diesen Spalt eingedrungene Lichtbündel wird in einer Entfernung von 4 bis 6 Schritten durch ein Prisma von Flintglas oder Schwefelkohlenstoff aufgefangen und in dem Wege des durch das Prisma abgelenkten Strahlenbündels in geeigneter Entfernung ein Schirm von weißem Papier aufgestellt.

Das auf diese Weise erzeugte Spectrum zeigt jedoch die einzelnen Farben noch keineswegs vollkommen rein, denn die Sonne hat einen namhaften Durchmesser, und jeder Verticalstreifen im Spiegelbilde der Sonne erzeugt sein eigenes

Fig. 575.



Fig. 576.



Spectrum, und alle die den verschiedenen Partien der Sonne entsprechenden Farbenspectra fallen in unserem Farbenbilde theilweise übereinander.

Ein ganz reines Spectrum kann man dadurch erhalten, daß man unmittelbar vor das Prisma einen zweiten, mit dem ersten parallelen Spalt setzt, wie dies Fig. 575 angedeutet ist.

In einem so erzeugten Spectrum erscheint nun eine Reihe von schwarzen Streifen, welche zur Längenrichtung des Spectrums rechtwinklig sind, wie man Fig. 577 sieht. Stellt man den Versuch auf die beschriebene Weise an, so erhält man immer nur ein lichtschwaches Spectrum, auf welchem die Streifen keineswegs scharf hervortreten.

Um das Spectrum auf dem Schirme lichtstärker und die Streifen schärfer

Fig. 577.



zu erhalten, kann man verfahren, wie Fig. 576 angedeutet ist. Der Schirm mit dem zweiten Spalte, der in Fig. 575 vor dem Prisma stand, wird entfernt und dicht hinter dem Prisma eine Linse von 3 bis 10 Fuß Brennweite aufgestellt, welche das von dem Prisma divergirende Strahlenbündel auffängt. Stellt man nun den Schirm *ab* in solcher Entfernung von der Linse auf, daß ein scharfes Bild des Spaltes entstehen würde, wenn nur vollkommen homogenes Licht durch denselben eindränge, so erhält man ein brillantes Spectrum mit scharfen Linien.

Um die Erscheinung möglichst rein zu zeigen, müßte der Spiegel vor dem Laden ein Metallspiegel und die Linse *l* eine achromatische Linse sein.

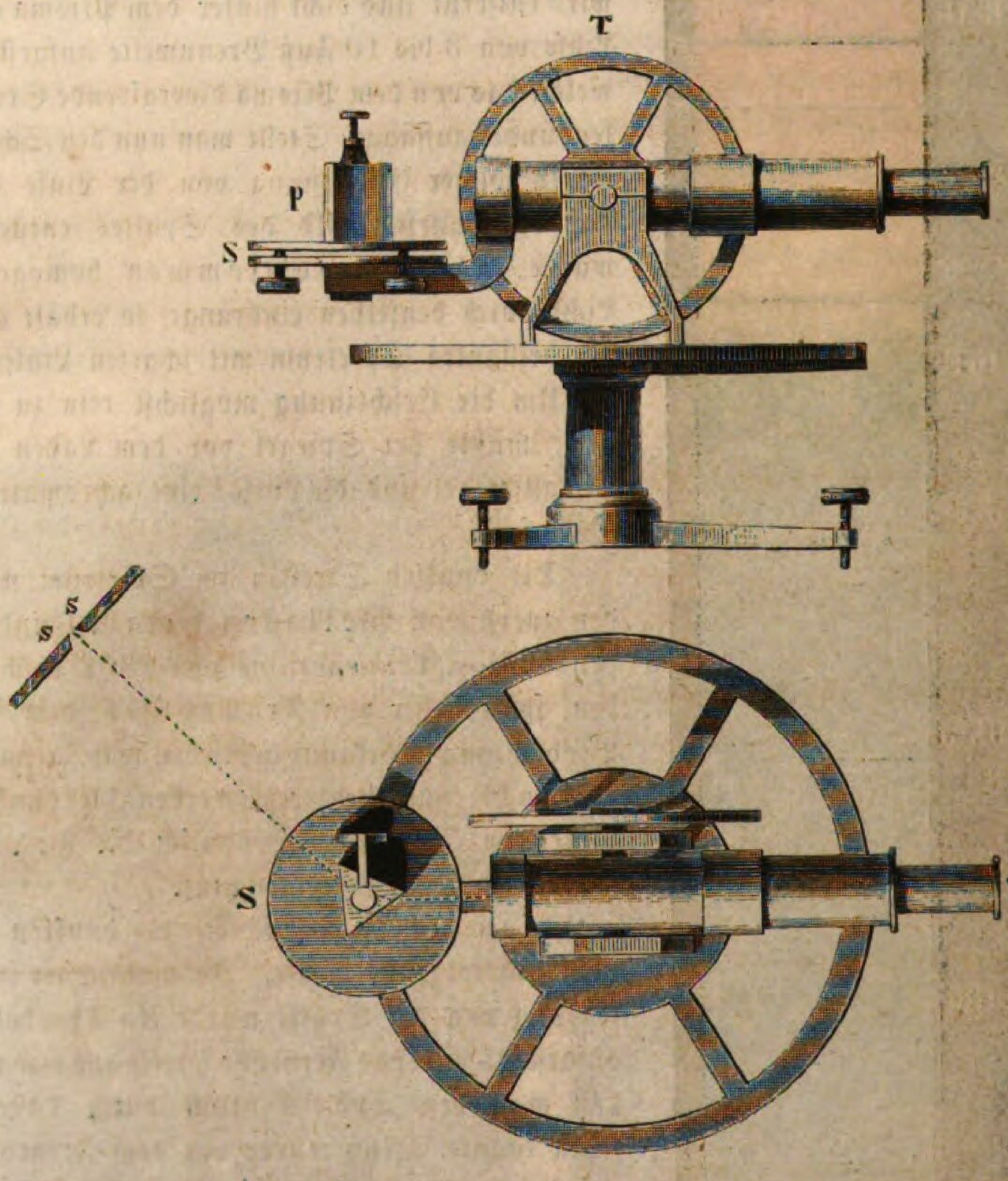
Die dunklen Streifen im Spectrum wurden zuerst von Wollaston beobachtet und in den Philos. Transactions von 1802 beschrieben, später aber von Fraunhofer, dem jene Beobachtung unbekannt geblieben war, genauer untersucht; nach Letzterem werden die dunklen Linien im Spectrum gewöhnlich die Fraunhofer'schen Linien genannt.

Fraunhofer beobachtete die dunklen Linien auf folgende Weise. In möglichster Entfernung von der Spalte wurde ein Theodolith aufgestellt und das Fernrohr soweit ausgezogen, daß man den Spalt deutlich durch dasselbe sehen konnte. Nun wurde vor dem Fernrohre ein Prisma angebracht, wie Fig. 578 (a. f. S.) zeigt, und das Ganze in eine solche Stellung gebracht, daß ein Theil des aus dem Prisma austretenden Strahlenbündels auf das Objectiv des Fernrohrs fiel; man sieht nun durch dasselbe einen Theil des Farbenspectrums mit einer Menge von Verticalstreifen durchschnitten. Man muß, um zu einem anderen Theile des Spectrums überzugehen, das Fernrohr etwas um die verticale Axe des Theodolithen drehen.

Wie bemerkt, übersieht man bei dieser Beobachtungsweise freilich nicht das ganze Spectrum, die dunklen Linien erscheinen aber

in bedeutend größerer Zahl und bei Weitem deutlicher, als man sie bei der objectiven Darstellung auf dem Papierschirme beobachtet.

Fig. 578.



Die dunklen Linien sind unregelmäßig über das ganze Spectrum verbreitet. Einige dieser Streifen sind sehr fein und erscheinen als isolirte, kaum sichtbare schwarze Linien, andere hingegen liegen einander sehr nahe und gleichen eher einem Schatten als getrennten Linien; endlich giebt es einige, welche bei etwas bedeutenderer Ausdehnung sehr scharf und bestimmt erscheinen. Um mitten in dieser Verwirrung einige feste Punkte zu haben, hat Fraunhofer acht Streifen ausgewählt, die er mit *A, B, C, D, E, F, G* und *H* bezeichnete, welche den doppelten Vortheil bieten, daß sie leicht zu erkennen und daß die durch sie im Spectrum gemachten Abtheilungen nicht gar zu ungleich sind. Zwischen *B* und *C* liegen 9 feine scharfe Linien, von *C* bis *D* zählt man ungefähr 30, von *D* bis *E* 84, von *E* bis *F* mehr als 76, unter denen sich drei der stärksten im ganzen Spectrum befinden, von *F* bis *G* 185, von *G* bis *H* 190, zusammen also von *B* bis *H* 574. *A, B* und *C* liegen im Roth, *D* im

Orange, *E* am Uebergange von Gelb in Grün, *F* am Uebergange zwischen Grün und Blau, *G* im Indigo, *H* im Violett.

Mit Prismen von Flintglas oder Schwefelkohlenstoff, die einen großen brechenden Winkel haben, kann man die stärkeren Streifen schon mit bloßen Augen sehen.

Das Licht der Venus giebt dieselben Streifen wie das Sonnenlicht, nur sind sie weniger leicht zu unterscheiden; das Licht des Sirius endlich giebt ebenfalls dunkle Streifen, die aber von denen der Sonne und der Planeten ganz verschieden sind; besonders bemerklich sind deren drei, einer im Grün und zwei im Blau.

Andere Sterne erster Größe scheinen Streifen zu geben, die von denen der Sonne und des Sirius verschieden sind.

Brechungsexponenten der verschiedenen Strahlen des Spectrums. 209
Die Bestimmung des Brechungsexponenten der verschiedenfarbigen Strahlen ist für die Theorie der Optik sowohl, wie für die Construction der optischen Instrumente von der höchsten Wichtigkeit. Die Unveränderlichkeit der Streifen im Spectrum macht nun diese Bestimmung ungleich genauer, als es bis dahin möglich war, da man nur auf die nicht scharf begränzten Nüancen einstellen konnte. Statt nun den Brechungsexponenten der rothen, der gelben, der grünen u. s. w. Strahlen zu ermitteln, bestimmt man jetzt die Brechungsexponenten der mit *B, C, D, E, F, G* und *H* bezeichneten Streifen nach den oben erläuterten Methoden.

Die folgende Tabelle enthält die Resultate einiger sehr genauen Versuche von Fraunhofer.

Brechende Substanzen.	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
Flintglas Nr. 13 . . .	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
Crownglas Nr. 9 . . .	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Wasser	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177
Kali	1,399629	1,400515	1,402805	1,405632	1,408082	1,412579	1,416368
Terpentinöl	1,470496	1,471530	1,474434	1,478353	1,481736	1,488198	1,493874
Flintglas Nr. 3 . . .	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373
Flintglas Nr. 30 . . .	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072
Crownglas Nr. 13 . . .	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684
Crownglas Lit. M. . .	1,554774	1,555933	1,559075	1,563150	1,566741	1,573535	1,579470
Flintglas Nr. 23 . . .	1,626596	1,628469	1,633667	1,640945	1.646756	1,658848	1,669686

Eine Reihe sehr genauer Messungen über die Brechungsverhältnisse der wichtigsten Fraunhofer'schen Linien in verschiedenen Körpern hat Baden-Po-

vel gemacht (Pogg. Ann. LXIX, 110). Die folgende Tabelle enthält einige der von ihm gewonnenen Resultate.

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
Cassiaöl	1,5945	1,5979	1,6073	1,6207	1,6358	1,6671	1,7025
Schwefelkohlenstoff . .	1,6182	1,6219	1,6308	1,6439	1,6555	1,6799	1,7020
Anisöl	1,5486	1,5508	1,5572	1,5659	1,5743	1,5912	1,6084
Kreosot	1,5320	1,5335	1,5383	1,5452	1,5515	1,5639	1,5744
Alkohol, specifisches Gew. 0,815 bei 18,6° C. .	1,3628	1,3633	1,3654	1,3675	1,3696	1,3733	1,3761
Steinsalz	1,5403	1,5415	1,5448	1,5498	1,5541	1,5622	1,5691

Die Brechungsexponenten von Salzlösungen weichen nicht bedeutend von denen des reinen Wassers ab, wie man aus der folgenden, ebenfalls den Resultaten von Baden-Povel entnommenen Tabelle sieht.

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
Wasser	1,3310	1,3320	1,3336	1,3357	1,3380	1,3412	1,3448
Lösung von Salmiak . .	1,3499	1,3508	1,3529	1,3552	1,3575	1,3617	1,3650
» » Salpeter . .	1,3457	1,3468	1,3487	1,3510	1,3533	1,3586	1,3608
» » Bittersalz. .	1,3434	1,3442	1,3462	1,3486	1,3504	1,3540	1,3570
» » Glaubersalz .	1,3392	1,3398	1,3419	1,3442	1,3462	1,3499	1,3528
» » salpetersaurem Bleioxyd	1,3455	1,3461	1,3482	1,3506	1,3528	1,3568	1,3600

Die obigen Brechungsexponenten von Wasser gelten für eine Temperatur von 18,75 C. Die übrigen Brechungsexponenten dieser Tabelle beziehen sich auf (wahrscheinlich gesättigte) Lösungen bei einer Temperatur von 22° C.

Mit steigender Temperatur nimmt die Dichtigkeit und der Brechungsexponent der verschiedenen Substanzen ab. So ist z. B. für Cassiaöl

	B	*F*	*H*
bei 10° C.	1,5963	1,6389	1,7093
bei 22,5° C.	1,5895	1,6314	1,6985

Aus wie viel Farben besteht das Spectrum? Newton unterschied im Spectrum sieben Hauptfarben, ganz in der Weise, wie es im §. 205 dargestellt worden ist. — Diese Anschauungsweise hat jedoch von manchen Seiten Widerspruch erfahren, und namentlich hat man dagegen die Behauptung aufgestellt, daß es eigentlich nur drei Hauptfarben gebe, nämlich Roth, Gelb und Blau, und daß das Orange im Spectrum aus einem Uebereinandergreifen des Gelb und Roth, das Grün aus einem Uebereinandergreifen von Blau und Gelb, das Violett aus einer Mischung von Roth und Blau entstände. 210

Einer solchen Anschauungsweise müssen wir nun mit voller Entschiedenheit entgegentreten, obgleich sich unter ihren Vertretern auch Brewster befindet, ein Mann, dessen große Verdienste um die Wissenschaft allgemein anerkannt sind. Wir müssen aber dieser Brewster'schen Ansicht entgegentreten, weil sie ganz unnöthigerweise alle unsere Vorstellungen über das Wesen des Lichtes verwirrt und an die Stelle der scharfen Definition, welche die Vibrationstheorie von der Farbe der Lichtstrahlen giebt, einen vagen Begriff setzt, welcher die ganze Farbenlehre einer streng mathematischen Behandlungsweise entziehen würde.

Die Farbe eines Strahls hängt auf das Innigste mit seinem Brechungsexponenten, und wie wir bald sehen werden, mit seiner Wellenlänge zusammen. Für das Flintglas, welches in obiger Tabelle als Nr. 13 aufgeführt wird, ist der Brechungsexponent der äußersten rothen Strahlen ungefähr 1,624; der Brechungsexponent für den an der Gränze von Orange stehenden Streifen *C* aber ist 1,629. Obgleich wir nun die Farbe aller Strahlen, welche im Spectrum zwischen den Streifen *A* und *C* auffallen, als »Roth« bezeichnen, so haben diese Strahlen streng genommen doch keineswegs gleiche Farbe; das Roth, welches in der Nähe von *C* auffällt, ist ein anderes als das in der Nähe von *B*, das bei *B* wieder ein anderes als das bei *A*. Kurz wir haben eigentlich im Spectrum von den Streifen *A* bis *H* eine unendliche Anzahl verschiedener Farben, da ja der Brechungsexponent derselben allmälig fortschreitend alle Zwischengrößen von 1,624 bis 1,671 durchläuft.

Für die fragliche Flintglassorte ist der Brechungsexponent der mittleren gelben Strahlen 1,638; der Brechungsexponent der mittleren grünen Strahlen ist 1,645 und der der mittleren blauen ist 1,654, und wir werden später sehen, daß diese ungleiche Brechbarkeit aufs engste mit der verschiedenen Wellenlänge der Strahlen zusammenhängt. Die Wellenlänge der mittleren gelben Strahlen beträgt $0{,}00056^{mm}$, die der mittleren grünen beträgt ungefähr $0{,}00051^{mm}$, die der mittleren blauen ungefähr $0{,}00045^{mm}$. Es sind also die mittleren grünen Strahlen durch eine bestimmte Wellenlänge, also durch eine bestimmte Schwingungsdauer, gerade ebenso charakterisirt, wie ein bestimmter Ton der Musik, und wir können nicht sagen, daß das Grün des Spectrums eine Mischung von Blau und Gelb sei, so wenig wir sagen werden, daß der Ton *d* eine Mischung von *c* und *e* ist.

Wenn wir Berlinerblau mit Gummi-Gutti mischen, so entsteht Grün; aber dieses Grün ist wesentlich von dem reinen prismatischen Grün verschieden,

es entsteht durch die Combination ungleicher Eindrücke. Auch durch die Combination rein prismatischer Farben kann man gemischte Farbentöne hervorbringen, wie dies bereits im §. 207 erwähnt wurde. Denken wir uns z. B. bei Anstellung des Seite 486 besprochenen Versuchs, dessen Anordnung Fig. 572 erläutert, durch einen zweckmäßig angebrachten Schirm von den aus dem Prisma *A* austretenden Strahlen so viele aufgefangen, daß von dem Spectrum *rv* nur noch das Blau zwischen den Fraunhofer'schen Linien *F* und *G* und das Gelb von *D* bis *E* übrig bleibt, so wird alsdann freilich dieser Rest des Spectrums, durch das Prisma *B* betrachtet, als ein grünes Bild in *s* gesehen werden. Aber dieses Grün ist wieder nicht das reine prismatische Grün. Es combiniren sich nur die Eindrücke, welche das Blau und das Gelb im Auge hervorbringen zu einem Eindrucke, welcher dem des prismatischen Grün ähnlich ist.

211 **Von dem Verhältniß der Dispersion in verschiedenen Mitteln und den zerstreuenden Kräften.** Wenn man mit Aufmerksamkeit die Spectra untersucht, welche durch Prismen verschiedener Substanzen erzeugt werden, so sieht man bald, daß die Farben, obgleich in derselben Ordnung auf einander folgend, doch nicht proportionale Längen einnehmen. Ein Flintglasprisma z. B. giebt verhältnißmäßig weniger Roth und mehr Violett, als ein Prisma von Crownglas.

Die Trennung der verschiedenfarbigen Strahlen durch die Brechung wird mit dem Namen der Dispersion, der Zerstreuung des Lichtes, bezeichnet; ein Mittel ist um so mehr zerstreuend, je größer die Differenz zwischen dem Brechungsexponenten der rothen und der violetten Strahlen ist. So ist z. B. nach der vorhergehenden Tabelle Folgendes die Differenz zwischen den Brechungsexponenten der Streifen *B* und *H*.

Flintglas Nr. 13	0,043313
Crownglas Nr. 9	0,020734
Wasser	0,013242
Kali	0,016739
Terpentinöl	0,023378
Flintglas Nr. 3	0,038331
Flintglas Nr. 30	0,042502
Crownglas Nr. 13	0,020372
Crownglas Lit. M.	0,024696
Flintglas Nr. 23	0,043090.

Das Wasser besitzt also unter allen diesen Substanzen die schwächste Dispersion, das Flintglas die größte. Man kann dies dem Auge leicht sichtbar machen, wenn man ein Prisma von Wasser und eins von Flintglas so aufstellt, daß die rothen Strahlen durch beide gleiche Ablenkung erleiden; das Spectrum des Flintglases wird alsdann noch bedeutend länger sein als das des Wasserprismas.

Die folgende Tabelle enthält noch die Differenzen der Brechungsexponenten der rothen und violetten Strahlen für einige andere interessante Substanzen:

Alkohol	0,011
Aether	0,012
Anisöl	0,044
Tolubalsam	0,065
Peruvianischer Balsam	0,058
Cassiaöl	0,089
Diamant	0,056
Olivenöl	0,018
Phosphor	0,156
Realgar, geschmolzen	0,394
Steinsalz	0,029
Schwefelkohlenstoff	0,0308.

Diese Resultate sind nach Brewster's Messungen von Young berechnet.

Eine für Vorlesungsversuche sehr geeignete Flüssigkeit von stark zerstreuender Kraft ist auch das Benzol, sein Brechungsexponent ist ungefähr 1,48 für die äußersten rothen und 1,52 für die äußersten violetten Strahlen.

Wenn man die totale Dispersion, d. h. den Unterschied zwischen den Brechungsexponenten der äußersten Strahlen oder der Streifen *B* und *H*, für irgend eine Substanz kennt, so sind damit die übrigen Verhältnisse des Spectrums noch nicht gegeben; um diese zu kennen, muß man noch wissen, welches der Unterschied zwischen den Brechungsexponenten der Streifen *B* und *C*, *C* und *D* u. s. w. ist. So sind z. B. die Unterschiede zwischen dem Brechungsexponenten von *B* und *C* für Flintglas, 0,001932, für Crownglas 0,001017, für Wasser 0,000777.

Wenn man die partielle oder totale Dispersion einer Substanz durch die entsprechende Dispersion einer anderen Substanz dividirt, so erhält man das Verhältniß der Dispersion für diese beiden Substanzen. Auf diese Weise ist aus der Tabelle Seite 498 die folgende berechnet.

Tabelle des Verhältnisses der partiellen Dispersion für mehrere Substanzen.

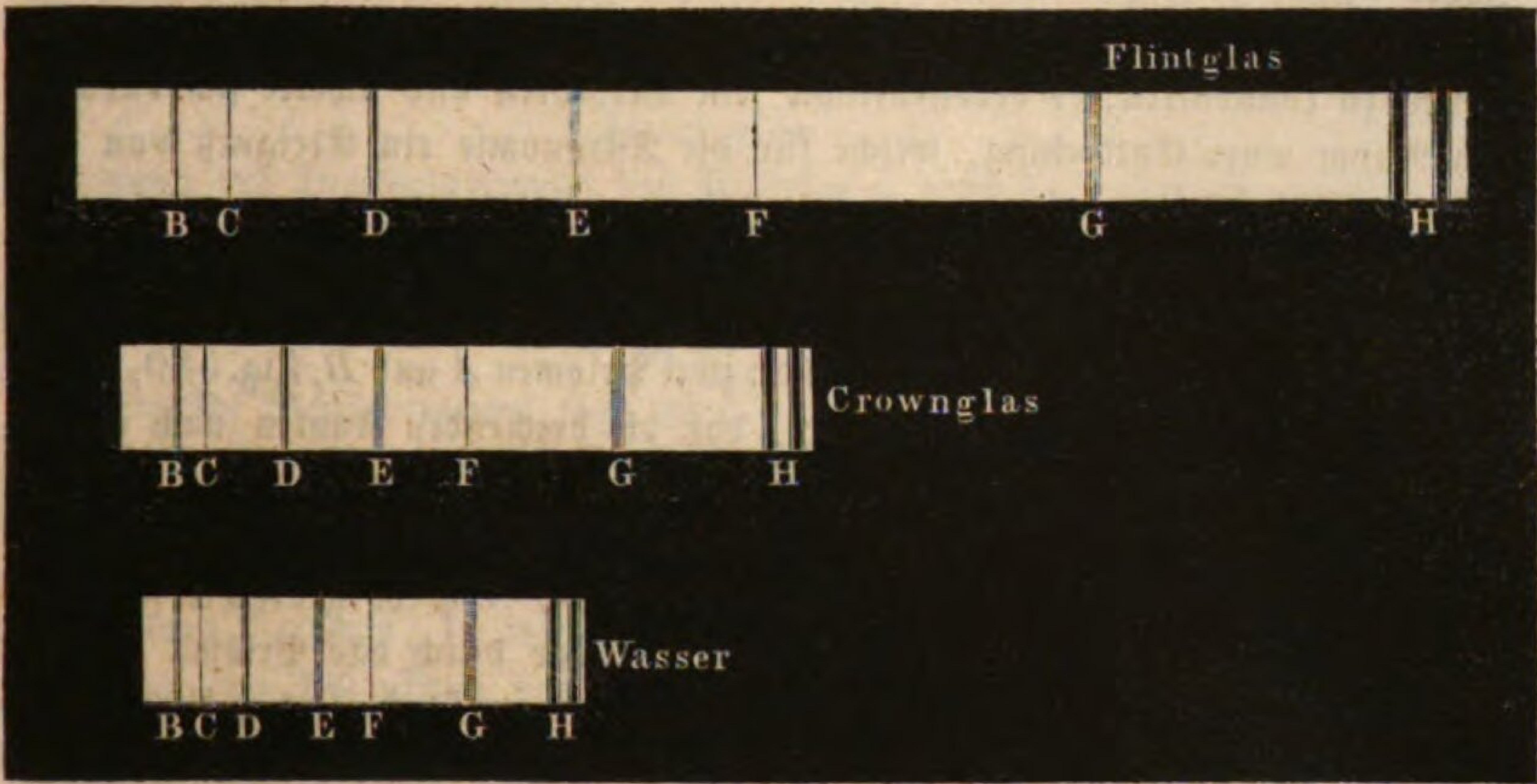
Brechende Substanzen.	$\frac{C-B}{C'-B'}$	$\frac{D-C}{D'-C'}$	$\frac{E-D}{E'-D'}$	$\frac{F-E}{F'-E'}$	$\frac{G-F}{G'-F'}$	$\frac{H-G}{H'-G'}$
Flintglas Nr. 13 und Wasser . . .	2,562	2,871	3,073	3,193	3,640	3,726
Flintglas Nr. 13 und Crownglas Nr. 9	1,900	1,956	2,044	2,047	2,145	2,195
Crownglas Nr. 9 und Wasser . . .	1,349	1,468	1,503	1,560	1,613	1,697
Terpentinöl und Wasser	1,371	1,557	1,723	1,732	1,860	1,963
Flintglas Nr. 13 und Terpentinöl. .	1,868	1,844	1,883	1,843	1,861	1,899
Flintglas Nr. 13 und Kali	2,181	2,388	2,472	2,545	2,674	3,844
Kali und Wasser	1,175	1,228	1,243	1,254	1,294	1,310
Terpentinöl und Kali	1,167	1,268	1,386	1,381	1,437	1,498
Flintglas Nr. 3 und Crownglas Nr. 9	1,729	1,714	1,767	1,808	1,914	1,957
Crownglas Nr. 13 und Wasser . . .	1,309	1,436	1,492	1,518	1,604	1,651
Crownglas Lit. M und Wasser . .	1,537	1,682	1,794	1,839	1,956	2,052
Crownglas Lit. M und Crownglas Nr. 13	1,174	1,171	1,202	1,211	1,220	1,243
Flintglas Nr. 13 und Crownglas Lit. M	1,667	1,704	1,715	1,737	1,770	1,816
Flintglas Nr. 3 und Crownglas Lit. M	1,517	1,494	1,482	1,534	1,579	1,618
Flintglas Nr. 30 und Crownglas Nr. 13	1,932	1,904	1,997	2,061	2,143	2,233
Flintglas Nr. 23 und Crownglas Nr. 13	1,904	1,940	2,022	2,107	2,168	2,268

Aus dieser Tabelle ersieht man, daß nicht allein die zerstreuenden Kräfte verschiedener Körper sehr ungleich sind, sondern auch, daß die entsprechenden partiellen Dispersionen verschiedener Substanzen nicht für alle Theile des Spectrums in gleichem Verhältniß stehen. So ist z. B. die Differenz der Brechungsexponenten von *B* und *C* im Flintglas 2,562mal, die Differenz der Brechungsexponenten von *G* und *H* aber 3,726mal so groß als die entsprechende Differenz für Wasser.

Um von der Verschiedenheit der zerstreuenden Kräfte eine recht klare Vorstellung zu erhalten, müssen wir die Spectra verschiedener Substanzen mit einander vergleichen. In Fig. 579 mag der unterste Streifen das Spectrum eines Wasserprismas vorstellen. Um die Vertheilung der Farben in diesem Spectrum anzudeuten, ist die Lage der Fraunhofer'schen Hauptlinien angegeben, von *F* bis *B* ist hier so weit, als von *F* bis *H*. Ein Prisma aus Crownglas verfertigt, würde nun bei gleicher Ablenkung der Linie *B* ein breiteres, durch den mittleren Streifen dargestelltes Spectrum geben; aber nicht alle einzelnen Abtheilungen dieses Spectrums sind in demselben Verhältnisse gewachsen, wie das ganze Spectrum. Während beim Wasserprisma $FB = FH$, ist beim Crownglasprisma FB etwas kleiner als FH; bei dem

Crownglasprisma ist also das rothe und gelbe Ende des Spectrums im Vergleich gegen das blaue und violette weniger ausgebreitet als beim Wasserprisma. In der That ist die Entfernung von *C* bis *D*, also ungefähr die Breite des

Fig. 579.



Orange, beim Glasprisma 1,349mal so groß als beim Wasserprisma, während die Entfernung von *G* bis *H* für Glas 1,697mal so groß ist als für Wasser.

Noch auffallender sind die Unterschiede zwischen dem Spectrum eines Wasser- und Flintglasprismas bei gleicher Ablenkung der Linie *B*. In unserer Figur stellt der oberste Streifen das Spectrum des Flintglasprismas dar; man sieht, daß es bedeutend länger ist als das Spectrum des Wasserprismas, daß aber auch hier, wie bei Crownglas, die Entfernung von *F* bis zum rothen Ende im Vergleiche zu der Entfernung von *F* bis zum violetten Ende kleiner ist als beim Wasser. Die Entfernung *BC* ist für Flintglas 2,562mal, *GH* aber 3,726mal so groß als die entsprechende Entfernung für das Wasserprisma.

Die zerstreuende Kraft einer Substanz ist der Quotient, welchen man erhält, wenn man seine Dispersion durch den um 1 verminderten Brechungsexponenten der mittleren Strahlen dividirt. Man nimmt für den mittleren Brechungsexponenten gewöhnlich den des Streifens *E*.

Vom Achromatismus. Man nennt Prismen achromatisch, wenn sie die Eigenschaft haben, die Lichtstrahlen abzulenken, ohne sie zugleich in Farben zu zerlegen; achromatische Linsen solche, für welche die Brennpunkte der verschiedenfarbigen Strahlen genau zusammenfallen, welche also die Gegenstände frei von allen farbigen Rändern zeigen. Man hielt lange Zeit den Achromatismus für unmöglich, d. h. man glaubte, daß das Licht ohne Zersetzung nicht abgelenkt werden könnte. Newton selbst hatte diese Ansicht, weil er 212

glaubte, daß die Dispersion stets der brechenden Kraft der Körper proportional sei. Die Möglichkeit oder Unmöglichkeit des Achromatismus war lange Zeit der Gegenstand von Discussionen zwischen den ausgezeichnetsten Gelehrten, wie Euler, Clairaut und d'Alembert. In der That hatte Hell schon im Jahre 1733 wirkliche achromatische Fernröhre construirt, allein er publicirte seine Erfindung nicht; Dollond gelang es, im Jahre 1757 achromatische Linsen zu construiren; er veröffentlichte sein Verfahren und sicherte sich dadurch den Ruhm einer Entdeckung, welche für die Astronomie ein Ereigniß von der größten Wichtigkeit war.

Folgendes sind die Principien, auf denen die Construction achromatischer Prismen und Linsen beruht.

Fig. 580.

A



B

Wenn man zwei Prismen A und B, Fig. 580, so zusammenstellt, daß die brechenden Kanten nach entgegengesetzten Seiten gerichtet sind, so wird das eine die Wirkungen des anderen mehr oder weniger vollständig aufheben. Die durch A hervorgebrachte Farbenzerstreuung wird offenbar durch das Prisma B aufgehoben werden, wenn unter sonst gleichen Umständen ein jedes der beiden Prismen für sich allein ein eben so breites Spectrum giebt als das andere; denn in diesem Falle ist die Wirkung des Prismas B, in Beziehung auf die Farbenzerstreuung, der des Prismas A genau gleich und entgegengesetzt.

Wenn die Dispersion wirklich dem Brechungsvermögen proportional wäre, wie dies Newton meinte, so könnten zwei Prismen von verschiedenen Substanzen nur dann gleiche Spectra geben, wenn auch die durch das eine hervorgebrachte Ablenkung der des anderen gleich ist; wenn also zwei solcher Prismen in der Art, wie Fig. 580 zeigt, zusammengestellt sind, so würde durch dieses System freilich die Farbenzerstreuung, mit dieser aber auch zugleich die Ablenkung aufgehoben werden.

Nun aber haben, wie bereits erwähnt wurde, spätere genaue Versuche gezeigt, daß Newton's Meinung in diesem Punkte irrig war; so ist z. B. die Dispersion im Flintglase bedeutend größer als beim Crownglase, während doch die mittleren Brechungsexponenten beider Glassorten nicht so sehr verschieden sind; bei gleicher Ablenkung ist ja das Spectrum eines Flintglasprismas Nr. 13 2,089mal so groß, als das eines Crownglasprismas.

Wenn der brechende Winkel der Prismen nicht gar zu groß ist, so kann man ohne merklichen Fehler annehmen, daß die Breite des Farbenbildes dem brechenden Winkel proportional sei; gesetzt nun, man habe ein Crownglasprisma von 25°, so kann man leicht den Winkel eines Flintglasprismas berechnen, welches dieselbe Farbenzerstreuung giebt. Da die totale Dispersion des Flintglases 2,089mal so groß ist als die des Crownglases, so muß der brechende Winkel des Flintglasprismas auch 2,089mal kleiner, also $\frac{25^0}{2{,}089} = 11^0\ 58'$ sein. Die Farbenzerstreuung eines Flintglasprismas von $11^0\ 58'$ ist eben so

groß als die eines Crownglasprismas von 25°; zwei solcher Prismen also in der Weise combinirt, wie Fig. 580 andeutet, werden keine Farbenzerstreuung mehr hervorbringen.

Es bleibt jetzt noch zu ermitteln, welche Ablenkung dieses System von Prismen hervorbringt. Wir haben oben Seite 465 gesehen, daß das Minimum der Ablenkung D, welche ein Prisma hervorbringt,

$$D = g\,(n - 1)$$

ist, wenn der Brechungswinkel des Prismas g nicht sehr groß ist. Setzen wir $g = 25^0$, $n = 1{,}546$, so erhalten wir für die Ablenkung der mittleren Strahlen für das Crownglasprisma den Werth

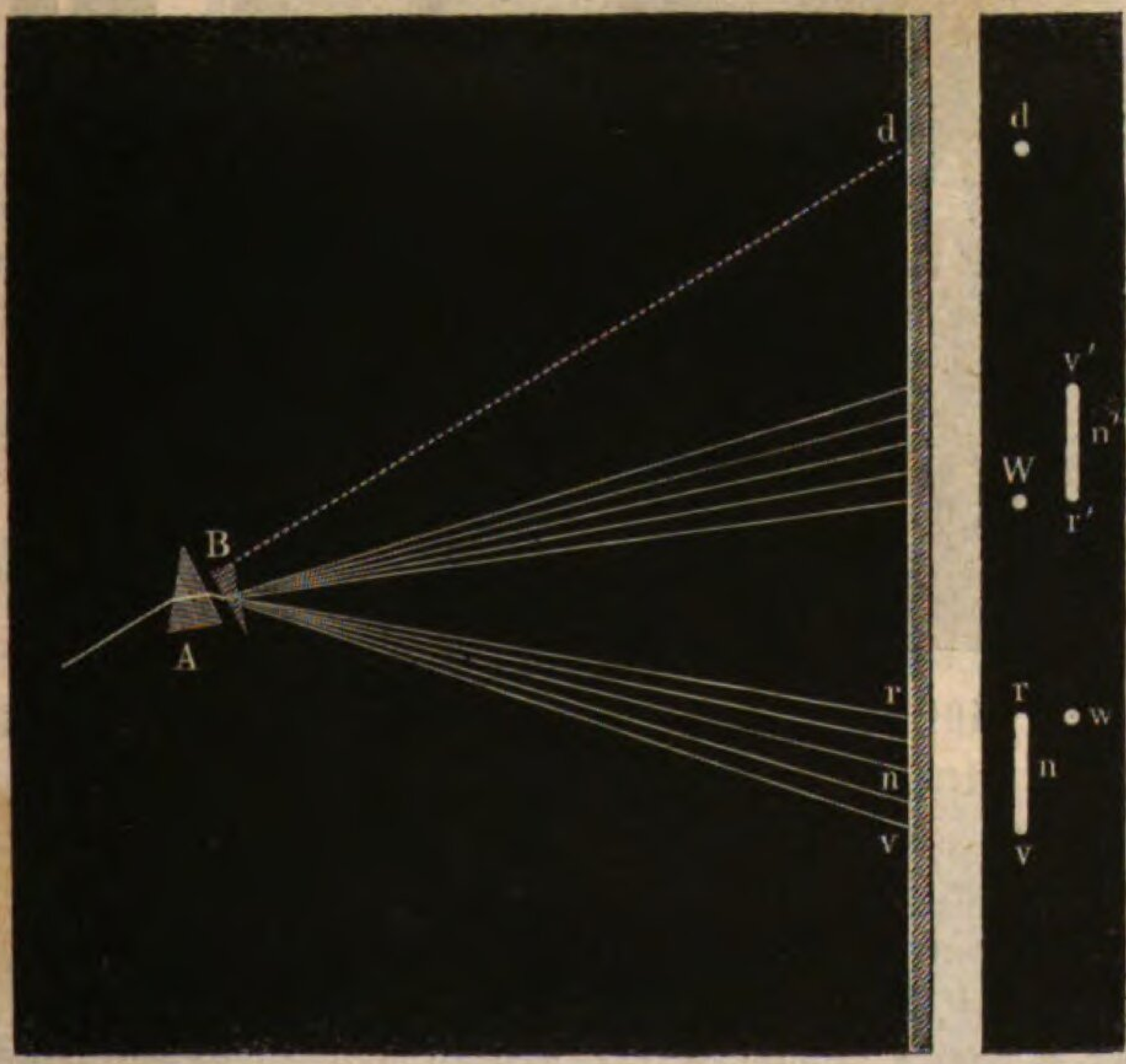
$$D = 13{,}56^0.$$

Auf dieselbe Weise berechnet man aber die Ablenkung durch ein Flintglasprisma von $11^0\,58'$, wenn man in obigen Werth von D setzt $n = 1{,}671$ und $g = 11^0\,58' = 11{,}967$; es ergiebt sich

$$D' = 8{,}03^0.$$

Die beiden Prismen, in entgegengesetzter Lage mit einander verbunden, geben also noch eine Ablenkung von $13{,}56 - 8{,}03 = 5{,}53 = 5^0\,31'$.

Fig. 581.

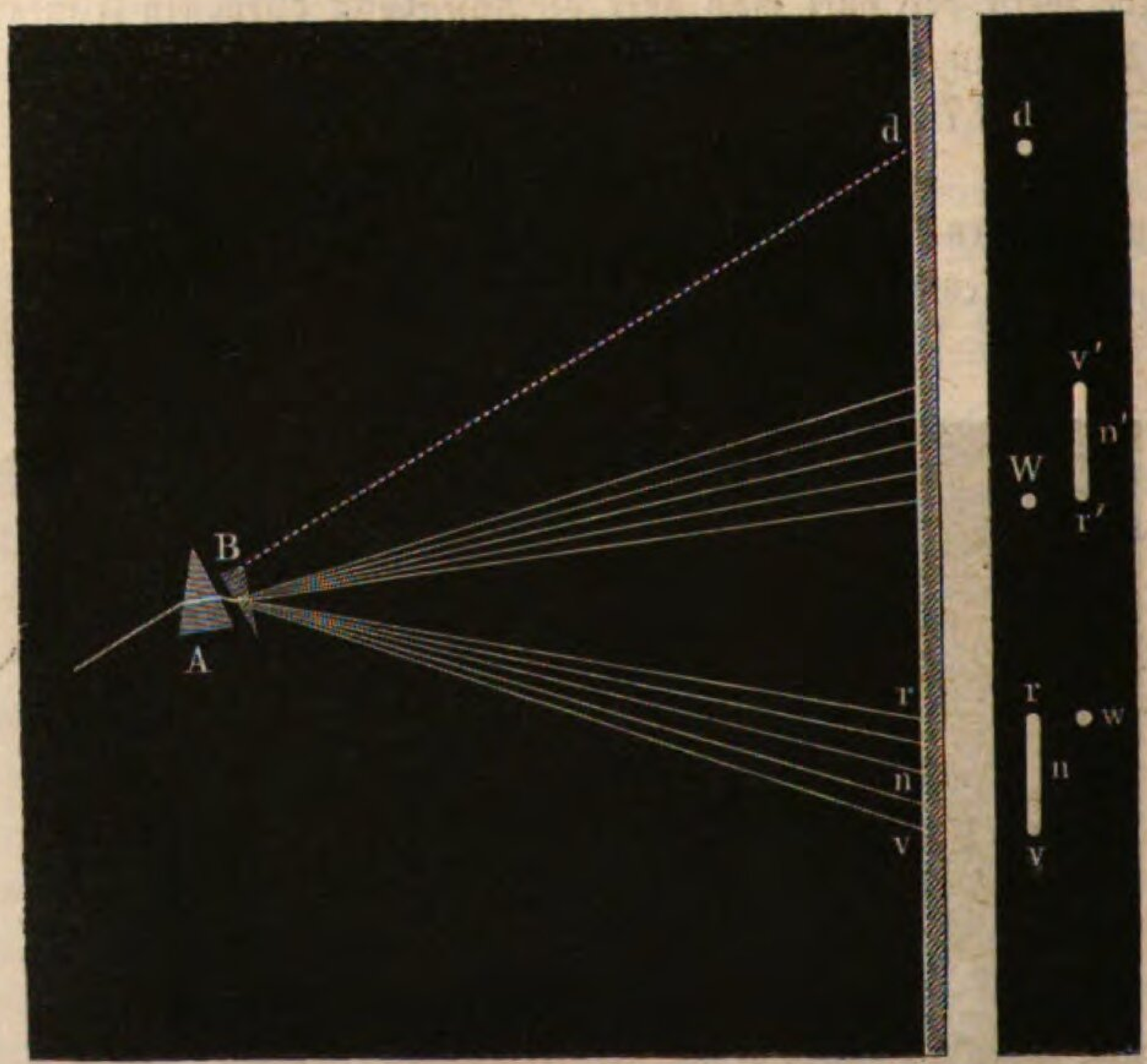


Figur 581 soll dazu dienen, die Wirkungsweise achromatischer Prismen anschaulicher zu machen. Auf das Crownglasprisma A falle ein Bündel Sonnenstrahlen, welches bei ungehemmtem Fortgange bei d ein weißes Sonnenbildchen erzeugt haben würde. Das Prisma A würde für sich allein, von diesem weißen Strahlenbündel getroffen ein Spectrum in rnv erzeugen.

Die vom Prisma A aus divergirenden Strahlen treffen aber nun auf das

Flintglasprisma B, welches bei geringerer Ablenkung ein eben so breites Spectrum zu erzeugen im Stande ist als A. — Fiele nun, von dem ersten Prisma ausgehend, in der Richtung nach r hin ein weißes Strahlenbündel auf das Prisma B, welches ohne Unterbrechung fortgehend in r ein weißes Sonnenbildchen w erzeugt haben würde, so würde dieses weiße Strahlenbündel durch das Prisma B in ein Spectrum $r' v'$ verwandelt worden sein, welches bei entgegengesetzter Ordnung der Farben genau dem Spectrum rv gleich ist. Durch das Prisma B werden also die rothen Strahlen um wr', die grünen um wn', die violetten um wv' von dem Punkte abgelenkt, in welchem sie ohne dieses zweite Prisma die Wand getroffen hätten.

Fig. 581.



Nun aber fällt auf das Prisma B ein divergirendes Strahlenbündel; die rothen Strahlen gehen nach r, die grünen nach n, die violetten nach v, und alle diese Strahlen werden um die eben angegebene Größe abgelenkt. Die rothen Strahlen, welche ohne Dazwischenkunft des Prismas B nach r gelangt wären, werden nun in einem um den Abstand wr' höheren Punkte, also in W, die Wand treffen. Die violetten Strahlen, welche ohne das Prisma B nach v gelangt wären, werden nun durch den Einfluß dieses Prismas um wv' nach oben gelenkt, und da $Wv = wv'$, so werden also die violetten Strahlen auf denselben Punkt W fallen, in welchem auch die rothen Strahlen eintreffen. An dieselbe Stelle fallen aber auch die grünen Strahlen, da $wn' = Wn$, eben so die gelben, blauen u. s. w., kurz alle Strahlen, welche ohne Dazwischenkunft des zweiten Prismas B das Spectrum rv gebildet haben würden, werden durch das Prisma B in W vereinigt, es muß also hier ein

weißes Sonnenbildchen entstehen. Das ursprünglich nach *d* hin gerichtete weiße Strahlenbündel wird also durch die combinirten Prismen in der Art abgelenkt, daß bei *W* wieder ein farbloses Sonnenbildchen entsteht.

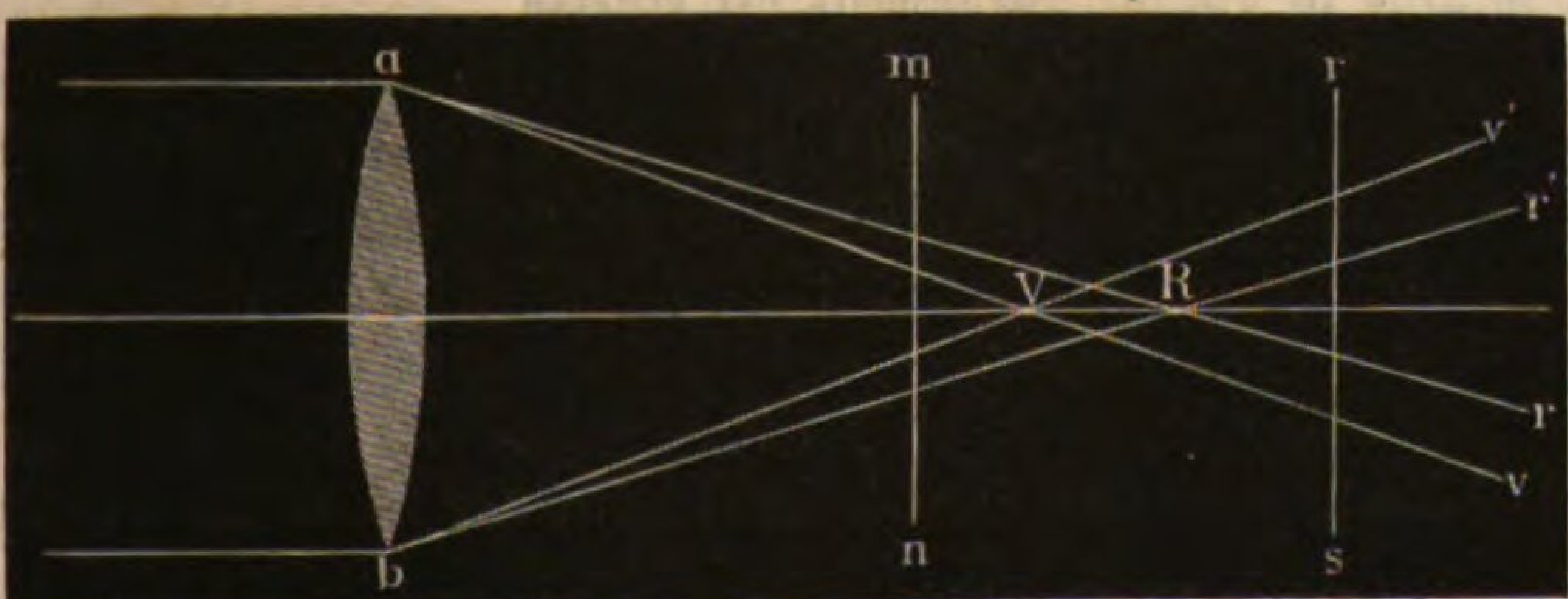
Wenn das Bildchen *W* absolut farblos, wenn ein vollkommener Achromatismus möglich sein sollte, so müßte die Vertheilung der Farben im Spectrum des ersten Prismas genau dieselbe sein wie im Spectrum des zweiten. Diese Bedingung ist, wie man aus der Tabelle auf Seite 498 sehen kann, für Flintglas Nr. 13 und Terpentinöl fast vollständig erfüllt; aus diesen beiden Substanzen könnte man also sehr nahe vollkommen achromatische Prismen construiren.

Wir haben gesehen, daß der brechende Winkel eines Prismas von Flintglas 2,089mal kleiner sein muß als der des Crownglasprismas, wenn beide combinirt die Eigenschaft haben sollen, die rothen und violetten Strahlen gleich stark abzulenken. Mit Hülfe der Tabelle auf Seite 498 übersieht man leicht, daß der Winkel des Flintglasprismas 1,900mal kleiner sein müßte, wenn die Strahlen, welche den Streifen *B* und *C* entsprechen, gleiche Ablenkung erleiden sollen.

Man müßte den Winkel des Flintglasprismas 2,044mal, oder 2,195mal kleiner machen, um diese Bedingung für die Streifen *D* und *E*, oder *G* und *H* zu erfüllen.

Achromatische Linsen. Eine jede einfache Linse, aus welchem Stoffe sie auch gebildet sein mag, wird für jede andere Strahlenart auch einen anderen Brennpunkt haben, weil die Brechungsexponenten der verschiedenfarbigen Strahlen nicht gleich sind. Der Brennpunkt der stärker brechbaren violetten Strahlen liegt dem Glase näher als der Brennpunkt der rothen Strahlen. Fällt also ein Bündel weißes Licht parallel mit der Axe auf eine Convexlinse *ab*, Fig. 582, so werden die violetten Strahlen in *V*, die rothen in *R* vereinigt. Fängt man den aus der Linse austretenden Strahlenkegel auf auf einem Schirm auf, so sieht man einen beleuchteten Kreis mit gelbem und rothem Saume, wenn der Schirm zwischen *V* und dem Glase, etwa bei *mn* 231

Fig. 582.

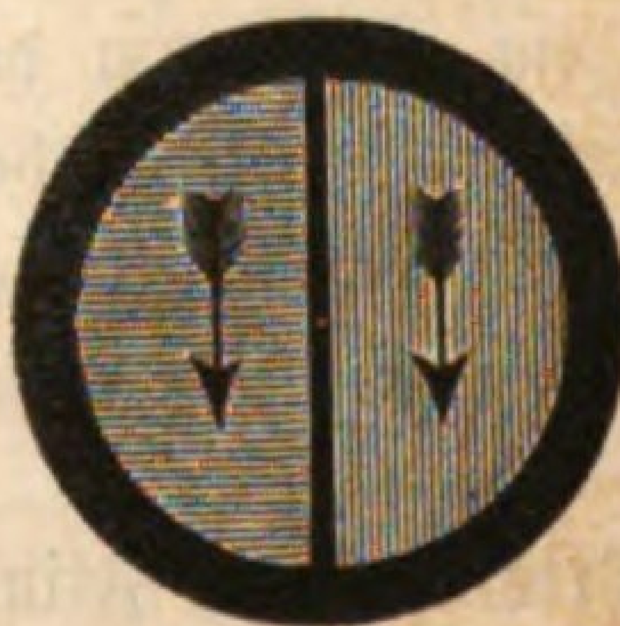


steht; der helle Kreis erscheint dagegen von einem blauen Saume umgeben, wenn der Schirm sich jenseits *R*, etwa in *rs* befindet, weil vor *V* die rothen

und gelben, hinter R die blauen und violetten Strahlen die äußersten des ganzen Strahlenbündels sind.

Die ungleiche Brennweite verschiedenfarbiger Strahlen läßt sich auch sehr schön auf folgende Weise zeigen. In einem dunklen Schirme, Fig. 583, wird eine runde Oeffnung angebracht, die zur Hälfte mit einem rothen, zur Hälfte mit einem möglichst homogen grünen Glase verschlossen ist. (Besser wären violette und blaue Gläser, wenn man solche bekommen könnte, die nicht zugleich rothe Strahlen durchlassen.) Auf jeder Hälfte ist ein aus Papier ausgeschnittener Pfeil aufgeklebt, und das Ganze wird von hinten durch die Flamme einer Argand'schen Lampe erleuchtet, so daß man einen schwarzen Pfeil auf rothem, und einen zweiten auf grünem Grunde sieht. Das Bild, welches eine 15 bis 20 Fuß entfernte Linse von diesem Objecte erzeugt, wird nun auf einem Papierschirme aufgefangen. Steht derselbe so, daß der Pfeil auf grünem Felde scharf erscheint, so sind die Umrisse des anderen verwischt, und man muß den Schirm von der Linse entfernen; wenn der Pfeil auf rothem Grunde scharf erscheinen soll, dann ist aber wieder der Pfeil auf grünem Grunde undeutlich.

Fig. 583.



Bei Convexlinsen von Crownglas beträgt die Entfernung des Brennpunktes der rothen und des Brennpunktes der violetten Strahlen ungefähr $\frac{1}{40}$, bei Flintglaslinsen beträgt diese Entfernung ungefähr $\frac{1}{20}$ der Brennweite; in Fig. 582 ist also die Wirkung der Farbenzerstreuung der Deutlichkeit halber sehr übertrieben.

Der eben besprochene Umstand beeinträchtigt aber die Reinheit und Schärfe der Linsenbilder bedeutend, und deshalb ist die Construction achromatischer Linsen für die praktische Optik eine Aufgabe von der höchsten Wichtigkeit.

Achromatische Linsen werden in der Regel durch Combination einer Convexlinse von Crownglas mit einer Zerstreuungslinse von Flintglas hergestellt, Fig. 584, deren letztere eine Zerstreuungsweite hat, welche nahe doppelt so groß ist als die Brennweite der ersteren.

Fig. 584.



Wir wollen in einem speciellen Falle nachweisen, daß eine solche Combination eine achromatische Linse liefert, vorausgesetzt, was auch annähernd wahr ist, daß bei gleichem mittleren Brechungsexponenten die zerstreuende Kraft des Flintglases doppelt so groß sei als die des Crownglases.

Die Brennweite einer Crownglaslinse A sei für die mittleren Strahlen 4,05″, so sind die Brennweiten für die rothen und violetten Strahlen 4,1 und 4,0.

Für eine Hohllinse von Crownglas, deren Zerstreuungsweite für die mittleren Strahlen $2 . 4,05 = 8,1$ ist, würden die Zerstreuungsweiten der rothen und violetten Strahlen 8,2 und 8,0 sein, während

für eine Hohllinse *B* von Flintglas, deren mittlere Zerstreuungsweite 8,1 ist, die Zerstreuungsweite der rothen und violetten Strahlen 8,3 und 7,9 betragen.

Werden nun die Linsen *A* und *B* combinirt, wie die Figur zeigt, und trifft ein mit der Axe paralleles Bündel weißen Lichtes auf die Crownglaslinse, so convergiren die rothen Strahlen, nachdem sie die erste Linse verlassen haben, nach einem 4,1 Zoll entfernten Punkte; dieses Bündel wird aber sogleich von der Hohllinse aufgefangen, deren Zerstreuungsweite für diese Strahlen 8,3″ ist. Nach §. 201 ergiebt sich demnach (wenn man die Dicke der Linsen vernachlässigt) für den Vereinigungspunkt der aus der letzten Linse austretenden rothen Strahlen die Entfernung 8,102.

Das violette Strahlenbündel, welches die Hohllinse trifft, convergirt nach einem 4,0 Zoll von ihr entfernten Punkte; ihre Zerstreuungsweite für diese Strahlen ist 7,9, und danach berechnet man leicht, daß die violetten Strahlen gleichfalls in einem Punkte vereinigt werden, welcher 8,102 Zoll vom Glase absteht. 8,102 ist also die Brennweite dieser achromatischen Linse.

Bei der eben betrachteten Combination wird die Farbenzerstreuung der ersten Linse durch die zweite gerade corrigirt. Wäre die zweite Linse weniger hohl, so wäre die Farbenzerstreuung nicht vollständig corrigirt; sie wäre **übercorrigirt**, wenn die zweite Linse stärker zerstreute.

Fünftes Capitel.

Die natürlichen Farben der Körper.

---

214 **Die Farben durchsichtiger Körper.** Die Farben, welche die verschiedenen Körper der Natur zeigen, mögen es nun selbstleuchtende sein oder solche, welche die sie treffenden Lichtstrahlen durchlassen oder zurückwerfen, sind niemals reine prismatische Farben, sondern sie sind stets mehr oder weniger aus verschiedenen einfachen Spectralfarben zusammengesetzt. Um dies nachzuweisen, hat man nur die fraglichen Farben mit Hülfe des Prismas zu zerlegen, was sich am einfachsten für die Farben durchsichtiger Körper ausführen läßt.

Man stelle zu diesem Zweck das Spectrum in der Weise dar, wie es in §. 208 beschrieben und durch Fig. 576 erläutert worden ist und bringe alsdann dicht hinter die Spalte, durch welche die Sonnenstrahlen in das dunkle Zimmer eintreten, den zu prüfenden durchsichtigen Körper, also etwa eine farbige Glasplatte oder eine zwischen parallele farblose Glasplatten eingeschlossene farbige Flüssigkeit, so wird alsbald ein Theil des vorher vollständigen Spectrums verschwinden und nur noch ein mehr oder weniger ausgedehnter Theil desselben sichtbar bleiben.

Fig. 585.



$\frac{2}{3}$

Bringt man z. B. dicht hinter den Spalt die schön blaue Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak, so daß also nicht weißes, sondern blaues Licht auf das Prisma fällt, so verschwindet die weniger brechbare Hälfte des Spectrums, und es bleibt nur noch Blau, Indigo und Violet, wie dies Nr. 2 auf Tab. I. zeigt.

Um mit verschiedenen farbigen Flüssigkeiten diesen Versuch wiederholen zu können, gießt man sie in Gefäße, wie ein solches Fig. 585 dargestellt ist. Die Bodenfläche und die beiden schmalen Seitenflächen sind von Messingblech, die beiden breiten Seitenflächen sind durch aufgekittete Glasplatten gebildet. Um mit wässerigen

Flüssigkeiten zu experimentiren, müssen die Glasplatten mit Schellack, um mit alkoholischen oder ätherischen Lösungen zu experimentiren, müssen sie mit Hausenblase aufgekittet sein. — Diese Gefäße werden dann auf einem entsprechenden Statif vor den Spalt gestellt.

Vertauscht man die Lösung des schwefelsauren Kupferoxydammoniaks mit einer Lösung von Berlinerblau in Oxalsäure, so bleibt von dem ganzen Spectrum nur noch der in Nr. 3 dargestellte Theil übrig, die Lösung des Berlinerblaus absorbirt also auch noch das violette Ende des Spectrums.

Der Spectralstreifen Nr. 4 stellt die Absorptionserscheinung dar, welche eine Lösung von schwefelsaurem Indigo hervorbringt; hier bleibt außer dem Blau des ursprünglichen Spectrums auch noch ein Theil des Roth übrig; dieser hellrothe Streifen ist aber von dem Blau durch einen vollkommen dunklen Zwischenraum getrennt; die Indigolösung absorbirt also das äußerste Roth, und ferner Orange, Gelb, Grün, einen Theil des Indigo und Violet.

Daraus ergiebt sich nun auch, daß die Farbe der Indigosolution keineswegs mit der Farbe derjenigen Stelle im Spectrum identisch ist, welche man als »Indigo« bezeichnet, und welche man richtiger wohl nur »dunkelblau« nennen könnte.

Aehnliche Erscheinungen wie die Indigolösung zeigen auch eine Lösung von Chromalaun, von oxalsaurem Chromoxydkali Nr. 5 Tab. I. (das sogenannte Brewster'sche Salz, weil Brewster seine optischen Eigenschaften zuerst untersucht hat). Dieses Spectrum ist namentlich durch den Umstand interessant, daß es eine feine schwarze Linie in dem noch übrig bleibenden Theil des Roth zeigt.

Die Spectra Nr. 2 bis 4 entsprechen natürlich bei gegebener Dicke der Schicht einem bestimmten Concentrationsgrade der Flüssigkeit. Wird die Concentration vermindert, wird also die Farbe der Lösung weniger intensiv, so nehmen die absorbirten Partieen des Spectrums an Ausdehnung ab und zeigen endlich nur noch einen mehr oder minder dunklen Schatten.

Der Streifen Nr. 6 stellt das eigenthümliche Spectrum des durch Kobalt blau gefärbten Glases dar.

Aehnliche Farbenerscheinungen wie das Kobaltglas zeigt auch eine Lösung von Chlorkobalt in absolutem Alkohol.

Die Streifen Nr. 7 und Nr. 8 auf Tab. I. stellt die Absorptionserscheinung dar, wie sie von zwei grünen Flüssigkeiten hervorgebracht wird, nämlich von einer Lösung von Chlorkupfer und von einer ätherischen oder alkoholischen Lösung des Blattgrüns (Chlorophyll). Eine Lösung von Chlorkupfer läßt also nur grüne und einen Theil der blauen Strahlen durch. Das Chlorophyll, welches auch noch gelbe und rothe Strahlen durchläßt, zeigt ganz eigenthümliche Absorptionsstreifen, namentlich in Roth.

Die Farbe des durch Kupferoxydul grün gefärbten Glases ist der einer Chlorkupferlösung sehr ähnlich.

Auf Tab. II. ist zunächst unter dem vollen Spectrum in Nr. 2 die Ab-

sorptionserscheinung dargestellt, wie sie durch rothes, mittelst Kupferoxyd gefärbtes Glas oder durch Wasser, welches mit Cochenille roth gefärbt ist, hervorgebracht wird. Es ist hier das ganze Spectrum bis auf die rothen Strahlen absorbirt. Nr. 3 entspricht einer Lösung von doppelt chromsaurem Kali, Nr. 4 dem braunen Absud von Cichorienkaffee.

In Ermangelung eines verfinsterten Zimmers, in welches man durch einen Spalt mittelst eines Spiegels ein Bündel Sonnenstrahlen einfallen läßt, kann man die von durchsichtigen farbigen Körpern hervorgebrachten Absorptionserscheinungen auch in folgender Weise beobachten. Man stelle dicht vor die Lichtquelle, etwa vor eine Lampenflamme, einen 1 bis 2 Millimeter breiten Spalt und betrachte denselben durch ein in einem Abstande von 3 bis 5 Fuß aufgestelltes Prisma, so wird man das Bild des Spaltes als ein vollständiges Spectrum erblicken. Bringt man nun ein farbiges Glas oder eine farbige Flüssigkeit dicht vor den Spalt oder auch zwischen das Auge und das Prisma, so wird alsbald eine entsprechende Partie des Spectrums ausgelöscht werden.

Kein einziger der bis jetzt untersuchten durchsichtigen farbigen Körper liefert homogenes Licht. Unter allen den oben besprochenen Körpern scheint wohl die Farbe des rothen Glases (Tab. II. Nr. 2) zuerst homogen genannt werden zu können. Allein auch dieses Glas liefert kein homogenes Roth, selbst wenn es intensiv genug ist, um auch alle orangefarbenen Strahlen zu absorbiren, denn es liefert Roth von sehr verschiedener Brechbarkeit, wie aus der namhaften Breite des rothen Bildes in Nr. 2 auf Tab. II. hervorgeht. Hätte das Glas nur homogenes Roth durchgelassen, so würde sich das ganze Spectrum auf ein schmales scharf begränztes Bild des Spaltes reducirt haben. Bei einer hinlänglich concentrirten Lösung von Indigo kann das Roth, welches diese Flüssigkeit noch durchläßt, annähernd als ein homogenes Roth betrachtet werden.

215 **Die Farben undurchsichtiger Körper.** Die undurchsichtigen, nicht spiegelnden Körper sind uns eben dadurch sichtbar, daß sie das auf sie fallende Licht nach allen Seiten hin unregelmäßig zerstreuen, oder wie man es auch ausdrückt, diffundiren. Die Diffusion des Lichts an der Oberfläche undurchsichtiger Körper ist also die Ursache ihrer Sichtbarkeit.

Wenn ein Körper, dem weißen Lichte ausgesetzt, alle in demselben enthaltenen Strahlenarten gleich gut zerstreut, so erscheint er weiß; er erscheint aber farbig, wenn er gewisse Strahlen vorzugsweise diffundirt, andere dagegen ganz oder theilweise absorbirt.

Die Farben undurchsichtiger Körper sind eben so wenig homogen, wie es die Farben durchsichtiger Körper sind; sie sind stets aus Strahlen von mehr oder weniger verschiedener Brechbarkeit zusammengesetzt, wie sich leicht nachweisen läßt, wenn man sie der Spectralanalyse unterwirft.

Um die Farbe eines undurchsichtigen Körpers, z. B. eines Papiers, mit Hülfe des Prismas zu analysiren, mache man aus demselben einen schmalen, ungefähr 1 Linie breiten Streifen, befestige denselben auf einem möglichst dunklen Grunde und betrachte ihn durch ein Prisma, dessen brechende

Kante der Längsrichtung des Streifens parallel ist. Klebt man z. B. einen Streifen weißes Papier auf einen dunklen Grund, so erscheint er, aus gehöriger Entfernung durch ein Prisma betrachtet, als ein vollständiges Spectrum. Klebt man nun in die Verlängerung des weißen Streifens einen Streifen hochrothen Papiers (ein Roth, welches dem des Siegellacks ähnlich ist), so erscheint er, durch das Prisma betrachtet, nicht als ein vollständiges Spectrum, sondern nur als ein rothes Farbenbild, und man erkennt auf diese Weise, daß das Roth des Papiers die verschiedenen rothen Strahlen von der äußersten Gränze des Spectrums bis zur Gränze des Orange, vielleicht auch noch einige orangefarbenen Strahlen enthält; dagegen fehlen die gelben, grünen, blauen und violetten Strahlen vollständig.

Die Zusammensetzung des Lichtes gefärbter Papiere läßt sich noch weit anschaulicher auf folgende Weise untersuchen: Man erzeuge in einem dunklen Zimmer auf die bekannte Weise ein Spectrum, welches die hauptsächlichsten der Fraunhofer'schen Linien zeigt, und bringe dann an die Stelle des gewöhnlichen weißen Schirms einen solchen, dessen obere Hälfte mit weißen, dessen untere Hälfte mit dem gefärbten Papiere überzogen ist.

Fig. 586 stellt einen zu diesem Versuche brauchbaren Apparat dar. Der Schirm besteht aus einem Pappendeckel von 8 bis 10 Zoll Länge und 4 bis 5 Zoll Höhe. Die obere Hälfte ist mit weißen, die untere Hälfte mit dem farbigen Papier überzogen. Von solchen Schirmen hat man mehrere, deren jeder auf der untern Hälfte mit einem andersfarbigen Papiere überzogen ist. Ein solcher Schirm wird nun in ein entsprechendes Statif geschoben und dann so gestellt, daß die Trennungslinie des weißen und des farbigen Papiers das Spectrum gerade der Länge nach halbirt, so daß die obere Hälfte des Spectrums auf das weiße, die untere Hälfte auf das farbige Papier fällt.

Fig. 586.



Nr. 5 auf Tab. II. stellt die Erscheinung dar, wie man sie beobachtet, wenn man das Spectrum auf einen Schirm fallen läßt, dessen untere Hälfte mit hochrothem Papier überzogen ist; in Nr. 6 und Nr. 7 sind die entsprechenden Erscheinungen für ein mit Ultramarin gefärbtes und für ein grünes Papier dargestellt.

Das rothe Papier, welchem die Absorptionsfigur Nr. 5 entspricht, zerstreut (diffundirt) ungefähr dieselben rothen Strahlen, welche das auf Seite 508 besprochene rothe Glas durchläßt. Betrachtet man also den Schirm, dessen

obere Hälfte weiß, dessen untere aber hochroth überzogen ist, während er vom Tageslicht beschienen wird, durch ein solches rothes Glas, so wird man keinen oder doch nur einen geringen Unterschied zwischen der oberen und der unteren Hälfte des Schirmes wahrnehmen; betrachtet man ihn aber durch eine Lösung von Chlorkupfer, welches gar keine rothen Strahlen durchläßt, so erscheint die untere Hälfte des Schirmes vollkommen schwarz, die obere grün.

Ganz ähnliche Erscheinungen beobachtet man auch, wenn man, statt den Schirm durch farbige Gläser zu betrachten, nur farbiges Licht auf ihn fallen läßt. Man lasse ein Bündel Sonnenstrahlen durch eine $1^1/_2$ bis 2 Zoll im Durchmesser haltende Oeffnung ins dunkle Zimmer fallen und fange dieses Strahlenbündel direct mit dem Schirm auf, z. B. mit einem solchen, der halb weiß, halb roth überzogen ist; hält man nun ein rothes Glas vor die Oeffnung, so daß nur rothe Strahlen auf den Schirm fallen, so sind die beiden Hälften des Schirmes kaum mehr zu unterscheiden, hält man aber eine Glasplatte vor die Oeffnung, welche nur grüne Strahlen durchläßt, so erscheint nun die mit dem rothen Papier überzogene Hälfte des Schirmes vollkommen schwarz, die andere grün.

Wendet man statt des grünen Glases ein durch Kobalt blau gefärbtes an, so erscheint die eine Hälfte des Schirmes schön blau, die andere aber nicht schwarz, sondern dunkelroth, weil das Kobaltglas eine ziemliche Menge rother Strahlen durchläßt, wie der diesem Glase entsprechende Spectralstreifen Nr. 6 Tab. I. zeigt.

Im Allgemeinen wird ein Körper nur solche Farben zeigen können, welche schon in dem auffallenden Lichte enthalten sind. Damit eine Stange Siegellack roth erscheine, muß Roth in dem Lichte enthalten sein, welches erleuchtet; das schöne Roth des Siegellacks verschwindet vollständig, wenn man ihn unter Ausschluß des Tageslichtes nur dem Licht einer Weingeistflamme aussetzt, weil die Weingeistflamme keine rothen Strahlen enthält. Von dieser Regel macht nur eine gewisse Classe von Körpern eine Ausnahme, von welchen in einem der nächsten Paragraphen die Rede sein wird.

216 **Farbige Flammen.** Um das Licht einer Flamme zu untersuchen, stellt man dicht vor dieselbe einen ungefähr 1 Linie breiten Spalt und betrachtet denselben durch ein Prisma.

Die Weingeistflamme zeigt eine rein gelbe Färbung, wenn man den Docht mit Kochsalz bestreuet oder auch Kochsalz im Weingeist auflöst. Durch Chlorstrontium wird die Weingeistflamme roth, durch Chlorkupfer wird sie grün gefärbt.

An Orten, an welchen Gasbeleuchtung eingeführt ist, kann man nach Bunsen's Methode farbige Flammen sehr schön herstellen. Auf die obere Mündung einer Bunsen'schen Kochlampe wird ein Röhrchen aufgesetzt, welches aus derselben Kohlenmasse verfertigt ist, wie sie zur Darstellung der Kohlencylinder in der Bunsen'schen Säule verwendet wird. Ein solches Kohlenröhrchen, welches Fig. 587 in $^1/_2$ der natürlichen Größe dar-

gestellt ist, wird mit dem Salz imprägnirt, welches die Flamme färben soll, und zwar dadurch, daß man es längere Zeit in die concentrirte Lösung des Salzes legt. Die dem Kohlenröhrchen, welches vor dem Gebrauch etwas getrocknet werden muß, entströmende Gasflamme ist intensiv gefärbt. Um eine gelbe Färbung zu erhalten, legt man ein solches Röhrchen in eine Lösung von Chlornatrium; in eine Lösung von Chlorstrontium, um eine rothe; in eine Lösung von Chlorkupfer, um eine blaugrüne Flamme zu erhalten.

Fig. 587.



Die eben genanten sind diejenigen Salze, welche am häufigsten zum Färben der Flammen verwendet werden. Lithionsalze färben die Flamme gleichfalls roth; Kalisalze geben ein violettes, Kalksalze ziegelrothes, Barytsalze apfelgrünes Licht u. s. w.

Fig. 588 stellt die Bunsen'sche Gas-Kochlampe dar. In das Messing-

Fig. 588.

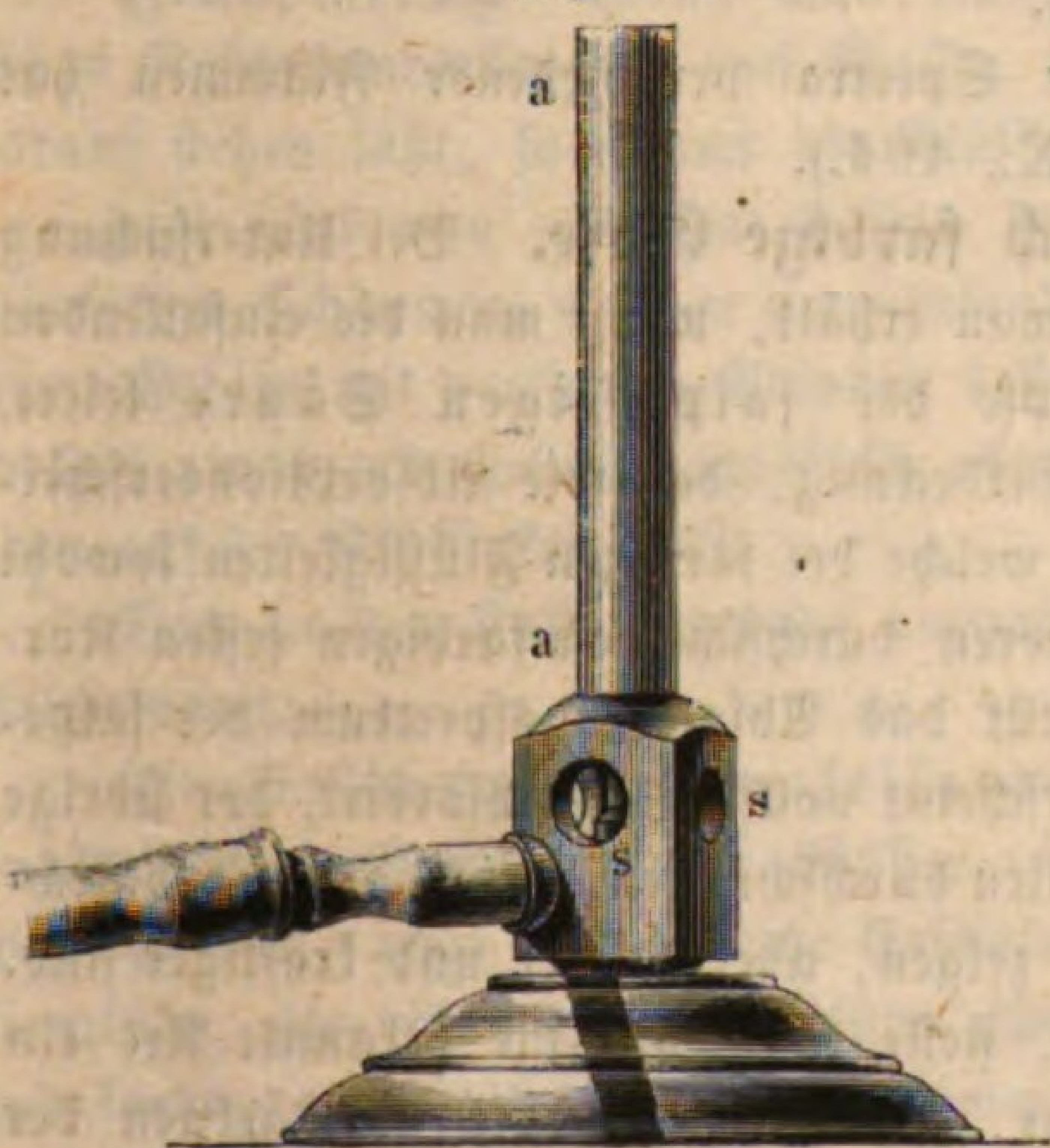
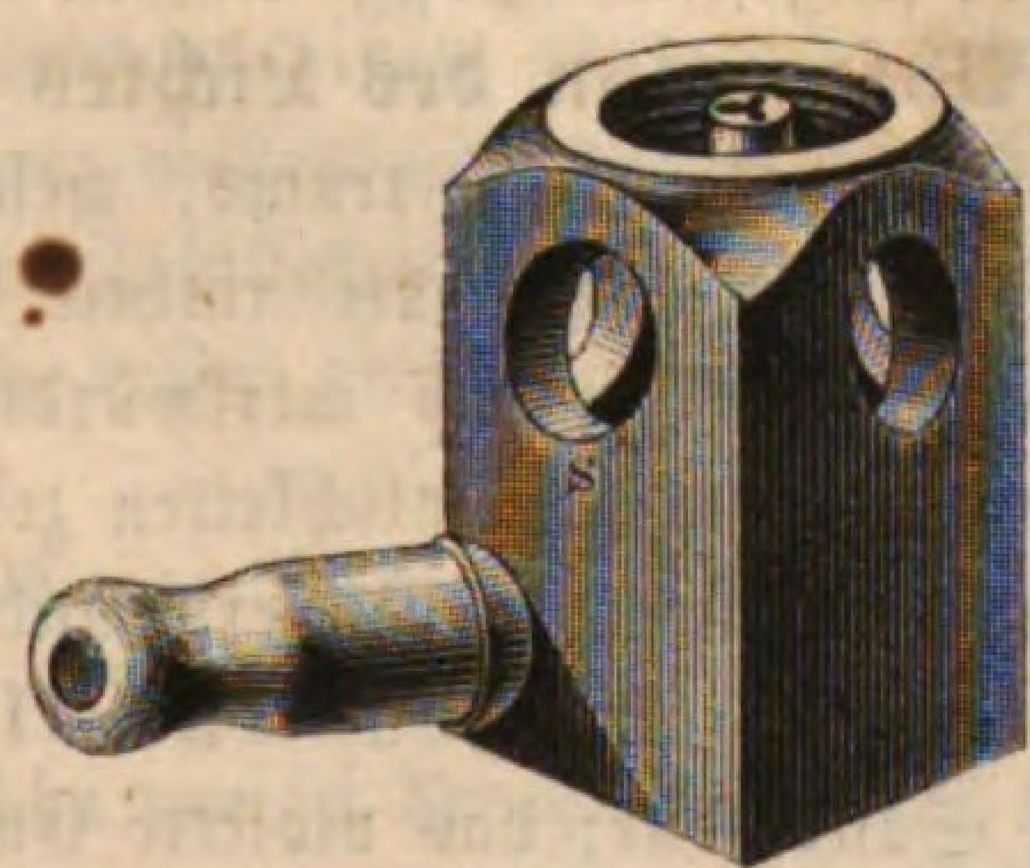


Fig. 589.



rohr *a* strömt das Leuchtgas unten durch eine feine dreispaltige Oeffnung, welche in der, den entsprechenden Theil des Apparates ohne das Rohr *a* in natürlicher Größe darstellenden Figur 589 deutlich zu sehen ist. Innerhalb des Rohres *a* mischt sich das Leuchtgas mit der durch die Seitenöffnungen *s* eintretenden atmosphärischen Luft, so daß es, am oberen Ende des Rohres *a* angezündet, schwach leuchtend und ohne zu rußen verbrennt. Diese Flamme nun wird intensiv gefärbt, wenn das mit dem entsprechenden Salz imprägnirte Röhrchen das obere Ende des Ausströmungsrohres *a* bildet.

Nr. 8 auf Tab. II. stellt das Spectrum der durch Kochsalz gefärbten Weingeist- oder Leuchtgasflamme dar. Es zeigt dasselbe einen außerordentlich hellen, schmalen und ziemlich scharf begränzten gelben Streifen, also gewissermaßen ein scharf begränztes gelbes Bild des Spaltes. Alle übrigen Farben des Spectrums sind fast vollständig verschwunden und nur im Blau und Grün zeigt sich noch ein schwacher Lichtschimmer.

Die durch Kochsalz gefärbte Flamme hat also eine fast ganz homogen gelbe Farbe; sie enthält nicht etwa alle gelbe Strahlen, die im vollständigen Spectrum vorkommen, sondern nur Gelb von einer ganz bestimmten Brechbarkeit, dessen Reinheit durch die schwache Beimischung von Blau nicht merklich gestört wird. Dieser Umstand verleiht dieser Flamme für manche optische Untersuchungen eine große Wichtigkeit, denn sie ist, das prismatische Farbenspectrum abgerechnet, die einzige Quelle homogenen Lichtes, welche bis jetzt bekannt ist.

Nr. 2 auf Tab. III. stellt das Spectrum der durch Chlorkupfer grün und Nr. 3 das Spectrum der durch Chlorstrontium roth gefärbten Flamme dar.

Nr. 8 auf Tab. II., so wie Nr. 2 und 3 auf Tab. III. stellen die entsprechenden Spectra so dar, wie man sie mit bloßem Auge beobachten kann. Wenn man in der bereits auf Seite 492 erwähnten Weise mit dem Fernrohre beobachtet, so lassen sich in dem Spectrum aller dieser Flammen noch weit mehr helle und dunkele Streifen unterscheiden.

Eine genauere Untersuchung der Spectra verschiedener Flammen hat Miller angestellt (Pogg. Annal. LXIX., 404.).

217 **Absorption des Lichtes durch farbige Gase.** Bei Untersuchung des prismatischen Spectrums, welches man erhält, wenn man die einfallenden Strahlen erst durch die rothen Dämpfe der salpetrigen Säure leitet, machte Brewster die merkwürdige Entdeckung, daß die Absorptionserscheinungen hier Eigenthümlichkeiten zeigen, welche bei farbigen Flüssigkeiten sowohl als auch bei farbigen Gläsern und anderen durchsichtigen farbigen festen Körpern fehlen. Nr. 5 auf Tab. III. stellt das Absorptionsspectrum der salpetrigen Säure dar; das violette Ende erscheint vollständig absorbirt, der übrige Theil aber von einer Reihe dunkeler Linien durchschnitten, welche große Aehnlichkeit mit den Fraunhofer'schen Linien zeigen, aber breiter und kräftiger sind.

Um diese Erscheinung zu zeigen, stelle man auf die bekannte Art ein Spectrum auf einem Papierschirm so dar, daß es wenigstens die stärksten der Fraunhofer'schen Linien zeigt und bringe dann dicht hinter den Spalt im Laden eine mit salpetriger Säure gefüllte Röhre von ungefähr wenigstens $^3/_4$ Zoll Weite. Reiner erhält man die dunklen Linien, wenn man statt der Röhre, wenigstens an den zwei Seiten, durch welche die einfallenden Strahlen hindurchgehen müssen, ein mit Platten von Spiegelglas begränztes Gefäß anwendet.

Durch Erwärmen wird die Farbe des Salpetergases intensiver roth, wobei die Stärke sowohl als auch die Anzahl der dunklen Linien zunimmt, so daß die vollständige Absorption mehr und mehr gegen das rothe Ende hin fortschreitet; ja Brewster ist es gelungen, durch fortgesetztes Erhitzen das Gas, ohne daß eine Zersetzung eintritt, vollständig schwarz zu machen, so daß nicht ein Sonnenstrahl durchzudringen vermochte, wobei freilich häufig die Röhren zerspringen (Pogg. Annal. XXXVIII., 50).

Auch andere farbige Gase zeigen Absorptionserscheinungen, welche denen der salpetrigen Säure ähnlich sind, namentlich Joddampf, Bromdampf, der Dampf von Manganhyperchlorid, Unterchlorsäure u. s. w.

Fig. 4 auf Tab. III. zeigt den allgemeinen Anblick der vom Jod erzeugten Linien; sie sind im orangefarbenen und gelben Theile am deutlichsten, im Grün aber werden sie so zahlreich, daß es bei einigermaßen intensiver Färbung des Gases vollständig absorbirt ist. Die Streifen sind nicht scharf begränzt und zeigen sich, mit hinlänglich vergrößernden Fernröhren nach der im §. 208, Seite 492 besprochenen Methode untersucht, aus sehr feinen Linien zusammengesetzt, die an Zahl und Stärke nach der Mitte der Streifen hin zunehmen.

Nicht alle farbigen Gase und Dämpfe zeigen solche Absorptionsstreifen; sie fehlen z. B. im Chlor, im rothen Dampf von Chromoxychlorid, im purpurnen der Uebermangansäure und im prachtvoll karmoisinrothen des Indigo.

Bei farblosen Gasen und Dämpfen hat man bis jetzt noch keine Absorptionsstreifen der in diesem Paragraphen besprochenen Art beobachtet.

Fluorescenz. Wenn man einige Stücke von der Rinde des gewöhn- 218
lichen Roßkastanienbaumes mit Wasser übergießt und es nur ganz kurze Zeit darauf stehen läßt, so nimmt die Flüssigkeit eine schwach bräunliche Färbung an, zeigt aber von gewissen Seiten her betrachtet einen ganz eigenthümlich bläulichen Schimmer, welchen man besonders gut wahrnimmt, wenn man die in einem Gefäße mit verticalen Wänden befindliche Flüssigkeit von Oben herab betrachtet, während helles Tageslicht oder noch besser directes Sonnenlicht von vorn auf die Flüssigkeit fällt.

Das in der Kastanienrinde enthaltene Aesculin ist die Ursache dieser Erscheinung.

Eine Auflösung von schwefelsaurem Chinin in der hundert- bis zweihundertfachen Gewichtsmenge Wasser, welchem einige Tropfen Schwefelsäure zugesetzt sind, zeigt fast dieselbe Erscheinung, wie der Auszug aus der Kastanienrinde, nur ist die Chininlösung für durchgehendes Licht vollkommen klar und farblos, weshalb der blaue Schimmer hier in großer Reinheit auftritt.

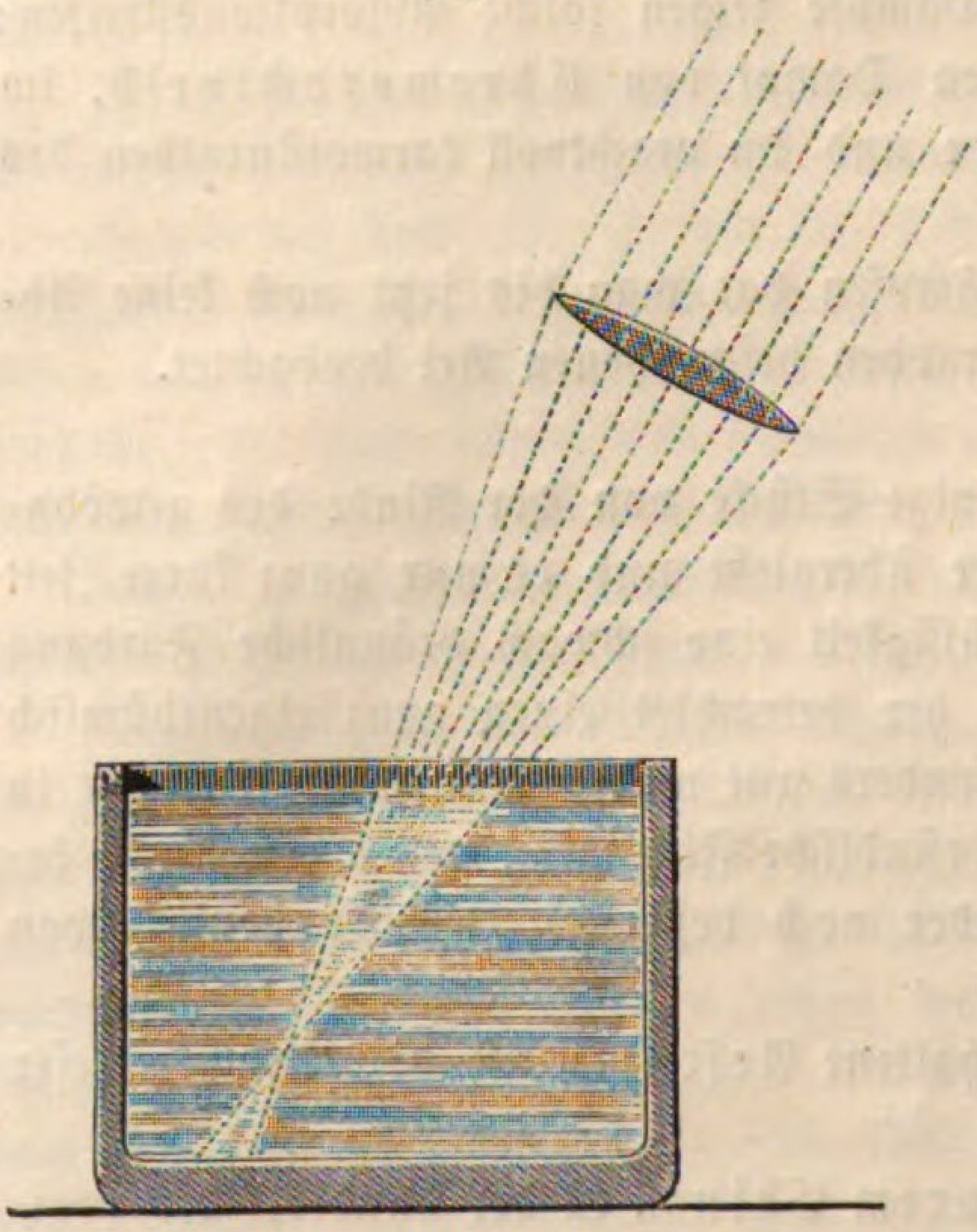
Ganz ähnlich verhält sich ein alkoholischer Auszug aus dem Samen des Stechapfels (Datura Strammonium). Diese Flüssigkeit hat eine bräunlichgelbe Färbung und zeigt einen grünlichen Schiller.

Eine höchst auffallende Erscheinung bietet das Blattgrün (Chlorophyll). Man erhält es, wenn man die grünen Blätter von Wasserpfeffer (Polygonum hydropiper), Brennnesseln, Epheu u. s. w. mit Aether extrahirt oder in gelinder Wärme mit Alkohol digerirt. Die so erhaltene, im durchgehenden Lichte schön grüne Flüssigkeit, deren Spectralanalyse in Nr. 8, Tab. I. dargestellt ist, zeigt, dem Sonnenlichte ausgesetzt, auf der Oberfläche eine intensiv blutrothe Färbung.

Einen schön blauen Schiller zeigen auch manche violetten und grünlichen Varietäten des Flußspathes, namentlich von Derbishire, und deshalb schlägt Stokes vor, dieses Phänomen, welches man früher nicht ganz passend innere Dispersion genannt hatte (innere Diffusion würde besser sein), mit dem Namen der Fluorescenz zu bezeichnen.

Um die Erscheinung deutlicher und brillanter zu sehen, als es unter den eben erwähnten Verhältnissen möglich ist, wandte Brewster folgende Beobachtungsmethode an: Die zu prüfende Flüssigkeit wird in ein oben offenes Gefäß gegossen und dann mittelst einer Converlinse von 2 bis 3 Zoll Brennweite ein Bündel Sonnenstrahlen gegen die Oberfläche derselben hin concentrirt, wie dies Fig. 590 andeutet. Die Linse wird so gehalten, daß der Brennpunkt je nach den Umständen mehr oder weniger tief unter den Spiegel der Flüssigkeit zu liegen kommt.

Fig. 590.



Wird eine Chininlösung auf diese Weise untersucht, so erblickt man einen prachtvoll himmelblauen Lichtkegel, welcher zunächst an der Oberfläche der Flüssigkeit am lebhaftesten ist und mit dem Eindringen in das Innere der Flüssigkeit rasch an Lichtstärke abnimmt. Ganz Aehnliches zeigt der Aufguß der Kastanienrinde und der alkoholische Auszug von Stechapfelsamen, nur daß bei letzterer Substanz das Bündel des dispergirten Lichtes grün ist.

In einer ätherischen oder alkoholischen Lösung von Blattgrün ist der fragliche Lichtkegel roth; in der gelben Curcumatinctur ist er grün, in der Lackmustinctur ist er schmutzig orange.

Als feste Körper, welche die fragliche Erscheinung zeigen, ist außer dem Flußspath noch das durch Uran gelblichgrün gefärbte Glas zu nennen, welches unter dem Namen des Kanarienglases oder des Annagrünen Glases bekannt ist. Ein Würfel solchen Glases ist besonders für Versuche über Fluorescenz geeignet, weil er jederzeit bereit ist, während die oben genannten organischen Lösungen, mehr oder weniger rasch sich zersetzend, fast immer erst wieder neu dargestellt werden müssen, wenn man mit ihnen experimentiren will.

Der durch eine Linse auf ein passend geformtes Stück Uranglas (am zweckmäßigsten ein Würfel) concentrirte Lichtkegel erscheint als ein lichtgrüner Nebel, während in den genannten Varietäten des Flußspathes ein blauer Lichtkegel erscheint.

219 **Verhalten fluorescirender Körper gegen farbiges Licht.** Ueber die Natur des eigenthümlichen Lichtes, welches fluorescirende Körper zeigen, hat Stokes dadurch viel Aufschluß gegeben, daß er ihr Verhalten in farbigem Lichte untersuchte.

Betrachtet man z. B. durch die grüne Lösung von Chlorkupfer (welche

man zu diesem Versuch in ein Gefäß der in Fig. 585 dargestellten Art gießen kann) den Lichtkegel, welcher mittelst einer Sammellinse in einem Würfel von Uranglas erzeugt worden ist, so erscheint er fast eben so hell wie vorher; läßt man aber die Sonnenstrahlen vor ihrem Eintritt in das Uranglas durch die Lösung von Chlorkupfer gehen, etwa indem man das mit dieser Lösung gefüllte Gefäß dicht vor die Linse hält, so verschwindet der grüne Lichtkegel im Uranglas fast vollständig.

Hält man dagegen die blaue Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak vor die Linse, so erscheint der grüne Lichtkegel im Uranglas fast in ungeschwächter Stärke, während er fast verschwindet, wenn man ihn durch die fragliche blaue Lösung betrachtet.

Ein Reihe von Versuchen, welche in der gleichen Weise angestellt wurden, gab die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Resultate.

Fluorescirende Flüssigkeit.	Farbiges Mittel.	Vor dem Auge.	Vor der Linse.
Schwefels. Chinin	Chroms. Kali	gut sichtbar	verschwunden
» »	Chlorkupfer	sichtbar	verschwunden
Stechapfeltinctur	Chroms. Kali	sichtbar	fast verschwunden
» »	Chlorkupfer	sichtbar	verschwunden
» »	Schwefels. Kupferoxydammoniak	fast verschwunden	sichtbar
Curcumatinctur	Rothes Glas	sichtbar	verschwunden
» »	Schwefels. Kupferoxydammoniak	verschwunden	sichtbar
Blattgrün	Schwefels. Kupferoxydammoniak	verschwunden	sichtbar.

Diese Versuche zeigen uns nun deutlich, was für ein Unterschied besteht zwischen den Farben der gewöhnlichen Körper und denen der fluorescirenden. Bei einem gewöhnlichen Körper ist es ganz gleichgültig, ob wir nur Licht auf ihn fallen lassen, welches durch ein farbiges Medium gegangen ist, oder ob wir ihn durch dieses Medium betrachten. Ein Stück Siegellack z. B. erscheint roth, mag man nun die Strahlen auf dasselbe fallen lassen, welche durch ein rothes Glas gegangen sind oder mag man es durch dieses rothe Glas betrachten;

schwarz erscheint dagegen das Stück Siegellack, wenn es nur von grünen Strahlen getroffen oder durch die Chlorkupferlösung betrachtet wird.

Die Eigenthümlichkeit der fluorescirenden Körper besteht obigen Versuchen zufolge hauptsächlich darin, daß sie im Stande sind, die Farbe der auf sie fallenden Strahlen zu ändern, denn sie senden zerstreutes Licht aus, welches in den meisten Fällen von anderer Farbe ist als das auffallende.

Das violette und blaue Licht, welches durch die Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak gegangen ist (Seite 506), kann ein grünes Lichtbündel im Uranglas erzeugen, ein Grün, welches selbst durch die Lösung des genannten Salzes absorbirt wird.

Dagegen sind die grünen Strahlen, welche durch eine Lösung von Chlorkupfer gegangen sind, nicht mehr im Stande im Uranglas den grünen Nebel zu erzeugen, obgleich das Grün dieses Nebels, wenn er durch weißes oder blaues Licht erzeugt worden ist, sehr gut durch eine Lösung von Chlorkupfer hindurchgeht. Wie man aus obigen Angaben ersieht, sind es vorzugsweise die blauen und die violetten Strahlen, welche in fluorescirenden Körpern die eigenthümlichen Lichterscheinungen hervorrufen. Stokes benutzt dies, um auch ohne Anwendung von Sonnenlicht Fluorescenzerscheinungen sehr merklich zu machen. In den Laden eines sonst ganz dunklen Zimmers wird eine Oeffnung von 4 bis 9 Quadratzoll gemacht und diese durch eine Platte blauen Glases geschlossen, so daß nur diffuses blaues Licht in das Zimmer eindringt. Hält man dann den zu prüfenden Körper, etwa einen Würfel von Uranglas, ein mit Blattgrünlösung gefülltes Glasgefäß u. s. w. in die Nähe der Oeffnung, so strahlt er sein gegen das einfallende Blau auffallend contrastirendes Licht aus, und somit liefert dieses Verfahren ein Mittel, um auch schwache Spuren von Fluorescenz zu entdecken.

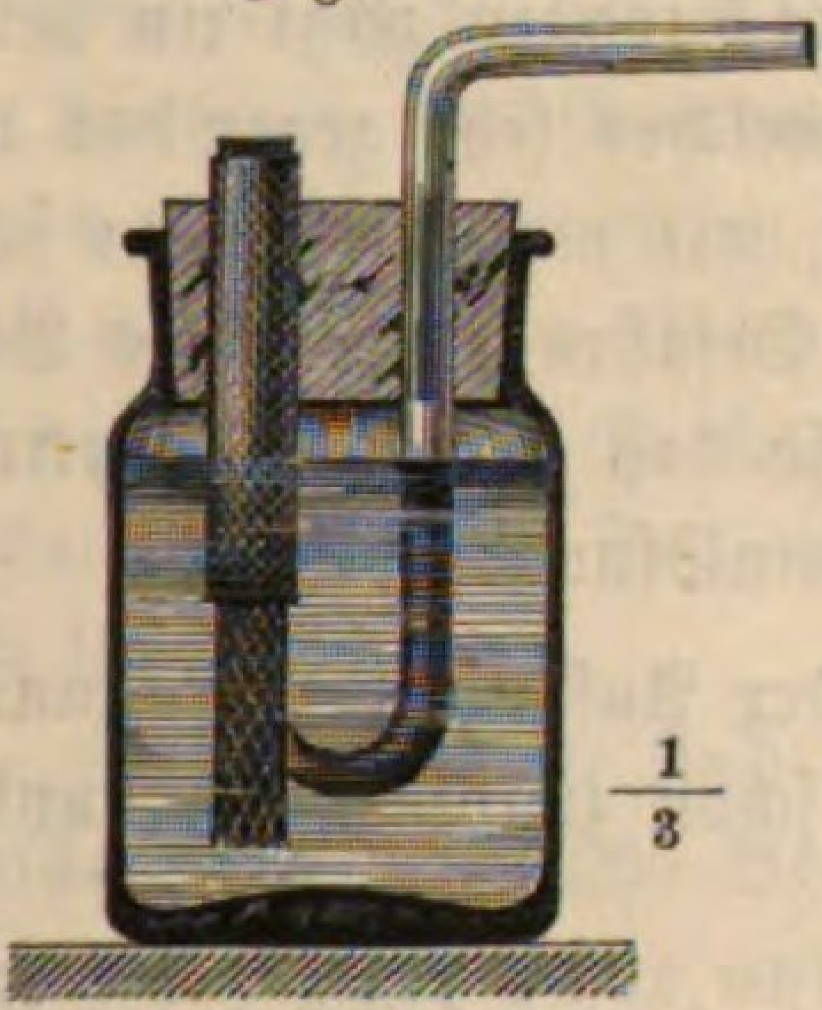
Besonders viel der brechbareren Strahlen, welche vorzugsweise Fluorescenz erregend wirken, enthält das elektrische Licht, die elektrischen Lichtbüschel sowohl als auch der elektrische Funke, mag er nun im lufterfüllten oder luftleeren Raume überschlagen. Ganz besonders zeichnet sich aber in dieser Hinsicht das prachtvoll violette Licht des im luftleeren Raume übergehenden Inductionsfunkens aus, worauf wir im zweiten Theile dieses Werkes noch einmal zurückkommen werden.

Die gewöhnliche Kerzenflamme, die Flamme einer Oel- oder Leuchtgaslampe enthalten vorzugsweise die leuchtenderen grünen, gelben und rothen Strahlen, welche wenig oder gar nicht fluorescenzerregend wirken, weshalb man bei Kerzen- und Lampenlicht kaum Spuren von Fluorescenzerscheinungen wahrnehmen kann. Das im Tages- und Sonnenlicht so feurig-grüne Uranglas sieht deshalb des Abends bei Lampenbeleuchtung sehr unscheinbar aus.

Auch die durch Strontian roth und die durch Kupfer grün gefärbten Flammen zeigen in dieser Beziehung nur unbedeutende Wirkungen, weil ihnen namentlich die brechbaren Strahlen fehlen, wie schon der Anblick ihrer Spectra Nr. 2 und 3 auf Tab. III. zeigt.

Zu den wenigen Flammen, welche vorzugsweise blaue und violette Strahlen enthalten, gehört die des Schwefels und namentlich die des Schwefelkohlenstoffs. Babo hat ein eigenes Lämpchen construirt, um eine möglichst lebhafte Flamme von Schwefelkohlenstoff hervorzubringen, welches Fig. 590a dargestellt ist. Das cylindrische Glasgefäß, welches den Schwefelkohlenstoff enthält, ist oben mit einem Kork geschlossen, in welchem eine gegen 8 bis 10 Millimeter weite Glasröhre steckt; in diese Glasröhre ist eine zweite, mit einem runden Docht umgebene hineingesteckt, wie man in Fig. 590a deutlich sieht.

Fig. 590a.



$\frac{1}{3}$

Diese innere Röhre ist unten umgebogen, geht seitwärts wieder durch den Kork hindurch und dient, um Sauerstoffgas durch das Innere der am oberen Ende des Dochtes brennenden Flamme strömen zu lassen. Ein dem matten Lichte dieser Flamme ausgesetztes Stück Uranglas (ein Würfel etwa) strahlt ein wunderbar grünes Licht in der Art aus, daß es selbst zu leuchten scheint, ein Effect, welcher gewiß nur daher rührt, daß die ganze Umgebung durch das Licht der Schwefelkohlenstoff-Flamme nur sehr schwach erleuchtet wird. Wie das Uranglas, so strahlt auch, von der Flamme des Schwefelkohlenstoffs beleuchtet, jeder andere fluorescirende Körper in seinem eigenthümlichen Lichte; Blattgrün z. B. erscheint blutroth, Chininlösung zeigt ihren blauen Schiller u. s. w.

Untersuchung fluorescirender Körper im prismatischen Spectrum. 220 Was im vorigen Paragraphen über das Verhalten fluorescirender Körper gegen verschiedenfarbiges Licht gesagt, findet seine Bestätigung, wenn man sie dem prismatischen Farbenspectrum aussetzt, wobei sich aber noch weitere Eigenthümlichkeiten herausstellen.

Fluorescirende Flüssigkeiten werden in Gefäße mit parallelen Glaswänden gegossen. Diese Gefäße können ungefähr so construirt sein, wie das Fig. 585 Seite 506 abgebildete, nur müssen sie andere Dimensionen haben; etwa 20^{cm} lang, 6^{cm} hoch und 3^{cm} dick. In Ermangelung solcher Gefäße kann man auch gläserne Toiletteschüsselchen gebrauchen, wie sie jetzt häufig im Handel vorkommen. Das Spectrum wird gerade so erzeugt, als ob man die Fraunhofer'schen Linien auf einem Papierschirme beobachten wollte, an die Stelle des Schirmes wird aber dann die vordere Fläche des mit der fluorescirenden Flüssigkeit gefüllten Gefäßes gesetzt.

Der Anblick, welchen auf diese Weise eine Chininlösung hervorbringt, ist ungemein merkwürdig. Die weniger brechbaren Strahlen gehen ungehindert durch die Lösung hindurch, wie durch Wasser, so daß man an der Vorderfläche des Gefäßes von dem rothen Ende des Spectrums nichts sieht, als was etwa durch Unreinheit der Glasfläche diffundirt wird. Erst im Blau beginnt die Chininlösung Licht zu zerstreuen, so daß man auf ihrer Vorderfläche einen Far-

benstreifen von zerstreutem Lichte erblickt, welcher zwischen den dunklen Streifen *G* und *H* beginnend, sich noch weit über die violette Gränze des gewöhnlichen Spectrums hinaus erstreckt. Die dunklen Streifen *H* erscheinen hier mit weit größerer Deutlichkeit als auf dem Papiere, und noch in dem über *H* hinaus verlängerten Theile des Spectrums zeigt sich eine Menge dunkler Linien, von denen man auf einem Papierschirme nicht die Spur wahrnehmen kann.

Was die Farbe dieses Lichtstreifens betrifft, welchen wir das durch die Chininlösung modificirte Spectrum nennen wollen, so weicht sie wesentlich von der Farbe des auffallenden Lichtes ab, denn der ganze Streifen zeigt ein helles, sanftes, am Ende etwas ins Grau spielendes Blau, welches sehr gegen das tiefe Blau und Violett des auffallenden Lichtes contrastirt, wie man am besten sehen kann, wenn man dicht vor die vordere Fläche des Gefäßes ein weißes Blatt Papier abwechselnd hinhält und wieder wegnimmt, so daß man das Spectrum bald auf dem Papier und dann wieder auf der Chininlösung erblickt.

Der Chininlösung ganz ähnlich verhält sich der Aufguß der Kastanienrinde, nur beginnt der Streifen diffundirten Lichtes schon zwischen den dunklen Linien *F* und *G*.

Noch früher beginnt die Diffusion bei der Stechapfeltinctur, denn sie ist bei dem Streifen *F* schon sehr merklich und erstreckt sich gleichfalls weit über die violette Gränze des gewöhnlichen Spectrums. Das durch Stechapfeltinctur modificirte Spectrum bildet einen hellgrünen Lichtstreifen, so daß also die Fraunhofer'schen Linien sämmtlich auf grünlichem Grunde erscheinen. Man sieht also, daß blaue und violette Strahlen, ferner noch solche Strahlen, welche brechbarer als violett, unmittelbar im Auge keine merkliche Lichtempfindung hervorrufen können und die wir als ultraviolett bezeichnen wollen, in der Stechapfeltinctur ein grünes Licht erzeugen.

Auf der Vorderfläche einer Lösung von Blattgrün erscheint das modificirte Spectrum als ein Lichtstreifen von rother Farbe. Er beginnt zwischen den Fraunhofer'schen Linien *B* und *C* und geht an dem anderen Ende des Spectrums weit über die Linien *H* hinaus. Sehr hell ist dieser rothe Streifen nur zwischen *C* und *D*, darauf folgt ein fast ganz dunkler Zwischenraum, welcher in der Nähe von *F* in eine carmoisinrothe Färbung übergeht; über *H* hinaus ist dann die Färbung des Spectralstreifens dunkel rothbraun. Bei dem durch Blattgrün modificirten Spectrum erscheinen also alle Fraunhofer'schen Linien auf dunkelrothem Grunde, weshalb sie hier auch nicht so gut sichtbar sind als bei den vorher besprochenen Flüssigkeiten.

Ganz ähnliche Erscheinungen, wie wir sie bisher betrachtet haben, zeigt auch ein mit Curcumatinctur bestrichenes Papier; wird ein solches ins Spectrum gehalten, so erscheint dasselbe weit über *H* hinaus verlängert. Vom rothen Ende des Spectrums bis gegen *F* hin bleiben die Farben des auffallen- Lichtes unverändert; von da an aber bildet das durch das Curcumapapier modificirte Spectrum einen schmutzig grünen Lichtstreifen, auf welchem die Linien

G, H und die dem ultravioletten Theile des Spectrums angehörigen mit großer Deutlichkeit sichtbar sind.

Der Contrast des auffallenden blauen und violetten Lichtes gegen die grünliche Färbung des durch das Curcumapapier modificirten Lichtes kann man am besten wahrnehmen, wenn man einen Schirm von der im §. 215 besprochenen Art anwendet, dessen untere Hälfte mit Curcumatinctur gefärbt ist, und diesen Schirm so ins Spectrum bringt, daß die obere Hälfte des Spectrums auf das weiße Papier, die untere auf den angestrichenen Theil fällt.

Papiere, welche mit einer ziemlich concentrirten Lösung von Chinin oder mit dem Auszuge des Stechapfelsamens getränkt sind, verhalten sich auf ähnliche Weise wie das Curcumapapier; ganz besonders aber eignet sich, nach Bötger's Angabe, zu diesen Versuchen ein mit einer concentrirten Lösung von Kaliumplatincyanür bestrichenes Papier; doch habe ich gefunden, daß mit diesem Salze bestrichene Papiere erst dann fluorescirend wirken, wenn sie so stark imprägnirt sind, daß die Oberfläche mit feinen Krystallnädelchen überdeckt ist.

Solche Papiere sind für den Gebrauch weit bequemer als fluorescirende Flüssigkeiten. Gleiche Bequemlichkeit für den Gebrauch bietet aber auch eine ungefähr 8 Zoll lange und $1\frac{1}{2}$ Zoll hohe Platte von Uranglas.

Prismatische Zerlegung der Fluorescenzfarben. Stokes, welchem wir die Kenntniß aller der in den beiden letzten Paragraphen besprochenen Thatsachen verdanken, hat seine Untersuchungen über die Fluorescenz (Poggendorff's Annal., Ergänzungsband IV) mit einer prismatischen Analyse des durch fluorescirende Körper modificirten Spectralstreifens beschlossen. 221

Untersucht man das auf Curcumapapier aufgefangene Spectrum durch ein zweites horizontal gehaltenes Prisma nach der am Schlusse des §. 205 besprochenen Weise, so beobachtet man die in Fig. 591 (a. f. S.) dargestellte Erscheinung. *AN* stelle das auf dem Curcumapapier aufgefangene Spectrum sammt den wichtigsten Fraunhofer'schen Linien dar; von *F* bis *N* zeigt dieser Streifen eine schmutzig grüne Farbe. Durch das horizontale Prisma wird dieser Spectralstreifen *AN* gewissermaßen in zwei Theile zerlegt, nämlich in ein normales abgeleitetes Spectrum *RS* und in ein zweites ganz eigenthümliches Spectrum *TU*, in welchem die Farben in horizontaler Richtung über einander liegen.

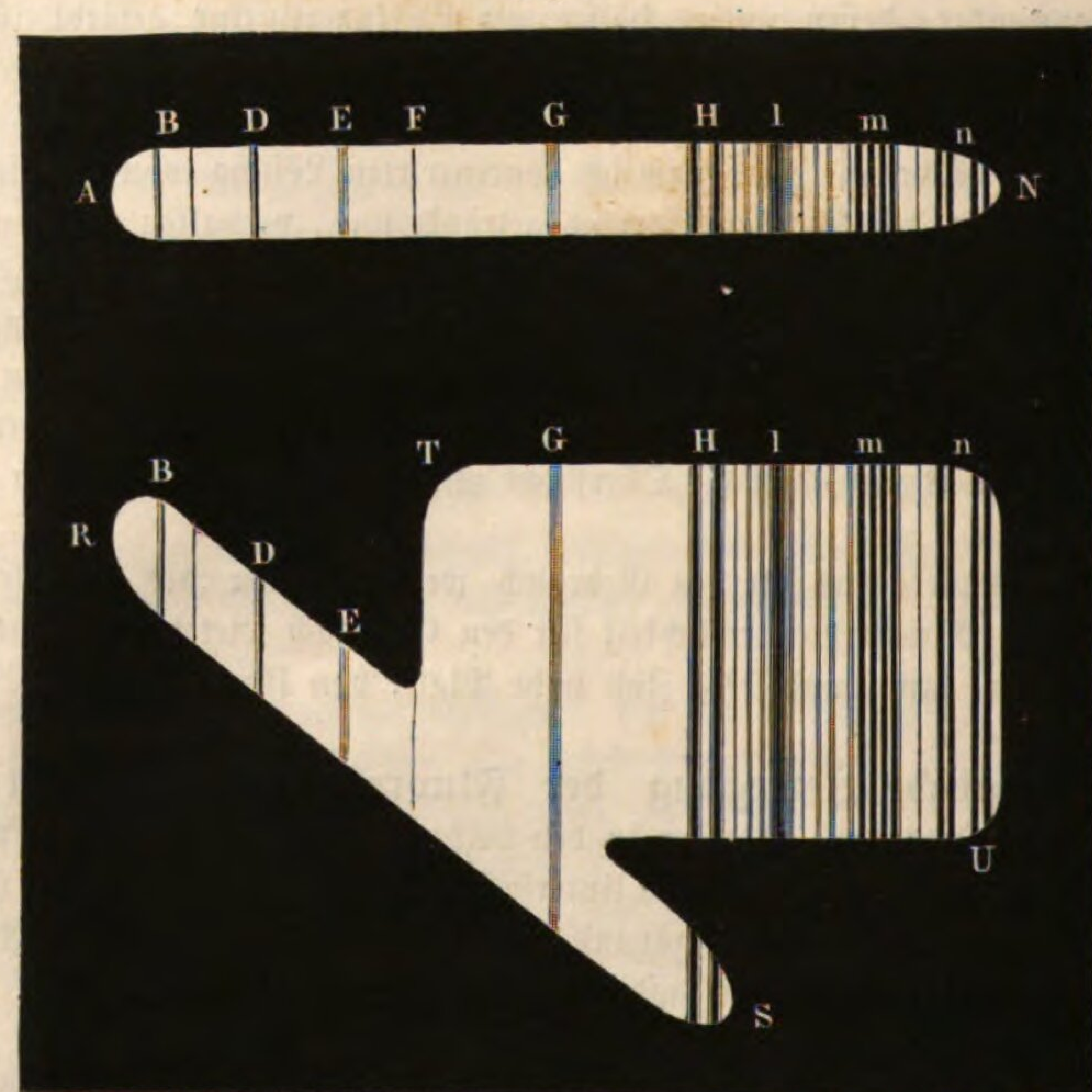
Diese Thatsache zeigt nun, daß die grünliche Färbung, welche sich da zeigt, wo die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen auffallen, keine homogene, sondern eine zusammengesetzte ist, und zwar, daß sie rothe, gelbe, grüne und blaue Strahlen enthält.

Die Fraunhofer'schen Linien sind auch in diesem zweiten abgeleiteten Spectrum *TU* sehr gut sichtbar, jeder derselben durchsetzt aber begreiflicher Weise alle Farben, so daß also z. B. die Streifen *H* im derivirten Spectrum durch Roth, Gelb, Grün und Blau gehen.

Je nach dem Farbentone des modificirten Spectrums *AN* wird auch das Verhältniß der Bestandtheile des zweiten abgeleiteten Spectrums *TU* ein an-

deres werden; beim Blattgrün z. B. bildet Roth den wesentlichsten Bestandtheil, die übrigen Farben sind schwach und das blaue Ende fehlt beinahe ganz; bei der Chininlösung dagegen herrscht im secundären abgelenkten Spectrum *TU* das Blau vor, während das rothe Ende fast gänzlich verschwindet.

Fig. 591.



Daß man bei Anwendung des Curcumapapiers das erste abgelenkte Spectrum *RS* so hell sieht, rührt daher, daß ein solches Papier noch viel unmodificirtes Licht zurückwirft; ist dies nicht der Fall, wie z. B. bei einer Chininlösung oder bei der Stechapfeltinctur, so wird dieses erste abgelenkte Spectrum *RS* fast ganz fehlen.

Welche fluorescirende Substanz man auch diesem Versuche unterwerfen mag, so liegt doch das secundäre abgelenkte Spectrum *TU* vollständig oberhalb des normalen abgelenkten Spectrums *RS*, und daraus folgt, daß die prismatischen Strahlen in fluorescirenden Substanzen nur solches Licht erzeugen, welches eine geringere Brechbarkeit hat. — Die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen des Spectrums können also rothes, gelbes, grünes, zum Theil auch blaues Licht erzeugen, die rothen, gelben und grünen Strahlen werden aber niemals in Blau und Violett verwandelt, denn sonst müßte ein Theil des secundären abgelenkten Spectrums links unter *RS* liegen.

Im Sinne der Vibrationstheorie muß man also sagen, daß, wenn Licht von einer bestimmten Wellenlänge auf einen fluorescirenden Körper fällt, es in

zerstreutes Licht von größerer Wellenlänge und geringerer Schwingungsdauer umgewandelt werden kann.

Die zuletzt beschriebene Beobachtungsmethode ist nun die geeignetste, um zu untersuchen, ob ein Körper fluorescirend sei oder nicht. Ist letzteres der Fall, so fehlt das zweite abgelenkte Spectrum *TU*, wie dies z. B. beim weißen Porzellan der Fall ist. Betrachtet man das auf weißem Papier aufgefangene Spectrum durch ein zweites Prisma, so ist das secundäre Spectrum *TU*, wenn auch nur ganz schwach, sichtbar, woraus hervorgeht, daß das Papier schwach fluorescirt.

Stokes hat auf diese Weise gefunden, daß eine große Anzahl von Körpern mit einem geringen Grade von Fluorescenz begabt sind.

Absorption Fluorescenz erregender Strahlen. Wenn man auf 222
die Vorderfläche der zwischen parallelen Glasflächen eingeschlossenen Chininlösung ein Spectrum fallen läßt und dann die Flüssigkeit von oben her betrachtet, so sieht man, daß an der Stelle, wo die Fluorescenz beginnt, der blaue Lichtschimmer durch die ganze Dicke der Flüssigkeit hindurch zieht, selbst wenn dieselbe 2 bis 3 Zoll beträgt; alsbald aber nimmt die Dicke, bis zu welcher der Lichtschimmer in die Flüssigkeit eindringt, sehr rasch ab, so daß sie bei den Linien *H*, je nach dem Concentrationsgrade der Chininlösung, nur noch 1 bis 2 Linien beträgt, während weiter hinaus der Lichtschimmer nur noch an der äußersten Oberfläche der Flüssigkeit auftritt.

Es folgt daraus, daß die Chininlösung diejenigen Strahlen absorbirt, welche vorzugsweise Fluorescenz zu erregen im Stande sind.

Wenn man auf Curcumapapier ein Spectrum erzeugt hat, so verschwindet der ultraviolette Theil desselben sogleich, wenn man ein Gefäß von der Fig. 585 Seite 506 dargestellten Art mit Schwefelkohlenstoff gefüllt dicht hinter den Spalt bringt, durch welchen die Sonnenstrahlen in das dunkle Zimmer eintreten. So vollkommen also auch der Schwefelkohlenstoff alle sichtbaren Strahlen des Spectrums durchläßt, so absorbirt er doch die ultravioletten; man dürfte deshalb in den oben beschriebenen Versuchen das Flintglasprisma nicht durch ein mit Schwefelkohlenstoff gefülltes Hohlprisma ersetzen.

Dagegen läßt der Quarz die ultravioletten Strahlen weit vollständiger durch als Glas; wenn man daher die Sonnenstrahlen durch einen Metallspiegel ins dunkle Zimmer reflectirt, wenn man ferner statt das Flintglasprismas ein Quarzprisma anwendet, welches so geschliffen und gestellt ist, daß die durchgehenden Strahlen dasselbe in der Richtung der optischen Axe durchlaufen, wenn man endlich die dicht hinter dem Prisma aufgestellte Glaslinse mit einer senkrecht zur Axe geschliffenen Linse von Bergkrystall vertauscht, so fällt die Verlängerung des Spectrums auf fluorescirenden Papieren viel bedeutender und lichtstärker aus, als wenn man Glasprisma und Glaslinse anwendet.

Was nun die Ursache betrifft, warum die ultravioletten Strahlen direct unsichtbar sind, so kann diese entweder darin liegen, daß diese Strahlen gar nicht unsere Netzhaut erreichen, daß sie von den brechenden Medien des Auges

absorbirt werden wie vom Schwefelkohlenstoff; oder wenn das nicht der Fall ist, wenn die ultravioletten Strahlen wirklich auf die Netzhaut gelangen, so kann der Grund ihrer Unsichtbarkeit nur in der Unempfindlichkeit der Netzhaut gegen so schnelle Schwingungen liegen.

Nach den Untersuchungen von Donders werden die ultravioletten Strahlen durch die brechenden Medien des Auges nicht absorbirt, die Unsichtbarkeit der ultravioletten Strahlen muß also dem zweiten der oben angeführten Gründe zugeschrieben werden.

Die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen, welche vorzugsweise die Phänomene der Fluorescenz hervorrufen, sind es auch, welche, wie wir später sehen werden, vorzugsweise chemische Wirkungen hervorbringen, wodurch dann die innigen Beziehungen zwischen Fluorescenz und Photographie bedingt sind, welche weiter unten besprochen werden sollen.

223 **Phosphorescenz.** Die äußeren Verhältnisse der Fluorescenz hat Stokes durch seine Untersuchungen wenigstens in der Hauptsache festgestellt, in theoretischer Beziehung aber ist die Fluorescenz wohl noch als ein unerklärtes Phänomen zu bezeichnen, d. h. wir können noch nicht nachweisen, wie es kommt, daß die schneller vibrirenden Strahlen, welche einen fluorescirenden Körper treffen, in demselben in langsame Oscillationen umgesetzt werden.

Je weniger wir aber in theoretischer Beziehung von der Fluorescenz wissen, desto wichtiger ist es, alle analogen Erscheinungen zusammenzustellen, weil man dadurch vielleicht auf den wahren Erklärungsgrund hingeleitet werden kann, und deshalb wollen wir die freilich schon längst bekannten Erscheinungen der Phosphorescenz noch kurz betrachten, welche durch die in den letzten Paragraphen besprochenen Thatsachen ein neues Interesse gewonnen haben.

Es ist bekannt, daß Phosphor im Dunkeln schwach leuchtet, wenn er mit der atmosphärischen Luft in Berührung kommt. Hier ist das Leuchten leicht zu erklären, denn es findet unter den angedeuteten Umständen eine allmälige Oxydation, eine langsame Verbrennung des Phosphors statt, welche offenbar die Quelle der schwachen Lichtentwickelung ist. Nach dieser bekannten Erscheinung, welche man an jedem Streichhölzchen beobachten kann, hat man überhaupt jedes schwache Leuchten eines Körpers, mag die Ursache desselben sein, welche sie will, mit dem Namen der Phosphorescenz bezeichnet.

Das Leuchten des faulen Holzes, faulender Fische, der Johanniswürmchen u. s. w, ist ohne Zweifel nur die Folge eines chemischen Processes; anders aber verhält es sich mit den Körpern, welche, nachdem sie einige Zeit den Sonnenstrahlen ausgesetzt waren, dadurch die Fähigkeit erlangt haben, im Dunklen zu leuchten.

In die Classe solcher Körper, welche durch Insolation selbstleuchtend werden, gehört der Diamant (doch giebt es auch Diamanten, welchen diese Eigenschaft fehlt), manche Varietäten von Flußspath, namentlich eine von

Nertschinsk, welche wegen des schön grünen Lichtes, mit welchem sie phosphorescirt, Chlorophan genannt wird, Kalkspath, Marmor u. s. w.

Außer diesen natürlichen Leuchtsteinen giebt es auch noch künstliche, d. h. man hat verschiedene Präparate dargestellt, welche zum Theil in ganz ausgezeichnetem Grade die Eigenschaft haben, im Dunklen zu leuchten, wenn man sie vorher den Sonnenstrahlen ausgesetzt hat; so z. B. der Bononische Leuchtstein, welcher dadurch erhalten wird, daß man aus Pulver von eisenfreiem Schwerspath mit Tragantschleim platte Kuchen formt und den getrockneten Teig in einem Tiegel glüht. Andere Leuchtsteine erhält man, nach Osann, wenn man geglühte und gereinigte Austernschalen in einem wohlverschlossenen Tiegel mit Schwefelantimon oder mit Realgar u. s. w. glüht. Auch einfach geglühte Austernschalen gehören zu den guten Leuchtsteinen. In Gmelin's Handbuch der Chemie (Heidelberg 1843) findet man eine Zusammenstellung der verschieden Methoden, welche zur Darstellung künstlicher Leuchtsteine in Vorschlag gebracht wurden.

Auch hier sind es wieder die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen, welche vorzugsweise die Erscheinung der Phosphorescenz hervorrufen, während eine Bestrahlung durch rothe, gelbe oder grüne Strahlen mehr oder weniger wirkungslos bleibt.

Wie bei der Fluorescenz, so ist auch hier die Farbe, welche der phosphorescirende Körper aussendet, meist eine andere als diejenige, durch welche er bestrahlt wurde. Durch blaue und violette Strahlen insolirt, leuchtet z. B. der Diamant mit gelbrothem, der Chlorophan mit grünem Lichte.

So sehen wir denn mannigfache Beziehungen zwischen Fluorescenz und Phosphorescenz, so daß man wohl sagen könnte, die Fluorescenz sei ein Phosphoresciren, welches so stark ist, daß man es schon während der Insolation wahrnimmt, welches aber mit der Insolation zugleich aufhört, während dagegen die Phosphorescenz als ein Fluoresciren bezeichnet werden kann, welches zu schwach ist, um während der Insolation bemerkbar zu sein, welches aber noch einige Zeit nach dem Aufhören der Insolation fortdauert und dann im Dunklen sichtbar ist.

Zum Schlusse ist noch zu bemerken, daß die meisten Leuchtsteine, welche durch Insolation phosphorescirend werden, auch durch Erwärmen in den Zustand des Selbstleuchtens versetzt werden.

Sechstes Capitel.

Die chemischen Wirkungen des Lichtes.

---

224 **Einfluß des Lichtes auf chemische Verbindungen und Zersetzungen.** Zwischen den Erscheinungen der Fluorescenz und den chemischen Wirkungen des Lichtes finden so vielfache Beziehungen statt, daß die Besprechung der letzteren am zweckmäßigsten gerade nach den die Fluorescenz behandelnden Paragraphen ihre Stelle findet.

Bei gewöhnlicher Temperatur verbinden sich im Dunklen Chlorgas und Wasserstoffgas nicht mit einander; sobald man aber dem Lichte den Zutritt gestattet, geht die Verbindung vor sich, und zwar langsam im Tageslichte, unter Explosion im Sonnenlichte. — Das in Wasser absorbirte Chlorgas entzieht nur unter Einwirkung des Lichtes dem Wasser allmälig den Wasserstoff; Phosphor, welcher in Wasser aufbewahrt wird, verwandelt sich im Sonnenlichte in rothes Phosphoroxyd. — Concentrirte Salpetersäure zersetzt sich am Lichte schon bei gewöhnlicher Temperatur zum Theil in Sauerstoff und Untersalpetersäure; das weiße Chlorsilber wird durch das Licht geschwärzt, was eine Folge seiner Zersetzung ist, indem das Chlor entweicht und das Silber metallisch (reducirt) in fein vertheiltem Zustande zurückbleibt. Es sind hier nur einige der auffallendsten Beispiele angeführt, um den Einfluß des Lichtes auf chemische Verbindungen und Zersetzungen nachzuweisen; es finden sich solcher Beispiele noch viele in allen Lehrbüchern der Chemie.

Sehr auffallend ist der Einfluß des Lichtes auf die Zersetzung organischer Substanzen; es befördert nämlich die Vereinigung des Sauerstoffs der Atmosphäre mit dem Kohlenstoff und dem Wasserstoff der organischen Körper; daher kommt denn auch das Bleichen vegetabilischer Farbstoffe im Lichte, namentlich im Sonnenlichte, die gelbe Färbung des Terpentinöls, die grüne Färbung des gelben Guajaks, wenn eine weingeistige Lösung desselben, auf Papier gestrichen, dem Lichte ausgesetzt wird u. s. w.

Zum Gedeihen der lebenden Pflanzen ist das Licht durchaus nöthig, im

Dunklen ist eine kräftige Entwickelung derselben unmöglich; sie erhalten bald ein verkümmertes Ansehen, Blätter und Blüthen bleiben blaß. Pflanzen, die in Zimmern gezogen werden, wachsen bekanntlich immer nach den Fenstern hin.

Die grünen Theile der Pflanzen absorbiren Kohlensäure aus der Luft; diese Kohlensäure wird zerlegt, der Kohlenstoff bleibt als Bestandtheil der Pflanze zurück, während der Sauerstoff wieder in die Atmosphäre ausgehaucht wird. Diese Zersetzung der Kohlensäure und das Aushauchen von Sauerstoff in die Luft findet aber nur unter dem Einflusse des Lichtes Statt. Man kann sich leicht davon überzeugen, wenn man einen frischen grünen Zweig unter eine mit kohlensäurehaltigem Wasser gefüllte Glasglocke bringt; im Lichte entwickeln sich zahlreiche Glasblasen an den Blättern, die in den oberen Theil der Glasglocke aufsteigen; das hier gesammelte Gas ist Sauerstoffgas. Diese Gasentwickelung findet im Dunklen nicht Statt, sie hört auf, sobald dem Wasser alle freie Kohlensäure entzogen worden ist.

Im Allgemeinen ist die chemische Wirkung der blauen und violetten Strahlen ungleich stärker als die der rothen.

Photographie. Schon Wedgwood kam auf den Gedanken, die Schwärzung des Chlorsilbers zu benutzen, um die Bilder der camera obscura zu fixiren, und in der That stellte Davy mittelst eines Sonnenmikroskops die Bilder kleiner Gegenstände auf Chlorsilberpapier dar; sie wurden aber bald durch die fortdauernde Einwirkung des Lichtes auf das Chlorsilber wieder vernichtet. Niepce brachte es in der Kunst, solche Lichtbilder zu fixiren, schon weiter; allein erst Daguerre fand nach vielen mühsamen Versuchen ein Verfahren, welches in dieser Hinsicht fast Unglaubliches leistet. 225

Das Material, auf welchem die Daguerre'schen Lichtbilder dargestellt werden, ist eine plattirte, d. h. eine mit einer dünnen Silberschicht überzogene Kupferplatte. Nachdem sie gehörig gereinigt worden ist, wird sie auf eine viereckige Porzellanschale gelegt, welche eine wässerige Lösung von Chlorjod enthält, und hier so lange den Dämpfen des Jods ausgesetzt, bis sich eine goldgelbe oder violette Schicht von Jodsilber auf der Platte gebildet hat. Nun wird die Platte, vor jeder fremden Einwirkung des Lichtes geschützt, genau an der Stelle in die camera obscura eingesetzt, an welcher ein scharfes Bild des abzubildenden Gegenstandes entsteht. Nach einiger Zeit, deren Dauer von mannigfachen Umständen abhängt, wird die Platte aus der camera obscura weggenommen. Man sieht jetzt noch keine Spur eines Bildes; dasselbe tritt aber alsbald hervor, wenn man sie Quecksilberdämpfen aussetzt. Sobald das Bild hinlänglich ausgeprägt ist, wird die Platte in eine Lösung von unterschwefligsaurem Natron gelegt, wodurch der Ueberzug von Jodsilber aufgelöst und so eine fernere Einwirkung des Lichtes unmöglich gemacht wird.

An den Stellen der jodirten Platte, auf welche die hellen Partien des Bildes der camera obscura gefallen waren, hat das Licht schon eine Einwirkung hervorgebracht, bevor dieselbe dem Auge sichtbar wird; diejenigen Stellen

der Platte nämlich, welche dem Lichte am meisten ausgesetzt waren, haben die Eigenschaft erhalten, Quecksilberdämpfe zu condensiren; hier schlägt sich also Quecksilber in unendlich feinen Perlchen nieder, während da, wo das Licht nicht eingewirkt hat, kein solcher Niederschlag stattfindet. Nachdem nun an den letzteren Stellen das völlig unveränderte Silberjodid abgewaschen worden ist, hat man an den hellen Partien des Bildes den feinen Quecksilberstaub, da, wo das Licht nicht eingewirkt hat, den glänzenden Silberspiegel; und wenn man die Platte so hält, daß der Spiegel solche Strahlen in das Auge reflectirt, welche von dunklen Gegenständen kommen, so bildet dieser Silberspiegel den dunklen Grund, auf welchem die hellen Partien durch das von den Quecksilberkügelchen nach allen Seiten hin zerstreute Licht hervortreten.

Wenn man die Platte länger in der camera obscura läßt, so wird die Wirkung des Lichtes auf der jodirten Platte ohne Weiteres sichtbar, indem das Jodsilber da geschwärzt wird, wo das Licht am kräftigsten wirkt; das auf diese Weise entstehende Bild ist ein negatives, d. h. den hellen Stellen des Gegenstandes entsprechen die dunklen Stellen des Bildes, und umgekehrt.

Wenn man die Platte solange in der camera obscura gelassen hat, daß die Lichtwirkung auf derselben sichtbar wird, so ist der zur Erzeugung eines Daguerre'schen Bildes geeignete Moment schon vorüber.

Talbot befolgt eine ganz andere Methode zur Darstellung seiner photographischen Bilder. Er bedient sich eines gegen das Licht empfindlichen Papiers, dessen Bereitungsweise wir hier nicht näher beschreiben können und welches er kalotypes Papier nennt. Auf diesem Papiere wird in der camera obscura ein negatives Bild erzeugt und dasselbe fixirt.

Dieses negative Bild wird mit einem eben so präparirten Papiere zwischen zwei Glasplatten gelegt und dem Sonnenlichte ausgesetzt; die dunklen Stellen des Bildes halten das Licht von dem zweiten Papiere ab, während es durch die hellen Stellen hindurch wirkt, und so entsteht denn auf diesem zweiten Papiere ein positives Bild. Mit einem und demselben negativen Originale kann man mehrere positive Copien machen.

Diese Methode ist es, welche man vorzugsweise die Photographie nennt. Sie ist in neuerer Zeit sehr bedeutend verbessert worden. Das negative Bild wird nicht mehr auf Papier, sondern auf Glas dargestellt. Die Glasplatte wird mit Collodium übergossen, welchem eine bestimmte Quantität Alkohol zugesetzt und in welchem etwas Jodkalium aufgelöst ist. Nachdem die Collodiumschicht gleichförmig über die Platte ausgebreitet ist, läßt man das Ueberflüssige ablaufen und taucht dann die Platte in ein sogenanntes Silberbad, d. h. in eine wässerige Lösung von salpetersaurem Silber.

Das salpetersaure Silber durchdringt nun die Collodiumschicht, und mit Jodkalium in Berührung kommend, bildet sich Jodsilber, welches nebst einem Ueberschuß von salpetersaurem Silber durch die ganze Collodiumschicht gleichförmig vertheilt ist, und welches eigentlich die empfindliche Schicht bildet.

Die so präparirte Platte wird nun in die camera obscura gesetzt, aber schon nach kurzer Zeit herausgenommen, ehe noch durch das Licht direct eine

Reduction des Jodsilbers bewirkt worden, ehe also noch das negative Bild sichtbar geworden ist. An den Stellen, wo das Licht eingewirkt hat, ist aber nun das Jodsilber leichter reducirbar, als an solchen Stellen, wo das Licht nicht einwirkte, so daß, wenn man nun auf die aus der camera obscura herausgenommene Platte eine reducirende Flüssigkeit gießt, wozu man gewöhnlich Pyrogallus-Säure wählt, an den dem Lichte ausgesetzt gewesenen Stellen rasch eine Reduction des Silbers, also eine Schwärzung erfolgt, während an den nicht vom Lichte getroffenen Stellen die empfindliche Schicht unverändert bleibt.

Ist auf diese Weise das negative Bild hervorgerufen, so müssen die empfindlichen Substanzen aus der Collodiumschicht entfernt werden, weil sonst nach kurzer Zeit unter Einwirkung des Tageslichtes die ganze Collodiumschicht schwarz werden würde. Es geschieht dies dadurch, daß man die Platte mit einer Lösung von unterschwefligsaurem Natron übergießt und dann mit Wasser abwäscht, wodurch, wie man sagt, das Bild fixirt wird.

Zur Darstellung der positiven Bilder wendet man ein mit Chlorsilber imprägnirtes Papier an, dessen Bereitung man in der zweiten Auflage von Frick's physikalischer Technik beschrieben findet, wo überhaupt das photographische Verfahren in möglichster Kürze auseinandergesetzt ist.

Das negative Glasbild wird nun in einen vorn mit einer Glasplatte versehenen Rahmen (den Copirrahmen) gelegt, darauf das Chlorsilberpapier und hinter dieses dann ein schwarzes Tuch, und nachdem Alles durch eine von hinten her angepreßte Rückwand gehörig gegen Verschiebung versichert ist, wird der Copirrahmen so den Sonnenstrahlen ausgesetzt, daß dieselben durch die hellen Stellen des negativen Bildes hindurch auf das Chlorsilberpapier fallen und hier eine Schwärzung hervorbringen. Ist auf diese Weise das positive Bild auf dem Papiere hergestellt, so muß, um das vollständige Schwarzwerden desselben zu verhindern, das noch unzersetzte Chlorsilber aus dem Papiere ausgewaschen werden, was dadurch geschieht, daß man das Bild eine Zeitlang in eine Auflösung von unterschwefligsaurem Natron und dann in reines Wasser legt, wodurch dann nun auch das positive Bild fixirt ist.

Ungleichheit der chemischen Wirkungen verschiedenfarbiger Strahlen. 226
Nicht alle Strahlen des weißen Sonnen- und Tageslichtes bringen gleich starke chemische Wirkungen hervor; unter einem rothen Glase verbinden sich Wasserstoffgas und Chlorgas nicht, wohl aber unter einem blauen oder violetten Glase und im weißen Lichte; Chlorsilber wird im blauen und violetten, aber fast gar nicht im rothen Lichte geschwärzt. Berard hat die chemische Wirkung der verschiedenen prismatischen Farben selbst untersucht. Er ließ die mittelst eines Heliostats in ein dunkles Zimmer geworfenen Sonnenstrahlen auf ein Prisma fallen und fing das durch dasselbe erzeugte Spectrum auf einem mit Chlorsilber überzogenen Papier auf; da das Spectrum unverrückt blieb, so konnte eine und dieselbe Farbe längere Zeit auf dieselbe Stelle

des Chlorsilberpapiers wirken. Er fand auf diese Weise, daß die chemischen Wirkungen am violetten Ende des Spectrums am stärksten sind und sich selbst noch über die Gränzen des sichtbaren Spectrums hinaus erstrecken, wie dies auch früher schon Ritter und Wollaston gefunden hatten. Die blauen Strahlen brachten schon eine weit schwächere Wirkung hervor, die rothen Strahlen wirkten so gut wie gar nicht. Um diesen Unterschied recht auffallend zu machen, concentrirte er durch eine Linse alle Strahlen vom Grün bis zum äußersten Violett, durch eine zweite Linse aber den übrigen Theil des Spectrums, also einen Theil der grünen, die gelben und die rothen Strahlen. Im Vereinigungspunkte der gelben und rothen Strahlen wurde das Chlorsilberpapier selbst nach zweistündiger Einwirkung kaum merklich verändert, obgleich hier das Licht blendend hell war, während in dem weit lichtschwächeren Vereinigungspunkte der blauen und violetten Strahlen das Chlorsilber schon in 10 Minuten geschwärzt wurde. Es geht daraus auch hervor, daß die chemischen Wirkungen des Lichtes nicht bloß von der gleichzeitig entwickelten Wärme abhängen können.

Wir sehen also hier eine vollkommene Analogie zwischen den chemischen Wirkungen des Lichtes und der Fluorescenz; hier wie dort sind die brechbareren Strahlen die wirksameren; hier wie dort geht die Wirkung noch über die violette Gränze des Spectrums hinaus. Es ist demnach, um die Lage der dunklen Linien im ultravioletten Theile des Spectrums zu ermitteln, gewiß das zweckmäßigste, das Spectrum zu daguerreotypiren oder zu photographiren. Um dies auszuführen, erzeugt man nach der auf Seite 490 angegebenen Weise ein Spectrum, welches, auf einem Schirm aufgefangen, die Fraunhofer'schen Linien möglichst deutlich zeigt, und bringt dann die präparirte Platte an die Stelle dieses Schirmes, um das negative Bild zu erzeugen.

Tab. IV. zeigt eine treue Copie eines auf diese Weise photographirten Spectrums, zu dessen Herstellung das gewöhnliche nur äußerst wenig Brom haltige Collodium angewandt war. Man sieht hier, daß die Wirkung nach dem rothen Ende des Spectrums hin kaum über die Linie *G* hinausging, also selbst die blauen Strahlen zwischen *G* und *F* brachten keine photographische Wirkung hervor; noch weniger grün, gelb und roth. Dagegen erscheint das photographirte Spectrum weit über die Linie *H* hinaus verlängert, und es sind hier in unserer Abbildung die auffallendsten Linien mit den Buchstaben *L, M* und *N*, die Gruppen aber, in welchen sie sich befinden, mit *l, m, n* bezeichnet.

Als das negative Bild bei einer Lichteinwirkung von einer Secunde hergestellt wurde, ging die Wirkung kaum über die Linien *G* und *H* hinaus, so daß von *L* noch keine Spur erschien; dagegen waren zwischen *G* und *H* alle Linien scharf und deutlich sichtbar. Man sieht daraus, daß doch die dunkelblauen und violetten Strahlen zwischen *G* und *H* die photographisch wirksamsten sind. — Erst bei einer Lichteinwirkung von 15 Secunden erschien das photographirte Spectrum in der Ausdehnung, wie es Tab. IV. dargestellt ist; allein nun war die ganze Partie zwischen *G* und *H* ganz hell und alle

Linien vollkommen verschwunden, selbst die Linien *H* erschienen bedeutend angefressen.

Erst bei einer Lichteinwirkung von 30 Secunden dehnte sich das photographische Spectrum auf der rechten Seite bis *F* hin aus; eine Ausdehnung, welche das Spectrum schon bei einer Lichteinwirkung von wenigen Secunden erreichte, wenn statt des gewöhnlichen Collodiums ein mehr bromhaltiges angewandt wurde; nur erschien alsdann das Bild durchaus weniger rein und scharf.

Es geht daraus hervor, daß die verschiedenfarbigen Strahlen keineswegs gleich auf verschiedene chemische Präparate wirken.

Siebentes Capitel.

Vom Auge und den optischen Instrumenten.

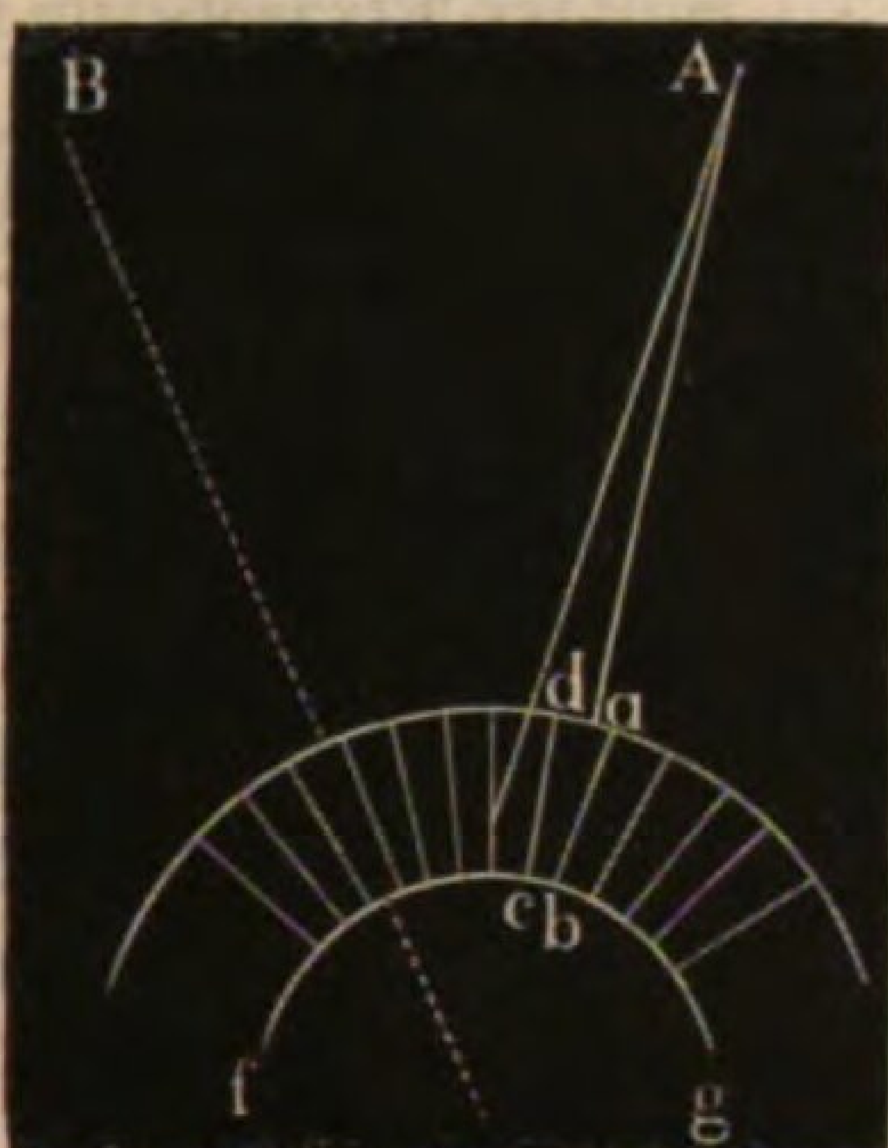
227 **Das Gesichtsorgan.** Die Empfindung des Lichtes und der Farbe rührt von einer Affection besonderer Nerven her, deren feine Enden sich als eine Nervenhaut ausbreiten. Die Empfindung des Dunkeln rührt von einer vollkommenen Ruhe dieser Nervenhaut her, jeder Reiz derselben bringt aber die Empfindung von Helligkeit, von Licht hervor; ganz vorzüglich wird dieser Reiz durch die Lichtstrahlen hervorgebracht, welche die Körper der Außenwelt durch das Auge auf die Nervenhaut, die Netzhaut, senden; doch ist auch die Empfindung von Licht und Farbe durch andere Ursachen ohne Mitwirkung der von außen kommenden Lichtstrahlen möglich, z. B. durch den Druck des Blutes (Flimmern vor den geschlossenen Augen). Ein äußerer Druck auf das geschlossene Auge, eine elektrische Entladung sind ebenfalls im Stande, Lichtempfindungen hervorzubringen.

Zum Unterscheiden äußerer Gegenstände durch das Gesicht reicht es nicht hin, daß die von einem Körper ausgehenden Lichtstrahlen auf die Nervenhaut fallen, es sind noch lichtsondernde Apparate nöthig, welche bewirken, daß die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen nur eine bestimmte Stelle der Nervenhaut treffen, und daß von dieser Stelle die von anderen Punkten herkommenden Lichtstrahlen abgehalten werden; auf diese Weise sind die verschiedenen Stellen der Netzhaut verschieden afficirt, und dadurch wird eine Unterscheidung möglich. Wo solche lichtsondernde Apparate fehlen, wie dies bei vielen niederen Thierclassen der Fall ist, da kann kein eigentliches Sehen, sondern nur eine Unterscheidung von Licht und Dunkel, von Tag und Nacht stattfinden; doch sind selbst für eine solche Lichtempfindung noch besondere Nervenapparate nöthig.

Nicht bei allen Thierclassen, bei denen ein eigentliches Sehen stattfindet, sind die zur Isolirung der Lichteindrücke bestimmten Vorrichtungen auf dieselbe Weise eingerichtet; man unterscheidet zwei wesentlich verschiedene Arten von Augen, nämlich 1) die musivisch zusammengesetzten Augen der Insecten und Crustaceen, und 2) die mit Sammellinsen versehenen Augen der Wirbelthiere.

Zusammengesetzte Augen. Erst durch die klassischen Untersuchungen 228
Müller's ist das Wesen der musivisch zusammengesetzten Augen klar gemacht worden (Physiologie des Gesichtssinnes 1826, und Handbuch der Physiologie des Menschen 1837). Auf der convexen Nervenhaut steht eine große Menge durchsichtiger Kegel rechtwinklig auf, und nur diejenigen Strahlen können die Basis eines solchen Kegels auf der Nervenhaut erreichen, die in der Richtung der Axe dieses Kegels einfallen. Alles seitlich einfallende Licht wird absorbirt, weil die Seitenwände der Kegel mit einem dunkelfarbigen Pigmente bekleidet sind. In Fig. 592 sei *fcbg* ein Durchschnitt der convexen Nervenhaut mit den darauf sitzenden durchsichtigen Cylindern, so ist klar, daß die von dem leuchtenden Punkte *A* ausgehenden Strahlen nur in *cb*, der Basis des abgestumpften Kegels *abcd*, die Nervenhaut treffen können; schon die Basis der beiden neben *abcd* liegenden Kegel wird nicht mehr durch die von *A* ausgehenden Strahlen getroffen; ein leuchtender Punkt *B* sendet seine Strahlen wieder an eine andere Stelle der Netzhaut u. s. w. Auf die Basis eines solchen durchsichtigen Kegels wird natürlich alles Licht wirken, welches von Punkten herkommt, die in der Verlängerung des Kegels liegen, und die Lichteindrücke von allen Punkten, welche Licht auf die Basis desselben Kegels senden, werden sich auch vermischen, und somit sieht man leicht ein, daß die Deutlichkeit des Bildes auf der Nervenhaut um so größer sein wird, je größer die Anzahl der Kegel ist. Sehr treffend charakterisirt Müller das Sehen solcher Augen, indem er sagt: »Die Darstellung des Bildes in mehreren tausenden gesonderten Punkten, wovon jeder Punkt einem Feldchen der Außenwelt entspricht, gleicht einer Mosaik, und man kann sich aus einer kunstreichen Mosaik die beste Vorstellung von dem Bilde machen, welches die Geschöpfe, die eines solchen Organs theilhaftig sind, von der Außenwelt erhalten werden.«

Fig. 592.



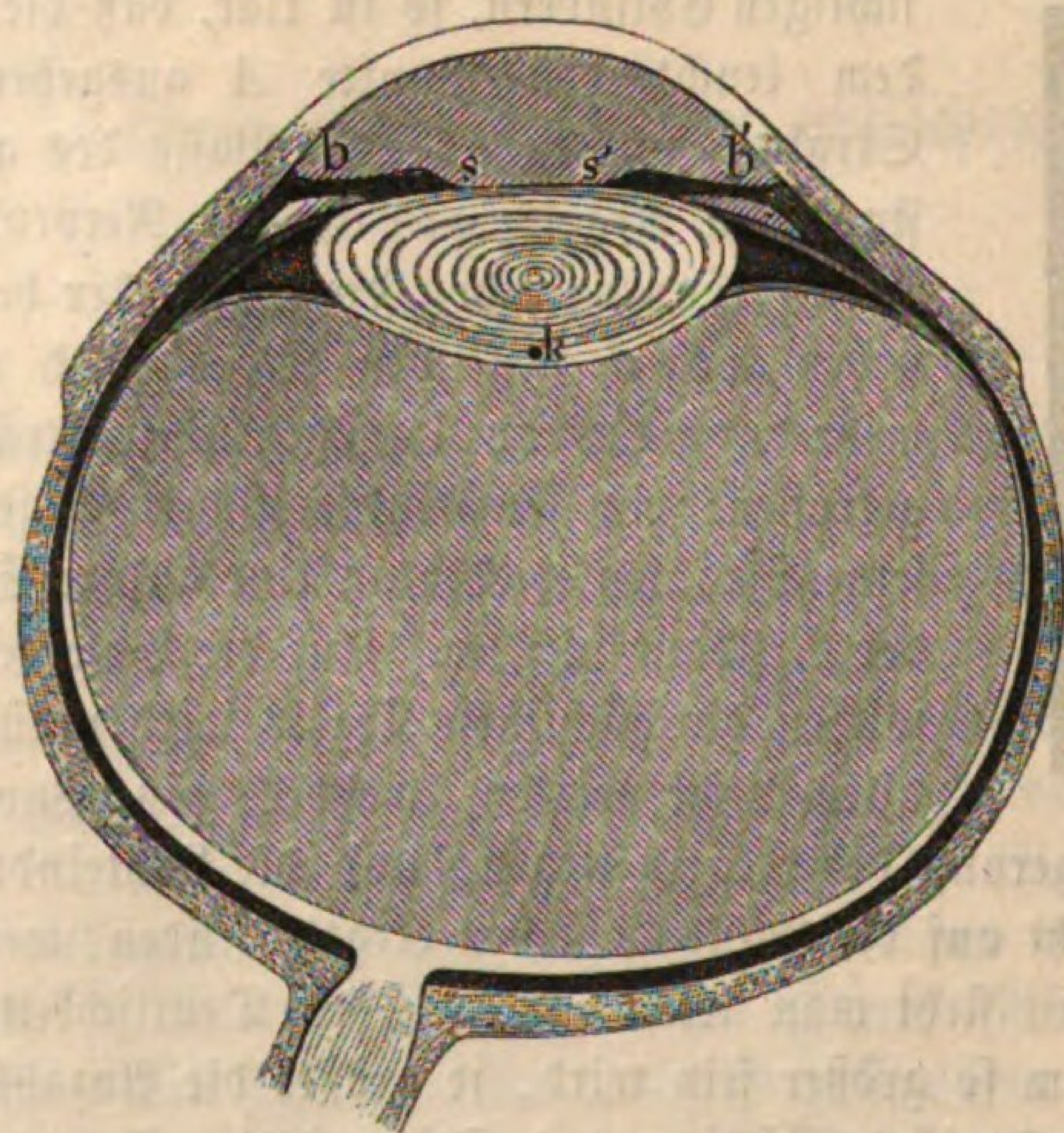
Die Größe des Sehfeldes solcher Augen hängt natürlich von dem Winkel, den die Axen der äußersten Kegel mit einander machen, also von der Wölbung der Augen, ab. Die durchsichtige Haut, welche das ganze Auge nach außen hin bedeckt, die Hornhaut, ist gewöhnlich in Facetten abgetheilt, und jede einzelne Facette entspricht einem der eben besprochenen durchsichtigen Kegel. Die Zahl der Facetten eines solchen Auges ist in der Regel sehr groß; ein einziges Auge enthält oft 12 bis 20 Tausend solcher Facetten.

Nicht alle Insecten haben solche musivisch zusammengesetzte Augen, die Spinnen z. B. haben einfache linsenhaltige Augen, welche ganz so gebaut sind wie die Augen der Wirbelthiere; ja es giebt viele Insecten, welche außer den musivisch zusammengesetzten auch noch einfache linsenhaltige Augen haben, doch

läßt der Bau derselben, so wie auch ihre Stellung vermuthen, daß sie nur zum Sehen der allernächsten Gegenstände bestimmt sind.

229 **Einfache Augen mit Sammellinsen.** Auf der Netzhaut der mit Collectivlinsen versehenen Augen entsteht das Bild ganz auf dieselbe Weise, wie die Sammelbilder der gewöhnlichen Linsen; die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen, welche die Vorderfläche des Auges treffen, werden nämlich durch die durchsichtigen Medien des Auges nach einem Punkte der Netzhaut hin gebrochen. Fig. 593 soll den horizontalen Durchschnitt eines menschlichen Auges bei zweimaliger Vergrößerung darstellen. Der ganze Augapfel ist von einer festen, harten Haut umgeben, welche nur auf der Vorderseite durchsichtig ist; dieser durchsichtige Theil wird die Hornhaut (cornea), der weiße undurchsichtige Theil die harte Haut (tunica sclerotica) genannt; die durchsichtige Hornhaut ist stärker gewölbt als der übrige Theil des Augapfels. Hinter der Hornhaut liegt die farbige Regenbogenhaut *b s b′ s′* (iris), welche fast eben ist. In der Mitte der Regenbogenhaut bei *s s′* befindet sich eine kreisförmige Oeffnung, welche von vorn gesehen vollkommen schwarz (das Schwarze im Auge) erscheint; diese Oeffnung führt den Namen der Pupille. Hinter der Iris und der Pupille befindet sich die Krystalllinse; sie ist in einer durchsichtigen Kapsel enthalten, durch welche sie auch an der äußeren Hülle des Auges befestigt ist. Neuere Untersuchungen haben gezeigt, daß beim lebenden Auge die Iris dicht an der Linse anliegt. Zwischen der Linse und der Hornhaut befindet sich eine klare, etwas salzige Flüssigkeit, die wässerige Feuchtigkeit (humor aqueus), der ganze Raum hinter der Linse ist dagegen mit einer durchsichtigen gallertartigen Substanz, der Glasfeuchtigkeit oder dem Glaskörper (humor vitreus), angefüllt. Die Krystalllinse selbst, deren Vorderseite flacher ist als die Hinterseite, ist stärker brechend als die beiden Flüssigkeiten, zwischen denen sie sich befindet; sie besteht aus übereinander gelagerten durchsichtigen Schichten, welche sich der Kugelgestalt um so mehr nähern, je mehr man ins Innere dringt.

Fig. 593.



Ueber die Sclerotica ist im Inneren des Auges die Aderhaut (tunica choroidea) ausgebreitet, und über dieser endlich liegt die Netzhaut (retina),

welche nur eine Ausbreitung des Sehnerven *n* ist. Die Aderhaut, welche die ganze innere Höhlung des Auges bekleidet, ist mit einem schwarzen Pigment überzogen; diese Schwärzung ist nöthig, damit nicht durch Reflexionen im Inneren des Auges die Reinheit der Bilder gestört wird. Aus demselben Grunde werden auch die Fernröhre innen geschwärzt.

Die Lichtstrahlen, welche auf das Auge fallen, treffen entweder auf den vorderen Theil der Sclerotica, das Weiße im Auge, und werden unregelmäßig nach allen Seiten zerstreut; oder sie dringen durch die Hornhaut in das Auge ein; die äußeren der durch die Hornhaut eingedrungenen Strahlen fallen auf die Iris und werden nach allen Seiten hin unregelmäßig zerstreut, wodurch die Farbe der Regenbogenhaut sichtbar wird. Die centralen Strahlen endlich fallen durch die Pupille auf die Linse und werden durch dieselbe nach der Retina hin gebrochen, und zwar so, daß die von einem Punkte eines äußeren Gegenstandes ausgehenden Strahlen, welche durch die Pupille gehen, in einem Punkte auf der Netzhaut wieder vereinigt werden. So entsteht denn auf der Netzhaut ein verkehrtes verkleinertes Bild der vor dem Auge befindlichen Gegenstände.

Man kann sich leicht durch den Versuch an einem etwas großen Thierauge, etwa an einem Ochsen- oder Pferdeauge, von der Existenz dieses Netzhautbildchens überzeugen; man braucht nur oben bei *b*, Fig. 594, ein viereckiges Loch, in die Sclerotica zu schneiden und alles Undurchsichtige wegzunehmen, um durch diese Oeffnung von *a* her auf die Netzhaut sehen zu können. Damit das Auge möglichst seine Form behalte, legt man es in die halbkugelförmige Höhlung eines Statifs, wie es die Figur zeigt. — Meist quillt die Glasfeuchtigkeit aus der Oeffnung *b* hervor und verhindert, weil sie nicht mit ebener Fläche begränzt ist, daß man die Netzhautbildchen deutlich sehen kann. Diesen Uebelstand vermeidet man dadurch, daß man ein Glasplättchen auf die Oeffnung *b* legt. — Das Bild der Gegenstände, auf welche das Auge gerichtet ist, sieht man bei diesem Versuche verkehrt auf der Netzhaut. Leicht läßt sich auch das Bild auf der Netzhaut weißsüchtiger Thiere, z. B. weißer Kaninchen, zeigen, bei welchen der schwarze Ueberzug der Aderhaut fehlt, während zugleich der hintere Theil der Sclerotica durchsichtig ist. An solchen Augen sieht man die Netzhautbilder ohne weitere Präparation.

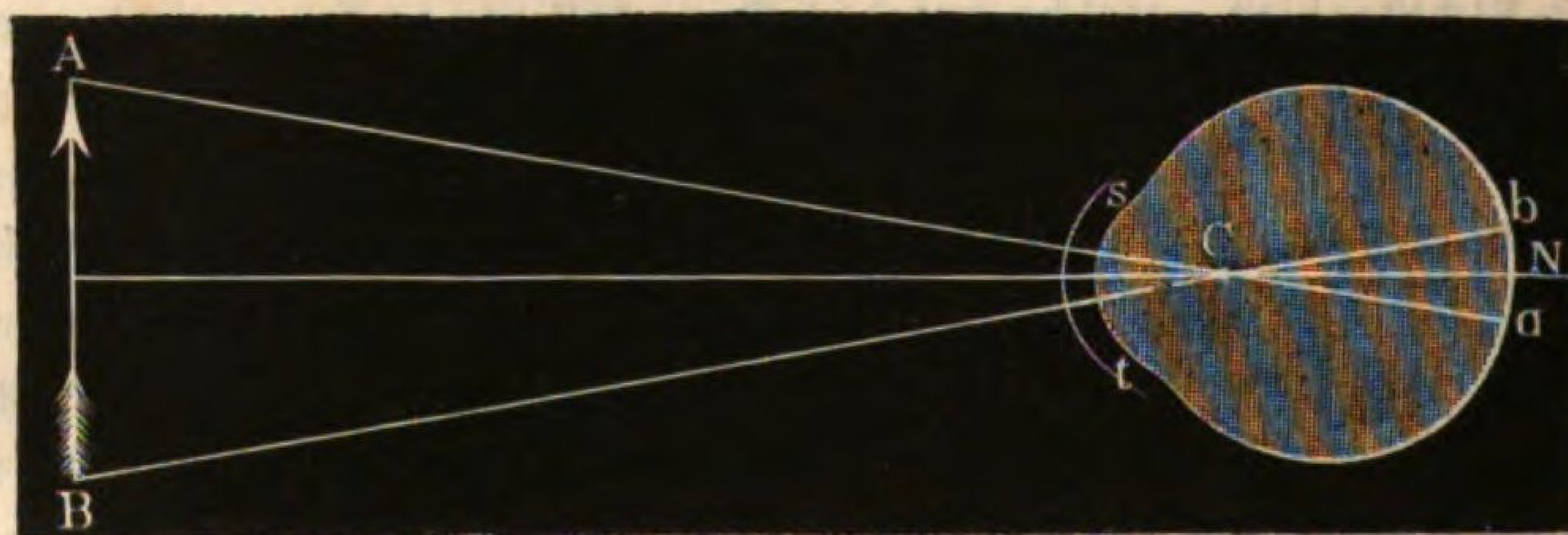
Fig. 594.



Bei den meisten numerischen Bestimmungen über den Gang der Lichtstrahlen im Auge kann man ohne merklichen Fehler statt der drei durchsichtigen Medien des Auges ein einziges substituiren, dessen Vorderfläche gleichfalls eine sphärisch convexe Krümmung hat, und welches man mit dem Namen des

reducirten Auges bezeichnet. Ist der Brechungsexponent des reducirten Auges gleich dem der Glasfeuchtigkeit, nämlich 1,34, so müssen wir, wie Listing nachgewiesen hat (Wagner's Handwörterbuch der Physiologie Bd. IV. S. 495), den Krümmungshalbmesser der vorderen Fläche *st*, Fig. 595, gleich

Fig. 595.



5,1^{mm} und die Entfernung des Krümmungsmittelpunktes C von der Mitte N der Netzhaut gleich 15^{mm} annehmen, wenn das reducirte Auge die Bilder auf der Netzhaut auf dieselbe Weise entwerfen soll wie das wirkliche menschliche Auge.

Der Scheitelpunkt der Cornea des menschlichen Auges, deren Krümmungshalbmesser 8^{mm} beträgt, liegt um 2,3^{mm} weiter von der Netzhaut weg, als der Scheitelpunkt der Vorderfläche des reducirten Auges, wie dies auch in Fig. 595 angedeutet ist.

Es ist klar, daß die Axen aller Strahlenbündel, welche von einem Punkte des Gegenstandes AB ausgehend durch das reducirte Auge wieder in den entsprechenden Punkten des Bildes *ab* auf der Netzhaut vereinigt werden, durch den Krümmungsmittelpunkt C der Vorderfläche *st* gehen müssen. In C kreuzen sich also die Axen aller in das Auge eindringenden Strahlenbündel, weshalb Volkmann diesen Punkt den Kreuzungspunkt nennt. Listing nennt ihn den Knotenpunkt.

In Fig. 593 ist die Stelle des wirklichen Auges, auf welche der Kreuzungspunkt fällt, durch *k* bezeichnet; der Knotenpunkt liegt also nahe vor der Hinterfläche der Krystalllinse.

230 **Deutliches Sehen in verschiedenen Entfernungen.** Wir haben oben schon gesehen, daß das Bild einer Linse seine Lage ändert, wenn der Gegenstand genähert oder entfernt wird; das Bild entfernt sich nämlich um so mehr vom Glase, je näher der Gegenstand heranrückt. Da nun das Auge ganz so wirkt wie eine Linse, da wir die Gegenstände nur dann scharf sehen können, wenn die Vereinigungspunkte der gebrochenen Strahlen genau auf die Netzhaut fallen, wenn also auf der Netzhaut ein scharfes Bild entsteht. Es könnte demnach scheinen, als ob wir nur in einer bestimmten Entfernung die Gegenstände deutlich sehen könnten; doch zeigt die Erfahrung das Gegentheil; ein gesundes Auge kann alle Gegenstände deutlich sehen, die mehr als 8 Zoll weit entfernt sind, das Auge muß also offenbar die Fähigkeit haben, sich den verschiedenen Entfernungen zu accommodiren.

Man kann dies auch durch einen ganz einfachen Versuch darthun: man mache auf eine durchsichtige Glastafel einen kleinen schwarzen Fleck und halte die Tafel 10 bis 12 Zoll weit vom Auge, so kann man willkürlich den Fleck, oder durch die Glastafel hindurch die entfernteren Gegenstände deutlich sehen. Sieht man die entfernten Gegenstände deutlich, so erscheint der Fleck neblig und unbestimmt, umgekehrt aber erscheinen die fernen Gegenstände verwaschen, wenn man den Fleck deutlich sieht; wenn also die fernen Gegenstände deutlich erscheinen, so werden die vom dunklen Flecke ausgehenden Strahlen nicht auf der Netzhaut vereinigt, und umgekehrt; das Auge hat also die Fähigkeit, sich selbst für ein Sehen in die Nähe und in die Ferne einzurichten.

Wenn der Vereinigungspunkt der von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen vor oder hinter der Netzhaut liegt, so wird auf der Netzhaut statt des hellen Punktes ein kleiner Zerstreuungskreis gebildet, und dies ist die Ursache, warum Gegenstände, die sich in einer Entfernung befinden, für welche das Auge nicht gerade accommodirt ist, undeutlich erscheinen. Das Accommodationsvermögen hat aber seine Gränzen, denn wenn die Gegenstände dem Auge gar zu nahe gebracht werden, so sind die inneren Veränderungen, deren das Auge fähig ist, nicht mehr hinreichend, um zu machen, daß das Bild auf die Netzhaut fällt, in diesem Falle liegen die Vereinigungspunkte hinter der Netzhaut, und auf der Netzhaut selbst bilden sich statt des scharfen Bildes Zerstreuungskreise der einzelnen leuchtenden Punkte, so daß keine scharfe Unterscheidung mehr möglich ist. Eine Stecknadel z. B., die man nur 1 bis 2 Zoll weit vom Auge hält, kann man nicht deutlich sehen.

Man hat das Accommodationsvermögen des Auges aus verschiedenen Ursachen herzuleiten versucht; z. B. aus einer Veränderlichkeit der Krümmung der Hornhaut, aus einer Verschiebbarkeit der Linse u. s. w. In neuester Zeit hat endlich Cramer diese wichtige Frage durch Beobachtung der Spiegelbildchen gelöst, welche die Vorderfläche und die Hinterfläche der Linse von einer seitlich vom Auge aufgestellten Kerzenflamme geben. Es ist ihm gelungen, durch diese Methode nachzuweisen, daß beim Nahesehen die vordere Fläche der Krystalllinse gewölbter und daß sie zu gleicher Zeit etwas nach vorn geschoben wird.

Weite des deutlichen Sehens, Kurzsichtigkeit und Fernsichtigkeit. 231 Für ein jedes Auge giebt es eine bestimmte Entfernung, über welche hinaus man die Gegenstände dem Auge nicht nähern darf, wenn man sie ohne Anstrengung noch deutlich sehen will; in diese Entfernung, welche die Weite des deutlichen Sehens oder auch nur die Sehweite genannt wird, hält man unwillkürlich beim Lesen ein Buch, welches mit Lettern von gewöhnlicher Größe gedruckt ist. Bringt man die Gegenstände näher, so kann man sie nur mit Anstrengung deutlich sehen, bei noch größerer Nähe endlich ist gar kein deutliches Sehen mehr möglich. Bei einem ganz gesunden Auge beträgt die Weite des deutlichen Sehens 8 bis 10 Zoll. Ein Auge, dessen Sehweite geringer ist, nennt man kurzsichtig, wenn sie aber größer ist, weitsichtig.

Die Undeutlichkeit des Sehens ganz naher Gegenstände rührt, wie schon erwähnt wurde, daher, daß die von einem Punkte des nahen Gegenstandes

ausgehenden Strahlen so stark divergiren, daß die brechenden Medien des Auges nicht im Stande sind, sie so stark convergent zu machen, daß ihre Vereinigung auf der Netzhaut stattfände; da die Vereinigungsweite in diesem Falle hinter die Netzhaut fällt, so erscheinen sie mit einem Zerstreuungskreise. Wenn man nun die Bildung dieses Zerstreuungskreises zu verhindern im Stande ist, so kann man selbst ganz nahe vors Auge gebrachte Gegenstände noch deutlich sehen.

Man mache mit einer Stecknadel ein feines Loch in ein Kartenblatt und halte es dicht vor das Auge, so wird man durch dasselbe die Lettern eines ganz nahe gehaltenen Buches noch ganz deutlich, und zwar bedeutend vergrößert sehen, während man nach Entfernung des Kartenblattes durchaus keinen Buchstaben mehr zu erkennen im Stande ist. Der Grund liegt darin, daß von einem Punkte des ganz nahen Gegenstandes aus nur in einer einzigen Richtung durch die feine Oeffnung Strahlen ins Auge dringen können, und diese werden auch nur in einer einzigen Stelle die Netzhaut treffen, während, wenn das Kartenblatt die übrigen Strahlen nicht abhält, von einem Punkte des Gegenstandes aus ein ganzes Strahlenbündel durch die Pupille ins Auge gelangt, welches auf der Netzhaut einen Zerstreuungskreis bildet.

Hierher gehört auch der interessante und lehrreiche Versuch des Pater Scheiner (oculus sive fundamentum opticum etc. 1652). Wenn man in ein Kartenblatt zwei feine Nadellöcher macht, deren Entfernung von einander kleiner sein muß als der Durchmesser der Pupille, und die Oeffnungen dicht vor das Auge hält, so sieht man einen kleinen Gegenstand, etwa eine Stecknadel, die man innerhalb der Sehweite vor die Löcher hält, doppelt. Von dem kleinen Gegenstande gelangen nämlich nur zwei ganz feine Strahlenbündel durch die beiden Löcher ins Auge; diese beiden Strahlen convergiren aber nach einem Punkte, der hinter der Netzhaut liegt, sie treffen also die Netzhaut in zwei verschiedenen Punkten; es sind dies zwei isolirte Punkte des Zerstreuungskreises, welcher auf der Retina entstehen würde, wenn man die übrigen Strahlen nicht durch das Kartenblatt auffinge.

Wenn man den kleinen Gegenstand mehr und mehr entfernt, so nähern sich die Bilder, weil die beiden durch die Löcher ins Auge fallenden Strahlen nun weniger divergiren und also auch nach einem Punkte hin gebrochen werden, welcher der Retina näher liegt. Hat man den Gegenstand bis auf die Weite des deutlichen Sehens vom Auge entfernt, so fallen die beiden Bilder vollkommen zusammen, weil ja alle Strahlen, die von einem Punkte ausgehen, der gerade um die Weite des deutlichen Sehens vom Auge entfernt ist, in einem Punkte der Netzhaut vereinigt werden.

Durch eine feine Oeffnung in einem Kartenblatte, welche dicht vors Auge gehalten wird, sieht man begreiflicherweise nahe und ferne Gegenstände gleich scharf, ohne daß das Auge nöthig hätte, sich den Entfernungen zu accommodiren, da ja ohnehin die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen auch nur in einem Punkte die Netzhaut treffen; durch eine solche Oeffnung kann man deshalb auch zu gleicher Zeit nahe und ferne Gegenstände deutlich

sehen. Es fragt sich nun, in welchem Accommodationszustande sich das Auge beim Sehen durch eine feine Oeffnung befindet? Offenbar in dem normalen Zustande, zu dessen Erhaltung gar keine Thätigkeit erfordert wird; das Auge befindet sich in dem Zustande, wie es dem Sehen von Gegenständen, die sich in der Weite des deutlichen Sehens befinden, entspricht.

Kehren wir jetzt zum Scheiner'schen Versuche zurück; wenn ein fernerer Gegenstand durch die beiden Oeffnungen betrachtet wird, so müssen offenbar die von ihm ausgehenden durch die beiden Löcher ins Auge gelangenden Strahlen schon in einem Punkte vor der Netzhaut zusammentreffen, da ja der Accommodationszustand des Auges sich nicht ändert; hinter dem Kreuzungspunkte divergiren aber die beiden Strahlen wieder, sie treffen die Netzhaut in zwei verschiedenen Punkten, mithin wird man auch fernere Gegenstände doppelt sehen. Durch die beiden kleinen Oeffnungen also sieht man einen Gegenstand nur dann einfach, wenn er sich in der Weite des deutlichen Sehens befindet.

Auf den Scheiner'schen Versuch hat man Instrumente gegründet, welche zur Ermittelung der Sehweite dienen sollen und den Namen Optometer führen. Young's Optometer besteht aus einem gespannten feinen Faden, welcher durch die kleinen Löcher betrachtet wird.

Die Kurzsichtigkeit (Myopie) und die Weitsichtigkeit (Presbyopie) sind Fehler, deren Grund wohl am richtigsten in einem mangelhaften Accommodationsvermögen zu suchen ist, was besonders daraus hervorgeht, daß die Gewöhnung einen großen Einfluß auf diese Fehler ausübt; Kurzsichtigkeit entsteht oft dadurch, daß das Sehen in der Ferne vernachlässigt wird, und Kinder, welche beim Lesen und Schreiben das Gesicht zu dicht auf das Papier halten, werden in Folge dessen kurzsichtig. Auch dadurch, daß man längere Zeit durch ein Mikroskop sieht, wird ein sonst gutes Auge vorübergehend kurzsichtig, ja dieser Zustand dauert oft mehrere Stunden lang (Müller's Physiologie).

Das einfachste Mittel, die Fernsichtigkeit und Kurzsichtigkeit zu verbessern besteht, wie schon bemerkt wurde, darin, daß man eine feine, etwa in ein Kartenblatt gemachte Oeffnung dicht vor das Auge hält. Durch dieses Mittel, welches schon in dem bisher Gesagten seine Erklärung gefunden hat, wird die Schärfe des Bildes freilich auf Kosten der Helligkeit hergestellt.

Ein zweites Mittel sind die Brillengläser, und zwar wendet man bei kurzsichtigen Augen Hohlgläser, bei fernsichtigen Convexgläser an. Bei einem kurzsichtigen Auge fallen die Bilder ferner Gegenstände vor die Netzhaut, und das Auge hat nicht das Vermögen, sich so zu accommodiren, daß sie auf die Netzhaut selbst gebracht würden; man verändert deshalb das Refractionsvermögen des Auges durch vorgesetzte Hohlgläser in der Weise, daß die ins Auge gelangenden Strahlen stärker divergiren, und macht dadurch ihre Vereinigung auf der Netzhaut möglich.

Bei fernsichtigen Augen fällt das Bild naher Gegenstände hinter die Netzhaut, ohne daß das Auge im Stande ist, sich diesem Refractionsvermögen zu accommodiren; man wendet deshalb Convexgläser an, um die Strahlen im Auge

convergenter zu machen und dadurch ihren Vereinigungspunkt auf die Netzhaut zu bringen.

Je nachdem ein Auge mehr oder weniger kurzsichtig oder weitsichtig ist, muß man stärkere oder schwächere Gläser anwenden; man wählt die Gläser so, daß die Weite des deutlichen Sehens, welche entweder größer oder kleiner ist als bei einem ganz gesunden Auge, durch Mitwirkung der Gläser ebenfalls 8 bis 10 Zoll, also eben so groß wird als bei einem guten Auge.

Die Kurzsichtigkeit kommt am häufigsten im mittleren Lebensalter, die Fernsichtigkeit aber im höheren Alter vor.

232 **Achromatismus des Auges.** Bei gewöhnlichen Linsen fallen die Brennpunkte der verschiedenen farbigen Strahlen nicht zusammen, und daher rühren die farbigen Säume, welche man an den Rändern der durch eine gewöhnliche Linse betrachteten Gegenstände wahrnimmt, namentlich, wenn die Oeffnung der Linsen groß ist und die Gegenstände sich nicht in der Mitte des Gesichtsfeldes befinden. Wir haben auch schon oben gesehen, wie man achromatische Linsen, d. h. solche construiren kann, für welche dieser Fehler aufgehoben ist. Unser Auge ist nun ebenfalls ein nahezu achromatisches Instrument, denn wir sehen die Gegenstände ohne farbige Säume.

Da der Achromatismus der Linsen durch eine Combination verschiedener brechender Substanzen von ungleicher zerstreuender Kraft hervorgebracht wird, so läßt sich die Möglichkeit der Achromasie des Auges sehr wohl einsehen, da ja ein Lichstrahl auf seinem Wege durchs Auge der Reihe nach drei verschiedene Media zu durchlaufen hat, welche zusammen wie eine achromatische Linse wirken.

Das Auge ist jedoch nicht ganz vollkommen achromatisch, denn wir sehen einen Gegenstand nur dann rein, wenn sich das Auge der Entfernung dieses Gegenstandes gehörig accommodirt hat. Man erblickt z. B. sehr lebhafte Farbensäume an einem nahe vor dem Auge befindlichen dunklen Gegenstande, wenn man an ihm vorbei das Auge auf ferne Gegenstände richtet und diese deutlich sieht; wenn man z. B. in ein Kartenblatt ein Loch von etwa 1 Linie Durchmesser macht, es 5 bis 6 Zoll weit vom Auge hält und durch dasselbe nach einem fernen Gegenstande visirt, so erscheinen die Ränder der Oeffnung farbig.

233 **Beziehungen zwischen den Empfindungen des Auges und der Außenwelt.** Der Act des Sehens beruht lediglich darauf, daß die Affectionen der Nervenhaut auf eine uns freilich unerklärliche Weise zum Bewußtsein kommen. Eigentlich nehmen wir also nur einen bestimmten Zustand, eine gewisse Affection der Netzhaut wahr; daß wir aber diese Wahrnehmung nach außen verlegen, daß wir die Netzhautbilder gleichsam in Anschauungen der Außenwelt verwandeln, ist Sache eines unmittelbaren Urtheils; in diesem Urtheile haben wir durch fortwährende übereinstimmende Erfahrungen eine solche Sicherheit erlangt, daß wir die Netzhaut gar nicht als wahrnehmendes Organ empfinden, daß wir die unmittelbaren Empfindungen mit dem verwechseln, was

nach unserem Urtheile die Ursache derselben ist. Diese Substitution des Urtheils für die Empfindung geschieht ganz unwillkürlich, sie ist uns so zu sagen zur anderen Natur geworden.

Da wir überhaupt für die Empfindung auf der Netzhaut eine Vorstellung der Außenwelt setzen, so substituiren wir auch für jedes Netzhautbild einen Gegenstand außer uns. Daß wir den Gegenstand, welcher einem bestimmten Netzhautbildchen entspricht, nach einer bestimmten Richtung hin suchen, ist aber sicherlich ebenso das Resultat fortgesetzter consequenter Erfahrung, wie das nach Außen Wirken des Gesichtssinnes überhaupt.

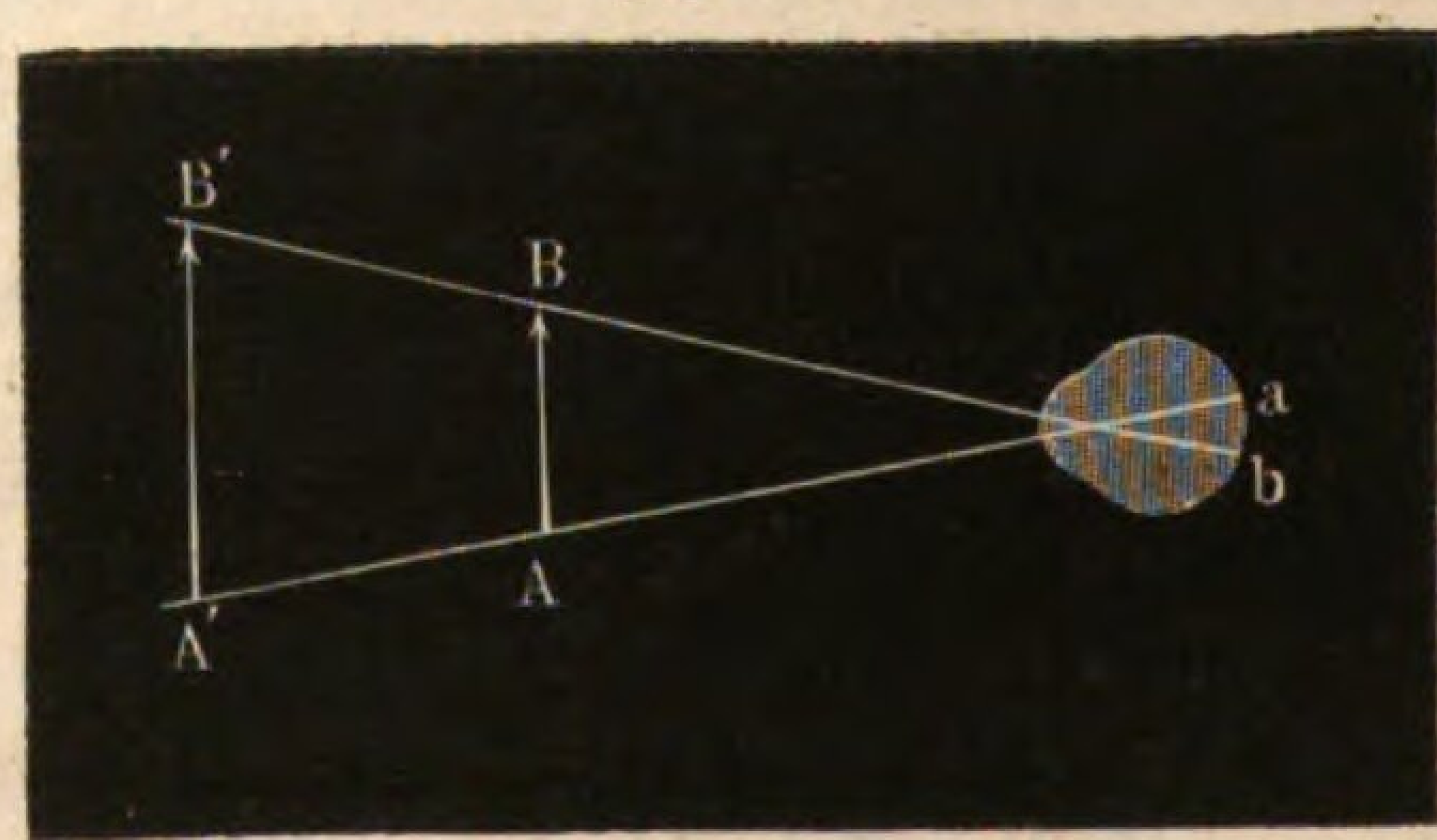
Es ist oben gezeigt worden, daß von den äußeren Gegenständen auf der Netzhaut verkleinerte und verkehrte Bilder entstehen, und es ist deshalb die Frage aufgeworfen worden, warum wir nicht alle Dinge verkehrt sehen? Diese Frage findet nun in den eben angestellten Betrachtungen ihre genügende Antwort; zu dem Bewußtsein, daß überhaupt ein Netzhautbild existirt, daß ein Bildchen auf dem oberen oder unteren Theile der Netzhaut liegt, daß es sich auf der rechten oder linken Seite derselben befindet, gelangen wir erst durch optische Untersuchungen; die Empfindung der Nervenhaut kommt nicht als solche zum Bewußtsein, sondern sie wird unwillkürlich nach einer bestimmten Richtung nach außen hin projicirt, und zwar in derjenigen Richtung, in welcher sich die Gegenstände befinden, welche die Netzhautbilder veranlassen. Nach dieser Richtung hin finden wir aber die Gegenstände auch durch andere sinnliche Wahrnehmungen, z. B. durch den Tastsinn, es besteht also zwischen den verschiedenen sinnlichen Wahrnehmungen in Beziehung auf die Ortsbestimmung die vollkommenste Harmonie; wir würden die Gegenstände verkehrt sehen, wenn diese Uebereinstimmung nicht stattfände.

Mit der durch das Gesichtsorgan vermittelten Vorstellung der außer uns befindlichen Dinge verbinden wir auch eine Vorstellung von ihrer Größe und Entfernung. Die Bildchen auf der Netzhaut liegen neben einander, und wenn wir die entsprechenden Gegenstände nicht als unmittelbar neben einander, sondern auch hinter einander befindlich erkennen, kurz, wenn wir uns von der flächenhaften Wahrnehmung zu einer Vorstellung der Tiefe des Raumes erheben, so ist das nicht Sache der Empfindung, sondern des Verstandes. Das Kind hat noch keine Vorstellung von den Entfernungen, es greift nach dem Monde, wie es nach Dingen in seiner Umgebung greift. Die Vorstellung von der Tiefe des Sehraums erhalten wir erst dadurch, daß wir uns im Raume bewegen, daß sich die Bilder bei dieser Bewegung ändern und daß wir durch unsere eigene Ortsveränderung einen Begriff von der Entfernung der Gegenstände bekommen.

Die scheinbare Größe der Gegenstände hängt von der Größe des Netzhautbildchens ab. Denken wir uns von den beiden Endpunkten eines Netzhautbildchens Linien nach den entsprechenden Endpunkten des Gegenstandes gezogen, so schneiden sich diese Linien im Kreuzungspunkte unter einem Winkel, den man den Sehwinkel nennt; die Größe dieses Winkels ist aber der Größe des Netzhautbildes proportional; man kann deshalb auch sagen, daß die schein-

bare Größe der Gegenstände von der Größe des Sehwinkels abhängt, unter welchem sie erscheinen. Zwei Gegenstände von verschiedener Größe, wie AB und $A'B'$, Fig. 596, können gleiche scheinbare Größe haben, wenn ihre Größe ihrer Entfernung vom Auge proportional ist; verschiedene Gegenstände also, deren Größe sich verhält wie 1 : 2 : 3 u. s. w., werden in einfacher, doppelter, dreifacher Entfernung unter gleich großem Gesichtswinkel erscheinen.

Fig. 596.



Unser Urtheil über die **wahre Größe** der Gegenstände und ihre **Entfernung** wird erst durch fortgesetzte Erfahrung erlangt und kann durch Uebung einen bewundernswürdigen Grad von Sicherheit erreichen.

Zur Schätzung der Entfernungen bieten uns die theilweise bekannte Größe einzelner Gegenstände, die größere oder geringere Menge von Einzelnheiten, welche wir an ihnen zu unterscheiden im Stande sind, einen wesentlichen Anhaltspunkt. Wenn wir auf der Landstraße einen Menschen, ein Pferd u. s. w. sehen, so können wir aus der annähernd bekannten wahren Größe in Verbindung mit der scheinbaren Größe, unter welchen wir sie eben wahrnehmen, auf ihre Entfernung schließen. In der Landschaft bieten uns Häuser, Bäume u. s. w. Anhaltspunkte zur Schätzung der Abstände dar. In sehr großer Entfernung erscheint uns ein Haus nur als ein heller Fleck; nähern wir uns demselben, so werden alsbald die Fenster als dunkle Punkte in der hellen Wand erkennbar; nähern wir uns noch mehr, so können wir das Fensterkreuz, endlich sogar die einzelnen Fenstersprossen unterscheiden. — Ueber eine gewisse Entfernung hinaus können wir einzelne Blätter eines Baumes, noch ferner können wir die Stämme der Bäume eines Waldes nicht mehr unterscheiden u. s. w.

Von wesentlichem Einfluß auf die Schätzung der Entfernungen in der Landschaft ist auch noch die **Luftperspective**, d. h. ein gewisser Duft, welcher die entfernteren Gegenstände verschleiert und dadurch die Schärfe der Contouren sowohl als auch die Stärke der Contraste zwischen Licht und Schatten vermindert, welche nur im Vordergrunde in voller Kraft auftreten.

Aus der Entfernung, in welcher wir einen Gegenstand vermuthen, schließen wir immer wieder umgekehrt auf seine Größe. Da wir es aber hier nicht mit Messungen, sondern nur mit Schätzungen zu thun haben, da die Ausgangspunkte unserer Vergleichungen selbst mehr oder weniger unsicher sind, so ist es nicht zu verwundern, wenn unserem Urtheil über Größe und Entfernung mannigfache Täuschungen unterlaufen.

Bei gleichem Sehwinkel halten wir einen Gegenstand für um so größer, je weiter wir ihn von uns entfernt glauben. Wenn uns bei duftigem nebligen Wetter die Einzelnheiten auf benachbarten Bergen verschwinden, so bewirkt

dies, daß wir sie unwillkürlich für weiter entfernt halten, und da sie uns noch immer unter gleichem Gesichtswinkel erscheinen, daß sie uns höher scheinen als gewöhnlich. Umgekehrt scheinen uns die Berge näher gerückt und niedriger, wenn die Luft sehr durchsichtig ist und wir Details zu unterscheiden im Stande sind, welche wir gewöhnlich nicht sehen.

Der Sehwinkel, unter welchem uns der Mond beim Aufgange oder Untergange erscheint, ist nicht größer, als wenn er hoch am Himmel steht; dessen ungeachtet erscheint uns der auf- oder untergehende Mond größer. Es kommt dies daher, daß zur Zeit des Auf- oder Unterganges die vom Monde zu uns gelangenden Lichtstrahlen einen ungleich längeren Weg durch die Atmosphäre zurückzulegen haben, als wenn der Mond hoch am Himmel steht; im letzteren Falle sehen wir ihn also schärfer begränzt, die dunklen Flecken auf demselben erscheinen uns deutlicher, wir halten ihn deshalb unwillkürlich für näher, und in Folge dessen für kleiner, als wenn wir ihn noch am Horizont erblicken, wo er uns lichtschwächer und weniger scharf begränzt erscheint, wo die Flecken fast ganz verschwinden.

Bei der Beurtheilung des Abstandes sehr naher Gegenstände ist das Sehen mit zwei Augen von wesentlichem Einfluß, wie wir im nächsten Paragraphen sehen werden.

Sehen mit zwei Augen. Wenn wir beide Augen auf einen Gegenstand richten, so sehen wir ihn einfach, wenn die Augen für die Entfernung eingerichtet sind, in welcher er sich befindet; wir sehen ihn aber jederzeit doppelt, sobald sich die Augen einer größeren oder kleineren Entfernung accommodiren; wir sehen den Gegenstand scharf und deutlich, wenn wir ihn einfach sehen, undeutlich und verwaschen, sobald er doppelt erscheint. 234

Wir können ganz nach Willkür einen Gegenstand einfach oder doppelt sehen; man halte z. B. zwei Finger gerade hinter einander vor das Gesicht, und zwar so, daß der eine ungefähr 1 Fuß, der andere 2 Fuß weit entfernt ist, so sieht man den hinteren doppelt, wenn man die Augenaxen auf den ersteren richtet; den vorderen aber, wenn man den hinteren Finger fixirt.

In Fig. 597 seien L und R die beiden Augen, A und B zwei in verschiedenen Entfernungen vor dem Auge befindliche Gegenstände. Wenn man den Gegenstand A fixirt, so sind die Axen beider Augen (die Augenaxe ist die gerade Linie, welche die Mitte der Netzhaut mit dem Mittelpunkte der Linse und der Pupille verbindet) nach A gerichtet, sie machen also einen ziemlich bedeutenden Winkel mit einander, das Bild von A erscheint aber in jedem Auge auf der Mitte der Netzhaut; fixirt man nun den entfernteren Gegenstand B, wie dies in Fig. 598 dargestellt ist, so wird der Winkel der Augenaxen kleiner, und nun erscheint das Bild von B in jedem Auge auf der Mitte der Netzhaut.

Wenn A fixirt ist, wie Fig. 597, so liegt das Bild von B im linken Auge rechts, im rechten aber links von der Mitte der Netzhaut; die Bilder b und b' liegen also in beiden Augen nicht auf entsprechenden Stellen der Netzhaut, und darin ist wohl auch der Grund zu suchen, warum der Gegenstand B

hier doppelt gesehen wird. Da das Bild *b* im linken Auge rechts von *a* liegt, so scheint uns *B* links von *A* zu liegen, während das rechte Auge den Gegen-

Fig. 597.

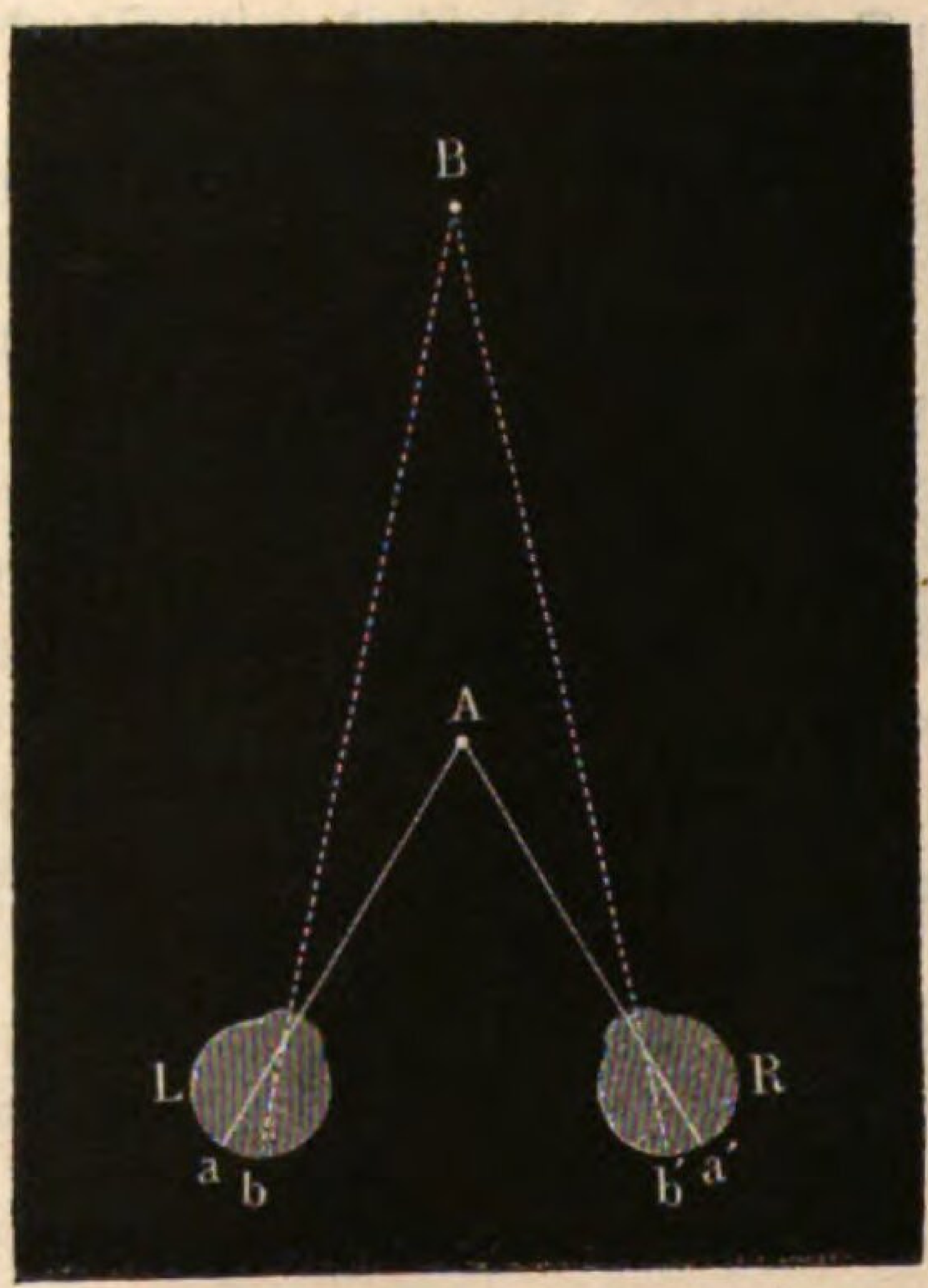
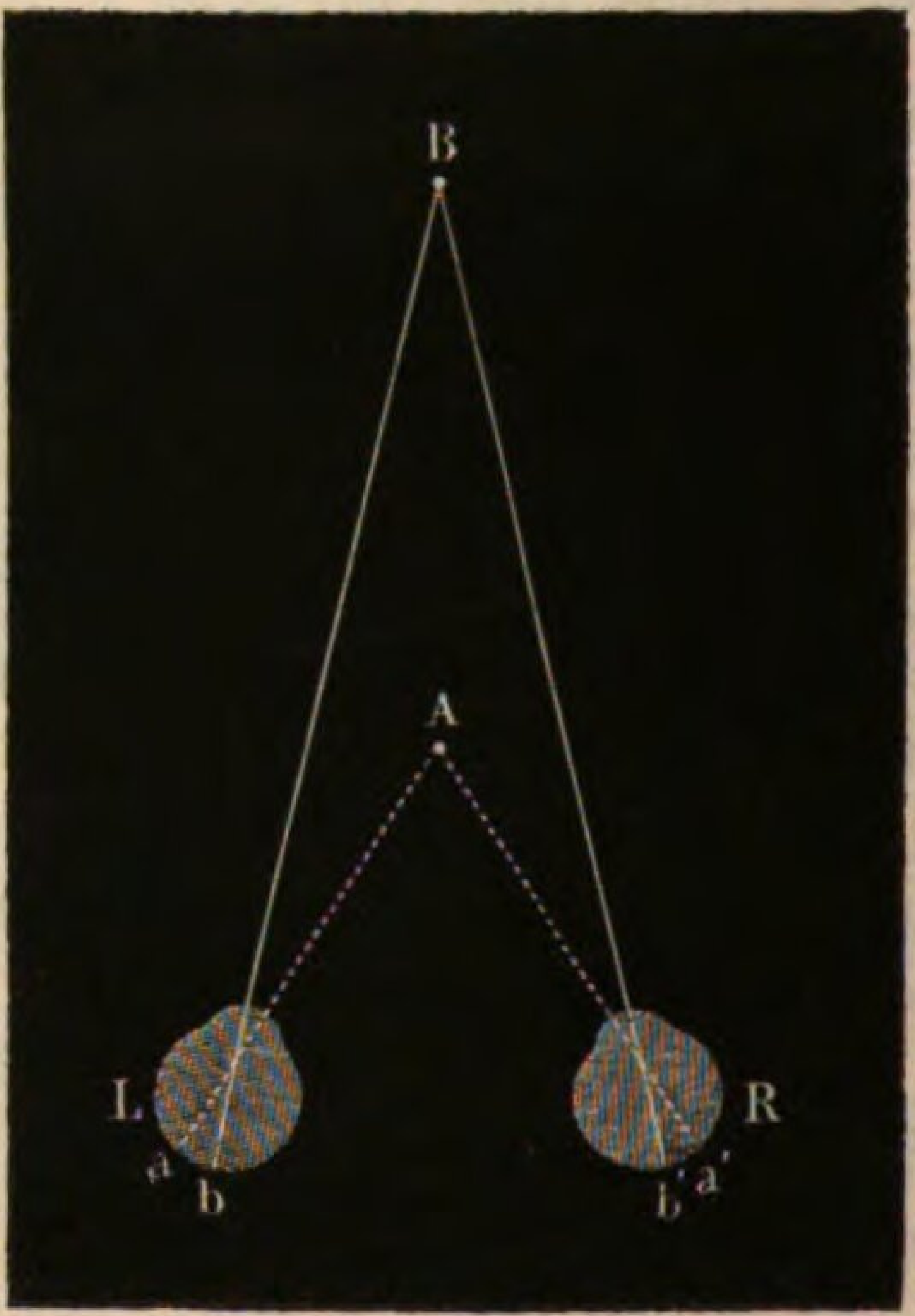


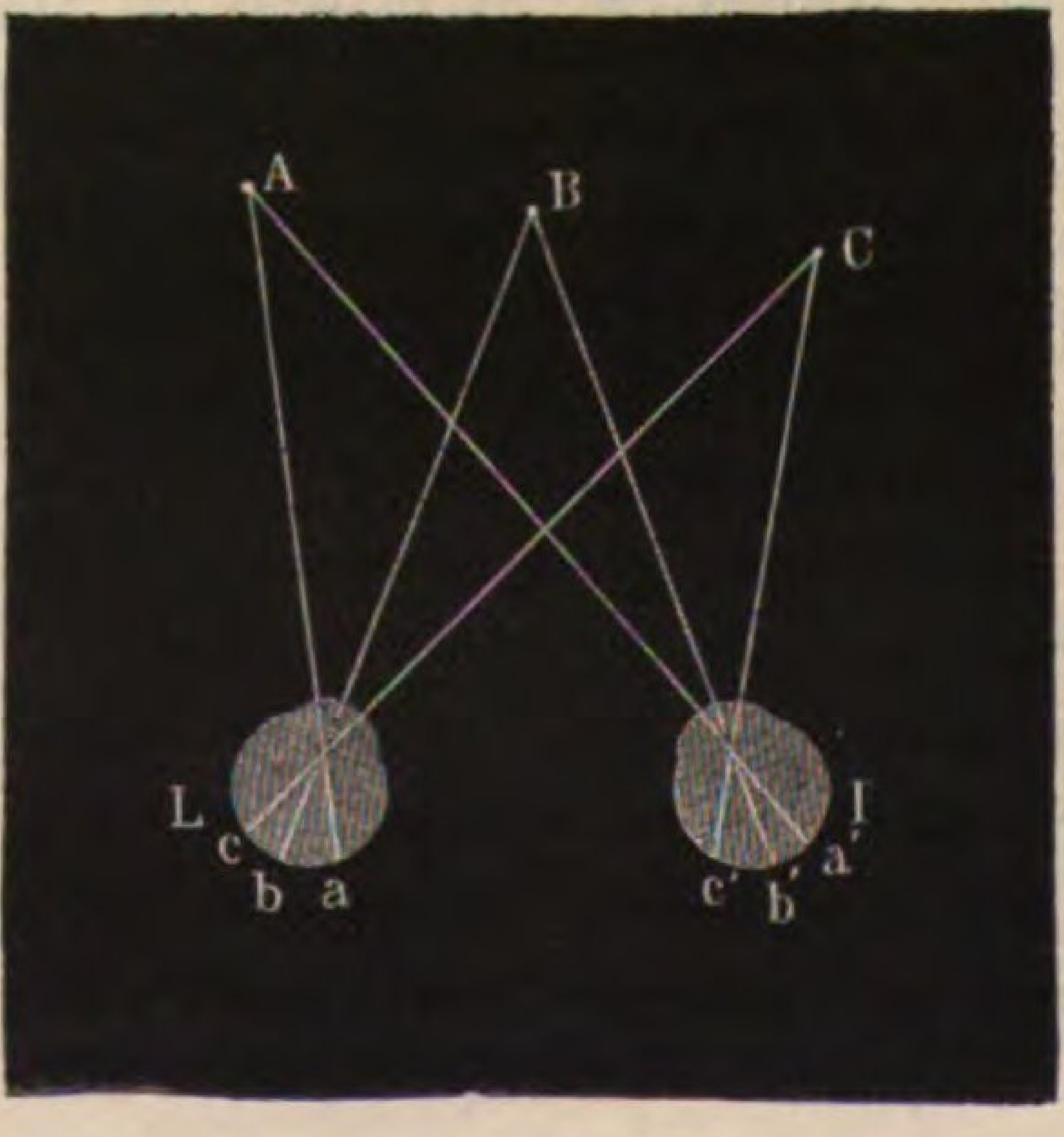
Fig. 598.



stand *B* rechts von *A* sieht, weil das Bild *b'* links von *a'* ist. Hat man den Gegenstand *A* mit beiden Augen so fixirt, daß man ihn einfach sieht, *B* aber doppelt erscheint, so kann man das linke oder rechte Bild von *B* verschwinden machen, je nachdem man die von *B* auf das linke oder rechte Auge fallenden Strahlen auffängt. Hat man hingegen den entfernteren Gegenstand *B* fixirt, so daß *A* doppelt gesehen wird, wie in Fig. 598, so verschwindet das rechts erscheinende Bild von *A*, wenn man einen Schirm zwischen *A* und das linke Auge bringt.

Um einen Gegenstand mit beiden Augen einfach zu sehen, ist es nicht nöthig, daß die beiden Augenaxen genau auf ihn gerichtet sind, daß also sein Bild in jedem Auge auf die Mitte der Netzhaut fällt, denn sonst könnte man ja nur einen einzigen Gegenstand einfach sehen, alles Andere würde doppelt erscheinen. Eine ganze Reihe von Gegenständen kann zu gleicher Zeit mit beiden Augen einfach gesehen werden, wenn sie nur ihre Bilder in beiden Augen auf entsprechende Stellen der Netzhaut werfen. In Fig. 599 stellen *L* und *R* wieder die beiden Augen dar, *A*, *B* und *C* drei verschiedene Gegenstände vor denselben; die Bilder der drei Gegenstände folgen sich in beiden

Fig. 599.



Augen in derselben Ordnung; auf der Netzhaut beider Augen nämlich liegt das Bild von B in der Mitte, das Bild von C links, das von A rechts. Weil die Netzhautbilder c und c' links von b und b' liegen, so erblicken beide Augen den Gegenstand C rechts von B; ebenso sehen beide Augen den Gegenstand A links von B, weil die Netzhautbilder a und a' rechts von b und b' liegen.

Wenn man einen Gegenstand mit beiden Augen einfach sieht, wenn also sein Bild auf entsprechende Stellen beider Netzhäute fällt, so sieht man ihn heller als mit einem Auge; man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man einen Streifen von weißem Papier ansieht und vor das eine Auge einen dunklen Schirm so hält, daß für dieses Auge die eine Hälfte des Papierstreifens bedeckt wird; der Theil des Papiers, welcher mit beiden Augen zugleich gesehen wird, erscheint heller als die andere Hälfte, die man nur mit einem Auge sieht.

Der Grund, warum wir mit beiden Augen einfach sehen können, ist wohl jedenfalls ein innerer, also im Verlaufe der Nervenfasern zu suchen, und nicht eine Folge der Gewohnheit. »Beide Augen sind gleichsam zwei Zweige mit einfacher Wurzel, und jedes Theilchen der einfachen Wurzel ist gleichsam in zwei Zweige für beide Augen gespalten,« sagt Müller, in dessen Schriften man auch Näheres über die verschiedenen Versuche findet, die zur Erklärung dieser wunderbaren Verkettung gemacht wurden.

Wenn wir einen ungefähr in der Weite des deutlichen Sehens gehaltenen Körper mit beiden Augen betrachten, so sind die Netzhautbilder in beiden Augen keineswegs gleich; jedes Auge sieht ja den Körper von einer anderen Seite her. Gerade dadurch aber, daß diese zusammengehörigen Eindrücke auf die entsprechenden Stellen der Netzhäute fallen, sich gewissermaßen gegenseitig ergänzen, erhalten wir erst recht den Eindruck der Körperlichkeit des Objectes.

Will man durch Zeichnungen einen gleichen Eindruck hervorbringen, so muß man deren zwei entwerfen, von denen die eine die mit dem rechten, die andere die mit dem linken Auge gesehene Ansicht des Körpers darstellt; wenn man nun jede dieser Zeichnungen nur mit dem Auge betrachtet, für welches sie gemacht ist, und wenn man es dahin bringen kann, daß die beiden gleichzeitig gesehenen Bilder auf entsprechende Stellen der Netzhaut fallen, so werden sie sich zu einem gemeinschaftlichen, vollkommen plastischen Eindruck vereinigen.

Bringt man z. B. eine quadratische Pyramide so vor das linke Auge, daß ihre Spitze genau auf die Mitte der Basis projicirt erscheint, wie Fig. 600 zeigt, so erscheint dieselbe Pyramide dem rechten Auge, wie man Fig. 601

Fig. 600.

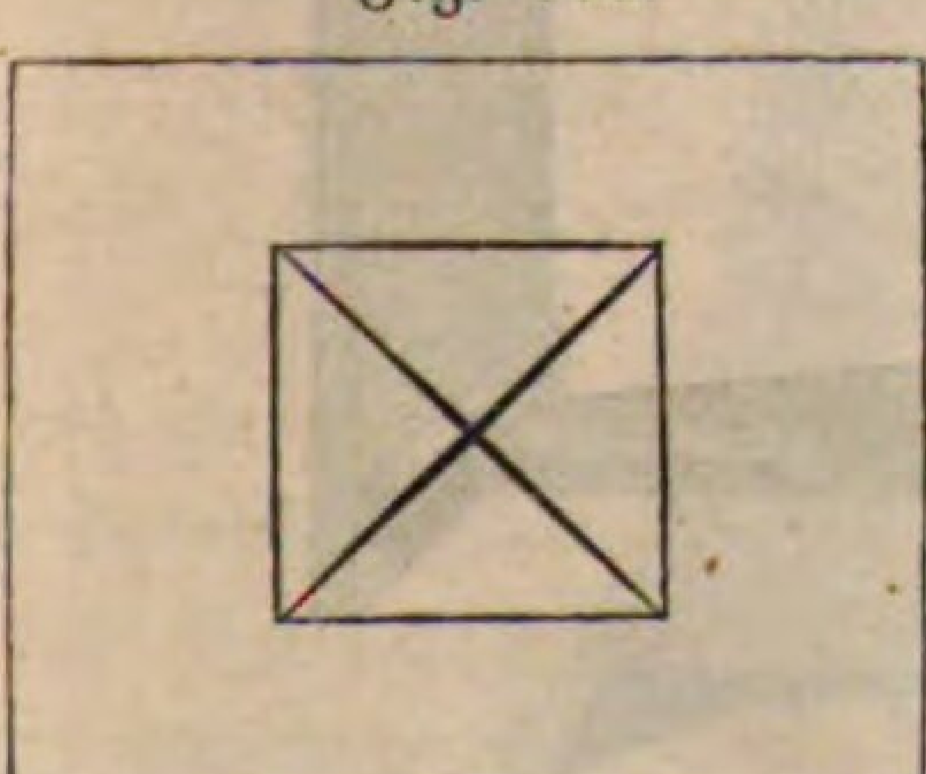


Fig. 601.

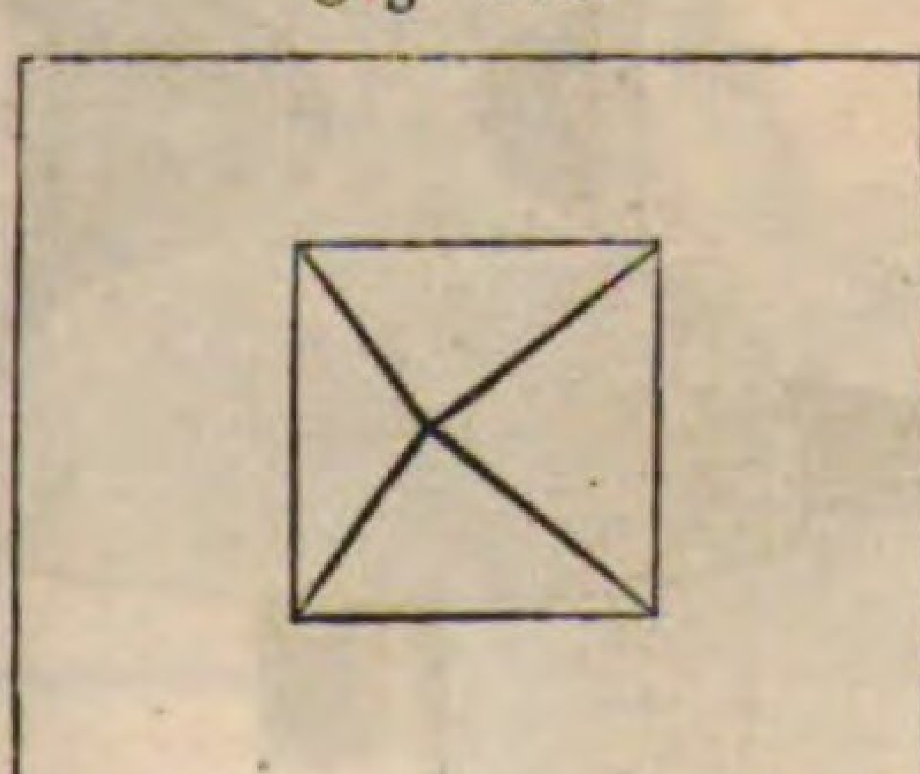
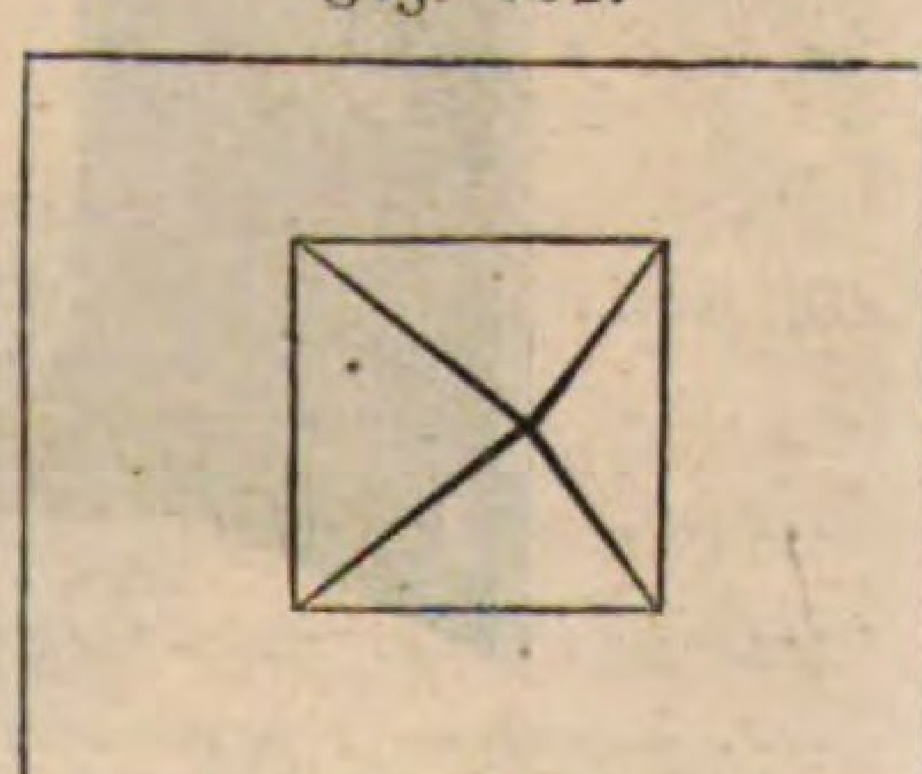


Fig. 602.



sieht. Hat man nun zwei solcher zusammengehörigen Zeichnungen angefertigt, so müssen sie den Eindruck eines Körpers machen, wenn jede mit ihrem Auge betrachtet wird und beide Bilder an derselben Stelle gesehen werden. — Wenn sich das Bild der Zeichnung Fig. 600 im linken und das Bild der Zeichnung Fig. 601 im rechten Auge gehörig combiniren, so sehen wir die Spitze deutlich vor die Basis hervortreten. Wird dagegen die Zeichnung Fig. 600 mit Fig. 602 combinirt, so erhalten wir den Eindruck einer hohlen Pyramide, wir sehen die Spitze unter der Basis liegen.

Um nun zu bewirken, daß die Bilder solcher zusammengehörigen Zeichnungen wirklich auf die entsprechenden Stellen der Netzhäute fallen, daß beide an derselben Stelle gesehen werden, hat zuerst Wheatstone einen Apparat angegeben, welcher unter dem Namen des Stereoskops bekannt ist.

Fig. 603 soll das Wesen dieses Apparates erläutern; *ba* und *bc* sind zwei rechtwinklig gegen einander geneigte Spiegel, deren Ebene vertical stehen mag. Befindet sich nun ein Gegenstand in *g*, so wird ein Auge in *r* sein Bild in *i* sehen; an derselben Stelle erscheint aber auch einem in *l* befindlichen Auge das Bild des Gegenstandes *k*. Stellt man nun in *g* und *k* zwei zusammengehörige Zeichnungen auf, so wird man den besprochenen Eindruck haben, wenn man den Kopf so vor das Instrument hält, daß sich in *r* das rechte, in *l* das linke Auge befindet.

Fig. 603.

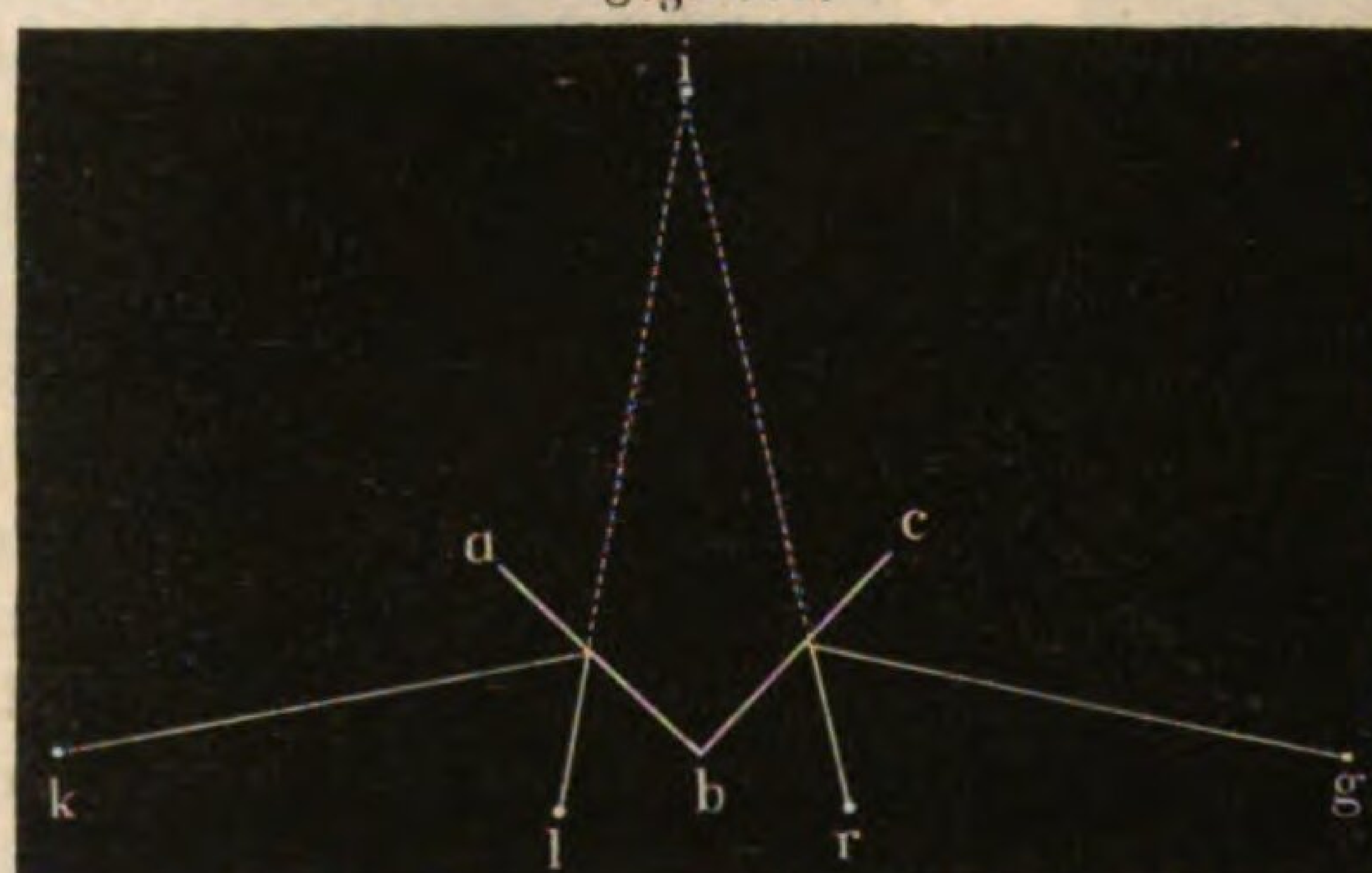
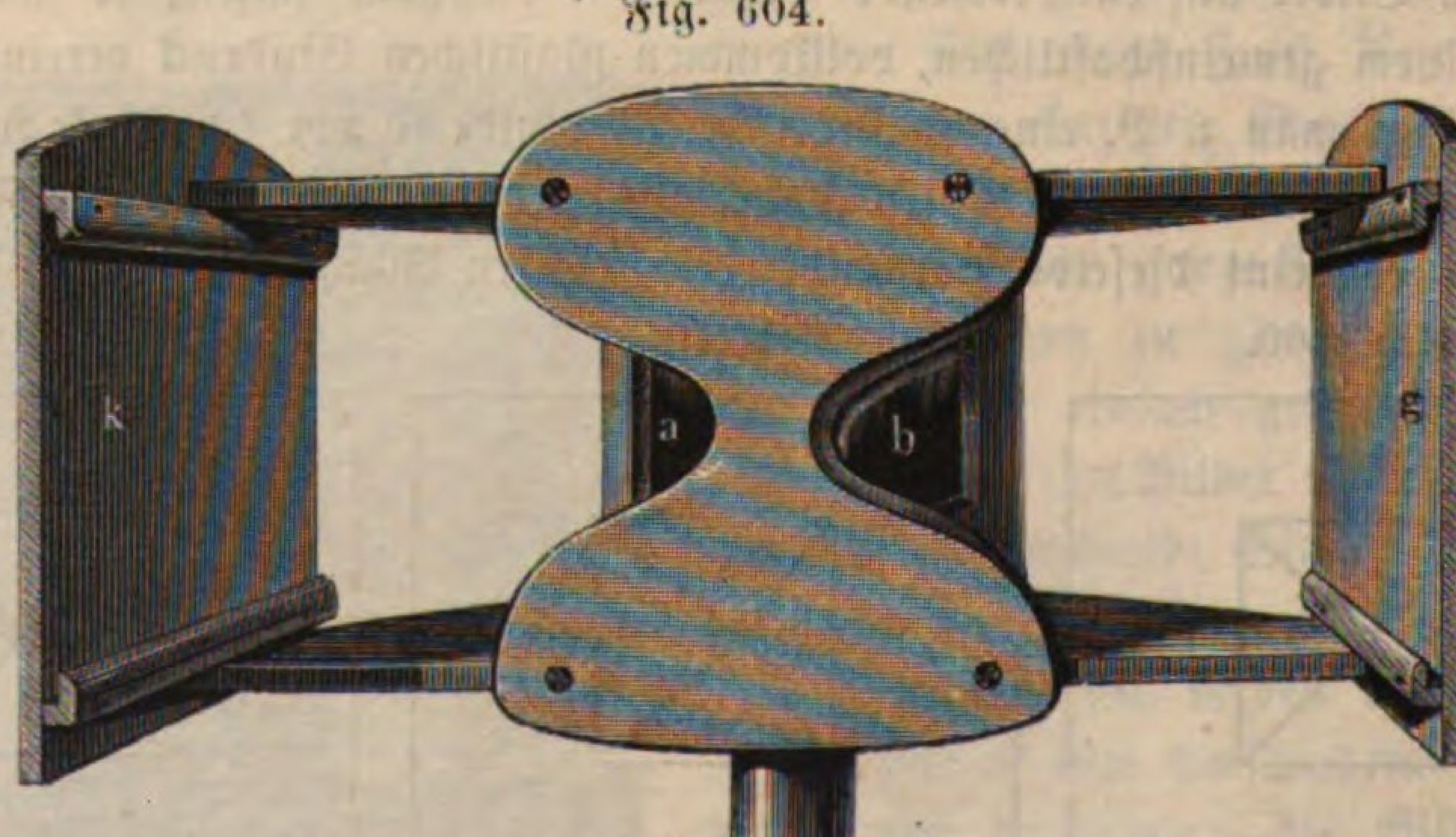


Fig. 604 stellt das Wheatstone'sche Stereoskop, wie es sich am ein-

Fig. 604.



fachsten ausführen läßt, in $^1/_5$ der natürlichen Größe dar. Die Zeichnungen werden bei *g* und *k* eingeschoben, *a* und *b* sind die Spiegel. Sonst bedarf die Figur wohl keiner Erläuterung.

Statt der Spiegel brachte Brewster die beiden Hälften einer Sammellinse von ungefähr 15 Centimeter Brennweite in Anwendung. Die Linse wird in der Mitte durchgeschnitten und die eine Hälfte *a*, Fig. 605, vor das rechte, *b* vor das linke Auge gebracht. Durch die Anwendung dieser Linsenstücke ist es nun zunächst möglich, die Zeichnungen dem Gesichte näher zu bringen, dann aber wirken sie auch wie Prismen, indem die Linsenhälfte *a* das Bild etwas nach dem linken schiebt, während das Bild der mit dem linken Auge durch *b* betrachteten Zeichnung etwas nach dem rechten gerückt erscheint. Auf diese Weise wird das vollständige Zusammenfallen der beiden Bilder begünstigt.

Fig. 605.



Um des Erfolges sicher zu sein, müssen die beiden Linsenhälften in einem Gestelle befestigt werden, welches in der gehörigen Entfernung von denselben auch die Zeichnungen aufnimmt.

Fig. 606 stellt eine derartige Vorrichtung in $^1/_3$ der natürlichen Größe dar. Der Deckel eines hohlen hölzernen Kastens hat zwei Löcher, auf denen zwei kurze Messingröhrchen befestigt sind, in welchen sich zwei andere auf- und abschieben lassen. Diese verschiebbaren Hülsen enthalten die Linsenstücke. Um sie bequem in die runden Hülsen fassen zu können, wird aus den Linsenhälften ein rundes Stück *r*, Fig. 607, herausgeschnitten und dieses dann für den Apparat verwendet.

Fig. 606.

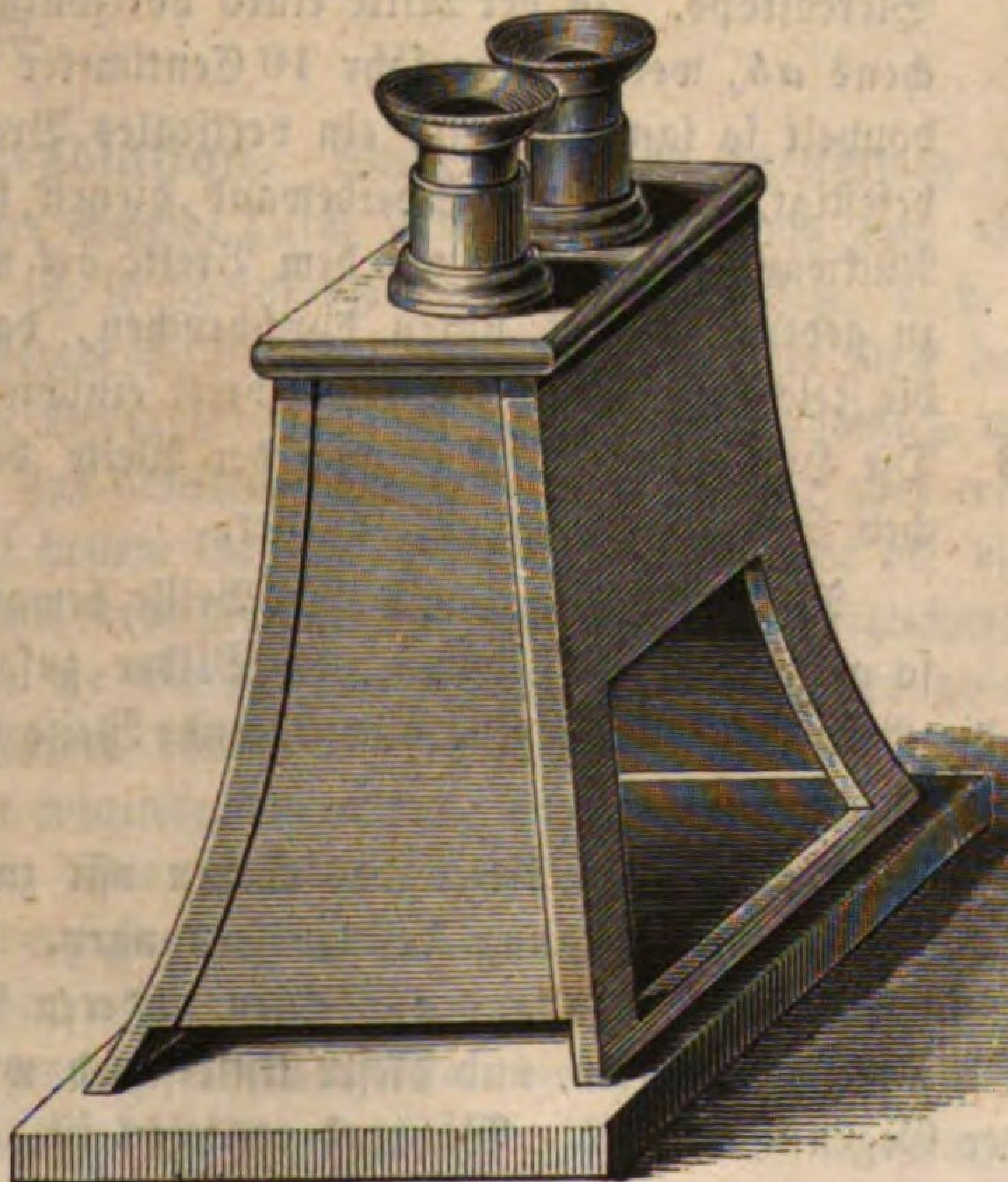


Fig. 607.



Die beiden Zeichnungen, welche sich auf einem und demselben Blatte befinden, werden auf den Boden des Kastens eingeschoben; in dessen vorderen Wand sich eine größere Oeffnung befindet, durch welche die Zeichnungen das nöthige Licht erhalten.

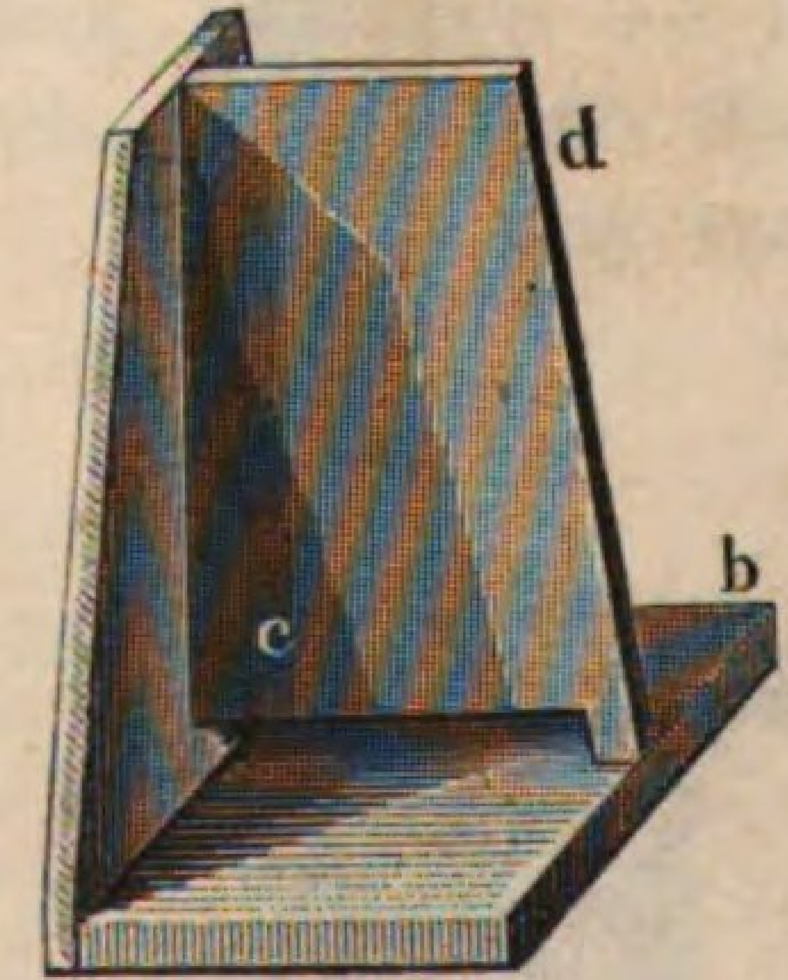
Mit großem Erfolge hat man statt der Zeichnungen zwei Photographien desselben Gegenstandes in Anwendung gebracht. Die beiden Bilder sind natürlich so aufgenommen, daß das eine die mit dem rechten, das andere die mit dem linken Auge gesehene Ansicht darstellt. Diese beiden Bilder ergänzen sich, im Stereoskop betrachtet, zu einem vollkommen plastischen Eindruck. Die Täuschung ist so vollständig, daß man auch das Material des Gegenstandes wieder erkennt, welcher als Original für die Photographie gedient hat.

Wenn man die Zeichnungen in einer günstigen Stellung vor das Auge bringt und nur verhindert, daß das rechte Auge die fürs linke bestimmte Zeichnung sehen kann, und umgekehrt, so sind gar keine weiteren optischen Hülfsmittel mehr nöthig, um die Bilder auf die entsprechenden Stellen der Netzhaut fallen zu machen. Nimmt man die Gläser aus dem Apparat Fig. 606 ganz weg, so sieht ein Kurzsichtiger, wenn er mit beiden Augen durch die beiden Oeffnungen hinab schaut, Anfangs allerdings doppelte Bilder; nach einiger Zeit aber nähern sie sich, um bald vollständig in einander zu verschmelzen, und dann ist der plastische Eindruck vollständig da.

Auf gleiche Weise würde auch ein Weitsichtiger die Erscheinung wahrnehmen können, wenn nur die Oeffnungen weiter vom Boden weg wären.

Frick fand, daß es zur Hervorbringung der stereoskopischen Täuschung schon genügt, eine Scheidewand zwischen den beiden Zeichnungen anzubringen; so ergiebt sich denn die Vorrichtung Fig. 608 als die einfachste Form des Stereoskops. In der Mitte eines horizontalen Brettchens *ab*, welches ungefähr 10 Centimeter breit und doppelt so lang ist, wird ein verticales Brettchen *cd* befestigt, welches als Scheidewand dienen soll. Die Rückwand dient nur, um dem Brette *cd* mehr Halt zu geben. *cd* ist unten durchbrochen, damit man die Zeichnungen auf das Bodenbrett einschieben kann. Die Höhe von *cd* ist je nach der Weite des deutlichen Sehens größer oder kleiner.

Fig. 608.



Wenn die Augen mit einer Brille bewaffnet sind, so gelingt es nicht immer, die Bilder zusammen zu bringen, weil sie durch die Brillengläser auf eine hier störende Weise verschoben werden.

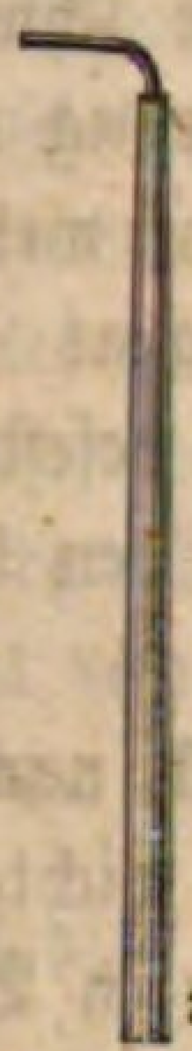
Beim Betrachten naher Gegenstände bietet das Sehen mit zwei Augen ein wesentliches Mittel zur richtigen Schätzung der Entfernungen. Mit dem rechten Auge sehen wir einen nahen Gegenstand auf einen anderen Punkt des Hintergrundes projicirt als mit dem linken, und dieser Unterschied wird um so bedeutender, je näher der Gegenstand rückt. Während es leicht ist, eine Näh-

nadel einzufädeln, so lange man mit beiden Augen sieht, ist es äußerst schwierig, wenn man das eine Auge schließt. Ein diesem entsprechender Vorlesungsversuch ist folgender. Man hänge einen Ring, dessen innerer Durchmesser ungefähr zwei Zoll beträgt, an einem Faden auf, wie Fig. 609 andeutet und suche nun den gegen zwei Fuß langen Stab, Fig. 610, an seinem einen Ende *a* haltend, den am anderen Ende desselben angebrachten Haken in die Höhlung des Ringes hineinzustecken. Es gelingt dies sogleich, wenn man mit zwei Augen sieht, schließt man aber das eine Auge, so wird man mit dem Haken bald vor, bald hinter den Ring fahren.

Fig. 609.



Fig. 610.



a

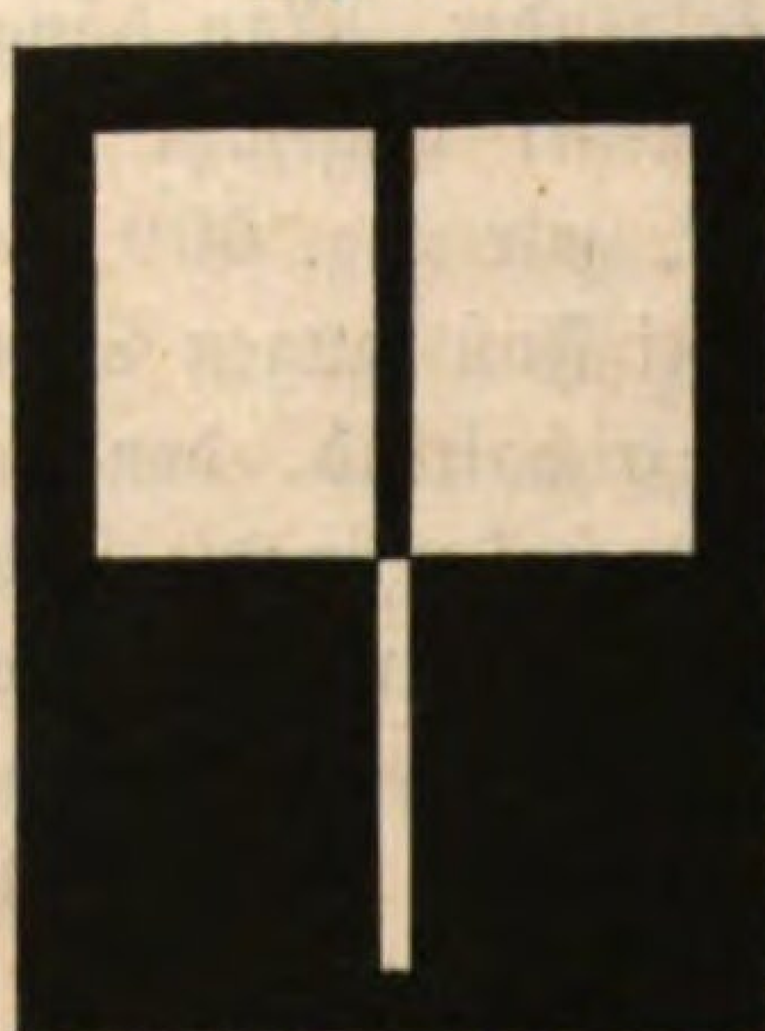
Gränzen der Sichtbarkeit. Wenn ein Ge- 235
genstand noch gesehen werden soll, so darf der Gesichtswinkel, unter welchem er erscheint, nicht unter einer gewissen Gränze liegen, die sehr von der Erleuchtung und der Farbe des Gegenstandes, der Natur des Hintergrundes und der Individualität der Augen abhängt. Für ein gewöhnliches Auge ist bei mäßiger Beleuchtung ein Gegenstand noch unter einem Sehwinkel von 30 Secunden sichtbar; ein sehr heller Gegenstand, wie ein glänzender Silberdraht, wird aber auf dunklem Grunde noch unter einem Gesichtswinkel von 2 Secunden gesehen. Auch dunkle Körper können auf weißem Grunde sehr deutlich gesehen werden, selbst wenn sie auch sehr fein sind; ein mittelmäßiges Auge kann ein Haupthaar vor dem mäßig hellen Himmel noch in einer Entfernung von 4 bis 6 Fuß deutlich unterscheiden.

Irradiation. Wenn der Mond sichelförmig erscheint und zugleich der 236
Rest seiner Scheibe durch schwache Beleuchtung von aschfarbigem Lichte wahrnehmbar ist, so scheint die Sichel überzugreifen, d. h. sie scheint einer Scheibe von größerem Halbmesser anzugehören als der Rest des Mondes. Eine solche scheinbare Vergrößerung wird fast überall beobachtet, wo man einen hellen Gegenstand auf dunklem Grunde sieht; umgekehrt aber erscheint ein dunkler Gegenstand auf hellem Grunde verkleinert. Man hat die hierher gehörigen Erscheinungen mit dem Namen der Irradiation bezeichnet. Ganz besonders hat Plateau die Gesetze der Irradiation zu ermitteln gesucht (Pogg. Annal., Ergänzungsband 1842).

Die folgende Vorrichtung ist sehr geeignet, diese interessante Erscheinung zu zeigen. Die obere Hälfte einer Pappscheibe von 7 Zoll Höhe und 5 Zoll Breite überziehe man mit weißem Papiere, während die untere Hälfte schwarz angestrichen wird. Die obere Hälfte theilt man dann durch einen schwarzen Streifen von 2 Linien Breite, die untere durch einen ebenso breiten weißen Streifen, so daß der weiße Streifen in der Verlängerung des dunklen liegt,

wie man Fig. 611 sieht. Diesen Apparat stelle man neben einem Fenster auf, so daß er wohl beleuchtet ist, und entferne sich 12 bis 15 Fuß davon, so wird der weiße Streifen auffallend breiter erscheinen als der schwarze. Noch auffallender kann man die Erscheinung machen, wenn man die weißen Felder und den weißen Streifen ganz ausschneidet und den Apparat an einer der oberen Scheiben eines Fensters so befestigt, daß man durch die ausgeschnittenen Stellen den hellen Himmel erblickt.

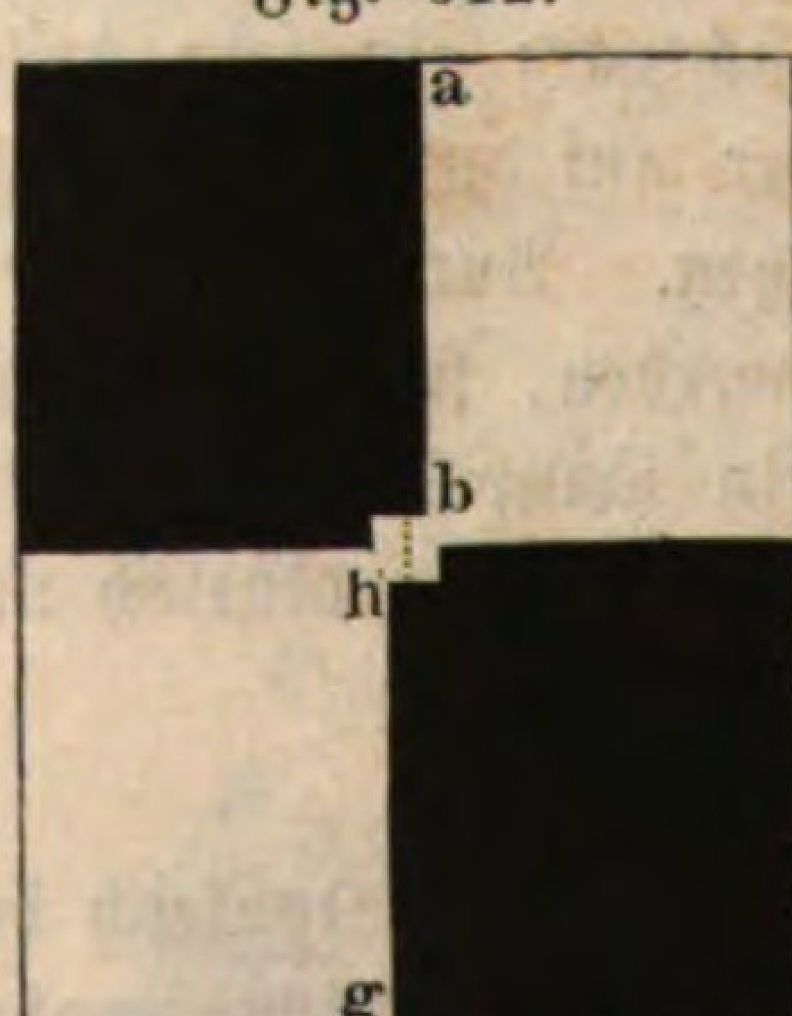
Fig. 611.



Der Grund der Irradiation ist, nach Plateau's Ansicht, in einer Ausbreitung des Lichteindrucks auf der Netzhaut zu suchen, sie ist also in Beziehung auf den Raum, was das Beharren der Eindrücke auf der Netzhaut, wovon sogleich die Rede sein wird, in Beziehung auf die Zeit ist.

Da demnach die Irradiation keine objective, sondern eine subjective Erscheinung ist, so wird sie auch nicht für alle Personen gleich stark sein. Auf eine weiße Papptafel von denselben Dimensionen, wie die Fig. 611 dargestellte, male man zwei schwarze Felder so, daß der Rand *ab*, Fig. 612, ein Millimeter rechts, der Rand *gh* 1 Millimeter links von der verticalen Mittellinie der Tafel liegt. Aus einiger Entfernung betrachtet, scheinen nun die Ränder *ab* und *gh* in eine verticale Linie zu fallen; diese Entfernung ist nun für verschiedene Individuen sehr ungleich. Plateau fand, »daß bei einer Person diese Coincidenz schon bei einer Entfernung von 2,5 Metern stattfand, was für den Winkelwerth der Irradiation 1′ 22″ giebt; bei einer anderen Person trat aber die Coincidenz erst bei einer Entfernung von 12 Metern ein, bei dieser betrug also der Winkelwerth der Irradiation nur 17″.

Fig. 612.



Der Winkelwerth der Irradiation ist unabhängig von der Entfernung des Gegenstandes vom Auge; die absolute Breite also, welche wir der Irradiation beilegen, ist unter übrigens gleichen Umständen der Entfernung des Gegenstandes proportional.

Die Irradiation zeigt sich bei allen Entfernungen von der Weite des deutlichen Sehens bis zu unendlicher Entfernung.

Die Größe der Irradiation wächst mit zunehmender Lichtstärke, doch wächst sie nicht in demselben Verhältnisse wie die Helligkeit, sondern in einem bei zunehmender Helligkeit stets abnehmenden Verhältnisse.

Die Existenz der Irradiation wurde einige Zeit hindurch selbst von ausgezeichneten Astronomen und Physikern bezweifelt, weil die mit den besten Fernröhren angestellten Beobachtungen von dem Einflusse der Irradiation ganz frei waren; so fand man z. B. den Durchmesser des Mondes ganz gleich, man

mochte die Messung bei Tage machen, wo er nur ganz matt auf dem blauen Himmel erscheint, oder des Nachts, wo er glänzend auf dem dunklen Grunde steht. Dies ist aber sehr wohl erklärlich. Der Gesichtswinkel, unter welchem wir den Durchmesser des Mondes sehen, beträgt ungefähr 30 Minuten; wenn nun der Winkelwerth der Irradiation für das beobachtende Auge 1 Minute beträgt, so erscheint offenbar der Durchmesser des Mondes durch die Irradiation um zwei Minuten, also um $^1/_{15}$, vergrößert. Betrachtet man nun den Mond durch ein gutes Fernrohr, so wird wohl der Durchmesser des Mondes, aber nicht die Irradiation vergrößert; nehmen wir an, das Fernrohr bewirke eine 50malige Vergrößerung, so wird der Durchmesser des Mondes unter einem Gesichtswinkel von 1500′ erscheinen; wenn nun dieser Winkel durch die Irradiation noch um 2′ vergrößert wird, so beträgt doch diese Vergrößerung nur $\frac{1}{740}$, sie übt also hier einen verhältnißmäßig sehr geringen Einfluß aus. Bedenkt man nun außerdem noch, daß die Intensität des Lichtes durch die starke Vergrößerung geschwächt wird, daß also auch deshalb noch der Einfluß der Irradiation geringer ausfällt, so begreift man sehr gut, wie bei Beobachtungen mit guten Fernröhren der Einfluß der Irradiation ganz verschwindet.

Gegen die obige Erklärung der Irradiationserscheinungen ist Welcker in einer Abhandlung aufgetreten (Ueber Irradiation u. s. w. von Hermann Welcker, Gießen 1852), in welcher er nachzuweisen sucht, daß alle Irradiationserscheinungen auf mangelhafte Accommodation zurückzuführen seien. Allerdings bringen die Zerstreuungskreise, welche sich auf der Netzhaut bilden, wenn das Auge für die betrachteten Gegenstände nicht gehörig accommodirt ist, ganz ähnliche Erscheinungen hervor wie die Irradiation, und die von Welcker beobachteten und beschriebenen Erscheinungen sind in der That nur das Resultat mangelhafter Accommodation; sie sind aber auch gar keine Irradiationserscheinungen, denn die Irradiation fängt erst an merklich zu werden, wenn die durch Zerstreuungskreise bewirkte Unreinheit der Bilder beseitigt ist. Es geht dies auch aus Plateau's Abhandlung hervor, obgleich er diesen Umstand nicht nach Gebühr betont. — So lange das Auge nicht accommodirt ist, sind die Wirkungen der Zerstreuungskreise so weit aus überwiegend, daß gegen sie die Irradiationserscheinungen völlig verschwinden.

Daß man die Irradiationserscheinungen nicht so schlechthin auf unvollständige Accomodation schieben darf, dafür dürfte folgende Beobachtung sprechen, die ich im Frühjahr 1856 machte. Die zwei Tage alte Mondsichel stand gerade im Sternbilde des Widders und ich beobachtete an ihr die im Anfange dieses Paragraphen erwähnte Erscheinung in ausgezeichneter Weise, obgleich meine Augen durch eine Brille hinlänglich accommodirt waren, um die sechs Hauptsterne der Plejadengruppe getrennt zu sehen.

Daß der Lichteindruck auf der Netzhaut sich ausbreiten könne, wie es Plateau's Ansicht ist, steht durchaus nicht im Widerspruche mit den Grundsätzen der Physik, wie Welcker zu meinen scheint; denn wenn irgend ein materielles Theilchen in den Zustand lebhafter Vibrationen versetzt wird, so wer-

den sich diese Vibrationsbewegungen mehr oder weniger den benachbarten Theilchen mittheilen, und es ist nicht einzusehen, warum ein solches bei den Netzhautpartikelchen nicht stattfinden soll. Ich will damit durchaus nicht behaupten, daß die Plateau'sche Erklärung unbedingt die richtige sei und gebe zu, daß man die Erklärung der Irradiationserscheinungen vielleicht auch auf die Annahme zurückführen könnte, daß selbst bei möglichst vollständiger Accomodation die Zerstreuungskreise nicht ganz verschwinden, daß sie aber unmerklich bleiben, so lange die Erleuchtung nicht einen hohen Grad von Intensität erreicht.

237 **Dauer des Lichteindruckes.** Wenn man mit einer glühenden Kohle rasch einen Kreis beschreibt, so kann man die Kohle selbst nicht unterscheiden, sondern man sieht einen feurigen Kreis. Der Grund dieser Erscheinung liegt darin, daß eine durch einen Lichteindruck afficirte Stelle der Retina nicht augenblicklich wieder zur Ruhe kommt, wenn der Lichteindruck selbst aufgehört hat, daß in dem fraglichen Falle der Lichteindruck, welchen die glühende Kohle an irgend einer Stelle ihrer Kreisbahn hervorbringt, so lange dauert, bis sie nach einer ganzen Umdrehung wieder dieselbe Stelle erreicht.

Wenn man vor einer unbeweglichen glühenden Kohle eine undurchsichtige Kreisfläche rotiren läßt, die in der Nähe ihres Umfanges mit einem Loche versehen ist, welches gerade vor der Kohle vorübergeht, so bleibt die Kohle ununterbrochen sichtbar, wenn die Umdrehung der Scheibe in weniger als $^1/_7$ Secunde vollendet wird.

Aus demselben Grunde kann man auch die Speichen eines schnell laufenden Rades nicht unterscheiden, und die obere Fläche eines Kreisels, welcher mit abwechselnd weißen und schwarzen Sectoren bemalt ist, wie Fig. 613, erscheint bei rascher Rotation gleichförmig grau. Wenn aber der Kreisel, im Dunkeln rotirend, momentan erleuchtet wird, etwa durch einen Blitz oder einen elektrischen Funken, so kann man die einzelnen Sectoren deutlich unterscheiden.

Fig. 613.



Macht man in eine Pappscheibe von 2 bis 3 Zoll Durchmesser diametral gegenüberstehend zwei Löcher, durch welche man Fäden zieht, wie Fig. 614 und Fig. 615 zeigen, so kann mit Hülfe dieser Fäden die

Fig. 614.



Fig. 615.

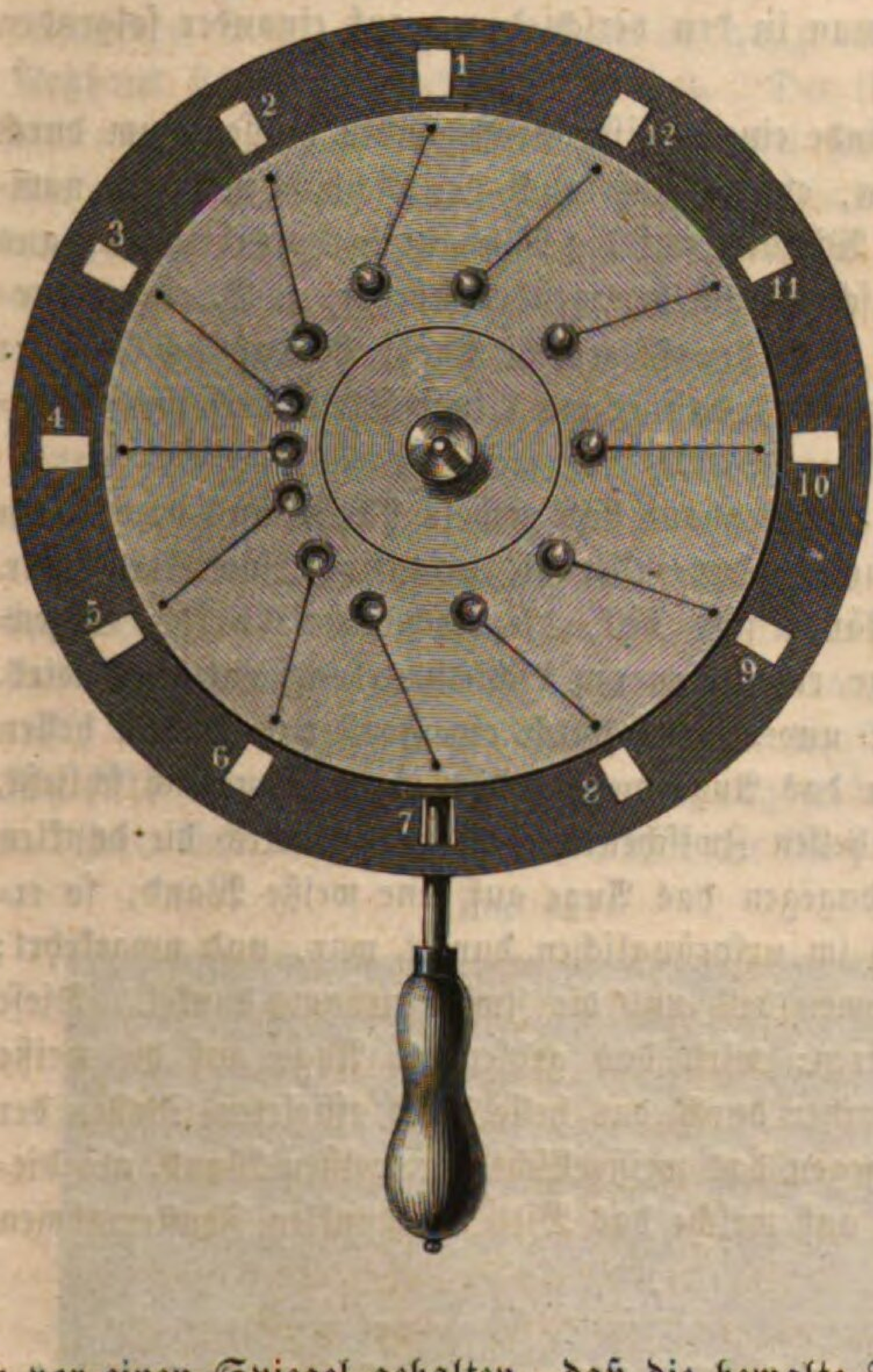


Scheibe rasch drehen, so daß man abwechselnd die eine und dann wieder die andere Seite sieht. Macht man nun auf die eine Seite einen schwarzen Streifen in der Richtung der beiden kleinen Löcher, auf die andere Seite einen Streifen, welcher auf dieser Richtung rechtwinklig steht, so sieht man bei rascher

Umdrehung ein Kreuz, weil der Eindruck des horizontalen Streifens im Auge noch nicht erloschen ist, wenn der verticale Streifen sichtbar wird. Ist auf die eine Seite ein Käfig, auf die andere ein Vogel gemalt, so erscheint bei rascher Drehung der Vogel im Käfig u. s. w.

Ein recht sinnreicher und artiger Apparat, welcher sich ebenfalls auf die Dauer des Lichteindruckes gründet, ist die sogenannte Wunderscheibe, die stroboskopische Scheibe oder das Phenakistoskop. Eine Scheibe von 20 bis 25 Centimeter Durchmesser kann um eine horizontale Axe in eine Rotationsbewegung versetzt werden; am Rande dieser Scheibe befindet sich eine Reihe von Oeffnungen, welche in gleichen Abständen auf einander folgen; in der Fig. 616 dargestellten Wunderscheibe befinden sich 12 solcher Löcher. Innerhalb des durch die 12 Löcher gebildeten Ringes ist nun eine kleinere bemalte Scheibe befestigt, auf welcher ein und derselbe Gegenstand in 12 auf einander folgenden Stellungen abgebildet ist, so daß jedem Loche eine andere Stellung entspricht. In unserer Figur ist ein ganz einfacher Gegenstand gewählt, nämlich ein Pendel. Unter der mit 1 bezeichneten Oeffnung ist das Pendel dargestellt, wie es eben seine äußerste Stellung links erreicht hat; unter der Oeffnung 2 sehen wir das Pendel, wie es sich der Gleichgewichtslage schon wieder genähert hat, bei 3 hat es sich der Gleichgewichtslage noch mehr genähert und bei 4 hat es dieselbe erreicht u. s. w. Dieser Apparat wird nun so vor einen Spiegel gehalten, daß die bemalte Fläche dem Spiegel zugekehrt ist und man durch eine Oeffnung, etwa durch die oberste, das Bild der bemalten Scheibe im Spiegel sieht. Wenn die Scheibe rotirt, so geht eine Oeffnung nach der anderen vor dem Auge vorüber, während aber die Zwischenräume vor dem Auge hergehen, empfängt es kein Licht. Nehmen wir an, daß in einem bestimmten Momente die Oeffnung 1 vor dem Auge vorübergeht, so er-

Fig. 616.



blickt man unter derselben das Bild des Pendels in seiner größten Ausweichung; der in diesem Moment ins Auge gelangende Lichteindruck bleibt nun, bis die zweite Oeffnung vors Auge kommt, und nun erscheint das Pendel an derselben Stelle, an welcher man es eben erst in seiner größten Ausweichung gesehen hatte, der Gleichgewichtslage etwas genähert; das Bild dieser zweiten Lage bleibt im Auge, bis die dritte Oeffnung vor dasselbe gelangt, und nun sieht man das Pendel seiner Gleichgewichtslage noch mehr genähert u. s. w.; die auf diese Weise der Reihe nach dem Auge vorgeführten Stellungen des Pendels machen nun täuschend den Eindruck, als ob man ein Pendel wirklich oscilliren sähe. Statt des Pendels kann man auch andere Gegenstände wählen, die man der Reihe nach in eben so viel verschiedenen Stellungen dargestellt hat, als Löcher vorhanden sind, so daß jeder Oeffnung eine andere Stellung entspricht. Sehr täuschend lassen sich auf diese Weise Bewegungen von Menschen und Thiergestalten darstellen, die man in den verschiedenen auf einander folgenden Stellungen aufgezeichnet hat.

Ebenso wie die Gegenstände eine gewisse Größe haben müssen, um durch das Auge wahrnehmbar zu sein, ebenso muß auch der Lichteindruck eine namhafte Zeit andauern, um eine Wirkung auf die Netzhaut hervorzubringen; aus diesem Grunde wird ein sehr schnell sich bewegender Körper, z. B. eine Kanonenkugel, nicht gesehen; das Bild der fliegenden Kugel bewegt sich auf der Netzhaut mit solcher Geschwindigkeit, daß es an keiner Stelle derselben wahrgenommen werden kann.

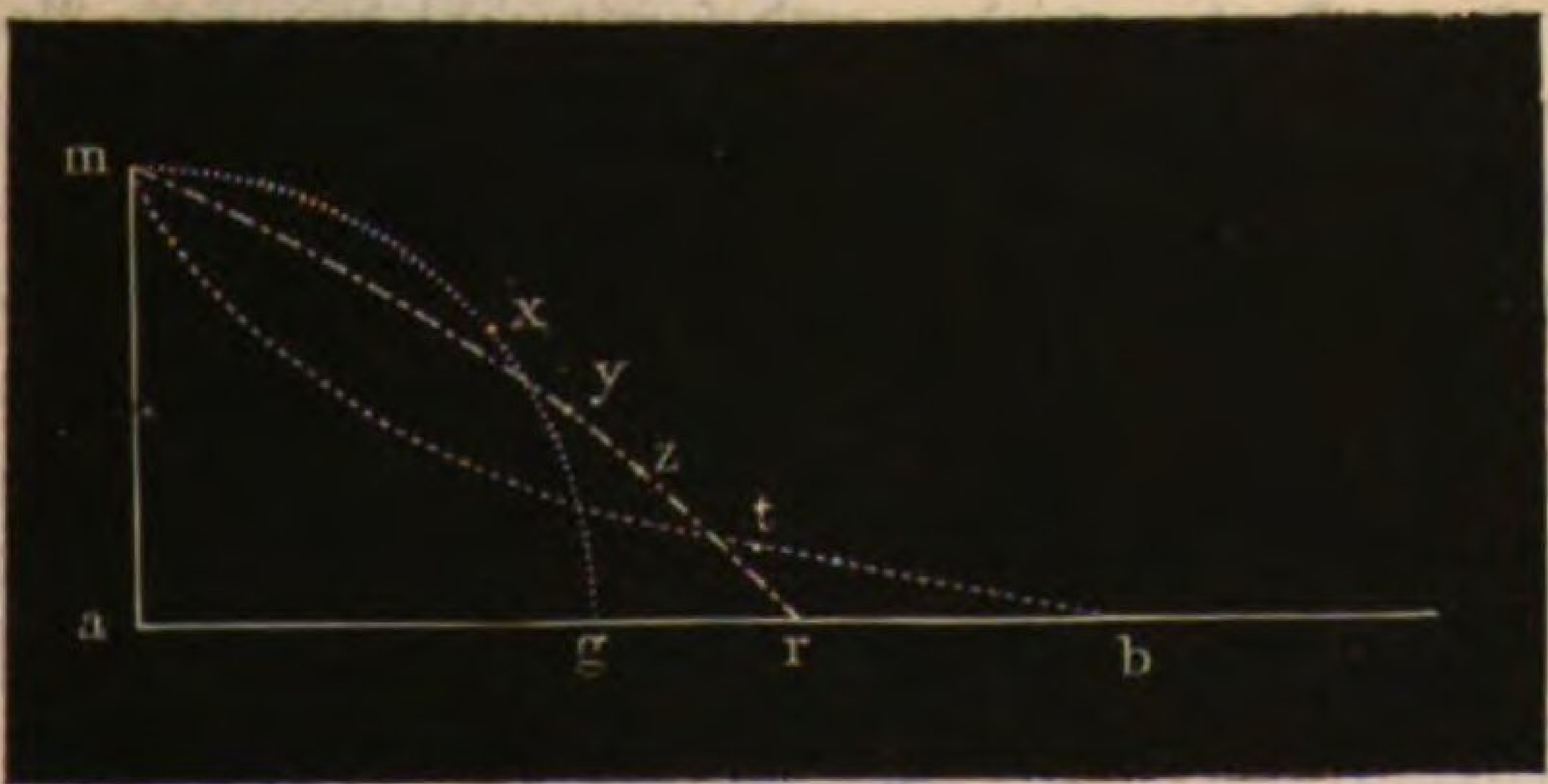
Die Nachwirkungen auf der Netzhaut sind um so stärker und dauern um so länger fort, je intensiver und andauernder die primitive Einwirkung war. Die Nachbilder heller Gegenstände sind hell, die Nachbilder dunkler Gegenstände dunkel, wenn das Auge einer ferneren Lichteinwirkung entzogen wird. Sieht man z. B. längere Zeit unverwandt durch ein Fenster nach dem hellen Himmel, wendet man alsdann das Auge weg, indem man es zugleich schließt, so sieht man noch immer die hellen Zwischenräume begränzt durch die dunklen Fensterrahmen, wendet man dagegen das Auge auf eine weiße Wand, so erscheint im Nachbilde hell, was im ursprünglichen dunkel war, und umgekehrt; man sieht z. B. die Fensterrahmen hell und die Zwischenräume dunkel. Diese Umkehrung ist leicht zu erklären: wird das geblendete Auge auf die weiße Wand gerichtet, so sind die vorher durch das helle Licht afficirten Stellen der Netzhaut weniger empfindlich gegen das weiße Licht der weißen Wand, als diejenigen Stellen der Netzhaut, auf welche das Bild der dunklen Fensterrahmen gefallen war.

238 **Farbige Nachbilder.** Unser Gesichtsorgan empfindet oft Farbeneindrücke, die nicht unmittelbar durch äußere Objecte hervorgebracht sind, sondern in einem eigenthümlich gereizten Zustande der Netzhaut ihren Grund haben. Man nennt solche Farben *subjective* oder auch *physiologische*. Die farbigen Nachbilder sowohl als auch die Farben, welche durch Contraste hervorgebracht werden, gehören hierher.

Die Nachbilder, von denen in vorigem Paragraph die Rede war, sind immer mehr oder weniger gefärbt, und zwar ist diese Färbung um so entschiedener, je intensiver der primitive Lichteindruck war, welcher die Nachbilder veranlaßte. Man fixire z. B. einige Zeit lang ein Kerzenlicht recht scharf, schließe dann die Augen und wende sie nach einer dunklen Stelle des Zimmers, so glaubt man noch immer die Flamme vor den Augen zu haben, aber sie verändert nach und nach ihre Farbe; sie wird alsbald ganz gelb, geht dann durch Orange in Roth, von Roth durch Violet in grünliches Blau über, welches immer dunkler wird, bis das Nachbild endlich ganz verschwindet. Wendet man hingegen das durch das Kerzenlicht geblendete Auge auf eine weiße Wand, so folgen sich die Farben des Nachbildes in fast entgegengesetzter Ordnung, d. h. man sieht anfangs ein ganz dunkles Nachbild auf dem hellen Grunde, welches alsbald blau, grün, gelb wird und endlich vom weißen Grunde nicht mehr unterschieden wird, wenn das Nachbild ganz verschwunden ist, d. h. wenn die Netzhaut sich ganz wieder erholt hat. Der Uebergang von einer Farbe zur anderen beginnt am Rande und verbreitet sich von da aus nach der Mitte. Dieselbe Reihe von Farbenerscheinungen beobachtet man an den Blendungsbildern weißer Papiere, die auf schwarzem Grunde liegend von der Sonne beschienen sind u. s. w.

Der Grund dieser Erscheinungen ist wohl darin zu suchen, daß die Nachwirkung auf der Netzhaut nicht für alle Farben des Spectrums gleich lange dauert und daß die Abnahme der Intensität der Nachwirkung nicht für alle Farben dasselbe Gesetz befolgt. Um das Abklingen der Farben im Nachbilde eines weißen Gegenstandes zu erklären, müßte man annehmen, daß der Eindruck des Gelben am ersten verlischt, dann Roth und endlich Blau; daß aber das Gelb anfangs langsam, dann rascher, das Blau aber umgekehrt anfangs rasch und später langsam an Intensität abnimmt, ungefähr so wie es in Fig. 617 durch eine graphische Darstellung erläutert wird. Die Abscissen sind der Zeit, die Ordinaten der Intensität der Nachwirkung proportional; es stellt also ag die Zeit dar, welche von dem Augenblick an vergeht, in welchem das Auge der Einwirkung des blendenden weißen Gegenstandes entzogen wird, bis zu dem Momente, in welchem die Nachwirkung der in dem weißen Licht enthaltenen gelben Strahlen gänzlich erloschen ist; ar und ab stellen die entsprechenden Zeiten für das rothe und blaue Licht dar; die Curven mg, mr und mb stellen das Gesetz dar, nach welchem die Intensität der Nachwirkung für Gelb, Roth und Blau abnimmt; die übrigen Farben des Spectrums wol-

Fig. 617.



len wir der Einfachheit wegen vor der Hand noch unberücksichtigt lassen. In dem Moment, in welchem das Auge der Einwirkung des blendenden Gegenstandes entzogen wird, hat das Auge noch die Empfindung von Weiß, weil es durch alle Farben gleichmäßig afficirt ist; nun nimmt aber anfangs die Nachwirkung aller anderen Farbenstrahlen rascher ab als die der gelben, deshalb wird das Nachbild bald eine gelbe Färbung annehmen müssen. Die gelbe Färbung geht aber alsbald durch Orange in Roth über, weil nach einiger Zeit die Intensität des gelben Nachbildes so rasch abnimmt, daß bald das rothe Nachbild überwiegend wird; da aber dieses auch eher ganz verschwindet als das blaue Nachbild, so wird sich endlich die blaue Färbung geltend machen müssen.

Die Curve für Orange würde so zu legen sein, daß sie die Curve mg in x, mr aber in y schnitte; die Curve für Grün würde mr in z, mb in t schneiden.

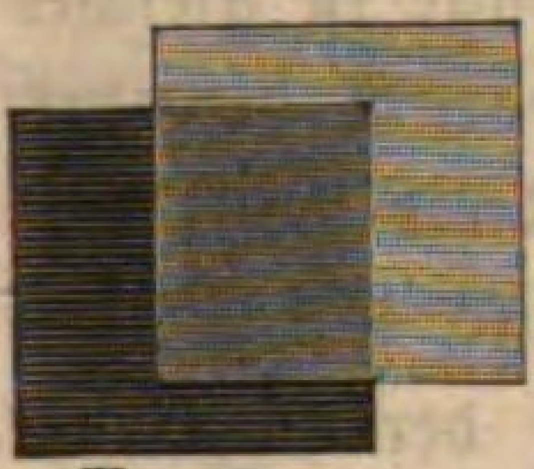
Wendet man das geblendete Auge auf eine weiße Fläche, so erscheint das Nachbild dunkel, weil die geblendeten Stellen der Netzhaut für das weiße Licht der Fläche unempfindlicher sind; nun aber bleibt anfangs die Nachwirkung der rothen und gelben Strahlen noch vorherrschend, während die der blauen rasch abnimmt, das Auge wird also für blaues Licht eher wieder etwas empfindlich, das auf dem hellen Grund zuerst ganz dunkel erscheinende Nachbild wird also zunächst eine blaue Färbung annehmen. Die Nachwirkung des Gelb erlischt auf der Netzhaut zuerst, sie erhält also ihre volle Empfindlichkeit für die gelben Strahlen zuerst wieder; in dieser Periode also wird das geblendete Auge, auf eine weiße Fläche sehend, ein gelbes Nachbild wahrnehmen, nachdem es Nüancen durchlaufen hat, welche immer denen complementär sind, welche man in denselben Momenten bei geschlossenem Auge würde wahrgenommen haben. In der That braucht man nur das bis dahin geschlossene Auge zu öffnen, wenn das Nachbild auf dunklem Grunde eine bestimmte Farbe erlangt hat, und es auf eine weiße Fläche zu richten, um sogleich das complementäre Nachbild auf weißem Grunde zu sehen. Nachdem das Auge seine volle Empfindlichkeit für Gelb wieder erlangt hat, erlangt es alsbald auch der Reihe nach seine volle Empfindlichkeit für die anderen Farben wieder, und somit geht das gelbe Nachbild auf dem hellen Grunde in ein weißes über, d. h. man kann es endlich nicht mehr von dem hellen Grunde unterscheiden.

Wenn man längere Zeit einen farbigen Fleck auf weißem Grunde scharf fixirt und dann das Auge seitwärts auf die weiße Fläche richtet, so sieht man ein complementär gefärbtes Nachbild; war der Fleck blau, so ist das Nachbild gelb; war er roth, so ist es grün u. s. w. Diese Erscheinung erklärt sich dadurch, daß die Netzhaut für die Farbe des Objectes abgestumpft und also für diejenigen im weißen Licht enthaltenen Farben empfindlicher wird, die nicht in der Färbung des Objectes enthalten sind, welches die Blendung veranlaßte.

Daß die Retina durch das längere Betrachten eines stark erleuchteten farbigen Gegenstandes allmälig gegen diese Farbe abgestumpft wird, geht auch daraus hervor, daß sie nach und nach immer matter und unscheinbarer wird. Man kann sich davon am leichtesten auf folgende Weise überzeugen. Man

fixire längere Zeit ein farbiges, etwa ein rothes Quadrat, welches sich auf einem weißen Grunde befindet, und wende dann das Auge nur etwas seitwärts, so daß das complementäre Nachbild zum Theil noch auf das farbige Quadrat fällt, wie dies Fig. 618 angedeutet ist. Der freie Theil des Nachbildes erscheint jetzt grün, der frei gewordene Theil des ursprünglichen Bildes, d. h. derjenige Theil, welcher seine Strahlen jetzt auf Stellen der Netzhaut sendet, die vorher noch nicht von dem rothen Licht getroffen waren, erscheint lebhaft roth; da aber, wo beide Quadrate über einander fallen, sieht man ein weit matteres Roth, denn die von diesem Theile des objectiven rothen Quadrates ausgehenden Strahlen treffen noch immer solche Stellen der Netzhaut, welche gegen, den Eindruck des rothen Lichtes schon mehr abgestumpft sind.

Fig. 618.



C

R

Die Farben, welche die complementären Nachbilder zeigen nennt man auch **subjective Farben**, weil sie wahrgenommen werden, ohne daß ein äußerer Gegenstand diesen Farben seine Strahlen ins Auge sendet. — Ganz besonders schön lassen sich diese subjectiven Farben mit dem Fig. 619 dargestellten, von **Nörremberg** construirten Apparate zeigen. Vor die Rückwand des unteren Theiles wird eine mit schön farbigem Papier überzogene Tafel von Pappendeckel eingeschoben, welche in Fig. 620 unverkürzt dargestellt ist; in der Mitte des Theiles der Tafel, welcher sichtbar bleibt, wenn dieselbe in den Apparat eingeschoben worden ist, ist ein längliches Rechteck *nobq* von einer anderen Farbe aufgeklebt, welche wo möglich (aber nicht nothwendig) complementär

Fig. 619.

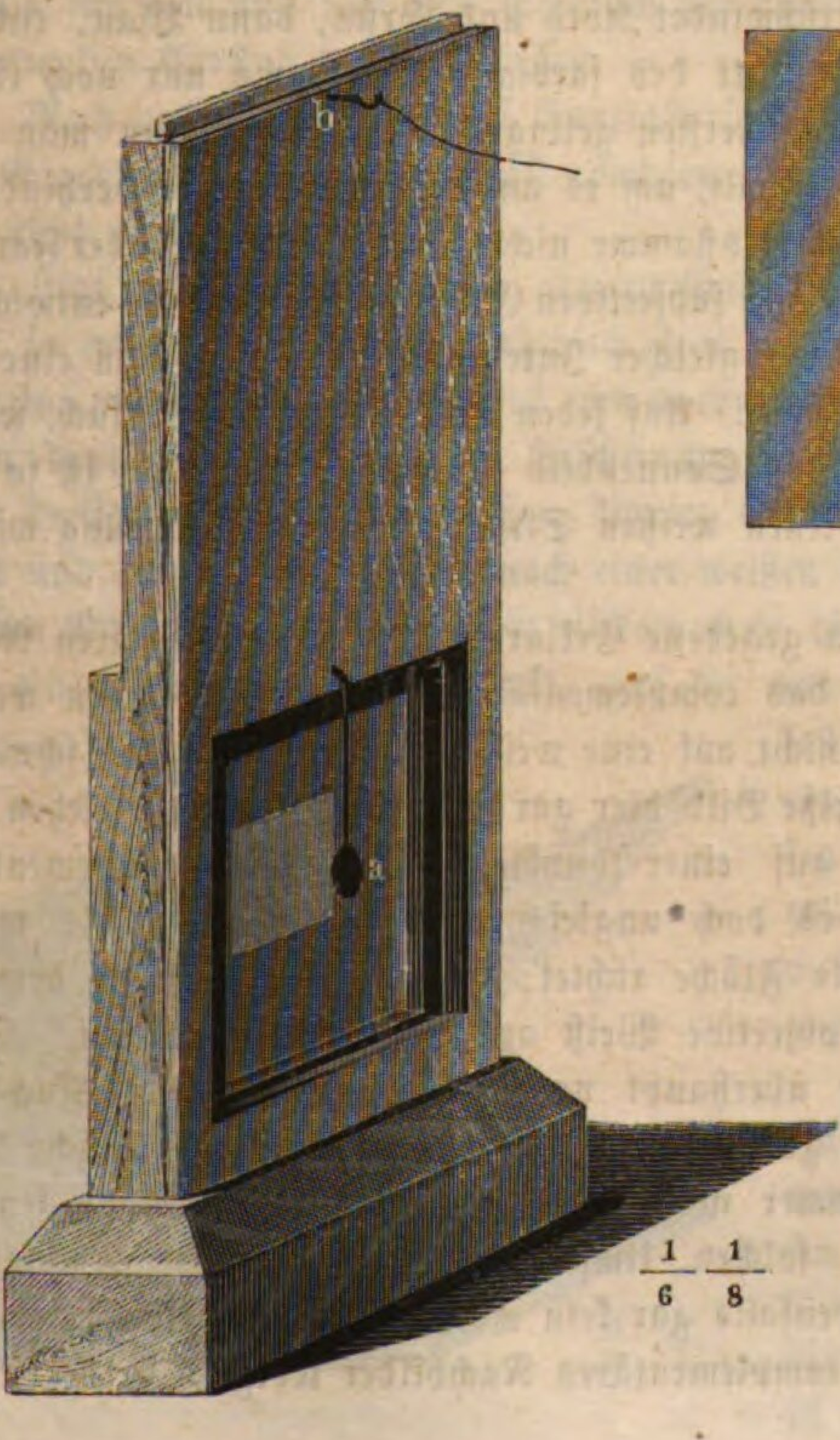
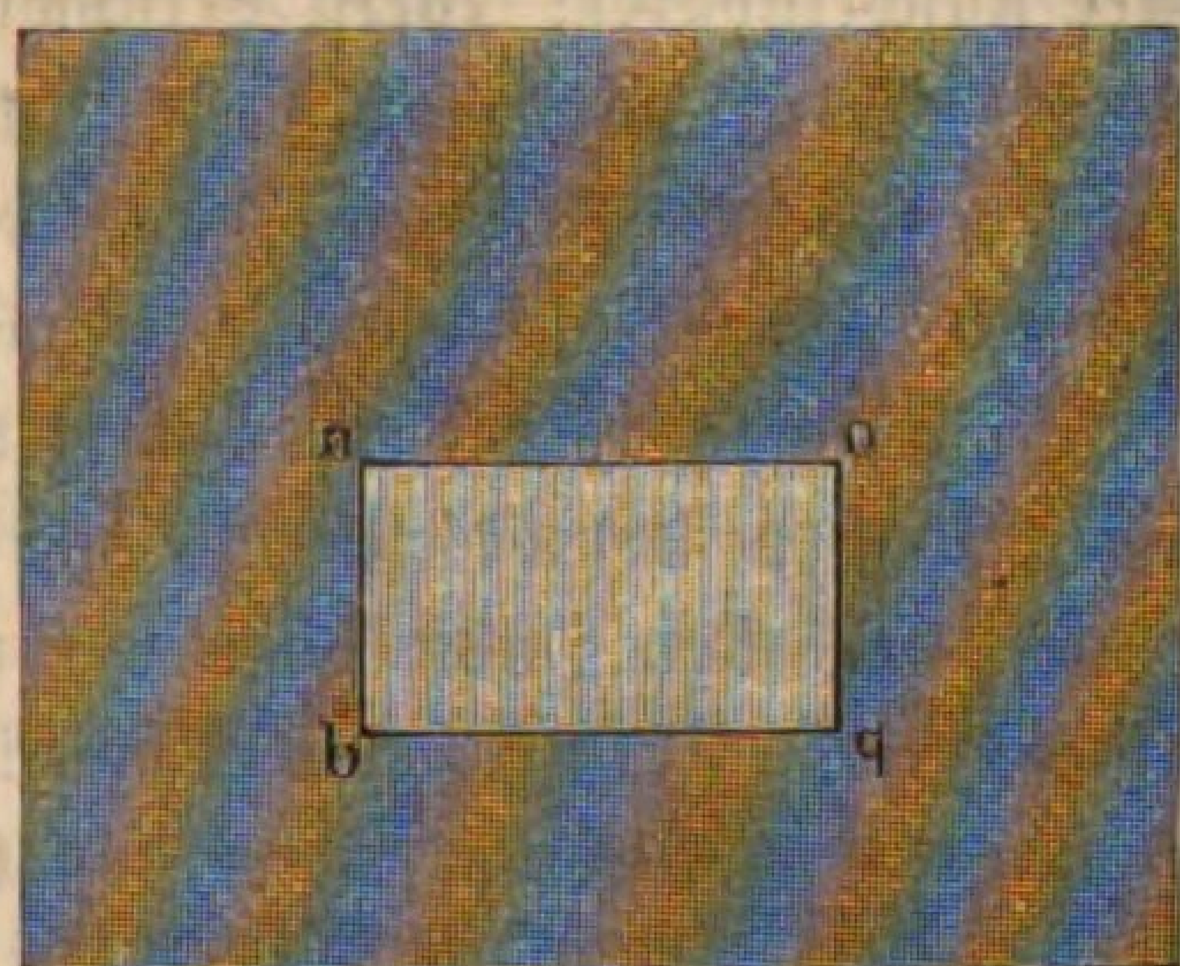


Fig. 620.



zur Grundfarbe ist. Hat man den Apparat so aufgestellt, daß die farbige Tafel gut beleuchtet ist, so schaut man dieselbe eine Zeitlang starr an; damit man aber ja das Auge möglichst unverrückt erhalte, ist an der Vorderseite des Apparates, von einem Drahte getragen, ein ungefähr $\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser haltendes schwarz angestrichenes Scheibchen *a*, Fig. 619, angebracht, welches vor der Mitte des farbigen Rechtecks *nobq* erscheint, wenn sich das Auge in gleicher Höhe mit dem Scheibchen gerade in der Mitte vor dem Apparate befindet. Nachdem man nun, das Scheibchen *a* scharf fixirend, die Tafel 16 bis 20 Secunden lang angeschaut hat, ist das Auge bereits ermüdet, und die Farben verlieren ihren Glanz. Ist dies eingetreten, so wird, während der Beschauer noch immer unverwandt das schwarze Scheibchen fixirt, der Stift *b* ausgezogen, so daß ein mit weißem Papier überzogenes Holzrähmchen, welches bis dahin von dem Stifte getragen wurde, herabfällt und die mit farbigem Papier überzogene Tafel zudeckt. Nun sieht man auf dem weißen Papier sehr schön die complementären Farben von denen, welche das Auge vor dem Herabfallen des weißen Schirmes gesehen hatte.

Sehr auffallend ist das Unscheinbarwerden der Farben bei einem von Brewster angegebenen Versuche. Betrachtet man das Spectrum einer Kerzenflamme anhaltend durch ein Prisma, so werden nach und nach die Farben immer unscheinbarer; zuerst verschwindet Roth und Grün, dann Blau, endlich auch das Gelb, und man sieht statt des farbigen Spectrums nur noch einen langen weißlichen Streifen; am sichersten gelingt der Versuch, wenn man mit der Hand das obere Augenlid festhält, um es am Herunterfallen zu verhindern.

Sollte man es bei einer Kerzenflamme nicht zum Verschwinden der Farben bringen können, denn diese, wie alle subjectiven Gesichtserscheinungen, entwickeln sich nicht bei allen Individuen mit gleicher Intensität, so nehme man eine intensivere weiße Flamme zum Object. Auf jeden Fall gelingt der Versuch, wenn man durch das Prisma direct das Sonnenbild betrachtet; das Licht ist so intensiv, daß man sogleich nur einen weißen Streifen ohne alle Färbung wahrnimmt.

Man hat gegen die eben gegebene Erklärung der complementären Nachbilder eingewendet, daß man das complementäre Nachbild selbst dann wahrnimmt, wenn man das Auge nicht auf eine weiße, sondern auf eine schwarze Fläche richtet, daß also das weiße Bild hier gar nicht in Betracht zu ziehen sei.

Wenn man aber auch auf einer dunklen Fläche das complementäre Nachbild wahrnimmt, so ist es doch ungleich weniger intensiv, als wenn man das Auge auf eine helle Fläche richtet; schon dieser Umstand beweist, welch wichtigen Antheil das objective Weiß an der Erscheinung hat. Daß man auf der dunklen Fläche überhaupt noch ein complementäres Nachbild unterscheiden kann, rührt wohl größtentheils daher, daß eine solche Fläche doch nie absolut dunkel ist und immer noch etwas weißes Licht ins Auge sendet. Da man jedoch auch unter solchen Umständen complementäre Nachbilder beobachtet hat, bei welchen jedenfalls gar kein weißes Licht ins Auge fiel, so suchen Andere die Ursache der complementären Nachbilder lediglich in der Thä-

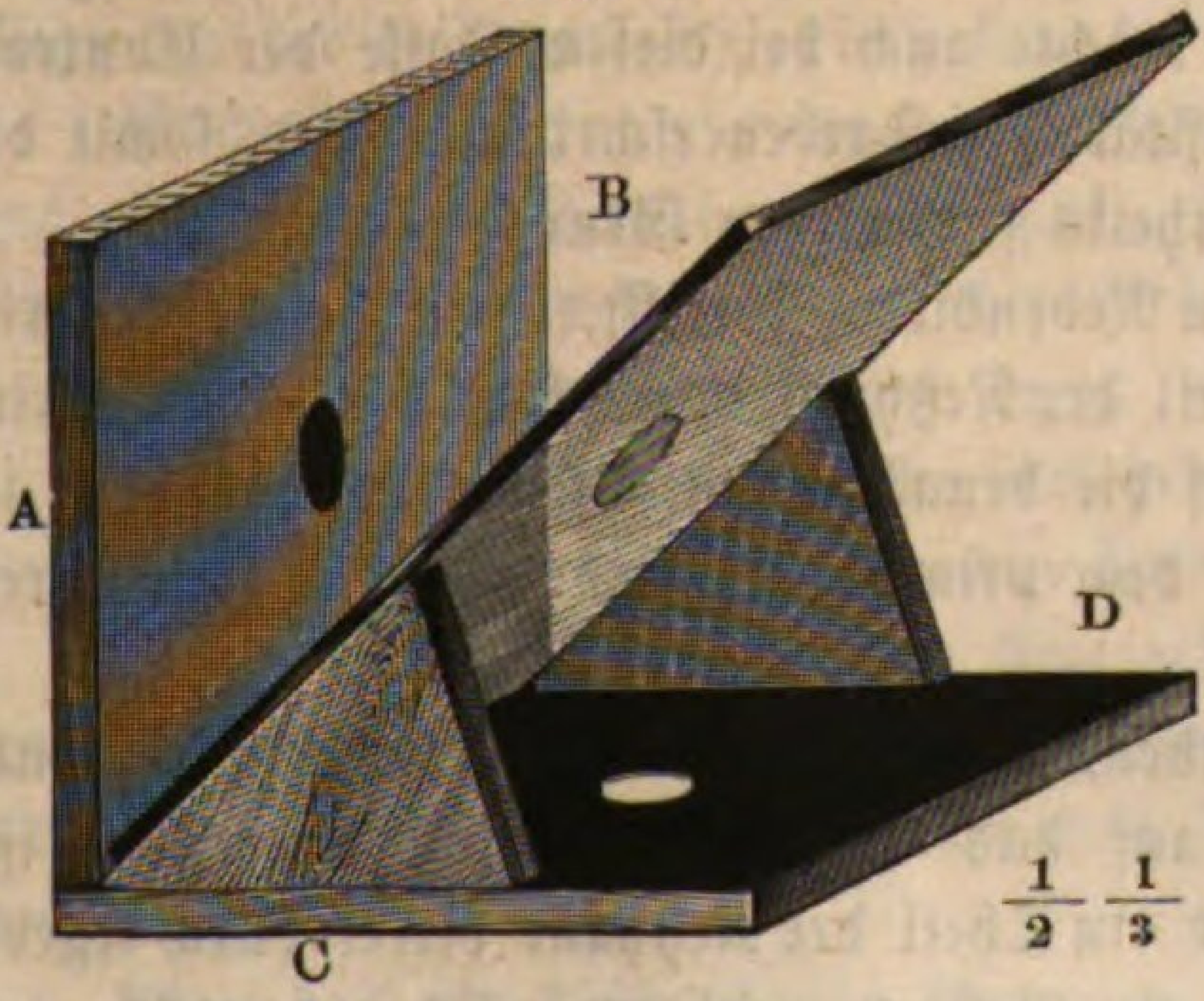
tigkeit der Netzhaut, und man muß auch zugeben, daß die Netzhaut selbst, durch einen primitiven Farbenreiz afficirt, in einen solchen Zustand übergehen kann, als ob sie durch das complementäre Licht getroffen würde. Für sich allein reicht keine der beiden Ansichten aus, um alle hierher gehörigen Erscheinungen zu erklären; eine genügende Theorie wird wohl beide Ursachen zugleich berücksichtigen müssen. Unter den Gelehrten, welche über die eben besprochenen Erscheinungen, sowie über die Contrastfarben gearbeitet haben, sind besonders Plateau und Fechner zu nennen. Pogg. Annal. XXXIII. XLIV. und L.

Contrastfarben. Ein grauer Fleck erscheint auf einer weißen Fläche 239
dunkler, auf einer schwarzen heller, als wenn die ganze Fläche mit demselben grauen Tone überzogen wäre. Ein Versuch, welcher dies recht deutlich zeigt, ist folgender: man bringe einen schmalen undurchsichtigen Körper, etwa einen Bleistift, zwischen eine Kerzenflamme und eine weiße Fläche, so wird man einen dunklen Schatten auf hellem Grunde sehen; bringt man nun eine zweite Kerzenflamme neben die erstere, so sieht man zwei dunkle Schatten auf dem hellen Grunde; jeder dieser Schatten ist aber jetzt durch eine Kerze also eben so stark erleuchtet, als vorher die ganze Fläche war, und doch hielt man vorher die Fläche für hell und jetzt den Schatten für dunkel; dieser Versuch beweist den bedeutenden Einfluß des Contrastes.

Noch auffallender sind die Contrasterscheinungen bei Betrachtungen farbiger Gegenstände, wobei man oft complementäre Farben sieht, welche objectiv gar nicht vorhanden sind.

Legt man einen schmalen grauen Papierschnitzel auf ein lichtgrünes Papier, so erscheint der Streifen röthlich, legt man ihn auf ein blaues Papier, so erscheint er gelb, kurz er erscheint immer complementär zur Farbe des Grundes. Sehr deutlich nimmt man die Erscheinung wahr, wenn man einen ungefähr 1mm breiten Streifen von weißem Papier auf eine Tafel von farbigem Glase klebt und dann durch dasselbe nach einer weißen Fläche, etwa nach einem Blatt weißen Papiers sieht; oder auch, indem man die eine Seite des Glases ganz mit einem dünnen Papier bedeckt, auf die andere den schmalen Streifen befestigt und dann das Glas vor eine Kerzenflamme hält; der Streifen erscheint dann complementär zur Farbe des Glases, also roth auf einem grünen Glase, blau auf einem gelben u. s. w.

Fig. 621.



Sehr schön kann man die Contrastfarben mit Hülfe des Apparates Fig. 621 zeigen, welcher sich aus Pappendeckel oder aus dünnen Holzbrettchen herstellen läßt. Die verticale Wand *AB* ist mit weißem Papier überzogen

und hat in der Mitte einen schwarzen kreisrunden Fleck von ungefähr $1\frac{1}{2}$ Centimeter Durchmesser. Die horizontale Wand *CD* ist mit schwarzem Papier überzogen und hat in der Mitte einen weißen Fleck, welcher eben so groß ist als der eben erwähnte schwarze. Unter einem Winkel von 45° gegen *AB* und *CD* geneigt ist nun eine farbige Glasplatte angebracht und wenn man nun das Auge so hält, daß das Spiegelbild, welches die untere Fläche der Glasplatte von dem auf *CD* gemachten weißen Fleck giebt, gerade von dem schwarzen Fleck der Wand *AB* gesehen wird, so erscheint dieses Spiegelbild farbig und zwar ist seine Farbe complementär zur Farbe des Glases. Bei Anwendung einer grünen Glasplatte z. B. sieht man einen rothen Fleck auf grünem Grunde.

Hierher gehören auch die sogenannten farbigen Schatten, welche erscheinen, wenn im farbigen Licht ein schmaler Körper einen Schatten wirft und dieser Schatten durch weißes Licht beleuchtet ist. Man erhält solche farbigen Schatten am leichtesten auf folgende Weise: Man läßt Lichtstrahlen durch ein farbiges Glas auf eine weiße Fläche, etwa auf weißes Papier, fallen, so daß sie nun farbig erscheint; fängt man nun an irgend einer Stelle die das Papier beleuchtenden farbigen Strahlen durch einen schmalen Körper auf, so erhält man einen schmalen Schatten, welcher nur durch das ringsum verbreitete weiße Tageslicht erhellt ist; dieser Schatten erscheint nun complementär zum Grunde; wendet man ein rothes Glas an, so erscheint der Schatten grün; er erscheint blau, wenn man ein gelbes Glas anwendet u. s. w. Die Farben dieser Schatten sind rein subjectiv.

Manchmal beobachtet man auch farbige Schatten, welche wirklich objectiv verschiedenfarbig sind; sie entstehen, wenn ein Körper bei doppelter Beleuchtung zwei Schatten wirft und die beiden Lichtquellen verschiedene Farben haben, denn alsdann ist der eine Schatten nur durch Licht von der einen, der andere Schatten nur durch Licht von der anderen Farbe beleuchtet. Solche farbigen Schatten entstehen, wenn in der Dämmerung das bläuliche Himmelslicht in ein Zimmer fällt, in welchem sich eine brennende Kerze befindet; hält man ein Stäbchen so, daß es einen Schatten im Kerzenlicht, einen zweiten im Tageslicht auf eine weiße Fläche wirft, so erscheint der eine Schatten blau, der andere gelb, weil der eine nur durch das bläuliche Tageslicht, der andere nur durch das gelbliche Kerzenlicht beleuchtet ist; doch möchte auch bei diesem Falle der Contrast einen großen Einfluß auf die Intensität der Farbenerscheinung und somit die Erscheinung einen theils objectiven, theils subjectiven Grund haben.

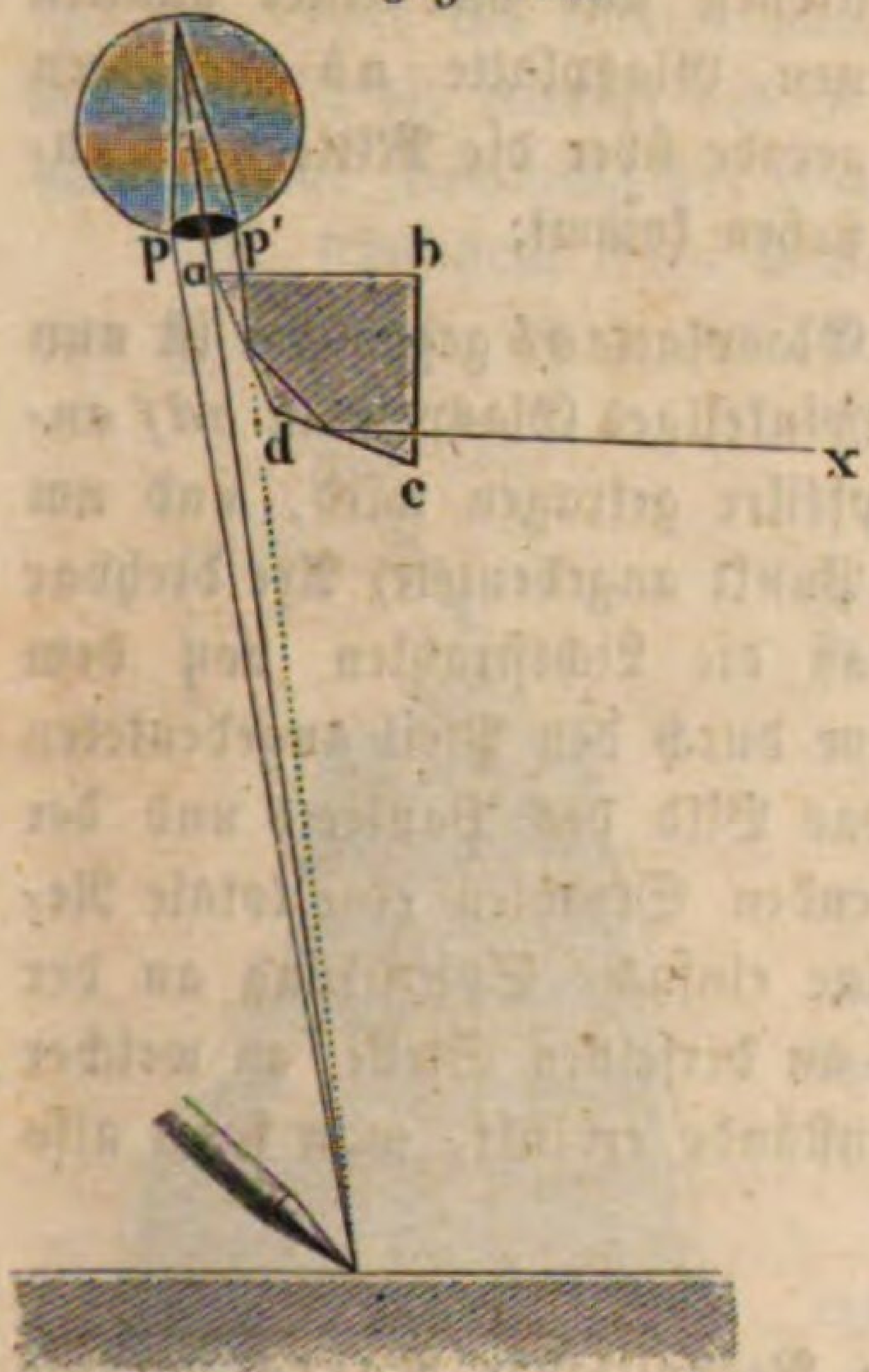
Was die Erklärung der farbigen Nebenbilder betrifft, so ist sie wohl darin zu suchen, daß, wenn irgend ein Theil der Netzhaut durch farbiges Licht afficirt wird, die directe Wirkung auch auf die benachbarten Stellen der Netzhaut in der Weise reagirt, daß sie in einen, dem primitiven Eindrucke complementären Zustand versetzt werden.

Jede Zusammenstellung von Farben, welche complementär zu einander sind, macht einen angenehmen Eindruck auf das Auge, was leicht begreiflich ist, wenn man bedenkt, daß, wenn irgend ein Theil der Netzhaut direct durch irgend eine Farbe afficirt wird, sie ja selbst ein Bestreben zeigt, auf den benachbarten

Stellen diesen Gegensatz hervorzurufen. Ueber die Contrastfarben hat Chevreul ein höchst interessantes Werk geschrieben.

Wollaston's camera lucida oder clara. Dieser Apparat dient, 240
um die Umrisse irgend eines Gegenstandes, etwa eines Hauses, einer Landschaft u. s. w. nachzuzeichnen. Er besteht im Wesentlichen aus einem vierseitigen Prisma *abcd*, Fig. 622, welches bei *b* einen rechten, und bei *d* einen stumpfen Winkel von 135° hat; die Fläche *cb* ist gegen das Object gekehrt, dessen Zeichnung man entwerfen will. Ein vom Gegenstande kommender Lichtstrahl dringt zuerst an der Fläche *cb* rechtwinklig in das Prisma ein, erleidet an der Fläche *cd* eine erste, und an der Fläche *ad* eine zweite totale Reflexion, und tritt endlich, nahe bei dem Eck *a*, fast rechtwinklig zur Fläche *ab* wieder aus. Wird nun das Auge so über diese Fläche gehalten, daß sich die Pupille etwa in *pp'* befindet, so ist klar, daß man durch die eine Hälfte der Pupille das reflectirte Bild des Gegenstandes *x* sehen wird, während man durch die andere Hälfte der Pupille direct an dem Eck *a* vorbei nach einem horizontalen weißen Blatt Papier sieht, auf welchem sich dieses Bild projicirt. Wenn man nun mit der Hand den Bleistift auf das Papier hält, so sieht man zugleich die Spitze des Bleistiftes und das Bild, man kann also leicht die Contouren des letzteren mit dem Bleistifte nachfahren.

Fig. 622.



Damit dieses Instrument für die Anwendung bequemer sei und das Auge nicht ermüde, muß man gefärbte Gläser anwenden, um zu machen, daß beide Bilder ungefähr gleiche Helligkeit haben, und Linsen, um zu bewirken, daß die Strahlen von beiden mit gleicher Divergenz auf das Auge fallen, damit das Auge sich für beide accommodiren kann.

Nach Sömmering's Angabe kann man eine camera clara ganz einfach aus einem kleinen Metallspiegel machen. Fig. 623 stellt ein solches Spiegelchen in doppelter natürlicher Größe dar. Die Spiegelfläche ist elliptisch 4mm lang, 2mm breit. Dieser Metallspiegel ist auf der Rückseite mit einem Loche versehen, vermittelst dessen man ihn an ein Messingstäbchen anstecken kann, welches von einem passenden Statif getragen wird. Im Spiegel sieht man das Bild des zu zeichnenden Gegenstandes auf die Papierfläche projicirt, und neben dem Spiegel vorbei gehen die Strahlen, welche von der Bleistiftspitze aus ins Auge gelangen.

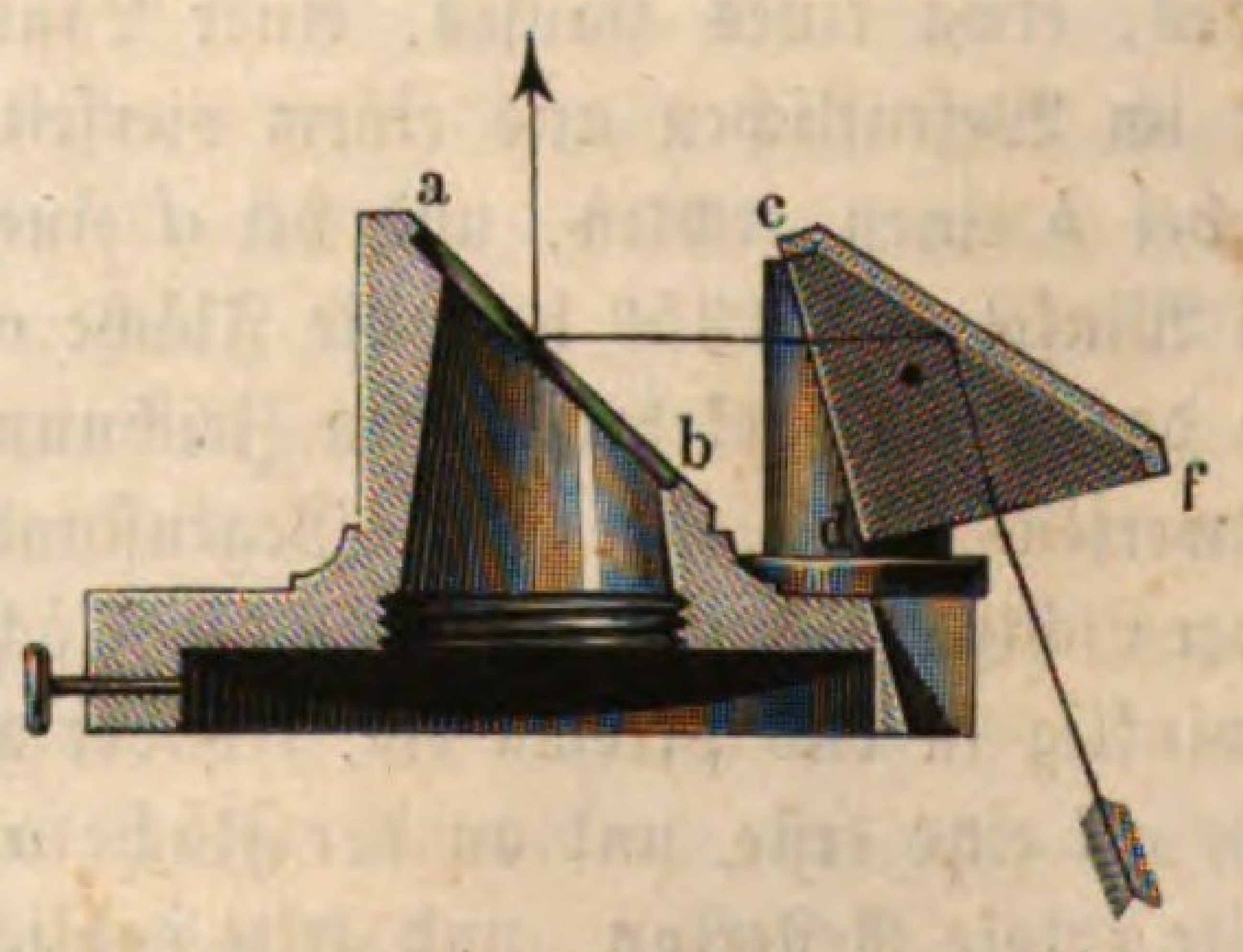
Fig. 623.



Man hat die besprochenen Apparate auch so eingerichtet, daß sie auf ein

Mikroskop aufgesetzt werden können, daß sie also dienen, um die Contouren der im Mikroskop betrachteten Gegenstände nachzufahren; zu diesem Zwecke aber ist der Fig. 624 in natürlicher Größe abgebildete von Robert construirte Apparat ganz besonders bequem. Er wird so auf das Ocular des Mikroskops aufgeschraubt oder aufgesetzt, daß die Mitte des oben unter einem Winkel von 45° abgeschnittenen und mit einer dünnen geschliffenen Glasplatte *ab* bedeckten Rohres gerade über die Mitte des Oculars zu stehen kommt.

Fig. 624.

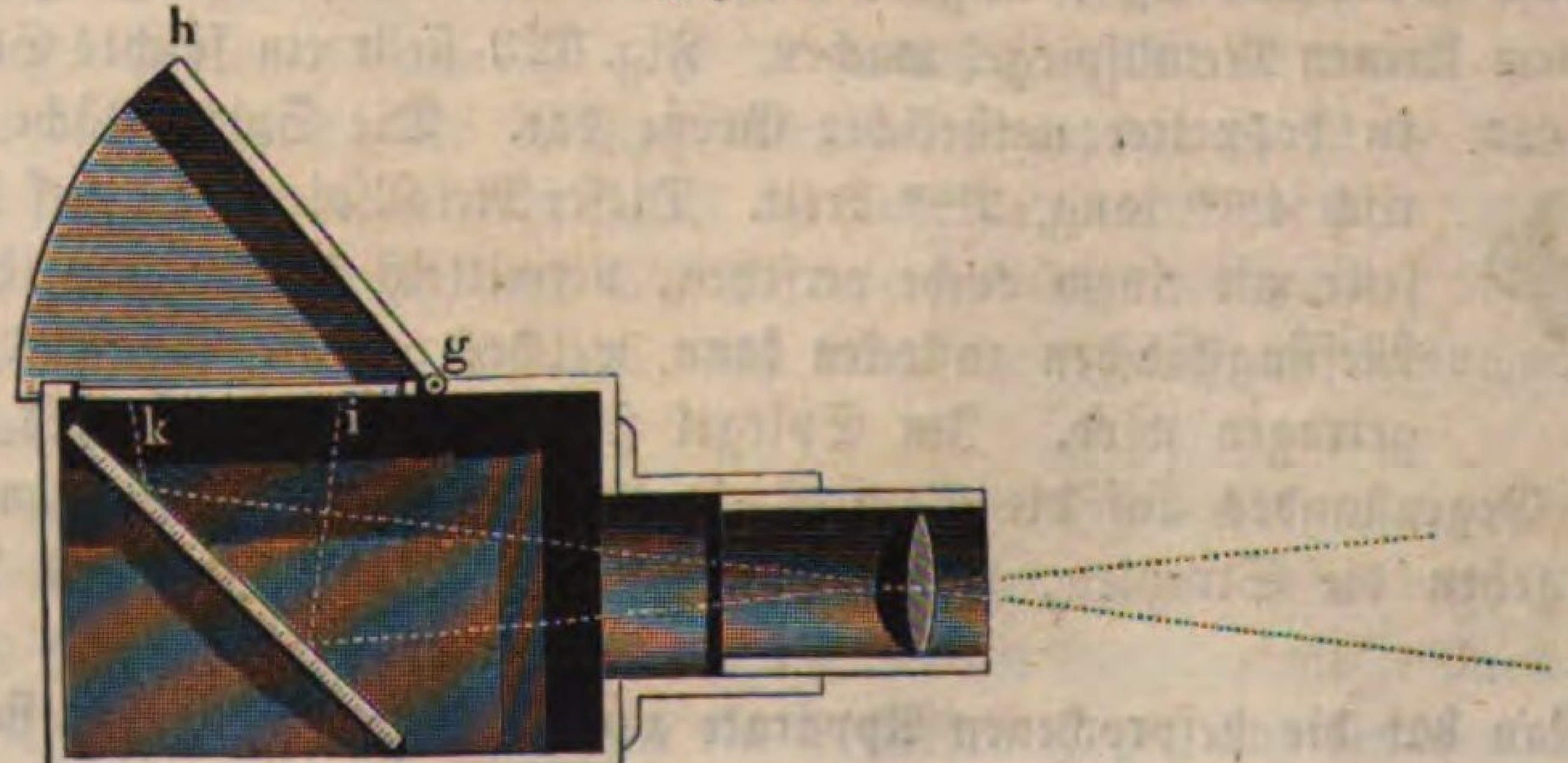


Der Glasplatte *ab* gegenüber ist nun ein rechtwinkeliges Glasprisma *cdf* angebracht, welches durch einen kleinen Messingpfeiler getragen wird, und um eine horizontale (in unserer Figur durch einen Punkt angedeutete) Axe drehbar ist. Dies Prisma wird nun so gestellt, daß die Lichtstrahlen von dem neben das Mikroskop gelegten Papiere auf dem durch den Pfeil angedeuteten Wege ins Auge gelangen. Man sieht also das Bild des Papieres und der Bleistiftspitze, nachdem die von ihnen ausgehenden Strahlen eine totale Reflexion an der Rückwand des Prismas und eine einfache Spiegelung an der Oberfläche der Glasplatte *ab* erfahren haben, an derselben Stelle, an welcher man die unter dem Mikroskop liegenden Gegenstände erblickt, man kann also die Contouren derselben nachfahren.

241 **Die camera obscura.** Die von dem Neapolitaner Porta um die Mitte des 17ten Jahrhunderts erfundene **camera obscura** besteht im Wesentlichen aus einer Sammellinse, deren Brennweite gewöhnlich 15 bis 30 Zoll beträgt und durch welche ein Bild entfernter Gegenstände entworfen wird; um den Effect dieses Bildes möglichst zu heben, muß von der Fläche, auf welcher es aufgefangen wird, alles seitliche, nicht hierher gehörige Licht sorgfältig ausgeschlossen werden, d. h. es muß in einer dunklen Kammer aufgefangen werden.

Die bisher gebräuchlichsten Formen der **camera obscura** sind in Fig. 625

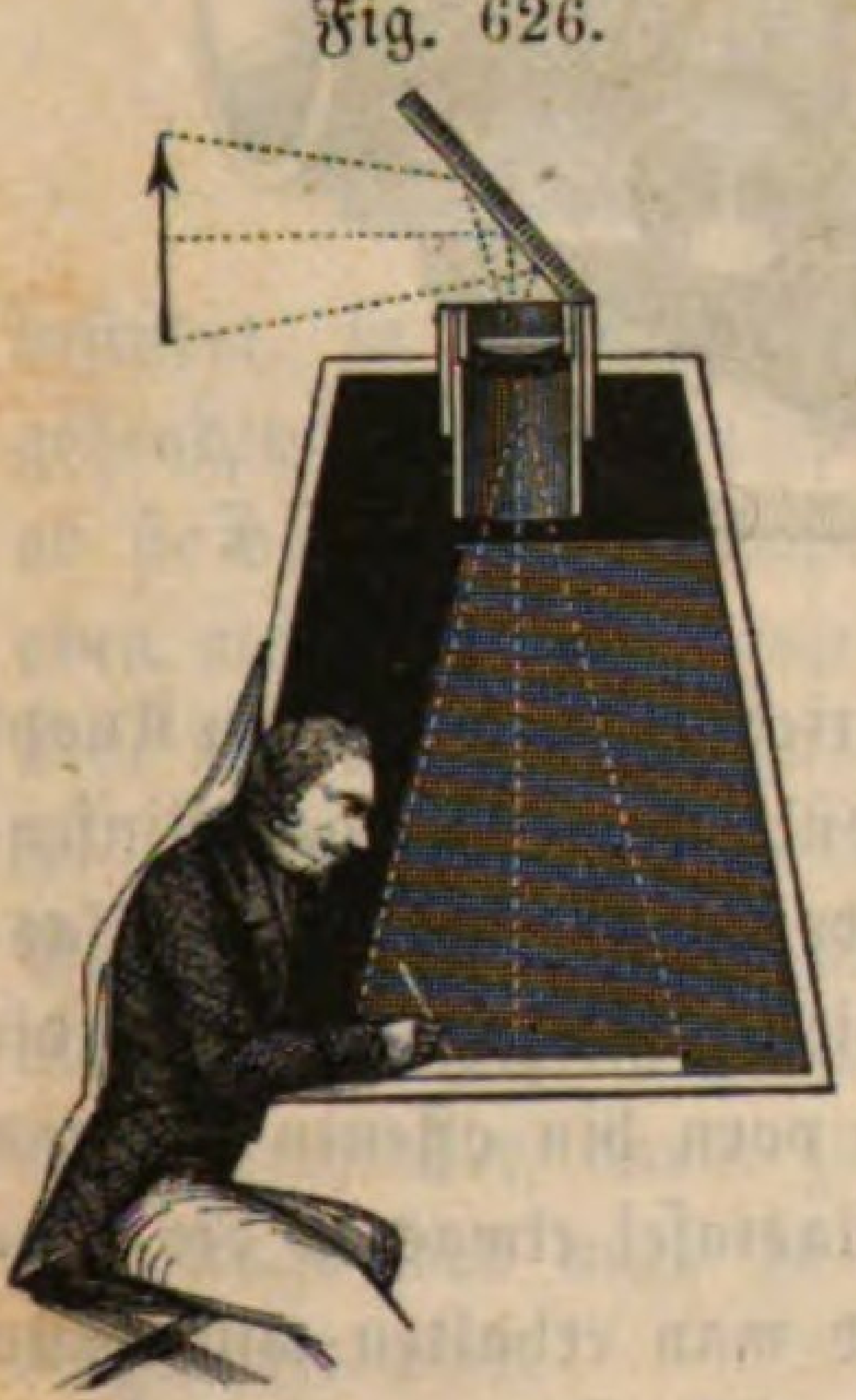
Fig. 625.



und Fig. 626 dargestellt. Fig. 625 stellt einen Kasten dar, an dem sich eine Röhre befindet. In dieser Röhre läßt sich eine zweite aus- und einschieben, welche eine Sammellinse von entsprechender Brennweite enthält; die durch diese Linse in den dunklen Kasten eindringenden Strahlen werden durch einen, in einem Winkel von 45° gegen die Axe der Linse geneigten ebenen Spiegel nach oben reflectirt, so daß das Bild eines entfernten Gegenstandes bei *ik* auf einer mattgeschliffenen Glastafel aufgefangen werden kann. Der Deckel *gh* dient, um das fremde Licht von dem Bilde möglichst abzuhalten. Wenn die mattgeschliffene Seite des Glases nach oben gekehrt ist, so kann man auf demselben mit Bleistift die Umrisse des in *ik* entstehenden Bildes nachfahren und so eine naturgetreue Zeichnung der Gegenstände erhalten.

Fig. 626 stellt einen Kasten dar, auf dessen Boden ein Blatt weißes Papier gelegt wird; durch die obere Fläche des Kastens geht eine Röhre, welche die Sammellinse enthält, über welcher sich dann ein in einem Winkel von 45° gegen die Verticale geneigter ebener Spiegel befindet. Die von dem Gegenstande kommenden Strahlen werden durch den Spiegel nach unten reflectirt, so daß das Bild auf der Fläche des Papiers entsteht. Dieses Bild ist sehr lebhaft, weil durch die Wände des Kastens alles seitliche Licht ausgeschlossen ist, und man kann deshalb die Contouren dieses Bildes leicht mit Bleistift nachfahren.

Fig. 626.



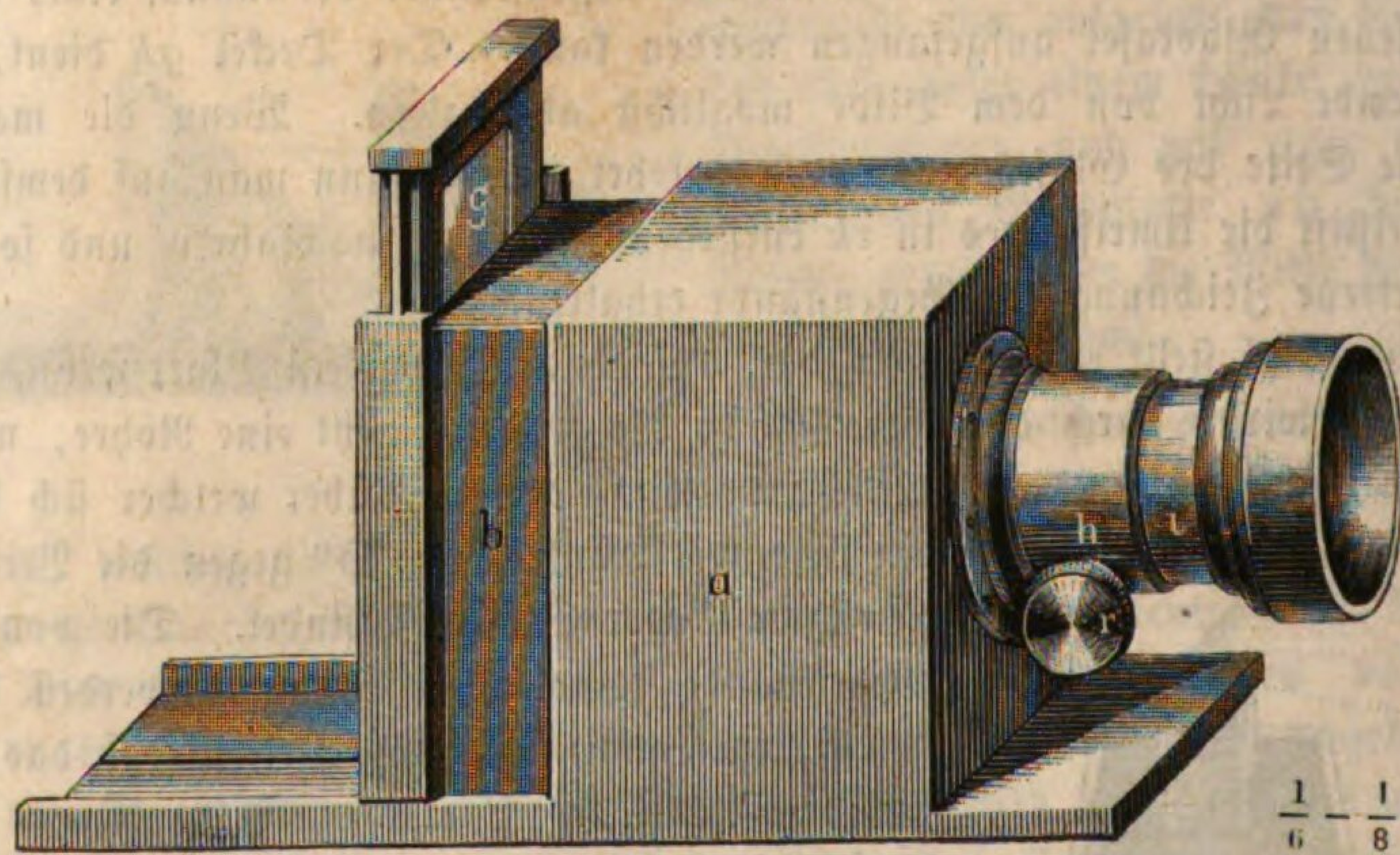
Die Nettigkeit der in einer camera obscura entstehenden Bilder hatte schon lange den Wunsch erregt, diese Bilder gewissermaßen fixiren zu können; und wenn wohl auch die Meisten diesen Wunsch als ein pium desiderium betrachteten, so hat es doch auch nicht an Solchen gefehlt, welche sich bestrebten, ihn zu realisiren. Da das Licht chemische Wirkungen hervorbringt, da es z. B. das Chlorsilber schwärzt, so lag wenigstens die Möglichkeit vor, durch das Bild der camera obscura bleibende Eindrücke hervorzubringen. Durch die bereits oben besprochene Erfindung der Photographie sind diese Bestrebungen durch den glänzendsten Erfolg gekrönt worden.

In Folge der Erfindung Daguerre's mußten nun auch alsbald größere Anforderungen an die Leistungen der camera obscura gemacht werden; es kam jetzt darauf an, nicht allein sehr reine und scharfe, sondern zugleich auch sehr lichtstarke Bilder hervorzubringen. Zunächst versteht es sich von selbst, daß man achromatische Linsen in Anwendung bringen mußte. Um die nöthige Lichtmenge zu erhalten, muß der Durchmesser der Linse ziemlich groß sein, und da doch ihre Brennweite zugleich ziemlich gering sein soll, so würden die Fehler wegen sphärischer Aberration viel zu bedeutend werden, wenn man das Bild durch eine einzige Linse erzeugen wollte; die einfache Linse wurde deshalb nach den in Paragraph 204 entwickelten Grundsätzen durch ein System zweier Lin-

sen ersetzt, die in einiger Entfernung von einander stehen, und deren jede eine achromatische Crown-Flintglaslinse ist.

Fig. 627 zeigt den ganzen Apparat, wie er zum Daguerreotypiren angewendet wird. Auf der Vorderseite des Kastens *a* ist eine messingene Hülse *h*

Fig. 627.

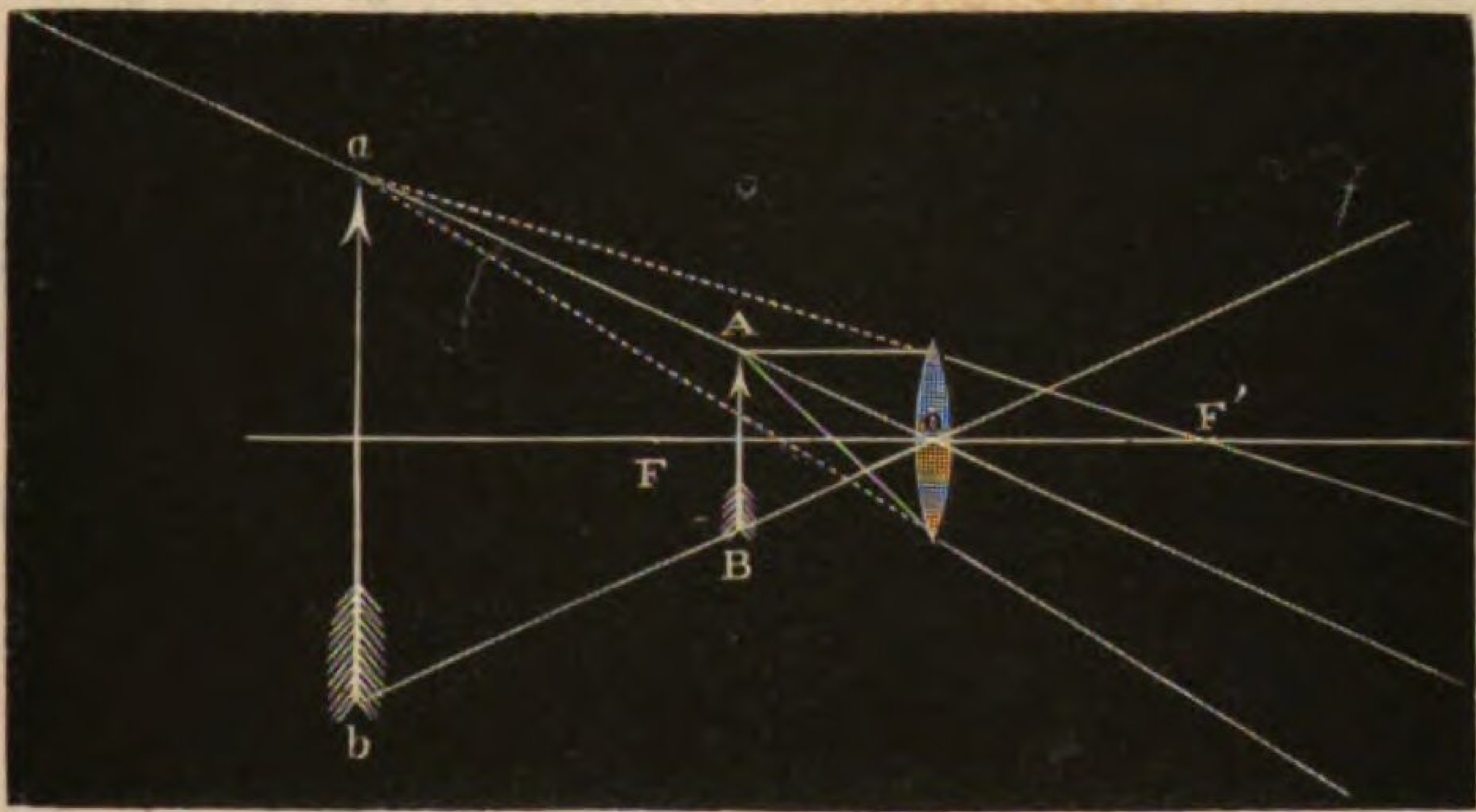


befestigt, in welcher sich eine zweite *i* mittelst eines Triebes, der durch den Knopf *r* bewegt wird, aus- und einschieben läßt. Diese Hülse *i* enthält das Linsensystem, welches seine Bilder auf einer gegenüberstehenden mattgeschliffenen Glastafel entwirft. Diese Glastafel *g* ist in einem Schieber befestigt, welcher die Rückwand des in den Kasten *a* hineinpassenden, nach vorn hin offenen Kastens *b* bildet. Unsere Figur zeigt den Schieber mit der Glastafel etwas in die Höhe gezogen. Je näher der Gegenstand rückt, dessen Bild man erhalten will, desto weiter muß man den Kasten *b* aus *a* herausziehen. Die feinere Einstellung geschieht durch Verschiebung der Linse mittelst des schon erwähnten Triebes *r*.

241 **Die Loupe oder das einfache Mikroskop.** Wir haben oben gesehen, daß die scheinbare Größe eines Gegenstandes von der Größe des Sehwinkels abhängt, unter welchem er erscheint; der Sehwinkel wird aber um so größer, je mehr der Gegenstand dem Auge genähert wird; nun aber können wir ihn nur bis zu einer gewissen Gränze, der Weite des deutlichen Sehens, dem unbewaffneten Auge nähern, wenn noch eine scharfe Unterscheidung der Gränzen und der einzelnen Theile möglich sein soll, und dadurch ist auch einer weiteren Vergrößerung des Sehwinkels eine Gränze gesetzt. Ein jedes Instrument, welches eine weitere Vergrößerung für den Sehwinkel kleiner naher Gegenstände möglich macht, als es bei unbewaffnetem Auge der Fall ist, wird ein Mikroskop genannt. Nach dieser Erklärung ist auch die kleine Oeffnung im Kartenblatt, welche oben auf Seite 535 besprochen wurde, ein Mikroskop, und zwar ein einfaches; doch bezeichnet man mit dem Namen des einfachen Mikroskopes in der Regel nur Collectivlinsen von kurzer Brennweite.

Um zu begreifen, wie eine einfache Sammellinse als Mikroskop dienen kann, braucht man nur einen Blick auf Fig. 628 zu werfen. Es sei *AB* ein Gegenstand, der sich innerhalb der Brennweite der Sammellinse

Fig. 628.



befindet, so divergiren alle von einem Punkte des Gegenstandes *AB* ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse gerade so, als ob sie von dem entsprechenden Punkte des Bildes *ab* herkämen, wie dies schon oben auf Seite 479 gezeigt wurde; ein hinter der Linse befindliches Auge wird aber den Gegenstand durch die Linse deutlich sehen können, wenn sich das Bild *ab* in der Weite des deutlichen Sehens befindet; in diesem Falle aber liegt der Gegenstand selbst dem Auge weit näher; ohne die Linse würde man ihn also nicht mehr deutlich sehen können. Die vergrößernde Kraft der Linse ist also im Wesentlichen darin zu suchen, daß sie es möglich macht, den Gegenstand dem Auge sehr nahe zu bringen, wodurch dann natürlich auch der Sehwinkel vergrößert wird.

Um die durch die Loupe hervorgebrachte Vergrößerung zu bestimmen, müssen wir die Größe des Sehwinkels, unter welchem das in der Weite des deutlichen Sehens befindliche Bild *ab* dem Auge erscheint, mit der Größe des Sehwinkels vergleichen, unter welchem der Gegenstand selbst gesehen würde, wenn er eben so weit vom Auge entfernt wäre.

Genau läßt sich der Winkel, unter welchem das Bild *ab* erscheint, nur dann ermitteln, wenn die Entfernung des Glases vom Kreuzungspunkte im Auge bekannt ist; wenn man aber das Auge dicht hinter das Glas hält und die Dicke der Linse selbst unbedeutend ist, so kann man als erste Annäherung das Auge als mit dem Mittelpunkte *o* der Linse zusammenfallend annehmen; unter dieser Voraussetzung ist nun die Vergrößerung leicht zu berechnen.

Von *o* aus gesehen erscheint der Gegenstand *AB* und das Bild *ab* unter gleichem Gesichtswinkel, wir finden also die Vergrößerung, wenn wir den Gesichtswinkel, unter welchem *AB* erscheint, mit demjenigen vergleichen, unter welchem derselbe Gegenstand erscheinen würde, wenn er bis in die Weite des deutlichen Sehens von *o* entfernt, wenn er also an die Stelle des Bildes *ab* gesetzt wäre. Da die scheinbare Größe eines Gegenstandes seiner Entfernung

vom Auge umgekehrt proportional ist, so verhält sich der Gesichtswinkel AoB zu dem Winkel, unter welchem AB von o aus betrachtet erscheinen würde, wenn dieser Gegenstand bis ab fortgerückt wäre, umgekehrt wie die Entfernung des Gegenstandes AB von o zu der des Bildes ab. Bezeichnen wir die Entfernung des Bildes von o mit d, die Entfernung des Gegenstandes AB von o aber mit x, so ist die Vergrößerung $\frac{d}{x}$, wo für d die Weite des deutlichen Sehens zu setzen ist.

Zwischen der Entfernung d des Bildes, der Entfernung x des Gegenstandes und der Brennweite besteht aber die Beziehung

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$$

und daraus folgt

$$x = \frac{df}{d + f}.$$

Setzt man diesen Werth von x in den Quotienten $\frac{d}{x}$, so erhält man für die Vergrößerung den Werth

$$\frac{d + f}{f}.$$

Das heißt mit Worten: man findet die Vergrößerung durch die Loupe, wenn man zur Weite des deutlichen Sehens die Brennweite des Glases addirt, und die erhaltene Summe durch die Brennweite dividirt. Wäre z. B. die Weite des deutlichen Sehens 10 Zoll, die Brennweite der Loupe 2 Zoll, so würde die Vergrößerung $\frac{12}{2} = 6$ sein.

Der Quotient $\frac{d + f}{f}$ wird um so größer, je kleiner f ist; je kleiner also die Brennweite der Linse ist, desto stärker vergrößert sie.

Es ist keineswegs gleichgültig, welche Gestalt eine Linse hat, die als Loupe gebraucht werden soll, indem, wie sich durch Rechnung sowohl, wie durch Construction nachweisen läßt, für eine biconvexe Linse, an welcher beide Flächen von gleichem Krümmungshalbmesser sind, die Fehler der sphärischen Aberration und der Farbenzerstreuung stets bedeutender ausfallen, als für eine planconvexe Linse von gleicher Brennweite, wenn man die ebene Seite dem Objecte zuwendet.

Für einigermaßen starke Vergrößerungen ist es aus den in Paragraph 204 entwickelten Gründen vortheilhafter, eine Combination von mehreren schwächeren Linsen statt einer stärkeren anzuwenden, wie dies z. B. bei der Fig. 629 mit der Fassung im Durchschnitte gezeichneten Fraunhofer'schen Loupe der Fall ist, wo die beiden planconvexen Linsen, in geringem Abstand von einander stehend, die gekrümmten Seiten einander zukehren. Bei der Wilson'schen Loupe sind die beiden Linsen in größere Entfernung von einander gestellt, und zwischen ihnen ist eine Blendung angebracht.

Fig. 629.



Plößl construirte Loupen aus zwei planconvexen achromatischen Linsen, die einzeln oder combinirt gebraucht werden können.

Eine Combination von zwei oder von drei Linsen, welche wie eine einzige stärkere wirken, wird ein Duplet oder Triplet genannt.

Die in Deutschland sehr verbreitete Cylinderloupe, welche ohne Fassung Fig. 630 dargestellt ist, giebt von den Fehlern der sphärischen Aberration ziemlich freie Bilder, was dadurch erreicht wird, daß die dem Objecte zugekehrte Seite schwächer gekrümmt ist, als die dem Auge zugewendete, und daß wegen der größeren Entfernung der beiden brechenden Flächen die austretenden Strahlen die stärker gekrümmte Fläche nur im mittleren Theile passiren. Diese sonst recht gute Loupe hat den Nachtheil, daß sie sehr nahe an das Object hingehalten werden muß. Den gleichen Fehler haben die Coddington'sche Loupe, Fig. 631, und die Brewster'sche, Fig. 632, welche noch reinere Bilder geben als die gewöhnliche Cylinderloupe; bei beiden sind die brechenden Flächen Stücke einer und derselben Kugeloberfläche; die Reinheit der Bilder wird durch die Einschnürung in der Mitte erlangt, welche bewirkt, daß nur centrale Strahlen ins Auge gelangen.

Fig. 630.



Fig. 631.

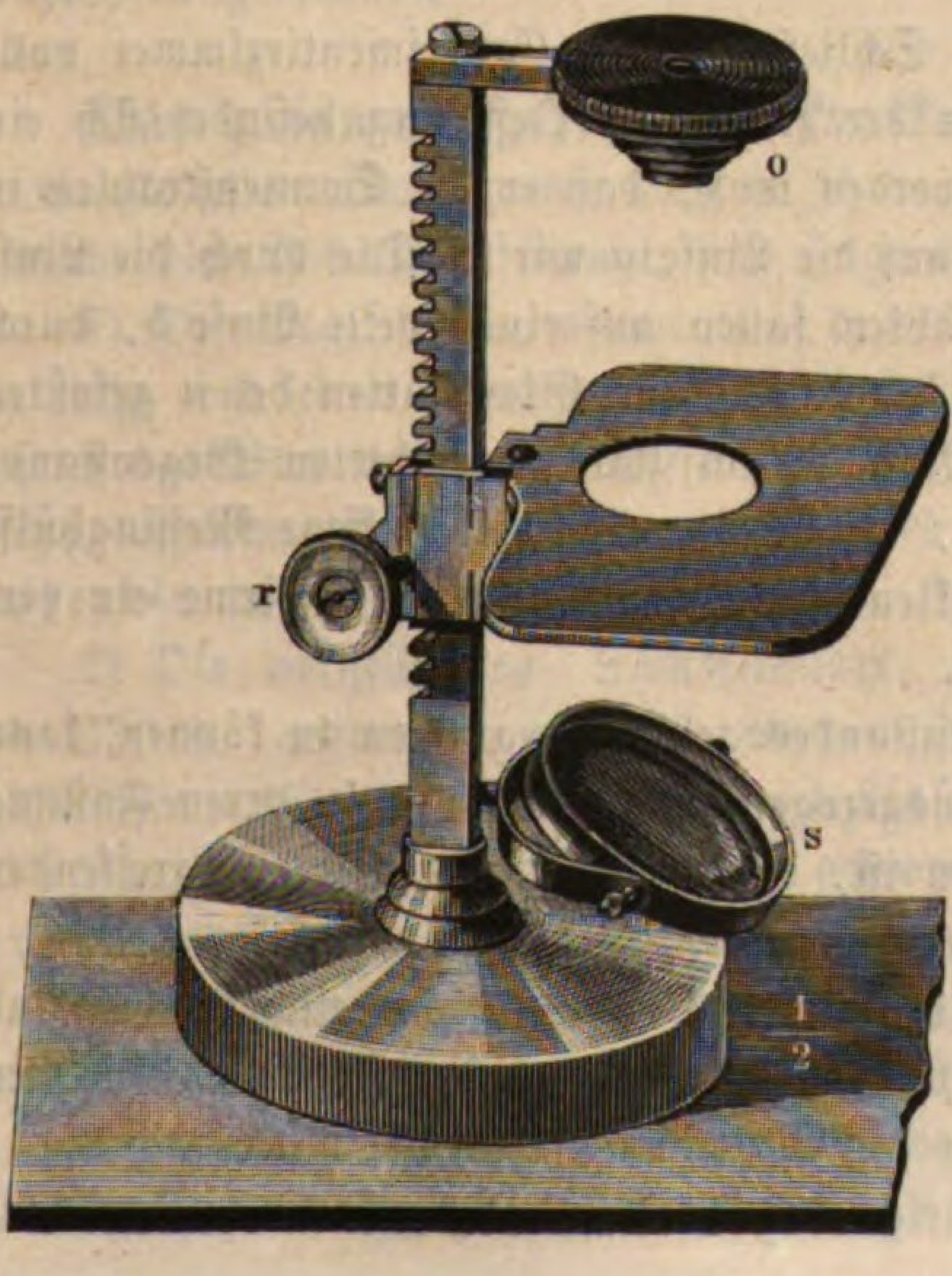


Fig. 632.



Wenn nur die Brennweite klein genug ist, so kann man selbst mit einfachen Linsen eine 100- bis 200fache Vergrößerung erreichen; da aber das Schleifen so kleiner Linsen immerhin schwierig ist, so hat man mit Erfolg versucht, statt derselben kleine, durch Schmelzung erhaltene Glaskügelchen in Anwendung zu bringen. Ist man aber auch im Stande, auf diesem Wege sehr bedeutende Vergrößerungen zu erhalten, so ist doch der Gebrauch solcher Kügelchen höchst unbequem und die Reinheit des Bildes mangelhaft, so daß es in jeder Beziehung vortheilhafter ist, ein zusammengesetztes Mikroskop von gleicher Vergrößerung anzuwenden.

Fig. 633.



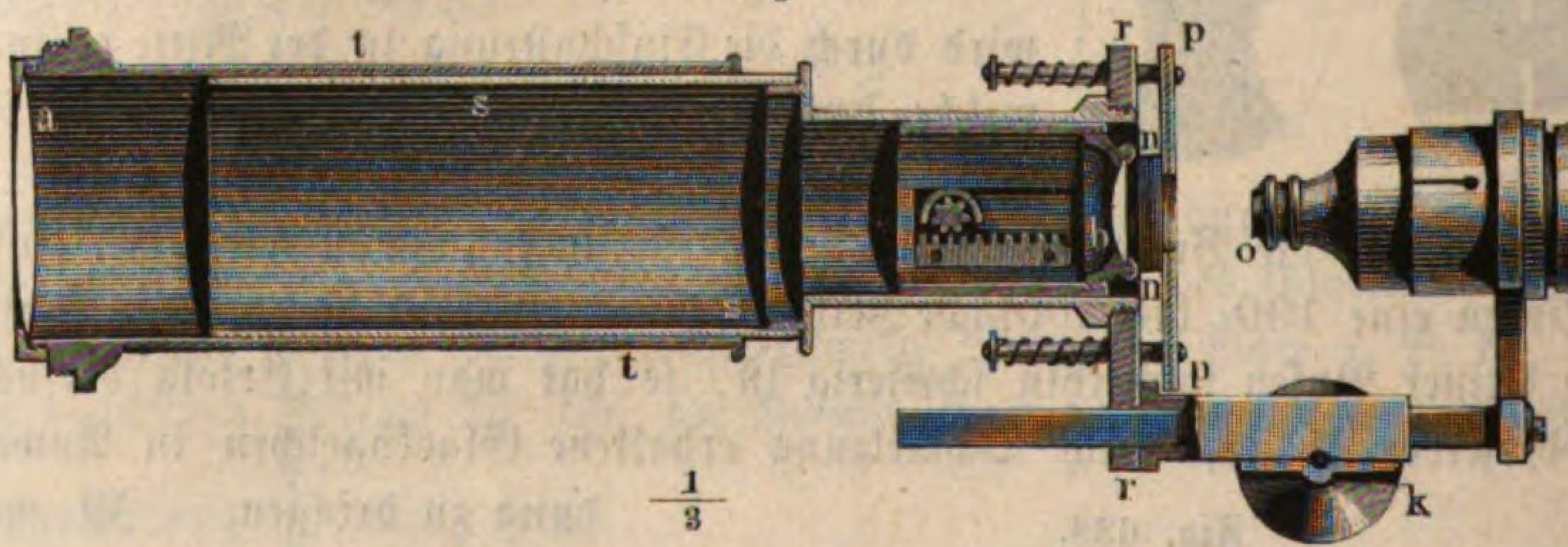
Endlich muß hier noch der aus Edelsteinen geschliffenen Linsen Erwähnung geschehen, die Brewster zuerst in Vorschlag brachte. Linsen aus Diamant und Saphir sind wegen des starken Brechungsvermögens dieser Substanzen bei glei-

cher Brennweite bedeutend weniger gekrümmt als Glaslinsen. Bei gleicher Vergrößerung verhalten sich die Krümmungshalbmesser einer Diamant- und einer Glaslinse so wie 8 zu 3; bei gleichem Durchmesser wird also die sphärische Aberration für die Diamantlinse bedeutend geringer sein. Die Edelsteinlinsen sind jedoch so kostbar, daß sie nur zu den Seltenheiten gehören.

Um mit dem einfachen Mikroskop bequemer beobachten und arbeiten zu können, hat man die Linsen auf verschiedene Weise gefaßt und mit Stativen versehen. Fig. 633 stellt ein solches dar. Die Linse, je nach dem man eine schwächere oder stärkere Vergrößerung beabsichtigt, eine einfache Linse oder ein Duplet oder Triplet ist bei *o* eingeschraubt. Die zu beobachtenden Gegenstände werden auf ein Tischlein gelegt, welches mittelst der Schraube *r* auf- und niedergeschoben werden kann. Zur Beleuchtung der Objecte von unten dient der Spiegel *s*.

242 **Das Sonnenmikroskop.** Das durch die Linse *a*, Fig. 634, verschlossene Ende der Messingröhre *t* wird in eine entsprechende Oeffnung eines

Fig. 634.



Ladens eingeschraubt, durch dessen Schließung das Experimentirzimmer vollständig verfinstert worden ist. Vor der fraglichen Oeffnung befindet sich ein Spiegel, welcher stets so gerichtet werden muß, daß er die Sonnenstrahlen in der Richtung der Axe des Rohres *t* auf die Linse *a* wirft. Die durch die Linse *a* bereits convergent gemachten Strahlen fallen auf eine zweite Linse *b*, durch welche sie auf den kleinen, gewöhnlich zwischen zwei Glasplatten bei *n* gefaßten Gegenstand concentrirt werden. Von diesem stark erleuchteten Gegenstande wird nun durch eine kleine Linse *o*, welche an eine bei *h* offene Messinghülse angeschraubt ist, auf einem im dunklen Zimmer aufgestellten Schirme ein verkehrtes vergrößertes Bild entworfen.

Um die Beleuchtung des Gegenstandes gehörig reguliren zu können, kann die Röhre *s* mehr oder weniger ausgezogen und die Linse *b*, deren Fassung mit einer gezahnten Stange versehen ist, durch einen in dieselbe eingreifenden Trieb vor- oder rückwärts geschoben werden.

Die Objecte werden zwischen die Platten *rr* und *pp* eingeschoben und hier festgehalten, weil die Platte *pp* durch eine aus der Figur vollkommen verständliche Vorrichtung stets gegen die Platte *rr* angedrückt wird.

Ist nun der Gegenstand gehörig eingestellt und beleuchtet, so wird die

Linse *o* mit Hülfe des Triebes *k* so lange verschoben, bis das Bild auf einem 10 bis 20 Fuß weit entfernten weißen Schirme möglichst scharf und deutlich erscheint.

Nehmen wir an, die Linse *o* sei gerade 1 Centimeter weit vom Objecte entfernt, wenn auf dem 2 Meter entfernten Schirme ein scharfes Bild entsteht, so sind die linearen Dimensionen des Bildes 200mal so groß als die des Gegenstandes, und wenn der Gegenstand eine Fläche von 1 Quadratlinie bedeckt, so wird also sein Bild auf einen Flächenraum von 40000 Quadratlinien ausgebreitet sein. Man begreift demnach leicht, daß der Gegenstand sehr hell erleuchtet sein muß, wenn das stark vergrößerte Bild nicht zu lichtschwach sein soll.

Mit derselben Linse bei *o* kann man verschiedene Vergrößerungen erhalten, je nachdem man den Abstand des Schirmes verändert.

Je weiter der Schirm entfernt wird, desto näher muß man die Linse *o* dem Objecte bringen und desto stärker wird die Vergrößerung.

Um bei gleichem Abstande des Schirmes stärkere Vergrößerungen zu erhalten, wird eine Combination von zwei oder von drei Linsen bei *o* angeschraubt.

Man hat auch ähnliche Mikroskope construirt, in denen das Licht der Sonne durch künstliches Licht, etwa durch das Licht eines im Knallgasgebläse glühend gemachten Kalkstückchens (Drummond'sches Kalklicht), oder auch nur durch das Licht einer intensiv leuchtenden Lampe ersetzt ist. Die Vergrößerung muß um so geringer sein, je weniger intensiv die Lichtquelle ist.

Die Zauberlaterne (laterna magica) beruht auf denselben Principien, nur sind die Gegenstände in größeren Dimensionen auf Glas gemalt, und werden durch das Licht einer Lampe erleuchtet, die höchstens eine 15- bis 20fache Vergrößerung erlaubt.

Das zusammengesetzte Mikroskop. Die Principien, auf welchen 243
die Construction aller, wenn auch in ihrer sonstigen Einrichtung noch so sehr abweichenden Mikroskope beruht, sind folgende:

1) Die Gegenstände, welche man dem Versuche unterwerfen will, befinden sich nahe bei einer Sammellinse von kurzer Brennweite, und zwar etwas jenseits des Brennpunktes. Diese Linse, sie mag nun einfach oder zusammengesetzt, achromatisch sein oder nicht, wird die Objectivlinse oder das Objectiv des Mikroskops genannt.

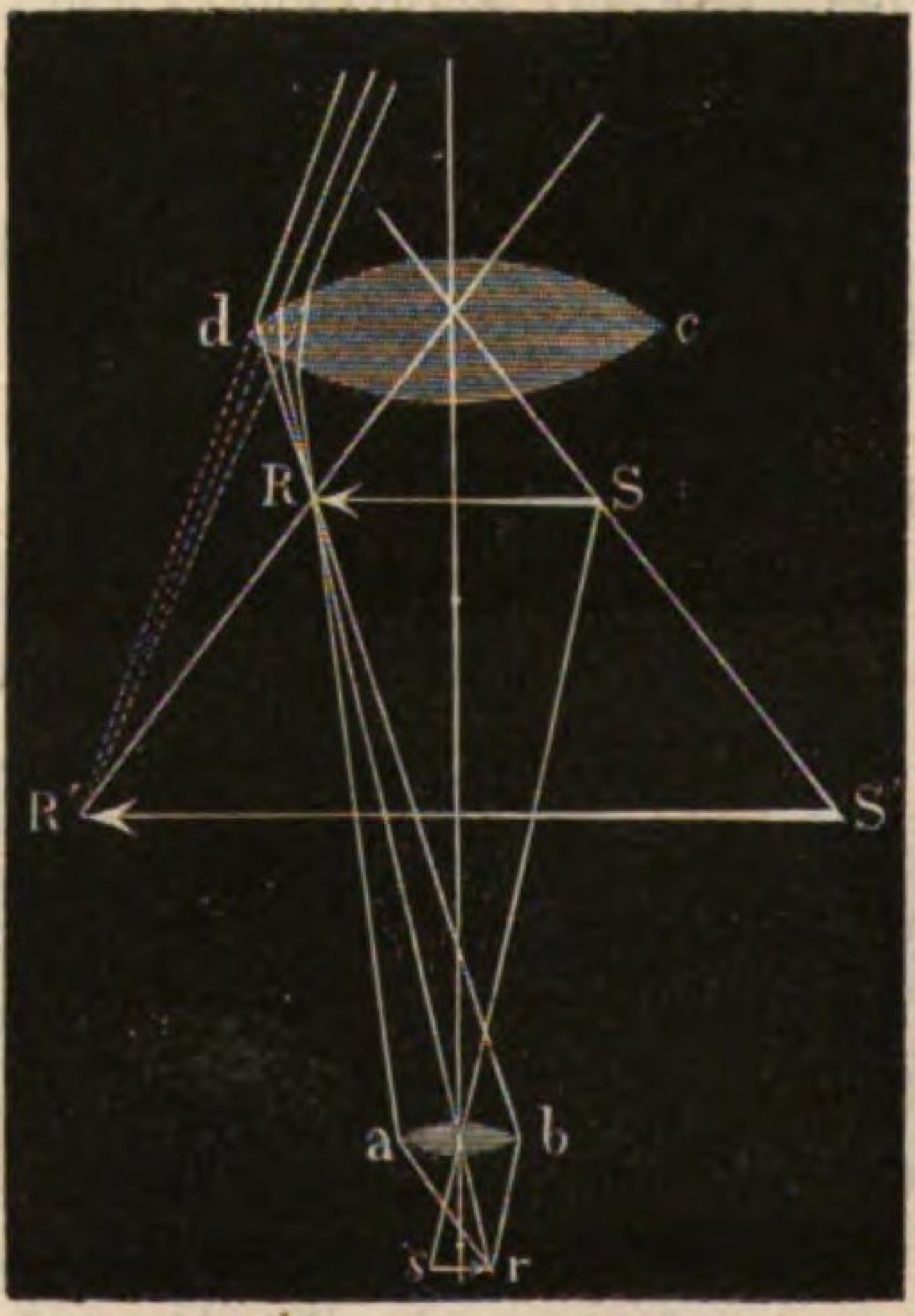
2) Die vergrößerten Sammelbilder, welche von den Objecten durch das Objectiv entworfen werden, werden durch eine Convexlinse betrachtet, welche hier als Loupe dient; diese zweite Linse, welche ebenfalls einfach oder zusammengesetzt, achromatisch oder nicht achromatisch sein kann, wird das Ocularglas oder das Ocular des Mikroskops genannt.

So ist denn jedes dioptrische Mikroskop im Wesentlichen aus einem Objectiv und einem Ocular zusammengesetzt, und die Vergrößerung des Mikroskops ist das Product der Vergrößerungen, welche jedes dieser Gläser hervorbringt. Wenn z. B. das Objectiv im Durchmesser 5mal, das Ocular aber 10mal ver-

größerte, so würde ein solches Mikroskop den Durchmesser der Gegenstände 50mal, die Oberfläche also 2500mal vergrößern. Eine 300fache Vergrößerung des Durchmessers würde man erhalten, wenn die Vergrößerungen des Objectivs und des Oculars respective 30 und 10, oder 25 und 12, oder 20 und 15 wären.

Fig. 635 erläutert die Wirkung des zusammengesetzten Mikroskops in seiner einfachsten Form. Von dem kleinen Gegenstande *sr*, der nahe beim Brennpunkte der kleinen Linse *ab* steht, wird durch dieselbe das verkehrte, vergrößerte Sammelbild *RS* erzeugt, welches, durch die Loupe *cd* betrachtet, in *R' S'* erscheint.

Fig. 635.



Unsere Figur zeigt, wie das von der Spitze des Pfeils *r* ausgehende Strahlenbündel seinen Weg durch das Instrument nimmt. Die von *r* aus divergirend auf die Linse *ab* treffenden Strahlen divergiren nach ihrem Austritte aus der Linse *cd* so, als ob sie von *R'* herkämen.

Wenn man durch die Loupe *cd* das Bild *RS* betrachtet, so findet doch nicht ganz dasselbe Verhältniß Statt, als ob man durch *cd* einen in *RS* befindlichen Gegenstand betrachtete. Ein jeder Punkt eines solchen Gegenstandes würde Lichtstrahlen nach allen Seiten aussenden, von *R* aus würden also Strahlen sowohl auf die Mitte der Linse, als auch an den Rand *c* fallen; in unserem Falle ist es anders, von *R* aus fällt nur ein schmales Strahlenbündel auf das linke Ende der Ocularlinse, von welchem in unserer Figur die Gränzstrahlen verzeichnet sind. Würde also der Rand der Linse *cd* mit einer Blendung belegt, welche nur die mittlere Hälfte derselben frei ließ, so würde gar keiner der durch den Punkt *R* gehenden Strahlen durch die Linse *cd* gehen, man würde durch sie die Spitze des Pfeils nicht mehr sehen können.

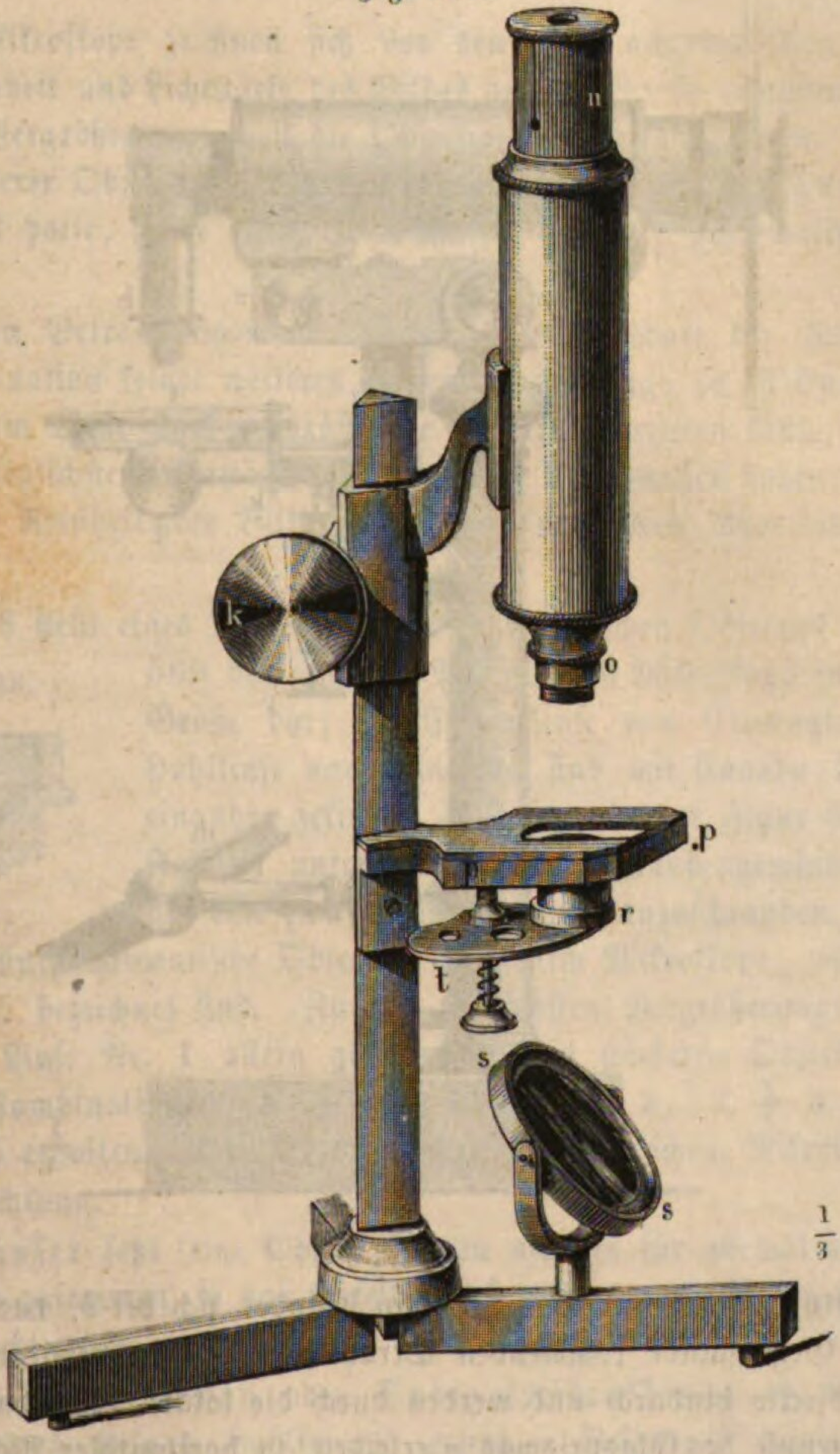
Es geht aus dieser Betrachtung hervor, daß das Gesichtsfeld des Mikroskops von dem Durchmesser des Oculars abhängt, und zwar wird es durch den Winkel gemessen, unter welchem das Ocular *cd* von der Mitte des Objectes aus erscheint.

Um das ganze Gesichtsfeld zu übersehen, muß man das Auge etwas vom Ocular entfernen, und zwar muß man es an die Stelle der Axe bringen, an welcher die durch den Rand des Oculars austretenden Strahlenbündel diese Axe schneiden.

Gewöhnlich wird das Objectiv des Mikroskops am unteren, das Ocular am oberen Ende einer verticalen Röhre angebracht, wie man Fig. 636 sieht,

welche ein Plößl'sches Mikroskop in $^1/_3$ der natürlichen Größe darstellt. Das Objectiv ist bei *o* angeschraubt, das Ocular ist mit seiner Fassung oben bei *n* eingeschoben. Die Objecte werden auf die Platte *p* gelegt, die in ihrer Mitte eine Oeffnung hat, an welche sich nach unten die kurze Röhre *r* ansetzt. Durch diese Röhre sendet der Hohlspiegel *s s'* Licht auf das Object. Um nach Belieben ein breiteres oder ein dünneres Lichtbündel auf den Gegenstand fallen

Fig. 636.



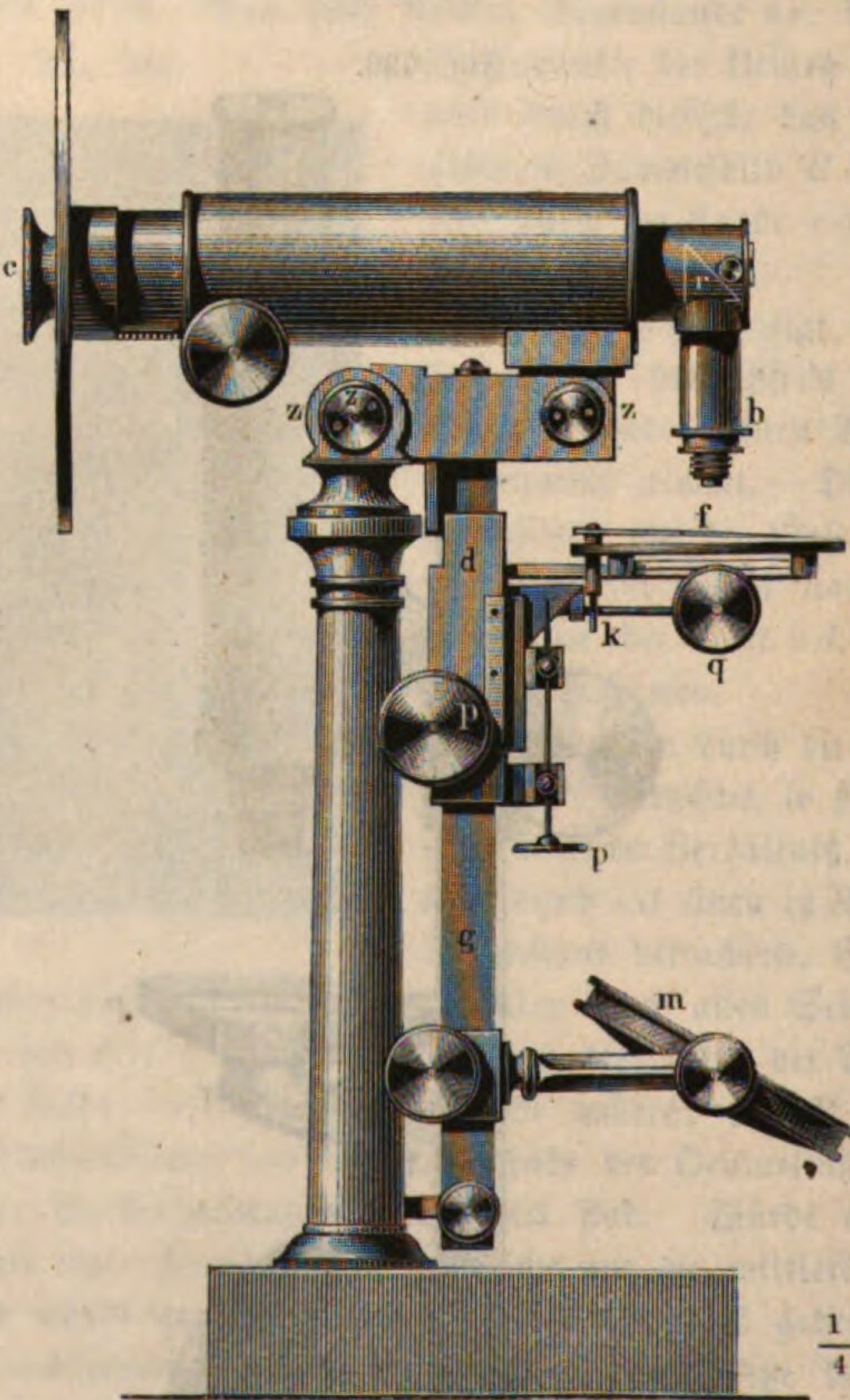
zu lassen, schiebt sich vor dem unteren Ende der Röhre *r* eine dünne Metallscheibe *t* her, welche drei Oeffnungen von verschiedener Größe hat, deren jede unter *r* gebracht werden kann.

Der Objectträger ist an einer dreiseitigen Säule befestigt, an welcher sich die Mikroskopröhre mittelst eines durch den Kopf *k* zu bewegenden Triebes auf

und nieder schieben läßt, um so das Objectiv in die richtige Entfernung vom Gegenstande zu bringen.

Um nicht immer von oben herab in das Instrument sehen zu müssen, was in manchen Fällen unbequem sein kann, hat man dem Instrumente die in Fig. 637 (ein Chevalier'sches Mikroskop in $1/4$ der natürlichen Größe) dargestellte Einrichtung gegeben.

Fig. 637.



Das Objectiv befindet sich bei *b*, das Ocular bei *c*; die vom Gegenstande kommenden Strahlen gehen in verticaler Richtung durch das Objectiv hindurch und werden durch die totale Reflexion, welche sie an der Hypotenuse des Glasprismas *r* erleiden, in horizontaler Richtung gegen das Ocular *c* geworfen.

244 **Das achromatische Mikroskop.** So lange einfache, doppelt convexe oder planconvexe Linsen als Objective beim zusammengesetzten Mikroskop gebraucht wurden, war dieses Instrument höchst mangelhaft, so daß es in sei-

nen Leistungen durch das einfache Mikroskop übertroffen wurde. Erst durch die Einführung achromatischer Objective wurde die Bahn zu einer weiteren Vervollkommnung des zusammengesetzten Mikroskops gebrochen.

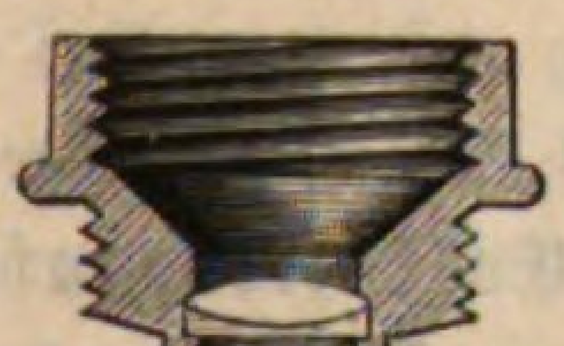
Nach Harting hat Beedsnijder in Amsterdam schon am Ende des vorigen Jahrhunderts achromatische Mikroskopobjective von ziemlicher Güte verfertigt, was jedoch nicht weiter bekannt geworden zu sein scheint; Fraunhofer verfertigte bereits im Jahre 1811 Mikroskope mit achromatischem Objectiv.

Diese Mikroskope zeichnen sich vor den nicht achromatischen allerdings durch die Reinheit und Lichtstärke des Bildes aus; allein sie erlaubten doch noch keine starke Vergrößerung, weil die Objective zu schwach waren. Die Construction stärkerer Objective wurde erst möglich, nachdem Selligue im Jahre 1824 versucht hatte, solche durch Combination mehrerer achromatischen Linsen herzustellen.

Nach den Betrachtungen in Paragraph 204 bedarf der Vortheil einer solchen Combination keiner weiteren Auseinandersetzung; es ist klar, daß man nur auf diesem Wege stark vergrößernde Objective erzielen kann, welche zur Erreichung möglichster Lichtstärke einen großen Durchmesser haben, ohne doch mit einer die Reinheit der Bilder störenden sphärischen Aberration behaftet zu sein.

Fig. 638 stellt eines der schwächeren achromatischen Objective des auf S. 569 besprochenen Plößl'schen Mikroskops in natürlicher Größe dar; die Convexlinse von Crownglas und die Hohllinse von Flintglas sind mit Canada-Balsam auf einander gekittet. Wie man in der Figur sieht, ist die Fassung unten mit einem Schraubengewinde versehen, um eine zweite ähnliche Linse anzuschrauben. Im Ganzen gehören fünf achromatische Objective zu jenem Mikroskope, welche mit 1, 2, 3, 4 und 5 bezeichnet sind. Zu den schwächsten Vergrößerungen wird die achromatische Linse Nr. 1 allein gebraucht. Die stärkeren Objective werden durch die Combinationen 1 + 2, 1 + 2 + 3, 2 + 3 + 4 und 3 + 4 + 5 erhalten. Die Objective der Schieck'schen Mikroskope haben dieselbe Einrichtung.

Fig. 638.



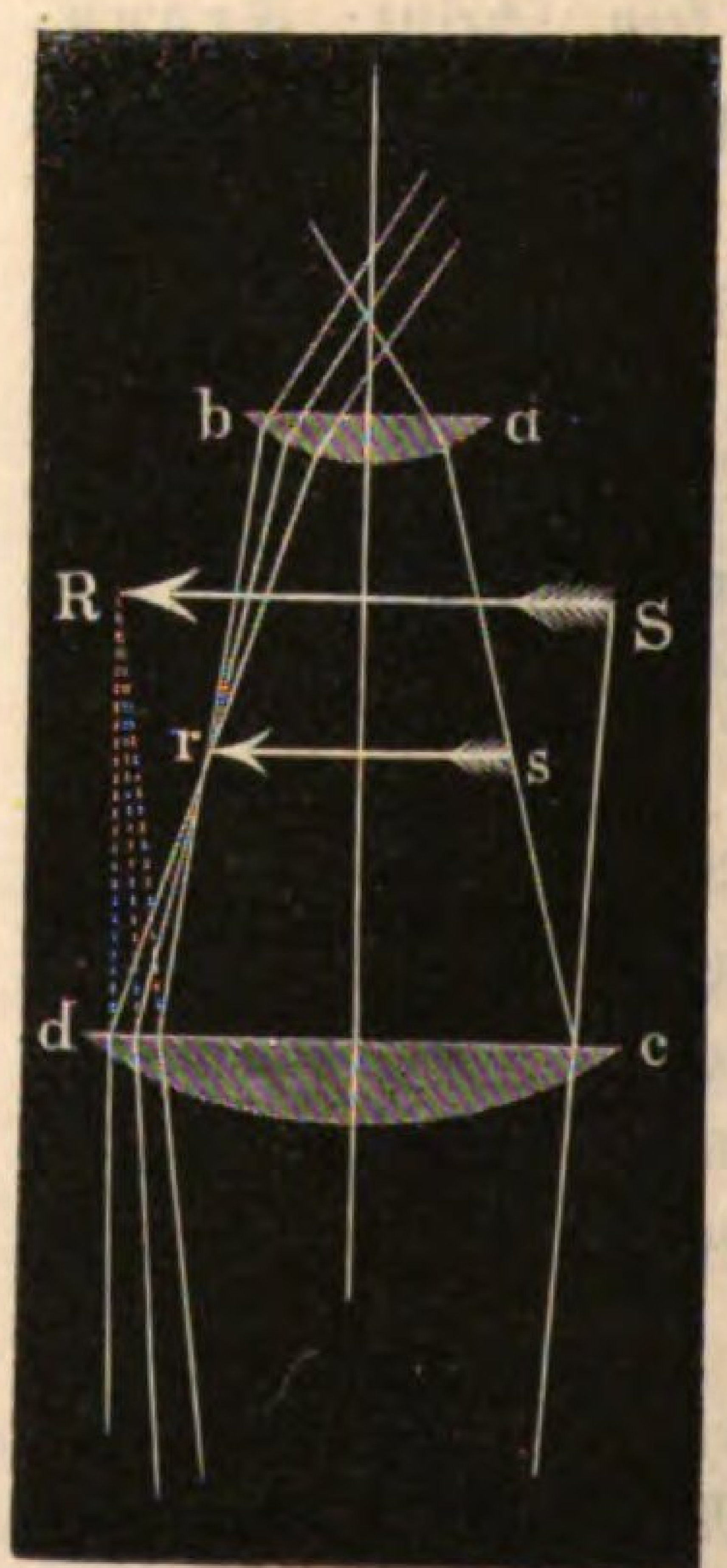
Oberhäuser setzt seine Objectivsysteme aus ein für allemal zusammengehörigen Linsen zusammen, so daß dieselbe Linse nicht zu verschiedenen Combinationen gebraucht wird.

Bei den katoptrischen oder Spiegelmikroskopen ist die Objectivlinse durch einen kleinen Hohlspiegel ersetzt. Besonders ausgezeichnet ist Amici's katoptrisches Mikroskop; da jedoch diese Mikroskope weit seltener gebraucht werden als die dioptrischen, so ist wohl hier eine nähere Beschreibung dieser Instrumente nicht nöthig.

Als Ocular des zusammengesetzten Mikroskops wendet man ebenfalls keine einfache Sammellinse an, sondern eine Combination zweier Linsen. Das

gebräuchlichste Ocular der Mikroskope ist dasjenige, welches bereits von Huyghens für Fernröhre war benutzt worden und welches unter dem Namen des Campani'schen oder des achromatischen Oculars bekannt ist; Fig. 639 dient, um das Wesen desselben zu erläutern.

Fig. 639.



Die beiden Linsen sind planconvexe Crownglaslinsen, welche beide ihre convexe Seite gegen das Objectiv hin kehren. Bezeichnet man die Brennweite der Linse *ab*, durch welche man in das Instrument hineinschaut, mit 1, so ist in der Regel der Abstand der beiden Linsen gleich 2, die Brennweite der unteren gleich 3.

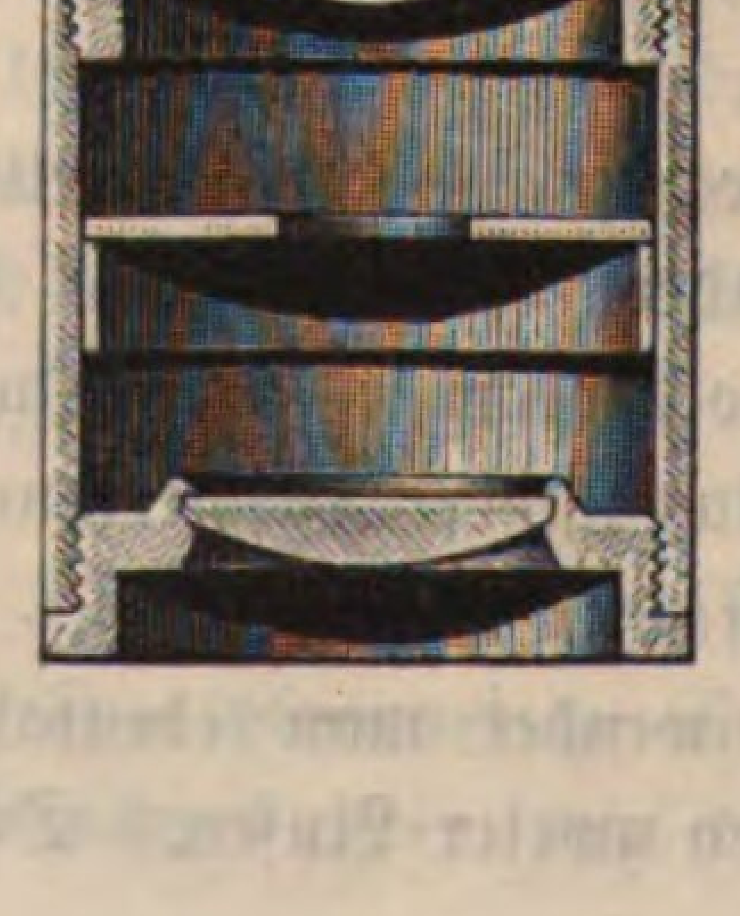
Die beiden Linsen zusammen wirken also keineswegs wie eine einzige stärkere. Die größere der beiden Linsen ist so gestellt, daß sie die vom Objectiv kommenden Strahlen bereits auffängt, ehe sie sich zu einem Bilde vereinigt haben.

Wenn in unserer Figur *RS* das Bild ist, welches durch die Wirkung des Objectivs entstehen würde, wenn die Linse *cd* nicht vorhanden wäre, so ist klar, daß die nach einem Punkte dieses Bildes, etwa nach *R* hin convergirenden Strahlen durch die Linse *cd* noch stärker convergirend gemacht, daß sie in *r* vereinigt werden, kurz, daß das Bild nun in *rs* zu Stande kommt.

Dieses Bild *rs* wird endlich durch die Loupe *ab* betrachtet, welche das eigentliche Augenglas ist; die Linse *cd* führt den Namen des Collectivglases. Seiner Wirkung nach gehört das Collectivglas eigentlich zum Objectiv, denn durch die vereinigte Wirkung des Objectivs und des Collectivglases wird ja das Bild *rs* zu Stande gebracht, welches durch die Ocularlinse *ab* betrachtet werden soll; das Collectivglas ist jedoch mit der Ocularlinse in eine und dieselbe Röhre gefaßt, und man bezeichnet deshalb auch die ganze Combination gewöhnlich mit dem Namen des Oculars.

Fig. 640 stellt ein solches zu dem oben beschriebenen Plößl'schen Mikroskop gehöriges Ocular dar. Zwischen beiden Linsen, da wo das Bild zu Stande kommt, ist eine Blendung zur Abhaltung des fremden Lichtes angebracht.

Fig. 640.



Sowie mehrere Objective zu einem Mikroskope gegeben werden, so gehören auch mehrere Oculare von verschiedener Stärke dazu. Folgendes sind die Vergrößerungen, welche man erhält, wenn man die verschiedenen Objective des Plößl'schen Mikroskops mit dem einen oder dem anderen Ocular verbindet.

Objective.	I.	II.	III.
1	23	48	
1 + 2	60	131	
1 + 2 + 3	96	205	
2 + 3 + 4	135	288	
3 + 4 + 5	190	390	660

Bei den Plößl'schen Mikroskopen ist die Vergrößerung mehr auf das Ocular, bei den Oberhäuser'schen ist sie mehr auf das Objectiv geworfen, weshalb bei gleicher Vergrößerung der Abstand des Objectivs von dem Gegenstande beim ersteren etwas größer ist.

Es muß jetzt noch nachgewiesen werden, welches die Vorzüge sind, durch welche sich das Campani'sche Ocular vor der einfachen Ocularlinse auszeichnet.

Nehmen wir an, was in der That nahe der Fall ist, das Bild *rs* stehe gerade im Brennpunkte der Ocularlinse *ab*, so steht es also gerade in der Mitte zwischen den beiden Linsen, da ja ihre Entfernung doppelt so groß ist wie die Brennweite von *ab*, welche wir in der folgenden Betrachtung stets zur Einheit nehmen wollen, so daß die Brennweite der Linse $cd = 3$ und der Abstand der beiden Linsen gleich 2 ist.

Nach §. 201 kann man nun berechnen, wie weit das Bild RS von derselben abstehen muß, nach dessen einzelnen Punkten die Strahlenbündel convergiren, ehe sie in die Linse *cd* eintreten, welche sie nun in den entsprechenden Punkten des Bildes *rs* vereinigt. Die Rechnung ergiebt, daß RS ungefähr in der Mitte zwischen der Augenlinse *ab* und dem Bilde *rs* liegt.

Es verhalten sich also die Entfernungen der Bilder *rs* und RS von dem Collectivglase wie 1 zu 1,5; folglich ist auch $RS = 1{,}5\,rs$.

Sollte nun das Bild RS, durch eine Loupe betrachtet, ebenso groß erscheinen, als man *rs* durch die Augenlinse *ab* sieht, so müßte die Brennweite dieser Linse 1,5, also halb so groß sein als die des Collectivglases, welches demnach bei gleichem Fehler wegen der sphärischen Aberration einen doppelt so großen Durchmesser haben kann, als die dem Campani'schen Ocular an Vergrößerung äquivalente Loupe.

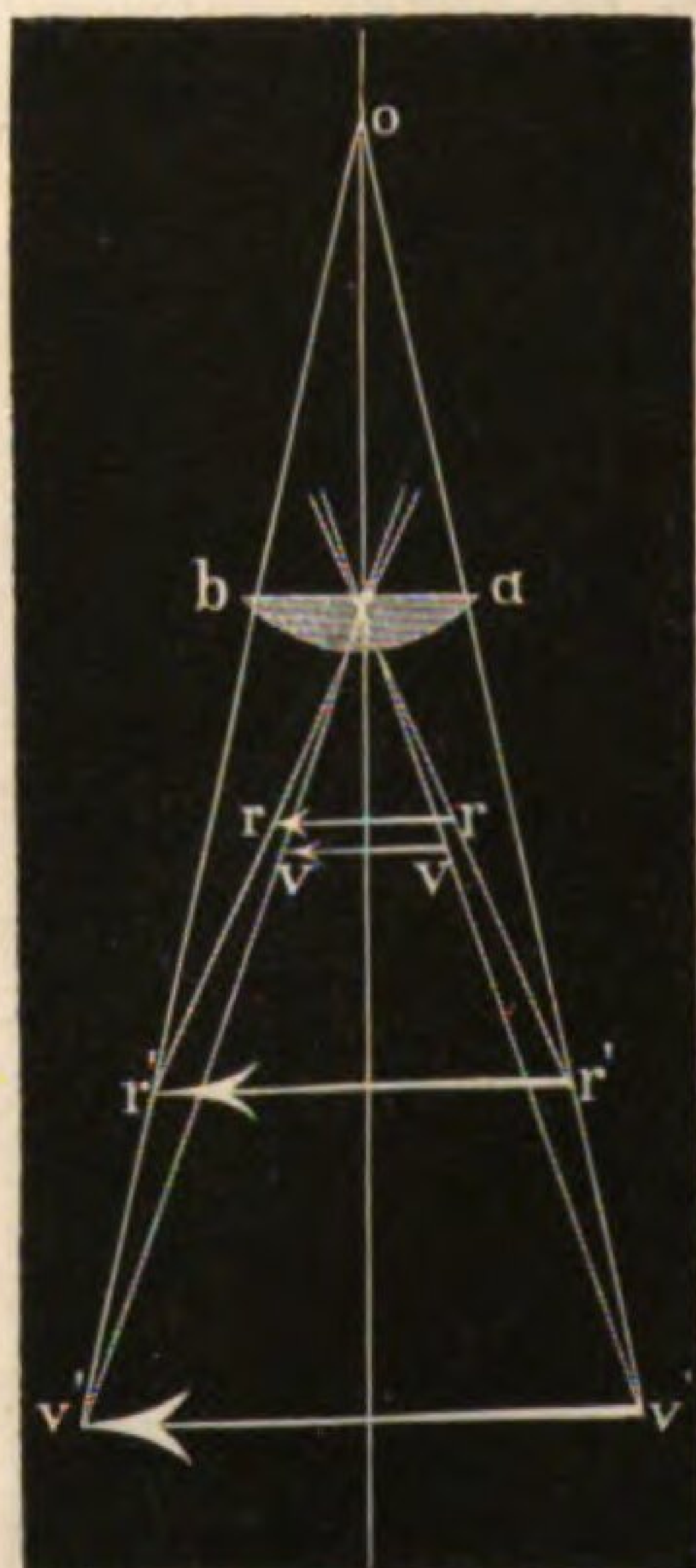
Bei gleicher Vergrößerung giebt also das Campani'sche Ocular ein doppelt so großes Gesichtsfeld als eine einfache Loupe.

Ein weiterer Vortheil des Campani'schen Oculars besteht darin, daß es ein von chromatischer Aberration fast ganz freies Bild liefert.

Da das Collectivglas nicht achromatisch ist, so erzeugt es eine ganze Reihe von Bildern des Gegenstandes, und zwar liegt das blaue Bild dem Collectivglase näher und ist deshalb auch kleiner als das rothe Bild. In Fig. 641 (a. f. S.)

sei *rr* das rothe, *vv* das violette Bild des Gegenstandes. Betrachtet man nun diese Bilder durch die Ocularlinse *ab*, so wird man sie in *r'r'* und *v'v'* erblicken.

Fig. 641.



Die Bilder *v'v'* und *r'r'* liegen nun aber so, daß sie sich für ein in *o* befindliches Auge decken, und so kommt es denn, daß die verschiedenfarbigen Strahlen, welche von einem Punkte des Gegenstandes ausgehen, nachdem sie das ganze Instrument durchlaufen haben, doch endlich wieder sehr nahe in einem Punkte der Netzhaut vereinigt werden.

Bei der Betrachtung der Fernröhre werden wir noch ein anderes Ocular kennen lernen, welches den Namen des Ramsden'schen Oculars führt. Es ist im Wesentlichen eine aus zwei Linsen zusammengesetzte Loupe. Dieses Ocular wird bei Mikroskopen sehr selten angewendet. Plößl giebt seinen Mikroskopen ein Ocular bei, welches er als aplanatisches Ocular bezeichnet; es ist dies ein aus zwei achromatischen Crown-Flintglaslinsen zusammengesetztes Ramsden'sches Ocular. Es giebt zwar nur eine schwache Vergrößerung, hat aber ein sehr großes Gesichtsfeld und zeigt namentlich opake, von oben beleuchtete Gegenstände mit großer Klarheit.

245 **Das pankratische Mikroskop.** Bei den bis jetzt besprochenen Mikroskopen sind Objectiv und Ocular in unveränderlicher Entfernung von einander angebracht, und man sieht nur dann das Bild deutlich und scharf, wenn der Gegenstand sich in einer bestimmten Entfernung vom Objectiv befindet; daher kommt es denn auch, daß die Vergrößerung des Mikroskops so lange dieselbe bleibt, als man dasselbe Ocular anwendet.

Nähert man den Gegenstand dem Objectiv, so entfernt sich das vom Objectiv entworfene Bild weiter von demselben, und man müßte das Ocular gleichfalls weiter von dem Objectiv entfernen können, um das Bild wieder deutlich zu sehen; dabei müßte nothwendig die Vergrößerung wachsen, während zugleich das Gesichtsfeld kleiner wird.

Von der Wahrheit dieser Behauptung kann man sich an jedem Mikroskope überzeugen, wenn sich die Ocularröhre etwas schwer in ihrer Hülse schiebt, so daß man sie etwas herausziehen kann und sie dann in dieser Stellung auch fest stehen bleibt.

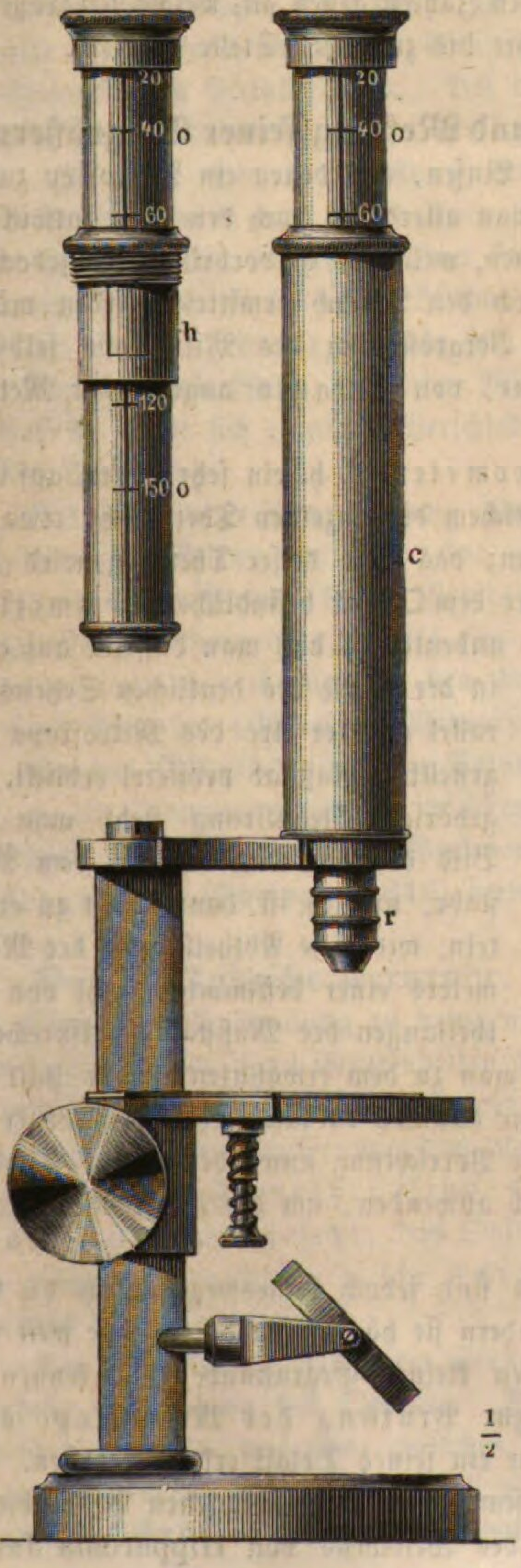
Sobald also die Entfernung zwischen Ocular und Objectiv eine veränderliche ist, kann man mit denselben Linsensystemen verschiedene Vergrößerungen hervorbringen. Die vergrößernde Kraft des Instrumentes wächst mit der Entfernung des Oculars vom Objectiv, also mit der Länge der Röhre.

Dies Princip ist bei den pankratischen Mikroskopen in Anwendung

gebracht worden. Das Wesen derselben beruht darin, daß das Ocular dem Objectiv nach Belieben genähert oder von demselben entfernt werden kann, um so verschiedene Vergrößerungen ohne Wechsel der Linsen zu erhalten.

In die Classe der pankratischen Mikroskope gehören auch die Dissectionsmikroskope, wie sie von Oberhäuser und Plößl construirt werden; diese haben jedoch außer der erwähnten noch eine andere Eigenthümlichkeit.

Fig. 642. Fig. 643.



Das gewöhnliche Mikroskop zeigt die Gegenstände verkehrt. Für mikroskopische Beobachtungen hat dies gar keinen Nachtheil; dagegen ist es höchst störend, wenn man einen Gegenstand unter dem Mikroskope präpariren will. Für diesen Zweck sollen nun die Dissectionsmikroskope dienen, welche ein aufrechtes Bild geben und bei welchen die Entfernung des Gegenstandes vom Objectiv größer ist als beim gewöhnlichen Mikroskope.

Das Ocular des Dissectionsmikroskopes ist eigentlich selbst ein schwach vergrößerndes zusammengesetztes Mikroskop, wenn auch seine Einrichtung von der des gewöhnlichen Mikroskopes etwas abweicht; sie ist identisch mit der des terrestrischen Oculars an Fernröhren, welches wir bald näher werden kennen lernen.

Dieses Ocular zeigt uns von kleinen Gegenständen ein verkehrtes vergrößertes Bild; betrachtet man also durch dasselbe das verkehrte Bild, welches durch die Objectivlinse des Instrumentes erzeugt wird, so wird man den Gegenstand wieder aufrecht sehen.

Die eben bezeichnete Ocularröhre läßt sich nun in dem Rohre, an welchem unten die Objectivlinsen angeschraubt sind,

auf- und abschieben, wodurch die Stärke der Vergrößerung innerhalb gewisser Gränzen nach Belieben verändert werden kann.

Fig. 643 stellt ein Plößl'sches Dissectionsmikroskop dar; das Objectiv ist durch drei über einander geschraubte achromatische Linsen *r* gebildet. Fig. 642 zeigt die Ocularröhre *o* für sich mit der Hülse *h*, in welcher sie sich schieben läßt und welche auf das Rohr *c* aufgeschraubt wird, an dessen unterem Ende sich das Objectiv befindet.

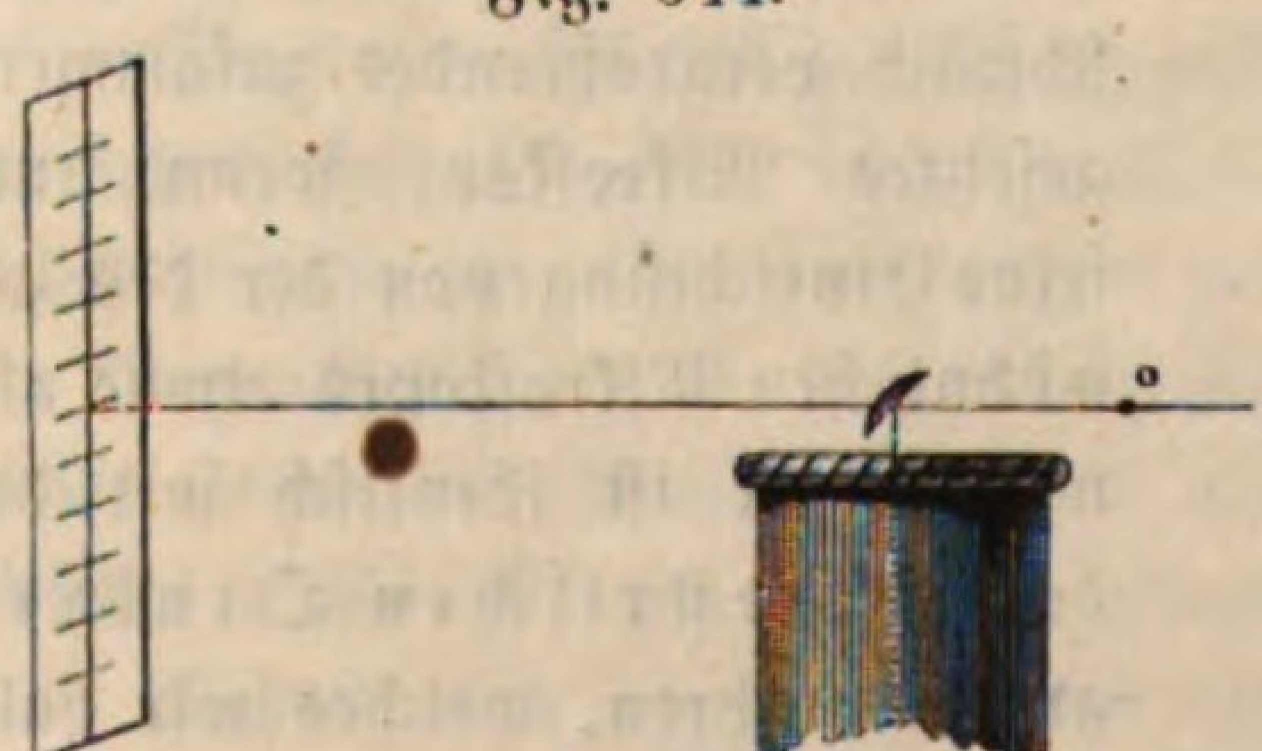
Die auf der Ocularröhre stehenden Zahlen geben an, welche Vergrößerung man erhält, wenn man die Ocularröhre bis zu dieser Stelle auszieht.

246 Prüfung des Mikroskops und Messung seiner Vergrößerung.

Wenn die Brennweiten der einzelnen Linsen, aus denen ein Mikroskop zusammengesetzt ist, bekannt sind, so kann man allerdings nach den oben entwickelten Grundsätzen die Vergrößerung berechnen, welche es hervorbringt; da jedoch die Brennweiten der Linsen selbst erst durch den Versuch ermittelt werden müssen, so ist es einfacher und sicherer, die Vergrößerung des Mikroskops selbst zu messen, was gewöhnlich nach folgender, von Jacquin angegebener Methode geschieht.

Als Object wird ein Glasmikrometer, d. h. ein sehr feiner, auf Glas getheilter Maßstab angewendet, bei welchem die einzelnen Theilstriche etwa um $^1/_{100}$ Millimeter von einander abstehen; das Bild dieser Theilung wird aber nicht direct, sondern mittelst eines über dem Ocular befindlichen Sömmering'schen Spiegels betrachtet, wie Fig. 644 andeutet, so daß man dasselbe auf einen in der Weite des deutlichen Sehens parallel mit der Axe des Mikroskops aufgestellten Maßstab projicirt erblickt. Bei gehöriger Regulirung sieht man das Bild des Mikrometers auf dem Maßstabe, und es ist dann leicht zu ermitteln, wie viele Abtheilungen des Mikrometers einer bestimmten Zahl von Abtheilungen des Maßstabes entsprechen.

Fig. 644.



Es versteht sich von selbst, daß man zu dem erwähnten Zwecke statt des Sömmering'schen Spiegels auch eine camera lucida, oder noch besser die oben S. 560 beschriebene Robert'sche Vorrichtung anwenden kann.

Dieselbe Methode kann man auch anwenden, um die Vergrößerung einer einfachen Loupe zu bestimmen.

Die Leistungen eines Mikroskops sind jedoch keineswegs durch die Vergrößerung desselben allein bedingt, sondern sie hängen davon ab, wie weit man durch das Instrument die Einzelnheiten kleiner Gegenstände zu erkennen im Stande ist; man verwendet deshalb zur Prüfung der Mikroskope organische Körper, welche in ihrer Structur ein feines Detail erkennen lassen.

Unter den verschiedenen, zu diesem Zwecke vorgeschlagenen Probeobjecten sind die Schuppen von den Flügeln des Weibchens von Hipparchia Janira

(ein unter den deutschen Namen »gelbes Sandauge« oder »Riedgrasfalter« bekannter, ziemlich häufiger Tagschmetterling) vorzugsweise zu empfehlen. Ein gutes Mikroskop soll bereits bei einer 44maligen Vergrößerung deutlich Längsstreifen auf denselben zeigen; bei 300maliger Vergrößerung müssen aber zwischen den Längsstreifen sehr nahe aneinander liegende Querstreifen erscheinen.

Man hat gegen diese Probeobjecte geltend gemacht, daß selbst die verschiedenen Schuppen desselben Flügels nicht ganz gleiche Größe und Beschaffenheit haben. Um diesem Uebelstande zu entgehen, wendete Robert sehr fein getheilte Glasmikrometer als Probeobjecte an. Seine Probeplatte enthält 10 Gruppen von Parallellinien. Bei der ersten Gruppe beträgt die Entfernung je zweier Linien $^1/_{1000}$, bei der letzten Gruppe beträgt sie $^1/_{4000}$ pariser Linie. Je mehr nun die Leistung des Mikroskops zunimmt, desto mehr dieser Gruppen wird man in einzelnen Linien aufgelöst sehen. Die Linien der ersten Gruppe sollen bereits bei einer 70maligen Vergrößerung deutlich sichtbar sein, während man sie bei einer 300maligen Vergrößerung noch bis zur 6ten und 7ten Gruppe getrennt erkennen soll.

Die auf diese Weise getheilten Mikrometer zeigen jedoch, wie leicht begreiflich ist, unter sich ebenfalls Verschiedenheiten in der Schärfe und Sichtbarkeit der Linien.

Mit wachsender Vergrößerung nimmt die Lichtstärke und Schärfe der mikroskopischen Bilder ab; über eine gewisse Gränze hinaus wird also eine gesteigerte Vergrößerung keinen Vortheil mehr bringen, sondern sogar noch weniger Detail erkennen lassen, als eine schwächere Vergrößerung. Nach Mohl's Angaben liegt diese Gränze bei den besten der jetzigen Mikroskope ungefähr bei einer 300- bis 400maligen Vergrößerung.

Da das Mikroskop für den Botaniker, den Zoologen, den Physiologen u. s. w. ein Instrument von der höchsten Wichtigkeit ist, so sind über dasselbe in neuerer Zeit mehrere eigene Werke erschienen, unter den vor allen Mohl's Mikrographie (Tübingen 1846) hervorgehoben werden muß.

Das holländische Fernrohr. Während das Mikroskop den Zweck hat, Körper zur Anschauung zu bringen, welche wegen ihrer Kleinheit mit bloßem Auge nicht in ihren Einzelnheiten gehörig deutlich gesehen werden können, ist es die Aufgabe des Fernrohres, solche Gegenstände zu zeigen, deren Detail wegen ihrer großen Entfernung dem bloßen Auge verschwindet. 247

Auch die Fernröhre sind aus einem Objectiv und einem Ocular zusammengesetzt; das Objectiv des Fernrohres ist aber eine Linse von größerer Brennweite, welche achromatisch sein muß, wenn die Bilder rein und scharf sein sollen.

Die verschiedenen Arten der Fernröhre unterscheiden sich durch die verschiedene Einrichtung des Oculars. Bei dem holländischen Fernrohre besteht das Ocular aus einer einfachen Zerstreuungslinse; das Ocular des astronomischen Fernrohrs hat eine oder zwei Sammellinsen; das Ocular des Erdfernrohrs endlich hat deren drei oder vier.

Die Einrichtung des holländischen oder Galiläi'schen Fernrohres ist in Fig. 645 dargestellt. *VW* ist das Objectiv, welches in *ab* ein verkehrtes

Fig. 645.

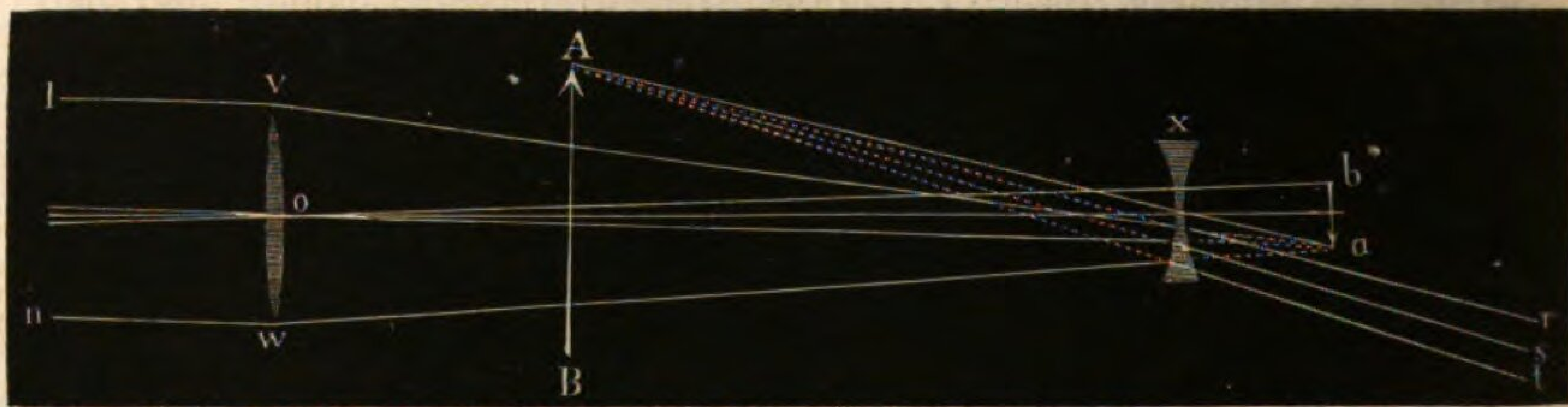
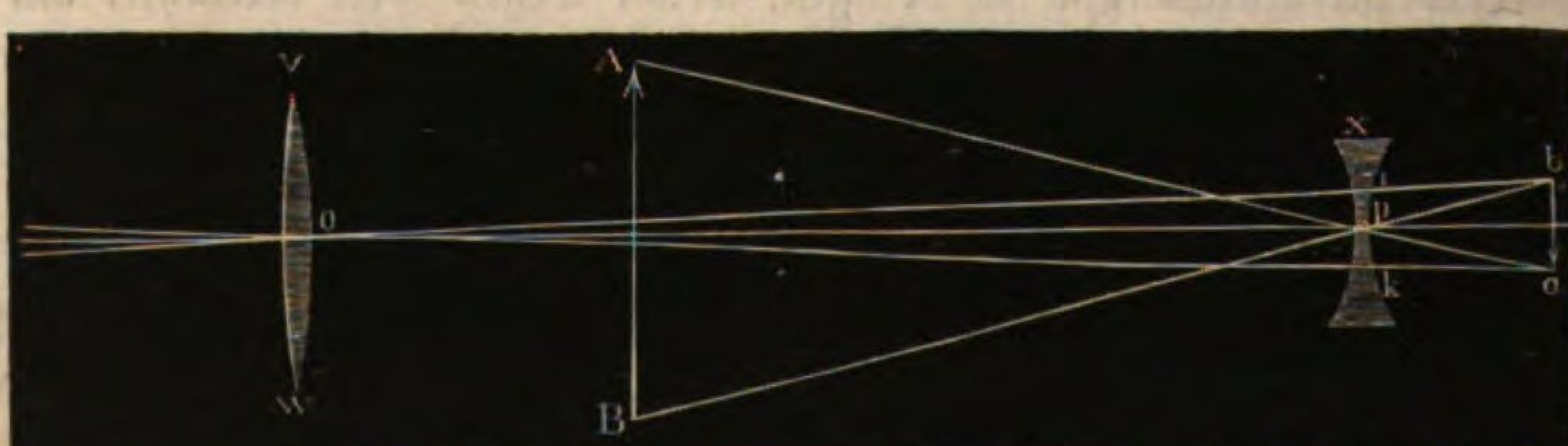


Bild entwerfen würde, wenn die Strahlen nicht schon vorher durch das Hohlglas *X* aufgefangen würden. Nun aber wird das Ocular so gestellt, daß die Entfernung des Bildes *ab* von demselben etwas größer ist als die Zerstreuungsweite des Hohlglases; folglich werden alle nach einem Punkte des Bildes *ab* convergirenden Strahlen durch das Hohlglas so gebrochen, daß sie nach ihrem Durchgange durch dasselbe so divergiren, als ob sie von einem Punkte vor dem Glase herkämen. (S. Seite 476.)

In unserer Figur kann man den Lauf des Strahlenbündels verfolgen, welches, von dem obersten Punkte des entfernten Gegenstandes ausgehend, durch das Objectiv *VW* nach *a* hin convergirend gemacht wird. Die Gränzstrahlen dieses Bündels sind *lVa* und *nWa*; nach dem Austritt aus dem Ocular divergiren sie so, als ob sie von *A* ausgegangen wären, so daß *Ar* und *At* die Richtungen der Gränzstrahlen des austretenden Bündels sind.

Die durch dies Fernrohr hervorgebrachte Vergrößerung ist leicht zu berechnen, wenn man die Brennweite des Objectivs und die Zerstreuungsweite des Oculars kennt. Der Winkel, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheinen würde, ist gleich dem Winkel, unter welchem das Bild *ab* von dem Mittelpunkte des Objectivs aus gesehen erscheint, also gleich dem Winkel *boa*, Fig. 646; denken wir uns nun das Auge in den Mittelpunkt *p* des Oculars

Fig. 646.



versetzt, so erscheint, durch das Fernrohr gesehen, der Gegenstand unter dem Winkel *ApB*, welcher dem Winkel *bpa* gleich ist; um zu bestimmen, wie vielmal das Fernrohr vergrößert, haben wir also nur zu ermitteln, wie vielmal der Winkel *bpa* größer ist als der Winkel *boa*.

Die Entfernung des Bildes *ab* vom Objectiv ist gleich der Brennweite *f*

desselben, wenn der Gegenstand sehr weit entfernt ist; die Entfernung des Bildes *ab* vom Ocular ist aber nur unmerklich größer als die Zerstreuungsweite f' dieses Glases, und wir können also ohne merklichen Fehler die Entfernung des Bildes *ab* von *p* gleich f' setzen. Nun aber verhalten sich die Winkel *bpa* und *boa* sehr nahe umgekehrt wie diese Entfernungen, also

$$boa : bpa = f' : f,$$

oder

$$\frac{bpa}{boa} = \frac{f}{f'}.$$

Setzen wir den Winkel *boa*, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheint, $= 1$, so ist der Winkel, unter welchem er in dem Fernrohre gesehen wird,

$$bpa = \frac{f}{f'},$$

d. h. man findet die Vergrößerung, wenn man die Brennweite des Objectivs durch die Zerstreuungsweite des Oculars dividirt; die Vergrößerung ist also um so größer, je größer die Brennweite des Objectivs und je kleiner die Zerstreuungsweite des Oculars ist.

Die Entfernung der beiden Gläser ist offenbar sehr nahe gleich $f - f'$; wenn man also verschiedene Oculare mit demselben Objective verbindet, so wird die Entfernung der beiden Gläser um so größer sein müssen, je kürzer die Zerstreuungsweite des Oculars, je stärker also die Vergrößerung ist.

Je näher der zu betrachtende Gegenstand rückt, desto weiter rückt *ab* vom Objectiv weg, desto weiter muß man also das Fernrohr ausziehen.

Außer den gewöhnlichen Theaterperspectiven gehören auch die sogenannten Feldstecher, welche namentlich von Plößl ausgezeichnet gemacht werden, in die Classe der holländischen Fernröhre. Die Feldstecher sind mit mehreren (gewöhnlich drei) auf einer kleinen Drehscheibe befindlichen, verschiedenen starken Hohlgläsern versehen, so daß man nach Belieben das eine oder das andere vor die Ocularöffnung bringen und so leicht die Stärke der Vergrößerung wechseln kann. Für stärkere Vergrößerungen muß das Fernrohr natürlich weiter ausgezogen sein; ebenso muß man bei Betrachtung näherer Gegenstände das Rohr weiter ausziehen, als wenn man fernere Gegenstände betrachtet.

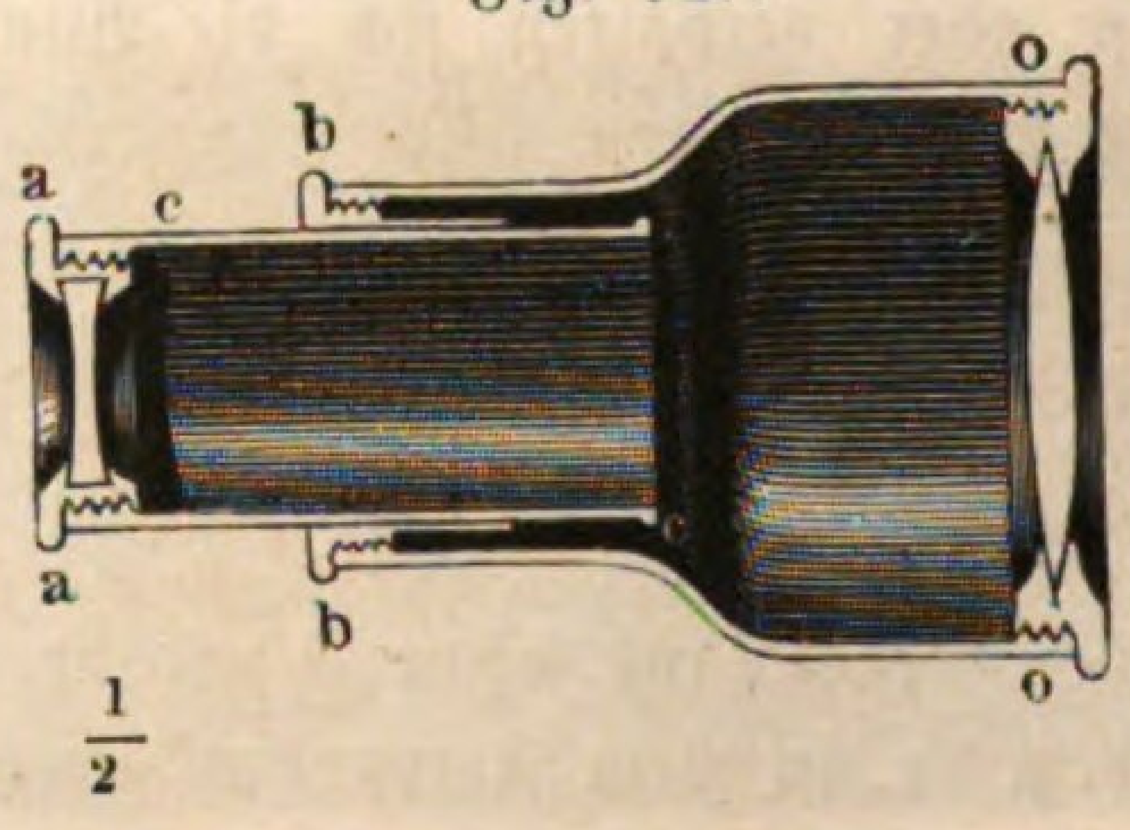
Da die aus dem Ocular des holländischen Fernrohres austretenden Strahlen divergiren, so ist klar, daß nur von demjenigen Theile des Objectivs, welcher sich unmittelbar vor der Pupille befindet, Strahlen ins Auge gelangen können. Aus diesem Grunde ist das Gesichtsfeld des holländischen Fernrohres sehr klein, es wird durch die Mantelfläche des Kegels begränzt, dessen Basis die Pupille und dessen Spitze der Mittelpunkt des Objectivs ist.

Wegen des kleinen Gesichtsfeldes können die Galiläi'schen Fernröhre auch nur eine geringe, höchstens 20- bis 30malige Vergrößerung vertragen. Die Theaterperspective vergrößern 2-, höchstens 3mal.

Fig. 647 erläutert die gewöhnlichste Form der holländischen Fernröhre,

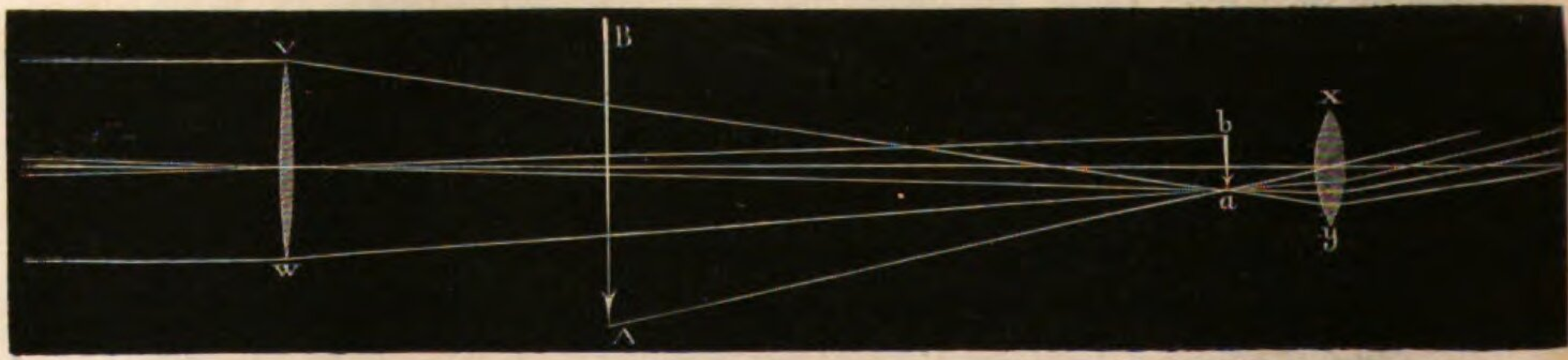
nämlich das Theaterperspectiv. An einer vorn weiten, hinten engeren Röhre ist bei *oo* die Objectivlinse eingeschraubt. Bei *bb* ist eine Hülse eingeschraubt, in welcher das Rohr *cc* steckt, und in dieses Rohr ist endlich bei *aa* die Ocularlinse eingeschraubt. Die Röhre *c* kann sammt dem Ocular nach Belieben aus- und eingeschoben werden, bis man ein scharfes Bild der zu betrachtenden Gegenstände sieht. Je mehr man sich dem Gegenstande nähert, desto mehr muß die Ocularröhre ausgezogen werden.

Fig. 647.



248 **Das astronomische Fernrohr.** Bei dem astronomischen Fernrohre kommt das Bild des Oculars wirklich zu Stande, und es wird durch eine einfache oder zusammengesetzte Loupe betrachtet, wie man es Fig. 648 sieht;

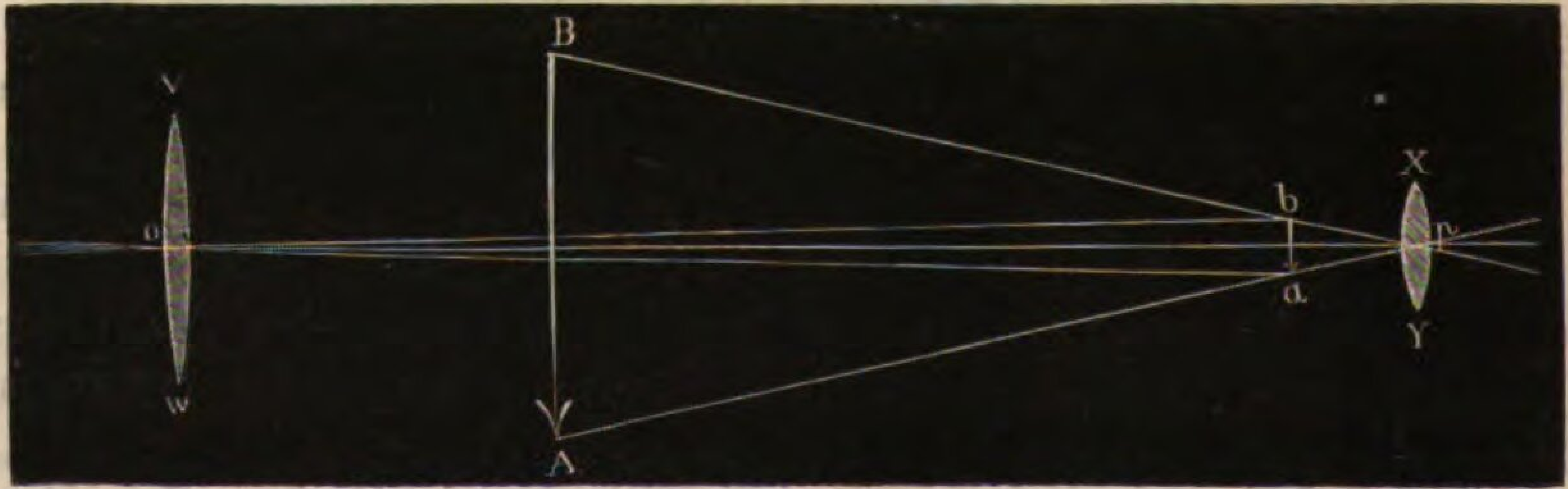
Fig. 648.



ab ist das durch das Objectiv *VW* entworfene verkehrte Bild eines Gegenstandes, welches, durch die Loupe *xy* betrachtet, in *AB* vergrößert erscheint. Unsere Figur zeigt den Lauf des von der Spitze des Gegenstandes ausgehenden Strahlenbündels, welches durch das Instrument hindurch geht.

Die Vergrößerung eines solchen Fernrohres ist leicht zu berechnen, wenn man die Brennweite des Objectivs und des Oculars kennt; denn der Sehwinkel, unter welchem der Gegenstand dem bloßen Auge erscheint, ist gleich dem Winkel, unter welchem das Bild *ab*, Fig. 649, von der Mitte *o* des Objectivs

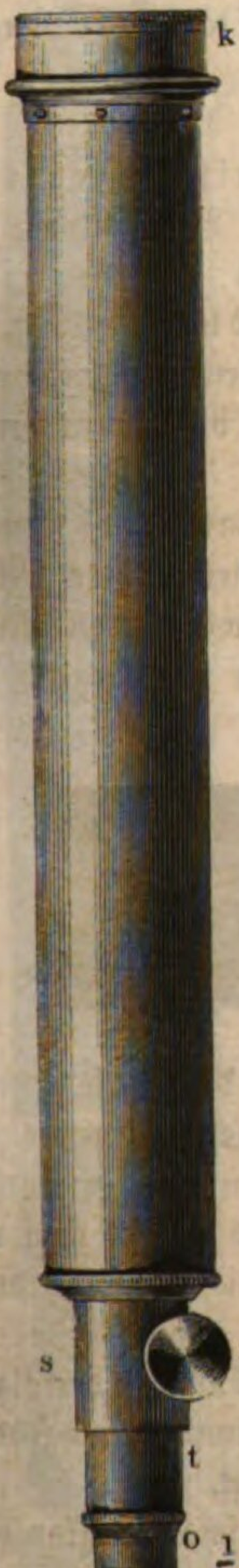
Fig. 649.



gesehen wird; durch das Fernrohr erscheint er aber unter demselben Winkel wie das Bild *ab* von der Mitte *p* des Oculars *xy* aus betrachtet; der eine dieser Winkel verhält sich aber zum anderen umgekehrt wie die Entfernung des Bildes *ab* vom Objectiv zu der Entfernung desselben vom Ocular; nun aber steht das Bild vom Objectiv um die Brennweite f desselben, vom Ocular aber um die Entfernung f' ab, wenn wir mit f' die Brennweite des Oculars bezeichnen; die durch das Fernrohr hervorgebrachte Vergrößerung ist also $\frac{f}{f'}$.

Die Länge des Fernrohres ist $f + f'$, d. h. sie ist gleich der Summe der Brennweiten der beiden Gläser.

Fig. 650.



$\frac{1}{6} - \frac{1}{4}$

Beim astronomischen Fernrohre wird in gleicher Weise, wie beim Mikroskop, nicht eine einfache Convexlinse, sondern ein System von zwei Linsen als Ocular angewendet. Das gebräuchlichste Ocular des astronomischen Fernrohres ist das Campani'sche, dessen Einrichtung bereits auf S. 572 beschrieben wurde.

Fig. 650 stellt die äußere Einrichtung des astronomischen Fernrohres dar. An die Röhre, an welcher vorn das Objectiv *k* angeschraubt ist, setzt sich auf der anderen Seite eine engere Röhre *s* an, in welcher sich mittelst des Triebes *r* die Röhre *t* aus- und einschieben läßt. An die Röhre *t* ist das Ocular *o* angeschraubt.

In der Regel sind jedem derartigen Fernrohre mehrere Oculare beigegeben, welche verschieden starke Vergrößerungen geben und welche man nach Belieben wechseln kann.

Zum Behuf genauer Beobachtungen und Messungen muß das Instrument mit einem Fadenkreuze versehen sein. Beim Campani'schen Ocular kann dieses nur zwischen dem Collectivglas und dem Augenglas und zwar an der Stelle des Bildes *rs*, Fig. 639 S. 572 angebracht werden; bei Anwendung von Campani'schen Ocularen ist also kein Wechsel der Vergrößerung möglich, ohne daß gleichzeitig das Fadenkreuz entfernt und durch ein anderes ersetzt wird. Daß dabei die Unveränderlichkeit der Visirlinie nicht gewahrt werden kann, ist klar, und man hat deshalb bei Meßinstrumenten das Campani'sche Ocular mit dem Ramsden'schen vertauscht, welches im Wesentlichen eine aus zwei Linsen zusammengesetzte Loupe ist.

Kellner hat das Ramsden'sche Ocular dadurch verbessert, daß er die zweite Linse desselben, also die, welche dem Auge zunächst steht, aus einer convexen

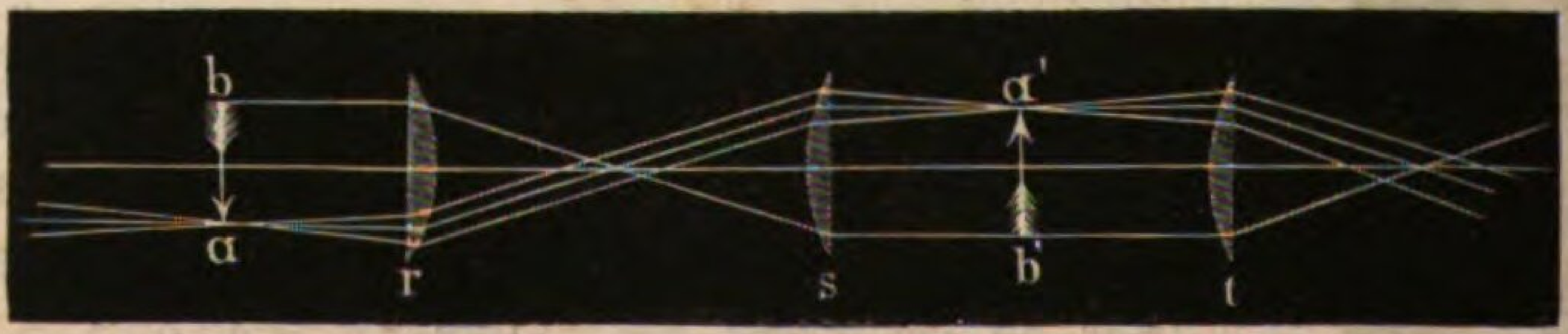
Crownglas- und einer concaven Flintglaslinse zusammensetzte, deren letztere so berechnet ist, daß sie die Fehler der Farbenzerstreuung der beiden Crownglaslinsen des Oculars corrigirt.

Das Gesichtsfeld des astronomischen Fernrohres wird dann ein möglichst großes sein, wenn man das Auge an die Stelle der Axe bringt, wo dieselbe von den Strahlenbündeln geschnitten wird, welche den Rand der Ocularlinse passiren. Das Gesichtsfeld ist durch den Mantel des Kegels begränzt, dessen Spitze die Mitte des Objectivs und dessen Basis die Ocularlinse oder bei zusammengesetzten Ocularen die dem Objectiv zunächst stehende Linse des Oculars (also beim Campani'schen Ocular das Collectivglas) ist. Es geht daraus hervor, daß das Gesichtsfeld des astronomischen Fernrohrs bedeutend größer ist als das des holländischen, daß es aber gleichfalls mit der Stärke der Vergrößerung abnimmt.

249 **Das terrestrische Fernrohr.** Das astronomische Fernrohr zeigt uns ein verkehrtes Bild der Gegenstände. Bei Beobachtung von Gestirnen hat dieser Umstand nicht den mindesten Nachtheil, während er bei Betrachtung irdischer Objecte störend ist. Bei Erdfernröhren, d. h. bei solchen, welche zur Beobachtung von irdischen Gegenständen dienen sollen, bringt man deshalb ein Ocular in Anwendung, welches das vom Objectiv entworfene verkehrte Bild wieder umkehrt.

Die Ocularröhre des terrestrischen Fernrohrs oder das terrestrische Ocular ist im Wesentlichen nichts Anderes als ein zusammengesetztes Mikroskop, dessen Objectiv jedoch weit schwächer ist als bei den gewöhnlichen Mikroskopen. Fig. 651 stellt die Einrichtung dar, welche Rheita ursprünglich dem

Fig. 651.



terrestrischen Ocular gab. Es besteht aus drei Linsen, von denen die erste, *r*, gewissermaßen das Objectiv, *s* das Collectivglas und *t* das Augenglas des Mikroskops ist, durch welches man das vom Objectiv des Fernrohrs entworfene verkehrte Bild *ab* betrachtet. Durch die beiden Linsen *r* und *s* wird vom verkehrten Bilde *ab* ein aufrechtes Bild in *a'b'* entworfen und dieses endlich durch das Augenglas *t* betrachtet.

In unserer Figur kann man den Verlauf des Strahlenbündels verfolgen, welches, von dem obersten Punkte des betrachteten Gegenstandes ausgehend, nach dem Durchgange durch das Instrument ins Auge gelangt.

Später hat man statt des vorderen Glases im Rheita'schen Ocular zwei Linsen substituirt, und so entstand die jetzt gebäuchliche Form des terrestrischen Oculars, welche in Fig. 652 schematisch dargestellt ist. Das vom Objectiv

des Fernrohres entworfene Bild *ab* steht innerhalb der Brennweite der ersten Linse *r*, so daß die von einem Punkte des Bildes *ab* ausgehenden Strahlen

Fig. 652.

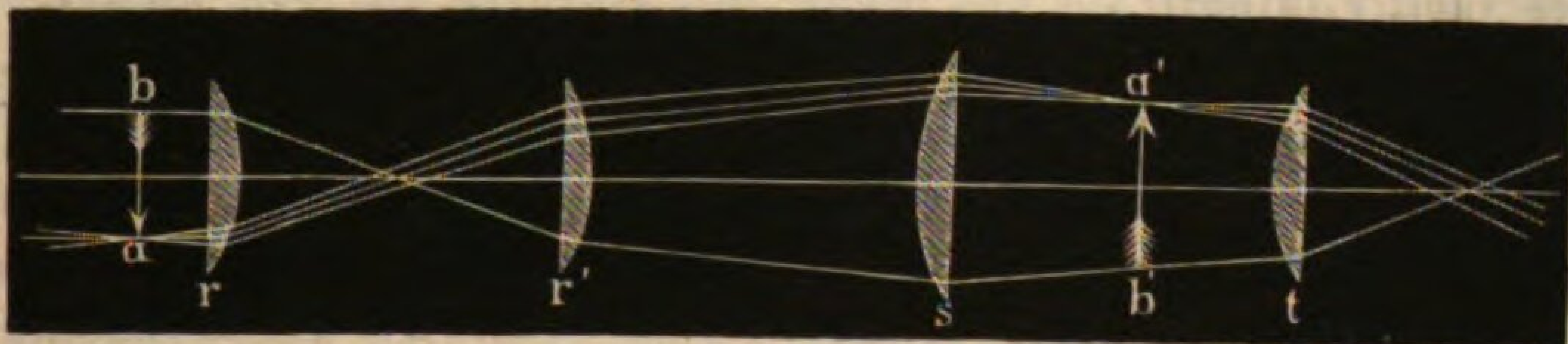
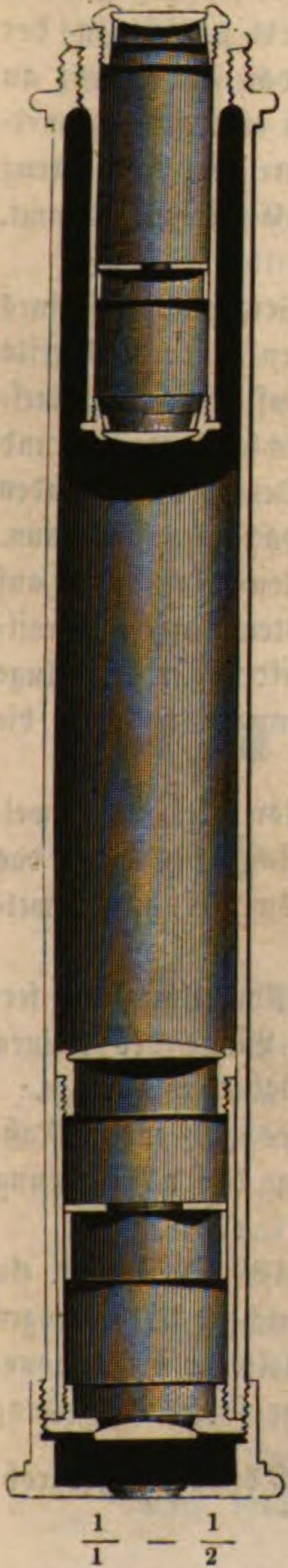


Fig. 653.

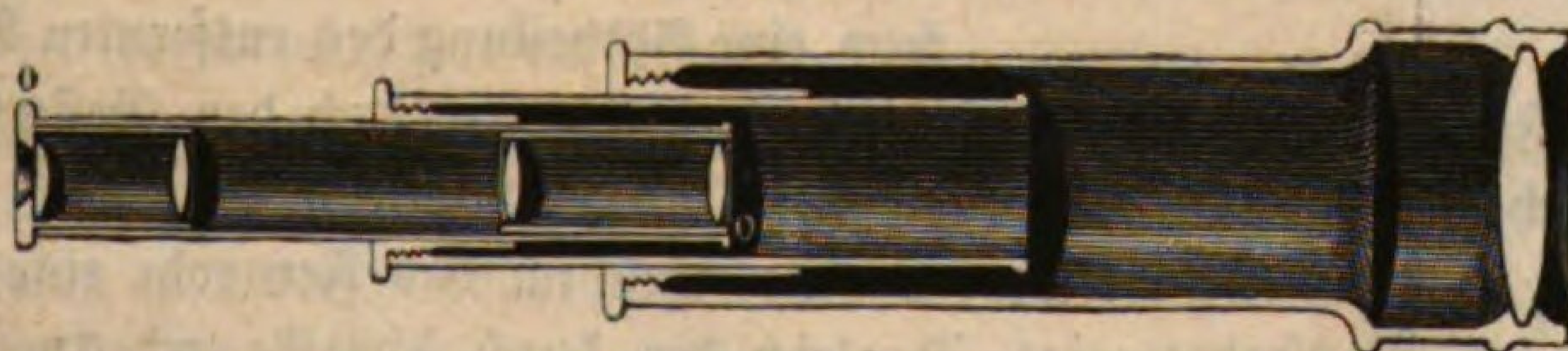


nach ihrem Durchgange durch *r* divergiren. Diese Strahlenbündel schneiden nun die Axe und treffen alsdann erst auf die zweite Linse *r'*, die sie parallel oder schwachconvergirend macht, bis sie endlich durch die dritte Linse *s* wieder zu einem aufrechten Bilde *a'b'* gesammelt werden.

Sowohl da, wo die Strahlenbündel zwischen *r* und *r'* die Axe schneiden, als auch an der Stelle des Bildes *a'b'* ist eine Blendung angebracht.

Fig. 653 zeigt die vollständige Einrichtung des terrestrischen Oculars sammt der Fassung. Bei größeren Standfernröhren sind gewöhnlich außer einigen astronomischen Ocularen auch ein oder zwei terrestrische beigegeben, welche wie die astronomischen angeschraubt werden. Die gewöhnlichen Zugfernrohre sind dagegen, um sie transportabeler zu machen, aus mehreren in einander schiebbaren Röhren zusammengesetzt, wie dies Fig. 654 erläutert.

Fig. 654.



Geschichtliche Notizen über die Erfindung des Fernrohrs. 250
Die erste Erfindung des Fernrohrs ist einem Zufalle zu verdanken. Die Kinder eines Brillenmachers in Middelburg spielten mit optischen Gläsern und brachten zufällig zwei in eine Röhre, in welcher der Vater die Gläser aufzubewahren pflegte, so zusammen, daß sie dadurch den Hahn auf dem Kirchthurme vergrößert erblickten; voller Verwunderung zeigten sie es auch ihrem Vater, welcher den Zufall zu benutzen wußte. Galiläi erhielt

Nachricht von der in den Niederlanden gemachten Entdeckung, errieth die Combination der Gläser und construirte so das in §. 247 besprochene Fernrohr, welches auch das Galiläi'sche genannt wird und mit welchem er die Trabanten des Jupiter entdeckte.

Der Erfinder des astronomischen Fernrohrs ist Kepler; wenn er es auch nicht selbst ausführte, so hat er doch die Construction desselben in seiner »Dioptrik« bekannt gemacht. Fatana hat, ohne Kepler's Dioptrik zu kennen, ein aus Sammellinsen gebildetes Fernrohr zuerst im Jahre 1625 construirt.

Gewöhnlich werden Picard und Huyghens als die Erfinder des Fadenkreuzes angegeben; doch soll, nach Herschel, diese Ehre einem englischen Astronomen Gascoigne zukommen, welcher zu Cromwell's Zeit in der Schlacht von Marston Moor einen frühen Tod fand. Da das Fadenkreuz an der Stelle ausgespannt ist, an welcher das durch das Objectiv erzeugte Sammelbild ist, so ist klar, daß man in dem Galiläi'schen Fernrohre kein Fadenkreuz anbringen kann, weil ja hier dieses Sammelbild gar nicht zur Entstehung kommt.

251 **Die Leistungen des Fernrohres.** Um die Vergrößerung eines Fernrohres zu messen, kann man dieselbe Methode anwenden, die wir bereits beim Mikroskop kennen lernten; man richtet das Fernrohr auf einen in gemessener Entfernung aufgestellten Maßstab (am besten aus abwechselnd weißen und schwarzen Abtheilungen bestehend) und fängt die aus dem Ocular austretenden Strahlen mittelst eines Sömmering'schen Spiegels auf; das Auge sieht nun, in die gehörige Stellung gebracht, das Bild des entfernten Maßstabes auf einen kleinen in der Weite des deutlichen Sehens angebrachten Maßstab projicirt, wie Fig. 655 andeutet. Aus der Beobachtung der beiden für das Auge übereinander fallenden Maßstäbe kann man leicht die Vergrößerung berechnen.

Fig. 655.



Man hat nämlich nur den Gesichtswinkel, unter welchem eine Abtheilung des entfernten Maßstabes durch das Fernrohr betrachtet erscheint, zu dividiren durch den Gesichtswinkel, unter welchem sie das unbewaffnete Auge wahrnimmt.

Der Gesichtswinkel, unter welchem das Fernrohr eine Abtheilung des fernen Maßstabes zeigt, ist gleich der durch dieselbe gedeckten Länge des kleinen Maßstabes, dividirt durch die Entfernung des kleinen Maßstabes vom Auge.

Der Gesichtswinkel, unter welchen eine Abtheilung des entfernten Maßstabes ohne Fernrohr erscheint, ist gleich der wirklichen Länge dieser Abtheilung dividirt durch ihre Entfernung vom Auge.

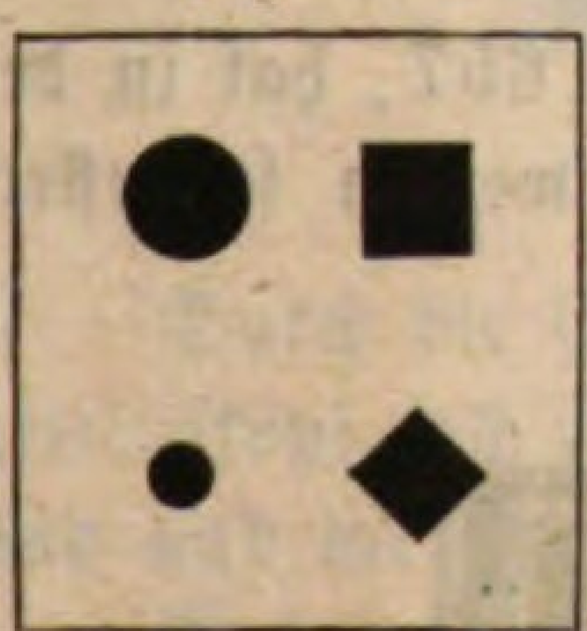
Es sei z. B. in einer Entfernung von 48 Metern (480 Decimeter) ein Maßstab aufgestellt, dessen einzelne schwarz und weiß angestrichene Abtheilungen 0,5 Decimeter lang sind, so ist der Gesichtswinkel (oder vielmehr die trigonometrische Tangente des Gesichtswinkels), unter welchem eine solche Abtheilung dem bloßen Auge erscheint, $\frac{0,5}{480}$. — Nehmen wir nur an, daß durch ein Fernrohr

gesehen eine dieser Abtheilungen so groß erscheine, daß ihr Bild im Sömmering'schen Spiegel auf einem kleinen 2 Decimeter vom Auge entfernten Maßstäbchen eine Länge von 6 Millimetern (0,06 Decimeter) deckt, so ist der Gesichtswinkel, unter welchem uns das Fernrohr eine Abtheilung des entfernten Maßstabes zeigt, $\frac{0,06}{2}$, und demnach ist der gesuchte Werth der Vergrößerung $\frac{0,06}{2} : \frac{0,5}{480} = 28,8$.

Bei schwachen Vergrößerungen und wenn es nicht auf große Genauigkeit ankommt, kann man folgendes Verfahren anwenden: Man stelle in einiger Entfernung vom Fernrohre einen getheilten Stab, etwa eine Latte, wie man sie zum Feldmessen gebraucht, auf, und betrachte diesen Gegenstand gleichzeitig mit dem einen Auge direct, mit dem anderen durch das Fernrohr; man sieht auf diese Weise, wie viele Abtheilungen des mit bloßem Auge gesehenen Maßstabes auf eine durch das Fernrohr vergrößerte Abtheilung fallen, und erhält so unmittelbar den Werth der Vergrößerung. — Man kann zu dem eben angegebenen Verfahren auch die Ziegelreihen eines Daches oder einen ähnlichen Gegenstand anwenden.

Die Güte eines Fernrohrs ist aber nicht allein durch die Stärke der Vergrößerung, sondern auch durch die Schärfe und Klarheit der Bilder bedingt; man muß sich also auch hier nach ähnlichen Prüfungsmethoden umsehen, wie beim Mikroskop. Ein treffliches Probeobject für größere Fernröhre sind die Doppelsterne, welche durch dieselben als getrennte Sterne erkannt werden müssen. Weil man aber bei dieser Prüfungsmethode so sehr von der Reinheit der Atmosphäre abhängig ist, so zog Fraunhofer vor, eine weiße Tafel mit schwarzen runden und eckigen Figuren, wie eine solche Fig. 656 ungefähr in $^1/_{10}$ der wahren Größe dargestellt ist, als Probeobject anzuwenden. Wird diese Tafel in einer Entfernung von 80 bis 100 Schritten aufgestellt, so müssen die Figuren, durch das Fernrohr betrachtet, scharf begränzt, vollkommen schwarz, unverzerrt und ohne farbige Ränder erscheinen, wenn das Fernrohr fehlerfrei sein soll.

Fig. 656.



Ein dem Robert'schen Mikrometer entsprechendes Probeobject ist eine weiße Tafel, auf welcher mehrere Gruppen schwarzer Linien von verschiedener Dicke und verschiedener Entfernung gezogen sind, die erste Gruppe etwa aus Linien von 5^{mm} Dicke und 5^{mm} Abstand, die letzte aus Linien von $^1/_2{}^{mm}$ Dicke und $^1/_2{}^{mm}$ Abstand bestehend. Je mehr dieser Gruppen ein Fernrohr bei gegebener Entfernung in einzelne Linien aufzulösen vermag, desto mehr leistet es.

Auch das Lesen eines entfernt aufgestellten Buches von gewöhnlicher Druckschrift ist ein treffliches Prüfungs- und Vergleichungsmittel für Fernröhre.

Bei demselben Fernrohr, also bei unverändertem Objectiv wird das Bild um so lichtschwächer, je stärker die Vergrößerung ist, welche das Ocular bewirkt; stark vergrößernde Oculare kann man deshalb auch nur bei Objectiven von großem Durchmesser in Anwendung bringen.

Auch beim Fernrohre gelangt man in Betreff der Vergrößerung bald zu

einer Gränze, deren Ueberschreitung mehr Nachtheil als Vortheil bringt; namentlich macht der Zustand unserer Atmosphäre die Anwendung starker Vergrößerungen nutzlos. Nur in sehr seltenen Fällen ist in unseren Gegenden die Luft so rein und ruhig, daß man eine 900malige Vergrößerung gebrauchen kann.

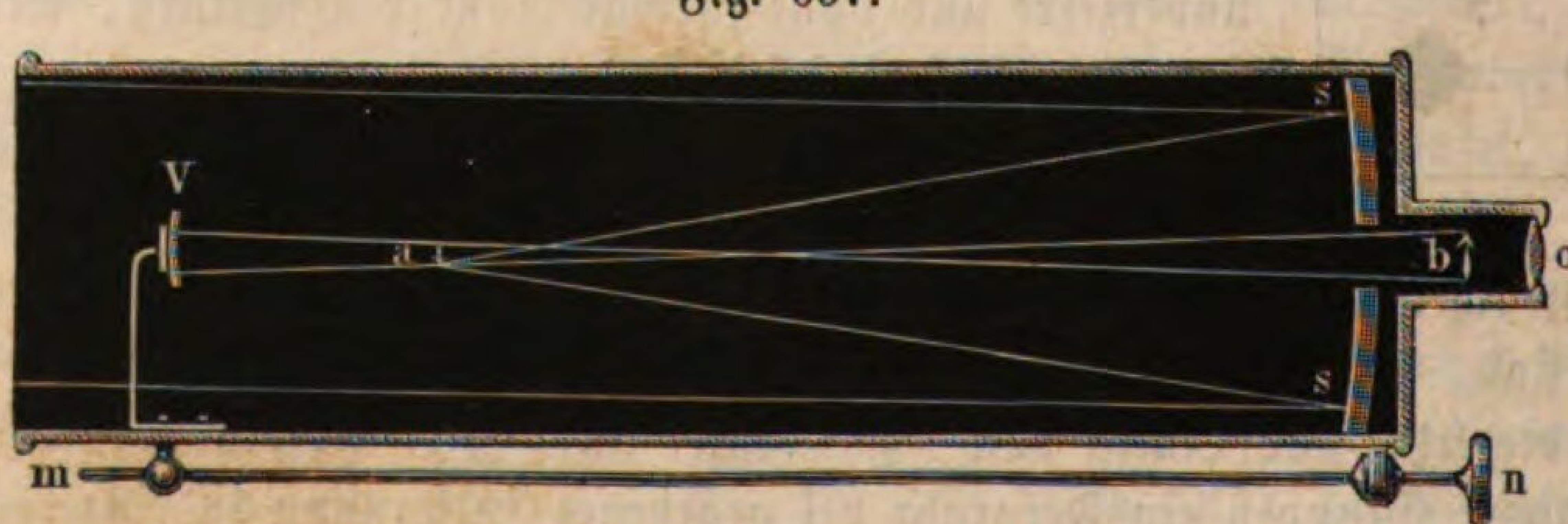
Das Sichtbarwerden kleiner entfernter Gegenstände, namentlich kleiner Sterne durch das Fernrohr, ist nicht sowohl eine Folge der durch das Instrument hervorgebrachten Vergrößerung, als vielmehr des Umstandes, daß bei großer Oeffnung des Objectivs eine bedeutend größere Menge der von dem Gegenstande ausgehenden Strahlen ins Auge gelangt, als ohne das Fernrohr durch die Pupillenöffnung eingedrungen sein würde. Die raumdurchdringende Kraft der Fernrohre, vermöge welcher man gewissermaßen weiter in die Himmelsräume vordringen kann und Sterne erblickt, welche mit bloßem Auge nicht erkennbar sind, ist vorzugsweise durch die Größe der Objectivöffnung bedingt. Selbst durch die stärkste Vergrößerung erscheinen uns ja die Fixsterne immer nur als leuchtende Punkte ohne meßbaren Durchmesser.

252 **Spiegelteleskope.** So lange man nicht im Stande war, achromatische Objective herzustellen, blieben die Leistungen der Fernrohre weit hinter den Wünschen der Astronomen zurück. Man suchte deshalb das Objectivglas durch einen metallenen Hohlspiegel zu ersetzen, und so entstanden die Spiegelteleskope.

Die verschiedenen Spiegelteleskope unterscheiden sich nur durch die Art und Weise, wie das vom Hohlspiegel erzeugte Sammelbild des entfernten Gegenstandes durch das Ocular beobachtet wird.

Der Hohlspiegel *ss* des Gregory'schen Teleskops, Fig. 657, hat in der Mitte eine kreisförmige Oeffnung; die einfallenden Strahlen werden so reflec-

Fig. 657.



tirt, daß in *a* ein reelles verkehrtes Bild des fernen Gegenstandes entsteht; dieses Bild nun befindet sich nahe dem Brennpunkte des kleinen Hohlspiegels *V*, durch welchen vor dem Ocular ein aufrechtes Bild *b* des verkehrten Bildes *a* entworfen wird. Dieses Bild *b* wird nun endlich durch die Ocularlinse *o* betrachtet.

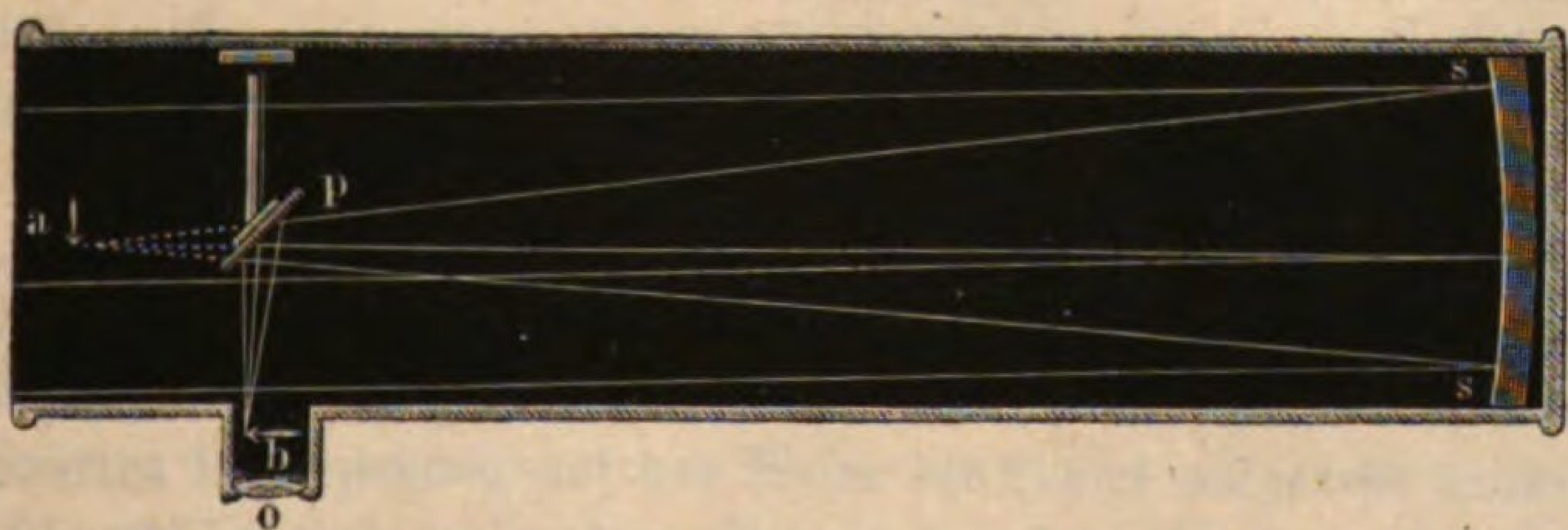
Je nachdem die zu betrachtenden Gegenstände näher oder ferner sind, muß der Spiegel *V* vom Ocular entfernt oder demselben genähert werden. Dies geschieht mit Hülfe der Schraube *mn*.

Cassegrain's Teleskop unterscheidet sich von dem Gregory'schen dadurch, daß der Hohlspiegel *V* durch einen Convexspiegel ersetzt ist, welcher die von dem großen Hohlspiegel kommenden Strahlen auffängt, ehe sie sich zum Bilde vereinigt haben; sie werden also mit verringerter Convergenz so reflectirt, daß vor der Ocularlinse ein verkehrtes Sammelbild entsteht, welches durch diese Linse betrachtet wird.

Bei diesen beiden Arten des Spiegelteleskops schaut der Beobachter in der Richtung in das Instrument, in welcher der zu betrachtende Gegenstand sich befindet; sie leiden aber an dem Nachtheil, daß gerade der Theil des Hohlspiegels fehlt, welcher die reinsten Bilder giebt. Dieser Uebelstand ist bei dem Newton'schen und bei dem Herschel'schen Teleskop vermieden.

Fig. 658 stellt ein Newton'sches Spiegelteleskop dar. Der Hohlspiegel *SS* würde von dem entfernten Gegenstande ein Bild in *a* entwerfen; ehe jedoch die Strahlen hierher gelangen, werden sie von einem Planspiegel *p* der 45° gegen die Axe des Rohres geneigt ist, seitwärts reflectirt, so daß das Bild wirklich in *b* entsteht. Dieses Bild wird nun durch das Ocular betrachtet.

Fig. 658.



Durch die Erfindung der achromatischen Fernrohre sind die kleineren Spiegelteleskope fast ganz verdrängt worden, indem ihre Bilder ziemlich lichtschwach sind und die Spiegel nach und nach ihre Reinheit und Politur verlieren.

Nur bei der Construction ganz großer Instrumente bieten die Hohlspiegel einen Vortheil vor achromatischen Objectiven, weil bei letzteren die Vergrößerung des Durchmessers über gewisse Gränzen unüberwindliche Schwierigkeiten bietet. Die größten achromatischen Objective, welche man bis jetzt zu Stande brachte, haben 14 Zoll Durchmesser, während der Spiegel des großen 40füßigen Teleskops von Herschel, dessen Leistungen noch nicht durch dioptrische Fernrohre übertroffen worden sind, 4 Fuß im Durchmesser hat. Rosse construirte in neuerer Zeit ein 53füßiges Spiegelteleskop, dessen Spiegel über 6 Fuß im Durchmesser hat.

Bei diesen großen Spiegelteleskopen, deren Einrichtung durch Fig. 659 (a. f. S.) erläutert wird, ist kein zweiter Spiegel angebracht. Das durch den Objectivspiegel *SS*, welcher etwas schräg gegen die Axe des Instrumentes steht, erzeugte Bild *a* wird unmittelbar durch das am Eingange des Rohres angebrachte Ocular *o* betrachtet. Bei dieser Beobachtungsweise kommt freilich der Kopf des

Beobachters zwischen das Object und den Spiegel, was aber bei dem großen Durchmesser des letzteren nichts schadet.

Fig. 659.



Herschel nennt diese Instrumente Front view telescops, was man etwa durch Vornschau-Teleskope übersetzen könnte.

Es versteht sich von selbst, daß bei den Spiegelteleskopen eben so wie bei dioptrischen Fernrohren statt der einfachen Ocularlinsen, wie sie die Figuren 657, 658 und 659 zeigen, zusammengesetzte Oculare in Anwendung kommen.

Achtes Capitel.

Interferenz und Beugung des Lichtes.

Hypothesen über das Wesen des Lichtes. Indem wir bisher die 253
allgemeinen Gesetze der Reflexion, der Brechung und der Dispersion des Lichtes besprachen, haben wir uns nur an die Erfahrung gehalten und haben dabei jede theoretische Ansicht über die Natur des Lichtes ganz aus dem Spiele gelassen. Dies läßt sich nun bei den Beugungserscheinungen nicht mehr durchführen, weil es ganz unmöglich ist, die Gesetze derselben übersichtlich zu machen, ohne eine theoretische Ansicht über das Wesen des Lichtes zu Hülfe zu nehmen. Wir wollen zunächst einige Worte über die beiden Hypothesen reden, welche von den Physikern in Beziehung auf das Wesen des Lichtes aufgestellt worden sind. Diese Hypothesen sind unter dem Namen der Emissions- oder Emanationstheorie und der Vibrations- oder Undulationstheorie bekannt.

Die Emissionstheorie nimmt an, daß es eine eigenthümliche Lichtmaterie gebe, und daß ein leuchtender Körper nach allen Seiten hin Theilchen dieser feinen Materie mit so ungeheurer Geschwindigkeit aussende, daß ein solches Lichttheilchen in einer Secunde einen Weg von 42000 deutschen Meilen zurücklegt. Diese Lichtmaterie muß man natürlich als äußerst fein und den Wirkungen der Schwere nicht unterworfen, also imponderabel annehmen. Die Verschiedenheit der Farben rührt von einer Verschiedenheit in der Geschwindigkeit her; die Reflexion ist nach dieser Ansicht dem Abprallen elastischer Körper analog. Um nach dieser Theorie die Brechung zu erklären, müßte man annehmen: 1) daß sich in den durchsichtigen Körpern hinreichend große Zwischenräume befinden, um den Lichttheilchen den Durchgang zu gestatten, und 2) daß die wägbaren Moleküle auf die Lichttheilchen eine anziehende Kraft ausüben, welche, combinirt mit der einmal erlangten Geschwindigkeit der Lichttheilchen, ihre Ablenkung bewirkt.

Die Vibrationstheorie nimmt an, daß sich das Licht durch die Schwingungen der Theilchen eines unwägbaren, äußerst elastischen Stoffes

fortpflanzt, welcher den Namen Aether führt. Nach dieser Theorie ist das Licht etwas dem Schalle Analoges; der Schall wird durch die Schwingungen der wägbaren Materie, das Licht durch die Schwingungen des Aethers fortgepflanzt. Der Aether erfüllt den ganzen Weltraum, da das Licht alle Räume des Himmels durchdringt. Der Aether ist aber nicht bloß in den sonst leeren Räumen verbreitet, welche die Gestirne trennnen, er durchdringt alle Körper und füllt die zwischen den wägbaren Atomen befindlichen Räume aus.

Wenn der Aether in dem ganzen Weltraume in Ruhe wäre, so würde überall vollkommene Finsterniß herrschen; an einer Stelle aber gleichsam erschüttert, pflanzen sich die Lichtwellen nach allen Seiten hin fort, wie sich die Schwingungen einer Saite in einer ruhigen Atmosphäre weithin verbreiten. Das Licht, welches erst durch eine Bewegung entsteht, ist also wohl von dem Aether selbst zu unterscheiden, wie die Vibrationsbewegung, welche den Schall hervorbringt, von den oscillirenden Theilchen der wägbaren Materie unterschieden wird.

Lange Zeit hindurch zählten beide Theorien Anhänger unter den Physikern. Newton hatte die Emanationstheorie aufgestellt, Huyghens ist als Schöpfer der Undulationstheorie zu betrachten, die auch Euler vertheidigte; doch erst in neueren Zeiten haben besonders Young's und Fresnel's Arbeiten der Undulationstheorie einen so entschiedenen Sieg verschafft, daß die Emanationstheorie jetzt allgemein als unhaltbar verlassen ist.

Die wichtigste Stütze für die Vibrationstheorie liefern die sogenannten Interferenzerscheinungen, die wir sogleich näher betrachten werden. Die erste hierher gehörige Thatsache wurde von dem Jesuiten Grimaldi beobachtet und in seiner »Physico-mathesis de lumine, coloribus et iride, Bologna 1665.« beschrieben. Er beobachtete, daß, wenn man durch eine feine Oeffnung einen Sonnenstrahl in ein dunkles Zimmer eindringen läßt und diesem Strahle einen schmalen Körper aussetzt, alsdann der Schatten dieses Körpers breiter ist, als man nach dem geradlinigen Fortgange der Lichtstrahlen erwarten sollte; ebenso fand er, daß, wenn man die durch die feine Oeffnung eindringenden Strahlen auf einer weißen Fläche auffängt, der erleuchtete Raum größer ist, als ihn, bei Voraussetzung geradliniger Fortpflanzung des Lichtes, die geometrische Construction giebt; er beobachtete auch farbige Säume, sowohl im Schatten des schmalen Körpers, als auch am Umfange des erleuchteten Fleckes, und schrieb diese Erscheinungen einer Ablenkung von dem geradlinigen Wege zu, welche die Lichtstrahlen erleiden, wenn sie an den Rändern undurchsichtiger Körper vorübergehen. Diese Ablenkung nannte er Diffraction; später wurde sie auch Beugung und Inflexion genannt.

Diese Versuche sind jedoch für die Vibrationstheorie nicht so direct beweisend wie der folgende: Grimaldi ließ die Sonnenstrahlen durch zwei feine nahe bei einander stehende Oeffnungen in das dunkle Zimmer eintreten und fing sie auf einem Papierblatte in einer solchen Entfernung auf, daß die von den beiden Oeffnungen herrührenden hellen Kreise theilweise über einander fielen. Die durch das Licht beider Oeffnungen erleuchtete Stelle war aller-

dings heller als die Stellen, welche nur von einer Oeffnung Licht empfingen, doch fand er an den Gränzen dieses stärker erleuchteten Raumes dunkle Streifen an solchen Stellen des Schirmes, welche offenbar Licht von beiden Oeffnungen empfingen, und dennoch waren diese Streifen dunkler als diejenigen Stellen des Papierschirms, welche nur von einer Oeffnung beleuchtet waren. In der That verschwanden diese dunklen Linien, sobald die eine Oeffnung zugehalten wurde, so daß nur durch die andere das Licht einfallen konnte. Grimaldi schloß aus dieser Erscheinung, daß ein erleuchteter Körper dunkler werden kann, wenn neues Licht zu dem hinzukommt, welches ihn schon erleuchtet, und suchte diese sonderbare Erscheinung durch Annahme von Lichtwellen zu erklären.

Während Grimaldi's Beugungsversuche vielfach wiederholt und abgeändert wurden, während man eifrig bemüht war, die Gesetze der Inflexion durch genaue Messungen zu ermitteln, ließ man die von Grimaldi ausgesprochene Idee, daß Dunkelheit durch das Zusammenwirken zweier Lichtstrahlen entstehen könne, ganz unbeachtet, man übersah gerade die Erscheinung, welche den Schlüssel zur Erklärung der Beugungsphänomene hätte geben können. Erst Young nahm diesen Gegenstand wieder auf; er beobachtete die hellen und dunklen Streifen, welche hinter einem schmalen Körper entstehen, wenn man ihn den von einem leuchtenden Punkte oder einer schmalen Lichtlinie ausgehenden Strahlen aussetzt, und fand, daß diese Streifen alsbald verschwinden, sobald man das Licht an der einen Seite des schmalen Körpers vorbeizugehen hindert. Young hatte also durch diesen Versuch ebenfalls dargethan, daß zwei Lichtstrahlen, die sehr nahe nach einerlei Richtung fortgehen, bei ihrem Zusammentreffen nicht immer zur Verstärkung der Erleuchtung beitragen, sondern daß sie sich unter Umständen verstärken oder ihre Wirkung gegenseitig vernichten können. Diese gegenseitige Einwirkung der Lichtstrahlen bezeichnete Young mit dem Namen der Interferenz.

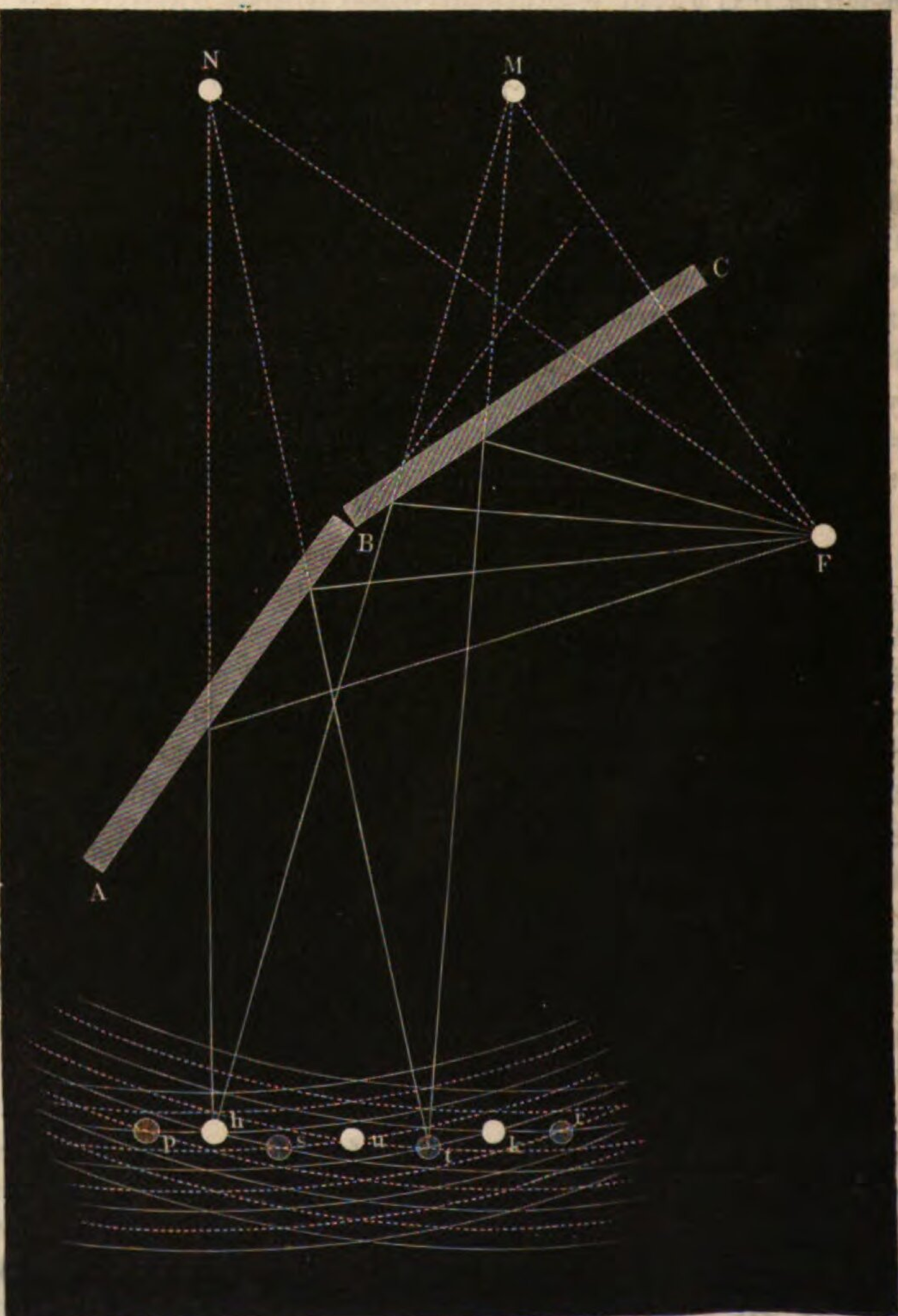
Solche Interferenzen lassen sich nun nach der Emanationstheorie durchaus nicht erklären. Young aber zeigte, daß der Weg, welchen die Lichtstrahlen durchlaufen, um von der Lichtquelle zu einem Punkte hinter dem schmalen Körper zu gelangen, der nicht gerade in der Mitte des geometrischen Schattens liegt, ungleich ist, je nachdem sie auf der einen oder anderen Seite des schmalen Körpers vorbeigehen; wenn sich also das Licht durch eine Wellenbewegung fortpflanzt, so begreift man sehr wohl, wie die beiden Lichtstrahlen, welche in einem Punkte hinter dem schattengebenden Körper zusammentreffen, hier je nach der Differenz der durchlaufenen Wege bald mit gleichen, bald mit entgegengesetzten Schwingungszuständen ankommen, sich also gegenseitig verstärken oder aufheben können.

Fresnel's Spiegelversuch. Young's Interferenzversuch spricht entscheidend für die Undulationstheorie; man könnte dagegen nur noch etwa einwenden, daß die ganze Erscheinung durch die Beugung des Lichtes hervorgebracht wird, deren Wesen selbst noch nicht gehörig erkannt worden war. Wollte man die Beugung des Lichtes und alle damit zusammenhängenden Erscheinungen 254

durch das Princip der Interferenzen erklären, so war zu wünschen, solche Interferenzen auch ohne Beugung hervorzubringen. Fresnel, der durch seine klassischen Arbeiten die Undulationstheorie vollkommen begründete, löste diese Aufgabe auf folgende Weise.

Zwei Metallspiegel oder zwei Spiegel von schwarzem Glase sind neben einander so aufgestellt, daß die Ebenen beider vertical sind, daß sie also in einer verticalen Linie zusammenstoßen; der Winkel, den die beiden Spiegelebenen mit einander machen, muß sehr stumpf sein, er darf nur wenig kleiner sein als 180°. Die Fig. 660 stellt den horizontalen Durchschnitt der bei-

Fig. 660.

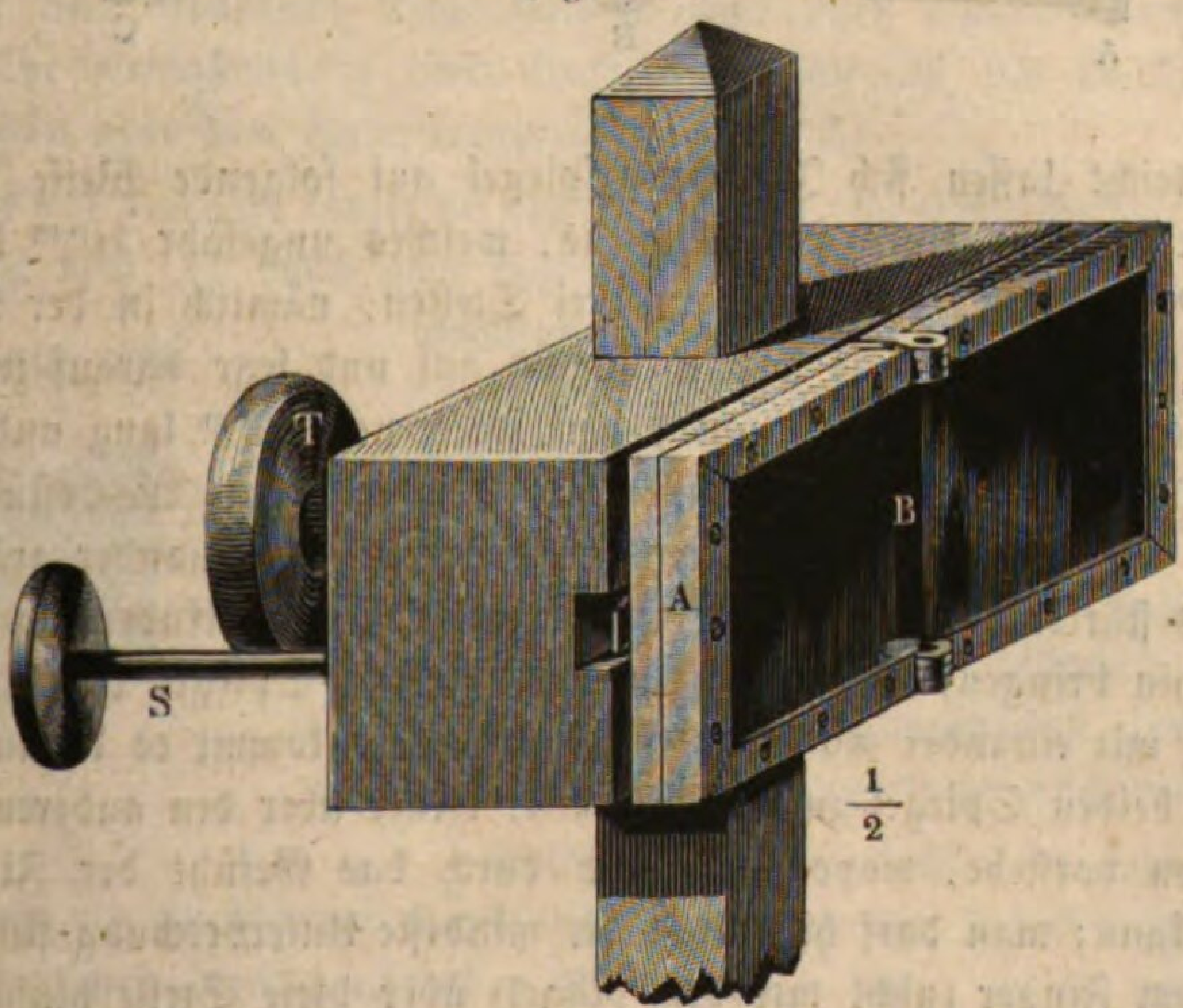


den Spiegel dar; *AB* ist die spiegelnde Fläche des einen, *BC* die des anderen; *B* ist die in der Figur zum Punkte verkürzte Kante, in welcher die beiden Spiegelebenen zusammentreffen.

Wenn sich nun in *F* ein leuchtender Punkt befindet, so sendet er Strahlen auf beide Spiegel, es werden also zwei Spiegelbilder des leuchtenden Punktes entstehen, und zwar das eine in *M*, das andere in *N*; diese beiden Bilder werden sehr nahe zusammen liegen, weil die Spiegelebenen fast zusammenfallen. In einiger Entfernung von den Spiegeln treffen nun die reflectirten Strahlen zusammen und bilden dadurch abwechselnd helle und dunkle verticale Streifen. Ist *u* ein Punkt, welcher gleichweit von *M* und *N* entfernt ist, so bildet sich in *u* ein heller Streifen, zu beiden Seiten desselben in *s* und *t* ein dunkler; auf diese folgen wieder zwei helle in den Punkten *h* und *k*, zwei dunkle in *p* und *r* u. s. w.

Fig. 661 und 662 stellen den Fresnel'schen Spiegelapparat dar, wie ihn Mechanikus Jung in Gießen construirt und zwar Fig. 661 in perspectivi-

Fig. 661.

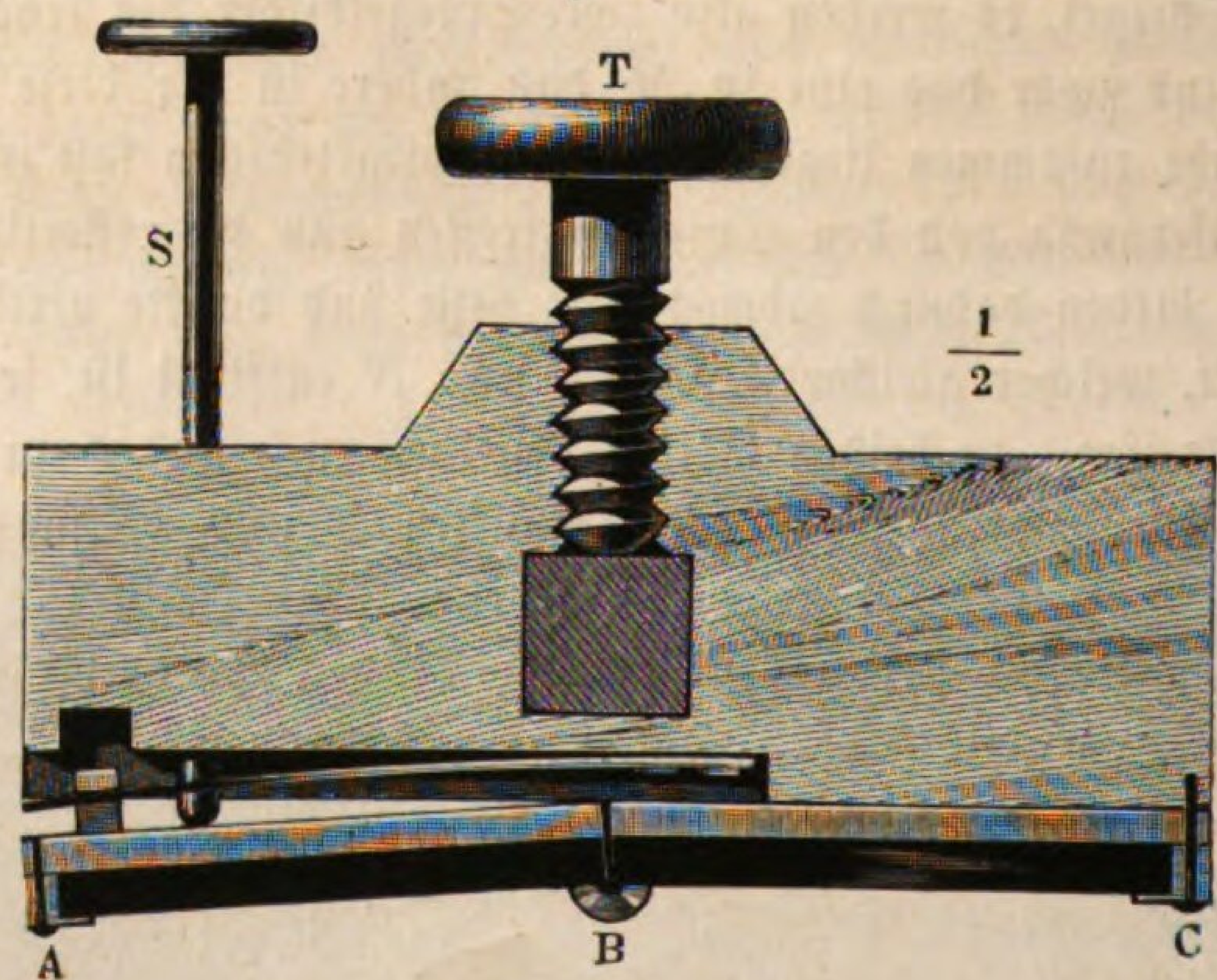


scher Ansicht, Fig. 662 (a. f. S.) in horizontalem Durchschnitte. Die beiden Spiegel sind auf der Vorderseite eines Holzklötzchens angebracht und zwar ist der Spiegel *BC* vollkommen fest, *AB* um ein Charnier drehbar. Durch Vorschrauben der Schraube *S* kann man den Spiegel *AB* mehr und mehr aus der Ebene des Spiegels *BC* herausschieben, während er beim Zurückdrehen der Schraube *S* durch eine Feder wieder zurückgezogen wird. Man hat es auf diese Weise in der Gewalt, ganz allmälig den Winkel der beiden Spiegel nach Belieben zu vergrößern oder zu verkleinern.

Je weniger der Winkel, welchen die beiden Spiegel mit einander machen, von 180° abweicht, desto breiter erscheinen die Streifen.

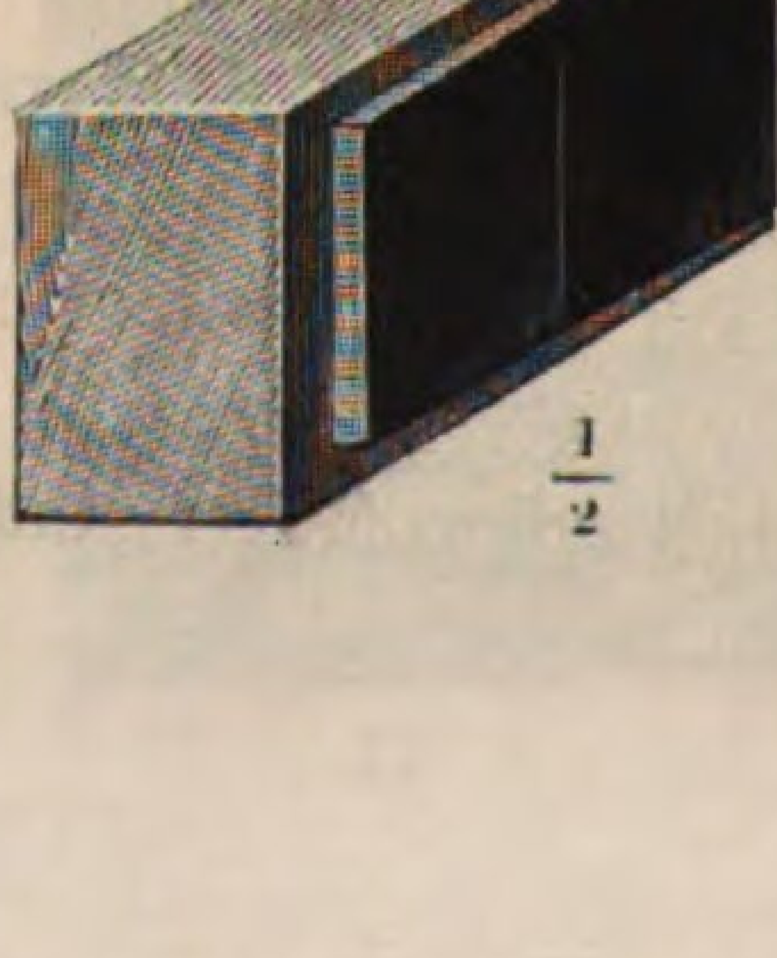
Das Holzklötzchen ist an einem verticalen, auf einem entsprechenden Fuße befestigten Stabe verschiebbar und kann in jeder beliebigen Höhe mit Hülfe der hölzernen Schraube T festgestellt werden.

Fig. 662.



Sehr leicht lassen sich Interferenzspiegel auf folgende Weise herrichten: Auf die obere Fläche eines Holzklötzchens, welches ungefähr 10^{cm} lang, 2^{cm} hoch und 3^{cm} breit ist, klebe man an drei Stellen, nämlich in der Mitte und gegen jedes Ende hin, etwas weiches Wachs auf und lege darauf zwei Stücke von geschliffenem Spiegelglas, von denen jedes nahe 5^{cm} lang und fast 3^{cm} breit ist. Diese beiden Spiegel müssen auf dem mittleren Wachsstücke zusammenstoßen. Wenn man nun hier, wo beide Spiegel an einander gränzen, dieselben etwas stärker auf das Wachs aufdrückt als an den Enden, so kann man es leicht dahin bringen, daß die Ebenen der beiden Spiegel einen sehr stumpfen Winkel mit einander machen. Ganz besonders kommt es darauf an, daß da, wo die beiden Spiegel zusammenstoßen, keiner über den anderen auch nur im Mindesten vorstehe, wovon man sich durch das Gefühl der Fingerspitzen überzeugen kann; man darf hier nicht die mindeste Unterbrechung fühlen, wenn man mit dem Finger (nicht mit dem Nagel) über diese Stelle hinfährt. Die Spiegel müssen natürlich auf der Rückseite geschwärzt sein.

Fig. 663.



Was den Winkel betrifft, den die Spiegel mit einander machen sollen, so muß er so groß sein, daß die beiden Bilder einer ungefähr 8 bis 10 Schritte entfernten Kerzenflamme höchstens um den Durchmesser dieser Kerzenflamme von einander getrennt erscheinen.

Fig. 663 stellt ein Paar auf diese Weise hergerichtete Interferenzspiegel dar, bei welchen sich natürlich der Winkel nicht nach Belieben verändern läßt.

Pouillet ersetzte die Interferenzspiegel durch ein Interferenzprisma, welches Fig. 664 im Durchschnitte dargestellt ist. Die beiden Facetten *a* und *b* machen einen sehr stumpfen Winkel miteinander, so daß die von einem leuchtenden Punkte hinter dem Prisma ausgehenden Strahlen nach dem Durchgange durch dasselbe so fortgehen, als ob sie von den zwei nahe bei einander liegenden Punkten ausgegangen wären; die durch die eine Facette gegangenen Strahlen werden also mit den von der anderen Facette her kommenden gerade so unter einem sehr spitzen Winkel zusammentreffen, wie dies auch bei den Interferenzspiegeln der Fall ist.

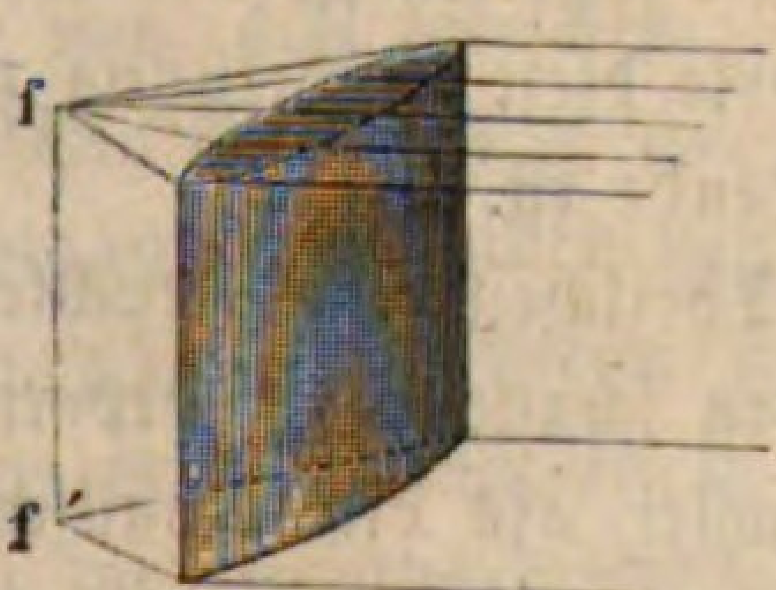
Fig. 664.



Zum leuchtenden Gegenstande wendet man am besten eine feine Lichtlinie an; man kann sich dieselbe auf mancherlei Art verschaffen; entweder bringt man in dem Laden eines dunklen Zimmers einen ungefähr 1mm breiten vertical stehenden Spalt an, durch welchen die von einem vor den Laden angebrachten Spiegel reflectirten Sonnenstrahlen in horizontaler Richtung eintreten, oder man setzt einen solchen Spalt vor die Flamme einer Argand'schen Lampe; ja es reicht eine hell brennende Kerzenflamme ohne allen Schirm schon hin, wenn man dieselbe wenigstens in einer Entfernung von 12 bis 15 Schritten von den Spiegeln oder dem Interferenzprisma aufstellt.

Fresnel erzeugte die feine Lichtlinie durch eine Cylinderlinse; eine solche Linse, Fig. 665, ist durch zwei Cylindersegmente gebildet, während eine gewöhnliche Linse durch zwei Kugelsegmente gebildet wird; dem Brennpunkte der gewöhnlichen Linse entspricht bei diesen eine Brennlinie *ff'*. Diese Brennlinie bildet den leuchtenden Streifen.

Fig. 665.



Auch der Lichtstreifen auf einem in der Sonne liegenden glänzenden Metallstäbchen oder einem innen geschwärzten Glasröhrchen kann sehr gut zu diesem Interferenzversuche angewendet werden.

Selbst wenn die Lichtquelle keine Lichtlinie, sondern nur ein leuchtender Punkt ist, lassen sich die Interferenzstreifen noch sehr gut zeigen; einen leuchtenden Punkt erhält man, wenn man statt des Schirmes mit dem Spalte einen Schirm mit einer kleinen runden Oeffnung von 1 bis 2mm Durchmesser in den Laden des dunklen Zimmers oder vor die Lampenflammen setzt. Ferner ist zu diesem und zu vielen der folgenden Versuche ein sehr brauchbarer Lichtpunkt das Sonnenbildchen im Focus einer gewöhnlichen Linse von kurzer Brennweite; dann das Sonnenbildchen auf einer Metallkugel, einem Metallknopfe, einer etwas großen Thermometerkugel, einem innen geschwärzten Uhrglase u. s. w.

Fig. 666 (a. f. S.) zeigt die Anordnung des Versuchs für die Interferenzspiegel: *l* ist die Lichtquelle, *s* sind die Spiegel, *o* ist eine Loupe, durch welche man die Streifen beobachtet; denn sie sind doch meistens zu fein, um mit bloßem Auge wahrgenommen werden zu können.

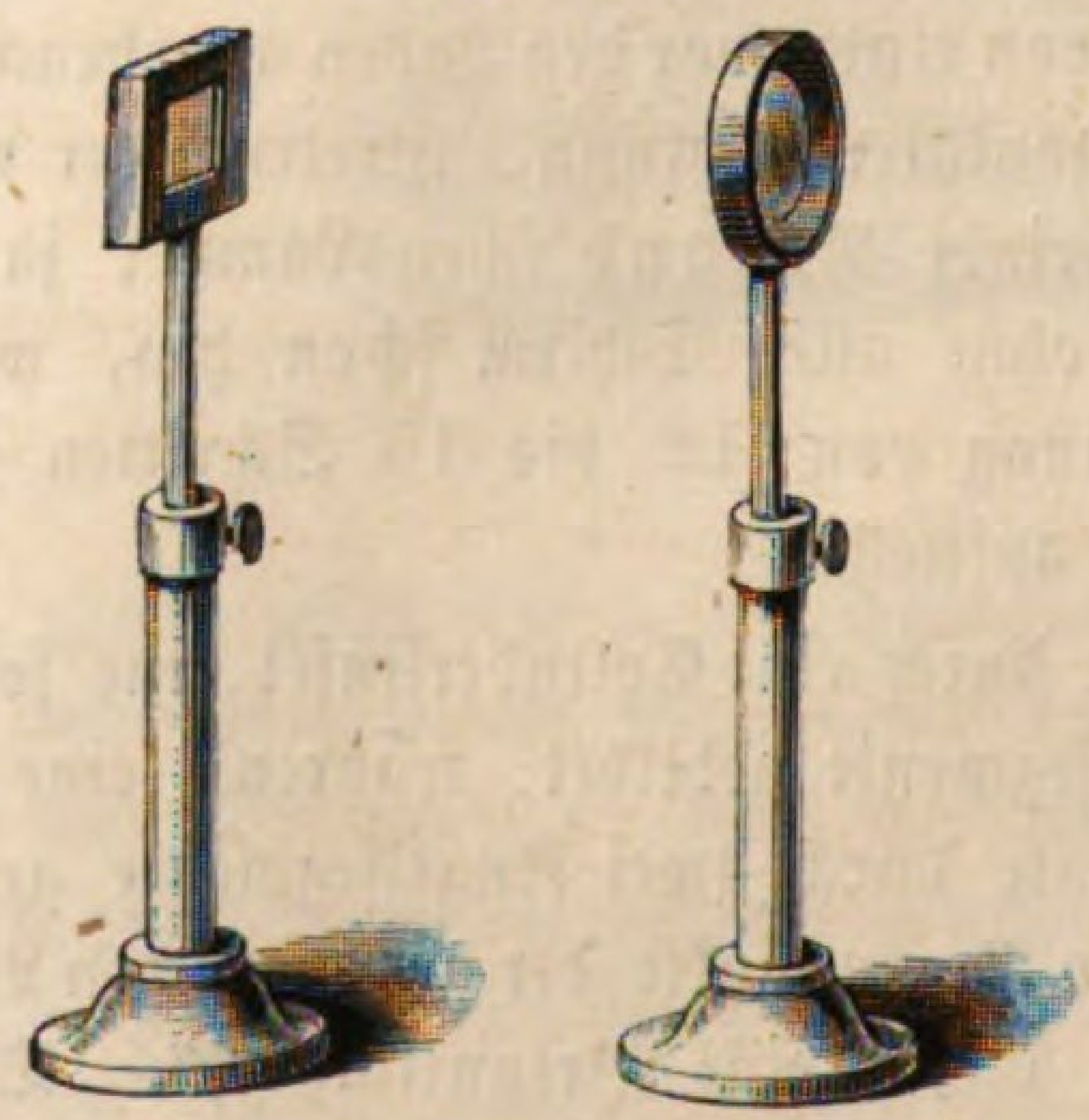
Es versteht sich von selbst, daß sich die Lichtquelle, die Spiegel und das Auge in einer Horizontalebene befinden müssen.

Fig. 666.



Will man die Interferenzstreifen mit dem Interferenzprisma, Fig. 664, beobachten, so befestigt man dasselbe mit seiner Fassung auf einem Stativ, und stellt dahinter die Loupe in einer Entfernung von $1^1/_2$ bis 3 Zollen auf, wie man Fig. 667 sieht; die Lichtquelle, die Mitte des Prismas und die Axe der Loupe müssen in einer geraden Linie liegen.

Fig. 667.



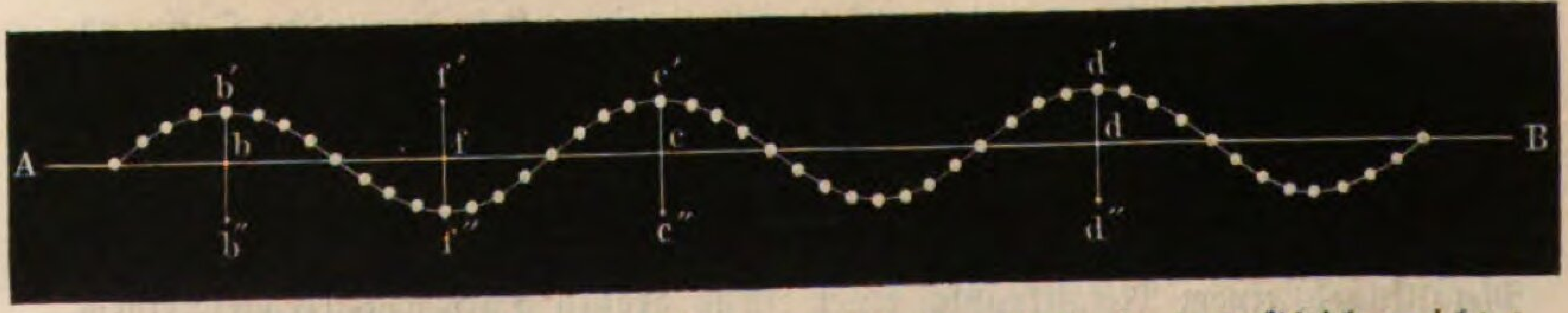
Bringt man vor das Auge ein ziemlich homogenes, etwa ein rothes Glas, so sieht man nur abwechselnd helle und dunkle Streifen; wendet man dagegen kein homogenes, sondern nur weißes Licht an, so erscheinen die Streifen mit verschiedenen Farben gesäumt.

Wir wollen jetzt sehen, wie die Undulationstheorie diese Erscheinung zu erklären im Stande ist.

255 **Elemente der Vibrationstheorie.** Die Theilchen eines leuchtenden Körpers vibriren auf ähnliche Weise, wie dies bei den schallenden Körpern der Fall ist, nur sind die Lichtvibrationen ungleich schneller als die Schallschwingungen; dann aber werden sie auch nicht durch die wägbare Materie selbst, sondern durch den Lichtäther fortgepflanzt.

Wenn sich ein Lichtstrahl in der Richtung von A nach B, Fig. 668, ver-

Fig. 668.



breitet, so vibriren alle Aethertheilchen, welche im Zustande des Gleichgewichtes auf der geraden Linie AB liegen würden, in Richtungen, welche rechtwinklig auf AB stehen, ungefähr so, wie die Theile eines gespannten Seiles schwingen, wenn man an dem einen Ende einen kräftigen Schlag gegen dasselbe geführt hat. Die Curve in Fig. 668 stellt die gegenseitige Stellung der vibrirenden Moleküle in einem bestimmten Momente der Bewegung dar.

Betrachten wir die Schwingungen eines Aethermoleküls etwas genauer. Das Theilchen, dessen Gleichgewichtslage in b ist, vibrirt beständig zwischen den Punkten b' und b''. In b' ist seine Geschwindigkeit Null, je mehr sich aber das Theilchen der Gleichgewichtslage nähert, desto mehr wächst seine Geschwindigkeit, welche ihr Maximum in dem Momente erreicht, in welchem das Molekül die Gleichgewichtslage passirt; von nun an nimmt die Geschwindigkeit wieder ab, bis sie endlich in b'' wieder Null wird, worauf dann die Bewegung nach entgegengesetzter Richtung beginnt.

Obgleich sich das Licht mit außerordentlicher Geschwindigkeit fortpflanzt, so geschieht diese Fortpflanzung doch nicht momentan; die Vibrationen eines Aethermoleküls theilen sich also auch nicht momentan den in der Richtung des Strahles ihm folgenden Molekülen mit. Stellen wir uns vor, die ganze Reihe von Molekülen auf der Linie AB sei in Ruhe. Wenn nun das Molekül in b in einem bestimmten Momente seine Vibrationen beginnt, so werden alle weiter nach B hin liegenden Moleküle später zu vibriren beginnen, und zwar um so später, je weiter sie von b liegen; während das Molekül b eine vollständige Oscillation macht, d. h. während es von b' nach b'' und wieder zurück nach b' sich bewegt, wird sich die Bewegung bis zu irgend einem Moleküle c fortpflanzen, so daß dieses Molekül seine erste Vibration in demselben Momente beginnt, in welchem b seine zweite anfängt. Von nun an werden die Moleküle b und c stets in gleichen Schwingungszuständen sich befinden, d. h. sie werden gleichzeitig, nach derselben Seite hin sich bewegend, die Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig das Maximum der Ausweichung auf der einen und auf der anderen Seite von AB erreichen.

Die Entfernung bc zweier Aethermoleküle, welche sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden, heißt, wie wir schon früher gesehen haben, eine **Wellenlänge**. Wenn cd auch eine Wellenlänge ist, so wird das Molekül d seine erste Oscillation in demselben Augenblicke beginnen, in welchem c seine zweite und b seine dritte Oscillation beginnt; d wird von nun an mit c und b sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden.

Wenn f in der Mitte zwischen b und c liegt, d. h. wenn es um eine halbe Wellenlänge von b entfernt ist, so befindet sich das Molekül in f stets in Schwingungszuständen, welche denen der Moleküle in b und c entgegengesetzt sind. Wenn b und c das Maximum der Ausweichung oberhalb AB erreichen, so erreicht f das Maximum der entgegengesetzten Seite. Das Molekül f passirt mit b und c gleichzeitig die Gleichgewichtslage, allein in entgegengesetzter Richtung sich bewegend.

Wenn zwei Aethertheilchen auf dem Wege eines Lichtstrahles um $1/2$ Wellenlänge von einander entfernt sind, so sind sie stets von gleichen, aber entgegengesetzten Geschwindigkeiten afficirt. Dasselbe gilt von solchen Theilchen, die um $3/2$, $5/2$, $7/2$ u. s. w. Wellenlängen von einander abstehen.

Die **Wellenlänge** ist für die verschiedenen Farben nicht gleich; am größten ist die Wellenlänge der rothen, am kleinsten die Wellenlänge der vio-

letten Strahlen. Wir werden bald sehen, wie es möglich ist, die Wellenlänge der verschiedenfarbigen Strahlen mit außerordentlicher Genauigkeit zu bestimmen.

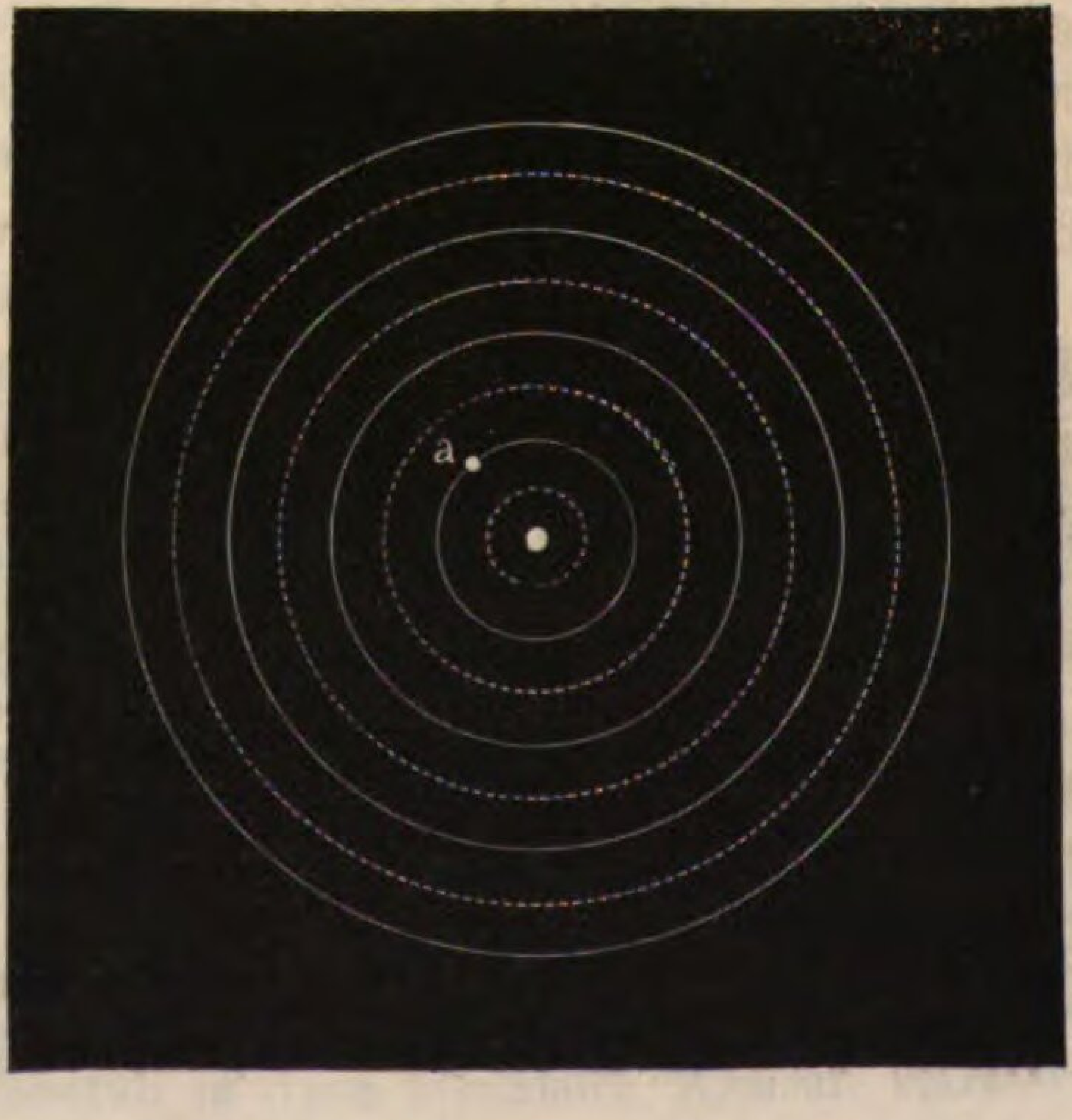
Mit der ungleichen Wellenlänge hängt auch die ungleiche Schwingungsdauer zusammen; die Vibrationen der violetten Strahlen sind die schnellsten, die der rothen dagegen die langsamsten.

Man sieht also, daß beim Lichte die Verschiedenheit der Farben der ungleichen Höhe und Tiefe der Töne entspricht.

Die Intensität des Lichtes hängt von der Vibrationsintensität, der Größe der Oscillationsamplitude ab. Je größer die Entfernung der Punkte $b' b''$, $c' c''$ u. s. w. ist, zwischen welchen ein Aethertheilchen hin und her schwingt, desto größer ist die Intensität des Lichtstrahles, welcher durch diese Schwingungen fortgepflanzt wird. Aus Gründen, deren Entwickelung uns hier zu weit führen würde, nimmt man an, daß die Intensität des Lichtes dem Quadrate der Vibrationsintensität, und nicht der Vibrationsintensität selbst proportional ist; einer 2=, 3=, 4mal größeren Vibrationsintensität entspricht also eine 4=, 9=, 16fache Intensität des Lichtes.

Von der Art und Weise, wie sich von einem leuchtenden Punkte aus die Lichtwellen ringsum verbreiten, kann man sich ein recht deutliches Bild machen, wenn man die Wellen betrachtet, welche auf der Oberfläche eines stillstehenden Wassers entstehen, wenn man einen Stein hineinwirft, und die wir auch schon oben betrachtet haben. Von der Stelle aus, an welcher der Stein in das Wasser einsank, verbreiten sich ringsum kreisförmige Wellen. Das Fortschreiten dieser Wellen von dem Mittelpunkte der Bewegung aus rührt aber nicht daher, daß die einzelnen Wassertheilchen eine solche fortschreitende Bewegung haben; denn wenn ein leichter Körper, etwa ein Stückchen Holz, in dem Bereiche der Wellenbewegung auf dem Wasser schwimmt, so sieht man dasselbe nur auf= und niedergehen. Die Wassertheilchen an der Stelle, an welcher der Stein ins Wasser

Fig. 669.



fiel, gehen abwechselnd auf und nieder, und diese Bewegung pflanzt sich ringsum mit gleicher Geschwindigkeit fort; alle Wassertheilchen also, welche gleichweit von dem Mittelpunkte entfernt sind, werden sich auch in gleichen Schwingungszuständen befinden, d. h. sie werden gleichzeitig ihre höchste und gleichzeitig ihre tiefste Stellung erreichen, es werden sich also concentrische Wellenberge und Wellenthäler bilden, wie dies durch Fig. 669 anschaulich gemacht

werden soll. Wenn für einen bestimmten Moment die ausgezogenen Kreise den Wellenbergen, die punktirten aber den Wellenthälern entsprechen, so werden die Wellenberge nach außen hin in der Weise fortschreiten, daß nach einer kurzen Zeit gerade an den punktirten Stellen sich die Wellenberge befinden, die Thäler aber in den ausgezogen Kreisen.

Sämmtliche Wassertheilchen, welche zwischen zwei auf einander folgenden Wellenbergen oder zwei Wellenthälern liegen, bilden eine Welle; die Wellenlänge aber ist die Entfernung von einem Wellenberge zum nächsten oder von einem Wellenthale zum folgenden. Während ein Wassertheilchen, etwa a, von seiner höchsten Stellung niedergeht und dann wieder bis zur Gipfelhöhe eines Wellenberges aufsteigt, wird der Wellenberg um eine Wellenlänge fortschreiten; bezeichnen wir mit v die Geschwindigkeit, mit welcher die Wellen fortschreiten, mit t die Schwingungsdauer, also die Zeit, welche während des Nieder- und Aufgangs eines Wassertheilchens vergeht, so ist offenbar

$$\lambda = v \, . \, t,$$

wenn λ die Wellenlänge bezeichnet. Diese Beziehung zwischen Wellenlänge, Schwingungsdauer und Fortpflanzungsgeschwindigkeit findet auch bei den Lichtvibrationen Statt.

So wie sich die Wasserwellen in concentrischen Kreisen um den Oscillationsmittelpunkt verbreiten, so verbreiten sich die Lichtvibrationen in concentrischen Kugelschichten um die Lichtquelle; die Oberfläche der Lichtwellen ist kugelförmig, wenigstens so lange die Elasticität des Aethers nach allen Richtungen hin dieselbe bleibt.

Diese Principien reichen hin, die Fresnel'schen Interferenzstreifen zu erklären. Die von F, Fig. 670 (a. f. S.), ausgehenden Strahlen werden durch den Spiegel AB so reflectirt, als ob sie von N ausgegangen wären. Betrachten wir zunächst den nach h reflectirten Strahl, so müssen alle Vibrationen, welche diesen Strahl fortpflanzen, rechtwinklig auf der Richtung Nh sein, ein Aethertheilchen in h wird etwa abwechselnd auf und nieder vibriren. Durch h ist nun ein Kreis um den Mittelpunkt N gezogen, und alle auf diesem Kreise liegenden Punkte werden durch die vom Spiegel AB reflectirten Strahlen gleichzeitig in denselben Schwingungszustand versetzt, d. h. in demselben Augenblicke, in welchem das Theilchen h durch den in der Richtung Nh reflectirten Strahl aufwärts getrieben wird, sind die Aethertheilchen des bezeichneten Kreises in derselben Weise afficirt.

Ein zweiter Kreis ist um N durch den Punkt s gezogen; der Halbmesser dieses Kreises ist größer, und zwar wollen wir annehmen, daß die Differenz der beiden Radien $^1/_2$ Wellenlänge betrage, so ist klar, daß alle auf diesem letzteren Kreise liegenden Aethertheilchen sich stets in Schwingungszuständen befinden, welche denen der Aethertheilchen auf dem zuerst besprochenen Kreise entgegengesetzt sind.

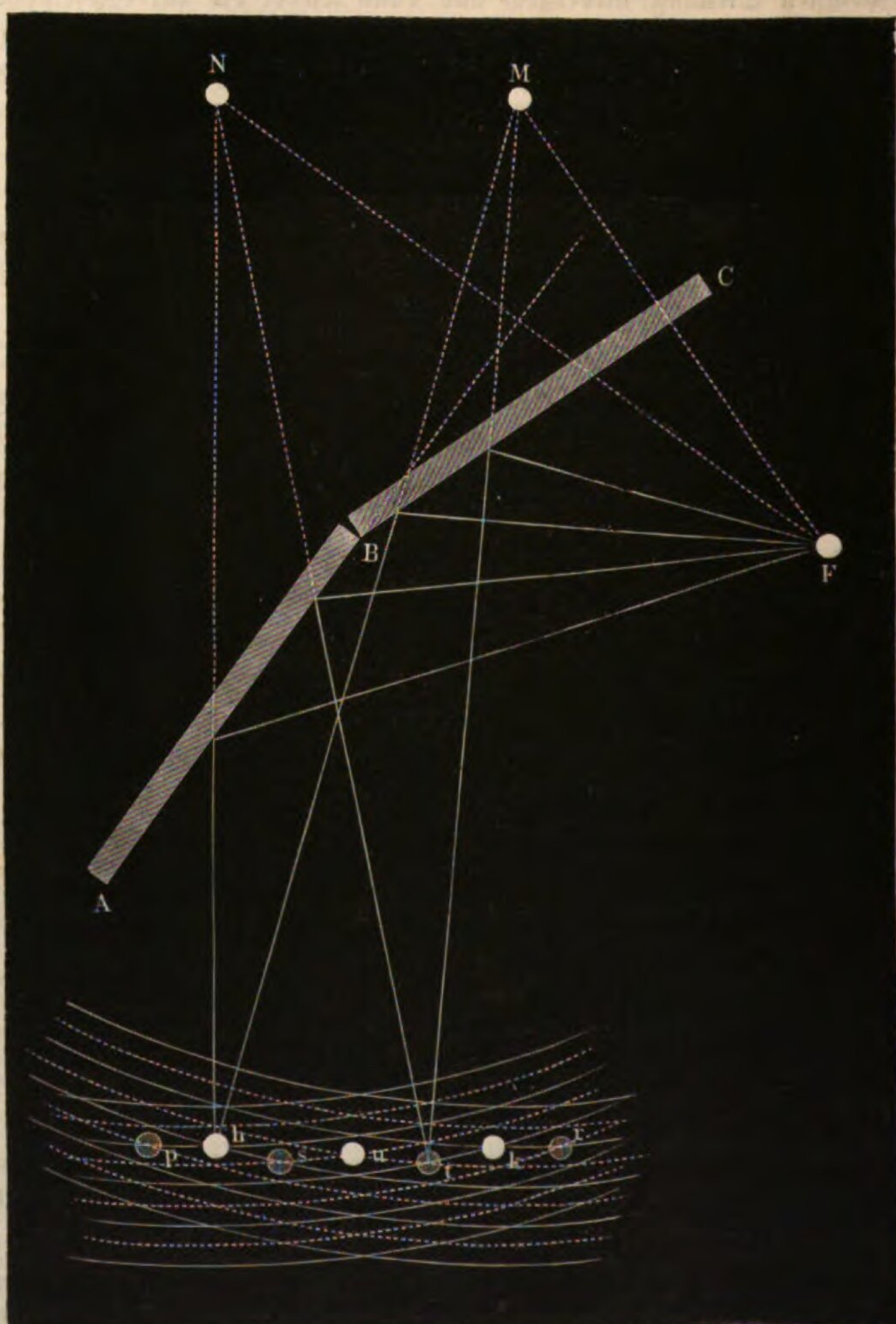
So sind nun noch mehrere Kreise um N gezogen, und zwar beträgt die Entfernung zwischen zwei ausgezogenen Kreisen eine ganze, die Entfernung zwischen einem ausgezogenen und einem punktirten Kreise $^1/_2$ Wellenlänge.

Eine ähnliche Reihe von Kreisen ist um den Punkt M gezogen, und aus diesen Kreisen ersieht man, in welchen Schwingungszustand die Aethertheilchen durch die vom Spiegel BC reflectirten Wellen versetzt werden.

Betrachten wir nun den Effect, welcher durch das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme hervorgebracht wird.

Der Punkt u liegt gleichweit von M und N entfernt, folglich wird das Aethertheilchen u, durch die beiden Wellensysteme gleichzeitig nach derselben Seite hin getrieben; hier wird sich also die Wirkung der beiden Wellensysteme

Fig. 670.



summiren, die Vibrationsintensität des Aethertheilchens *u* wird also doppelt so groß sein, als wenn es nur durch ein Wellensystem afficirt worden wäre.

Das Theilchen in *s* wird durch die vom Spiegel *AB* reflectirten Lichtwellen ebenso afficirt wie *u*, durch das andere Wellensystem aber gerade in entgegengesetzter Richtung, die Wirkung des einen Wellensystems wird also hier durch die des anderen aufgehoben, in *s* also wird Dunkelheit entstehen.

Ebenso wird in *h* und *k*, kurz in allen Punkten, in denen sich zwei ausgezogene oder zwei punktirte Kreise schneiden, das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme eine Vermehrung der Lichtintensität zur Folge haben, während in allen Stellen, in welchen sich ein ausgezogener und ein punktirter Kreis schneiden, gar keine Vibrationen stattfinden, also Dunkelheit herrscht.

Fresnel hat mit der größten Genauigkeit die Breite der Streifen, d. h. die Entfernung eines dunklen Streifens vom anderen, den Winkel, den die Spiegel mit einander machen, und die Entfernung der Lichtquelle gemessen, und konnte auf diese Weise zeigen, daß in der That die Strahlen, welche, von *F* ausgehend, durch den Spiegel *AB* nach *h*, nach *s*, *t* u. s. w. gelangen, ungleiche Wege zurückgelegt haben, daß die Differenz dieser Wege gleich ist, daß also $Nt - Ns = Ns - Nh$ u. s. w.

Diese Differenz, welche sich aus den Messungen berechnen läßt, ist aber nichts Anderes als die halbe Wellenlänge.

Betrachtet man die Streifen durch ein rothes Glas, so sind sie breiter, als wenn man ein grünes anwendet; daraus folgt aber, daß die Wellenlänge für die rothen Strahlen größer ist als für die grünen. Ueberhaupt sind die Wellenlängen der farbigen Strahlen um so kürzer, je brechbarer diese Strahlen sind. Da die hellen und dunklen Streifen für die verschiedenfarbigen Strahlen nicht genau an dieselben Stellen fallen, so können die Streifen bei Anwendung von weißem Licht auch nicht rein weiß und schwarz erscheinen, sondern sie müssen farbige Säume zeigen, die um so deutlicher werden, je breiter überhaupt die Streifen sind. Nähere Auskunft über diese farbigen Säume findet man weiter unten.

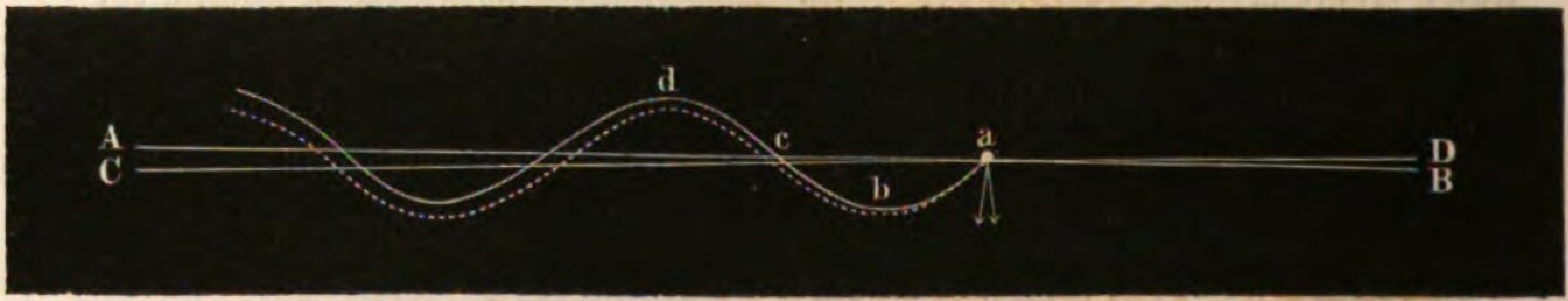
Durch den Fresnel'schen Spiegelversuch ist also das Princip der Interferenzen begründet. Dieses Princip ist für die physikalische Theorie des Lichtes von der größten Wichtigkeit; wir wollen deshalb versuchen, dasselbe durch Zeichnungen möglichst anschaulich zu machen.

In Fig. 671 mögen die Linien *AB* und *CD* zwei elementare Lichtstrahlen darstellen, welche, von einer Lichtquelle ausgehend, auf verschiedenen Wegen zu dem Punkte *a* gelangen, und sich hier unter einem sehr spitzen Winkel schneiden. Wenn der Weg, welchen der Lichtstrahl *CD* von der Lichtquelle bis zu dem Punkte *a* zurückgelegt hat, gerade eben so groß oder um 1, 2, 3 u. s. w. ganze Wellenlängen größer ist, als die Länge von der Lichtquelle bis zum Punkte *a* auf dem Wege des anderen Strahles, so werden die beiden Strahlen in *a* in der Weise zusammenwirken, wie es Fig. 671 (a. f. S.) darstellt.

Die Wellenlinie *abcd* u. s. w. stellt für irgend einen Moment die gegenseitige Lage der Aethertheilchen dar, welche den Strahl in der Richtung *AB*

fortpflanzen. Das Theilchen b hat eben seine äußerste Stellung unterhalb AB erreicht, das Theilchen a passirt eben die Gleichgewichtslage in der Richtung, welche der kleine Pfeil andeutet.

Fig. 671.

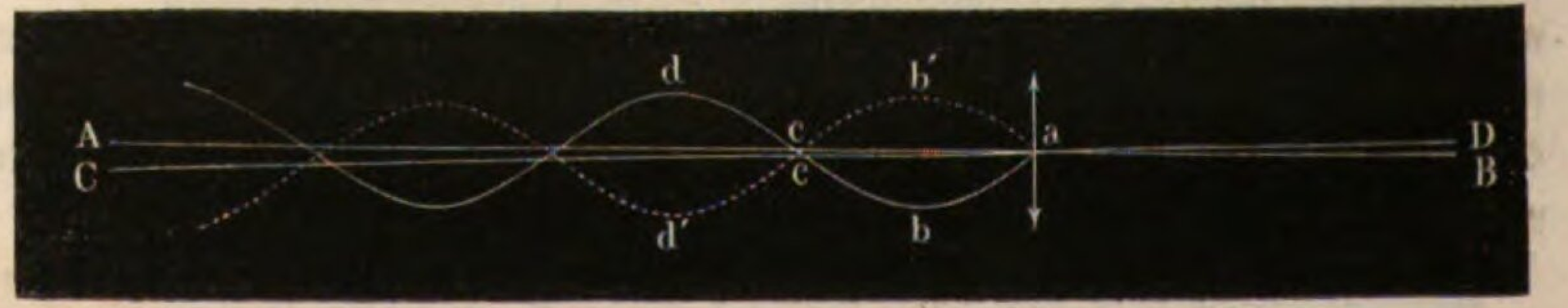


Die punktirte Wellenlinie zeigt uns den gleichzeitigen Oscillationszustand der Aetherteilchen, welche den Lichtstrahl CD fortpflanzen. Wenn beide Strahlen von der Lichtquelle bis zum Punkte a gleiche Wege durchlaufen haben, so wird das Theilchen a gleichzeitig durch die Vibration beider Strahlen auf dieselbe Weise afficirt werden; in dem durch unsere Zeichnung dargestellten Momente wird das Theilchen a durch das zweite Wellensystem ebenfalls nach unten getrieben; die Vibrationsintensität ist also doppelt so groß, als wenn seine Bewegung nur durch die Vibrationen des einen Lichtstrahles bedingt wäre.

In derselben Weise müssen sich auch die Vibrationen zweier Lichtstrahlen unterstützen, welche in einem Punkte zusammentreffen, und die in ihrem Gange um irgend ein ganzes Vielfaches einer ganzen Wellenlänge von einander abweichen.

Die Fig. 672 versinnlicht das Zusammenwirken zweier Strahlen, von denen

Fig. 672.



der eine dem anderen um eine halbe oder irgend ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge vorausgeeilt ist. Durch die Vibrationen des einen Strahles (die ihm entsprechende Wellenlinie ist ausgezogen, während die dem anderen Strahle entsprechende punktirt ist) wird das Theilchen a in demselben Augenblicke nach oben getrieben, in welchem die Vibrationen des anderen Strahles dasselbe mit gleicher Kraft abwärts zu bewegen streben; die beiden entgegengesetzten Kräfte heben sich also auf, das Theilchen a bleibt in Ruhe.

Wir haben bisher nur diejenigen Fälle betrachtet, in welchen der Gangunterschied der interferirenden Strahlen ein Vielfaches einer ganzen Wellenlänge oder ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt. Wenn der Gangunterschied zwischen diese Gränzen fällt, so wird durch die Interferenz der beiden Strahlen auch eine Wirkung hervorgebracht, welche zwischen den Wirkun-

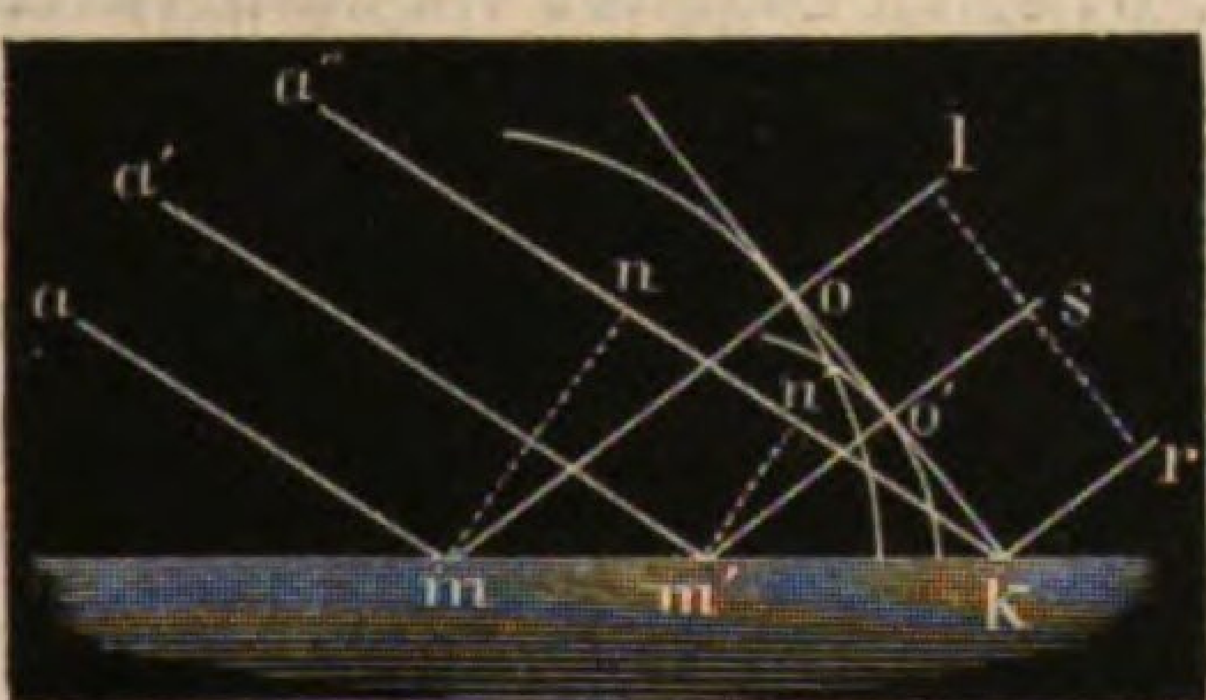
gen der besprochenen Gränzfälle liegt, d. h. es wird keine vollkommene Vernichtung der Vibrationen, aber auch keine Verdoppelung der Vibrationsintensität eintreten können. Die wirklich hervorgebrachte Vibrationsintensität nähert sich mehr dem einen oder dem anderen dieser Gränzwerthe, je nachdem die Gangunterschiede sich mehr einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge oder einem Vielfachen einer ganzen Wellenlänge nähern.

Erklärung der Spiegelung, der Brechung und der Dispersion des Lichtes durch die Vibrationstheorie. 256
Wenn eine Lichtwelle auf irgend ein Medium trifft, in welchem die Elasticität des Aethers größer oder kleiner ist als in dem Mittel, in welchem sie sich bis dahin fortpflanzte, so theilt sie sich in zwei Wellensysteme, von welchen das eine in das Mittel zurückgeht, welches bis dahin die Wellen fortpflanzte, während das zweite Wellensystem in das andere Mittel übergeht; die Richtung beider Wellensysteme weicht von der der einfallenden Wellen ab; das eine System erzeugt die reflectirten, das andere die gebrochenen Strahlen.

Betrachten wir zunächst die Reflexion etwas näher.

In Fig. 673 sei am ein Lichtstrahl, welcher in m die Trennungsfläche zweier Mittel trifft; durch die Vibrationen dieses Strahles wird nun offenbar das in m befindliche Aethertheilchen erschüttert; die Vibrationen des Aethertheilchens in m pflanzen sich aber nach allen Seiten hin fort, gerade so, als ob m selbst ein leuchtender Punkt wäre. Man sollte demnach meinen, daß sich von m aus nach allen Seiten hin Lichtstrahlen verbreiten würden; gewissermaßen ist dies auch der Fall, aber die Vibrationen eines einzigen elementaren Strahles bringen für sich noch keine Wirkung hervor; das, was wir einen Lichtstrahl nennen, besteht aus einer Reihe paralleler elementarer Strahlen, in welchen die entsprechenden Theilchen sich in gleichen Schwingungszuständen befinden, so daß sich ihre Vibrationen gegenseitig unterstützen.

Fig. 673.



Es sei nun $a'm'$ ein zweiter, $a''k$ ein dritter elementarer Lichtstrahl, welcher von derselben Lichtquelle kommt; wenn diese Lichtquelle hinlänglich weit entfernt ist, so können die Strahlen am, $a'm'$, $a''k$ als parallel, und die durch m und n gehende Wellenoberfläche zwischen m und n als eben betrachtet werden. Diese ebene Welle wird nun in m zuerst, später in m' und noch später in k die trennende Oberfläche treffen. Während nun die ebene Welle von n bis k fortschreitet, verbreitet sich von dem schon früher getroffenen Punkte m aus eine sphärische Welle, deren Halbmesser mo der Entfernung nk gleich ist. Denken wir uns ferner $m'n'$ parallel mit mn gezogen, so wird die von m' aus divergirende Welle eine Kugeloberfläche erreichen, deren Radius $m'o'$ gleich $n'k$ ist, während der obere Strahl von n' nach k geht. Auf dieselbe Weise werden

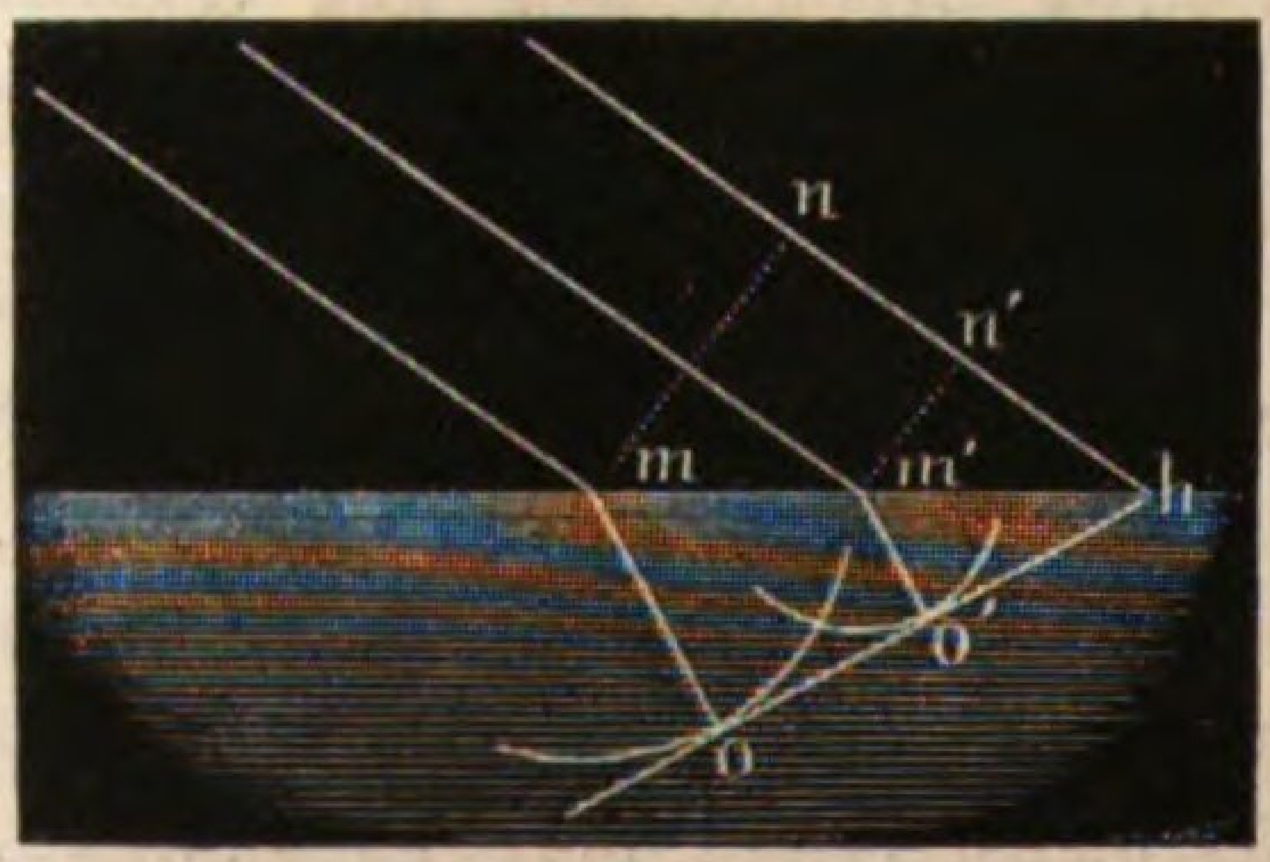
nun von allen zwischen *m* und *k* liegenden Punkten elementare Kugelwellen ausgehen, und eine Fläche, welche alle diese elementaren Kugelwellen gleichzeitig berührt, ist die reflectirte Welle.

Da sich nun *mo* und *m'o'* verhalten wie *mk* und *m'k'*, so ist klar, daß die Fläche, welche alle entsprechenden elementaren Kugelflächen berührt, eben ist. Diese reflectirte Welle schreitet nun parallel mit sich selbst fort, und die Richtung der Lichtstrahlen, welche sie erzeugt, ist rechtwinklig auf *ok*; das reflectirte Lichtbündel wird durch die elementaren Strahlen *ml*, *m's*, *kr* und die dazwischen liegenden gebildet, welche sich gegenseitig unterstützen, also einen wirksamen Lichtstrahl bilden, weil die entsprechenden Aethertheilchen, wie *l*, *s* und *r*, sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden.

Das Dreieck *mnk* ist dem Dreieck *mok* gleich, denn *mk* ist beiden gemeinschaftlich, *nk* = *mo* und der Winkel bei *o* gleich dem bei *n*, denn beide sind rechte; daraus folgt nun aber, daß der Winkel *nkm* gleich ist dem Winkel *omk*, d. h. daß die einfallenden und reflectirten Strahlen gleiche Winkel mit der spiegelnden Ebene machen. Das Spiegelungsgesetz ergiebt sich also als eine nothwendige Folge aus der Undulationstheorie.

Das Brechungsgesetz läßt sich auf ganz ähnliche Weise ableiten. Es sei in einem bestimmten Momente *mn*, Fig. 674, die Lage der einfallenden ebenen Welle; in demselben Momente, in welchem die ebene Welle in *n* ankömmt, wird *m* der Mittelpunkt eines sphärischen Wellensystems, welches sich auch in dem anderen Mittel verbreitet; weil aber die Elasticität des Aethers in diesem zweiten Mittel eine andere ist, als in dem Mittel, in welchem sich die Lichtstrahlen bis dahin bewegten, so pflanzen sich die Lichtwellen in beiden Mitteln auch nicht mit gleicher Geschwindigkeit fort; während sich die ebene Welle von *n* bis *h* fortbewegt, gelangt die von *m* ausgehende entsprechende Elementarwelle bis zu der Oberfläche einer Kugel, deren Radius *mo* kleiner ist als *nh*, wenn das zweite Mittel stärker brechend ist als das erste. Die einfallende ebene Welle kommt auch gleichzeitig in *m'* und *n'* an, und während sie von *n'* bis *h* fortgeht, verbreitet sich die entsprechende elementare Welle von *m'* bis zu der Oberfläche einer Kugel, deren Halbmesser *m'o'* sich zu *mo* verhält wie *n'h* zu *nh*. Alle die von den verschiedenen, zwischen *m* und *h* liegenden Punkten ausgehenden sphärischen Elementarwellen, welche von derselben einfallenden ebenen Welle herrühren, werden also sämmtlich durch eine und dieselbe Ebene *ho'o* berührt, und parallel mit dieser Ebene pflanzt sich die gebrochene Welle fort.

Fig. 674.



Die Längen *nh* und *mo* verhalten sich wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Lichtwellen in den beiden Mitteln, sie stehen also unter einander in einem constanten Verhältnisse; nehmen wir nun aber die Länge *mh* zur Längeneinheit, so ist *nh* = *sin. nmh* und *mo* = *sin. mho*; wir sehen also,

daß der Undulationstheorie zufolge die Sinus der Winkel *nmh* und *mho*, d. h. die Sinus der Winkel, welche die einfallende und die gebrochene Welle mit der brechenden Fläche machen, in einem beständigen Verhältnisse stehen müssen. Es ist aber der Winkel, welchen die einfallende Welle *mn* mit der brechenden Oberfläche macht, gleich dem Einfallswinkel, der Winkel aber, welchen die gebrochene Welle *ho* mit der brechenden Fläche macht, gleich dem Brechungswinkel; folglich muß nach der Undulationstheorie der Sinus des Brechungswinkels zum Sinus des Einfallswinkels in einem constanten Verhältnisse stehen, was auch mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmt.

Diese Ableitung der Spiegelungs- und Brechungsgesetze ist schon von Huyghens entwickelt worden. Der Grundsatz, daß wirksame Lichtstrahlen zuerst durch das Zusammenwirken von Elementarstrahlen gebildet werden, ist nach ihm das Huygens'sche Princip genannt worden.

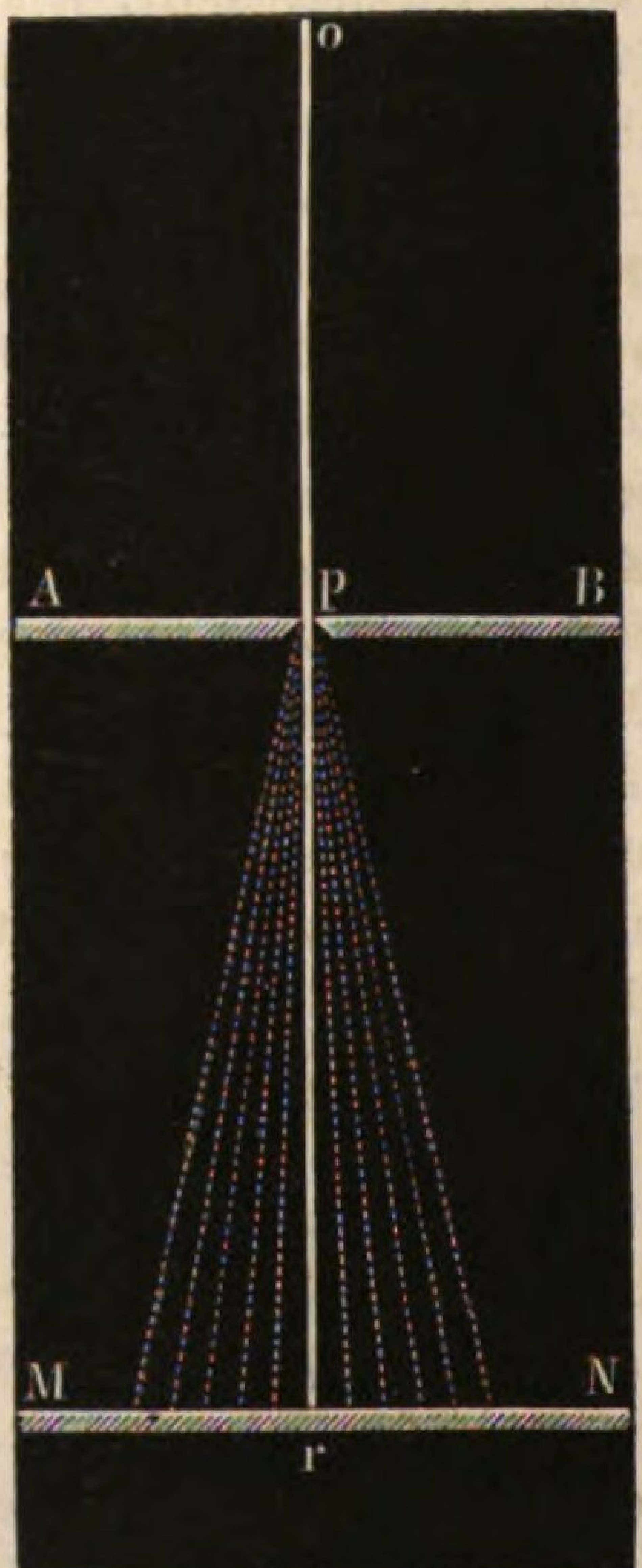
Die Dispersion (Farbenzerstreuung) des Lichtes erklärt sich dadurch, daß die Wellen derjenigen Strahlen, welchen eine größere Schwingungsgeschwindigkeit zukommt, beim Eintritte in ein brechendes Mittel in einem stärkeren Verhältnisse verkürzt werden. Cauchy (Mèmoire sur la dispersion de la lumière, Prague 1836) hat gezeigt, daß überhaupt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtwellen von ihrer Schwingungsdauer abhängt und daß die Art der Abhängigkeit durch die Natur des Mittels bedingt sei, in welchem sich die Wellen fortpflanzen. Ohne Anwendung höherer Rechnung ist hier ein weiteres Eingehen nicht wohl möglich.

Die Beugungserscheinungen. Es ist schon oben bemerkt worden, 257
daß zuerst Grimaldi die Ablenkung beobachtete, welche die Lichtstrahlen bei ihrem Vorübergange an den Rändern undurchsichtiger Körper erleiden. Nach ihm wurden die Beugungserscheinungen besonders von Newton studirt; durch seine Bemühungen, sowie durch die Untersuchungen mehrerer späteren Physiker wurden allerdings die empirischen Gesetze derselben ermittelt, allein erst Young, indem er die Diffractionsphänomene durch die Wellentheorie zu erklären versuchte, fand einen inneren Zusammenhang dieser merkwürdigen Erscheinungen auf. Fresnel ging auf dem betretenen Wege weiter und entwickelte in seinem Mémoire sur la diffraction de la lumière eine Theorie der Beugungserscheinungen, welche durch Fraunhofer, Herschel und Schwerd noch weiter ausgebildet, ja wir können sagen, vollendet wurde. Fresnel untersuchte und erklärte alle Beugungserscheinungen, welche durch einen ganz schmalen Spalt oder durch einen ganz schmalen undurchsichtigen Körper hervorgebracht werden. Fraunhofer bereicherte die Wissenschaft durch die Untersuchungen der durch Gitter hervorgebrachten Erscheinungen. Herschel begann die Phänomene zu untersuchen, welche sowohl durch eine als auch durch mehrere dreieckige, quadratische und kreisförmige Oeffnungen hervorgebracht werden. Schwerd endlich gab eine vollständige Erklärung aller Beugungserscheinungen, welche man durch Oeffnungen von beliebiger Form, von beliebiger Zahl und gegenseitiger Stellung beobachtet.

Gehen wir nun zur näheren Betrachtung der Erscheinungen über.

Läßt man durch eine schmale verticale Spalte ein Bündel Sonnenstrahlen in horizontaler Richtung in ein dunkles Zimmer eintreten, fängt man dieses Strahlenbündel *op*, Fig. 675, 2 bis 3 Meter von der Oeffnung mit dem Schirm *AB* auf, in welchem sich parallel mit der ersten eine ungefähr $^1/_2$ Linie weite Spalte befindet, so kann man das durch diese zweite Oeffnung hindurchgegangene Licht auf einem weißen Schirme *MN* in einiger Entfernung auffangen. Man sieht aber unter diesen Umständen nicht bloß einen einfachen weißen Streifen bei *r*, wie es der Fall sein müßte, wenn sich das Licht unbedingt nur in gerader Linie fortpflanzen könnte, sondern man sieht außer einem hellen Streifen, der aber weit breiter ist als die Spalte bei *p*, zu beiden Seiten noch mehrere andere, durch dunkle Zwischenräume getrennte Lichtstreifen. Hinter der Spalte *p* breitet sich also das Licht nach den Seiten aus, wie es unsere Figur andeutet.

Fig. 675.



Auf ähnliche Weise kann man die Streifen im Schatten schmaler Körper beobachten.

Fresnel ersann eine andere Beobachtungsmethode, welche die Streifen ungleich deutlicher und schärfer zeigt, als es bei dem Auffangen auf einem Schirme möglich ist; als Lichtquelle benutzte er die im Brennpunkte einer gewöhnlichen oder in der Brennlinie einer Cylinderlinse concentrirten Sonnenstrahlen und betrachtete die Beugungserscheinungen durch eine Loupe ganz in der Weise, die wir schon bei Versuchen mit den Interferenzspiegeln kennen gelernt haben.

Fraunhofer setzte die beugende Oeffnung unmittelbar vor das Objectiv eines Fernrohres, und sah durch dasselbe nach der Lichtquelle hin. Diese Beobachtungsmethode ist unstreitig die vollkommenste und gestattet zugleich eine sehr genaue Messung, von der noch weiter unten die Rede sein wird.

Die einfachsten Vorrichtungen zur Beobachtung der Beugungserscheinungen hat Schwerd angegeben. Die wesentlichste Erleichterung besteht darin, daß er das dunkle Zimmer entbehrlich machte; einen Lichtpunkt liefert das innen geschwärzte Uhrglas oder ein Metallknopf, eine Lichtlinie ein innen geschwärztes Glasröhrchen.

Wenn die Oeffnungen sehr fein sind, so sieht man die Beugungserscheinungen schon sehr schön, wenn man die Oeffnung unmittelbar vor das Auge hält und nach dem Lichtpunkte hinschaut. Solche feine Oeffnungen kann man am leichtesten nach Schwerd's

Angaben in Staniolblättchen machen. Kreisförmige Oeffnungen macht man mit Hülfe einer feinen Nadel. Legt man ein Blättchen Staniol auf eine Glasplatte, so kann man mit der Spitze eines scharfen Federmessers einen kurzen feinen Spalt einschneiden; eine parallelogrammatische Oeffnung erhält man, wenn man zwei mit einem feinen Spalte versehene Staniolblättchen quer über einander legt; um eine dreieckige Oeffnung zu erhalten, legt man drei Staniolblättchen so aufeinander, daß ihre Ränder nur eine sehr kleine dreieckige Oeffnung zwischen sich lassen.

Um die Staniolblättchen gehörig zu schützen und bequem zum Versuche anwenden zu können, werden sie mit ihrem Rande auf einen Ring (Fig. 676 zeigt einen solchen ungefähr in $^1/_2$ der natürlichen Größe) von Messingblech aufgeklebt.

Fig. 676.



Auch die größeren Oeffnungen, wie man sie zu den Versuchen mit dem Fernrohre anwendet, werden aus Staniolblättchen ausgeschnitten, auch sie sind auf einen Ring von Messingblech geklebt und in einer Fassung von Holz befestigt, die an das Ende des Fernrohrs paßt, durch welches man beobachten will.

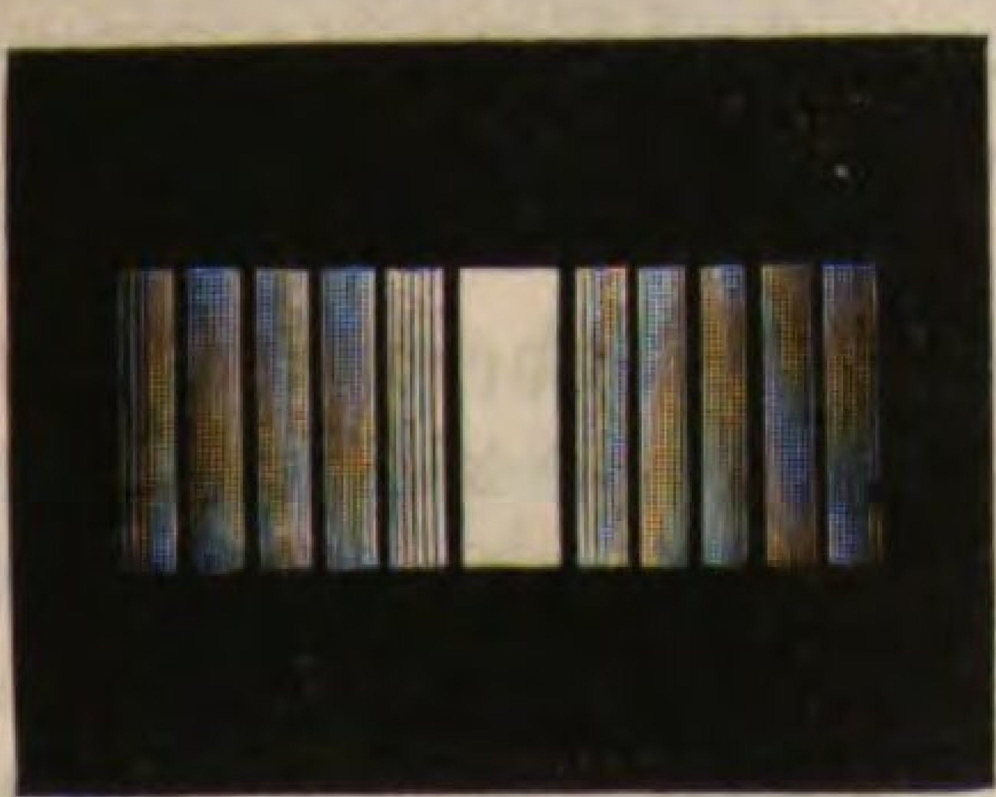
Fig. 677 zeigt die Art und Weise, wie man die Oeffnungen vor dem Fernrohre anbringt. *A* ist das Objectivende des Fernrohres, auf welchem ein

Fig. 677.



Holzring *B* aufgesteckt wird, dessen innere Höhlung mit Leder ausgefüttert ist, damit der etwas conische Holzring *C* ganz genau hineinpaßt. In diesen letzteren Holzring ist der Messingrahmen mit dem Staniolblatte *d* eingelassen, in welches die Oeffnungen eingeschnitten sind.

Fig. 678.



Wenn man mit dem Fernrohre beobachtet, muß es so weit ausgezogen werden, daß man den Lichtpunkt deutlich sieht; auch bei der Beobachtung mit bloßem Auge muß man den Lichtpunkt deutlich sehen, weshalb ein kurzsichtiges Auge mit einer Brille bewaffnet sein muß.

In Fig. 678 ist die Erscheinung abgebildet, welche man wahrnimmt, wenn man durch einen schmalen Spalt nach einer Lichtlinie hinsieht, und zwar für den Fall, daß man nicht

weißes, sondern einfarbiges Licht anwendet, also z. B. durch ein rothes Glas sieht. In der Mitte der ganzen Erscheinung sieht man einen sehr hellen Streifen, dem zu beiden Seiten, immer durch dunkle Zwischenräume getrennt, andere folgen, deren Lichtstärke sehr merklich abnimmt, je weiter sie von der Mitte entfernt sind.

Es ist dies dieselbe Figur, welche auf dem Schirme erscheint, wenn man den Versuch in der Weise anstellt, wie es durch Fig. 675 angedeutet wird.

Fig. 2 auf Tab. V. stellt das Beugungsbild einer einfachen schmalen Spalte für homogenes Licht in vergrößertem Maßstabe dar.

Nach Fraunhofer nennt man diese Seitenbilder Spectra erster Ordnung. Sie werden um so schmäler, je weiter die Oeffnung ist; deshalb sind sie auch bei einigermaßen breiten Spalten mit bloßem Auge nicht mehr sichtbar.

Für rothes Licht erscheinen diese Streifen breiter als für andere Farben. Fig. 679 zeigt, in welchem Verhältniß die Streifen schmäler werden und einander näher rücken, wenn man statt des rothen Lichtes grünes oder violettes anwendet.

Fig. 679.

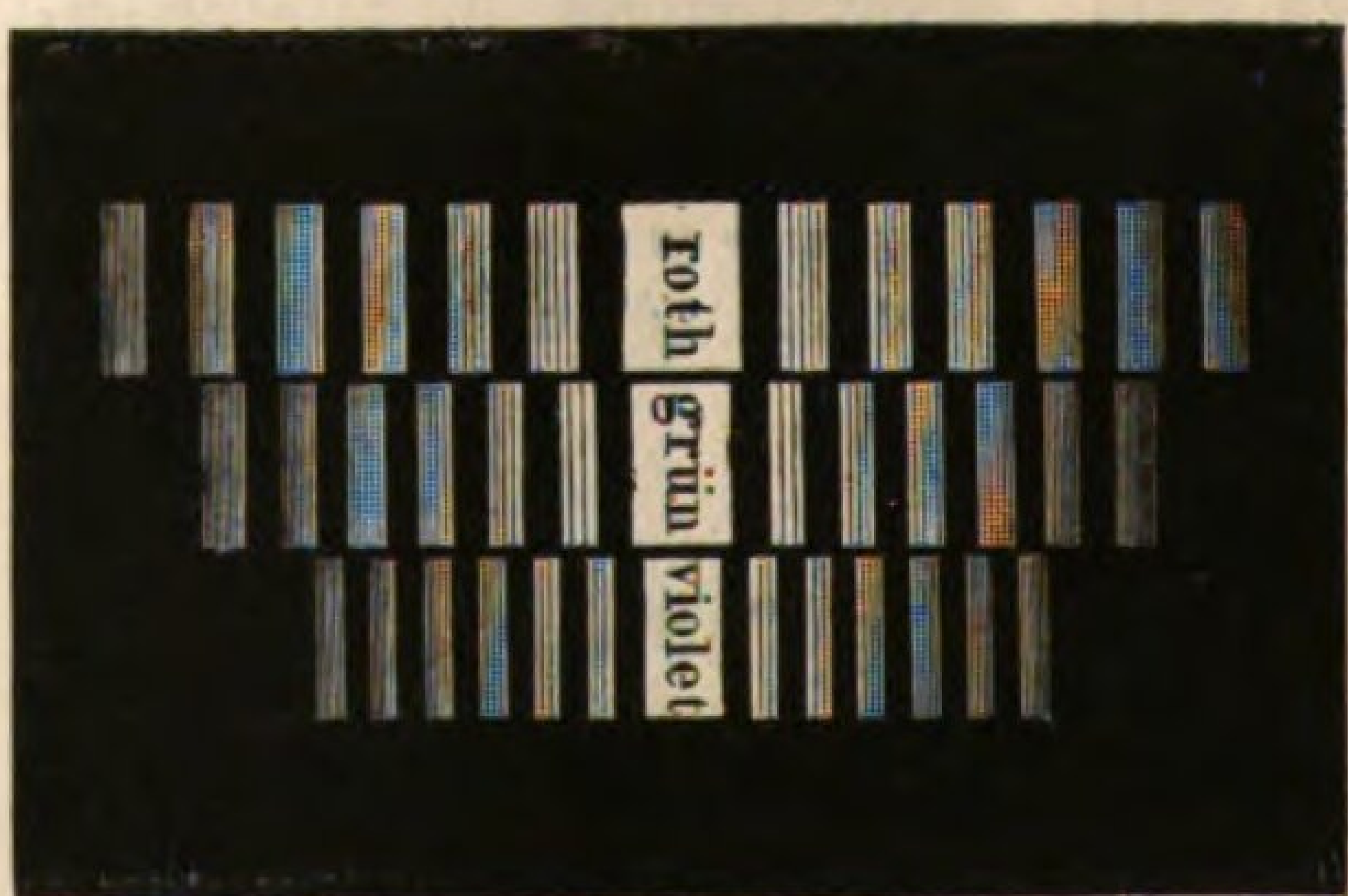


Fig. 680.



Fig. 681.



Durch eine parallelogrammatische Oeffnung von der bei *o*, Fig. 680, dargestellten Form sieht man die nebenbei abgebildete Beugungsfigur; durch eine kreisförmige Oeffnung einen hellen Fleck mit concentrischen Ringen umgeben, Fig. 681; durch eine dreieckige Oeffnung sieht man einen sechsseitigen Stern. Wir gehen hier auf die genauere Beschreibung der Phänomene nicht ein, weil sie sich ohnehin aus der Erläuterung derselben ergeben wird.

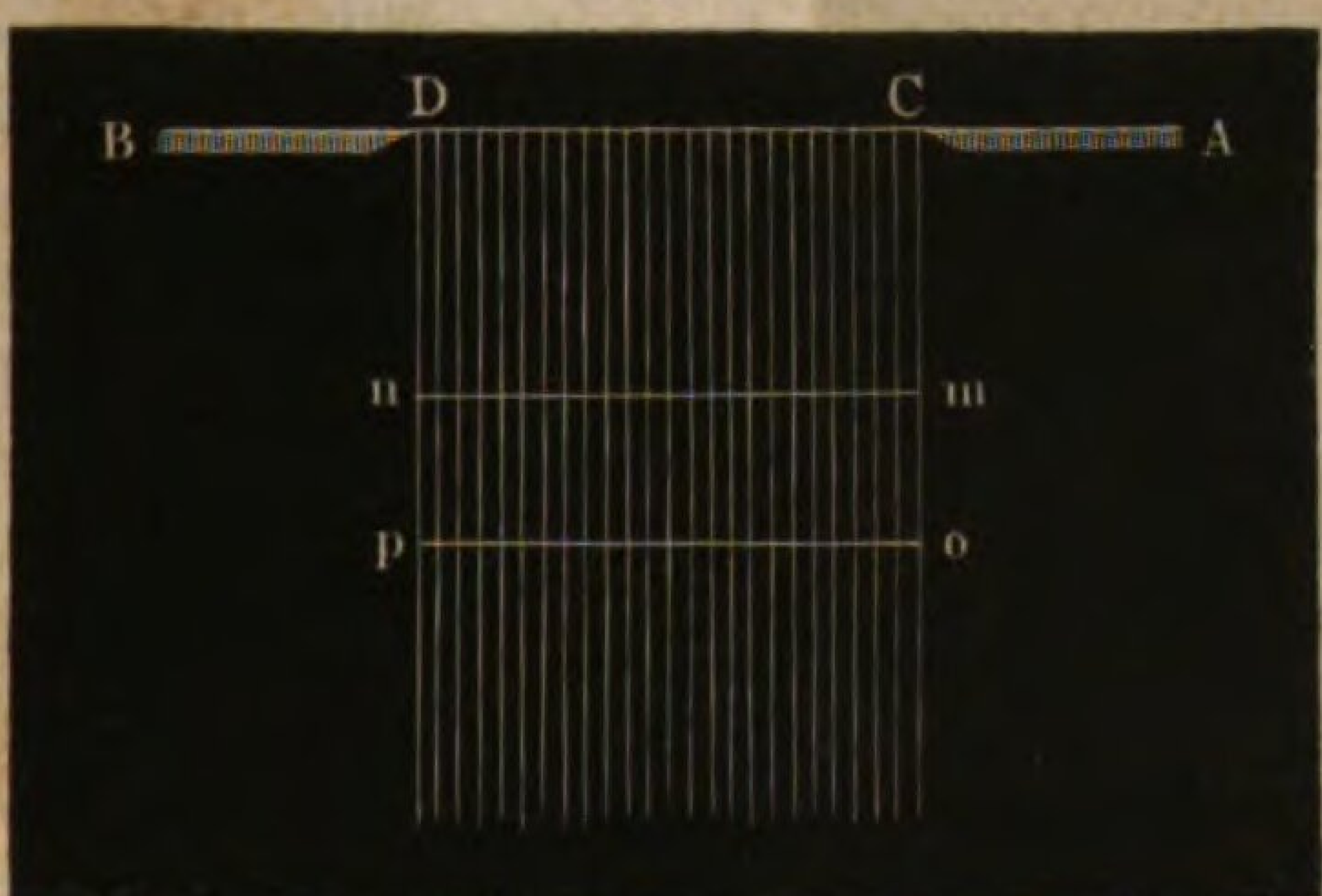
258 **Erklärung der Beugungserscheinungen, welche man durch eine Oeffnung beobachtet.** Wenn das Licht von einem hinlänglich weit entfernten Punkte senkrecht auf die Ebene des Schirmes *AB*, Fig. 1, Tab. V. fällt, in welchem sich die Oeffnung *CD* befindet, so kann man alle in dieser Oeffnung befindlichen Aethertheilchen als gleichweit von der Lichtquelle entfernt betrachten; alle diese Aethertheilchen befinden sich also in gleichen Schwingungs-

zuständen. Jedes dieser Aethertheilchen pflanzt aber seine Vibrationen jenseits des Schirmes nach allen Seiten hin fort, als ob es ein selbstleuchtendes Theilchen wäre; die Stärke der Erleuchtung in irgend einem Punkte *s* eines zweiten Schirmes *MN* hängt also nur davon ab, welche Wirkung durch die Interferenz aller in *s* zusammentreffenden von den verschiedenen Punkten der Oeffnung *CD* ausgehenden elementaren Strahlen hervorgebracht wird.

Wenn man eine enge Spalte dicht vor das Auge hält, welches wir als fernsichtig annehmen wollen, so werden alle Strahlen, welche von den verschiedenen Punkten der Spalte einander parallel ausgehen, in einem Punkte der Netzhaut vereinigt; in diesem Falle also haben wir es mit Bündeln von Strahlen zu thun, welche unter sich parallel von der engen Oeffnung ausgehen. Auch wenn die Oeffnung vor dem Objective eines Fernrohres angebracht ist, werden alle diejenigen Strahlen zur Interferenz kommen, welche als ein Bündel paralleler Strahlen von der Oeffnung auf das Objectiv fallen; denn alle Strahlen eines solchen Bündels werden in der Brennweite des Objectivs in einem Punkte vereinigt; die sich hier bildende Erscheinung wird dann durch das Ocular betrachtet.

Bei dem Versuche Fig. 1, Tab. V., ist die Entfernung des Schirmes *MN* von *AB* so groß, im Vergleich zu der Breite der Spalte *CD* (es ist z. B. die Entfernung der Schirme 2^m, die Breite des Spaltes $^1/_2{}^{mm}$), daß man ohne merklichen Fehler die von *C* und *D* aus nach einem Punkte *s* des Schirmes convergirenden Strahlen auch hier als parallel annehmen kann; wir haben also nur zu untersuchen, unter welchen Umständen alle Elementarstrahlen eines von *CD* ausgehenden parallelen Strahlenbündels sich gegenseitig unterstützen oder vernichten.

Fig. 682.

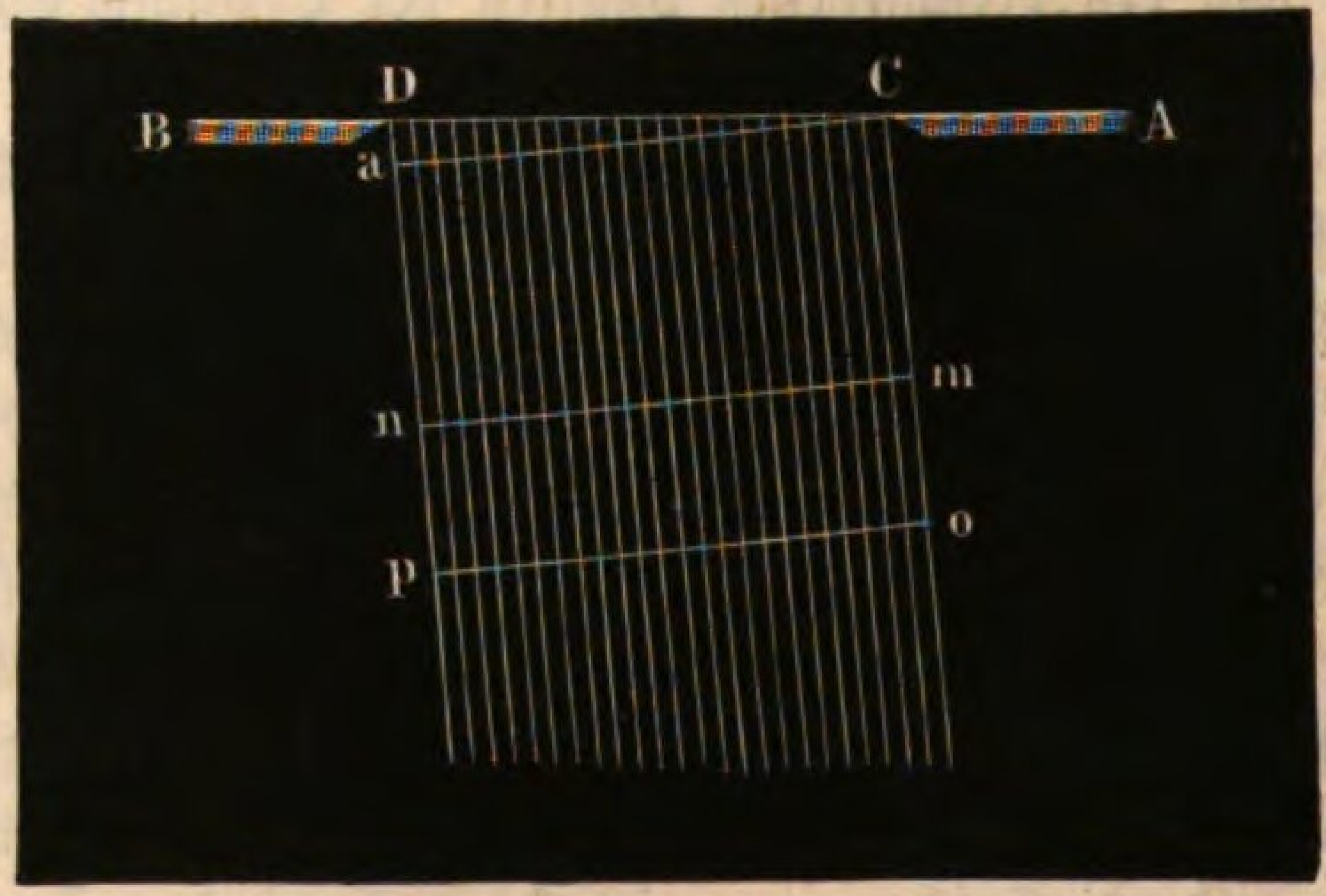


Betrachten wir zuerst ein solches Strahlenbündel, welches sich rechtwinklig zu *CD*, also in der Richtung der einfallenden Strahlen auch jenseits der Oeffnung, fortpflanzt, wie dies in Figur 682 der Fall ist. Da alle Aethertheilchen in *CD* sich in gleichen Schwingungszuständen befinden, so wird dies auch für alle Aethertheilchen der Fall sein, welche auf einer Linie *mn*, *op* u. s. w. liegen, die auf der Richtung der Strahlen rechtwinklig steht; die Strahlen dieses Bündels werden also, in unendlicher Entfernung zusammentreffend, sich gegenseitig unterstützen; ebenso werden die Strahlen dieses Bündels bei ihrer Vereinigung in einem Punkte der Netzhaut oder in der Brennweite des Objectivs eine Vibrationsintensität erzeugen, welche der Summe der Vibrationsintensitäten aller elementaren Strahlen gleich ist.

Ein so vollständiges Zusammenwirken findet für kein anderes von *CD* ausgehendes Strahlenbündel Statt.

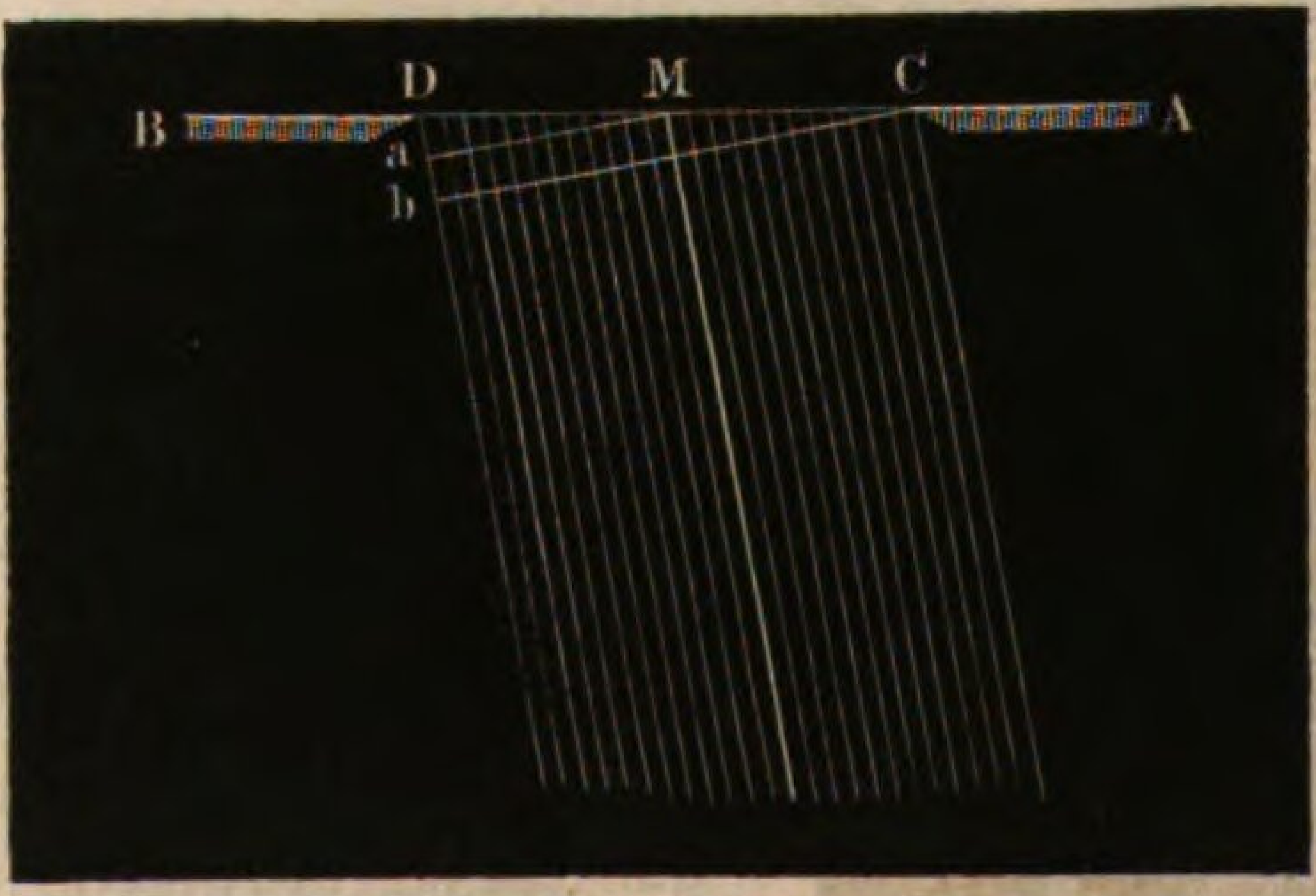
Wenn das von der Oeffnung *CD*, Fig. 683, ausgehende Strahlenbündel so gegen diese Oeffnung geneigt ist, daß der Fußpunkt *a* eines von *C* auf den von *D* ausgehenden Strahl gefällten Perpendikels *Ca* gerade um eine halbe Wellenlänge von *D* entfernt ist, wenn also *Da* = 1/2 Wellenlänge ist, so werden die entsprechenden Punkte der von *C* und *D* ausgehenden Randstrahlen, wie *m* und *n*, *o* und *p* u. s. w., sich stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen befinden; diese beiden Randstrahlen werden also ihre Wirkung gegenseitig vernichten, alle übrigen Strahlen des Bündels aber wirken in der Weise zusammen, daß die Lichtintensität dieses Bündels ungefähr 0,4 von der Intensität des ungebeugten Bündels ist.

Fig. 683.



Ist der Gangunterschied der Randstrahlen gleich 2 halben Wellenlängen, wie in Fig. 684, so kann man sich die Breite der Oeffnung in zwei gleiche Theile getheilt denken; der von *D* ausgehende Randstrahl ist alsdann mit dem von der Mitte *M* ausgehenden in seinem Gange um 1/2 Wellenlänge verschieden, beide Strahlen werden also ihre Wirkung gegenseitig vernichten; derselbe Gegensatz findet aber auch zwischen dem ersten, zweiten, dritten u. s. w. Strahle des von der einen Hälfte *DM* der Oeffnung ausgehenden Strahlenbündels und den entsprechenden Strahlen des von der anderen Hälfte *MC* ausgehenden Strahlenbündels Statt, die Totalwirkung ist also in diesem Falle gleich Null.

Fig. 684.

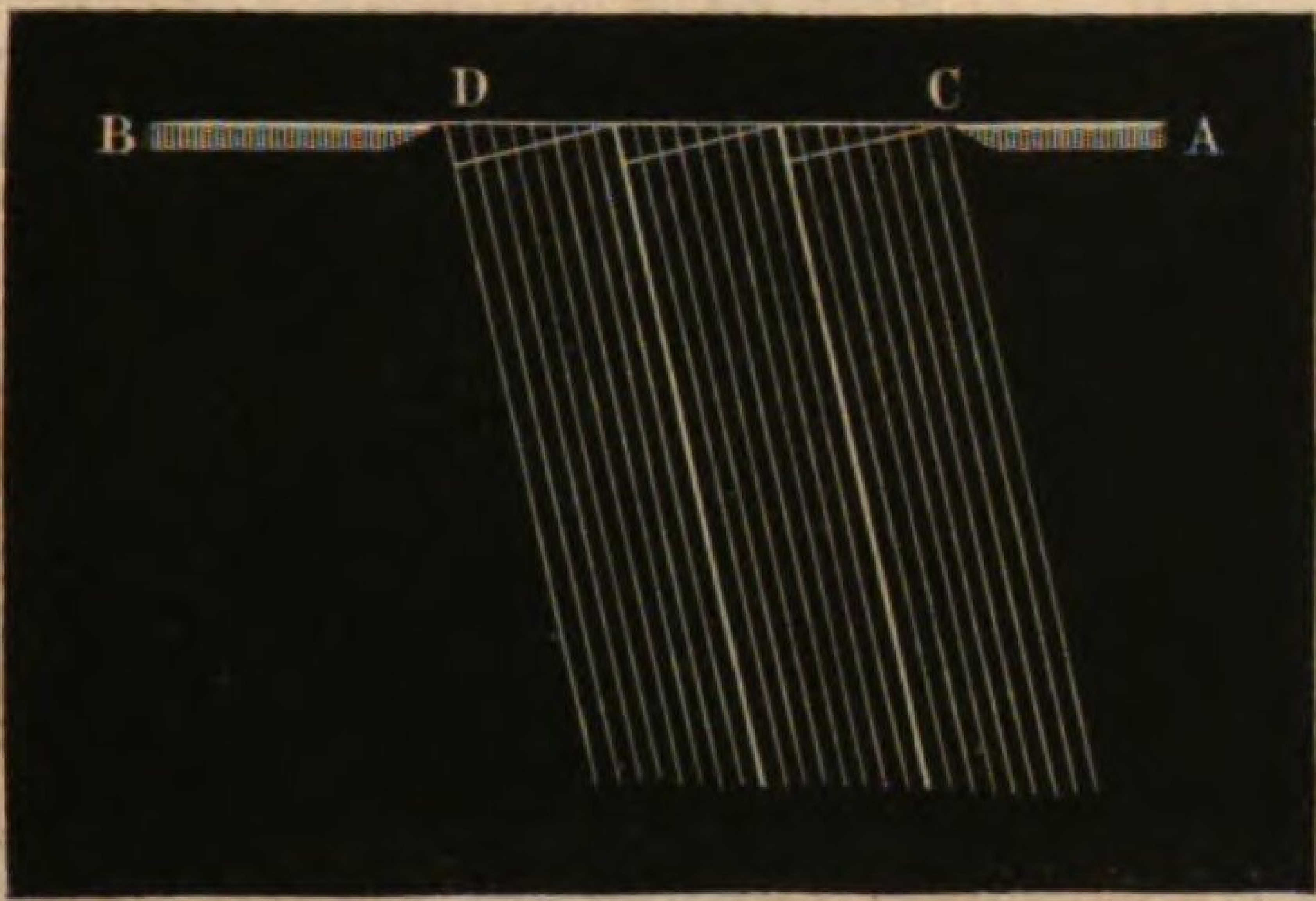


In dem Punkte *s* des Schirmes *MN*, Fig. 1, Tab. II., wird also, von der Mitte des Beugungsbildes aus gerechnet, der erste dunkle Streifen entstehen, wenn ein von *D* auf den Randstrahl *Cs* gefälltes Perpendikel ein Stück *Ca* abschneidet, dessen Länge der Wellenlänge gleich ist.

Sind die Randstrahlen um 3 halbe Wellenlängen in ihrem Gange ver-

schieden, wie in Fig. 685, so kann man sich das ganze Strahlenbündel in drei gleiche Theile getheilt denken, und es findet dann zwischen den entsprechenden Strahlen der beiden ersten Drittel ein vollkommener Gegensatz Statt; sie vernichten sich also gegenseitig, und nur die Strahlen des letzten Drittels bringen eine Wirkung hervor. Die Vibrationsintensität, welche durch dieses letzte Drittel hervorgebracht wird, ist offenbar 3mal schwächer als die Vibrationsintensität in dem durch Fig. 683 dargestellten Falle. Die Lichtintensität, welche durch das gebeugte Strahlenbündel, Fig. 685, hervorgebracht wird, ist also 9mal geringer als in dem Falle, daß die Differenz der Randstrahlen nur halbe Wellenlänge betrug.

Fig. 685.



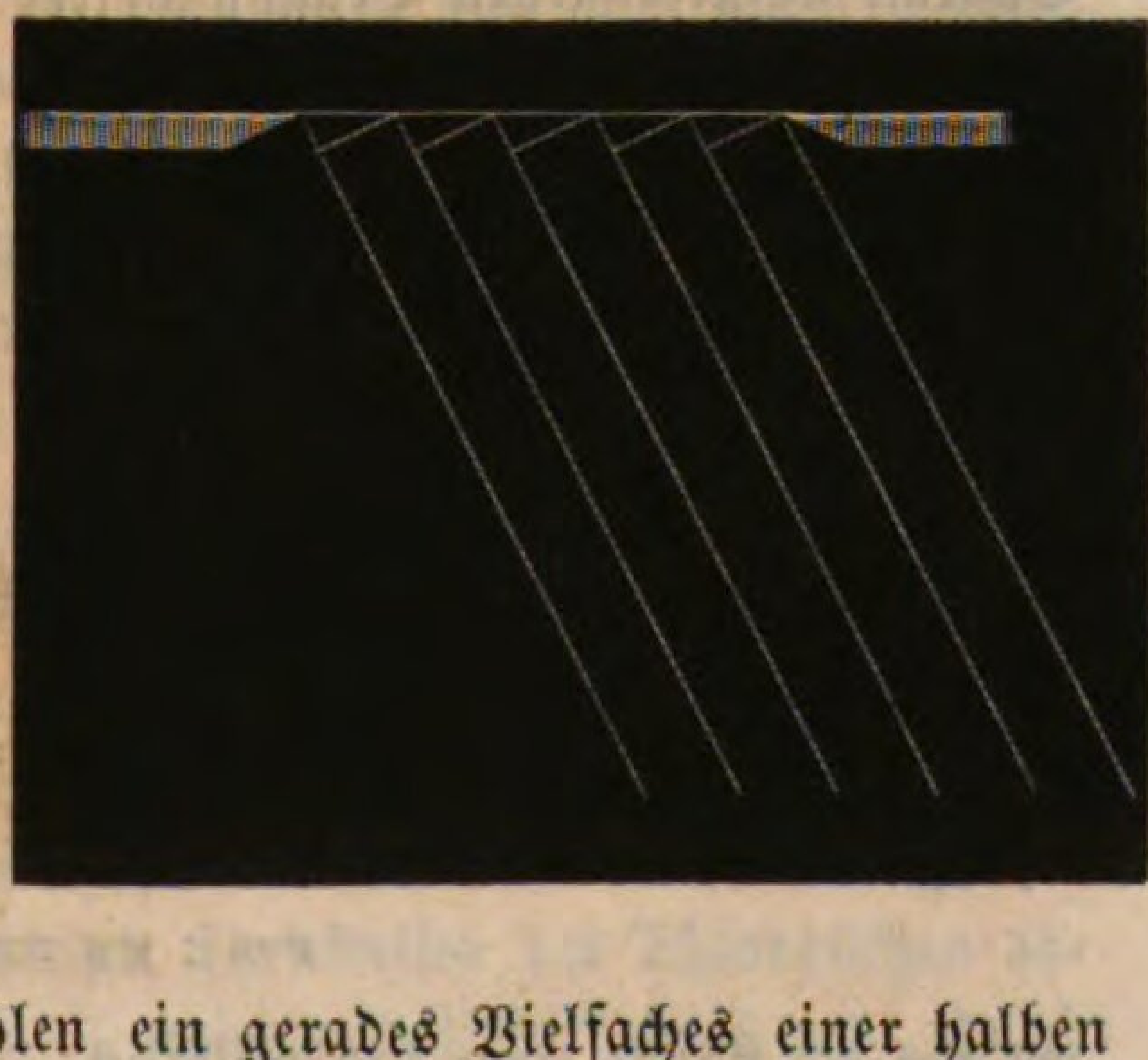
Beträgt der Gangunterschied der Randstrahlen 4 halbe Wellenlängen, Fig. 686, so ist die Lichtintensität, welche durch das Zusammenwirken aller Strahlen dieses Bündels hervorgebracht wird, abermals Null.

Auf dieselbe Weise kann man weiter schließen, und man wird finden, daß die Totalwirkung aller Strahlen eines gebeugten Bündels jedesmal 0 ist, wenn

Fig. 686.



Fig. 687.



die Differenz im Gange der Randstrahlen ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt; so oft aber der Gangunterschied der Randstrahlen ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist, wird immer noch ein Theil der Strahlen zur Wirkung kommen, allein diese Wirkung ist um so geringer, je größer der Gangunterschied der Randstrahlen wird.

Aus diesen Betrachtungen läßt sich nun leicht die ganze Erscheinung ableiten, wie man sie durch einen Spalt wahrnimmt.

Der Gangunterschied der Randstrahlen eines gebeugten Lichtbündels hängt

offenbar von dem Winkel ab, den das gebeugte Strahlenbündel mit der Richtung der einfallenden Strahlen macht; und so lange die Ablenkungswinkel klein sind, wie dies bei diesen Versuchen der Fall ist, kann man den Gangunterschied der Randstrahlen ohne merklichen Fehler dem Ablenkungswinkel proportional setzen; wenn also für einen Ablenkungswinkel b die Differenz im Gange der Randstrahlen 2 halbe Wellenlängen beträgt, so wird die Differenz im Gange der Randstrahlen 4 halbe, 6 halbe, 8 halbe u. s. w. Wellenlängen betragen, wenn der Ablenkungswinkel $2b$, $3b$, $4b$ u. s. w. ist.

Daraus folgt nun, daß in dem durch einen engen Spalt erzeugten Beugungsbilde in der Mitte ein heller Streifen sichtbar sein muß, auf welchen zu beiden Seiten eine Reihe heller und dunkler Streifen in der Weise auf einander folgen, daß je zwei Minima der Lichtstärke immer um gleiche Abstände von einander entfernt sind, wie dies auch in Fig. 2, Tab. V. der Fall ist. Ist die Entfernung des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes auf jeder Seite gleich n, so ist die Entfernung des zweiten, dritten, vierten u. s. w. dunklen Streifens $2n$, $3n$, $4n$ u. s. w., also der Zwischenraum zwischen je zwei dunklen Streifen stets gleich n; die Entfernung des ersten dunklen Streifens auf der linken Seite von dem ersten auf der rechten ist dagegen gleich $2n$, da ja die Entfernung eines jeden von der Mitte des Bildes gleich n ist.

Zwischen je zwei dunklen Streifen liegen die hellen Stellen des Bildes. Alle Seitenspectra sind gleich breit, weil ja die sie begränzenden dunklen Streifen in gleichen Abständen auf einander folgen, nur das Mittelbild ist doppelt so breit als alle übrigen.

Man kann leicht die Entfernung der dunklen Streifen in dem auf einem Schirme aufgefangenen Beugungsbilde messen und sich dadurch von der Richtigkeit der oben ausgesprochenen Behauptung überzeugen.

Als die Breite der Spalte CD 0,015″ und die Entfernung rm 93″ betrug, fand ich bei Anwendung vom rothen Lichte die Breite des Mittelbildes gleich 0,3″, und die Entfernung des ersten, zweiten und dritten dunklen Streifens von einander gleich 0,15″.

259 **Berechnung der Wellenlänge.** Die eben besprochenen Verhältnisse enthalten alle Data, um darnach die Länge der Lichtwellen zu berechnen. Offenbar sind die Dreiecke rms und CaD Fig. 1, Tab. V., ähnlich, und zwar verhält sich

$$rm : rs = Da : Ca,$$

wo Ca die Länge einer Lichtwelle ist. Alle übrigen Größen dieser Proportion, nämlich rm, der Abstand des Schirms von der Spalte, rs die halbe Breite des Mittelbildes und Da, wofür man ohne merklichen Fehler CD, d. h. die Breite der Spalte setzen darf, können genau gemessen und, wenn diese Größen bekannt sind, nach unserer Proportion der Werth von Ca berechnet werden.

Bei dem oben angeführten Versuche aber war $rs = 0{,}15''$, $rm = 93''$ und $CD = 0{,}015''$ und daraus ergiebt sich

$$Ca = 0{,}0000242 \text{ Zoll},$$

und dies ist die Wellenlänge für rothes Licht.

Bei Anwendung von blauem Lichte war die Breite des mittleren Bildes $= 0{,}2''$, also $rs = 0{,}1''$, und daraus ergiebt sich die Wellenlänge für blaues Licht $= 0{,}0000161''$.

Unter den zur Berechnung der Wellenlänge nöthigen Messungen ist die der Breite des Spaltes am schwierigsten. Um diese Breite mit möglichster Genauigkeit messen zu können, hat man der Beugungsspalte die in Fig. 688 dargestellte Einrichtung gegeben. Die Spalte wird durch zwei Stahlplatten gebildet, von denen die eine a auf einer hinter der Spalte durchbrochenen Messingplatte befestigt ist, während die zweite b durch eine Mikrometerschraube verschoben werden kann, so daß man innerhalb gewisser Gränzen der Spalte jede beliebige Breite zu geben im Stande ist. Um die Breite der Spalte genau messen zu können, muß man die Höhe eines Schraubenganges kennen und ferner muß der Kopf der Schraube mit einer Theilung versehen sein, welche gestattet, noch Unterabtheilungen einer ganzen Umdrehung abzulesen. Beträgt z. B. die Höhe eines Schraubenganges $^1/_2{}^{mm}$ und ist ferner der Umfang der Trommel cd, welche den Kopf der Schraube bildet, in 20 gleiche Theile getheilt, so kann man die Breite des Spaltes jedenfalls auf $^1/_{20}$ eines halben Millimeters, also auf $^1/_{40}{}^{mm}$ genau bestimmen.

Fig. 688.



$\frac{1}{2}$

Die Breite solcher Spalten, welche nicht durch eine Mikrometerschraube veränderlich sind, wird wohl am besten unter dem Mikroskop gemessen.

Noch genauer als nach der oben angegebenen Methode läßt sich die Länge der Lichtwelle auf folgende Weise bestimmen:

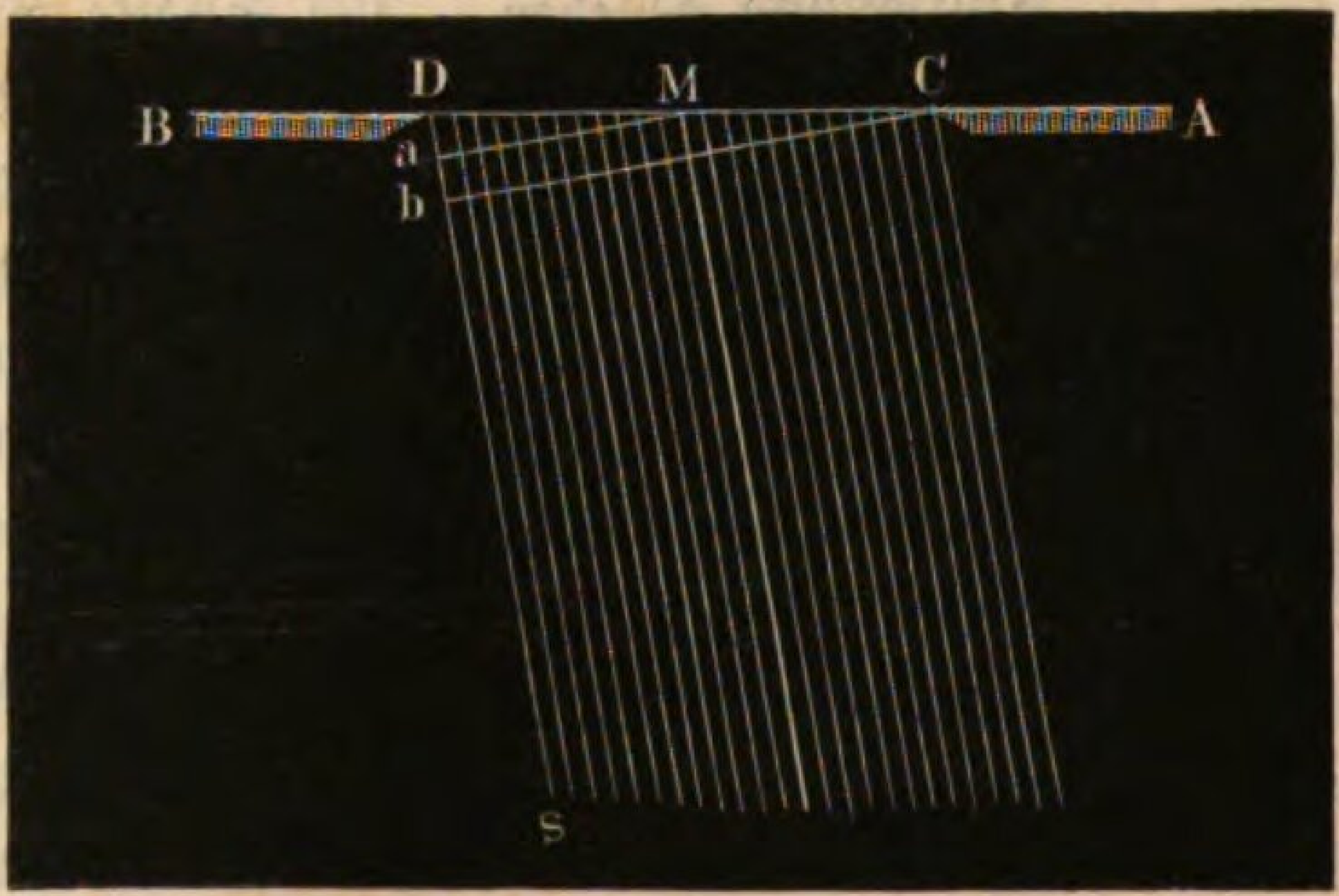
Wenn man den beugenden Spalt vor das Objectiv des Fernrohres eines Theodolithen bringt, welcher die Winkel noch bis auf eine Secunde angiebt, so kann man leicht die Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes messen; man stellt zu diesem Zwecke das Fernrohr zuerst so, daß der verticale Faden des Fadenkreuzes genau durch die Mitte des Beugungsbildes geht, und dreht es alsdann aus dieser Lage heraus, bis der erste, der zweite, der dritte u. s. w. dunkle Streifen mit jenem Faden zusammenfällt; die Winkelwerthe der Drehung werden am Nonius des horizontalen Theilkreises des Theodolithen abgelesen. Schwerd fand für einen Spalt, welcher $1{,}353^{mm}$ breit war, durch ein rothes Glas schauend auf die angegebene Weise folgende Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes:

Für den	1sten	dunklen	Streifen	. . .	1′ 41″
» »	2ten	»	»	. . .	3′ 18″
» »	3ten	»	»	. . .	4′ 55″
» »	4ten	»	»	. . .	6′ 27″

In der That ist also der für den 2ten, 3ten, 4ten dunklen Streifen gefundene Winkelabstand nahe 2=, 3=, 4mal so groß als der Winkelabstand des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes. Als Mittel erhält man aus diesen Messungen für den Winkelabstand zweier auf einander folgenden dunklen Streifen den Werth 1′ 38,1″.

Aus diesen Messungen kann man ebenfalls sehr leicht die Länge einer Lichtwelle berechnen. Wenn Fig. 689 das gebeugte Strahlenbündel vorstellt, welches dem ersten dunklen Streifen entspricht, so muß die Entfernung *Db* einer Wellenlänge gleich sein; diese Länge läßt sich aber leicht berechnen, da ja die Länge *CD* = 1,353^mm und die Größe des Ablenkungswinkels *DCb* = 1′ 38″ bekannt ist; es ist nämlich *Db* = *CD* . *sin*. *DCb* = 1,353 . *sin*. 1′ 38″ = 0,000643^mm.

Fig. 689.



Das von Schwerd zu diesem Versuche angewandte rothe Glas ließ nur solche Strahlen durch, welche zwischen die Fraunhofer'schen schwarzen Streifen *B* und *D* fallen; die Wellenlänge 0,000643^mm entspricht also ungefähr dem Roth, welches zwischen *B* und *D* in der Mitte liegt.

Da für die anderen farbigen Strahlen die Streifen näher zusammenrücken, findet man auch für die Wellenlänge dieser Strahlen kleinere Werthe als für das rothe Licht; die Werthe der Wellenlängen, wie sie den schwarzen Streifen des Spectrums entsprechen, sind folgende:

B	0,0006897^mm	= 0,00002541	Zoll
C	0,0006559	= 0,00002422	»
D	0,0005888	= 0,00002175	»
E	0,0005265	= 0,00001945	»
F	0,0004856	= 0,00001794	»
G	0,0004296	= 0,00001587	»
H	0,0003963	= 0,00001464	»

Kennt man einmal die Länge der Lichtwelle, so kann man auch leicht ihre Schwingungsdauer berechnen, da ja auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes bekannt ist. In einer Secunde pflanzt sich das Licht um 42000 Meilen oder (in runder Zahl die Meile zu 23000 Fuß gerechnet) um 11592 000 000 Zoll fort. Dividirt man diese Fortpflanzungsgeschwindigkeit durch die gleichfalls in Zollen ausgedrückte Wellenlänge, so erfährt man, wie viel Lichtschwingungen in einer Secunde gemacht werden. Für das mittlere rothe Licht ergeben sich auf diese Weise

$$\frac{11592\,000\,000}{0{,}00002541} = 456\,000\,000\,000\,000,$$

für violettes Licht aber

$$667\,000\,000\,000\,000$$

Schwingungen in der Secunde.

Breite und Intensitätsverhältnisse des Beugungsbildes. Da 260
nach den obigen Betrachtungen die Wellenlänge λ gefunden wird, wenn man die Breite g des beugenden Spaltes mit dem Sinus des Winkelabstandes b des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes multiplicirt, da also

$$\lambda = g \sin. b,$$

so ist auch

$$\sin. b = \frac{\lambda}{g},$$

d. h. der Sinus des Ablenkungswinkels für den ersten dunklen Streifen oder, was dasselbe ist, die Breite der Seitenspectra ist der Breite der Oeffnung umgekehrt proportional. Für eine 2-, 3-, 4mal breitere Oeffnung werden also die Spectra 2-, 3-, 4mal schmäler werden.

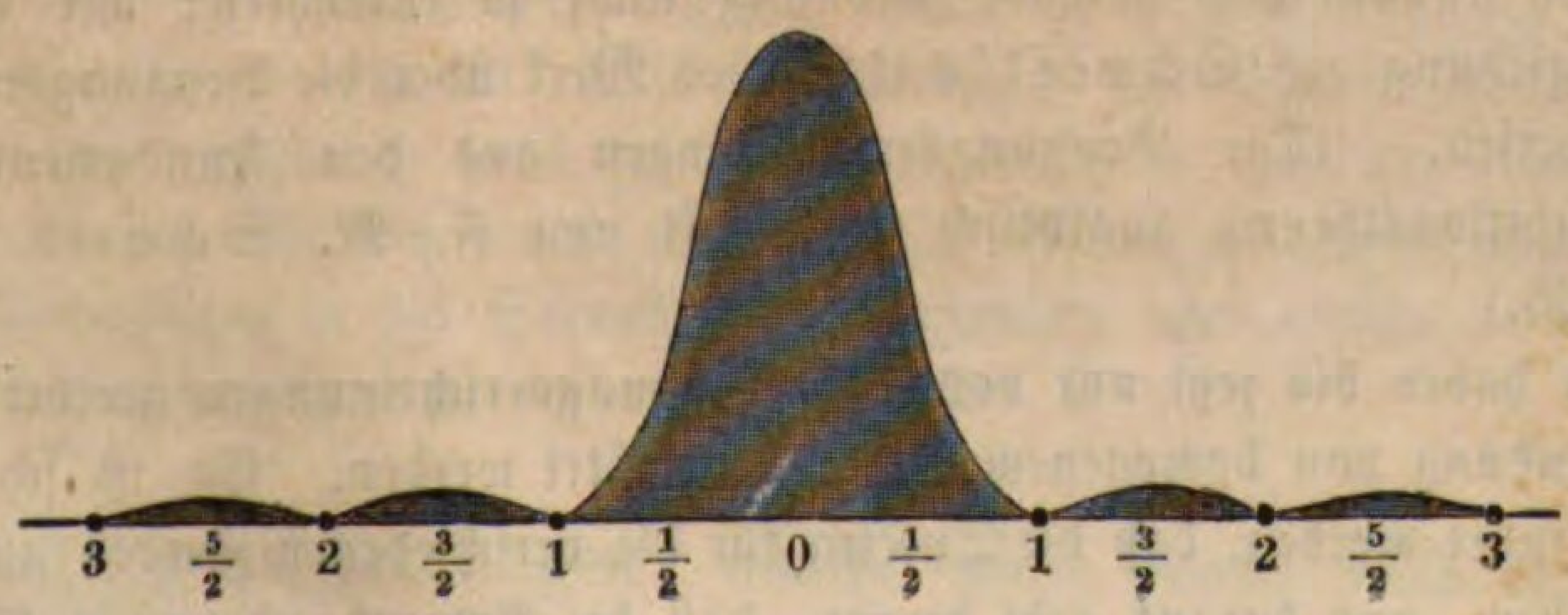
Schwerd fand für die Breite der Spectra im rothen Lichte, bei Anwendung von Spalten verschiedener Breite, folgende Werthe:

Breite des Spaltes.	Winkelbreite der Spectra.
1,353	1′ 38,1″
1,274	1′ 45,7″
0,989	3′ 7,0″

In der That verhalten sich hier die Winkelbreiten der Spectra sehr nahe umgekehrt wie die Breite des Spaltes. Dieses Verhältniß zwischen der Breite der Spectra und des Spaltes war durch genaue Messungen älterer Physiker schon lange ausgemittelt worden, ehe man die Beugungserscheinungen überhaupt zu erklären wußte.

Das Gesetz, nach welchem die Intensität der Seitenspectra mit ihrer Entfernung von der Mitte des Bildes abnimmt, ist in Fig. 690 graphisch dargestellt. Der Punkt 0 der Abscissenlinie entspricht der Mitte des Bildes, die

Fig. 690.

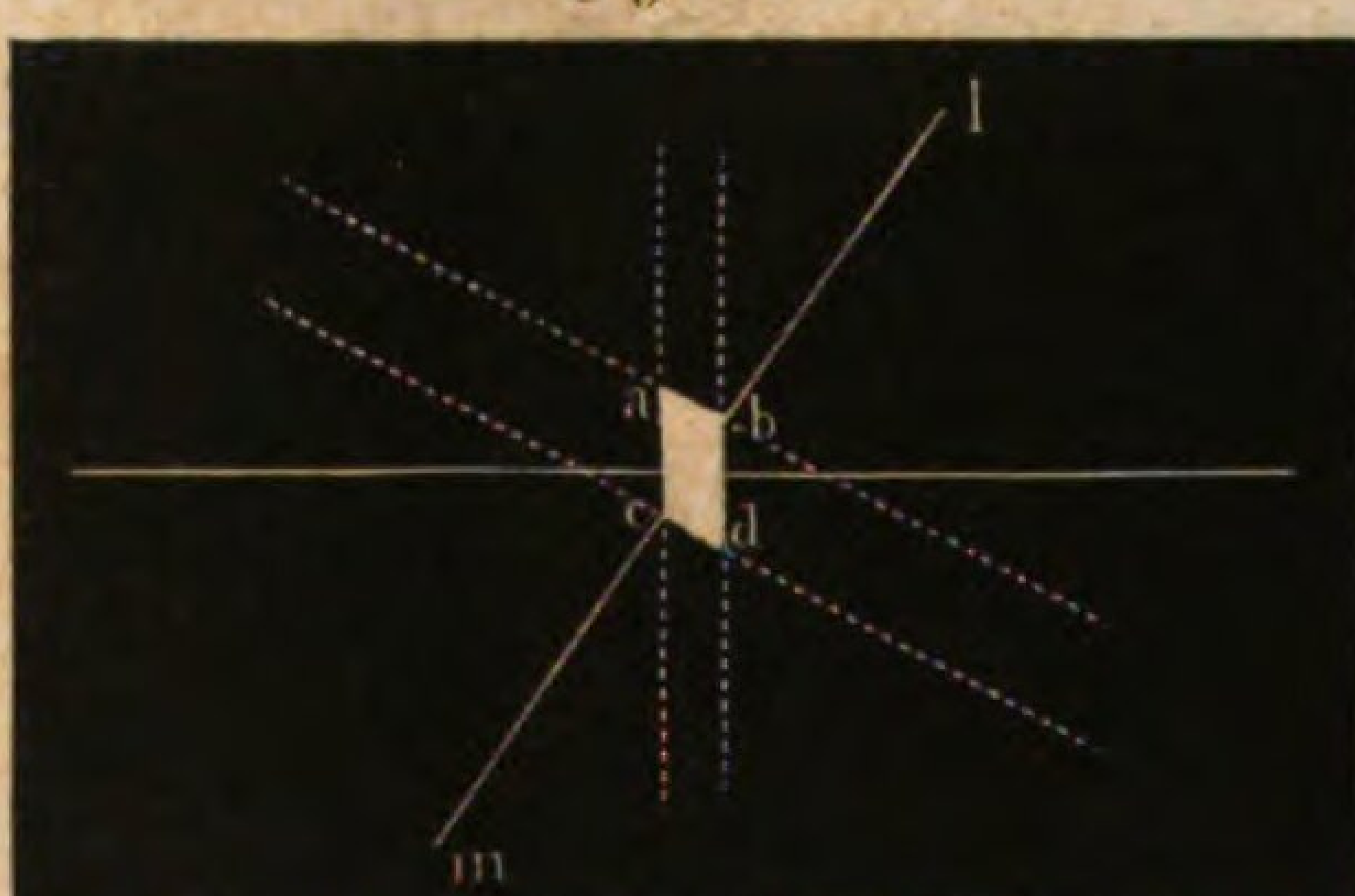


Punkte 1, 2, 3 dem 1sten, 2ten und 3ten dunklen Streifen. Von der Mitte des Bildes an nimmt die Intensität des Lichtes ab; sie ist, wie wir gesehen haben, für die Stelle, welche dem Punkte $^1/_2$ entspricht, nur noch 0,4 von der Lichtstärke in der Mitte des Bildes. Es ist ferner schon oben gezeigt worden, daß die Intensität des Lichtes bei $^3/_2$ 9mal geringer ist als bei $^1/_2$; aus ähnlichen Betrachtungen aber ergiebt sich, daß in den Punkten $^5/_2$ und $^7/_2$ die Lichtstärke 25mal, 49mal schwächer ist als an der mit $^1/_2$ bezeichneten Stelle.

Mit abnehmender Breite des Spaltes wird natürlich auch die ganze Erscheinung lichtschwächer. Die Oeffnungen, die man vor das Objectiv eines Fernrohrs setzt, können weit größer sein als diejenigen, welche zur Beobachtung mit dem bloßen Auge bestimmt sind, weil ja die Erscheinung durch das Ocular vergrößert gesehen wird; da aber die vergrößerte Oeffnung eine größere Lichtstärke zur Folge hat, so bietet auch hierin wieder die Beobachtung durch das Fernrohr einen großen Vortheil.

Im Wesentlichen erklärt sich auch nun die Erscheinung Fig. 680 S. 608, wie man sie durch eine parallelogrammatische Oeffnung wahrnimmt. Das Parallelogramm *abcd*, Fig. 691, bildet einen Theil eines verticalen Spaltes (und dieser Stellung des Parallelogramms entspricht unsere Beugungsfigur), es wird also offenbar eine horizontale Reihe von Spectren bilden; die Kanten *ab* und *cd* bilden aber einen Theil eines schrägstehenden Spaltes, und ein solcher wird eine Reihe von Spectren erzeugen, die in der auf der Richtung der Kanten *ab* und *cd* rechtwinklig stehenden Richtung *lm* auf einander folgen.

Fig. 691.



Wenn die Entfernung der verticalen Kanten von einander halb so groß ist, als die Entfernung der schrägen, so werden die horizontalen Spectren doppelt so breit werden, als die schrägen.

Wir können hier nicht weiter auf die Erklärung dieser Erscheinung, sowie derjenigen, welche durch dreieckige, kreisförmige u. s. w. Oeffnungen hervorgebracht werden, eingehen; denn wenn es auch möglich ist, die Grundsätze der Beugungserscheinungen elementar zu entwickeln, so ist doch bei complicirteren Fällen die Anwendung höherer Rechnung nicht zu entbehren; wir müssen in dieser Beziehung auf Schwerd's classisches Werk über die Beugungserscheinungen verweisen. (Die Beugungserscheinungen aus den Fundamentalgesetzen der Undulationstheorie analytisch entwickelt von F. M. Schwerd. Mannheim 1835.)

Wir haben bis jetzt nur von den Beugungserscheinungen geredet, wie sie bei Anwendung von homogenem Lichte beobachtet werden. Es ist schon mehrfach angeführt worden, daß die Spectra für die verschiedenen Farben nicht gleiche Breite haben, und daraus geht hervor, daß bei Anwendung von weißem Lichte

die Maxima und Minima der Lichtstärke für die verschiedenen Farben nicht zusammenfallen; man wird also an keiner Stelle des Beugungsbildes vollkommene Dunkelheit sehen und an keiner Stelle, die Mitte ausgenommen, Weiß erblicken; überall sieht man Farbentöne, in welchen diejenigen Farben vorherrschen, welche an dieser Stelle gerade einen hellen Streifen bilden, während gerade die Farben fehlen, welche hier im Minimum sind. Die Aufeinanderfolge dieser Farbentöne ist ganz dieselbe wie die, welche wir bald bei den Newton'schen Farbenringen werden kennen lernen.

Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen. Wir haben bisher 261
stillschweigend angenommen, daß nur gleichfarbige Strahlen interferiren, ungleichfarbige aber nicht; daß also rothe Strahlen weder mit gelben, noch mit grünen, noch mit blauen Strahlen interferiren. Die Richtigkeit dieser Annahme wird schon dadurch bestätigt, daß man in der That nirgends eine Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen wahrnimmt; aber auch theoretisch läßt sich der Grund davon leicht nachweisen. Zu diesem Zwecke wollen wir die analogen Erscheinungen bei der Interferenz der Schallwellen betrachten. Wir haben in der Lehre vom Schalle gesehen, daß, wenn nicht isochrone Schallwellen interferiren, ein abwechselndes Anschwellen und Nachlassen des Tones entsteht; etwas Aehnliches muß auch bei der Interferenz ungleichfarbiger Lichtstrahlen entstehen.

Wir haben aber ferner gesehen, daß die Anzahl der Stöße in jeder Secunde davon abhängt, wie viel Schwingungen der eine Ton in jeder Secunde mehr macht als der andere, und daß, wenn die Schwingungszahlen bei den Tönen sehr verschieden sind, die Stöße so rasch folgen, daß man sie nicht mehr unterscheiden kann.

Dies ist nun auch bei der Interferenz ungleichfarbiger Lichtstrahlen der Fall. Die mittleren rothen Strahlen machen 456, die mittleren violetten 667 Billionen Schwingungen in der Secunde; die violetten also 211 Billionen Schwingungen in der Secunde mehr als die rothen; die mittleren orangefarbenen Strahlen werden also ungefähr 30 Billionen Schwingungen in der Secunde mehr machen als die rothen; man sieht daraus, daß bei der Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen die Stöße so ungeheuer rasch folgen, daß das abwechselnde Stärker- und Schwächerwerden des Lichtes nicht unterschieden werden kann. Aber auch etwas den Combinationstönen Analoges kann hier nicht beobachtet werden. Die Interferenz der mittleren rothen und der mittleren violetten Strahlen bringt 211 Billionen Stöße in der Secunde hervor. Einzelne sind daher natürlich nicht zu unterscheiden; aber auch ihr Totaleindruck kann vom Auge nicht als eine besondere Farbe wahrgenommen werden, weil 430 Schwingungen in der Secunde die langsamsten sind, welche im Auge noch den Eindruck des Lichtes hervorbringen.

Beugungserscheinungen, welche man durch mehrere neben 262
einander liegende Oeffnungen beobachtet. Wenn zwei oder mehrere

gleiche beugende Oeffnungen neben einander stehen, so erscheint im Wesentlichen dieselbe Beugungsfigur, die man auch durch eine dieser Oeffnungen beobachtet haben würde; nur erscheint die Hauptfigur von vielen schwarzen Streifen durchschnitten. So beobachtet man z. B. das Beugungsbild Fig. 3, Tab. V. durch zwei gleiche Spalten, welche so neben einander stehen, wie Fig. 692 zeigt, und welche um die Breite eines Spaltes von einander entfernt sind. Die Fig. 1, Tab. VI. zeigt die Erscheinung, wie sie durch zwei neben einander stehende

Fig. 692.



Fig. 693.

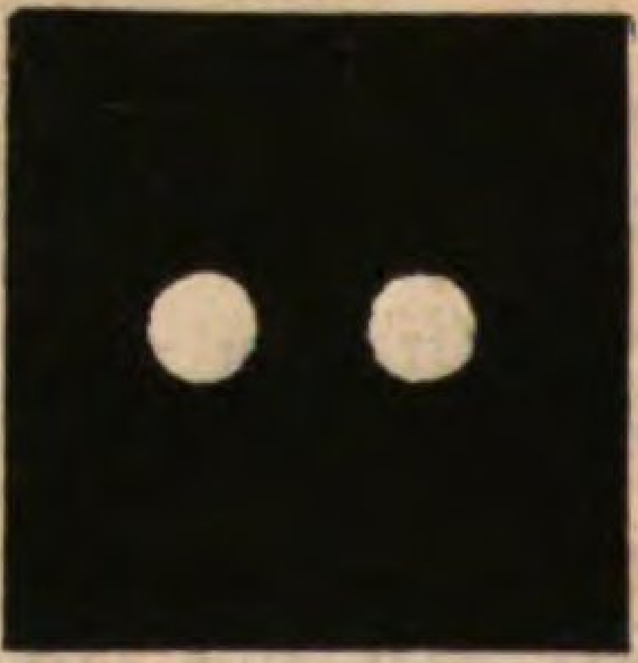
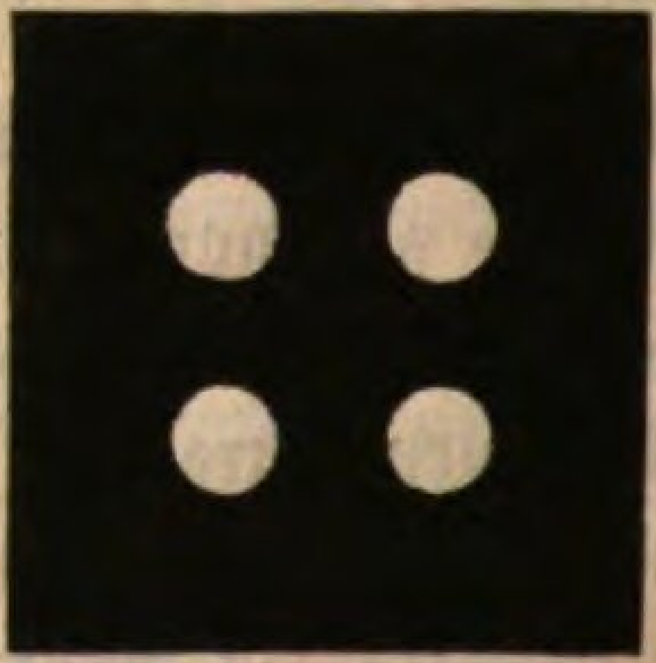


Fig. 694.



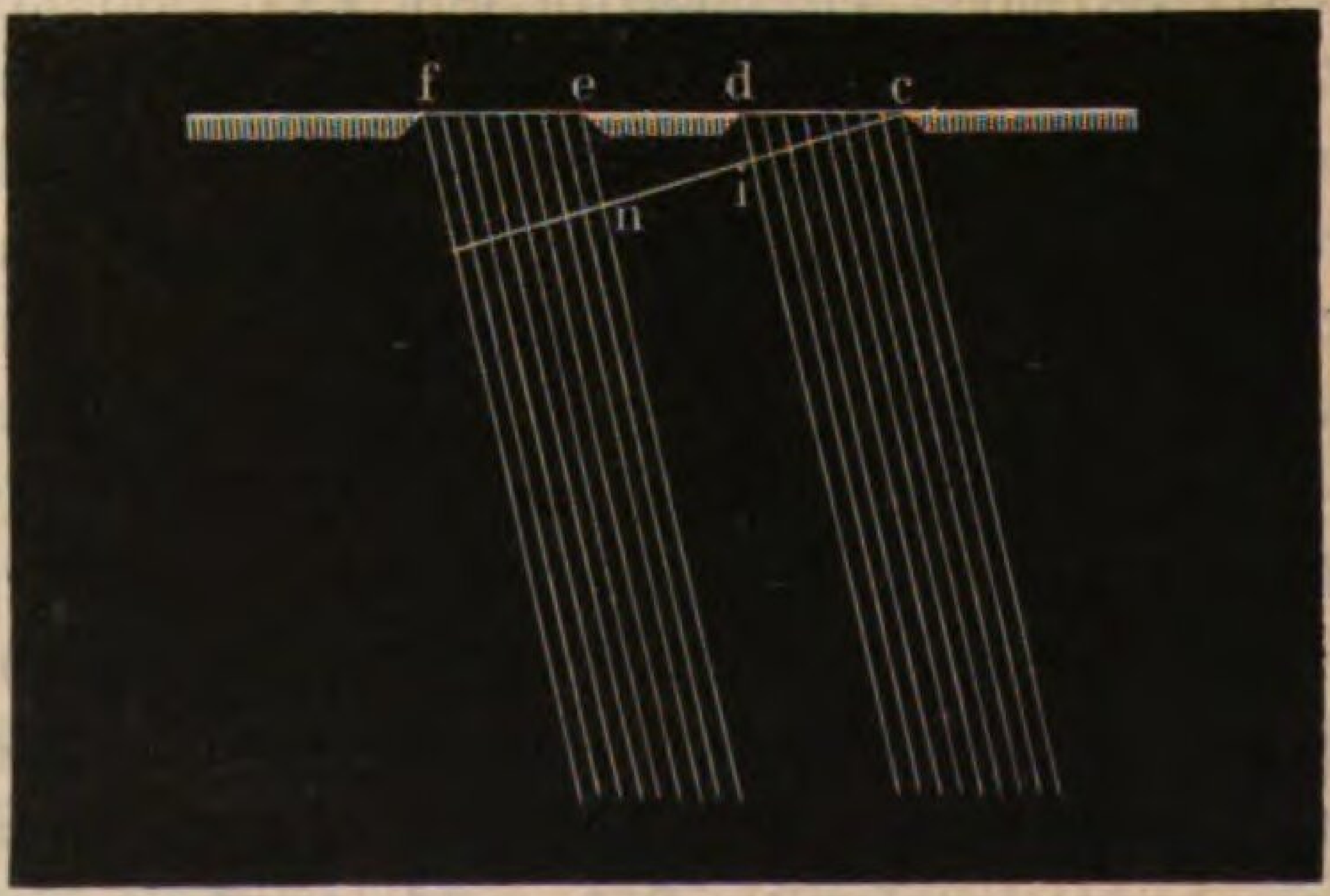
runde Oeffnungen, Fig. 693, beobachtet wird; vier solcher Oeffnungen, deren Mittelpunkte ein Quadrat bilden, Fig. 694, bringen die Erscheinung Fig. 2, Tab. VI. hervor.

Betrachten wir zunächst die durch zwei Spalten hervorgebrachten Beugungserscheinungen, so sehen wir, daß die Spectra erster Ordnung, welche eine solche Oeffnung hervorgebracht haben würde, durch diese schwarzen Streifen in kleinere Abtheilungen zerlegt erscheinen, welche Fraunhofer Spectra zweiter Classe nannte. Besonders scharf und deutlich treten diese dunklen Streifen im mittleren Theile der Beugungsfigur auf.

Suchen wir nun die Entstehung dieser schwarzen Streifen zu erklären.

Die Fig. 695 stellt einen Schirm mit zwei Oeffnungen vor, welche wir der Einfachheit wegen gleich breit und um die Breite einer Oeffnung von einander entfernt annehmen wollen. Solche Strahlenbündel nun, welche, wie die in unserer Figur dargestellten, in paralleler Richtung von den beiden Oeffnungen ausgehen, werden in einem und demselben Punkte der Netzhaut oder in einem Punkte in der Brennweite des Fernrohrobjectivs vereinigt. Wenn nun die Ablenkung der gebeugten Strahlenbündel gerade eine solche ist, daß die Elementarstrahlen eines jeden Bündels sich schon unter einander selbst vernichten, so wird auch durch das Zusammenwirken der beiden Strahlenbündel kein Licht erzeugt werden können; die dunklen Stellen also, welche man im Beugungsbilde beobachtet,

Fig. 695.



wenn bloß eine Oeffnung vorhanden ist, werden auch dunkel bleiben, wenn man eine zweite Oeffnung derselben Art neben die erstere macht.

Die hellen Streifen im Beugungsbilde einer Oeffnung werden hingegen durch das Hinzukommen der zweiten nicht so ganz unverändert bleiben können; denn es kann ja der Fall eintreten, daß jedes der beiden Strahlenbündel für sich allein eine bestimmte Vibrationsintensität erzeugen, also eine helle Stelle im Beugungsbilde hervorbringen würde, daß aber zwischen den beiden Bündeln ein vollkommener Gegensatz stattfindet, so daß beide ihre Wirkung gegenseitig vernichten. Es ist demnach klar, daß durch das Hinzutreten der zweiten Oeffnung an solchen Orten dunkle Streifen entstehen können, welche im Beugungsbilde einer Oeffnung hell erschienen, also dunkle Streifen, welche die Spectra erster Classe durchschneiden.

Wir wollen nun genau die Stellen bestimmen, an welchen diese neuen schwarzen Streifen auftreten.

Diejenigen Strahlenbündel, welche sich rechtwinklig zur Oeffnung, also ungebeugt, fortpflanzen, sind in ihrem Gange vollkommen übereinstimmend, sie werden sich also unterstützen; die Mitte des ganzen Bildes bleibt daher vor wie nach hell.

Von der Mitte des Bildes an gerechnet, wird durch die Interferenz der beiden Strahlenbündel das erste Minimum dann entstehen, wenn die entsprechenden Strahlen beider Bilder in ihrem Gange um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge von einander verschieden sind, wenn also ein von dem Randstrahle c auf den Randstrahl e gefälltes Perpendikel cn den Randstrahl e in einem Punkte n trifft, welcher von e um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge entfernt ist. Dasselbe Perpendikel trifft aber den Randstrahl d in einem Punkte i, welcher von d um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge absteht. Die beiden Strahlenbündel werden sich also gegenseitig vernichten, wenn der Gangunterschied der Randstrahlen eines und desselben Strahlenbündels gerade $\frac{1}{4}$ Wellenlänge beträgt; die Ablenkung der Strahlenbündel ist also für diesen Fall 4mal kleiner als die Ablenkung des Strahlenbündels, welches den ersten dunklen Streifen erzeugt, wenn nur eine Oeffnung vorhanden ist. Der besseren Uebersicht wegen sind in Fig. 696 und Fig. 697 (a. f. S.) die Intensitätscurven zusammengestellt, wie sie einem einfachen Spalt (Fig. 696) und zwei neben einander stehenden Spalten entsprechen, die um die Spaltweite von einander entfernt sind (Fig. 697). Während für den einfachen Spalt, von der Mitte an gerechnet, das erste Minimum bei 1 auftritt, finden wir für die zwei Spalten einen dunklen Streif schon bei $\frac{1}{4}$.

Ein zweiter, ein dritter, ein vierter u. s. w. dunkler Streifen wird durch die Interferenz der von den beiden Oeffnungen ausgehenden Strahlenbündel erzeugt, wenn die Länge en, Fig. 695, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$ Wellenlängen beträgt; in diesem Falle ist aber di gleich $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{4}$ Wellenlängen, die neuen schwarzen Streifen werden also in den Punkten $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{4}$, Fig. 697, entstehen.

Wir sehen also, daß durch diese dunklen Streifen jedes Seitenspectrum erster Classe in drei Theile getheilt wird, welche Spectra zweiter Classe ge-

nannt werden und von welchen der mittlere doppelt so breit ist als die beiden anderen.

Es bleibt jetzt nur noch die Intensität des Lichtes an den verschiedenen Stellen des Beugungsbildes zu bestimmen. In der Mitte des ganzen Bildes, in dem Punkte, welcher mit $^1/_2$ bezeichnet ist, und überall da, wo die Mitte eines Spectrums zweiter Classe mit der Mitte eines Spectrums erster Classe

Fig. 696.

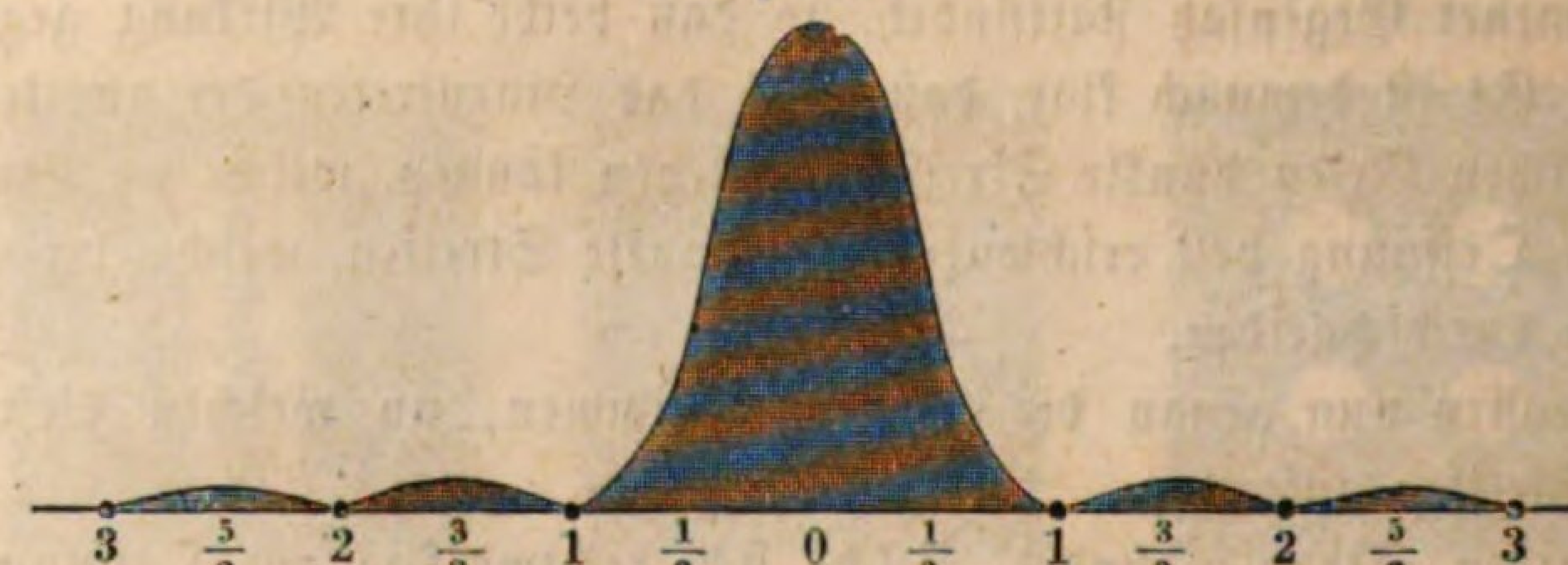
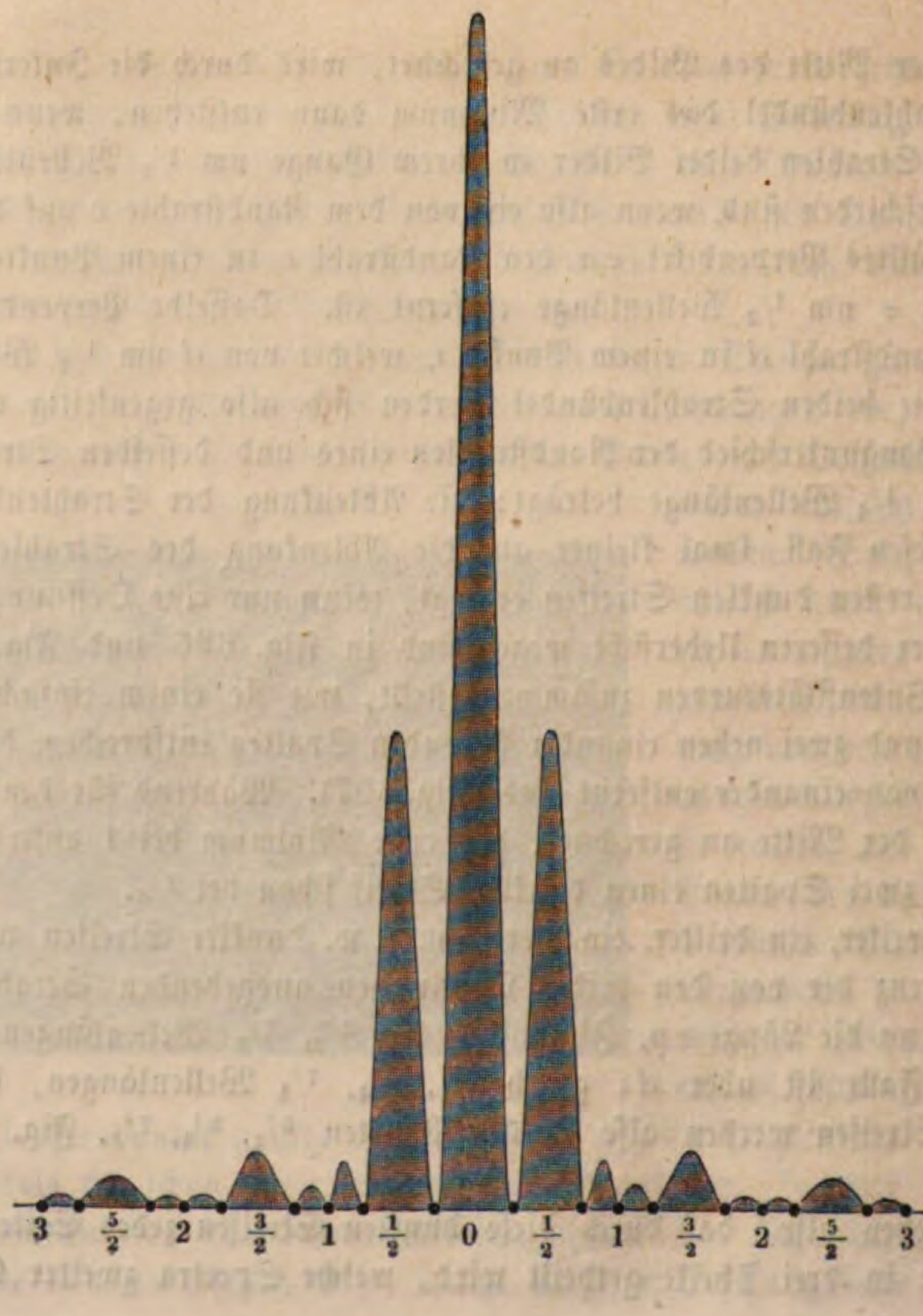


Fig. 697.



zusammenfällt, ist der Gang der von den beiden Oeffnungen kommenden Strahlenbündel vollkommen harmonirend; sie werden also hier eine Vibrationsintensität hervorbringen, welche doppelt so groß ist, als für eine Oeffnung; die Lichtstärke ist also an dieser Stelle 4mal größer, als wenn nur eine solche Oeffnung da wäre, an den Zwischenstellen hingegen hat im Ganzen die Lichtstärke bedeutend abgenommen.

In Fig. 697 ist die Intensitätscurve für zwei Oeffnungen dargestellt; es ist bei der Construction dieser Curve angenommen worden, daß jede der beiden Oeffnungen eben so breit sei, als diejenige, deren Intensitätscurve in Fig. 696 dargestellt ist; aus diesem Grunde sind die Punkte $1/2$, 1, $3/2$, 2 u. s. w. hier eben so weit von 0 entfernt, als dort; ferner ist an den Stellen, in welchen die beiden Lichtbündel zusammenwirken, also in den Punkten 0, $1/2$, $3/2$ u. s. w., der Fig. 697 die Lichtstärke 4 mal so groß als an den entsprechenden Stellen von Fig. 696. Die Minima der Lichtstärke finden sich hier in den Punkten $1/4$, $3/4$, 1, $5/4$, $7/4$, 2, $9/4$ u. s. w.

Gitterspectra. Sind noch mehr als zwei Spalten neben einander, so 263
wird die Zahl der schwarzen Streifen, welche die Spectra erster Classe durchschneiden, noch vermehrt, und dadurch entstehen die Spectra dritter Classe. Wären z. B. 4 solcher Spalten neben einander wie die beiden, für welche die Intensitätscurve Fig. 697 construirt ist, so würden neue Minima in den Punkten $1/8$, $3/8$, $5/8$, $7/8$ u. s. w. auftreten; dadurch würde aber fast alles Licht zwischen $1/8$ und $3/8$, ferner zwischen $5/8$ und $11/8$ verschwinden; der Lichtstreifen in der Mitte des Bildes, ebenso wie die Reste der Spectra zweiter Classe bei $1/2$, $3/2$ u. s. w. würden also immer schmäler werden; dagegen würde gerade hier die Intensität des Lichtes 16 mal größer sein, als für eine solche Oeffnung, weil die 4fache Anzahl von Oeffnungen hier die 4fache Vibrationsintensität hervorbringt.

Man begreift nach dieser Auseinandersetzung recht gut, wie die Lichtstreifen bei 0, die Reste der Spectra zweiter Classe bei $1/2$, bei $3/2$ u. s. w. immer schmäler und lichtstärker werden, und wie das Licht der zwischenliegenden Stellen immer mehr verschwindet, wenn man die Zahl der Oeffnungen vermehrt.

Dadurch erklären sich nun die zuerst von Fraunhofer beobachteten Beugungserscheinungen, welche durch Gitter, d. h. durch eine Reihe paralleler schmaler Spalten, hervorgebracht werden. Setzt man ein solches Gitter vor das Fernrohr, sieht man dann nach einer Lichtlinie, welche den Spalten parallel ist, so beobachtet man bei Anwendung von homogenem Lichte, etwa wenn man durch ein hinlänglich homogenes Glas sieht, in der Mitte, Fig. 698 (a. f. S.), das schmale Licht der Lichtlinie, und zu beiden Seiten bei R, R' und R'' die Reste der übrig bleibenden Spectra erster Classe als einfarbige helle Lichtstreifen; wenn man auch an anderen Stellen noch schmale Streifen wahrnehmen kann, so sind sie doch im Vergleiche gegen die eben erwähnten sehr lichtschwach. Für violettes Licht rücken die entsprechenden Lichtstreifen der Mitte des Bildes in

dem Verhältnisse näher, in welchem die violetten Lichtwellen kürzer sind als die rothen, sie werden also bei V, V' und V'' wahrzunehmen sein.

Fig. 698.

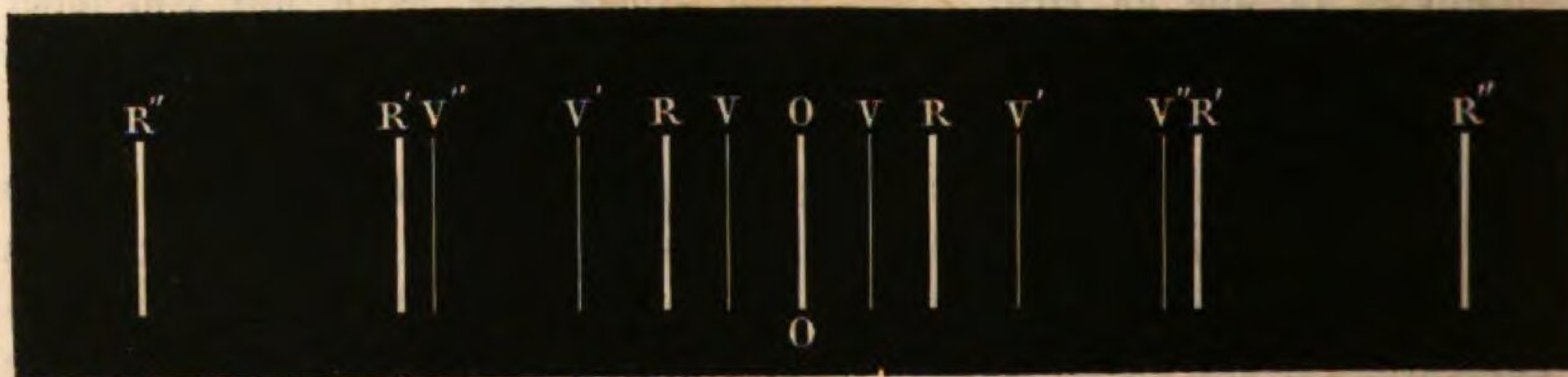


Fig. 699.



Wenn man weißes Licht anwendet, so gehen die Bilder stetig in einander über, d. h. man sieht zwischen R und V, zwischen R' und V', zwischen R'' und V'' in ununterbrochener Folge eine Reihe von Lichtstreifen verschiedener Farben, welche in derselben Ordnung auf einander folgen, wie die Farben des prismatischen Farbenbildes, und also förmliche Spectra (im gewöhnlichen Sinne des Wortes) bilden, wie dies Fig. 699 darstellt. Die zu beiden Seiten der weißen Mittellinie 00 zunächst folgenden Spectra RV stehen ganz frei auf schwarzem Grunde, dagegen greift das rothe Ende des zweiten Spectrums $R'V'$ noch auf das violette Ende des dritten $R''V''$ über.

Die Aufeinanderfolge der Farben in diesen Spectris ist genau dieselbe, wie beim prismatischen Spectrum, nur ist, wie im nächsten Paragraphen näher erörtert werden soll, die Vertheilung der Farben beim Gitterspectrum eine andere.

Die Farben solcher Gitterspectra werden sich um so mehr den rein prismatischen nähern, je mehr man die Zahl der neben einander stehenden Spalten vermehrt und je feiner man die einzelnen Spalten macht; bei hinlänglicher Feinheit der Gitter werden diese Spectra rein genug, um die Fraunhofer'schen Linien erkennen zu lassen. Einige dieser Linien sieht man mit Hülfe des Fernrohrs schon durch ein Drahtgitter mit 90, sehr viele aber schon durch ein Gitter mit 200 bis 300 Oeffnungen auf einen Zoll.

Die Gitter zu diesen Versuchen erhält man, wenn man die cylindrischen Theile von Stecknadeln parallel neben einander und in gleichen Entfernungen auf einen viereckigen messingenen Rahmen befestigt; feinere Drahtgitter verfertigte Fraunhofer, indem er auf den gegenüberstehenden Enden eines solchen Rahmens die Gänge einer feinen Schraube einschnitt und zwischen diesen Gän-

gen feine Metalldrähte ausspannte; die feinsten Gitter erhielt er, indem er auf ein mit Goldblättchen belegtes Planglas mit Hülfe einer Theilmaschine Parallellinien radirte, oder solche Linien mit einem Diamant in ein Planglas einschnitt.

Durch feinere Gitter sieht man die Spectra schon sehr schön mit bloßem Auge, ja man kann durch hinlänglich feine Gitter auf diese Weise selbst mehrere der Fraunhofer'schen Linien erkennen.

Wir haben bei den bisherigen Betrachtungen angenommen, daß die dunklen Zwischenräume des Gitters so breit sind wie die Spalten; wenn dies nicht der Fall ist, so treten in den Beugungsbildern Modificationen ein, deren Betrachtung uns hier zu weit führen würde.

Aus den Erscheinungen, welche man durch einfache Gitter beobachtet, erklärt sich auch die schöne, durch Tab. VII. dargestellte Erscheinung, welche man sieht, wenn man vor dem Objective des Fernrohrs zwei solcher Gitter kreuzt und nach einem Lichtpunkte sieht. Die Mitte der Erscheinung nimmt das weiße Bild des Lichtpunktes ein, welcher von einer Menge von Farbenbildern umgeben ist, die ihr violettes Ende nach innen kehren.

Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn man ein Stück Mousselin, Flor, Drahttuch oder Seidenband vor das Fernrohr bringt. Auch die schönen Farbenbilder, welche man sieht, wenn man durch die Fahne einer Vogelfeder (besonders gut dazu sind die Flügel- oder Schwanzfedern kleiner Vögel) nach einem Lichtpunkte sieht, gehören hierher. Ebenso ist die Glorie von mehreren farbigen Ringen, welche man um die Flamme eines Kerzenlichtes erblickt, wenn man nach demselben durch ein mit einem feinen Staube, etwa mit Semen lycopodii, bestreutes Glas sieht, eine Beugungserscheinung.

Feine Gitter zeigen bei reflectirtem Lichte ähnliche Farbenerscheinungen wie bei durchgelassenem; dadurch erklärt sich das schöne Farbenspiel fein gestreifter Oberflächen, z. B. der Barton'schen Irisköpfe, der Perlmutter u. s. w.

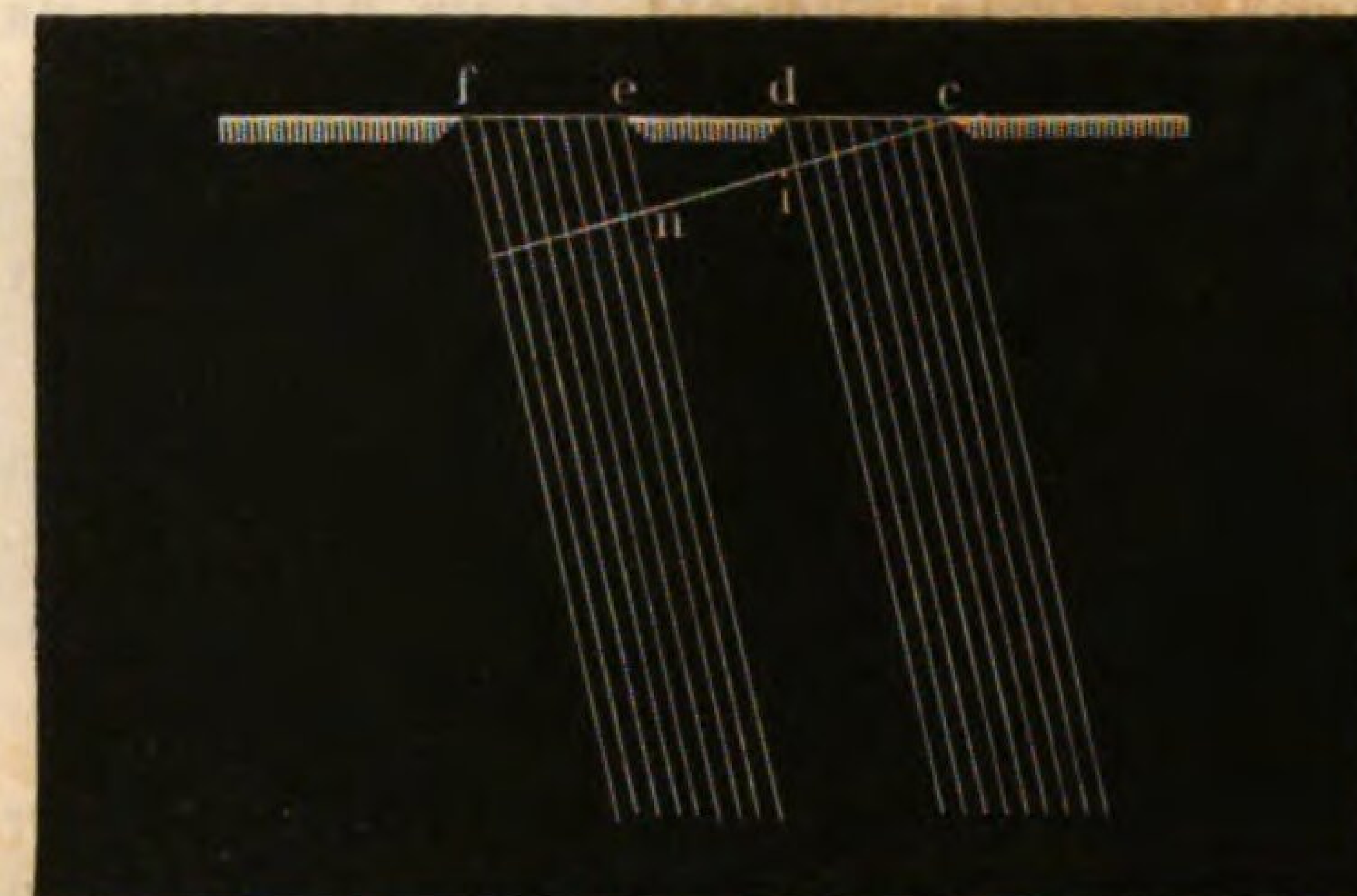
Genauere Untersuchung der Gitterspectra. Fig. 700 stelle eine 264
Reihe paralleler Elementarstrahlen dar, wie solche sich von den Spalten eines Gitters aus nach allen Seiten verbreiten. Ein solches Bündel paralleler Elementarstrahlen wird nun, wenn es durch die brechenden Medien des Auges oder durch eine Linse in einem Punkte vereinigt wird, eine helle Linie bilden, wenn für die Büschel, welche durch zwei benachbarte Spalten gegangen sind, die bereits oben S. 620 erwähnte, durch Fig. 701 (a. f. S.) erläuterte Bedingung erfüllt ist, daß *en* gerade eine Wellenlänge beträgt. Bezeichnen wir die

Fig. 700.



Entfernung *ce*, Fig. 701, d. h. die Summe der Breite eines Spaltes und eines Zwischenraumes mit *b*, den Winkel, welchen die Strahlen mit der Ebene des Gitters machen, also auch den Winkel *ecn* mit x, mit λ endlich die Wellenlänge, so haben wir

Fig. 701.



$$b\,.\,sin.\;x = \lambda \quad .\;.\;1)$$

für solche elementare von den Gitterspalten herkommende Strahlenbündel, welche das erstere Spectrum *R V*, von der Mitte 0 des Bildes Fig. 698 an gerechnet, zu Stande bringen.

Für das zweite und dritte Spectrum gelten dann die Bedingungsgleichungen

$$b\;.\;sin.\;x = 3\,\lambda \text{ und } b\;.\;sin.\;x = 5\,\lambda.$$

Bleiben wir jedoch bei der Betrachtung des ersten Spectrums stehen. Aus Gleichung 1 folgt

$$sin.\;x = \frac{\lambda}{b} \quad .\;.\;.\;.\;.\;2).$$

Der Werth von *sin.* x in Gleichung 2 ist bei unverändertem Werth von λ um so größer, je kleiner b wird. Der Abstand der Spectra von der Mitte 0 des Gesammtbildes Fig. 699 sowohl, als auch die Breite dieser Spectra wächst demnach in demselben Verhältniß, in welchem das Gitter feiner wird.

Für denselben Werth von b, also für dasselbe Gitter wächst ferner *sin.* x der Wellenlänge λ proportional; da nun aber die Wellenlänge für die violetten Strahlen am kleinsten, für die rothen am größten ist, so folgt aus 2), daß das violette Ende der Gitterspectra nach innen, das rothe nach außen gekehrt ist.

Da *sin.* x der Gleichung 2) zufolge der Wellenlänge proportional wächst, so ist klar, daß diejenigen Strahlen die Mitte des Gitterspectrums einnehmen werden, deren Wellenlänge das Mittel ist zwischen der Wellenlänge der äußersten rothen und der äußersten violetten Strahlen. Für die äußersten rothen Strahlen ist die Wellenlänge 0,0000266 Zoll, für die äußersten violetten aber 0,0000146 Zoll. Das Mittel dieser Wellenlängen ist aber 0,0000206 Zoll (siehe S. 614), die Wellenlänge derjenigen Strahlen, die zwischen den Fraunhofer'schen Linien *D* und *E* in der Mitte liegen, d. h. der mittleren gelben Strahlen. Das Gelb wird also die Mitte des ganzen Gitterspectrums bilden, während es beim prismatischen Spectrum weit mehr gegen das rothe Ende des Spectrums hingeschoben ist. Fig. 702 stellt die richtige Farbenvertheilung eines Gitterspectrums dar, welches man nur mit dem prismatischen Spectrum auf S. 491 zu vergleichen hat, um sogleich den charakteristischen Unterschied beider Arten von Spectris zu übersehen.

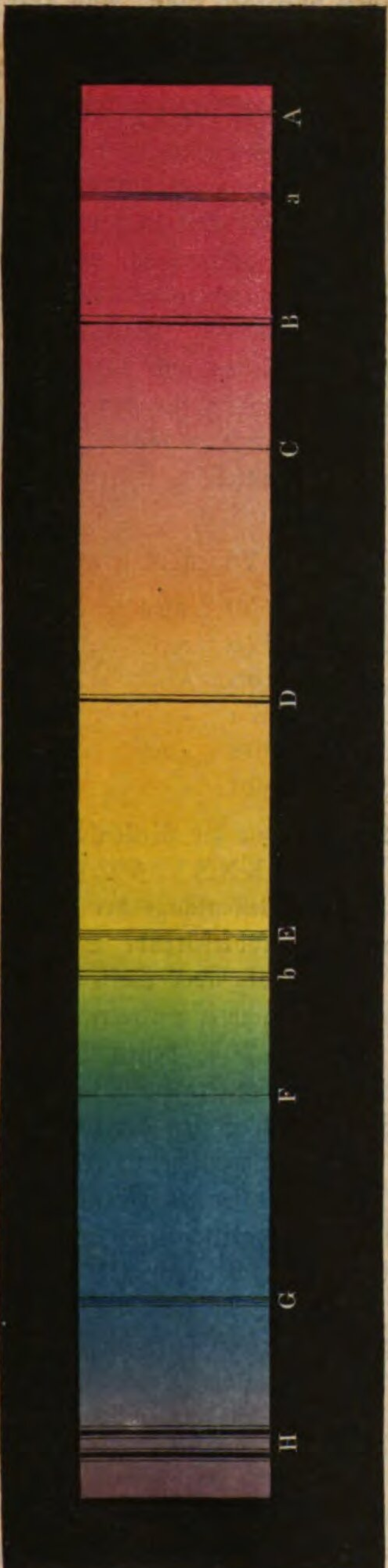
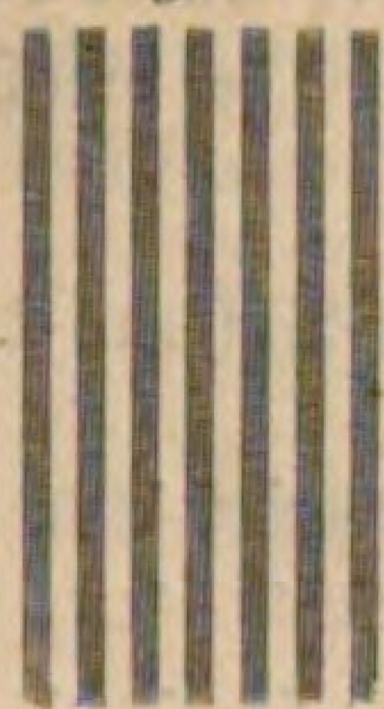


Fig. 702.

Nach Gleichung 2 bleibt der Werth von *sin. x* unverändert, wenn λ und b in gleichem Verhältniß sich ändern. Einen interessanten Beweis für die Richtigkeit dieses Satzes bietet **Robert's Interferenzspectrumplatte.**

Auf der Mitte einer Glasplatte sind, durch größere Zwischenräume getrennt sieben Gitter mit dem Diamant eingeritzt, ungefähr wie es Fig. 703 in **bedeutend** vergrößertem Maßstab andeutet. Für jedes einzelne dieser sieben Gitter ist der Abstand der einzelnen Linien constant, er ändert sich aber von einem Gitter zum anderen.

Fig. 703.

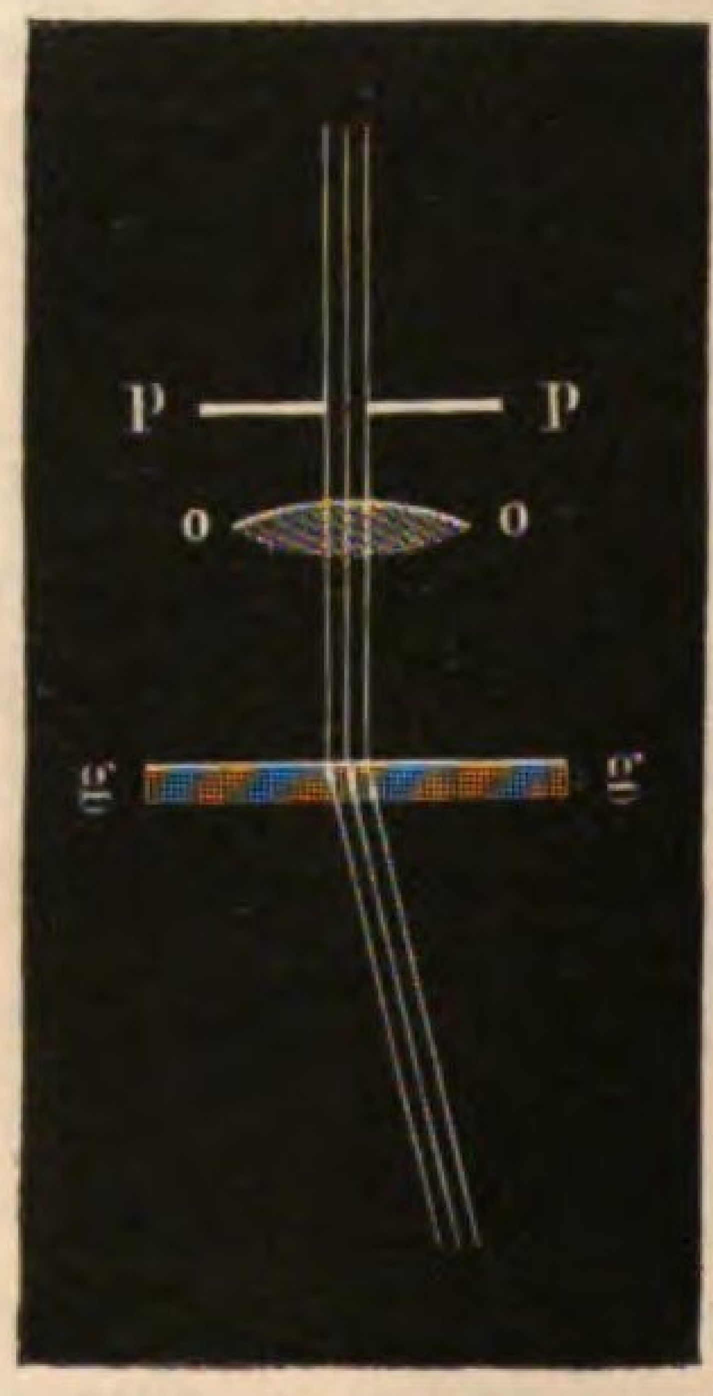


Diese Platte wird nun auf den Objectivtisch eines Mikroskops gelegt, an welches man die schwächsten Objectivlinsen angeschraubt hat, so daß es nur eine 16- bis 25fache Vergrößerung giebt. Die Oeffnung dieses Objectivs ist noch dadurch bedeutend verengt, daß man in seine Fassung ein Metallblättchen eingelegt hat, welches in der Mitte mit einem Loch von etwas über $^1/_2$ Linie Durchmesser versehen ist. — Läßt man nun das Licht einer nicht zu ausgedehnten Lichtquelle, etwa das einer Kerzenflamme, in etwas schräger Richtung auf die Gitterplatte fallen, wie es Fig. 704 andeutet, in welcher *o* das Objectiv des Mikroskops, *p* die durchlöcherte Metallplatte und *g* die Gitterplatte darstellt, so erblickt man die sieben Streifen farbig auf dunklerem Grunde; hat man die Richtung des einfallenden Lichtes gehörig regulirt, so erscheint der erste der sieben Gitterstreifen roth, der zweite orange, der dritte gelb u. s. w., der letzte violett.

Wie diese Farben entstehen, ist nach den obigen Explicationen leicht zu ersehen. Jedes dieser Gitter erzeugt ein vollständiges Spectrum, von welchen man aber unter den gegebenen Umständen nur einen

einzelnen homogenen farbigen Streifen auf einmal übersehen kann. Nun aber ist der Werth von x für alle von den sieben Gittern ins Auge gelangenden Strahlen sehr nahe derselbe; damit also die sieben Gitter die sieben Hauptfarben des Spectrums zeigen, müssen offenbar die Abstände der einzelnen Linien in diesen Gittern der Wellenlänge der Farben proportional sein, welche sie zeigen sollen. Daß dies aber in der That der Fall ist, davon kann man sich überzeugen, wenn man das schwache, verengte Objectiv entfernt und eine 180- bis 200fache Vergrößerung anwendet. Man kann jetzt die einzelnen Linien der Gitter sehen und ihre Abstände mit Hülfe eines Mikrometers messen; für das erste Gitter, welches unter den angegebenen Umständen roth erschien, ist der Abstand der einzelnen Linien 0,0016 Linien.

Fig. 704.



Der Abstand der einzelnen Linien ist ferner

für das 2te Gitter	. . . .	0,001450	Linien
» » 3te »	. . . .	0,001325	»
» » 4te »	. . . .	0,001188	»
» » 5te »	. . . .	0,001075	»
» » 6te »	. . . .	0,001000	»
» » 7te »	. . . .	0,000900	»

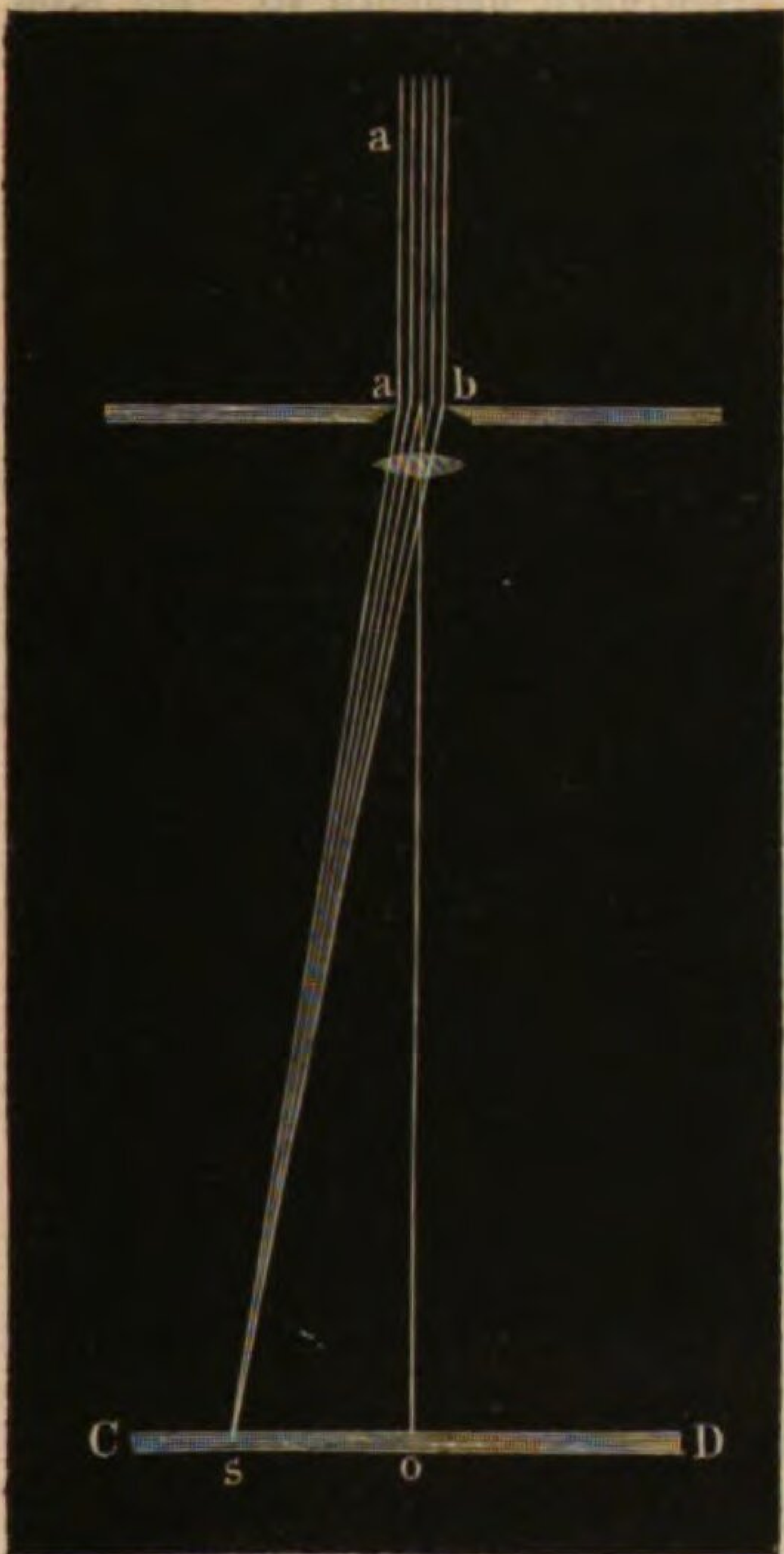
Diese Zahlen verhalten sich aber in der That wie die Wellenlängen der sieben Hauptfarben des Spectrums (Pogg. Annal. LXXXV, 80).

Eisenlohr benutzte die Gitterspectra, um die Wellenlänge der äußersten ultravioletten Strahlen zu bestimmen, welche durch fluorescirende Substanzen noch sichtbar gemacht werden. Der Versuch war in folgender Weise angeordnet: Das durch eine verticale Spalte in das dunkle Zimmer eintretende Strahlenbündel fiel auf ein feines Rußgitter bei *ab*, Fig. 705, dessen Linien mit der Spalte parallel waren, und welches auf einem entfernten Schirme *CD* die Gitterspectra erzeugte. Um die Fraunhofer'schen Linien deutlich sichtbar zu machen, wurde dicht hinter das Gitter eine achromatische Linse von 10′ Brennweite gesetzt. Als ein Schirm von Chininpapier angewandt wurde, erschienen auf beiden Seiten die Spectra über die violette Gränze *V* gegen die Mitte *o* hin verlängert und zwar erschien das nach innen gekehrte Ende des verlängerten Spectrums scharf begränzt. Als der Abstand des Schirmes von der Spalte 7220 Millimeter betrug, ergab sich der Abstand dieser inneren Gränze des Spectrums von der Mitte des Beugungsbildes gleich 70^{mm}, woraus sich leicht der Ablenkungswinkel des Strahlenbündels *abs* berechnet, welches dieser Gränze entspricht. Bezeichnen wir diesen Winkel mit x, so haben wir für unseren Fall

$$tang.\, x = \frac{70}{7220} = 0,00969$$

einen Werth, welchen wir bei der Kleinheit der Winkel ohne Weiteres auch für *sin. x* nehmen können.

Fig. 705.



Nach Gleichung 1 haben wir nun

$\lambda = b \sin. x$, also $\lambda = b \cdot 0{,}00969$;

um den Zahlenwerth für λ zu finden, bleibt also nur noch die Bestimmung des Werthes für b übrig.

Das von Eisenlohr angewandte Gitter war ein von Schwerd verfertigtes Rußgitter, es bestand also aus einer Reihe feiner Linien, welche mittelst einer Theilmaschine auf einem mit Ruß überzogenen Planglas gezogen waren. Auf eine Breite von 54^{mm} hatte dieses Gitter 1440 parallele Linien, es ergiebt sich also

$$b = \frac{54}{1440} = 0{,}0375^{mm}$$

und demnach auch

$$\lambda = 0{,}000363^{mm}.$$

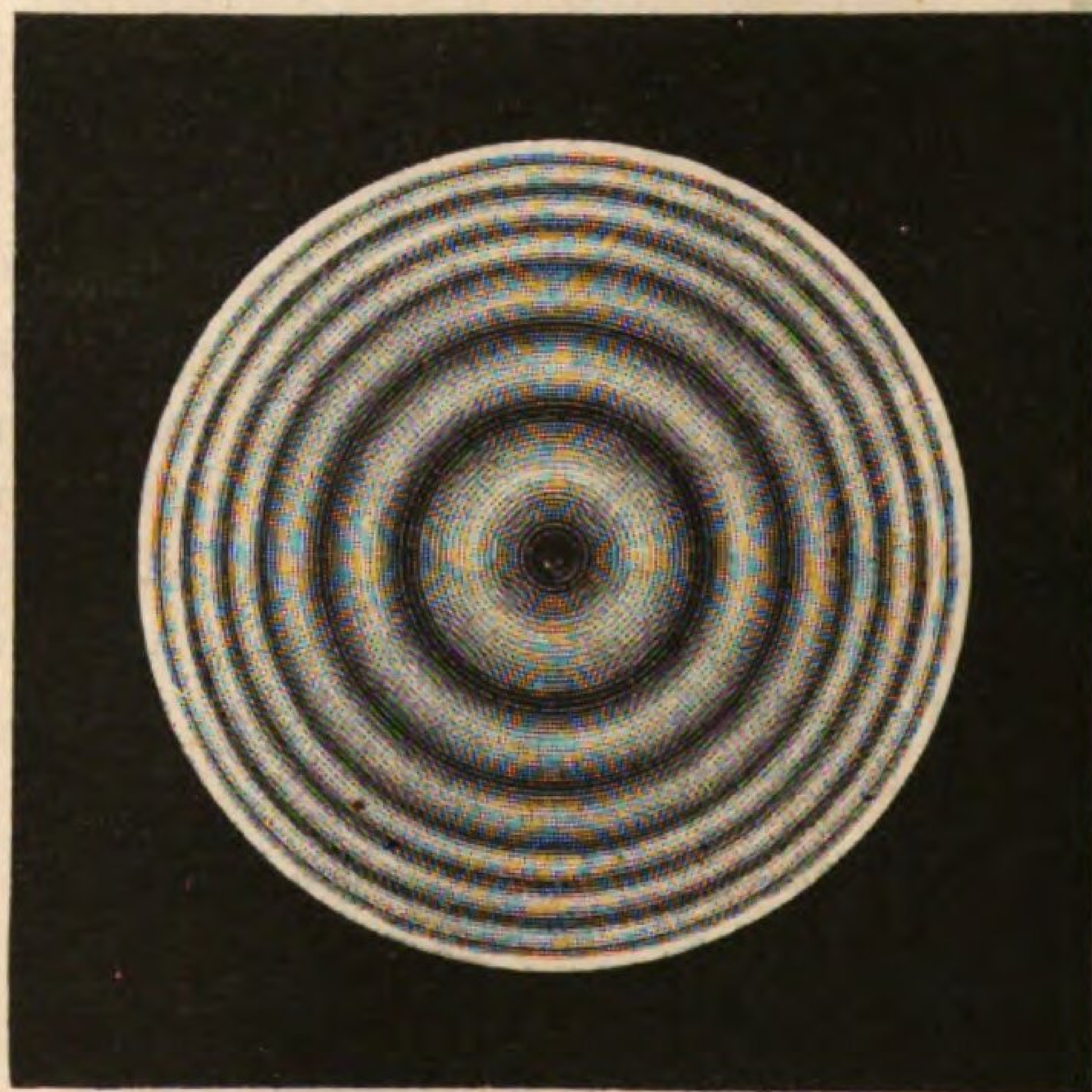
Als Mittel aus mehreren derartigen Versuchen, bei welchen der Abstand des Schirmes von dem Gitter etwas abgeändert wurde, fand Eisenlohr $\lambda = 0{,}000355$. Die Wellenlänge der brechbarsten Strahlen, welche durch das Chininpapier noch sichtbar gemacht werden, ist also ungefähr halb so groß, als die Wellenlänge der äußersten rothen Strahlen (0,000706), der Intervall dieser beiden Strahlenarten entspricht also sehr nahe einer Octave.

Farben dünner Blättchen. Jeder durchsichtige Körper erscheint lebhaft gefärbt, wenn er nur hinlänglich dünne Schichten bildet, wie man dies am leichtesten an den Seifenblasen sehen kann. Die Flitterchen einer vor der Glasbläserlampe bis zum Zerplatzen aufgeblasenen Glaskugel schillern in den glänzendsten Farben; ähnliche Farben beobachtet man, wenn ein Tropfen Oel (am besten ein ätherisches Oel, z. B. Terpentinöl) sich auf einer Wasserfläche ausbreitet; wenn ein glänzendes Metallstück, im Feuer erhitzt, sich allmälig mit einer Oxydschicht überzieht (Anlassen des Stahls). Auch dünne Schichten von Luft bringen solche Farben hervor, wie man oft an Sprüngen in etwas dicken Glasmassen sieht. 265

In der größten Regelmäßigkeit zeigen sich diese Farben in Form von Ringen, wenn man eine Glaslinse von großer Brennweite auf eine ebene Glastafel, oder umgekehrt die ebene Glastafel auf die Linse legt. Newton, welcher diese Farbenringe, die auch nach ihm gewöhnlich die Newton'schen Ringe

genannt werden, beobachtete, wandte Linsen an, deren Krümmungshalbmesser 40 bis 60 Fuß betrug. Da, wo die Glastafel die Linse berührt, sieht man im reflectirten Lichte einen schwarzen Flecken, der mit farbigen concentrischen Ringen umgeben ist, die nach außen hin immer schmäler und matter werden, ungefähr wie Fig. 706 zeigt. Die Farben folgen von der Mitte aus in folgender Ordnung:

Fig. 706.



Schwarz, Bläulich-Weiß, Gelblich-Weiß, Bräunlich-Orange, Roth. — Violett, Blau, Gelblich-Grün, Gelb, Roth. — Purpurroth, Blau, Gelblich-Grün, Roth, Carmoisinroth. — Grünlich-Blau, Blaßgrün, Gelbgrün, Roth u. s. w.

Die folgenden Ringe sind abwechselnd blaßgrün und blaßroth, sie werden immer matter, so daß man in der Regel nur noch den achten oder neunten Ring unterscheiden kann.

Man sieht diese Ringe auch schon, wenn man Linsen von stärkerer Krümmung, etwa sehr schwache convexe Brillengläser oder Objectivgläser aus Fernröhren anwendet; alsdann sind freilich die Ringe weit kleiner, und die Uebergänge der Farben lassen sich nicht mehr gut verfolgen, doch kann man solche Ringe durch eine Loupe vergrößert sehen.

Ritchie schlägt zur Erzeugung der Newton'schen Ringe folgenden Apparat vor: Man nehme zwei Scheiben von dünnem Tafelglase, welche etwa 6 bis 8 Zoll Durchmesser haben, vergolde den Rand der einen auf einer Seite ungefähr $1/4$ Zoll breit durch aufgelegtes Blattgold und lege nun die Platten so auf einander, daß der Goldring zwischen sie kommt. Man kann dann die Ringe dadurch hervorbringen, daß man die Glasplatten in der Mitte auf einander preßt.

Statt der kreisförmigen Scheiben kann man auch ungefähr 1 Zoll breite, 5 bis 6 Zoll lange Glasstreifen anwenden. Wenn sie an dem einen Ende durch ein Goldblättchen getrennt sind und an dem anderen Ende zusammengepreßt werden, so entstehen statt der Ringe farbige Streifen.

Sehr brillant sind die Newton'schen Farben an Seifenblasen wahrzunehmen, obgleich sie hier selten in regelmäßiger Ordnung auf einander folgen. Was der näheren Beobachtung der Farben an Seifenblasen besonders im Wege steht, ist ihre große Zerbrechlichkeit. Böttger empfiehlt, die Seife in destillirtem Wasser in einem weißen, ungefähr 1 Schoppen haltenden Arzneiglase durch Erwärmung über einer Weingeistlampe aufzulösen. Wenn die Temperatur

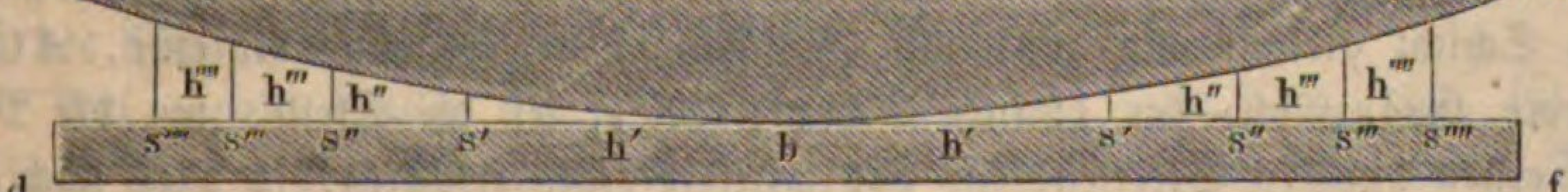
nahe zum Siedepunkte gestiegen ist, verschließt man das Glas schnell mit einem passenden Korke und überzieht denselben mit Siegellack. Wird das Glas nach dem Erkalten etwas geschüttelt, so bilden sich dünne Häutchen von Seifenwasser, welche die herrlichsten Farben zeigen und oft Tage lang erhalten werden können.

Die Farben dünner Blättchen lassen sich, ebenso wie die Beugungserscheinungen, vollständig durch das Princip der Interferenzen erklären. Bei der Entwickelung dieser Erklärung müssen wir aber wieder, wie wir dies bisher immer gethan haben, von dem einfachsten Falle ausgehen: wir müssen zuerst die Erscheinung bei homogenem Lichte betrachten.

Sieht man die Newton'schen Ringe durch ein möglichst homogenes Glas an, oder läßt man statt des weißen Lichtes das Licht einer Weingeistflamme auf den Apparat fallen, so sieht man natürlich nur abwechselnd helle und dunkle Ringe. Newton hat mit der größten Genauigkeit den Durchmesser der verschiedenen Ringe gemessen, und da ihm auch der Krümmungshalbmesser der Linse bekannt war, so konnte er die Dicke der Luftschicht an der Stelle berechnen, an welcher man den ersten, den zweiten, den dritten u. s. w. hellen oder dunklen Ring für eine bestimmte Farbe beobachtet. Auf diese Weise fand er das wichtige Resultat, daß für ein und dieselbe einfache Farbe, etwa für Roth, die dunkelste Stelle des zweiten, dritten, vierten u. s. w. dunklen Ringes an solchen Stellen beobachtet wird, wo die Luftschicht zweimal, dreimal, viermal u. s. w. so dick ist, als an der dunkelsten Stelle des ersten dunklen Ringes. Bezeichnen wir diese Dicke mit $2d$, so erscheint, von der Mitte aus gerechnet, das erste Maximum des rothen Lichtes an einer Stelle, an welcher die Dicke der Luftschicht d ist. Die dem zweiten, dritten, vierten u. s. w. Maximum der Lichtstärke entsprechende Dicke der Luftschicht ist alsdann $3d$, $5d$, $7d$ u. s. w.

Die Fig. 707 mag das eben Gesagte näher erläutern. In derselben stellt

Fig. 707.



abc den Durchschnitt der gekrümmten Glasfläche dar, welche auf der ebenen Fläche dbf liegt. b ist der Berührungspunkt, in b erscheint also der centrale dunkle Fleck; die Stellen, an welchen man für eine bestimmte Farbe das erste, zweite, dritte u. s. w. Maximum der Lichtstärke beobachtet, sind mit h', h'', h''' u. s. w., die Stellen, welche dem ersten, zweiten, dritten Minimum der Lichtstärke, also den dunkelsten Stellen der dunklen Ringe entsprechen, sind mit s', s'', s''' u. s. w. bezeichnet. Vergleicht man nun die Entfernung zwischen den beiden Gläsern, so findet man, daß sie bei s', s'', s''' u. s. w. zweimal, viermal, sechsmal u. s. w., bei h', h'', h''' u. s. w. aber dreimal, fünfmal, siebenmal u. s. w. so groß ist, als bei h'.

Für verschiedene Farben sind die Durchmesser der hellen und dunklen Ringe

nicht gleich; sie sind am größten für rothes Licht, am kleinsten für violettes; demnach ist auch die absolute Dicke der Luftschicht, welche der Mitte des ersten hellen Ringes für verschiedene Farben des Spectrums entspricht, nicht gleich. Für die Mitte des ersten hellen Ringes ergeben sich aus den Messungen folgende Werthe für die Dicke der Luftschicht:

Namen der Farben.	Dicke der Luftschicht in Millionentheilen des engl. Zolles.	des Millimeters.
Aeußerstes Roth	6,344	161,15
Gränze zwischen Roth und Orange .	5,866	148,95
» » Orange und Gelb .	5,618	142,70
» » Gelb und Grün .	5,237	133,01
» » Grün und Blau .	4,841	122,97
» » Blau und Indigo .	4,513	114,64
» » Indigo und Violett	4,323	109,80
Aeußerstes Violett	3,887	101,51

Der Zwischenraum zwischen der ebenen Tafel und der Linse nimmt nicht in demselben Verhältnisse zu, wie die Entfernung von dem Berührungspunkte, anfangs wächst die Entfernung langsam, dann rascher; deshalb sind die ersten Ringe auch breiter als die folgenden. Könnte man aber die Erscheinung bequem mit zwei ganz ebenen Glastafeln hervorbringen, so daß die Dicke des Zwischenraumes gleichförmig zunimmt, so müßte auch ein Ring so breit werden wie der andere.

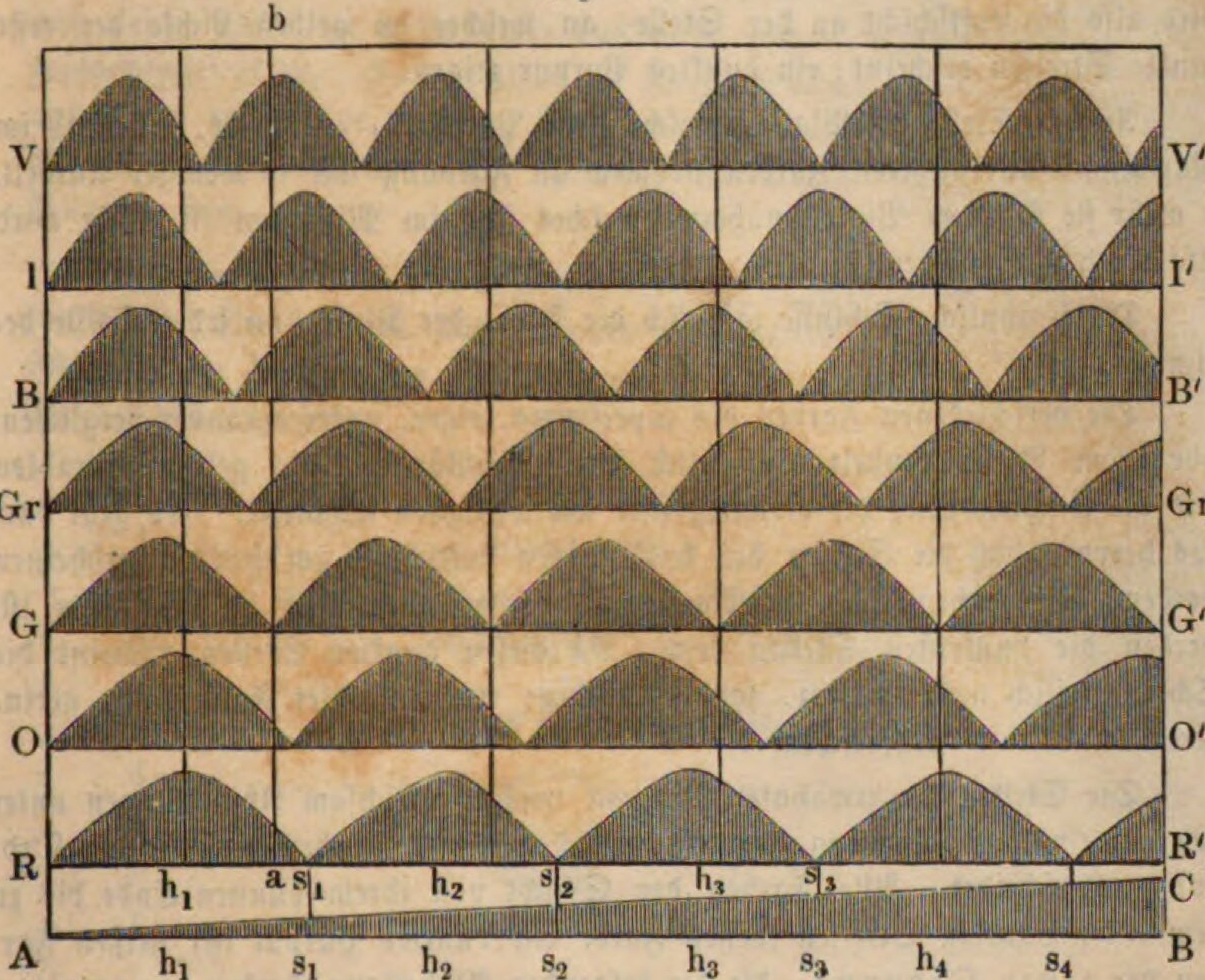
Der bequemeren Uebersicht wegen wollen wir die ganze Erscheinung für einen solchen Apparat näher betrachten, bei welchem die Dicke der farbengebenden Schicht gleichförmig zunimmt. In Fig. 708 sei AB die eine, AC die andere Gränzfläche der dünnen Schicht; bei s_1 sei die Stelle, wo die Mitte des ersten dunklen Streifens für das mittlere Roth erscheint, so wird nach obiger Tabelle hier die Luftschicht eine Dicke von 322 Milliontel Millimeter haben; das zweite Minimum liegt dann bei s_2, das dritte bei s_3 u. s. w. Die Maxima der Lichtstärke fallen aber gerade in die Mitte zwischen s_1 und s_2, zwischen s_2 und s_3.

Das Gesetz, nach welchem mit zunehmender Dicke der Luftschicht die Lichtstärke zu- und abnimmt, ist durch die über RR' gezogene Curve dargestellt; die Punkte s_1, s_2, s_3 u. s. w. entsprechen dem Minimum, h_1, h_2, h_3 u. s. w. dem Maximum der Lichtstärke. Von R an nimmt die Lichtstärke allmälig zu, sie erreicht bei h_1 ihr erstes Maximum, nimmt dann wieder bis s_1 ab u. s. w.

Für violettes Licht ist die Dicke der Luftschicht, welche dem 1sten, 2ten, 3ten u. s. w. Minimum der Lichtstärke entspricht, geringer; der 1ste, der 2te, der 3te dunkle Streifen wird also A näher liegen, als es beim rothen Lichte

der Fall ist. Obiger Tabelle zufolge muß die Entfernung von einem Minimum zum nächsten für die mittleren violetten Strahlen nahe 0,68mal kleiner sein als für rothes Licht. Auf der Linie *VV'* ist die Intensitätscurve für violettes

Fig. 708.



Licht gerade so construirt, wie auf der Linie *RR'* die Intensitäscurve für rothes Licht. Vergleicht man die Curven für rothes und violettes Licht, so sieht man, daß für Violett das 5te Minimum fast an dieselbe Stelle fallen muß, wo man das 3te Minimum für die rothen Strahlen findet.

Auf dieselbe Weise sind in unserer Figur die Intensitätscurven für die übrigen Farben des Spectrums construirt, und zwar, indem stets darauf Rücksicht genommen wurde, daß die Entfernung von einem Minimum zum anderen für die verschiedenen Farben des Spectrums nicht gleich ist, sondern daß sie mit der größeren Brechbarkeit der Strahlen in einem Verhältnisse abnimmt, welches man aus der Tabelle Seite 630 leicht berechnen kann.

Aus der Betrachtung der Fig. 708 läßt sich nun auch leicht einsehen, wie die Erscheinung modificirt wird, wenn man statt des einfarbigen Lichtes weißes Licht anwendet. Keine Stelle der immer dicker werdenden Luftschicht erscheint absolut dunkel, keine ganz weiß; überall sieht man Farben, die nicht reine Farben des Spectrums, sondern Mischfarben sind.

Errichtet man in dem Punkte, welcher dem ersten Minimum für gelbes Licht entspricht, ein Perpendikel *ab*, welches durch die Intensitätscurven aller Farben geht, so läßt sich mit Hülfe desselben bestimmen, wie groß die Intensität

der verschiedenen Farben an der Stelle ist, in welcher für gelbes Licht der erste dunkle Streifen erscheint. Gelb ist hier im Minimum, Orange dem Minimum nahe, Roth etwas stärker. Ein Maximum liegt im Violett, nach welchem Indigo und Blau am stärksten auftreten, während wenig Grün vorhanden ist; es wird also die Luftschicht an der Stelle, an welcher im gelben Lichte der erste dunkle Streifen erscheint, ein dunkles Purpur zeigen.

An der Stelle der Platte, welche dem Punkte h_1 entspricht, ist Roth im Maximum, alle anderen Farben nehmen an Färbung um so weniger Antheil, je mehr sie sich dem Violett nähern, welches fast im Minimum ist; hier wird also Roth vorherrschen.

Durch ähnliche Schlüsse läßt sich die Farbe der Platte an jeder Stelle bestimmen.

Die verschiedenen Farben des Spectrums zeigen, unter einander verglichen, sehr große Verschiedenheit hinsichtlich ihrer Lichtstärke. Die gelben Strahlen sind die leuchtendsten, die violetten sind am wenigsten leuchtend. Es geht daraus hervor, daß die Stellen der keilförmigen Luftschicht am hellsten erscheinen werden, in welchen Gelb im Maximum ist; wo aber Gelb im Minimum ist, werden die dunkelsten Stellen sein. An diesen dunklen Stellen erscheint die Schicht freilich nicht schwarz, sondern farbig; nur sind hier Farben von geringerer Leuchtkraft vorherrschend.

Die Stellen der erwähnten Minima machen gleichsam Abtheilungen unter den auf einander folgenden Farben, nach denen man Farben verschiedener Ordnung unterscheidet. Alle Farben der Schicht von ihrem dünnen Ende bis zu dem ersten dunklen Streifen (dessen Farbe ein dunkles Purpur ist) heißen Farben der ersten Ordnung; die der folgenden Abtheilung Farben der zweiten Ordnung u. s. w.

Wir haben gesehen, daß bei einer bestimmten Dicke der Luftschicht die verschiedenen Farben des Spectrums nicht gleichen Antheil an der Färbung haben; diejenigen Farben, welche gerade im Minimum ihrer Intensität vorhanden sind, für welche also das Blättchen dunkel erschiene, wenn man sie statt des weißen Lichts anwendete, tragen nichts zur Färbung bei. Diejenigen Farben sind vorherrschend, welche in ihrem Intensitätsmaximum vorhanden sind, oder sich doch demselben nähern. Welchen Antheil die verschiedenen Farben an der Färbung des Blättchens bei bestimmter Dicke haben, kann man aus Fig. 708 ersehen, und man kann danach auch, wie schon gezeigt wurde, auf die Färbung der Schicht bei gegebener Dicke schließen. Um diesen Schluß zu erleichtern, dient die Tab. VIII.

Die oben durch eine Curve begränzten Spectra der Tab. VIII. stellen die Zusammensetzung der verschiedenen Farben dünner Blättchen dar. Die Construction dieser Curven ergiebt sich unmittelbar aus Fig. 708. Wir sehen z. B. aus Fig. 708, daß an der durch die Verticallinie ab bezeichneten Stelle, an welcher für Gelb das erste Minimum liegt, Violett im Maximum (und zwar ist es das zweite Maximum) ist, und das Roth ungefähr mit $^1/_3$

seiner vollen Intensität auftritt; zieht man nun, wie es bei dem Spectrum Nr. 4 geschehen ist, eine Curve, welche ihren Gipfelpunkt im Violett hat und sich von da an senkt, um im Gelb auf die Höhe 0 herunterzukommen und dann gegen das Roth hin wieder etwas zu steigen, so zeigt uns diese Curve, auf welche Weise die Farbe einer Luftschicht von 0,000276 Millimetern Dicke zusammengesetzt ist. Gelb fehlt in der Färbung dieser Luftschicht ganz, Orange und Grün treten nur schwach, Roth und Blau schon stärker auf, am stärksten aber Indigo und Violett. Die Färbung der Schicht wird also ein dunkles Purpur sein.

Auf gleiche Weise sind nach Fig. 708 die übrigen Curven auf Tab. VIII. construirt. Die folgende Tabelle giebt an, welches die Dicke und welches die Färbung der Luftschichten ist, auf welche sich die verschiedenen Spectra der Tab. VIII. beziehen.

	Erste Ordnung.	
1	0,000114mm	Bläulich-Weiß.
2	0,000148	Bläulich-Gelb.
3	0,000186	Roth.
	Zweite Ordnung.	
4	0,000276	Dunkel-Purpur.
5	0,000360	Blau.
6	0,000432	Gelb.
7	0,000492	Roth.
	Dritte Ordnung.	
8	0,000552	Purpur.
9	0,000602	Blau.
10	0,000666	Gelblich-Grün.
11	0,000712	Dunkel-Roth.
	Vierte Ordnung.	
12	0,000828	Blaß-Roth.
13	0,000954	Blaß-Grün.

Während die Curven Tab. VIII. für die erste Ordnung wenig gekrümmt sind, nimmt diese Krümmung für die zweite Ordnung schon merklich zu. Die Farben der zweiten und dritten Ordnung sind sehr rein, weil hier, die letzten Farben der dritten Ordnung ausgenommen, nur eine Farbe im Maximum ist, und diese also entschieden vorherrschen kann. In der vierten Ordnung nimmt die Krümmung der Curven so zu, daß zwei Farben im Maximum sind; keine dieser Farben kann also so entschieden vorherrschen, wie in der zweiten und dritten Ordnung. Je mehr aber die Dicke des Blättchens wächst, desto näher rücken sich die Maxima, so daß bei noch größeren Dicken drei, vier Farben im Maxi-

mum sein werden. Je mehr Farben aber im Maximum sind, desto mehr wird die resultirende Färbung sich dem Weißen nähern. Bei immer zunehmender Dicke wird es endlich dahin kommen, daß innerhalb der Gränzen einer jeden Farbe des Spectrums ein Maximum und ein Minimum liegt. Fände sich z. B. ein Minimum im äußersten Violett, eines an der Gränze zwischen Violett und Indigo, zwischen Indigo und Blau, zwischen Blau und Grün, zwischen Grün und Gelb, zwischen Gelb und Orange, zwischen Orange und Roth, ein Maximum aber im mittleren Violett, Indigo, Blau, Grün, Gelb, Orange und Roth, so könnte das Resultat der Mischung offenbar nur Weiß geben. So erklärt sich denn, daß die Farben höherer Ordnungen blasser und blasser werden, bis sie endlich ganz in Weiß übergehen, so daß über eine gewisse Dicke hinaus die Blättchen gar keine Farben mehr zeigen.

Wir haben bisher nur die Farben dünner Luftschichten näher betrachtet; für andere durchsichtige Substanzen sind die Gesetze der Erscheinungen dieselben, nur ist die absolute Dicke der Schicht, welche einer bestimmten Farbe entspricht, je nach der Natur des Stoffes eine andere. Newton hat gezeigt, daß für verschiedene Substanzen die Dicke, welche derselben Farbe entspricht, sich umgekehrt verhält, wie die Brechungsexponenten dieser Substanzen. Erzeugt man z. B. auf die gewöhnliche Weise die Ringe durch Auflegen einer Linse auf eine ebene Glastafel, bringt man dann auf der einen Seite einen Wassertropfen zwischen die beiden Gläser, so wird dieser bald durch die Capillarität bis zum Berührungspunkte der beiden Gläser fortgetrieben, und man hat so auf der einen Seite zwischen den beiden Gläsern eine Wasser-, auf der anderen eine Luftschicht; auf der Wasserseite sind aber nun die Ringe weit enger, und zwar stehen die Durchmesser der Ringe für die Wasserschicht zu den Durchmessern der entsprechenden Ringe in der Luftschicht im Verhältniß von 3 zu 4; $^3/_4$ ist aber das Verhältniß der Brechungsexponenten von Wasser und Luft.

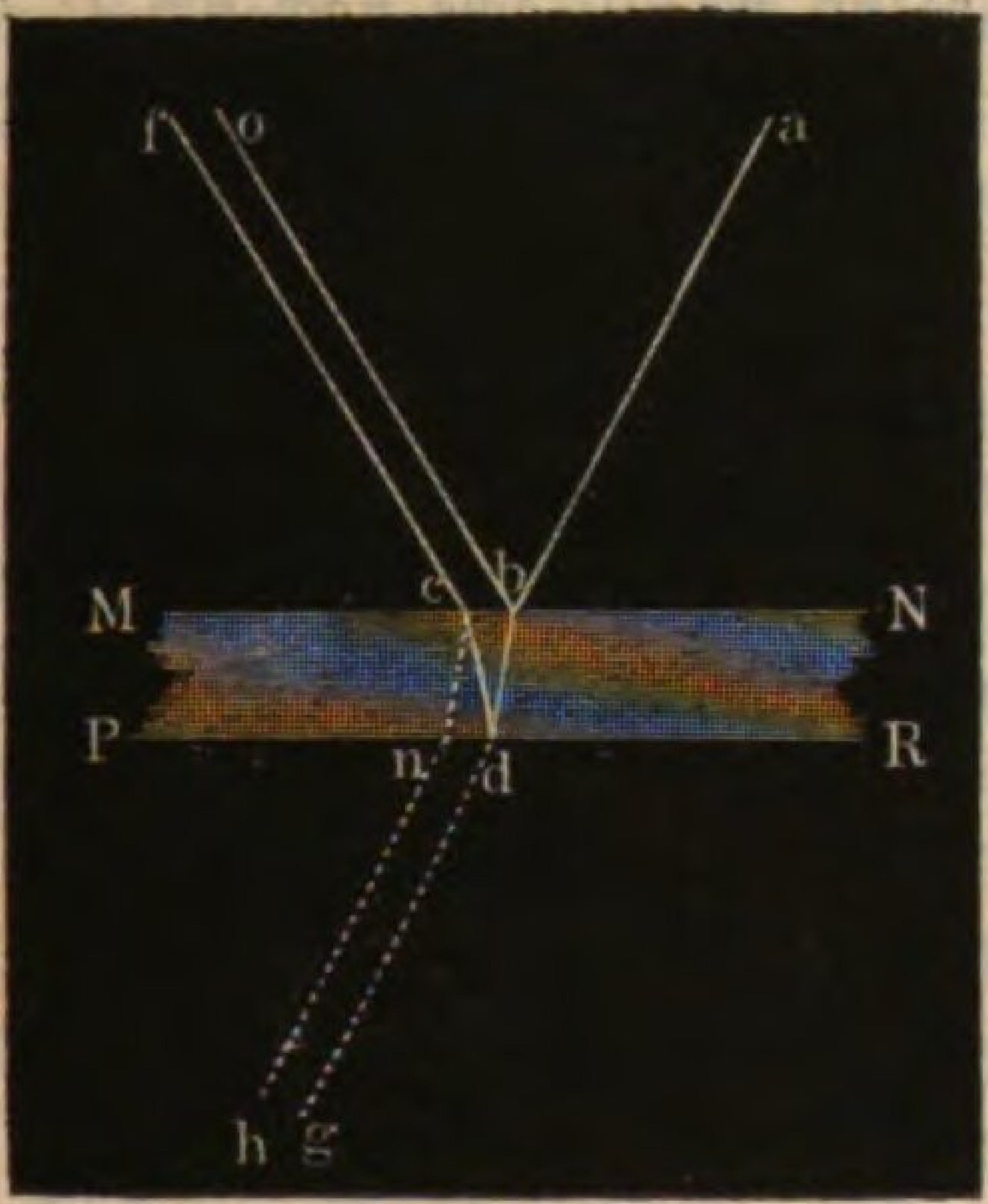
266 **Erklärung der Farben dünner Blättchen durch die Vibrationstheorie.** Wenn man mit einiger Aufmerksamkeit die eben besprochenen empirischen Gesetze der Farben dünner Schichten betrachtet, so kann man unmöglich übersehen, daß sie manche Aehnlichkeit mit den Gesetzen der Beugungserscheinungen haben, und somit drängt sich auch die Idee auf, daß die Farben dünner Blättchen gleichfalls ein Interferenzphänomen seien, wie dies auch Young und Fresnel vollständig bewiesen haben.

Wenn Lichtstrahlen auf irgend eine Schicht eines durchsichtigen Körpers fallen, so werden sie theilweise an der oberen, theilweise an der unteren Fläche derselben reflectirt, und die von beiden Flächen reflectirten Lichtstrahlen werden interferiren und sich je nach der Differenz der durchlaufenen Wege bald gegenseitig vernichten, bald verstärken.

Betrachten wir diesen Hergang der Sache etwas näher. In Fig. 709 stellt $MNPR$ eine dünne Schicht irgend eines durchsichtigen Körpers vor, welche durch ein Bündel paralleler Strahlen ab getroffen wird; dieses Strahlenbündel wird nun theilweise in der Richtung bo reflectirt, theilweise aber nach d

gebrochen. Die gebrochenen Strahlen erleiden aber an der Fläche *PR* eine zweite Theilung, der reflectirte Antheil tritt bei *c* in derselben Richtung aus, wie das schon an der ersten Fläche *MN* reflectirte Strahlenbündel, mithin werden die beiden Strahlenbündel *bo* und *cf* interferiren müssen. Wenn der Weg von *b* nach $d = \frac{1}{2}$ Wellenlänge ist, so ist auch $dc = \frac{1}{2}$ Wellenlänge; die Strahlen des auf der Vorderfläche reflectirten Bündels sind also in ihrem Gange von den Strahlen des auf der zweiten Fläche reflectirten Bündels um eine ganze Wellenlänge vorangeeilt, die beiden Bündel werden sich also gegenseitig unterstützen; dasselbe wird der Fall sein, wenn der Weg *bdc* gleich 2, 3, 4 u. s. w. ganzen Wellenlängen ist.

Fig. 709.



Wäre dagegen der Weg *bdc* gleich $\frac{1}{2}$ Wellenlänge, oder gleich einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge, so würden die beiden Strahlenbündel sich gegenseitig vernichten.

Suchen wir nun darnach die Erscheinung an einer Schicht von gleichförmig zunehmender Dicke abzuleiten. An der Stelle, wo die Dicke der Schicht Null oder doch verschwindend klein ist, werden die beiden Stahlenbündel gar nicht, oder doch nur sehr wenig in ihrem Gange von einander abweichen; an der Berührungsstelle der Linse und des Planglases müßte man also eine helle Stelle wahrnehmen.

Da, wo die Dicke der Schicht $\frac{1}{4}$ Wellenlänge beträgt, wird der Weg von der oberen Fläche zur unteren, und von da zurück zur oberen, also der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel $\frac{1}{2}$ Wellenlänge betragen; hier müßte also eine dunkle Stelle sein.

Die 2te, 3te, 4te u. s. w. dunkle Stelle würde sich da finden, wo die Dicke der Schicht $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{4}$ u. s. w. Wellenlängen beträgt.

Die zwischen den dunklen Streifen liegenden Maxima der Lichtstärke würden sich dagegen da finden, wo die Dicke der Schicht $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{8}{4}$ u. s. w. Wellenlängen beträgt.

Diese Folgerungen stimmen aber mit der Erfahrung nicht überein. Zunächst ist da, wo die Dicke der Schicht Null ist, da also, wo die Linse das Planglas berührt, ein dunkler Fleck, während man nach unseren Betrachtungen hier einen hellen Fleck erwarten sollte. Wir haben ferner oben (S. 629) gesehen, daß für homogenes Licht die dunkelste Stelle des 2ten, 3ten, 4ten u. s. w. dunklen Ringes an solchen Stellen beobachtet wird, wo die Luftschicht 2mal, 3mal, 4mal u. s. w. so dick ist, als am ersten dunklen Ringe, während nach unseren Betrachtungen die Dicke der Schicht für den 2ten, 3ten, 4ten u. s. w.

dunklen Ring 3mal, 5mal, 7mal u. s. w. so dick sein müßte als für den ersten.

Um diesen Widerspruch zu heben, müßte man annehmen, daß das von der zweiten Fläche reflectirte Lichtbündel durch irgend eine Ursache noch um $1/2$ Wellenlänge mehr verzögert würde, als man nach der Dicke der zweimal durchlaufenen Schicht erwarten sollte. Ein solcher Verlust einer halben Wellenlänge findet aber in der That Statt.

Wenn eine Oscillationsbewegung sich in einem Mittel von gleichförmiger Elasticität und Dichtigkeit fortpflanzt, so kehrt sie niemals zurück; wenn sie sich einer neuen Schicht mittheilt, so bleiben die vorhergehenden Schichten in Ruhe, wie ja auch eine Elfenbeinkugel, wenn sie gegen eine andere von gleicher Masse stößt, dieser ihre Bewegung mittheilt und selbst in Ruhe bleibt; die stoßende Kugel bleibt aber nach dem Stoße nicht in Ruhe, wenn die zweite nicht dieselbe Masse hat, sie springt zurück, wenn die Masse der zweiten Kugel größer ist; sie setzt ihre Bewegung in der ursprünglichen Richtung fort, wenn die Masse der zweiten Kugel kleiner ist. Dies macht nun begreiflich, was vorgeht, wenn eine Lichtwelle die Trennungsfläche zweier Mittel von verschiedener Dichtigkeit trifft. Die unendlich dünne Schicht des ersten Mittels, welche das zweite Mittel berührt, können wir mit der ersten Kugel vergleichen; wegen der Verschiedenheit der Masse bleibt sie nicht in Ruhe, nachdem sie die benachbarte Schicht des zweiten Mittels in Bewegung gesetzt hat, und deshalb findet eine Reflexion Statt; die neue Geschwindigkeit, von welcher die letzte Schicht des ersten Mittels unmittelbar nach dem Stoße afficirt ist, und welche sich nach und nach den vorhergehenden Schichten desselben Mittels mittheilt, muß aber eine verschiedene Richtung haben, je nachdem die Schicht des zweiten Mittels mehr oder weniger Masse hat als die des ersteren, d. h. je nachdem das erste Mittel mehr oder weniger dicht ist als das zweite.

Dieses wichtige Princip, welches Young, geleitet durch die eben auseinandergesetzten Betrachtungen, aufgefunden hat, ergiebt sich auch aus den Formeln, welche Poisson auf analytischem Wege ableitete. Auf die Reflexion des Lichtes angewandt, folgt daraus, daß, je nachdem eine Lichtwelle innerhalb oder außerhalb eines dichten Mittels reflectirt wird, die Oscillationsgeschwindigkeit positiv oder negativ werden muß, daß also in beiden Fällen alle Vibrationsbewegungen eine entgegengesetzte Richtung haben werden.

Wenden wir dies nun auf die dünne zwischen zwei Glasflächen eingeschlossene Luftschicht an, so ist klar, daß zwischen den an der oberen und der unteren Gränzfläche der Luftschicht reflectirten Strahlenbündeln außer der Differenz der durchlaufenen Wege auch noch der Unterschied stattfindet, daß das eine Lichtbündel in Glas, also in einem dichteren Mittel, das andere aber in Luft, also in einem weniger dichten Mittel, an der unteren Glasfläche reflectirt wird; das an der unteren Glasfläche reflectirte Strahlenbündel wird sich also in einem Schwingungszustande befinden, welcher dem gerade entgegengesetzt ist, den man nach der Länge des durchlaufenen Weges erwarten sollte; die Oscillationen dieses

zweiten Strahlenbündels gehen also gerade so vor sich, als ob sie einen um $^1/_2$ Wellenlänge größeren Weg durchlaufen hätten. Da also, wo die beiden Strahlenbündel zusammenwirken würden, wenn man nur die Differenz der Wege in Betracht zu ziehen hätte, wird ein vollkommener Gegensatz zwischen beiden stattfinden; da aber, wo die Differenz der Wege einen vollkommenen Gegensatz andeutet, werden die beiden Strahlenbündel sich gegenseitig unterstützen; dadurch erklärt sich nun die ganze Erscheinung vollkommen.

Da, wo die beiden Gläser in Berührung sind, ist die Dicke der Luftschicht wenn nicht ganz Null, doch selbst gegen die Länge einer Lichtwelle sehr klein; das Strahlenbündel, welches an der unteren Glasfläche reflectirt wird, hat also keinen merklich längeren Weg zurückgelegt, als das andere Strahlenbündel, es ist also in seinem Laufe gegen dieses nur um $^1/_2$ Wellenlänge verzögert, an der Berührungsstelle der beiden Gläser muß also ein dunkler Fleck entstehen.

Das folgende Minimum, also der erste dunkle Ring, wird sich da finden, wo der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel $^3/_2$ Wellenlängen beträgt; dieser Gangunterschied entspricht aber der Stelle der Luftschicht, an welcher ihre Dicke $^1/_2$ Wellenlänge beträgt; denn hier ist die Differenz der Wege (die doppelte Dicke der Schicht) 1 Wellenlänge; dazu kommt aber noch der Verlust einer halben Wellenlänge durch die Spiegelung an der unteren Glasfläche.

Da, wo die Dicke der Luftschicht $^2/_2$, $^3/_2$, $^4/_2$ u. s. w. Wellenlängen beträgt, ist die Differenz der Wege $^4/_2$, $^6/_2$, $^8/_2$, der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel also $^4/_2 + {}^1/_2$, $^6/_2 + {}^1/_2$, $^8/_2 + {}^1/_2$ oder $^5/_2$, $^7/_2$, $^9/_2$ u. s. w. Wellenlängen, und an diesen Stellen muß sich der 2te, der 3te, der 4te dunkle Ring finden; bezeichnen wir die Dicke der Luftschicht für den ersten dunklen Ring mit $2\,d$, so werden demnach die folgenden hellen und dunklen Ringe folgenden Dicken der Luftschicht entsprechen:

Dunkle Ringe	0		$2\,d$		$4\,d$		$6\,d$		$8\,d$		$10\,d$
Helle Ringe		$1\,d$		$3\,d$		$5\,d$		$7\,d$		$9\,d$	$11\,d$,

was mit der Erfahrung vollständig übereinstimmt.

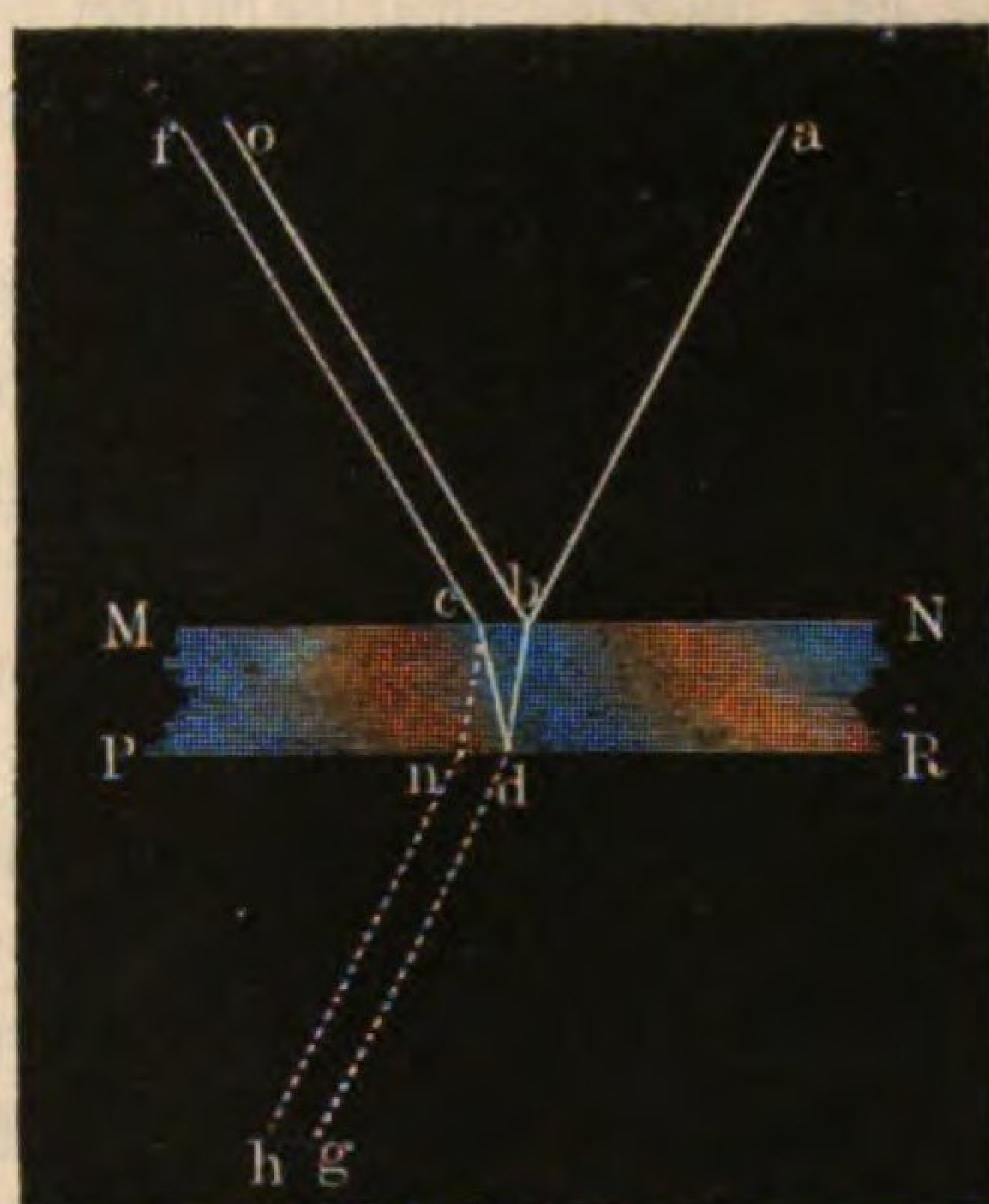
Bisher war nur von homogenen Lichtstrahlen die Rede; für Lichtstrahlen verschiedener Farben müssen die Luftschichten, welche den dunklen Ringen verschiedener Farben entsprechen, in demselben Verhältniß an Dicke abnehmen, als die Wellenlängen dieser Strahlen kürzer sind. Die Zwischenräume zwischen den dunklen Ringen werden also für die brechenden Strahlen kleiner werden, die Ringe werden zusammenrücken, die Maxima und Minima der Lichtstärke können demnach für verschiedenfarbiges Licht nicht zusammenfallen. Auch hierin finden wir wieder die vollkommenste Uebereinstimmung zwischen der Theorie und der Erfahrung.

Farben dünner Blättchen im durchgelassenen Lichte. Wir 267
haben bisher nur diejenigen Farben dünner Blättchen betrachtet, welche durch die Interferenz der an den beiden Gränzflächen der dünnen Schicht reflectirten Strahlenbündel entstehen; doch zeigen die dünnen Blättchen auch im durchgelas-

senen Lichte Farben, die jedoch ungleich blasser sind als die Farben, welche man im reflectirten Lichte beobachtet; außerdem aber sind die Farben des durchgelassenen Lichtes stets complementär zu denen, welche man an denselben Stellen im reflectirten Lichte beobachtet. In der Mitte des ganzen Ringsystems sieht man bei durchgelassenem Lichte einen hellen Fleck, und wenn man homogenes Licht anwendet, so findet man, daß die dunklen Ringe jetzt gerade dahin fallen, wo bei reflectirtem Lichte die hellen Ringe waren, und umgekehrt.

Diese Farbenringe werden durch die Interferenz zweier Lichtbündel erzeugt, von denen das eine *dg*, Fig. 710, direct durch die dünne Schicht hindurchgeht,

Fig. 710.



während das andere *nh* eine zweimalige innere Reflexion erlitten hat; die beiden Strahlenbündel sind aber in ihrem Gange außer der Differenz der Wege noch um eine ganze Wellenlänge verschieden; dadurch erklärt sich leicht der helle Fleck in der Mitte des Ringsystems. Der erste dunkle Ring wird da sein, wo die Dicke der Schicht $^1/_4$ Wellenlänge beträgt, denn hier ist die Differenz im Gange der beiden Strahlenbündel $1^1/_2$; diese Dicke ist *d*, wenn man, wie oben, mit 2*d* die Dicke bezeichnet, welche dem ersten dunklen Ringe im reflectirten Lichte entspricht. Für durchgelassenes Licht entsprechen demnach den hellen und dunklen Ringen einer homogenen Farbe folgende Dicken:

Dunkle Ringe	1*d*	3*d*	5*d*	7*d*	9*d*	11*d*
Helle Ringe	0	2*d*	4*d*	6*d*	8*d*	10*d*

Da die Minima aller Farben bei dem durchgelassenen Lichte gerade an die Stelle der Maxima für reflectirtes Licht fallen, so ist klar, daß in der Färbung der dünnen Schicht bei durchgelassenem Lichte gerade die Farben fehlen müssen, die an derselben Stelle bei reflectirtem Lichte vorherrschen, und umgekehrt; mit Hülfe der Curven Tab. VIII. kann man leicht übersehen, welches die Färbung der Luftschicht für eine gegebene Dicke für durchgelassenes Licht sein wird. Wenn z. B. die Luftschicht eine Dicke von 0,000492^{mm} hat, so ist im reflectirten Lichte Roth vorherrschend, die Gränze zwischen Blau und Grün im Minimum, Blau und Grün überhaupt sehr schwach mitwirkend; im durchgelassenen Lichte wird also gerade Blau und Grün vorherrschen, an diesen Stellen wird man also eine bläulich grüne Färbung beobachten.

Da, wo die Luftschicht eine Dicke von 0,000602^{mm} hat, zeigt sie im reflectirten Lichte eine blaue Färbung; Orange ist hier im Minimum, Gelb und Roth nur schwach; im durchgelassenen Lichte wird also Orange im Maximum sein, und außerdem noch Roth und besonders Gelb in der Färbung vorherrschen. Aehnliche Betrachtungen lassen sich für jede beliebige Dicke anstellen.

Daß die Farben im durchgelassenen Lichte so blaß sind, rührt daher, daß die beiden interferirenden Lichtbündel nicht gleiche Intensität haben; das eine direct durchgegangene Lichtbündel ist nämlich bedeutend intensiver als das andere, welches zwei Reflexionen erlitten hat; wenn also auch der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt, so kann doch keine vollkommene Aufhebung stattfinden, die Lichtstärke wird hier zwar geschwächt, aber doch nicht Null sein. Im reflectirten Lichte dagegen sind die Farben sehr lebhaft, weil die beiden interferirenden Strahlenbündel fast gleiche Intensität haben.

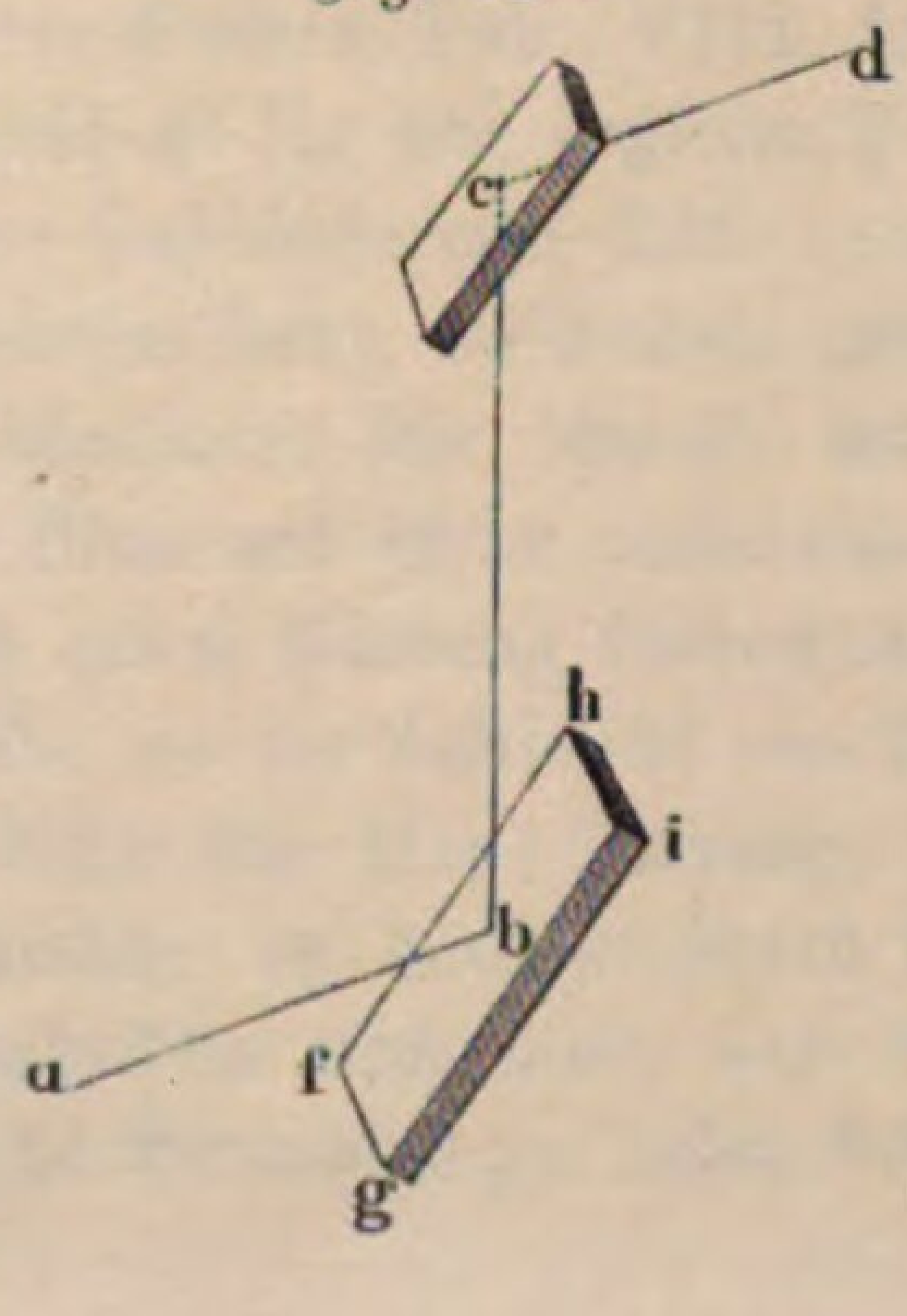
Neuntes Capitel.

Polarisation des Lichtes.

268 **Polarisation durch Reflexion.** Ein gewöhnlicher Lichtstrahl besitzt nach allen Seiten hin dieselben Eigenschaften. Fängt man z. B. einen gewöhnlichen Lichtstrahl durch einen Spiegel auf, so wird er stets reflectirt, welches auch die Lage des Spiegels gegen den Strahl sein mag. Dies ist jedoch nicht bei allen Strahlen der Fall; es giebt Lichtstrahlen, welche nicht nach allen Seiten hin dieselben Beziehungen zeigen. Diese Eigenthümlichkeit wird mit dem Namen der Polarisation bezeichnet, und Strahlen, welche diese Eigenthümlichkeit besitzen, nennt man polarisirte Strahlen.

Die Polarisation des Lichtes wurde im Jahre 1811 von Malus entdeckt. Erst durch diese wichtige Entdeckung wurde es möglich, die schon früher bekannten und auch theilweise richtig erklärten Erscheinungen der doppelten Brechung, die wir erst im folgenden Capitel näher betrachten werden, in allen Beziehungen richtig zu erkennen.

Fig. 711.



Wir wollen uns zunächst damit beschäftigen, die Erzeugungsarten und die Eigenschaften der polarisirten Lichtstrahlen näher zu betrachten.

Fällt ein gewöhnlicher Lichtstrahl *ab*, Fig. 711, auf eine ebene Glastafel *fghi* in einem Winkel von 35° 25′ auf, so wird er zum großen Theil nach den gewöhnlichen Gesetzen in der Richtung *bc* reflectirt. Der in der Richtung *bc* gespiegelte Strahl ist nun durch diese Reflexion polarisirt. Um seine Eigenschaften zu untersuchen, muß man den polarisirten

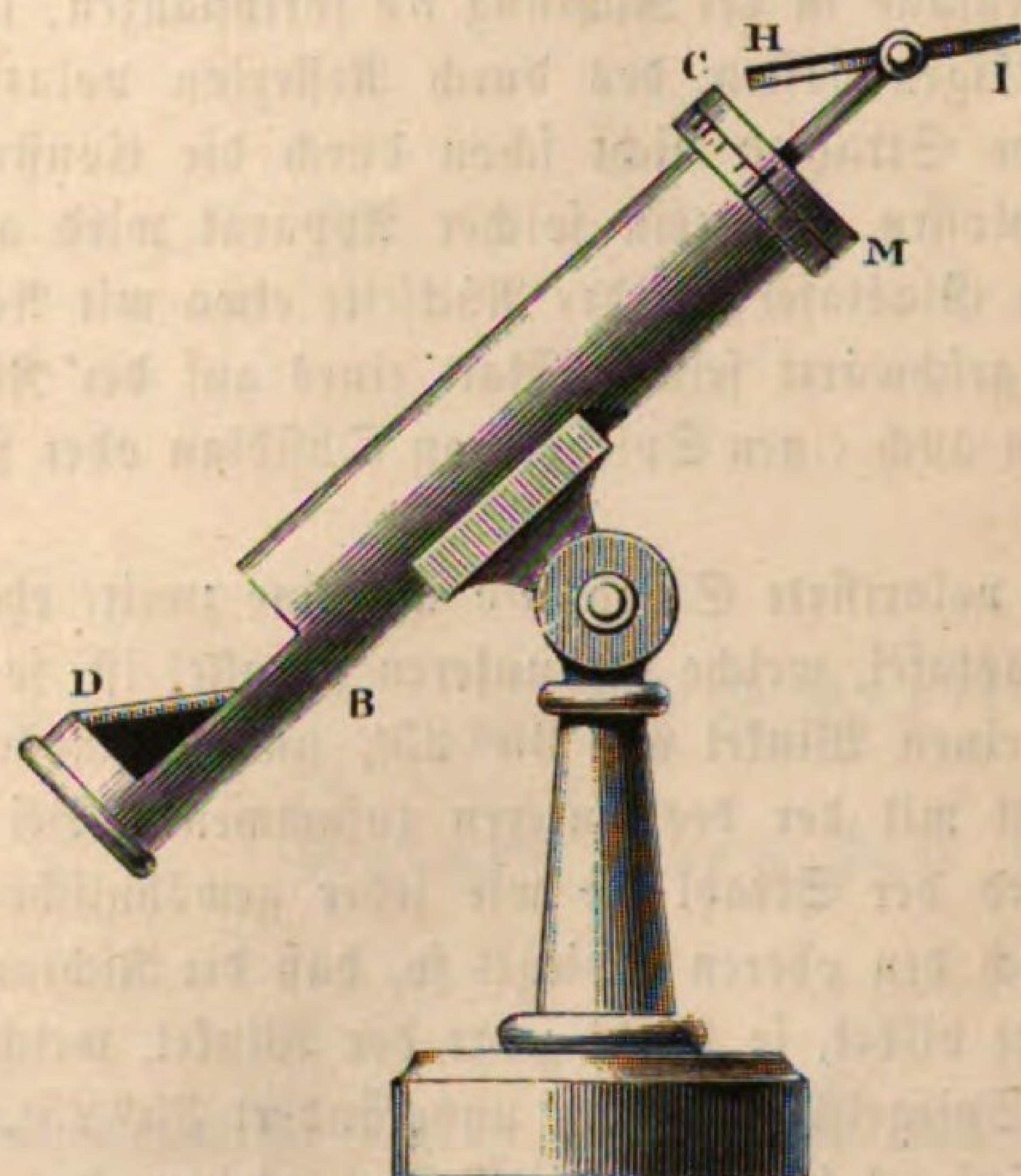
Strahl so viel als möglich zu isoliren suchen; wenn sich unter der Glasplatte Gegenstände befinden, welche Lichtstrahlen auf dieselbe senden, die sich nach ihrem Durchgange durch die Platte ebenfalls in der Richtung *bc* fortpflanzen, so neutralisiren diese Strahlen die Eigenschaften des durch Reflexion polarisirten. Wenn demnach solche schädliche Strahlen nicht schon durch die Construction des ganzen Apparates ausgeschlossen sind (ein solcher Apparat wird alsbald beschrieben werden), so muß die Glastafel auf der Rückseite etwa mit Asphalt, schwarzer Oelfarbe oder Tusch geschwärzt sein. Statt eines auf der Rückseite geschwärzten Spiegels kann man auch einen Spiegel von Obsidian oder schwarzem Glase anwenden.

Fällt der durch Reflexion polarisirte Strahl *bc* auf eine zweite ebenfalls auf der Rückseite geschwärzte Glastafel, welche der unteren parallel ist, so macht der Strahl *bc* auch mit dieser einen Winkel von 35° 25', und die Reflexionsebene des oberen Spiegels fällt mit der des unteren zusammen. Bei dieser Lage des zweiten Spiegels wird der Strahl *bc* wie jeder gewöhnliche Lichtstrahl reflectirt; dreht man jedoch den oberen Spiegel so, daß die Richtung des Strahles *bc* die Umdrehungsaxe bildet, so bleibt zwar der Winkel, welchen der einfallende Strahl *bc* mit der Spiegelfläche macht, unverändert 35° 25', allein der Parallelismus der beiden Spiegel hört auf, die Reflexionsebene des oberen Spiegels fällt nicht mehr mit der des unteren zusammen. Dreht man nun auf die angegebene Weise den oberen Spiegel aus der Lage des Parallelismus mit dem unteren heraus, so wird die Intensität des zum zweiten Male reflectirten Strahles um so mehr abnehmen, je mehr der Winkel wächst, den die Reflexionsebene des oberen Spiegels mit der des unteren macht, bis dieser Winkel 90° geworden ist, oder mit anderen Worten, bis die Reflexionsebenen beider Spiegel sich unter einem rechten Winkel kreuzen. Bei dieser Stellung wird der Strahl *bc* von dem oberen Spiegel gar nicht mehr reflectirt, was doch der Fall sein müßte, wenn *bc* ein gewöhnlicher Lichtstrahl wäre. Bei weiter fortgesetzter Drehung des oberen Spiegels nimmt die Intensität des reflectirten Strahles allmälig wieder zu, bis sie wieder ihr Maximum erreicht, wenn die ganze Drehung 180° beträgt. In dieser Stellung fallen die Reflexionsebenen der beiden Spiegel abermals zusammen. Dreht man noch weiter, so wird der vom oberen Spiegel reflectirte Strahl wieder schwächer und verschwindet ganz, wenn die Reflexionsebenen beider Spiegel wieder gekreuzt sind, also bei einer Drehung von 270° u. s. w.

Eine Vorrichtung, an welcher zwei Polarisationsspiegel so angebracht sind, daß man damit den eben beschriebenen Versuch anstellen kann, heißt **Polarisationsapparat**. Die einfachste Einrichtung, welche man dem Polarisationsapparate geben kann, ist folgende: An dem einen Ende einer metallenen oder hölzernen Röhre, Fig. 712 (a. f. S.), ist ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel *DB* so befestigt, daß er einen Winkel von 35° 25' mit der Axe der Röhre macht, daß also Strahlen, welche in einem Winkel von 35° 25' auf den Spiegel fallen, so reflectirt werden, daß sie in der Richtung dieser Axe durch die Röhre hindurchgehen. Am anderen Ende der Röhre befindet sich ein

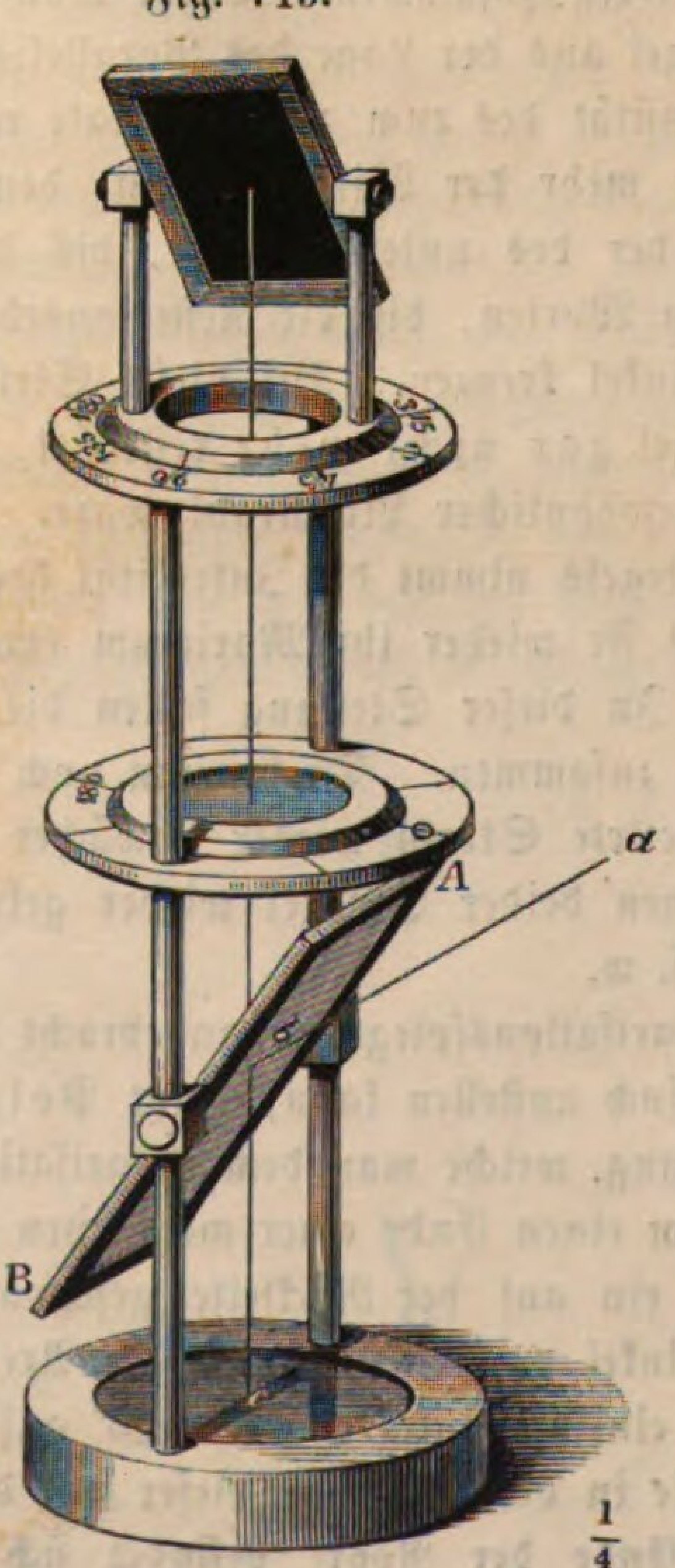
Ring CM, dessen Axe mit der Axe der Röhre zusammenfällt, und der sich also in einer zu dieser Axe rechtwinkligen Ebene umdrehen läßt. An diesem Ringe nun ist ein zweiter hinten geschwärzter Spiegel HI befestigt, welcher ebenfalls einen Winkel von 35° 25′ mit der Axe der Röhre macht; durch Umdrehung des Ringes wird auch der Spiegel mit umgedreht und kann durch diese Drehung in alle die Lagen gebracht werden, von denen eben die Rede war.

Fig. 712.



Dieser Apparat ist theils zum Gebrauche sehr unbequem, theils aber auch zu vielen Versuchen, von denen noch in der Folge die Rede sein wird, gar nicht anwendbar. Man hat dem Polarisationsapparate mannigfache Formen gegeben, die bald zu diesem, bald zu jenem Versuche sich am besten eigneten. Alle diese verschiedenen Formen zu beschreiben, würde hier zu weit führen; es mag die genauere Beschreibung des von **Nörremberg** construirten Apparates genügen, welcher fast zu allen Versuchen der zweckmäßigste ist.

Fig. 713.



Der **Nörremberg**'sche Polarisationsapparat ist Fig. 713 in $\frac{1}{4}$ der natürlichen Größe dargestellt. In einem runden Fußgestelle, welches nicht zu leicht sein darf, damit der Apparat die nöthige Stabilität erhalte, befinden sich am Rande, diametral einander gegenüberstehend, zwei Stäbe, zwischen denen ein Rähmchen AB angebracht ist, welches eine Platte von geschliffenem Spiegelglase einschließt. Dieses Rähmchen und mit ihm der Spiegel ist mittelst zweier Zapfen um eine horizontale Axe drehbar, so daß man dem Spiegel jede beliebige Lage gegen die Richtung des Bleiloths geben

kann. Der Spiegel wird jedoch gewöhnlich in einer solchen Lage festgestellt, daß seine Ebene einen Winkel von 35° 25′ mit der Verticalen macht. Fällt bei dieser Stellung des Spiegels ein Lichtstrahl *ab* in einem Winkel von 35° 25′ auf den Spiegel, so geht er zum Theil durch das Glas hindurch, und diesen Theil haben wir weiter nicht zu betrachten, zum Theil aber wird er in der Richtung *bc* vertical nach unten reflectirt. Dieser reflectirte Strahl ist nun polarisirt, eine durch die Linien *ab* und *bc* gelegte verticale Ebene ist seine Polarisationsebene.

Auf dem Fußgestelle befindet sich nun in wagrechter Lage ein gewöhnlicher auf der Rückseite belegter Spiegel, welcher die in der Richtung *bc* rechtwinklig zu seiner Oberfläche ankommenden polarisirten Strahlen in der Richtung *cb* reflectirt, so daß sie nun zum zweiten Male auf den Polarisationsspiegel *AB* fallen, welcher den größten Theil derselben durchläßt, so daß dieselben zum oberen Theile des Apparates gelangen, während die übrigen in der Richtung *ba* reflectirten nicht mehr in Betracht kommen. Die oberen Enden der Stäbe (der mittlere Theil des Apparates mag vor der Hand noch unberücksichtigt bleiben) tragen einen in Grade getheilten Ring. Der Nullpunkt dieser Theilung liegt so, daß, wenn man sich durch die Theilstriche 0 und 180° eine Verticalebene gelegt denkt, diese Ebene mit der Reflexionsebene des unteren Spiegels, also mit der Polarisationsebene der durch den unteren Spiegel polarisirten Strahlen zusammenfällt. In diesem getheilten Ringe ist ein anderer drehbar, auf welchem diametral gegenüberstehend zwei Säulchen angebracht sind, zwischen welchen ein Spiegel von schwarzem Glase oder ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel ebenso befestigt ist wie der untere Polarisationsspiegel zwischen seinen Stäben; wie der untere um eine horizontale Axe drehbar, kann der obere Spiegel leicht so gestellt werden, daß er einen Winkel von 35° 25′ mit der Verticalen macht.

Der drehbare Ring, auf welchem die Säulchen stehen, ist am Rande etwas zugeschärft, und gerade in der Mitte der vorderen Hälfte des Ringes ist eine Linie, ein Index, auf die Zuschärfung gezogen. Eine durch diesen Index und den Mittelpunkt des Ringes gelegte Verticalebene fällt mit der Reflexionsebene des oberen Spiegels zusammen. Dreht man den Ring, welcher den oberen Spiegel trägt, so, daß der Index mit dem Nullpunkte der Theilung zusammenfällt, so fallen die Reflexionsebenen des oberen und des unteren Spiegels zusammen. Dasselbe ist der Fall, wenn der Index bei 180° steht. Wenn der Index bei 90° (wie in unserer Figur) oder bei 270° steht, so macht die Reflexionsebene des oberen Spiegels einen rechten Winkel mit der Reflexionsebene des unteren Polarisationsspiegels.

Die Erscheinungen der gewöhnlichen Polarisation, welche man an diesem Apparate beobachten kann, sind folgende. Wenn beide Spiegel parallel stehen, wenn also der Index des den oberen Spiegel tragenden Ringes bei 0° steht, so reflectirt der obere Spiegel die von unten her ihn treffenden Strahlen, das Gesichtsfeld ist also hell. Dreht man aber den Zerlegungsspiegel (so wird gewöhnlich der obere Spiegel genannt) aus dieser Lage heraus, so nimmt die

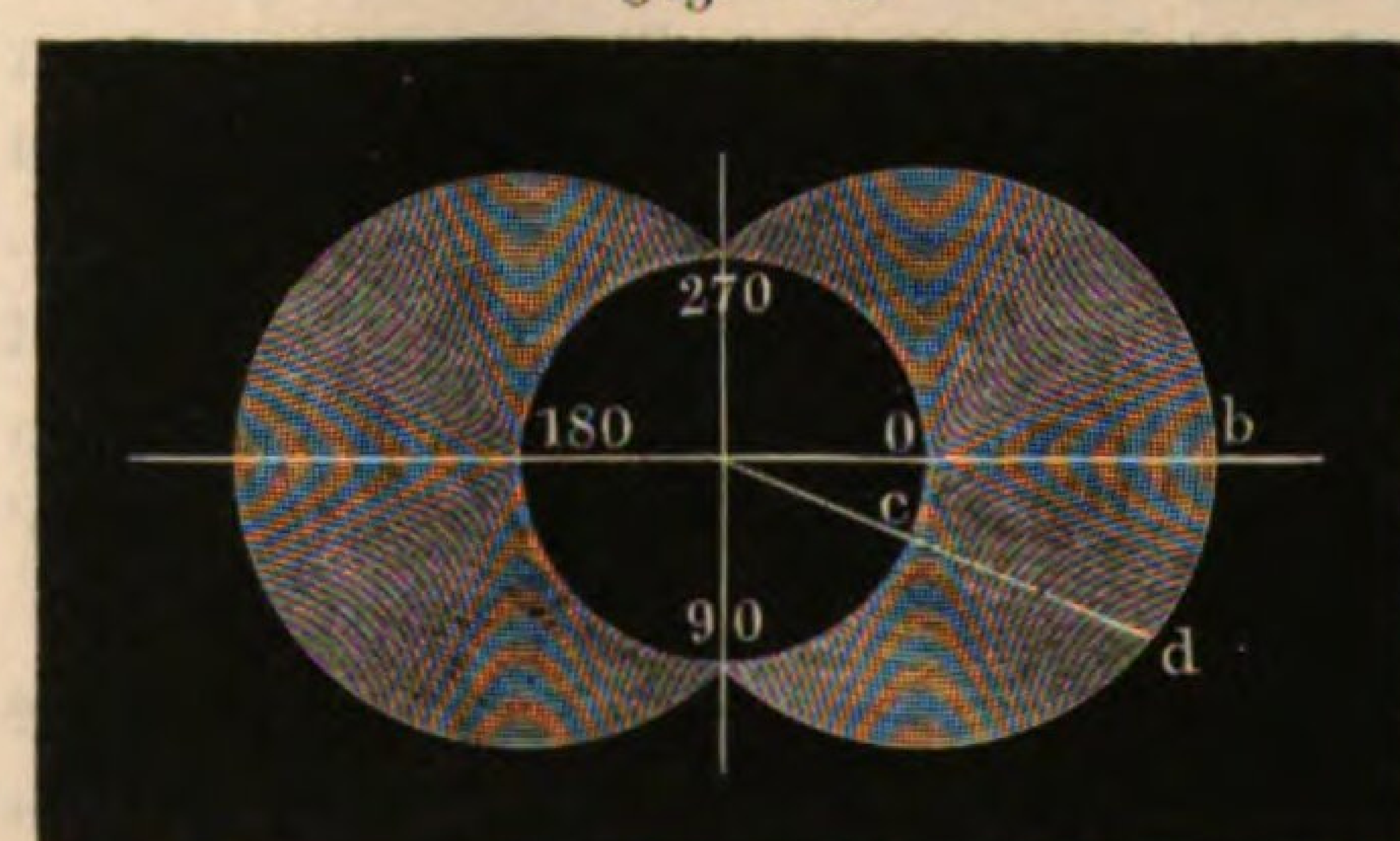
Intensität des durch ihn reflectirten Lichtes mehr und mehr ab und wird 0, wenn der Index bei 90° steht. In dieser Stellung reflectirt der schwarze Spiegel die von unten her ihn treffenden Strahlen nicht mehr, das Gesichtsfeld erscheint dunkel. Dreht man noch weiter, so wird es allmälig wieder heller, und wenn der Index bei 180° steht, ist die Lichtstärke wieder derjenigen gleich, die bei 0° beobachtet wurde. Das Licht nimmt jedoch wieder ab, wenn man noch über 180° hinausgeht; das Gesichtsfeld wird zum zweiten Male dunkel, wenn der Index bei 270° steht.

Es versteht sich von selbst, daß während dieser ganzen Drehung die Richtung des oberen Spiegels gegen die Verticale unverändert bleiben muß. In allen Lagen macht der obere Spiegel einen Winkel von 35° 25′ mit der Verticalen.

Der Zusammenhang dieser Erscheinungen läßt sich so leicht übersehen, daß es nicht nöthig wäre, sie noch weiter anschaulich zu machen; allein des besseren Verständnisses der complicirteren Erscheinungen der Kreispolarisation wegen wollen wir auch die einfachen Erscheinungen der gewöhnlichen Polarisation graphisch darstellen.

In Fig. 714 stellt die Verlängerung der Radien des Kreises bis zu der Curve, welche die ganze Figur begränzt, die Intensität des reflectirten Lichtes für die verschiedenen Stellungen des oberen Spiegels dar. Es repräsentiren also die Linien 0*b* und *cd* die Intensitäten des reflectirten Lichtes, wenn der Index bei 0 oder bei 20° steht. Es ist *cd* kleiner als 0*b*, weil in letzterer Stellung weniger Licht reflectirt wird, als in der ersten. Man übersieht in der Figur sehr deutlich, daß für 90° und 270° die Intensität des reflectirten Lichtes Null, für 0° und 180° aber ein Maximum ist.

Fig. 714.

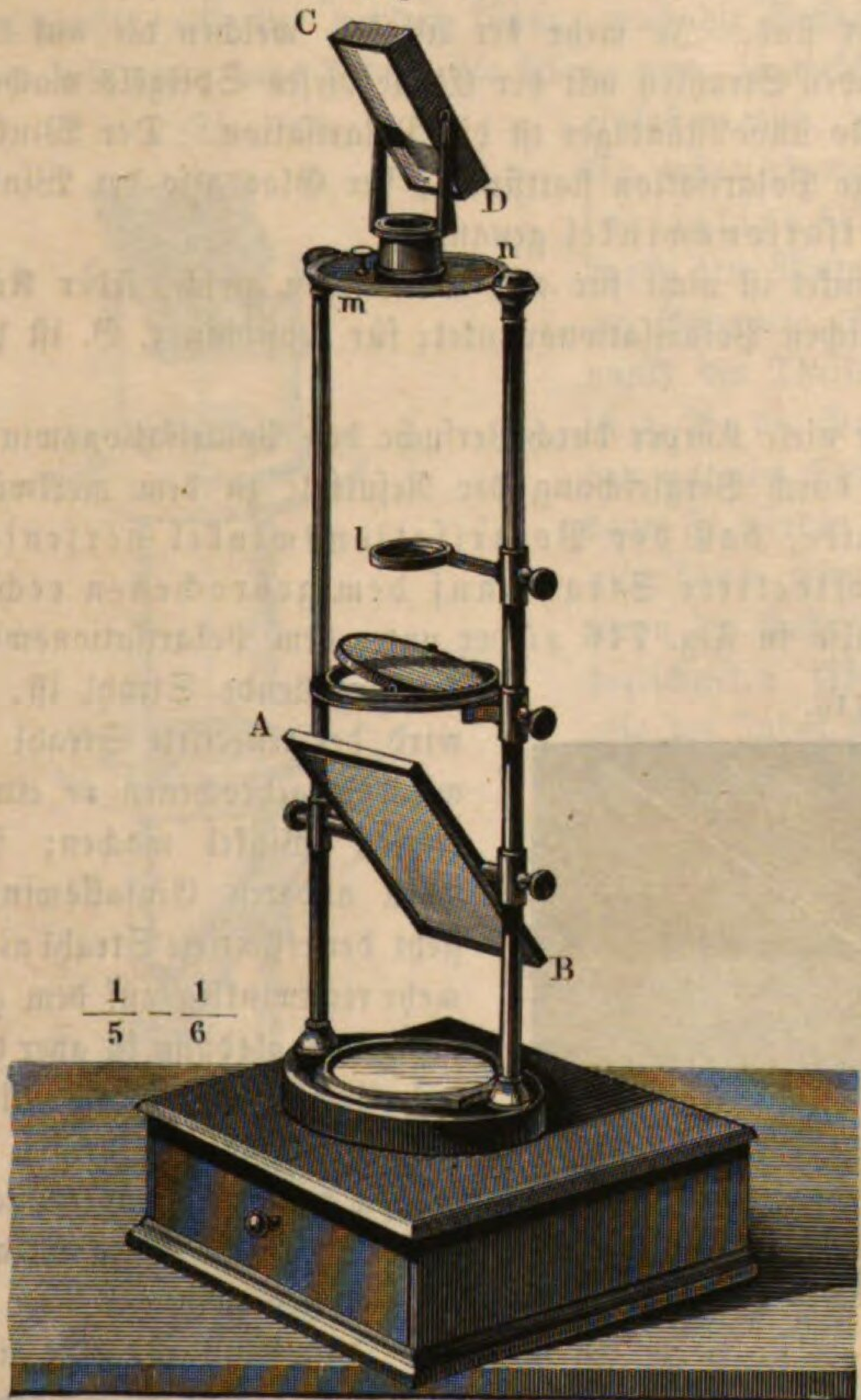


Um die Beschreibung des Apparates Fig. 713 zu vollenden, wollen wir nun auch noch den Ring betrachten, welcher in der Mitte der Stäbe über dem unteren Polarisationsspiegel angebracht ist. In demselben dreht sich ein zweiter, dessen Oeffnung mit einer Glasplatte verschlossen ist, auf welche man durchsichtige Gegenstände legen kann, deren Verhalten im polarisirten Lichte man untersuchen will. Der Rand dieses drehbaren Ringes ist etwas zugeschärft und mit einem Index versehen; auf dem äußeren Ringe ist eine Kreistheilung angebracht, welche der oberen entspricht.

Fig. 715 stellt einen sorgfältig in Messing ausgeführten Nörremberg'schen Polarisationsapparat dar, welcher wohl nach dem Vorhergehenden leicht zu verstehen ist. Der ganze Apparat ist auf einem Kästchen von Holz

befestigt, welches mit einer Schieblade versehen ist, um darin verschiedene Requisiten aufbewahren zu können. Das mittlere Tischlein ist nicht allein um die verticale Axe des Apparates drehbar, sondern es kann auch gegen die Horizontale geneigt werden. Ueber dem Tischlein befindet sich eine Linse *l*, von deren Gebrauch erst später die Rede sein wird, welche aber, wenn sie nicht gebraucht wird, auf die Seite geschoben werden kann. Zwischen den beiden oberen Enden der Messingsäulen ist der am Rande eine Kreistheilung tragende Messingring *mn* befestigt; in ihm ist eine Messingscheibe drehbar, welche in der Mitte eine kurze Hülse zur Aufnahme der verschiedenen Kopfapparate trägt, von denen noch weiter unten die Rede sein wird. Unsere Figur zeigt statt des auf gleiche Weise anzubringenden schwarzen Spiegels eine Glasplattensäule *CD*, deren Einrichtung gleichfalls in einem der nächsten Paragraphen besprochen werden soll.

Fig. 715.



Der Polarisationswinkel. Giebt man, ohne sonst etwas an dem Apparate zu ändern, dem unteren Spiegel eine andere Stellung gegen die einfallenden Strahlen, stellt man ihn z. B. so, daß er einen Winkel von 25° mit der Verticalen macht, so werden solche Strahlen zum oberen Spiegel des Apparates gelangen, die den unteren Polarisationsspiegel unter einem Winkel von 25° getroffen haben. Wiederholt man nun die oben beschriebenen Versuche, so findet man, daß das von dem oberen Spiegel zurückgeworfene Licht nie ganz Null wird. Wenn der obere Spiegel so gestellt ist, daß seine Reflexionsebene die des unteren kreuzt, so wird er in dieser Stellung freilich weniger Licht 269

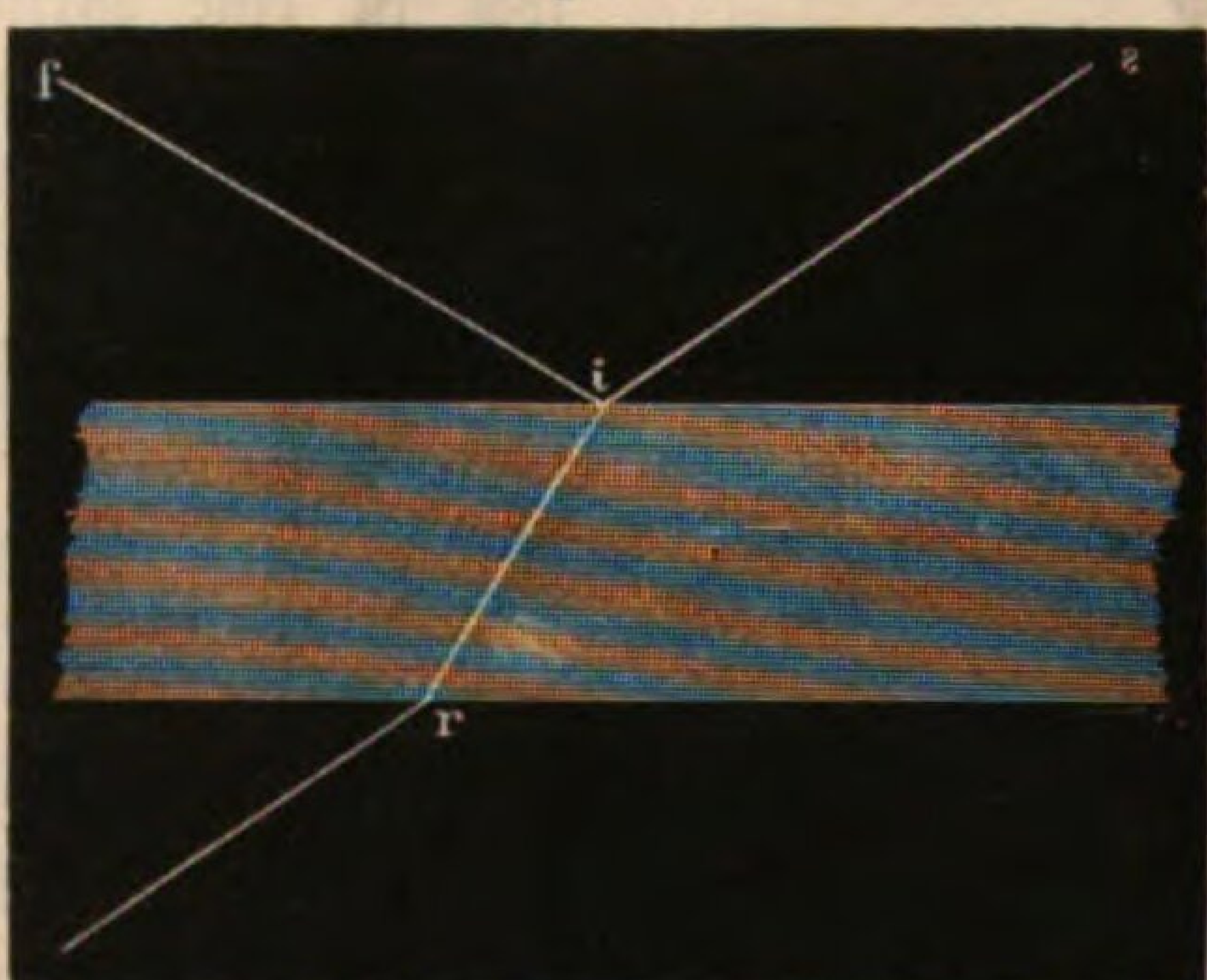
reflectiren, als in jeder anderen, doch wird immer noch ein Theil der von unten kommenden Strahlen reflectirt.

Es läßt sich daraus schließen, daß die unter einem Winkel von 25° vom unteren Polarisationsspiegel reflectirten Strahlen zwar zum Theil, aber doch nicht vollständig polarisirt sind. Je mehr der Winkel, welchen die auf den unteren Glasspiegel fallenden Strahlen mit der Ebene dieses Spiegels machen, von 35° 25′ abweicht, desto unvollständiger ist die Polarisation. Der Winkel, für welchen die vollständige Polarisation stattfindet, für Glas also der Winkel 35° 25′, wird der Polarisationswinkel genannt.

Der Polarisationswinkel ist nicht für alle Substanzen gleich, jeder Körper hat seinen eigenthümlichen Polarisationswinkel; für Obsidian z. B. ist der Polarisationswinkel 33°.

Man hatte schon für viele Körper durch Versuche den Polarisationswinkel bestimmt, als Brewster durch Vergleichung der Resultate zu dem merkwürdigen Gesetze geführt wurde, daß der Polarisationswinkel derjenige ist, für welchen der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen rechtwinklig steht. Wenn also in Fig. 716 *si* der unter dem Polarisationswinkel einfallende Strahl ist, so wird der reflectirte Strahl *if* mit dem gebrochenen *ir* einen rechten Winkel machen; für jeden anderen Einfallswinkel steht der reflectirte Strahl nicht mehr rechtwinklig auf dem gebrochenen, alsdann ist aber der reflectirte Strahl auch nicht mehr vollständig polarisirt.

Fig. 716.



Da der Brechungsexponent der verschiedenfarbigen Strahlen nicht derselbe ist, so ist klar, daß selbst für eine und dieselbe Substanz der Polarisationswinkel nicht für die Strahlen aller Farben derselbe sein kann. Es erklärt sich daraus ganz einfach, warum ein Strahl weißen Lichtes durch Reflexion niemals vollständig polarisirt sein kann.

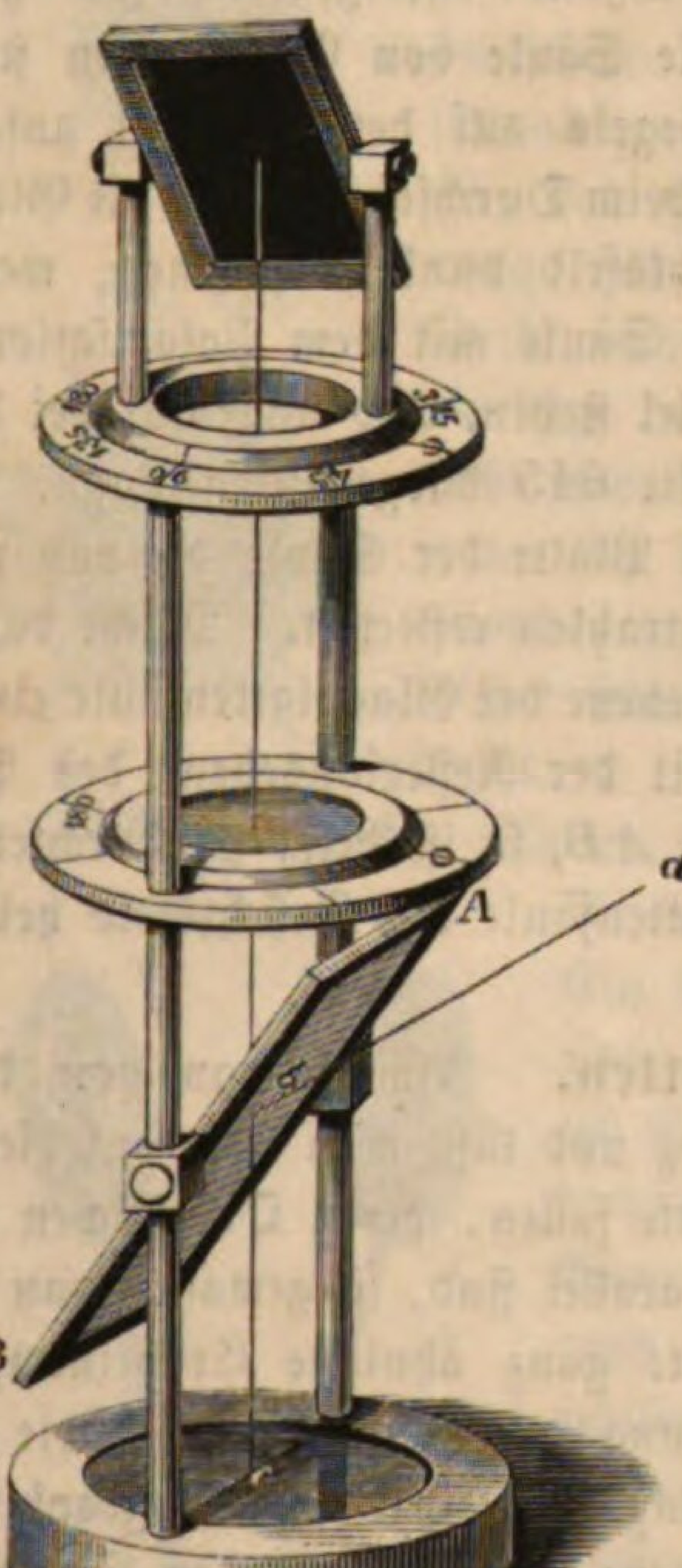
Die richtige Stellung der Spiegel im Polarisationsapparate mittelt man am besten durch den Versuch aus; man stellt beide Spiegel ungefähr in die richtige Neigung gegen die Verticale, kreuzt ihre Reflexionsebenen und corrigirt alsdann zuerst die Neigung des unteren Spiegels, indem man seine Neigung allmälig ändert und ihn in der Lage feststellt, für welche das oben reflectirte Licht im Minimum ist. Ist dies geschehen, so corrigirt man auf dieselbe Weise die Neigung des oberen Spiegels.

Bei genauer Untersuchung findet man, daß das von einer Wasserfläche, von einem Schieferdache, von einem polirten Tische u. s. w. reflectirte Licht mehr oder weniger polarisirt ist; ja fast alle spiegelnden Oberflächen können

unter Umständen als Polarisationsspiegel dienen. Nur die metallischen Oberflächen machen hiervon eine Ausnahme.

Die Polarisationsebene. Damit ein polarisirter Strahl von einem 270
Polarisationsspiegel, den er unter dem Polarisationswinkel trifft, möglichst vollständig reflectirt werden könne, muß die Reflexionsebene dieses Spiegels eine bestimmte Lage haben; die Ebene nun, in welcher ein polarisirter Strahl

Fig. 717.



$\frac{1}{4}$

einfallen muß, wenn er möglichst vollständig reflectirt werden soll, heißt die Polarisationsebene des Strahls. Eine durch den Mittelpunkt des oberen Ringes am Apparate, Fig. 717, und den Nullpunkt der Theilung gehende Verticalebene ist z. B. die Polarisationsebene der durch den unteren Spiegel polarisirten Strahlen, denn sie werden von dem Zerlegungsspiegel nur dann möglichst vollständig reflectirt, wenn die Reflexionsebene desselben mit der bezeichneten Ebene zusammenfällt, wenn also der Index bei 0 oder 180° steht. Die Polarisationsebene dieser Strahlen fällt aber auch mit der Reflexionsebene des unteren Spiegels zusammen, woraus man schließen kann, daß, wenn ein Lichtstrahl durch Spiegelung polarisirt wird, seine Einfallsebene zugleich auch seine Polarisationsebene ist. Steht der Index am Kopfe des Apparates bei 90° oder bei 270°, so steht die Reflexionsebene des Zerlegungsspiegels rechtwinklig auf der Polarisationsebene der von unten her ihn treffenden Strahlen.

Polarisation durch gewöhnliche Brechung. Wenn Lichtstrahlen 271
unter einem Winkel von 35° 25′ auf eine durchsichtige Glastafel fallen, so werden sie zum Theil reflectirt und durch diese Reflexion polarisirt, zum Theil aber gehen sie auch durch die Glastafel hindurch. Die hindurchgegangenen Strahlen zeigen nun ebenfalls Spuren von Polarisation, und zwar steht ihre Polarisationsebene rechtwinklig auf der Polarisationsebene der an der Vorderfläche reflectirten Strahlen. Läßt man die durchgegangenen Strahlen, deren Polarisation, wie gesagt, sehr schwach ist, auf eine zweite, der ersteren parallele Glastafel fallen, so sind sie nach ihrem Durchgange durch diese zweite Glasplatte schon vollständiger polarisirt. Durch eine dritte, vierte, fünfte Glasplatte wird die Polarisation immer vollständiger; durch 8 bis 10 Glasplatten erhalten die durchgegangenen Strahlen schon eine ziemlich vollständige Polarisation.

Ein solches System von Glasplatten kann recht gut statt des Zerlegungsspiegels als Zerleger oder Analyseur des Polarisationsapparates gebraucht werden. Der Polarisationsapparat, Fig. 715 auf Seite 645, ist mit einer solchen Glasplattensäule versehen dargestellt. Fig. 718 stellt in $^1/_2$ der natürlichen Größe eine solche Glasplattensäule im Durchschnitte dar. Die Glasplatten sind in ein Rähmchen von Messing gefaßt, und dieses wird von zwei Messingpfeilern getragen.

Fig. 718.



Wenn man die Säule von Glasplatten statt des Zerlegungsspiegels auf den Apparat aufgesetzt hat, so wird beim Durchsehen durch die Glasplatten das Gesichtsfeld dunkel erscheinen, wenn die Platten dieser Säule mit dem Polarisationsspiegel AB parallel stehen, also ungefähr bei der in Fig. 715, Seite 645 dargestellten Lage, für welche die unterste Platte der Säule die von unten kommenden Strahlen reflectirt. Macht dagegen die Reflexionsebene der Glasplattensäule einen rechten Winkel mit der Reflexionsebene des Polarisationsspiegels AB, so ist beim Hindurchsehen durch die Glasplattensäule das Gesichtsfeld hell.

272 **Polarisation durch Turmalinplatten.** Nimmt man von dem Polarisationsapparate den Zerlegungsspiegel weg und läßt man statt auf diesen die polarisirten Strahlen auf eine Turmalinplatte fallen, deren Oberflächen der krystallographischen Hauptaxe dieses Minerals parallel sind, so gewahrt man an dem durch die Platte hindurchgegangenen Lichte ganz ähnliche Erscheinungen wie diejenigen, welche man an dem vom Zerlegungsspiegel reflectirten Lichte beobachtete. Hat die Platte eine solche Stellung, daß ihre krystallographische Hauptaxe rechtwinklig auf der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen steht, so läßt sie die Strahlen so vollständig hindurch, als es die Färbung des Minerals erlaubt. Macht aber die Axe der Platte einen anderen Winkel mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen, so ist das durchgehende Licht um so schwächer, je kleiner dieser Winkel wird. Fällt die Axe der Platte in die Polarisationsebene der einfallenden Strahlen, so ist die Intensität des durchgegangenen Lichtes ein Minimum, und falls die Platte dick genug ist, vollständig Null. Die Lage des Krystalls, bei welcher die Axe mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen einen rechten Winkel bildet, entspricht dem Falle, daß der obere Spiegel dem unteren parallel ist; die zuletzt erwähnte Stellung des Krystalls aber dem Falle der gekreuzten Spiegel.

Wenn eine solche Turmalinplatte in eine Fassung gebracht ist, welche ebenso wie die, welche die Säule von Glasplatten enthält, auf dem oberen Ringe des Polarisationsapparates drehbar ist, so kann die Turmalinplatte ebenso gut wie

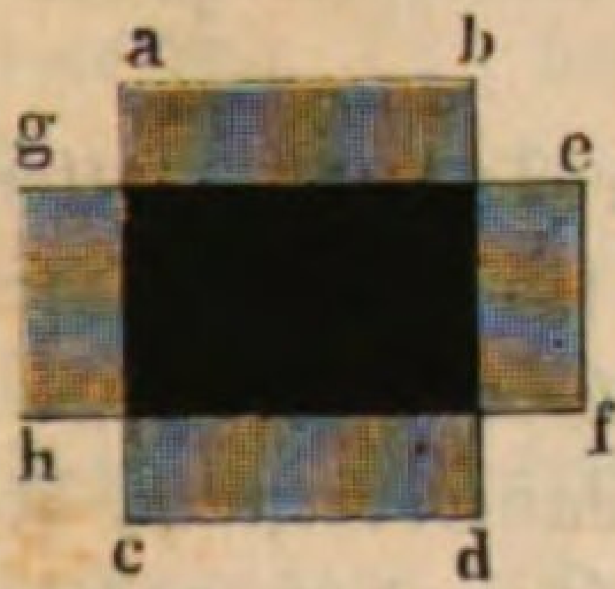
der Zerlegungsspiegel als Kopf oder Analyseur des Apparates dienen, und man kann dieselben Versuche damit anstellen, wie mit jenen.

Aus den erwähnten Versuchen läßt sich schließen, daß, wenn gewöhnliches Licht auf eine solche Turmalinplatte fällt, es nach seinem Durchgange durch die Platte polarisirt sein wird. Legt man demnach zwei parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatten so auf einander, daß ihre Axen parallel sind, so werden sie einfallendes gewöhnliches Licht ebenso gut durchlassen wie eine Platte, welche so dick ist wie beide zusammengenommen, wie Fig. 719 andeutet, wo *abcd* die eine und *efgh* die andere Platte bezeichnet. Die Schraffirung soll den krystallographischen Axen parallel sein. Dreht man aber die eine Platte in ihrer Ebene herum, ohne die Lage der anderen zu ändern, so wird das durchgelassene Licht schwächer und schwächer, bis es endlich ganz verschwindet, wenn die Axen beider Platten einen rechten Winkel mit einander machen, wie dies Fig. 720 versinnlicht. Zwei solcher Platten bilden also einen kleinen Polarisationsapparat.

Fig. 719.



Fig. 720.



Um zwei solcher Platten bequem gebrauchen zu können, werden sie nach Nörremberg's Angabe auf folgende Weise gefaßt. Ein Messingdraht ist, wie Fig. 721 zeigt, in die Form einer Zange gebogen. Die beiden Enden des Drahtes bilden Ringe; in jedem dieser Ringe ist eine Hülse drehbar, in welche eine Turmalinplatte gefaßt ist. Wenn nicht durch den Druck der Hand oder durch irgend einen Gegenstand, welchen man zwischen beide Hülsen legt, diese auseinandergehalten werden, so werden die einander gegenüberstehenden Flächen der Hülsen durch die Federkraft des Drahtes sanft an einander gedrückt, so daß, wenn man einen im polarisirten Lichte zu untersuchenden in Kork gefaßten Krystall zwischen beide Hülsen legt, er durch den schwachen Druck hinlänglich festgehalten wird, und man die ganze Vorrichtung in jeder beliebigen Lage vor das Auge bringen kann, ohne daß der Krystall herausfällt.

Fig. 721.



Man findet den Turmalin in den verschiedenartigsten Farben. Häufig kommen Turmalinkrystalle vor, welche dem äußeren Ansehen nach ganz schwarz sind, und die nur in ganz dünne Blättchen geschnitten durchsichtig werden. Ganz dünne Blättchen von dieser Art polarisiren zwar das Licht sehr vollständig; es ist aber sehr schwer, Platten zu schleifen, welche dünn genug sind, besonders auch deshalb, weil die Krystalle

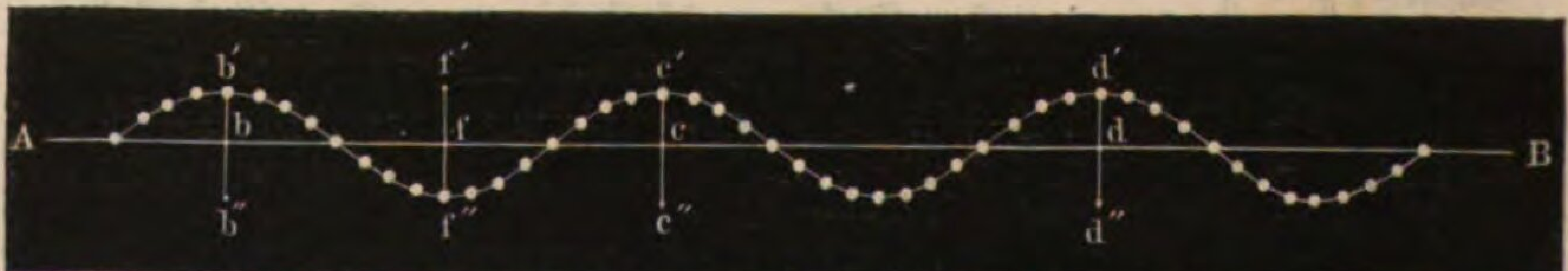
dieser Art im Inneren voller kleiner Risse und Sprünge sind, welche veranlassen, daß der Krystall sich bröckelt, sobald er nur einigermaßen dünn geschliffen wird. Sehr geeignet für den optischen Gebrauch sind die durchsichtigen, braunen und röthlichbraunen Turmaline, wenn sie hinlänglich groß sind, daß man aus ihnen Platten schneiden kann, die doch wenigstens 8 bis 9 Quadratlinien Oberfläche haben; denn wenn die Platten noch kleiner sind, so ist das Gesichtsfeld, welches man durch sie bequem übersehen kann, zu klein. Am häufigsten werden die dunkelgrünen zu optischen Zwecken gebraucht; man kann sie am leichtesten in hinlänglicher Größe erhalten, und eine Platte von $1/_2$ Linie Dicke polarisirt das Licht vollkommen genug. Je heller die Farbe der Turmaline ist, desto unvollständiger polarisiren sie das Licht und desto dicker muß man die Platten nehmen, wenn man vollständige Polarisation erhalten will. Die bläulichen polarisiren am schlechtesten und sind deshalb am wenigsten zu empfehlen.

Eine sehr sinnreiche Anwendung hat Arago von den Turmalinplatten gemacht, um Gegenstände zu betrachten, welche in der Tiefe sehr durchsichtiger Gewässer liegen und deren Sichtbarkeit gewöhnlich durch den Glanz der Wasseroberfläche beeinträchtigt wird. Da nun aber das von der Wasseroberfläche reflectirte Licht polarisirt ist, so kann man diesen Glanz verschwinden machen, wenn man durch eine in die richtige Lage gehaltene Turmalinplatte schaut.

273 Erklärung der Polarisation durch die Vibrationstheorie.

Durch die Polarisationserscheinungen läßt sich am einfachsten der Beweis liefern, daß die Vibrationen, welche einen Lichtstrahl fortpflanzen, rechtwinklig zu seiner Richtung sind. Nehmen wir an, daß ein Lichtstrahl rechtwinklig zur Ebene der beiden Turmalinplatten Fig 719 hindurchgehe, deren Axen einander parallel sind, so wäre kein Grund vorhanden, warum der Strahl nicht ebenso gut durch die gekreuzten Platten hindurchgehen sollte, wenn die Schwingungen, welche ihn fortpflanzen, in der Richtung desselben stattfänden. Das Verschwinden des Lichtes bei gekreuzten Platten läßt sich nur durch die Annahme erklären, daß die Schwingungen, welche einen Lichtstrahl fortpflanzen, rechtwinklig zu seiner Richtung sind, und daß ferner ein Lichtstrahl polarisirt ist, wenn seine Schwingungen stets in einer und derselben Ebene stattfinden. Alle Schwingungen des Strahles z. B., dessen Ausweichungscurve Fig. 722 dargestellt ist, finden in der Ebene des Papiers Statt; dieser Strahl ist also ein polarisirter Strahl.

Fig. 722.



In einem gewöhnlichen Lichtstrahle bleiben die Vibrationen nicht immer in derselben Ebene, sondern sie variiren nach allen möglichen, auf die Richtung des Strahls rechtwinkligen Richtungen.

Die Ebene, in welcher alle Schwingungen eines polarisirten Strahls stattfinden, heißt die Vibrationsebene desselben. Die Schwingungsebene eines Strahls, welcher durch eine Turmalinplatte polarisirt worden ist, ist der krystallographischen Hauptaxe der Turmalinplatte parallel.

Die Wahrheit dieses wichtigen Satzes hat Nörremberg sehr einfach auf folgende Art bewiesen:

Wenn man durch eine parallel mit der Axe geschliffene Turmalinplatte nach einer weißen Wand oder einer weißen Wolke gerade hindurchschaut, wie dies Fig. 723 dargestellt ist, wo *abcd* die Turmalinplatte, *no* die Richtung der durch dieselbe ins Auge gelangenden Strahlen darstellt, so hat das Gesichtsfeld eine bestimmte Helligkeit, welche fast ungeändert bleibt, wenn man die Platte so gegen die Richtung der durchgehenden Strahlen neigt, daß die Richtung der krystallographischen Hauptaxe der Platte gewissermaßen die Umdrehungsaxe bildet, wie es Fig. 723 angedeutet wird, wo die Richtung der Krystallaxe parallel mit *ab* angenommen ist.

Fig. 723.

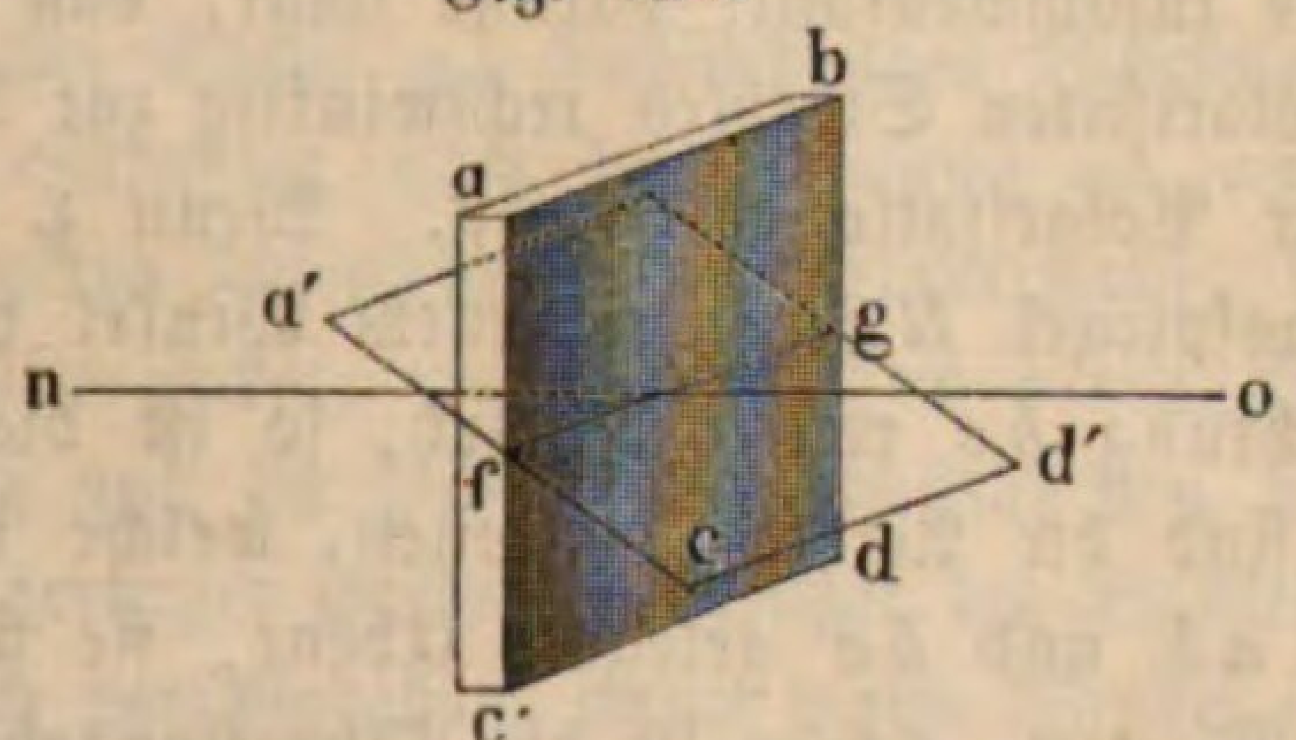
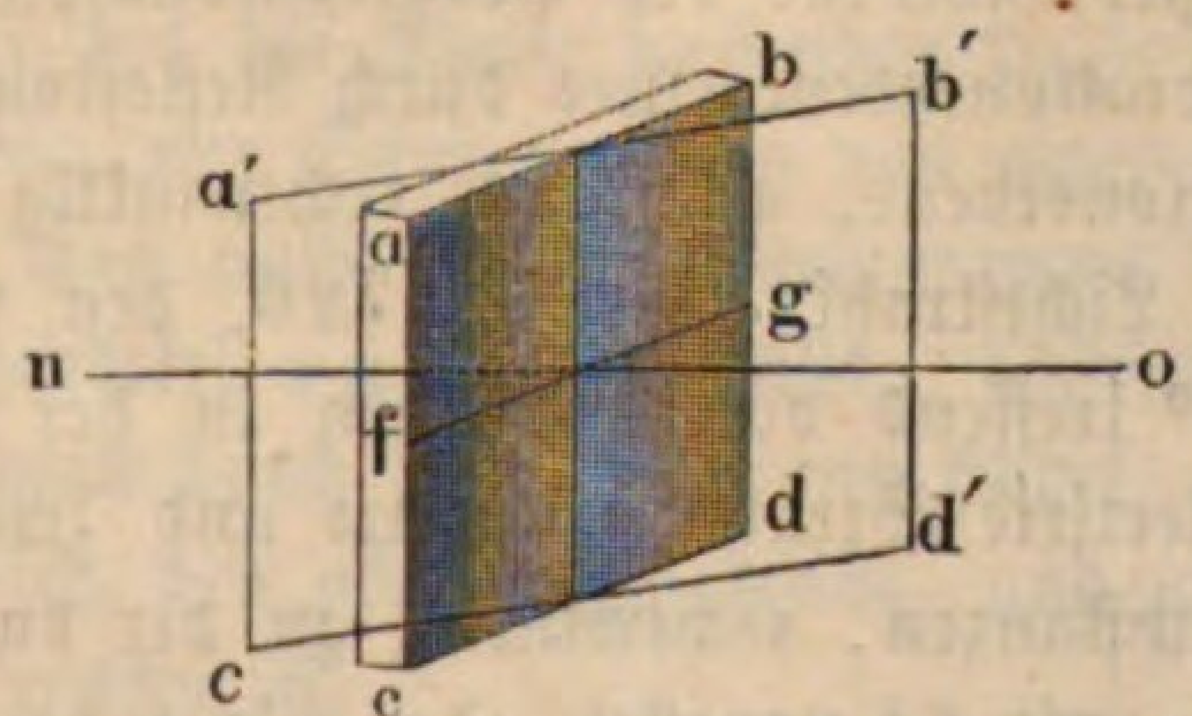


Fig. 724.



Neigt man aber die Platte so gegen die Richtung der durchgehenden Strahlen, daß dabei die Umdrehungsaxe rechtwinklig zur Krystallaxe steht, wie Fig. 724 angedeutet ist, so wird das Gesichtsfeld sogleich bedeutend dunkler.

Wenn nun eine Aenderung in der Helligkeit der Platte stattfindet, so kann diese nur davon herrühren, daß die Vibrationsrichtung der durchgehenden Strahlen gegen die Platte eine andere wird. Bei dem Fig. 723 dargestellten Versuche findet keine Aenderung in der Helligkeit Statt, folglich ist die Richtung der Schwingungen, welche den Lichtstrahl in der Richtung *no* fortpflanzen, gegen die Platte ganz dieselbe, es mag die Platte die Stellung *abcd* oder die Stellung *a′b′c′d′* haben; daher kann nur *fg* die fragliche Vibrationsrichtung sein, welche demnach in der That mit der Richtung der krystallographischen Hauptaxe zusammenfällt.

Es soll dies noch durch Fig. 725 (a. f. S.) anschaulich gemacht werden, wo *abcd* eine Turmalinplatte darstellt, deren krystallographische Axe die Richtung *fg* hat. *fghi* ist die Schwingungsebene eines in der Richtung *RS* durch die Platte hindurchgegangenen Strahles.

An geschliffenen und polirten Turmalinplatten läßt sich die Richtung der Axe oft durch feine Sprüngchen erkennen, welche die Platten sehr häufig zeigen. Die Richtung dieser Sprünge, welche die Richtung einer unvollkommenen Spaltbarkeit bezeichnen, ist stets rechtwinklig zur Krystallaxe.

Fig. 725.

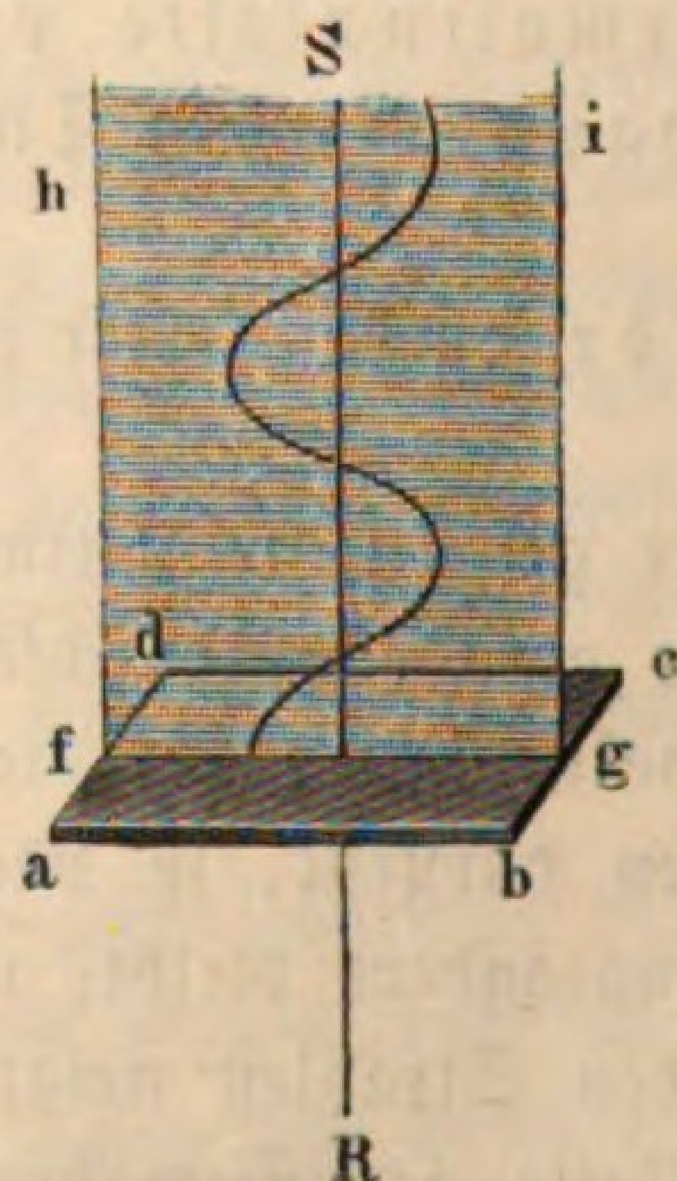
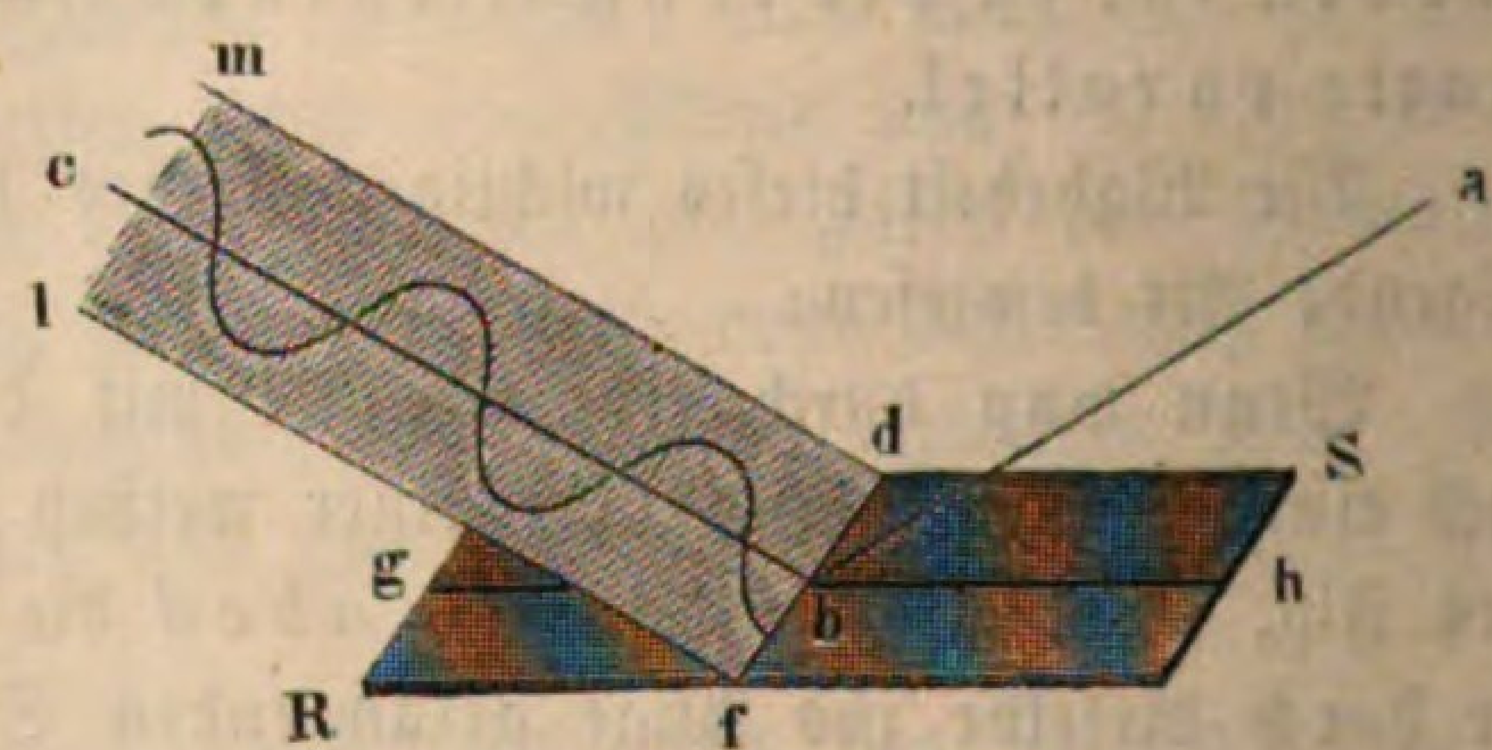


Fig. 726.



Wenn man eine Turmalinplatte als Kopf des Polarisationsapparates anwendet, so ist das Gesichtsfeld dunkel, wenn die Krystallaxe der Platte mit der Reflexionsebene des Polarisationsspiegels zusammenfällt; daraus folgt, daß die Vibrationsebene eines durch Reflexion polarisirten Strahles rechtwinklig zur Reflexionsebene, also auch rechtwinklig zur Polarisationsebene ist. Wenn z. B. ein Lichtstrahl *ab*, Fig. 726, den Glasspiegel *RS* unter einem Winkel von 35° treffend von demselben in der Richtung *bc* reflectirt wird, so ist dieser reflectirte Strahl polarisirt und zwar sind die Aethervibrationen, welche ihn fortpflanzen, rechtwinklig zu der durch *ab* und *bc* gelegten Ebene, sie sind also mit *fd* parallel, oder mit anderen Worten, *fdlm* ist die Vibrationsebene des polarisirten Strahles *bc*.

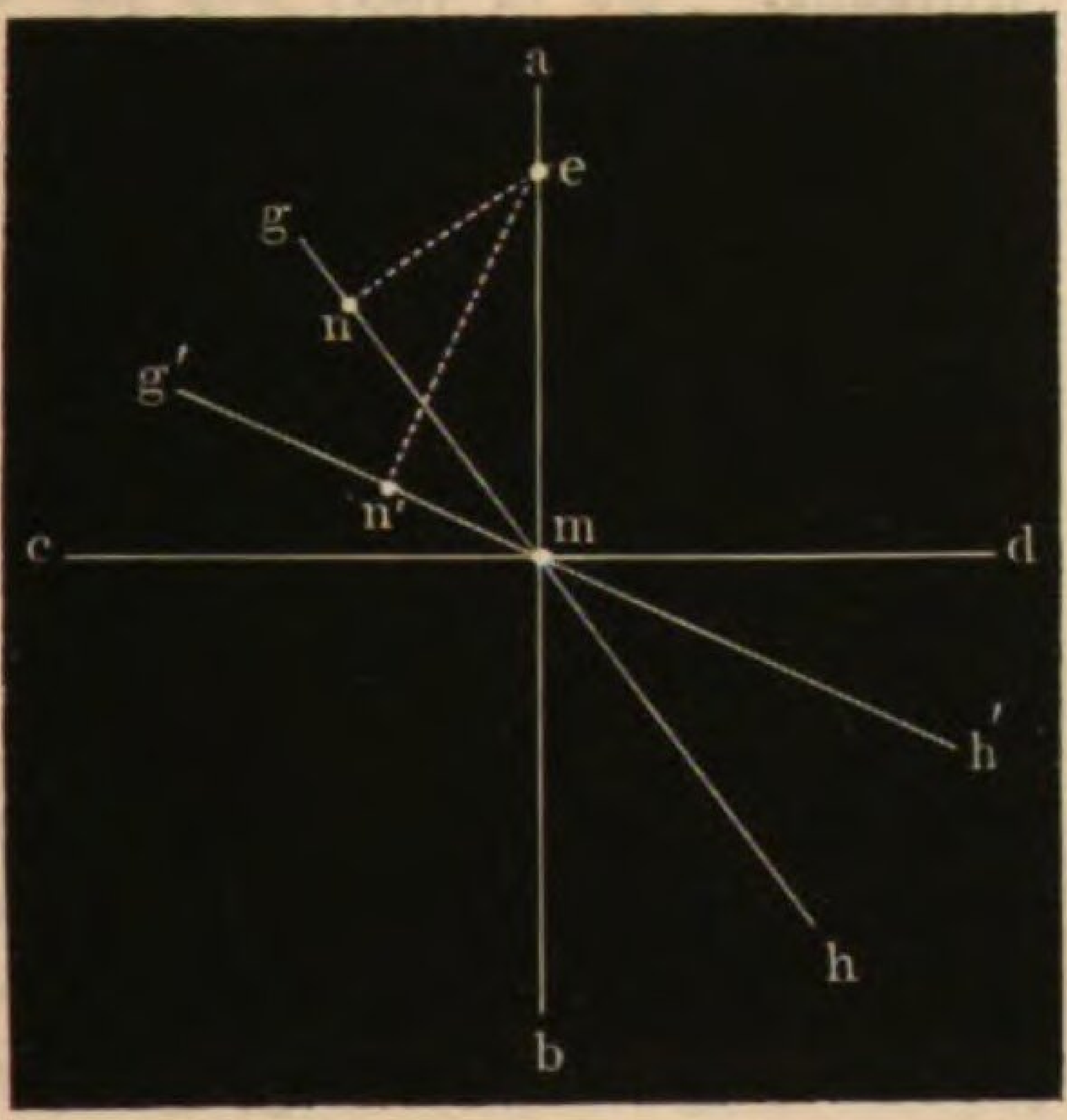
Wenn ein schon polarisirtes Strahlenbündel *cb*, Fig. 726, einen Glasspiegel *RS* trifft, dessen Ebene seinen Vibrationen parallel ist, so geht ein Theil dieses Strahlenbündels mit unveränderter Schwingungsrichtung durch den Spiegel hindurch, ein anderer Theil aber wird immer noch parallel mit *fd* schwingend in der Richtung *ba* reflectirt.

Wenn dagegen die Schwingungen eines unter dem Polarisationswinkel auf den Spiegel fallenden Strahlenbündels in der Einfallsebene liegen, wenn also z. B. die Schwingungen des Strahles *cb* in der Ebene *cba* vor sich gingen, so würde kein Theil dieses Strahlenbündels reflectirt, sondern es würde mit unveränderter Vibrationsebene durch die Glasplatte hindurchgehen.

Fällt ein polarisirter senkrecht zur Ebene des Papiers sich fortpflanzender Strahl, dessen Projection *m* und dessen Schwingungsebene *ab*, Fig. 727, sein mag, auf eine Turmalinplatte, deren Schwingungsebene ebenfalls *ab* ist, so wird der Strahl von der Turmalinplatte durchgelassen. Sieht man also durch eine Turmalinplatte nach dem Polarisationsspiegel eines Polarisationsapparates

(d. h. mit anderen Worten, gebraucht man statt des oberen Spiegels eine Turmalinplatte), so sieht man das Gesichtsfeld hell, wenn die krystallographische Hauptaxe der Platte auf der Reflexionsebene des unteren Spiegels rechtwinklig ist. Dreht man aber die Turmalinplatte, so wird das Gesichtsfeld dunkler und dunkler, bis es endlich ganz dunkel wird, wenn die Schwingungsebene des Turmalins mit der Reflexionsebene des unteren Spiegels zusammenfällt.

Fig. 727.



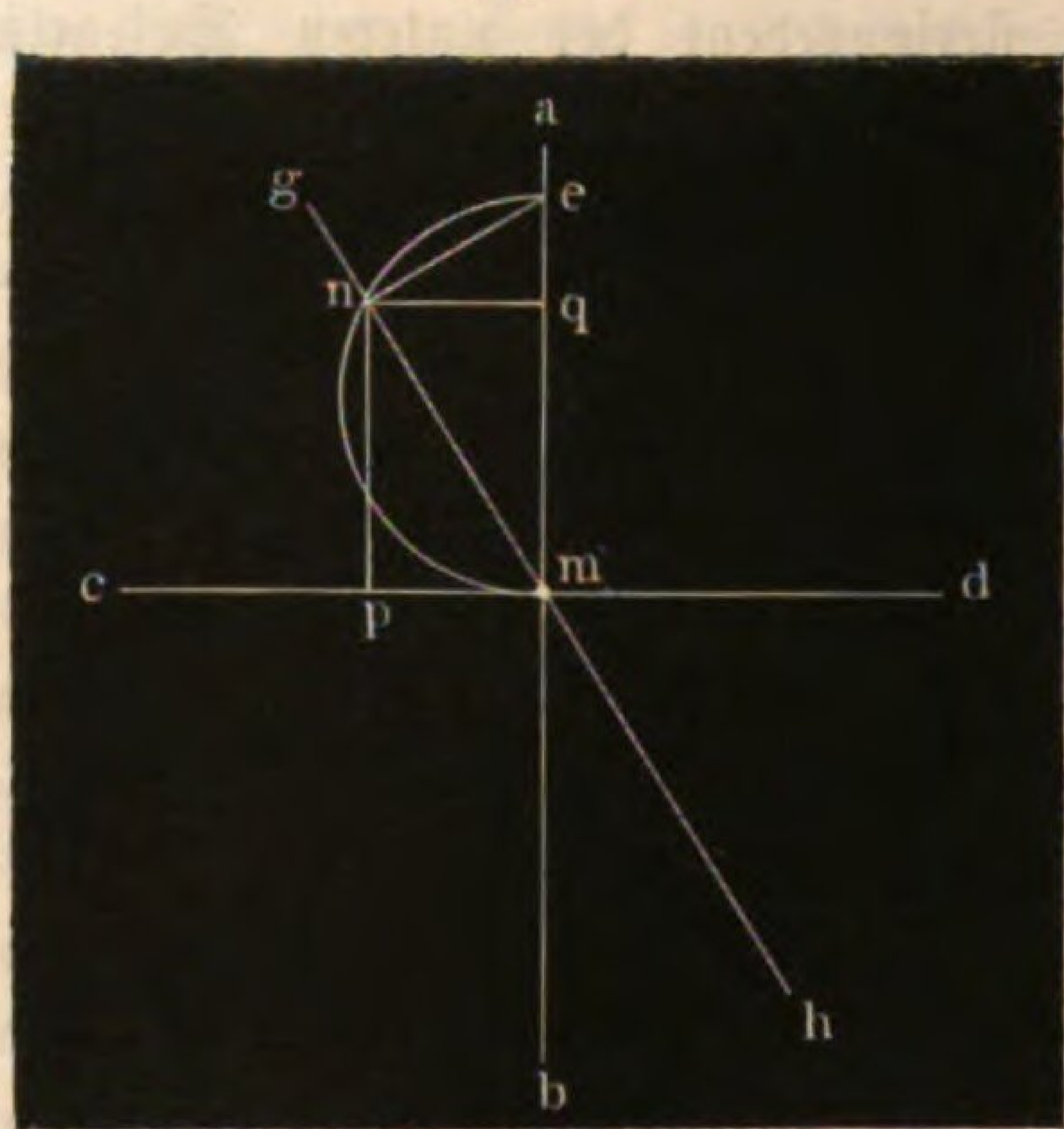
Diese Erscheinung ergiebt sich als nothwendige Folge der Theorie. Es stelle *em* die Vibrationsintensität (d. h. das Maximum der Ausweichung eines Moleküls) für den Strahl dar, welcher durch die Turmalinplatte geht, wenn ihre Schwingungsebene die Richtung *ab* hat. Wenn nun die Platte so gedreht wird, daß ihre Schwingungsebene in die Lage *gh* kommt, so können die in der Ebene *ab* stattfindenden Vibrationen des die Platte treffenden polarisirten Strahles nach der Richtung *gh* offenbar nur Schwingungen von einer geringeren Intensität *mn* hervorbringen, die man nach dem Parallelogramme der Kräfte findet, wenn man von *e* ein Perpendikel *en* auf *gh* fällt. Offenbar muß nun die Vibrationsintensität *mn*, die man durch diese Zerlegung findet, um so geringer werden, je größer der Winkel wird, den *gh* mit *ab* macht, und muß ganz verschwinden, wenn dieser Winkel ein rechter ist.

Dieselben Schlüsse gelten auch für den Zerlegungsspiegel des Polarisationsapparates, und man sieht demnach leicht ein, warum der obere Spiegel ein Maximum von Licht reflectirt, wenn beide Spiegel parallel sind, ein Minimum hingegen, wenn sie gekreuzt sind.

Nach diesen Betrachtungen kann man auch schließen, welches die Erscheinungen sein werden, wenn man eine Turmalinplatte zwischen die gekreuzten Spiegel des Apparates bringt. Fällt die Schwingungsebene des Turmalins mit der des unteren oder oberen Spiegels zusammen, so muß sie dunkel erscheinen, in jeder anderen Lage hell, und zwar am hellsten, wenn die Schwingungsebene der Turmalinplatte den rechten Winkel halbirt, welchen die Schwingungsebene des unteren Spiegels mit der des oberen macht. Es sei Fig. 728 (a. f. S.) *ab* die Schwingungsebene des unteren Spiegels, *cd* die des oberen, *gh* die der zwischen beiden liegenden Turmalinplatte. Es sei ferner *me* die Vibrationsintensität des vom unteren Spiegel polarisirten Strahles. Diese Vibration wird durch die Turmalinplatte zerlegt; die Vibrationsintensität *mn* in der Ebene *gh* findet man, indem man von *e* ein Perpendikel auf *gh* fällt. Allein der durch die Turmalinplatte gegangene, in der Ebene *gh* mit der In-

tensität *mn* schwingende Strahl wird durch den oberen Spiegel nochmals nach der Ebene *cd* zerlegt, und die bekannte Construction giebt *mp* für die Vibrationsintensität nach dieser zweiten Zerlegung. Es ist klar, daß sich die Größe von *mp* ändert, wenn die Ebene *gh* ihre Lage ändert; wann aber *mp* ein Maximum sein wird, ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

Fig. 728.



Weil *mne* ein rechter Winkel sein soll, so muß der Punkt *n*, welches auch die Lage der Ebene *gh* sein mag, stets auf dem Umfange eines Halbkreises liegen, dessen Durchmesser *me* ist. Nun aber ist *mp* gleich *nq*, d. h. gleich dem Perpendikel, welches von der Spitze des rechten Winkels auf die gegenüberstehende Hypotenuse *me* gefällt wird. Wenn nun der Punkt *n* mit *e* zusammenfällt, so ist dieses Perpendikel gleich Null (das Gesichtsfeld ist dunkel, wenn die Schwingungsebene des Turmalins mit der des unteren Spiegels zusammenfällt). Je mehr nun *n* auf der Peripherie des Kreises von *e* fortrückt, desto größer wird das Perpendikel *nq*, und es erreicht sein Maximum, wenn *n* um einen Viertelkreis von *e* absteht, denn in diesem Falle ist das Perpendikel dem Radius des Kreises gleich. Entfernt sich *n* noch weiter von *e*, so wird *nq* wieder kleiner, und wird wieder Null, wenn *n* mit *m* zusammenfällt. Wenn nun *n* um einen Viertelkreis von *n* absteht, so macht die Schwingungsebene *gh* einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene *ab* des einfallenden Strahles. Es ergiebt sich also aus dieser Betrachtung wirklich ein Maximum von Lichtintensität für den Fall, daß die Schwingungsebene des Turmalins einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene eines jeden der beiden Spiegel macht.

Von der Polarisation des Lichtes durch doppelte Brechung kann erst im folgenden Capitel die Rede sein.

Zehntes Capitel.

Von der doppelten Brechung.

Doppelte Brechung des Kalkspaths. Wir haben bisher immer 274
angenommen, daß beim Uebergange eines Lichtstrahles aus einem Mittel in ein anderes nur ein einziger gebrochener Strahl entstände; viele Körper haben jedoch die merkwürdige Eigenschaft, jeden einfallenden Lichtstrahl in zwei gebrochene Strahlen zu spalten. Diese mit dem Namen der doppelten Brechung bezeichnete Eigenschaft wurde zuerst von Erasmus Bartholinus am isländischen Kalkspath entdeckt und in einem Werke beschrieben, welches unter dem Titel »Experimenta Crystalli Islandici, disdiaclastici, quibus mira et insolita refractio detegitur« im Jahre 1669 zu Kopenhagen erschienen ist.

Alle diejenigen Körper, welche die erwähnte Eigenschaft besitzen, werden doppeltbrechende Körper genannt. Wir wollen zunächst die Erscheinungen der doppelten Brechung am Kalkspathe näher kennen lernen, weil sie an diesem Körper besonders leicht beobachtet werden können.

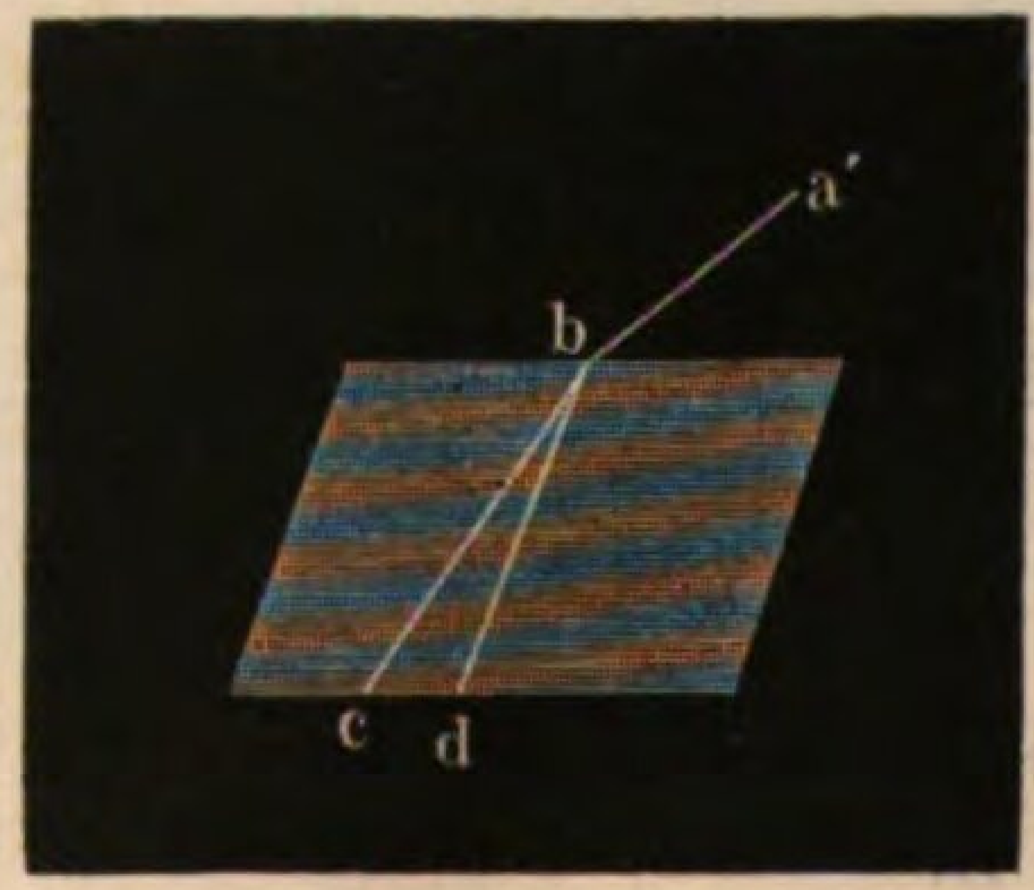
Der Kalkspath ist bekanntlich krystallisirter kohlensaurer Kalk; die zahlreichen Formen, unter welchen der Kalkspath vorkommt, gehören dem hexagonalen Krystallsysteme an und lassen sich sämmtlich von einer und derselben Grundform ableiten. Die Kalkspathkrystalle sind nach drei verschiedenen Richtungen sehr vollkommen spaltbar; und dadurch ist es möglich, aus denselben Rhomboëder durch Spaltung zu erhalten. Besonders schöne, große und durchsichtige Kalkspathkrystalle werden auf der Insel Island gefunden; der isländische Doppelspath wird deshalb auch vorzugsweise zu Versuchen über die doppelte Brechung angewandt.

Wenn man ein durch Spaltungsflächen begränztes Kalkspathrhomboëder dicht vor das Auge hält, um durch dasselbe einen dünnen Körper, etwa eine Stecknadel, zu sehen, so erblickt man zwei deutlich getrennte Bilder; legt man das Rhomboëder auf ein Blatt weißen Papiers, auf welches man einen schwarzen Punkt gemacht hat, so sieht man den Punkt doppelt. Aus einer genauen Beob-

achtung dieser beiden Bilder, wie man sie durch ein Rhomboëder sieht, kann man die Gesetze der doppelten Brechung im Kalkspathe ableiten, wie dies auch Huyghens schon gethan hat.

Legt man auf die eine Fläche eines Kalkspathrhomboëders ein Kartenblatt, in welches mit Hülfe einer Stecknadel ein kleines Loch gestochen worden ist, läßt man dann durch diese kleine Oeffnung einen Sonnenstrahl *ab*, Fig 729, auf den Krystall fallen, so wird man auf einem etwas durchsichtigen Papierblatte, mit welchem man die der Eintrittsfläche gegenüber liegende Fläche des Rhomboëders bedeckt, zwei helle Punkte, nämlich einen bei *c* und einen bei *d*, erblicken; es sind also von der Oeffnung *b* aus zwei ganz getrennte Strahlen durch den Krystall hindurch gegangen, welche die Austrittsfläche in den Punkten *c* und *d* treffen; der Lichtstrahl *ab* wird also bei seinem Eintritte in den Kalkspathkrystall in zwei Strahlen gespalten, welche, verschiedenen Brechungsgesetzen folgend, den Krystall in verschiedenen Richtungen durchlaufen; der eine Strahl ist stärker von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt als der andere.

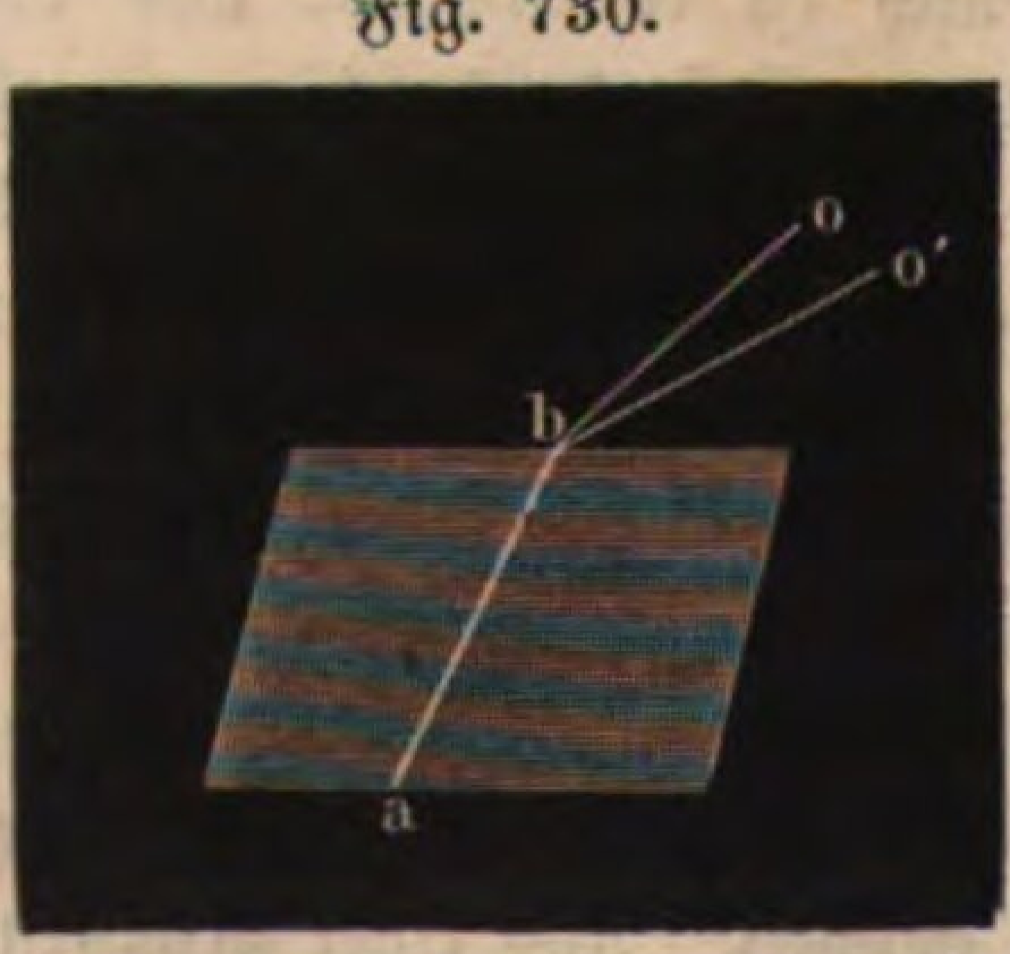
Fig. 729.



Nach der Vibrationstheorie muß man annehmen, daß sich die Lichtwellen in einem stärker brechenden Mittel langsamer fortpflanzen; die ungleiche Ablenkung, welche die beiden Strahlen *cb* und *bd* erleiden, hängt also auch mit einer ungleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit zusammen, der stärker gebrochene Strahl *bd* pflanzt sich mit geringerer Geschwindigkeit durch den Krystall fort als der andere, oder auch, mit anderen Worten, für den stärker gebrochenen Strahl *ba* ist die Wellenlänge kürzer als für den Strahl *bc*.

Dieser Versuch lehrt uns also zwei verschiedene Strahlenarten kennen, welche den Kalkspath mit ungleicher Geschwindigkeit durchlaufen; daß aber auch in einer und derselben Richtung zwei verschiedene Strahlen sich mit ungleicher Geschwindigkeit durch den Krystall fortpflanzen können, geht aus folgendem Versuche hervor. Man lege ein Kalkspathrhomboëder auf ein Blatt weißen Papiers, auf welches man einen schwarzen Punkt gemacht hat; wenn man nun auf die obere Fläche des Rhomboëders ein Stückchen Papier mit einer kleinen Oeffnung *b* legt, so sieht man in der Oeffnung *b* das Bild des schwarzen Punktes *a* nur nach zwei ganz bestimmten Richtungen *bo* und *bo'*; daraus geht aber hervor, daß in der Richtung *ab* zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit den Krystall durchlaufen; denn wenn sich von *a* nach *b* nur ein einziger Strahl mit unverän-

Fig. 730.



derlicher Geschwindigkeit fortpflanzte, so könnte er nur nach einer einzigen bestimmten Richtung austreten. Derjenige Strahl *bo'*, welcher beim Austritte aus dem Krystalle am stärksten abgelenkt wird, pflanzt sich in der Richtung *ab* mit geringerer Geschwindigkeit im Krystalle fort als der andere Strahl, welcher, in derselben Richtung *ab* den Krystall durchlaufend, in der Richtung *bo* austritt.

Um die Geschwindigkeiten zu ermitteln, mit welchen die beiden Strahlenarten den Krystall durchlaufen, muß man die Brechungsexponenten für dieselben bestimmen, was am besten mit Hülfe von Prismen geschieht. Bevor wir von dieser Bestimmung weiter reden, wollen wir aber die Krystallform des Kalkspaths näher betrachten, um uns in Beziehung auf die verschiedenen Richtungen, von denen alsbald die Rede sein wird, gehörig zu orientiren.

Krystallform des Kalkspathes. Wir haben bereits auf S. 81 und 85 gesehen, daß der Kalkspath dem hexagonalen Krystallsystem angehört, und daß seine Grundgestalt, das Rhomboëder, Fig. 731, als Hemiëdrie der doppelt 275

Fig. 731.

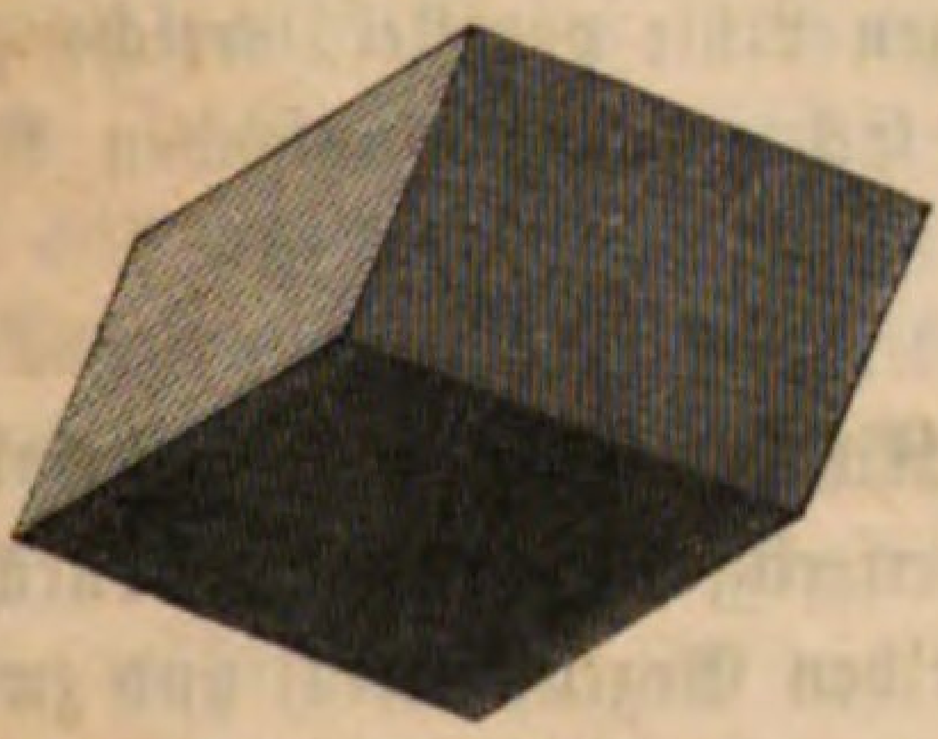
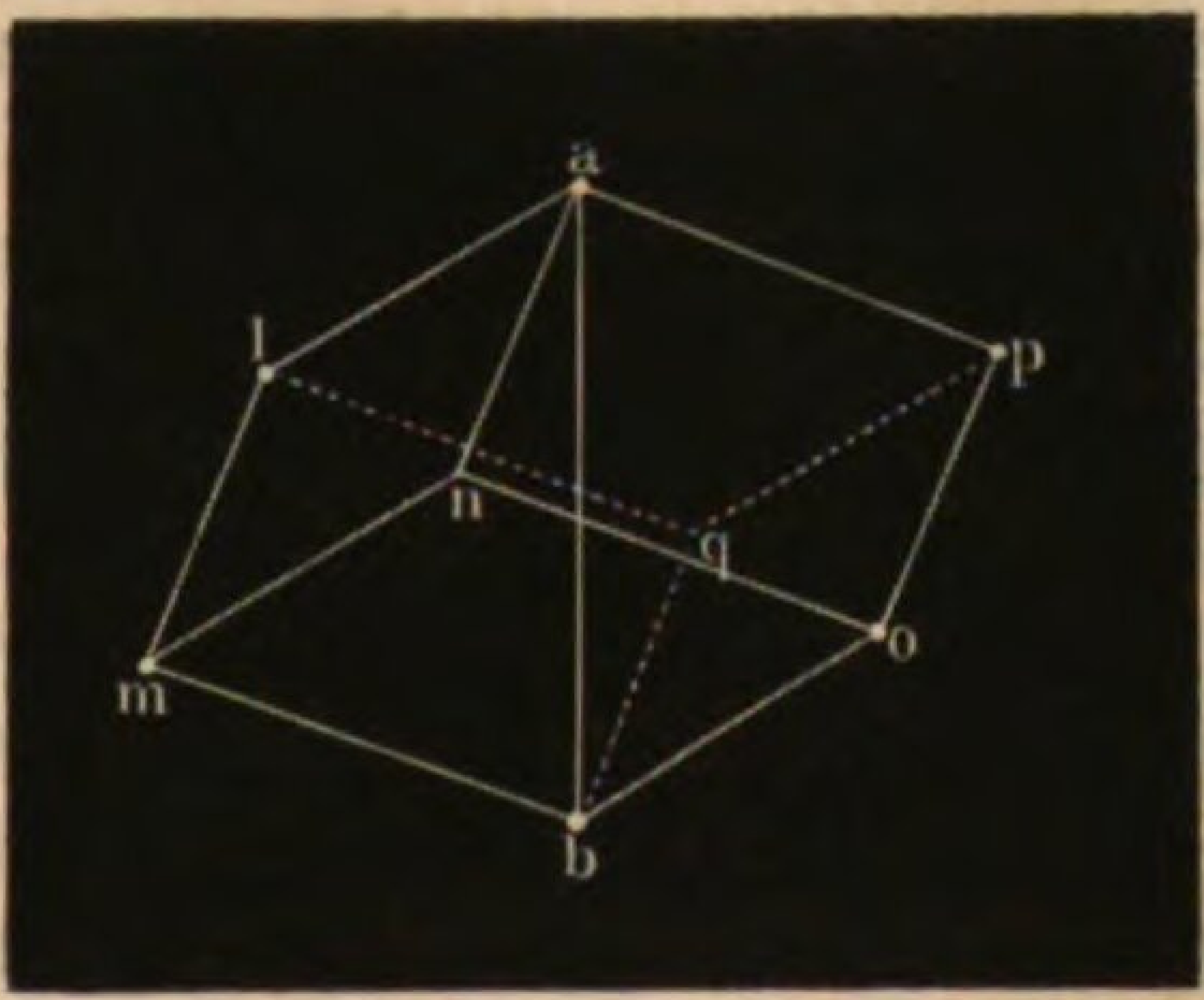


Fig. 732.



sechsseitigen Pyramide zu betrachten ist. In Fig. 732 ist das Rhomboëder des Kalkspathes noch einmal ohne Schattirung dargestellt, damit man auch die hinteren Kanten sehen und besser Buchstaben beisetzen könne.

Die Kanten eines Kalkspathrhomboëders sind nicht gleichartig; jede der drei Kanten nämlich, welche in *a* zusammentreffen, ist durch zwei Flächen gebildet, die sich hier unter einem Winkel von 105° 5' schneiden; dasselbe gilt von den drei in *b* zusammentreffenden Kanten, während in den Kanten *lm, mn, no, op, pq* sich immer zwei Flächen unter einem Winkel von 74° 55' schneiden. Man hat also an einem solchen Rhomboëder stumpfe und scharfe Kanten zu unterscheiden.

Auch die Ecken eines Rhomboëders sind von zweierlei Art; in *a* und *b* nämlich treffen immer drei stumpfe Kanten zusammen, in jeder der anderen Ecken aber zwei scharfe und eine stumpfe; um die Ecken *a* und *b* von den übrigen zu unterscheiden, wollen wir sie stumpfe Ecken nennen.

Denken wir uns die scharfen Kanten *lm, mn, no, op, pq* und *ql* des Rhomboëders durch Flächen abgestumpft, welche der Hauptaxe parallel laufen,

so entsteht die bereits auf Seite 85 betrachtete, beim Kalkspathe öfters vorkommende Combination Fig. 733. Ist die sechsseitige Säule oben und unten durch eine Fläche begränzt, welche rechtwinklig zur Hauptaxe steht (die sogenannte gerade Endfläche), so hat man die Form Fig. 734, welche gleichfalls öfters am Kalkspath beobachtet wird.

Fig. 733.



Fig. 734.



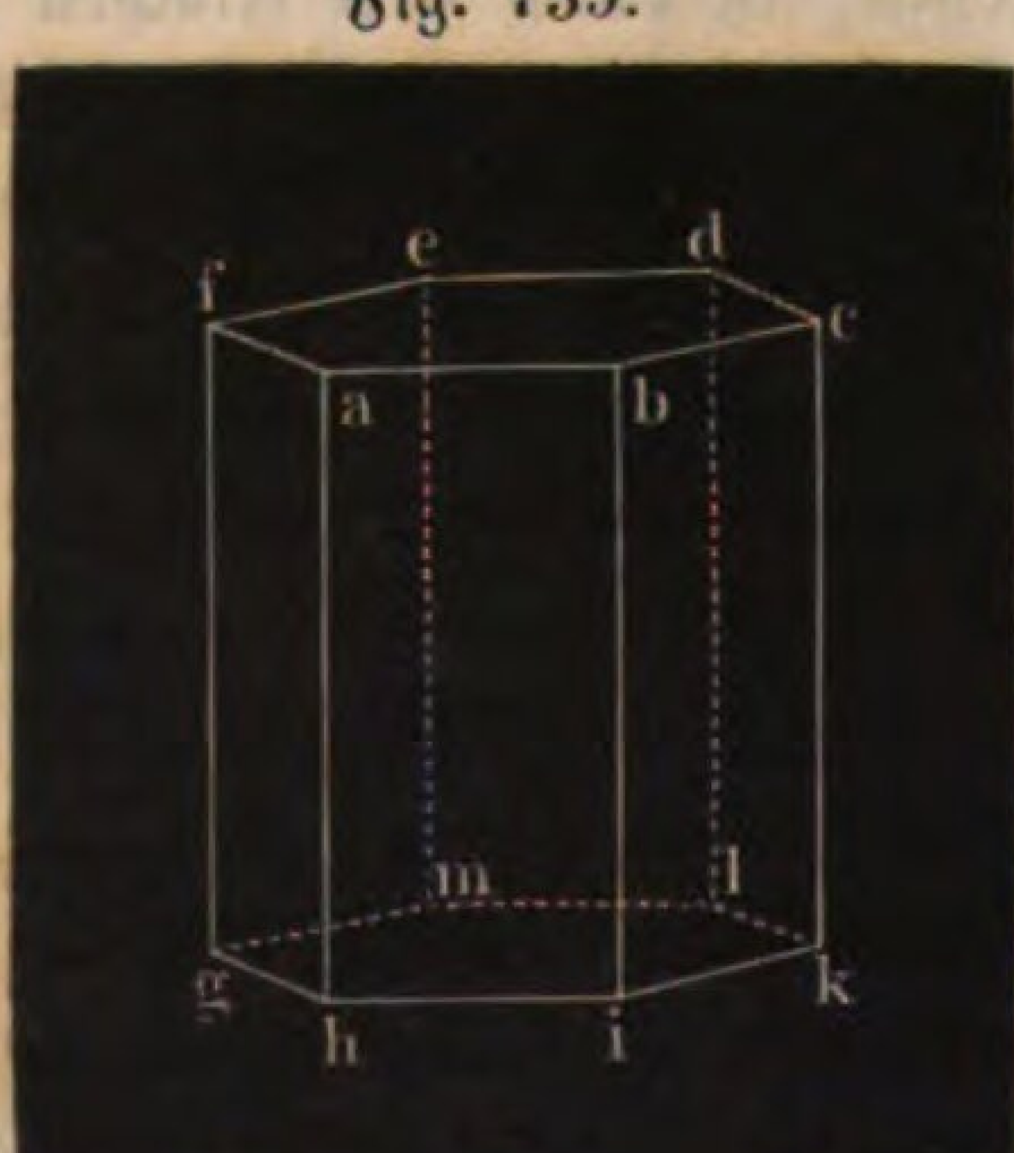
Die Hauptaxe des Krystalls geht durch die Mitte der stumpfen Ecken *a* und *b*, Fig. 732, d. h. sie macht gleiche Winkel mit jeder der drei stumpfen Kanten.

Wir haben bisher nur solche Rhomboëder betrachtet, an welchen alle Flächen gleichmäßig ausgebildet sind, was meistens nicht der Fall ist. Ein ganz gleichmäßig ausgebildetes Rhomboëder dürfte man z. B. nur in zwei Stücke spalten, um zwei rhomboëdrische Stücke zu erhalten, deren einzelne Flächen nicht mehr gleich sind. Durch eine solche Zertheilung ist aber die gegenseitige Lage der Flächen, die Größe der Winkel nicht im mindesten geändert; man unterscheidet nach wie vor scharfe und stumpfe Kanten, spitze und stumpfe Ecken. Die Richtung der Hauptaxe ist immer derjenigen Linie parallel, welche gleiche Winkel mit jeder der drei in einem stumpfen Eck zusammenlaufenden Kanten macht.

276 **Erscheinungen, welche man durch Kalkspathprismen beobachtet.** Wenn man ein Prisma aus Kalkspath verfertigt, so sieht man durch dasselbe in der Regel zwei Bilder eines und desselben Gegenstandes, und zwar ist der Abstand der beiden Bilder nicht allein von dem brechenden Winkel des Prismas, sondern auch von der Richtung abhängig, in welcher die Strahlen den Krystall durchlaufen.

Nehmen wir ein Kalkspathprisma zur Hand, dessen brechende Kante mit der krystallographischen Hauptaxe des Minerals parallel ist. Ein solches Prisma läßt sich am leichtesten aus einem in Form einer sechsseitigen Säule krystallisirten Kalkspathe verfertigen, wenn ein solcher Krystall nur groß und durchsichtig genug ist. Wenn die Säulenflächen eines solchen Krystalls eben genug sind, so kann man ihn ohne weitere Bearbeitung schon zu unseren Versuchen anwenden, indem zwei Säulenflächen, welche weder mit einander parallel sind, noch gerade an einander stoßen, wie die Flächen *abhi* und *dckl*, Fig. 735, einen Winkel von 60° mit einander bilden, also ohne Weiteres als die brechenden Flächen eines Prismas dienen können. Um durch diese beiden Flächen einen Gegen-

Fig. 735.



stand recht bequem beobachten zu können, wird man am besten thun, alle anderen Säulenflächen matt zu schleifen oder schwarz anzustreichen. Sollten die beiden Säulenflächen, durch welche man beobachten will, wie es oft der Fall ist, nicht ganz eben, sondern etwas gestreift sein, so muß man sie eben schleifen und poliren.

Betrachtet man durch ein solches Prisma irgend einen Gegenstand, etwa eine Kerzenflamme, so sind die beiden Bilder sehr weit von einander entfernt; weil es aber bequemer ist, wenn die beiden Bilder näher beisammen liegen, indem man sie alsdann leichter gleichzeitig übersehen kann, so ist ein Prisma vorzuziehen, dessen brechender Winkel kleiner ist; ein solches Prisma läßt sich aber auch leicht aus einer sechsseitigen Säule verfertigen, indem man eine Fläche anschleift, welche etwa durch die Kanten *ah* und *ck*, und eine zweite, welche durch die Kanten *ck* und *fg* geht. Die brechenden Flächen *ahck* und *fgck*, welche sich in der Kante *ck* schneiden, machen nur einen Winkel von 30° mit einander.

Auch aus Rhomboëdern kann man solche Prismen schleifen, deren brechende Kante der Axe parallel ist, und zwar wird man aus Rhomboëdern schönere und größere Prismen erhalten, weil man wohl große Kalkspathrhomboëder, aber selten große Säulen findet; doch läßt sich die Art und Weise, wie man aus Rhomboëdern solche Prismen schleifen kann, nicht so leicht beschreiben; jedenfalls würde uns eine nähere Auseinandersetzung des Verfahrens zu weit führen.

Wenn man mit einem Kalkspathprisma, dessen brechende Kante der Axe parallel ist, nach der auf Seite 456 angegebenen Methode den Brechungsexponenten für das am wenigsten abgelenkte Bild bestimmt, so findet man den Werth 1,483, während man für das andere Bild den Brechungsexponenten 1,654 findet.

In dem eben betrachteten Falle bewegten sich die beiden Strahlen, sowohl der, welchen das am meisten abgelenkte Bild gab, als auch der andere, in solchen Richtungen durch den Krystall, welche auf der Hauptaxe desselben rechtwinklig stehen.

Untersucht man die beiden Bilder eines Kalkspathprismas, dessen brechende Ebenen irgend eine andere Lage gegen die Hauptaxe des Krystalls haben, als es in den bisher besprochenen der Fall war, so werden die Strahlen das Prisma nicht mehr in solchen Richtungen durchlaufen, welche rechtwinklig zur Hauptaxe sind. Bestimmt man abermals die Brechungsexponenten der Strahlen, welche die beiden Bilder geben, so findet man für das am meisten abgelenkte Bild, wie vorher, den Brechungsexponenten 1,654, für den Brechungsexponenten des anderen Strahles findet man aber einen anderen zwischen den Gränzen 1,654 und 1,483 liegenden Werth, der mit der Richtung variirt, in welcher der Strahl den Krystall durchläuft.

Der eine Strahl, dessen Brechungsexponent beständig gleich 1,654 gefunden wird, folgt also ganz dem Gesetze der gewöhnlichen Brechung, er wird deshalb der gewöhnliche, der ordentliche oder der ordinäre Strahl genannt; der andere Strahl aber, für welchen kein unveränderliches Verhältniß zwischen dem

Sinus des Einfallswinkels und dem Sinus des Brechungswinkels besteht, heißt der ungewöhnliche, außerordentliche oder extraordinäre Strahl.

Da die ordinären Strahlen stets die am meisten abgelenkten sind, so pflanzen sie sich auch mit geringerer Geschwindigkeit im Krystalle fort als die extraordinären. Aus der Unveränderlichkeit der Brechungsexponenten, welche man für den ordinären Strahl aus allen Versuchen erhält, ergiebt sich, daß die ordinären Strahlen nach allen Richtungen hin den Krystall mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen; für die ordinären Strahlen also, welche sich von einem Punkte aus nach allen Seiten hin im Kalkspathe verbreiten, ist die Oberfläche der Lichtwellen kugelförmig, wie dies auch für die Lichtwellen der Fall ist, welche sich in einem einfach brechenden Mittel, etwa in Luft, in Wasser, in Glas u. s. w. verbreiten.

Da man für die extraordinären Strahlen nicht immer denselben Brechungsexponenten findet, so ist klar, daß sie sich nicht nach allen Richtungen hin mit gleicher Geschwindigkeit im Krystalle fortpflanzen, daß die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen also nicht kugelförmig sein kann.

Suchen wir nun zu ermitteln, wie die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen von der Richtung abhängt, in welcher sie den Krystall durchlaufen.

Der kleinste Werth, welchen man für den Brechungsexponenten der extraordinären Strahlen findet, ist 1,483, und diesen Werth findet man, wie schon erwähnt wurde, für den Fall, daß die extraordinären Strahlen in irgend einer Richtung den Krystall durchlaufen, welche rechtwinklig auf der Hauptaxe des Krystalls steht. Da der Brechungsexponent der extraordinären Strahlen für alle anderen Richtungen größer ist, so ist klar, daß sich die extraordinären Strahlen im Krystall am schnellsten fortpflanzen, wenn die Richtung, in welcher sie ihn durchlaufen, rechtwinklig auf der krystallographischen Hauptaxe steht.

Die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen ist um so geringer, je mehr sich die Richtung, in welcher sie den Krystall durchlaufen, der krystallographischen Hauptaxe nähert; in der Richtung dieser Axe selbst aber pflanzen sich alle Strahlen mit einer solchen Geschwindigkeit, wie sie dem Brechungsexponenten 1,654 entspricht, also mit der Geschwindigkeit der ordinären Strahlen fort; in der Richtung der Hauptaxe findet also gleichsam gar keine doppelte Brechung Statt; diese Axe ist also optisch von jeder anderen Richtung im Krystalle verschieden, sie führt deshalb auch den Namen der optischen Axe. Daß in der Richtung der optischen Axe wirklich keine doppelte Brechung stattfindet, läßt sich am einfachsten mit Hülfe eines Prismas zeigen, dessen brechende Flächen *ab* und *bc*, Fig. 736, ungefähr gleich stark gegen die Richtung *lm* der optischen Axe geneigt sind. Je nachdem man ein solches Prisma vor das Auge hält, sieht man ein einziges oder zwei Bilder desselben Gegenstandes; wenn man zwei Bilder sieht, so kann man das Prisma so drehen, daß sich die beiden Bilder mehr und mehr einander nähern und daß sie endlich ganz zusammenfallen; in diesem Falle durchlaufen die gebrochenen Strahlen das Prisma in der Richtung der optischen Axe.

In Fig. 737 bezeichne die Linie *ab* die Richtung der optischen Axe in einem Kalkspathkrystalle, die Länge *ma* und *mb* aber stelle die Geschwindigkeit der ordinären, *mc* und *md* die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen dar, mit welcher sie sich rechtwinklig zur optischen Axe im Krystalle fortpflanzen.

Fig. 736.

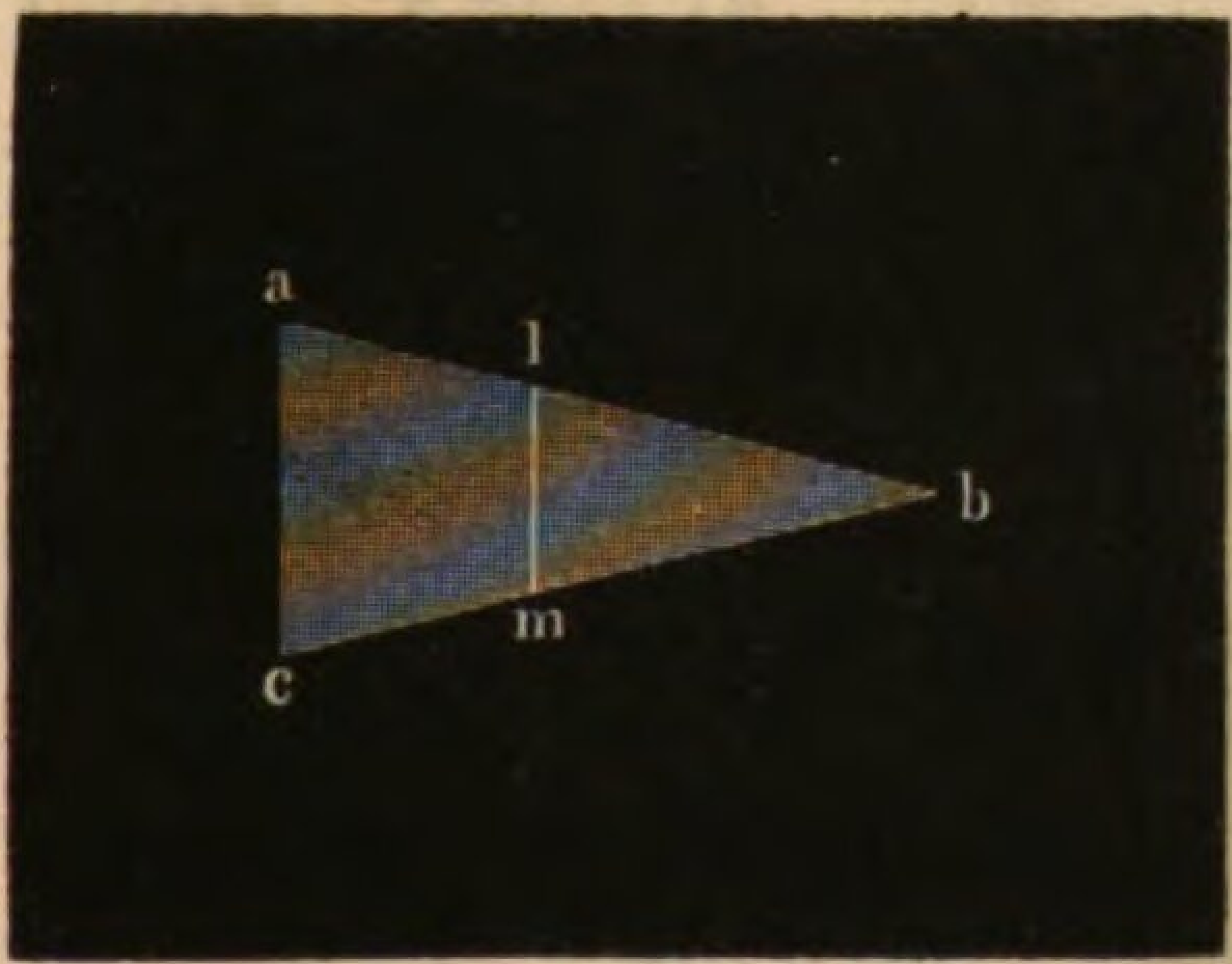
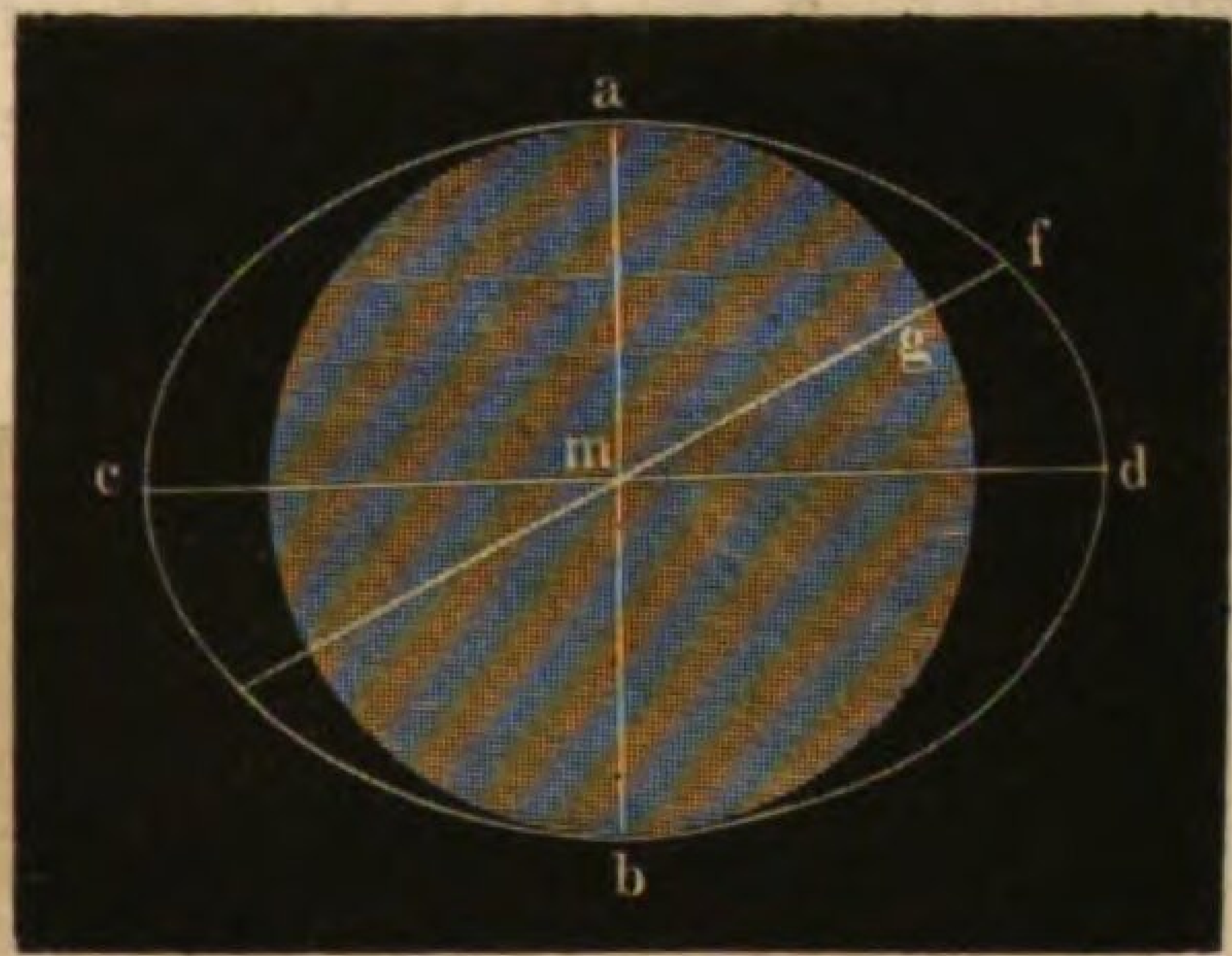


Fig. 737.



Eine Ellipse, deren kleine Achse *ab*, deren große Achse aber *cd* ist, stellt uns nun das Gesetz dar, nach welchem sich die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen im Krystalle mit ihrer Richtung ändert. Wollte man z. B. die Geschwindigkeit eines extraordinären Strahles ermitteln, dessen Richtung mit der optischen Axe einen Winkel von 60° macht, so hat man nur durch den Mittelpunkt *m* eine Linie *mf* so zu ziehen, daß der Winkel *amf* gleich 60° ist; die Länge des Leitstrahls *mf* stellt alsdann die Geschwindigkeit des extraordinären Strahles in der angegebenen Richtung dar, wenn *ma* die Geschwindigkeit der ordinären und *md* das Maximum der Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen darstellt.

Sollte unsere Figur das Gesetz der Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen im Kalkspath nicht allein der Art, sondern auch der Größe nach darstellen, so müßte sich die kleine Axe der Ellipse zur großen wie 1,483 zu 1,654 verhalten.

Denken wir uns um den Punkt *m* einen Kreis mit dem Radius *ma* gezogen und alsdann die ganze Figur um die Axe *ab* umgedreht, so entsteht durch die Umdrehung des Kreises eine Kugel, durch die Umdrehung der Ellipse aber ein Ellipsoid; die Kugel stellt die Wellenoberfläche der ordinären, das Ellipsoid die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen dar.

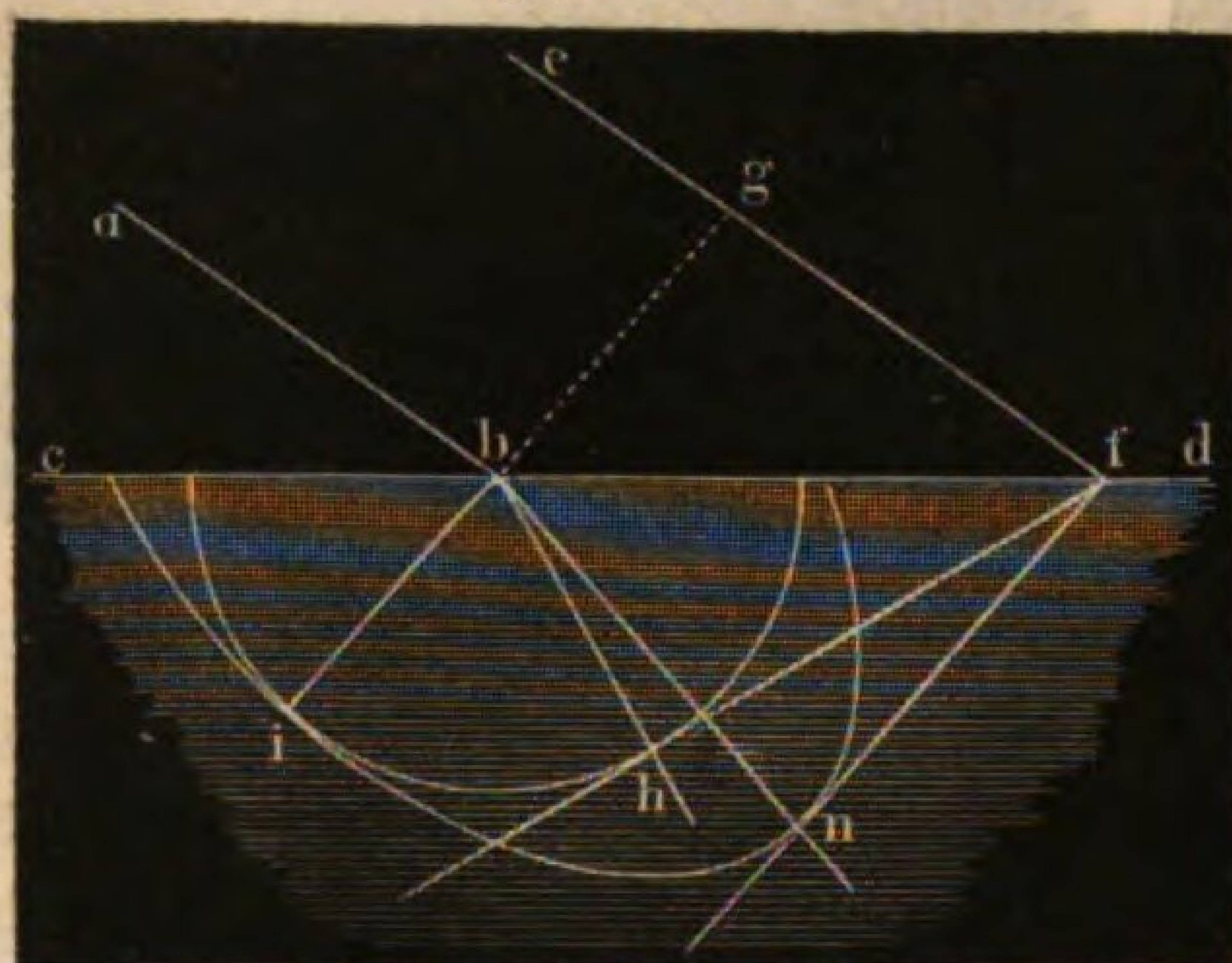
Denken wir uns irgend einen Punkt im Inneren eines Kalkspathkrystalls, von welchem nach allen Seiten hin ordinäre Strahlen ausgehen, so werden sie sich nach allen Seiten mit gleicher Geschwindigkeit verbreiten; gleichzeitig von jenem Mittelpunkte ausgehend, werden sie auch gleichzeitig auf der Oberfläche einer um diesen Mittelpunkt gelegten Kugel ankommen; diese Kugel ist die Wellenoberfläche der ordinären Strahlen.

In gleicher Weise bilden auch die von einem Punkte nach allen Richtungen hin ausgehenden extraordinären Strahlen ein Wellensystem, dessen Oberfläche

aber keine Kugel, sondern ein Ellipsoid ist. In unserem Falle ist die Kugel, welche die Wellenoberfläche der ordinären Strahlen darstellt, ganz von diesem Ellipsoid eingehüllt, da sich ja die ordinären Strahlen langsamer fortpflanzen als die extraordinären; nur in zwei Punkten berührt die Kugel das Ellipsoid, denn die kleine Axe des Ellipsoids ist ja zugleich ein Durchmesser der Kugel.

Dies vorausgesetzt, ist es nun leicht, die Richtung der beiden gebrochenen Strahlen im Kalkspathe durch Construction zu finden. Es sei in Fig. 738 *ab* die Richtung des einfallenden Strahles, *cd* die Oberfläche des Kalkspathkrystalls, so findet man die Richtung des ordinären gebrochenen Strahles nach der schon oben, Seite 604, angegebenen Construction; man zieht nämlich *ef* mit *ab* parallel, fällt von *b* aus das Perpendikel *bg* auf diese Linie und beschreibt dann um *b* einen Kreis, dessen Halbmesser sich zu der Länge *gf* verhält wie 1 zu 1,654; zieht man von *f* aus eine Tangente an den Kreis, so ist die von *b* nach dem Berührungspunkte *h* gezogene Linie die Richtung des gebrochenen ordinären Strahles.

Fig. 738.



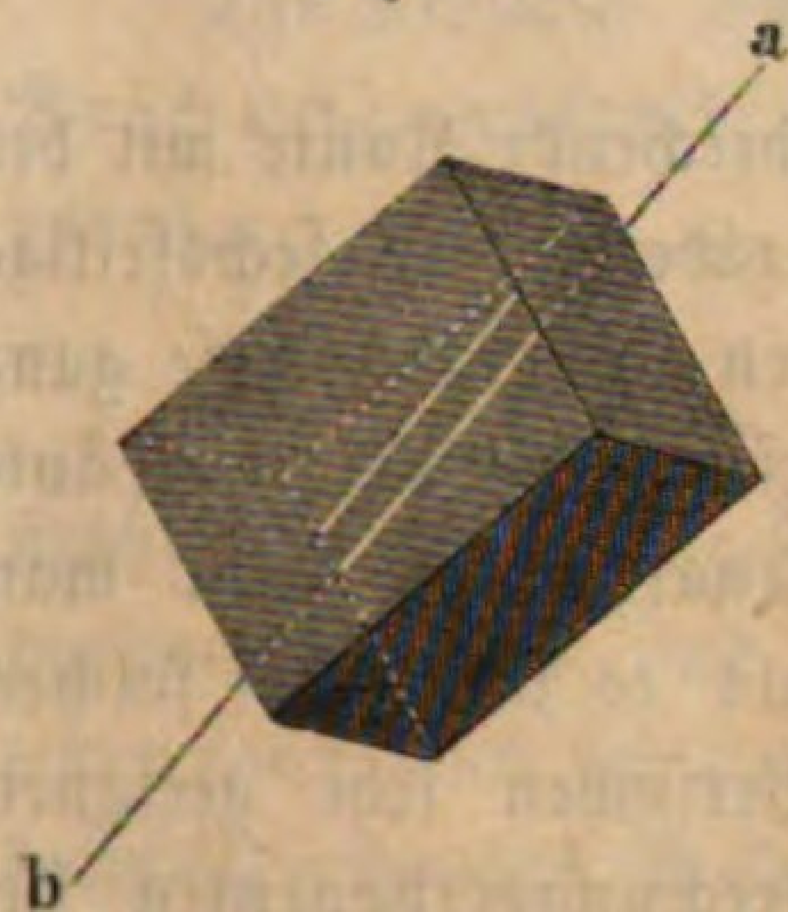
Wenn nun die optische Axe des Krystalls mit der Richtung *bi* zusammenfällt, so ist der Durchschnitt der Papierebene mit der Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen die in unserer Figur gezeichnete Ellipse; um nun die Richtung des gebrochenen extraordinären Strahles zu finden, hat man nur von *f* aus eine Tangente an die Ellipse und dann von *b* aus nach dem Berührungspunkte *n* eine Linie zu ziehen, welche letztere dann die Richtung des gebrochenen extraordinären Strahles ist.

Wir haben bei der eben angegebenen Construction nur einen besonderen Fall vor Augen gehabt, nämlich daß die optische Axe des Krystalls in der Einfallsebene des Strahles *ab* liegt, daß also die optische Axe mit der Ebene der Figur zusammenfällt; wenn dies nicht der Fall ist, läßt sich die Richtung des extraordinären Strahles nicht durch Zeichnung ermitteln, weil er alsdann aus der Ebene des Papiers heraustritt; um nämlich die Richtung des extraordinären Strahles zu finden, hätte man durch *f* eine Linie rechtwinklig zur Ebene des Papiers und durch diese Linie eine berührende Ebene an die ellipsoidische Wellenfläche der extraordinären Strahlen zu legen; nach dem Berührungspunkte dieser Ebene und des Ellipsoids, welcher im Allgemeinen außerhalb der Einfallsebene liegt, hat man dann von *b* aus eine Linie zu ziehen.

Aus dieser Construction, welche schon von Huyghens angegeben worden ist, ergiebt sich, daß der extraordinäre Strahl nicht immer in der Einfallsebene bleibt, was bei der gewöhnlichen Brechung stets der Fall ist. Um durch den Versuch zu zeigen, daß der extraordinäre Strahl nicht immer mit der Einfallsebene zusammenfällt, verfährt man am einfachsten auf folgende Art: Man ziehe

auf ein Blatt weißen Papiers eine gerade Linie und bringe das Auge in irgend einen Punkt der durch die Linie gelegten Verticalebene, etwa vertical über den Punkt *b*, Fig. 739. Legt man nun ein Kalkspathrhomboëder so auf das Papier, daß dadurch ein Theil der Linie bedeckt wird, so sieht man im Krystall ein doppeltes Bild der Linie; das eine Bild fällt in die Richtung *ab*, die Strahlen, die es erzeugen, bleiben also in der Einfallsebene; das andere Bild hingegen liegt rechts oder links von *ab*, die Strahlen, welche dieses Bild erzeugen, sind also nicht in der durch die Linie *ab* und das Auge gelegten Einfallsebene geblieben. Nur in einem besonderen Falle fällt auch das extraordinäre Bild in die Einfallsebene, wenn nämlich die optische Axe des Krystalls selbst in der Einfallsebene liegt; in diesem Falle decken sich auch die beiden Bilder der Linie.

Fig. 739.



Einaxige Krystalle. Einaxig heißen solche Krystalle, welche nur eine optische Axe haben, d. h. in denen es nur eine einzige Richtung giebt, nach welcher der Krystall von allen Lichtwellen mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen wird, wie dies beim Kalkspath und bei vielen anderen Krystallen der Fall ist, die wir bald werden kennen lernen. 277

Bei Kalkspath werden die ordinären Strahlen stärker gebrochen als die extraordinären; alle einaxigen Krystalle nun, bei welchen dies ebenso der Fall ist, werden negative Krystalle genannt. In die Classe der einaxigen negativen Krystalle gehören:

Kalkspath (kohlensaurer Kalk),	Glimmer von Kariat,
Bitterspath (kohlensaure Kalkmagnesia),	Phosphorsaures Bleioxyd,
Braunspath (kohlensaures Kalkeisen),	Strontianhydrat,
Turmalin,	Saures arseniksaures Kali,
Rubellit,	Chlorstrontium,
Corund,	Chlorcalcium,
Saphir,	Honigstein,
Rubin,	Schwefelsaures Nickeloxyd,
Smaragd,	Blutlaugensalz,
Beryll,	Phosphorsaurer Kalk,
Apatit,	Arseniksaures Bleioxyd,
Idocras (Vesuvian),	Salpetersaures Natron.
Wernerit,	

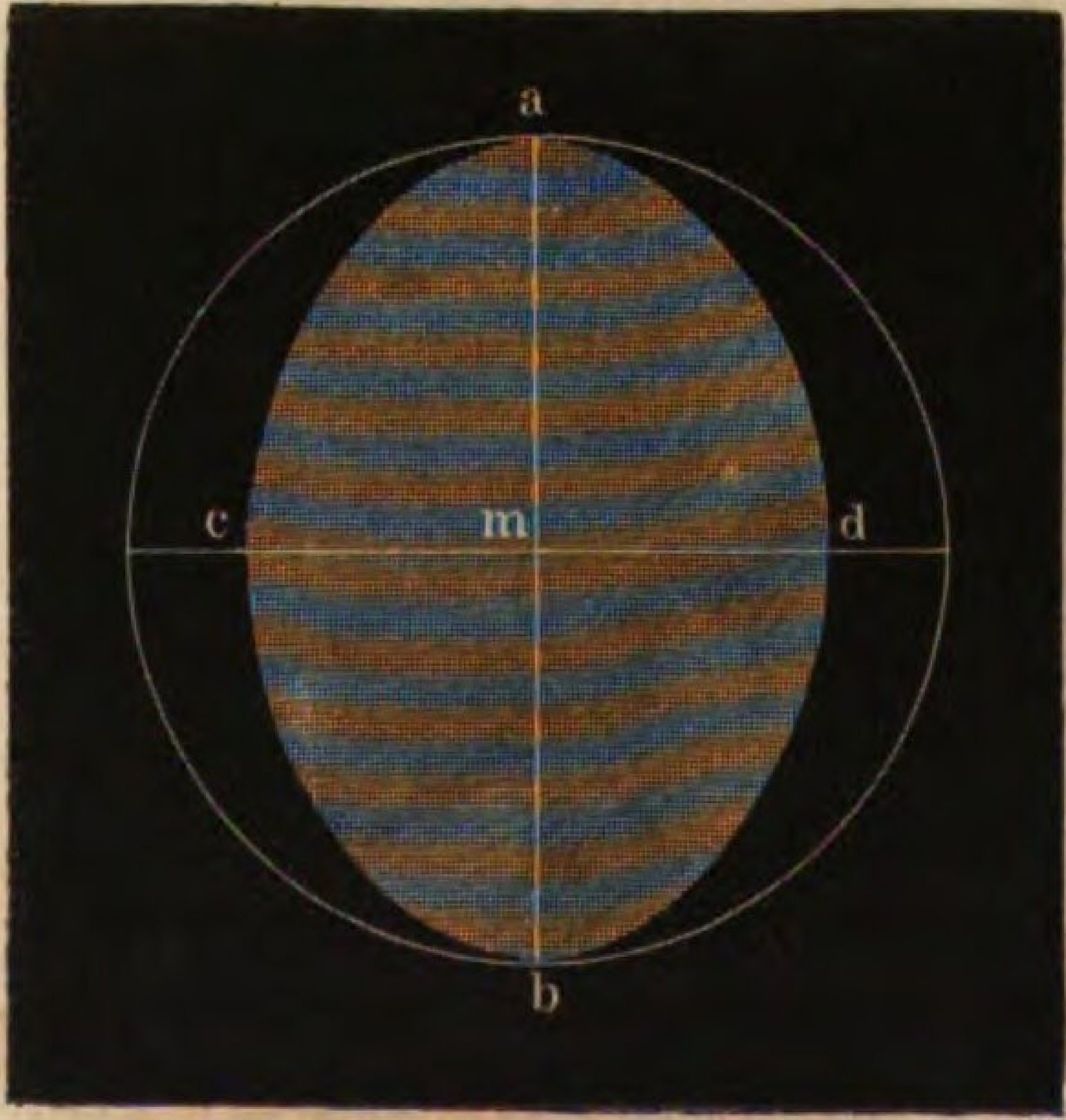
Solche einaxigen Krystalle, bei denen die extraordinären Strahlen stärker gebrochen werden, heißen positive. Unter die einaxigen positiven Krystalle gehören:

Zirkon,	Essigsaures Kalkkupfer,
Quarz,	Magnesiahydrat,
Eisenoxyd,	Eis,
Wolframsaures Zinnoxyd,	Titanit,
Apophyllit,	Zinnstein.

Nehmen wir z. B. ein Bergkrystallprisma, dessen brechende Kante mit der krystallographischen Hauptaxe parallel ist, also etwa geradezu eine sechsseitige Säule von Bergkrystall, wie sie sich in der Natur finden, so kann diese ganz in derselben Weise als Prisma dienen, wie ein in Form einer sechsseitigen Säule krystallisirter Kalkspath; durch ein solches natürliches Quarzprisma sieht man die beiden Bilder weit weniger von einander entfernt, als es bei einem solchen Kalkspathprisma der Fall ist; es ist also zu diesen Versuchen sehr geeignet. Bestimmt man nun mit Hülfe dieses Prismas den Brechungsexponenten für die beiden Bilder, so findet man die Werthe 1,558 und 1,548. Schleift man ein Prisma nach irgend einer anderen Richtung, so findet man für den am wenigsten abgelenkten Strahl abermals den Brechungsexponenten 1,548, für den anderen Strahl aber einen Brechungsexponenten, welcher zwischen 1,558 und 1,548 liegt; der Brechungsexponent der extraordinären Strahlen ist also stets größer als der der ordinären, die extraordinären werden also am stärksten gebrochen.

Bei den einaxigen positiven Krystallen fällt, wie bei allen einaxigen Krystallen, die optische Axe mit der krystallographischen Hauptaxe zusammen. Wenn nun in Fig. 740 *ma* und *mb* die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ordinären Strahlen, *mc* und *md* aber die geringste Fortpflanzungsgeschwindigkeit der stärker brechbaren extraordinären Strahlen rechtwinklig zur optischen Axe darstellen, wenn man ferner mit dem Halbmesser *ma* einen Kreis um *m* zieht, über die Axen *ab* und *cd* eine Ellipse construirt und sich dann die ganze Figur um die Axe *ab* umgedreht denkt, so entsteht durch die Umdrehung des Kreises eine Kugel, durch die Umdrehung der Ellipse ein Ellipsoid; die Kugel ist die Wellenoberfläche der ordinären, das Ellipsoid die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen in einem einaxigen positiven Krystalle; hier ist die große Axe der Ellipse die Umdrehungsaxe des Ellipsoids, und das Ellipsoid wird ganz von der Kugel eingehüllt.

Fig. 740.



Optisch einaxig sind alle Krystalle des quadratischen und des hexagonalen Systemes, also der beiden Systeme, bei welchen eine Axe aus-

gezeichnet ist vor den übrigen rechtwinklig auf ihr stehenden, welche alle unter einander gleich sind.

Bei allen optisch einaxigen Krystallen fällt die Richtung der optischen Axe mit der krystallographischen Hauptaxe zusammen.

Die Krystalle des regulären Systemes haben gar keine doppelte Brechung, während die der drei letzten Krystallsysteme zwei optische Axen haben.

Polarisation durch doppelte Brechung. Wenn man die Licht- 278
strahlen genauer untersucht, welche durch irgend einen doppeltbrechenden Körper hindurchgegangen sind, so findet man, das sie stets polarisirt sind. Am leichtesten kann man sich davon auf folgende Weise überzeugen: Man halte irgend ein doppeltbrechendes Prisma vor das Auge, so wird man von einem und demselben Gegenstande zwei Bilder sehen; hält man nun zwischen das Auge und das Prisma eine polarisirende Turmalinplatte, so wird man leicht eine bestimmte Stellung derselben ausmitteln können, bei welcher nur eins der beiden Bilder im Prisma sichtbar ist; dreht man alsdann die Turmalinplatte in ihrer Ebene langsam um, so wird alsbald das zweite Bild auch sichtbar werden; je weiter man dreht, desto lichtschwächer wird das erste Bild, während das zweite stärker wird, und wenn man endlich um 90° gedreht hat, so verschwindet das erste Bild, und nur das zweite ist sichtbar. Daraus geht nun nicht allein hervor, daß die Lichtstrahlen der beiden Bilder polarisirt sind, sondern auch, daß die Polarisationsebene des einen Bildes rechtwinklig auf der Polarisationsebene des anderen steht oder, mit anderen Worten, daß die beiden Strahlenarten, welche sich durch einen doppeltbrechenden Krystall fortpflanzen, rechtwinklig zu einander polarisirt sind.

Nehmen wir ein Kalkspathprisma zur Hand, dessen brechende Kante mit der optischen Axe parallel ist. Die beiden Bilder irgend eines Gegenstandes, etwa einer Kerzenflamme, welche man durch das Prisma sieht, liegen neben einander, wenn man die Kante des Prismas vertical hält. Bringt man nun eine Turmalinplatte zwischen das Prisma und das Auge, so verschwindet das eine Bild, wenn die krystallographische Hauptaxe der Turmalinplatte vertical, also parallel mit der Kante des Prismas gehalten wird; das andere Bild verschwindet, wenn die Axe der Turmalinplatte wagerecht steht.

Nun aber läßt die Turmalinplatte nur solche polarisirten Strahlen durch, deren Schwingungen mit ihrer Hauptaxe parallel sind; hält man also die Platte so, daß ihre Axe senkrecht steht, so gehen nur die verticalen Oscillationen durch, hält man sie aber wagerecht, so werden nur wagerechte Schwingungen durchgelassen.

Da nun in den beiden Gränzlagen, wenn nämlich die Axe der Turmalinplatte vertical oder wagerecht ist, nur ein Bild sichtbar ist, so geht daraus hervor, daß die Vibrationen, welche das eine Bild erzeugen, parallel mit der optischen Axe des Kalkspathprismas sind, während die Aethervibrationen, welche den

anderen Strahl fortpflanzen, in einer Ebene vor sich gehen, welche auf der optischen Axe rechtwinklig steht.

Wie man auch ein Prisma aus Kalkspath oder irgend einem anderen einaxigen doppeltbrechenden Krystalle schneiden mag, stets findet man, wenn man die beiden Bilder mit Hülfe einer Turmalinplatte untersucht, daß sie rechtwinklig zu einander polarisirt sind; die Richtung, nach welcher die Vibrationen für die beiden Strahlen stattfinden, läßt sich aber auf folgende Weise bestimmen.

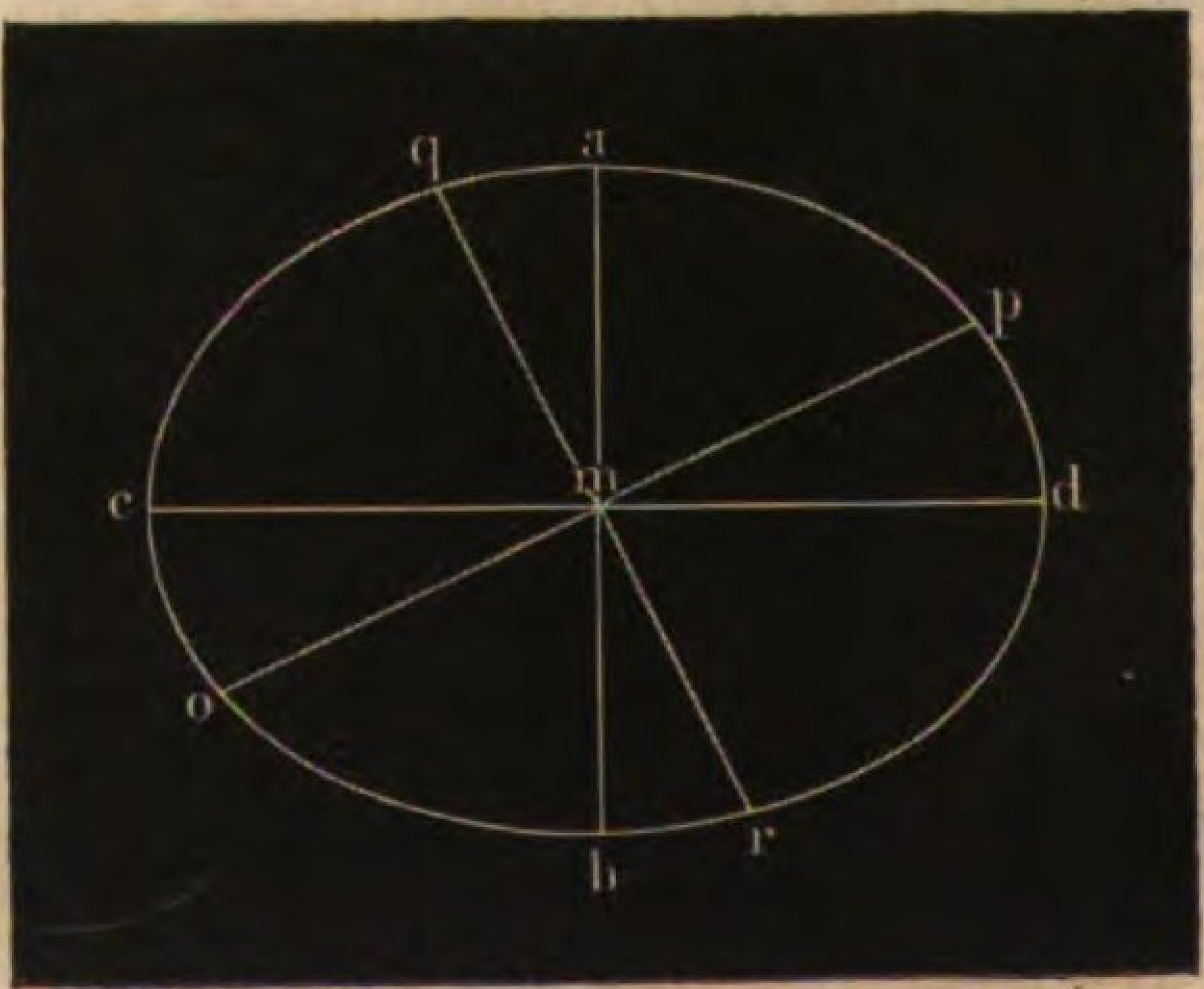
Denkt man sich durch die Richtung, in welcher ein Lichtstrahl den Krystall durchläuft, und durch die Richtung der optischen Axe eine Ebene gelegt, so wird eine solche Ebene ein **Hauptschnitt** genannt; die Schwingungen des ordinären Strahles sind nun stets rechtwinklig auf der Ebene des Hauptschnittes, also auch rechtwinklig auf der Richtung der optischen Axe; die Schwingungen, welche den extraordinären Strahl fortpflanzen, finden dagegen in der Ebene des Hauptschnittes Statt.

279 **Erklärung der doppelten Brechung durch die Vibrationstheorie.** Um die bisher besprochenen Erscheinungen der doppelten Brechung zu erklären, nimmt die Undulationstheorie an, daß in allen doppeltbrechenden Krystallen die Elasticität des Aethers, durch dessen Vibrationen sich die Lichtstrahlen fortpflanzen, nicht nach allen Richtungen dieselbe sei.

So ist z. B. im Kalkspathe die Elasticität des Aethers in der Richtung der krystallographischen Hauptaxe größer als nach jeder anderen Richtung, dagegen ist die Elasticität des Aethers im Kalkspath ein Minimum nach allen Richtungen, welche auf der Axe rechtwinklig stehen.

Stellen wir durch *ab*, Fig. 741, die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Axe eines positiven Krystalls, durch *cd* die Elasticität rechtwinklig zur optischen Axe dar; beschreiben wir ferner eine Ellipse, deren kleine Axe *ab*, deren große Axe aber *cd* ist, denken wir uns alsdann die ganze Figur um die Axe *ab* umgedreht, so entsteht ein Umdrehungsellipsoid, welches das Gesetz darstellt, nach welchem sich die Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen ändert. Dieses Umdrehungsellipsoid führt den Namen der **Elasticitätsoberfläche**; und zwar ist es die Elasticitätsoberfläche für **einaxige positive** Krystalle.

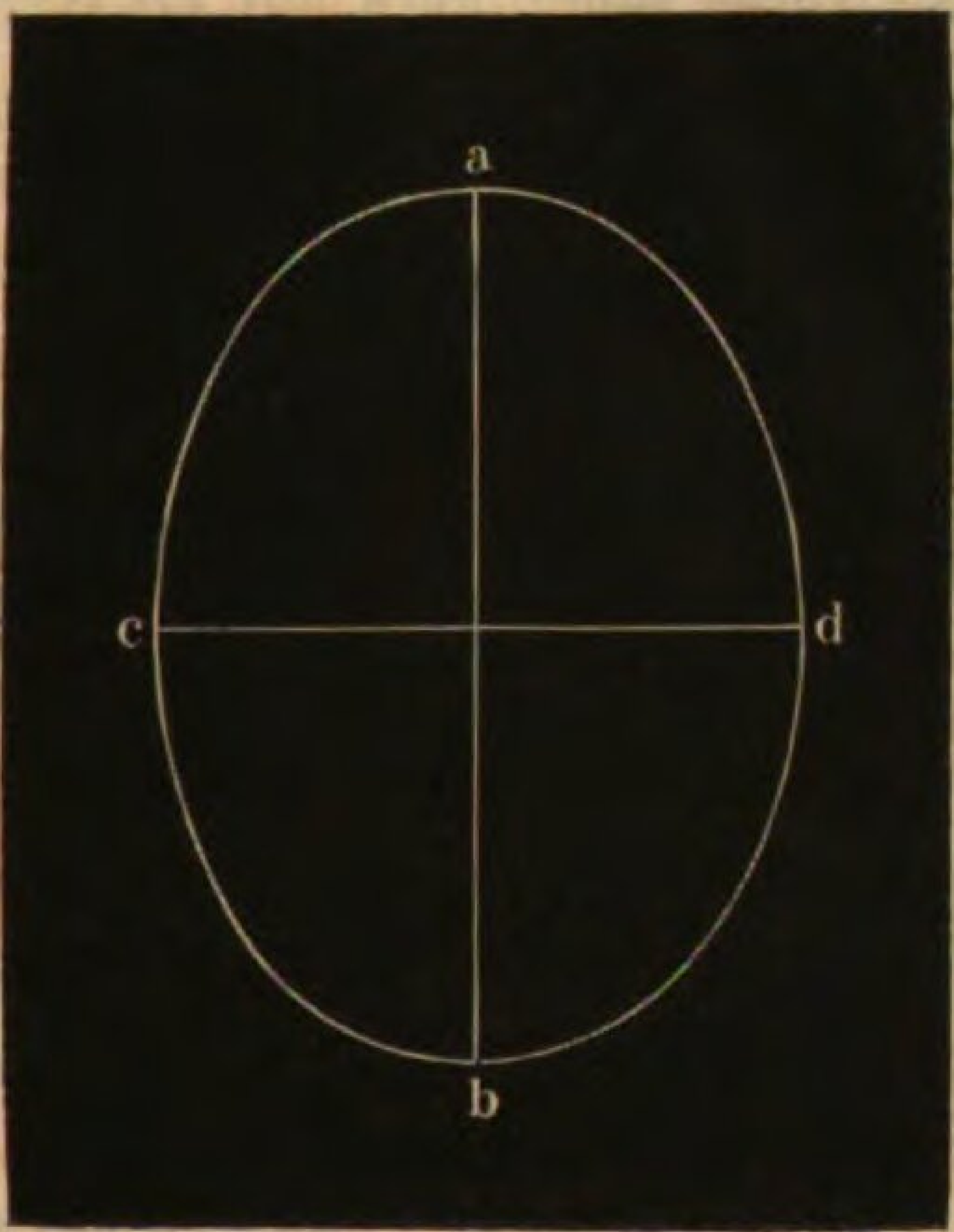
Fig. 741.



Bei negativen Krystallen ist die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Axe größer als nach jeder anderen Richtung, ein Minimum aber nach allen Richtungen, welche auf der optischen Axe rechtwinklig stehen. Wenn

in der Ellipse, Fig. 742, *ab* die Elasticität des Aethers nach der Richtung der optischen Axe in einem einaxigen negativen Krystalle, *cd* aber die Elasticität des Aethers rechtwinklig zur optischen Axe darstellt, so entsteht durch Umdrehung dieser Ellipse um die große Axe *ab* die Elasticitätsoberfläche einaxiger negativer Krystalle.

Fig. 742.



Jede durch die optische Axe eines einaxigen Krystalls gelegte Ebene schneidet seine Elasticitätsoberfläche in einer Ellipse; jede auf der optischen Axe rechtwinklig stehende Ebene schneidet sie aber in einem Kreise.

Die Fig. 741 stellt uns den Durchschnitt der Elasticitätsoberfläche eines positiven Krystalls mit einer durch seine optische Axe gelegten Ebene dar; wenn nun ein Lichtstrahl rechtwinklig zu dieser Ebene, also auch rechtwinklig zur optischen Axe durch den Krystall hindurchgeht, so wird die Geschwindigkeit, mit welcher er sich fortpflanzt, von der Richtung abhängen, in welcher die ihn erzeugenden Vibrationen stattfinden. Wenn *m* die Projection des sich rechtwinklig zur Ebene des Papiers fortpflanzenden Strahles ist, so können seine Vibrationen in der Richtung *ab* oder in der Richtung *cd* stattfinden.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtstrahlen hängt nur von der Elasticität des Aethers in der Richtung ab, nach welcher die Vibrationen stattfinden; da aber in der Richtung *ab* der Aether eine geringere Elasticität hat als in der Richtung *cd*, so werden die parallel mit *ab* vor sich gehenden Schwingungen sich langsamer fortpflanzen als die Vibrationen, welche parallel mit *cd* stattfinden, obgleich für beide Vibrationsarten die Richtung des Lichtstrahles dieselbe ist.

Die Geschwindigkeit eines Lichtstrahles, welcher sich rechtwinklig zur optischen Axe des Krystalls fortpflanzt, würde alle möglichen, zwischen den beiden Gränzen liegenden Werthe haben können, welche den Schwingungsrichtungen *ab* und *cd* entsprechen, wenn überhaupt solche Schwingungen, deren Richtung zwischen *ab* und *cd* fällt, sich rechtwinklig zur Axe des Krystalls durch denselben fortpflanzen könnten. Die oben angeführten Versuche beweisen aber, daß sich rechtwinklig zur optischen Axe nur solche Strahlen fortpflanzen, deren Schwingungsrichtung mit der Richtung der optischen Axe zusammenfällt oder auf ihr rechtwinklig steht; also nur Schwingungen, die parallel mit der kleinen Axe *ab* oder parallel mit der großen Axe *cd* der Ellipse Fig. 741 sind, pflanzen einen Lichtstrahl rechtwinklig zur optischen Axe des Krystalls fort.

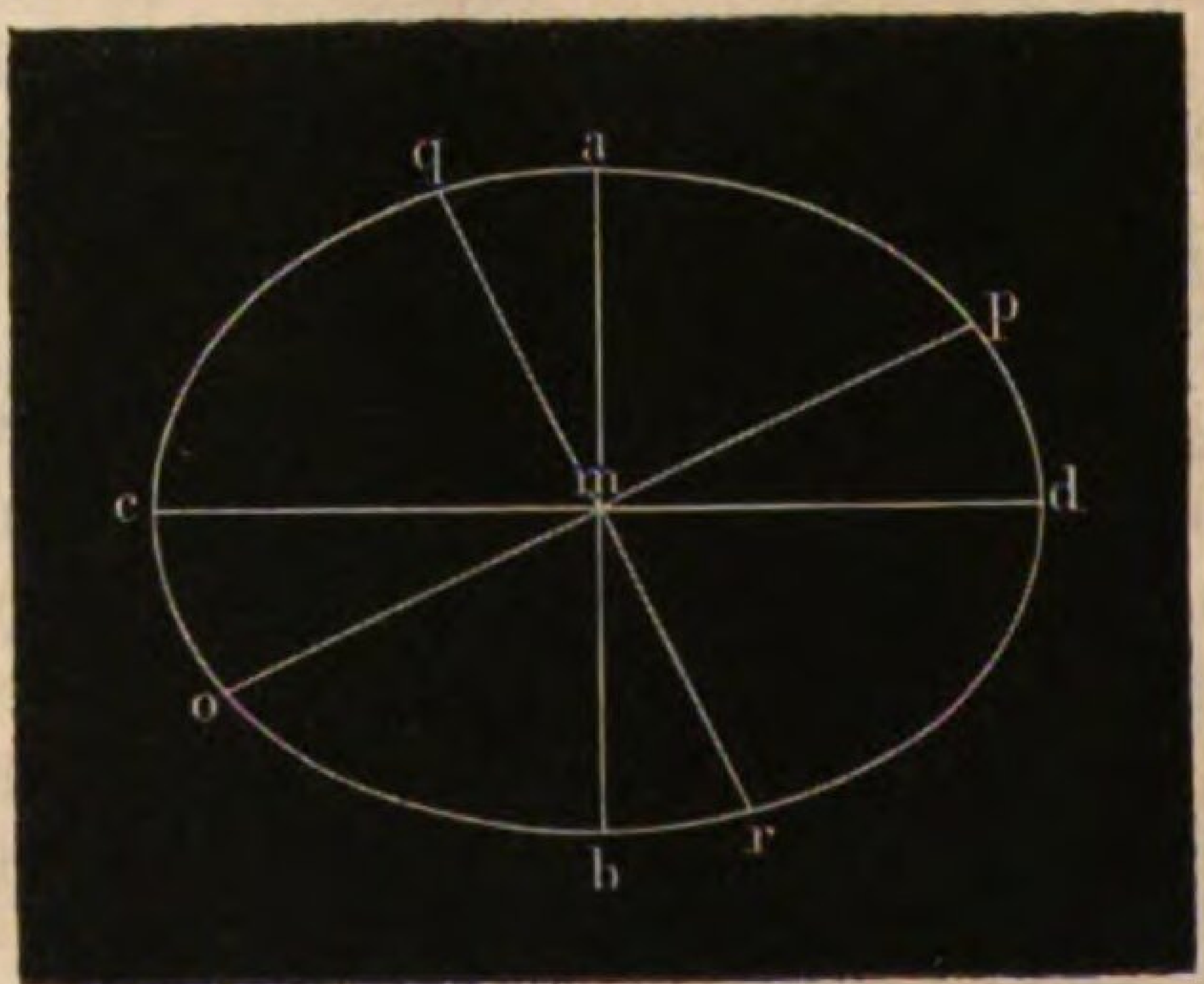
Jede durch den Mittelpunkt der Elasticitätsoberfläche gelegte Ebene schneidet dieselbe in einer Ellipse, wenn sie nicht gerade rechtwinklig auf der optischen

Axe steht; denn in diesem Falle ist die Durchschnittslinie ein Kreis. Wenn nun ein Lichtstrahl rechtwinklig zu der Ebene eines solchen elliptischen Schnittes den Krystall durchläuft, so müssen die ihn fortpflanzenden Vibrationen mit der Ebene des elliptischen Schnittes parallel sein; allein nur solche Vibrationen pflanzen sich durch den Krystall fort, die mit der großen oder der kleinen Axe des elliptischen Schnittes parallel sind; und somit werden in jeder Richtung zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit den Krystall durchlaufen können, je nachdem die Vibrationen, welche den Strahl fortpflanzen, mit der großen oder mit der kleinen Axe des auf der Richtung des Strahles rechtwinkligen elliptischen Schnittes parallel sind.

In welcher Richtung ein Lichtstrahl auch den Krystall durchlaufen mag, so wird doch eine auf seiner Richtung rechtwinklige Ebene die Elasticitätsoberfläche in einer Ellipse schneiden, deren eine Axe rechtwinklig auf der optischen Axe des Krystalls steht, während die andere Axe in die Ebene fällt, welche man durch die Richtung des Strahles und die Richtung der optischen Axe legen kann, und die wir schon früher mit dem Namen des Hauptschnittes bezeichnet haben.

Nehmen wir z. B. an, es pflanze sich ein Lichtstrahl in der Richtung *op*, Fig. 743, durch den Krystall fort, so wird eine auf dieser Richtung rechtwinklige, durch die Mitte der Elasticitätsoberfläche gelegte Ebene diese in einer Ellipse schneiden, welche, weil sie auf der Ebene der Figur rechtwinklig steht, hier als Linie *qr* verkürzt erscheint; die eine Axe des elliptischen Schnittes ist *qr*, und diese Axe liegt in der durch die Richtung des Strahles *op* und die optische Axe *ab* gelegten Ebene (hier die Ebene des Papiers), die andere Axe des elliptischen Schnittes erscheint in unserer Figur zum Punkte verkürzt, sie fällt mit einem in *m* auf der Ebene des Papiers errichteten Perpendikel zusammen; die Länge dieser Axe aber ist gleich der Axe *cd*, weil ja die Elasticität des Aethers nach allen Richtungen hin, welche auf der Axe *ab* rechtwinklig sind, dieselbe ist.

Fig. 743.



Nach diesen Betrachtungen begreift man nun sehr wohl, warum die ordinären Strahlen sich nach allen Richtungen hin mit gleicher Geschwindigkeit im Krystalle fortpflanzen, da ja ihre Vibrationen stets rechtwinklig zur optischen Axe sind und die Elasticität des Aethers nach allen auf der optischen Axe rechtwinkligen Richtungen dieselbe ist; die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen aber, deren Vibrationen in der Ebene des Hauptschnittes vor sich gehen, ändert sich mit der Richtung der Strahlen. Wenn ein extraordinärer Strahl rechtwinklig zur optischen Axe den Krystall durchläuft, so finden seine Vibratio-

nen in der Richtung der optischen Axe Statt; je mehr sich aber die Richtung des extraordinären Strahles der Richtung der optischen Axe nähert, desto mehr nähert sich der Winkel, den seine Vibrationen mit der optischen Axe machen, einem rechten, desto weniger ist also seine Geschwindigkeit von der Geschwindigkeit der ordinären Strahlen verschieden.

Die Vibrationen eines Strahles, welcher den Krystall in der Richtung der optischen Axe durchläuft, sind rechtwinklig zur optischen Axe; da aber die Elasticität des Aethers nach allen auf der optischen Axe rechtwinkligen Richtungen dieselbe ist, so findet für Strahlen, deren Richtung mit der optischen Axe zusammenfällt, keine Verschiedenheit in der Geschwindigkeit Statt.

Da in einem positiven Krystalle die Elasticität des Aethers rechtwinklig zur optischen Axe ein Maximum ist, pflanzen sich auch die ordinären Strahlen, deren Vibrationen rechtwinklig zur optischen Axe vor sich gehen, schneller im Krystalle fort als die extraordinären; die ordinären Strahlen werden also weniger stark gebrochen als die extraordinären. In negativen Krystallen dagegen werden die ordinären Strahlen am stärksten gebrochen, weil die Elasticität des Aethers rechtwinklig zur optischen Axe in diesen Krystallen ein Minimum ist, weil sich also die ordinären Strahlen langsamer im Krystalle fortpflanzen als die extraordinären.

Diese Betrachtungen enthalten auch den Grund, warum man annimmt, daß die Vibrationen eines polarisirten Lichtstrahles rechtwinklig zu seiner Polarisationsebene stattfinden. Um die gleichförmige Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ordinären Strahlen zu erklären, müssen wir nothwendig annehmen, daß ihre Schwingungen rechtwinklig zur optischen Axe stattfinden. Wenn man nun ein Kalkspathprisma vor das Auge hält, dessen brechende Kante mit der optischen parallel ist, so muß man, um das extraordinäre Bild verschwinden zu machen, eine Turmalinplatte so zwischen das Auge und das Prisma bringen, daß die krystallographische Hauptaxe der Turmalinplatte rechtwinklig auf der optischen Axe des Prismas steht; da nun die Vibrationen des durch die Turmalinplatte noch sichtbaren Bildes rechtwinklig zur optischen Axe des Kalkspathes sind, so ist klar, daß eine Turmalinplatte gerade solche Vibrationen durchläßt, welche mit ihrer krystallographischen Axe parallel sind, wie dies oben schon ohne Weiteres gezeigt wurde. Wenn man aber durch eine Turmalinplatte nach dem unteren Spiegel eines Polarisationsapparates sieht, so bleibt das Gesichtsfeld hell, wenn die krystallographische Axe der Turmalinplatte, also die Schwingungsrichtung der durchgelassenen Strahlen, auf der Reflexionsebene des unteren Spiegels, also auf der Polarisationsebene der zur Turmalinplatte gelangenden Strahlen, rechtwinklig steht.

Doppeltbrechende Prismen als polarisirende Apparate. 280
Da alle Strahlen, welche einen doppeltbrechenden Krystall durchlaufen haben, polarisirt sind, so kann man auch doppeltbrechende Prismen statt der Polarisationsspiegel oder statt der Turmalinplatten anwenden; namentlich lassen sich

doppeltbrechende Prismen sehr gut statt des Zerlegungsspiegels als Kopf des Polarisationsapparates anwenden.

Wenn man ein doppeltbrechendes Prisma als Zerleger im Polarisationsapparate anwenden will, ist es zweckmäßig, dasselbe durch ein Glasprisma zu achromatisiren, damit die prismatische Farbenzerstreuung und die Ablenkung der Bilder nicht störend wirkt. Wenn man ein Kalkspathprisma und ein Glasprisma von gleichem brechenden Winkel zusammenkittet, so findet für den extraordinären Strahl weder eine Ablenkung, noch eine Farbenzerstreuung Statt, da der Brechungsexponent und die Farbenzerstreuung im Glase dem Brechungsexponenten und der Farbenzerstreuung für den extraordinären Strahl im Kalkspathprisma ziemlich gleich ist. Sieht man durch ein so achromatisirtes Kalkspathprisma nach irgend einem Gegenstande, etwa nach einer Kerzenflamme, so sieht man zwei Bilder, von denen das eine, das ordinäre, noch farbige Säume zeigt, während das andere davon frei ist. Dreht man nun das Prisma vor dem Auge um, so bleibt dabei das farblose Bild fast ganz unverrückt stehen, während das farbig gesäumte sich um das erstere dreht.

Um ein achromatisches Kalkspathprisma bequem als Kopf des Polarisationsapparates gebrauchen zu können, wird es mittelst Kork in eine Hülse von Messing gefaßt, wie man Fig. 744 sieht. Wenn man auf das mittlere Tischchen des Polarisationsapparates einen schwarzen Schirm legt, in dessen Mitte sich eine Oeffnung von etwa zwei Linien Durchmesser befindet, so kann nur durch diese Oeffnung polarisirtes Licht zum oberen Theile des Apparates gelangen. Sieht man nach der Oeffnung von oben her durch ein achromatisirtes Kalkspathprisma, so sieht man die Oeffnung doppelt, und wenn man das Prisma um seine verticale Axe umdreht, so werden die beiden Bilder abwechselnd hell und dunkel; wenn die Helligkeit des einen Bildes zunimmt, so nimmt die des anderen ab, und wenn das eine Bild ein Maximum von Helligkeit erreicht hat, so erscheint das andere Bild ganz dunkel, was sich ganz natürlich dadurch erklärt, daß die beiden Strahlenarten, welche sich durch ein doppeltbrechendes Prisma fortpflanzen können, rechtwinklig zu einander polarisirt sind; das eine der beiden Bilder entspricht also dem Falle der parallelen, das andere dem Falle der gekreuzten Spiegel des Polarisationsapparates.

Fig. 744.

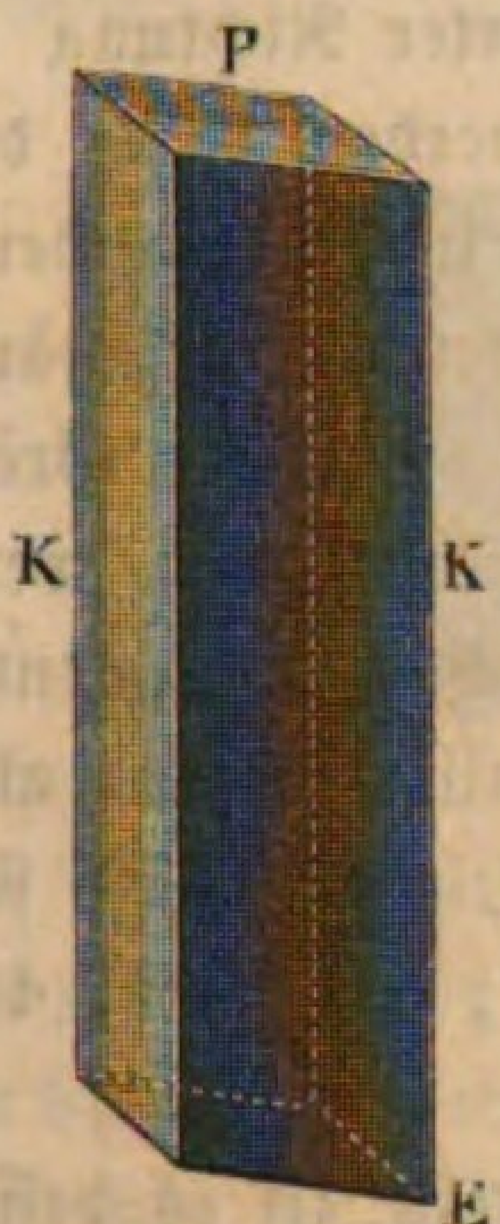


Zu vielen Versuchen ist eine Turmalinplatte ungleich bequemer, als ein Polarisationsspiegel; nur ist oft die Färbung einer solchen Platte störend. Statt der Turmalinplatte könnte man aber fast eben so bequem ein doppeltbrechendes Prisma zur Erzeugung oder Zerlegung des polarisirten Lichtes anwenden, wenn es nicht zu gleicher Zeit zwei rechtwinklig zu einander polarisirte Strahlenbündel lieferte. Auf eine sinnreiche Weise hat nun Nicol zwei Kalkspathprismen so combinirt, daß nur das eine polarisirte Strahlenbündel durch das System hindurchgeht.

Die Construction der Nicol'schen Prismen ist folgende: Man verschaffe sich zwei in die Länge gezogene Kalkspath-Rhomboëder und schleife statt der

kleinen natürlichen Endfläche *P*, Fig. 745, welche einen Winkel von 71° mit den stumpfen Kanten *K* macht, eine andere an, deren Winkel mit den Kanten *K* 68° beträgt. Alsdann schleife man von der Ecke *E* her eine neue Fläche an, die wir mit *H* bezeichnen wollen, und welche mit der statt *P* angeschliffenen einen rechten Winkel macht.

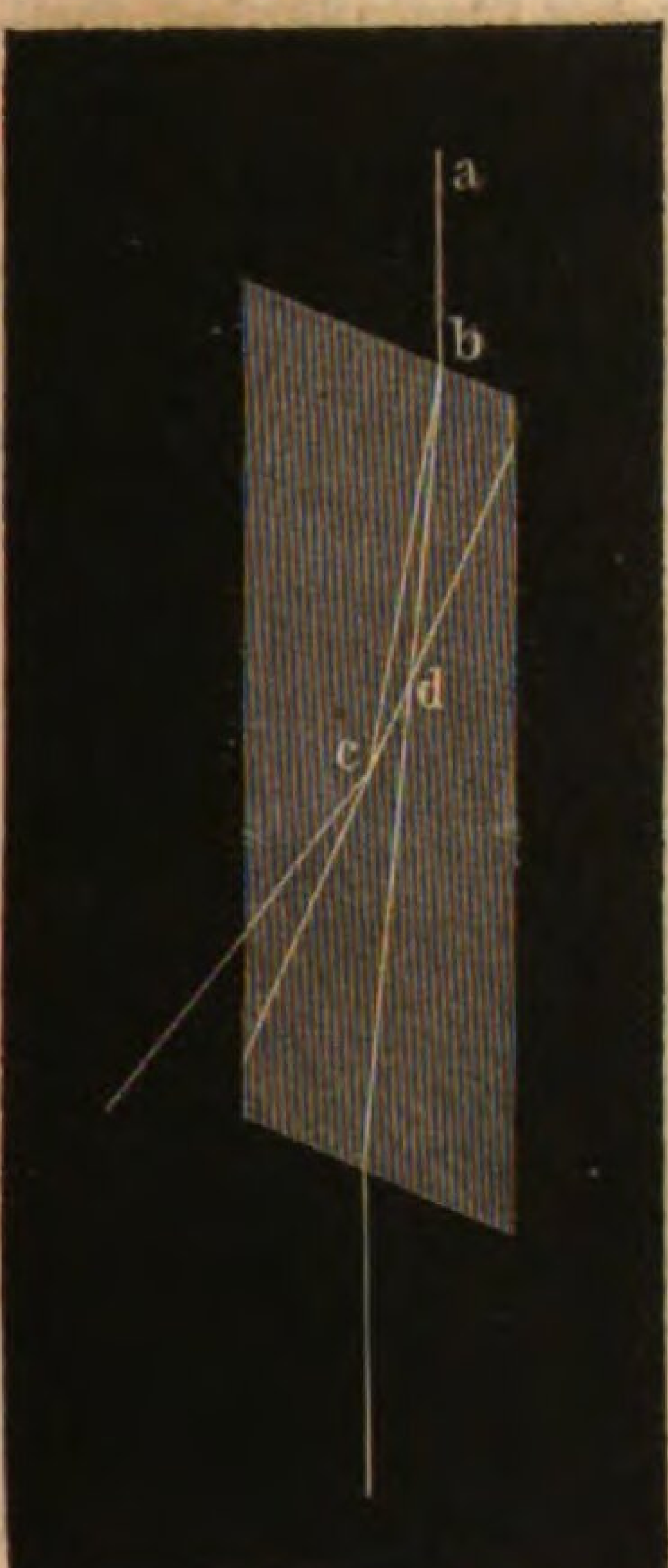
Fig. 745.



Hat man zwei solcher Prismen hergestellt und die angeschliffenen Flächen wohl polirt, so klebt man sie mittelst Canada-Balsams so auf einander, daß die Flächen *H* beider Prismen auf einander zu liegen kommen.

Fig. 746 stellt den durch die Kanten *K* gelegten Durchschnitt eines Nicol'schen Prismas dar. Ein Strahl *ab*, welcher die obere Fläche trifft, wird beim Eintritt in den Krystall in einen ordinären *bc* und in einen extraordinären *bd* gespalten. Der ordinäre Strahl erleidet an der Balsamschicht, deren Brechungsexponent 1,54 ist, eine totale Reflexion, während nur der extraordinäre Strahl durch die Balsamschicht hindurch in das untere Prisma tritt, um endlich parallel mit *ab* aus demselben wieder auszutreten. Ein solcher Apparat giebt also nur ein polarisirtes Bild.

Fig. 746.

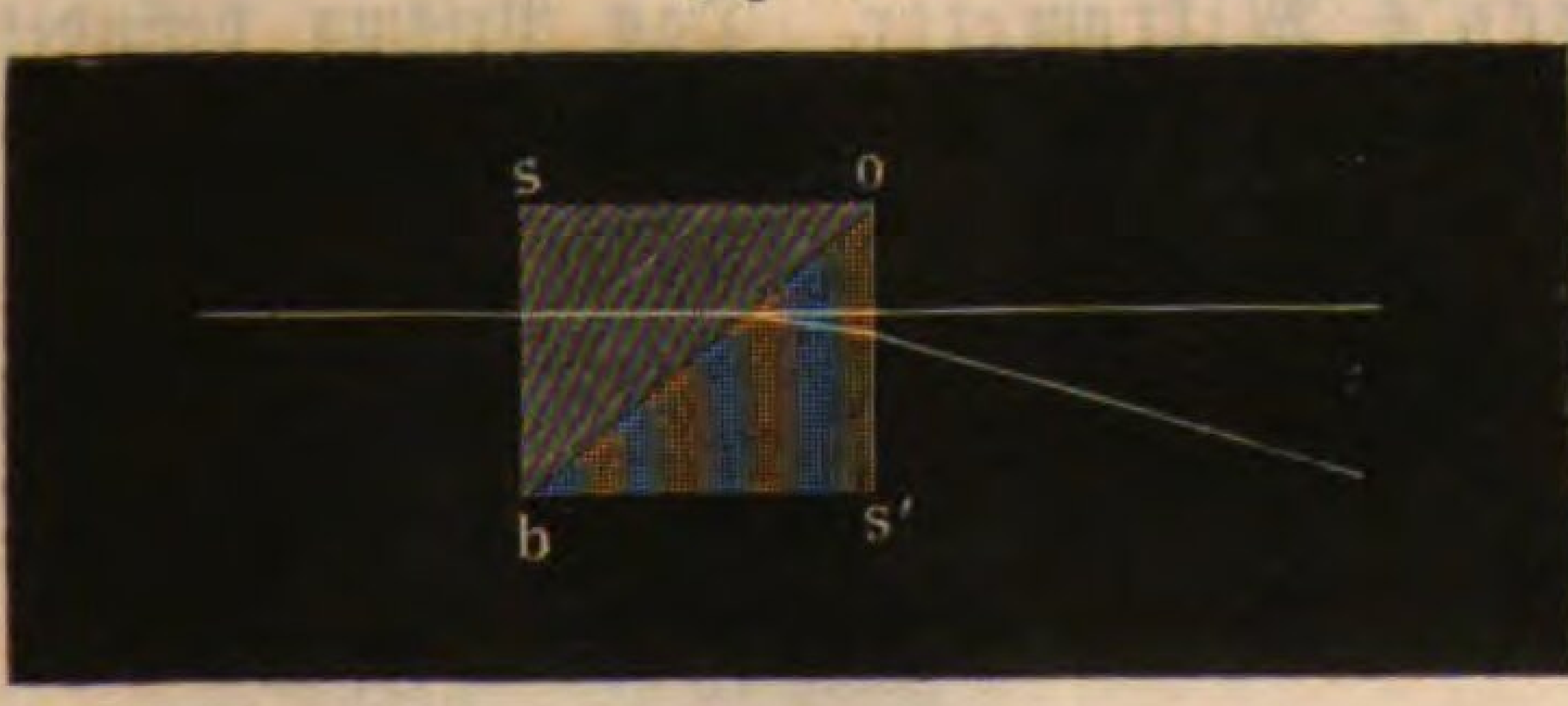


Auch die Nicol'schen Prismen werden mittelst Kork in eine passende Metallhülse gefaßt.

Um die von der Oberfläche des Wassers reflectirten polarisirten Strahlen vom Auge abzuhalten, damit man die unter dem Wasserspiegel befindlichen Gegenstände besser sehen könne, wie dies bereits Seite 650 besprochen wurde, kann man auch wegen seiner Farblosigkeit mit Vortheil das Nicol'sche Prisma anwenden.

Rochon's Mikrometer. In Fig. 747 281
seien *obs* und *obs'* zwei zusammengekittete Prismen von Bergkrystall; die optische Axe des einen steht rechtwinklig auf der Fläche *sb*, sie läuft also mit der Fläche *so* parallel, die optische Axe des zweiten Prismas hingegen läuft parallel mit der Durchschnittskante der Flächen *os'* und *bs'*, sie steht also rechtwinklig auf der Ebene des Papiers. Wenn nun von irgend einem Gegenstande her Lichtstrahlen rechtwinklig auf die vordere Fläche

Fig. 747.



sb des ersteren Prismas fallen, so werden sie ohne alle Ablenkung dieses erste Prisma durchlaufen; beim Uebergang in das zweite Prisma werden die ordinären Strahlen auch nicht abgelenkt, sie treten also mit unveränderter Richtung an der Fläche *os'* aus; die extraordinären Strahlen hingegen werden durch das zweite Prisma eine Ablenkung erfahren, sie verlassen dasselbe in einer anderen Richtung als die ordinären; der Winkel *e*, den die austretenden ordinären Strahlen mit den austretenden extraordinären machen, hängt von der Größe des brechenden Winkels *bos'* ab, und man kann den Winkel *e* berechnen, wenn die Größe des Winkels *bos'* bekannt ist, da man ja den Brechungsexponenten der extraordinären und der ordinären Strahlen im Bergkrystalle ein- für allemal kennt. Wenn der brechende Winkel *bos'* 30°, 40°, 50°, 60° ist, so findet man für den Ablenkungswinkel *e* die Werthe 19′ 30″, 28′ 20″, 40′, 57′ 40″.

Statt den Ablenkungswinkel *e* durch Rechnung zu ermitteln, ist es besser, ihn direct durch den Versuch zu bestimmen. Wenn man nämlich durch ein solches Prisma nach irgend einem Gegenstande hinsieht, so erblickt man zwei Bilder desselben, die je nach der Größe und Entfernung des Gegenstandes theilweise einander decken oder durch einen Zwischenraum von einander getrennt erscheinen. Wenn nun der zu betrachtende Gegenstand eine kreisförmige Scheibe ist, so ist es leicht, sie in eine solche Entfernung zu bringen, daß die beiden Bilder sich gerade berühren, und in diesem Falle erscheinen die beiden Mittelpunkte gerade um den Durchmesser *d* der Scheibe getrennt. Bezeichnet man die Entfernung der Scheibe mit *z*, so ist offenbar:

$$tang.\ e = \frac{d}{z},$$

wenn mit *e* der Ablenkungswinkel der extraordinären Strahlen, also der Winkel bezeichnet wird, welchen die nach der Mitte des ordinären und des extraordinären Bildes gezogenen Visirlinien mit einander machen.

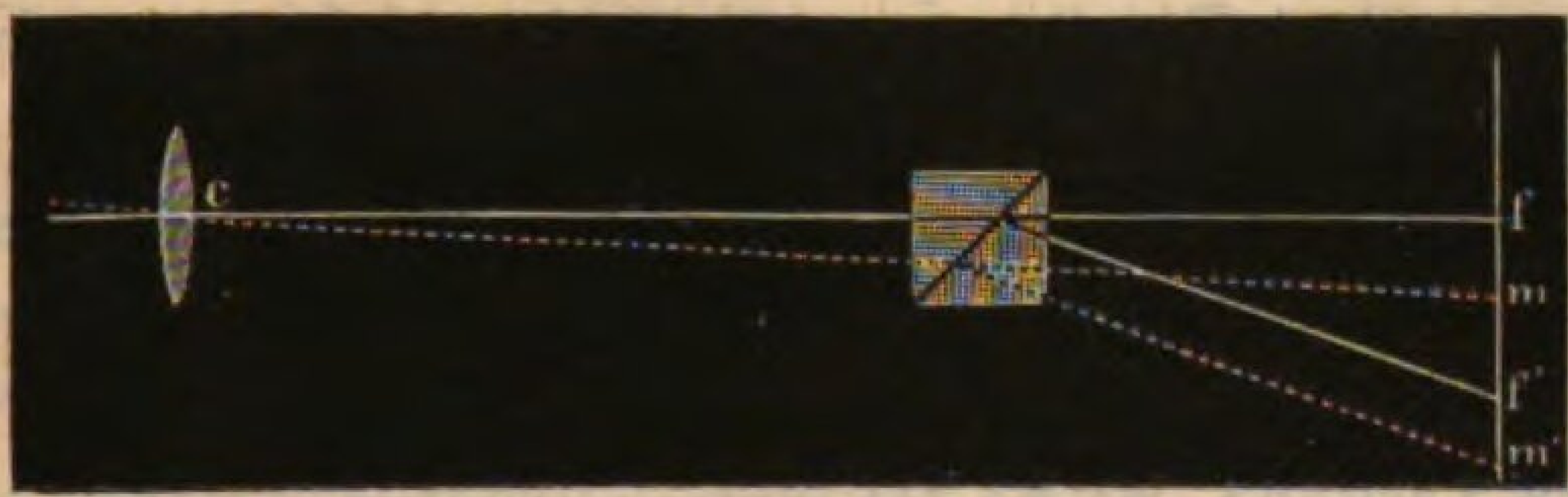
Wenn der Winkel *e* für ein solches Prisma einmal bekannt ist, so kann man mit Hülfe der eben angegebenen einfachen Gleichung für irgend einen Gegenstand, dessen beide Bilder sich gerade berühren, den Durchmesser *d* berechnen, wenn die Entfernung *z* bekannt ist, und umgekehrt die Entfernung *z* finden, wenn man seinen Durchmesser *d* kennt.

Unser Prisma ist vorzugsweise in Fernröhren angewandt, um den Durchmesser oder die Entfernung der Gegenstände zu bestimmen. Ein mit einem doppeltbrechenden Prisma zu diesem Zwecke versehenes Fernrohr führt nach seinem Erfinder den Namen Rochon's Mikrometer. Das Prisma befindet sich zwischen dem Objectiv und dem Ocular des Fernrohrs und kann nach Belieben von dem Objectiv entfernt oder demselben genähert werden.

In Fig. 748 stellt *c* eine Sammellinse dar, welche auf irgend einem Schirme in *fm* das Bild eines fernen Gegenstandes entwirft; bringt man nun ein Rochon'sches Prisma zwischen die Linse *c* und den Schirm, so werden die ordinären Strahlen ebenfalls in *fm* ein Bild entwerfen, die extraordinä-

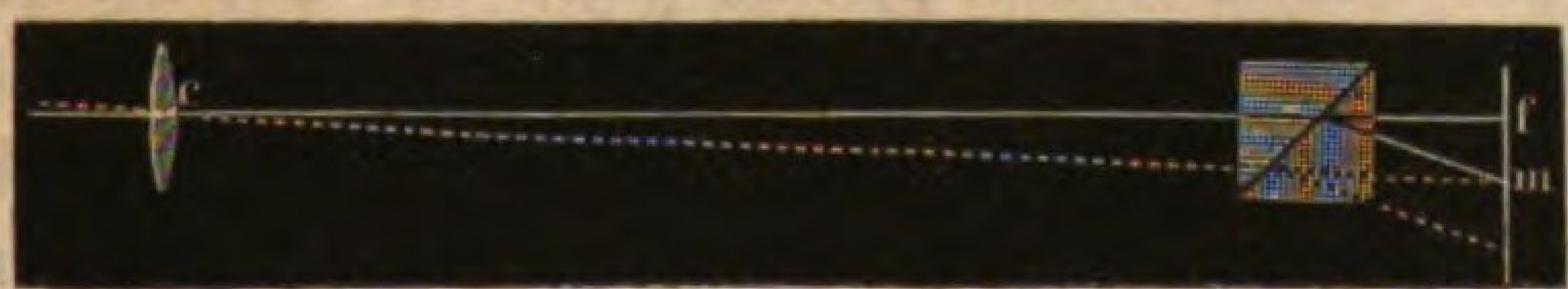
ren Strahlen aber, welche nach dem Austritt aus dem Prisma mit den ordinären einen Winkel e machen, werden ein zweites Sammelbild in $f'm'$ erzeugen.

Fig. 748.



Da der Winkel, welchen die ordinären und extraordinären Strahlenbündel mit einander machen, unverändert derselbe bleibt, so wird die Entfernung der beiden Bilder fm und $f'm'$ wachsen, wenn man das Prisma vom Schirme entfernt; die Entfernung der Bilder wird aber kleiner werden, wenn man das Prisma dem Schirme nähert. Man kann demnach leicht dem Prisma eine solche Stellung geben, daß sich die beiden Bilder auf dem Schirme gerade berühren, wie dies Fig. 749 angedeutet ist.

Fig. 749.



Was eben gesagt wurde, gilt auch noch, wenn diese Linse c das Objectiv eines Fernrohrs ist und wenn man die Bilder nicht auf einem Schirme auffängt, sondern sie durch das Ocular des Fernrohrs betrachtet. Wenn sich die beiden Bilder gerade berühren, so besteht zwischen dem Ablenkungswinkel $fzm = e$ und dem Winkel $fcm = v$, welcher dem Winkel gleich ist, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheint, folgende Beziehung:

Es ist $tang.\, e = \frac{fm}{fz} = \frac{fm}{h}$, wenn man mit h die Entfernung des Prismas von dem Bilde für den Fall bezeichnet, daß die beiden Bilder sich gerade berühren; ferner ist $tang.\, v = \frac{fm}{fc} = \frac{fm}{f}$, wenn f die Brennweite des Objectivs bezeichnet; daraus ergiebt sich aber die Proportion:

$$tang.\, v : tang.\, e = \frac{1}{f} : \frac{1}{h},$$

und daraus folgt:

$$tang.\, v = \frac{h}{f}\, tang.\, e.$$

Wenn man das Fernrohr auf irgend einen entfernten Gegenstand richtet und das Prisma so verschiebt, daß die beiden Bilder in Berührung kommen,

so kann man nach dieser Formel die Größe des Gesichtswinkels v berechnen, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheint, da der Werth von e ja ein- für allemal für das Prisma ausgemittelt und die Brennweite des Objectivs bekannt ist. Um den Werth von h, d. h. die Entfernung des Prismas von der Stelle, wo das Objectiv seine Bilder entwirft, zu messen, muß die Einrichtung getroffen sein, daß man diese Entfernung an einer außen am Fernrohre angebrachten Theilung ablesen kann. Die Verschiebung des Prismas kann auf ähnliche Weise bewerkstelligt werden, wie die Verschiebung des kleinen Spiegels in dem Spiegelteleskope.

Anstatt der Theilung, welche die Entfernung des Prismas von der Stelle angiebt, an welcher das Bild des Objectivs entsteht, kann man eine empirische Theilung auftragen, welche ohne Weiteres den gesuchten Winkelwerth v angiebt. Eine solche Theilung erhält man auf folgende Weise.

Man richtet das Fernrohr auf eine kreisförmige Scheibe, deren Entfernung und deren Durchmesser man kennt; der Winkelwerth, unter welchem die Scheibe dem unbewaffneten Auge erscheint, ist leicht zu berechnen, wir wollen z. B. annehmen, er betrage 30′. Man stellt nun das Prisma im Fernrohre so, daß man nur ein Bild der Scheibe sieht, und so erhält man den Nullpunkt der Theilung; alsdann rückt man das Prisma gegen das Objectiv hin, bis sich die beiden Bilder berühren; da man nun weiß, daß der Sehwinkel v gleich 30′ ist, so bezeichnet man die Stelle auf der Röhre, an welcher jetzt das Merkzeichen des Prismas steht, mit 30′, theilt dann die Entfernung dieses Punktes von dem Nullpunkte der Theilung in 30 gleiche Theile und setzt diese Theilung auch noch jenseits des Punktes 30 fort. Richtet man nun das Fernrohr auf irgend einen anderen Gegenstand, bringt man durch Verschiebung des Prismas die beiden Bilder desselben in Berührung, so kann man ohne Weiteres den Werth des Sehwinkels für diesen Gegenstand auf dem Rohre ablesen.

Neben dieser Theilung, welche die Winkelwerthe angiebt, unter welchen die Gegenstände dem bloßen Auge erscheinen, stehen andere, welche das Verhältniß zwischen der Größe und der Entfernung der Gegenstände angeben. So steht z. B. neben 4′ die Zahl 859, und dies bedeutet, daß die Entfernung eines Gegenstandes 859mal so groß ist als sein Durchmesser, wenn er unter einem Winkel von 4′ erscheint; mit Hülfe dieser Zahlen kann man nun sehr leicht die Größe eines Gegenstandes aus seiner Entfernung, und umgekehrt seine Entfernung aus seiner Größe berechnen.

282 **Zweiaxige Krystalle.** In allen Krystallen, welche zu den drei letzten Krystallsystemen gehören, giebt es zwei Richtungen, in welchen sich alle ebenen Wellen mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen, oder, mit anderen Worten, alle diese Krystalle haben zwei optische Axen.

Fresnel, von welchem die Theorie der doppelten Brechung einaxiger Krystalle herrührt, deren Grundzüge bereits oben entwickelt worden sind, fand, daß die doppelte Brechung in zweiaxigen Krystallen ganz anderen Gesetzen folgt; in den zweiaxigen Krystallen giebt es keinen ordinären Strahl mehr, d. h. keinen,

welcher den Krystall nach allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit durchläuft; also keiner der beiden Strahlen, in welche ein einfallender Lichtstrahl bei seinem Eintritte in einen zweiaxigen Krystall gespalten wird, folgt den Gesetzen der gewöhnlichen Brechung.

Der Winkel, welchen die Richtungen der beiden optischen Axen mit einander machen, ist nicht für alle Krystalle derselbe, wie man aus der folgenden Tabelle ersehen kann.

Namen der Krystalle.	Winkel der optischen Axen	
Kohlensaures Bleioxyd (Weißbleierz)	5°	15′
Salpeter	5	20
Kohlensaurer Strontian	6	56
Glimmer (gewisse Arten)	6	
Talk	7	24
Barythydrat	13	18
Arragonit	18	18
Glimmer (gewisse Arten)	25	
Cymophan	27	51
Anhydrit	28	7
Borax	28	42
Glimmer (einige Arten) . . . . 30 bis	37	
Schwefelsaure Magnesia	37	24
Schwerspath	37	42
Ameisensaures Kupferoxyd	39	
Salpetersaures Zinkoxyd . . . . . . ungefähr	40	
Stilbit	41	42
Schwefelsaures Magnesia-Ammoniak	51	
Schwefelsaures Nickeloxyd	42	4
Kohlensaures Ammoniak	43	24
Schwefelsaures Zinkoxyd	44	4
Glimmer	45	
Lepidolith	45	
Benzoësaures Ammoniak	45	8
Schwefelsaures Ammoniak	49	41
Topas (von Brasilien) . . . . 49 bis	50	
Zucker	50	
Phosphorsaures Natron	55	20
Comptonit	56	6
Gyps	60	
Salpetersaures Silberoxyd	62	16
Feldspath	64	
Topas (von Aberdeen)	65	
Schwefelsaures Kali	67	
Kohlensaures Natron	70	

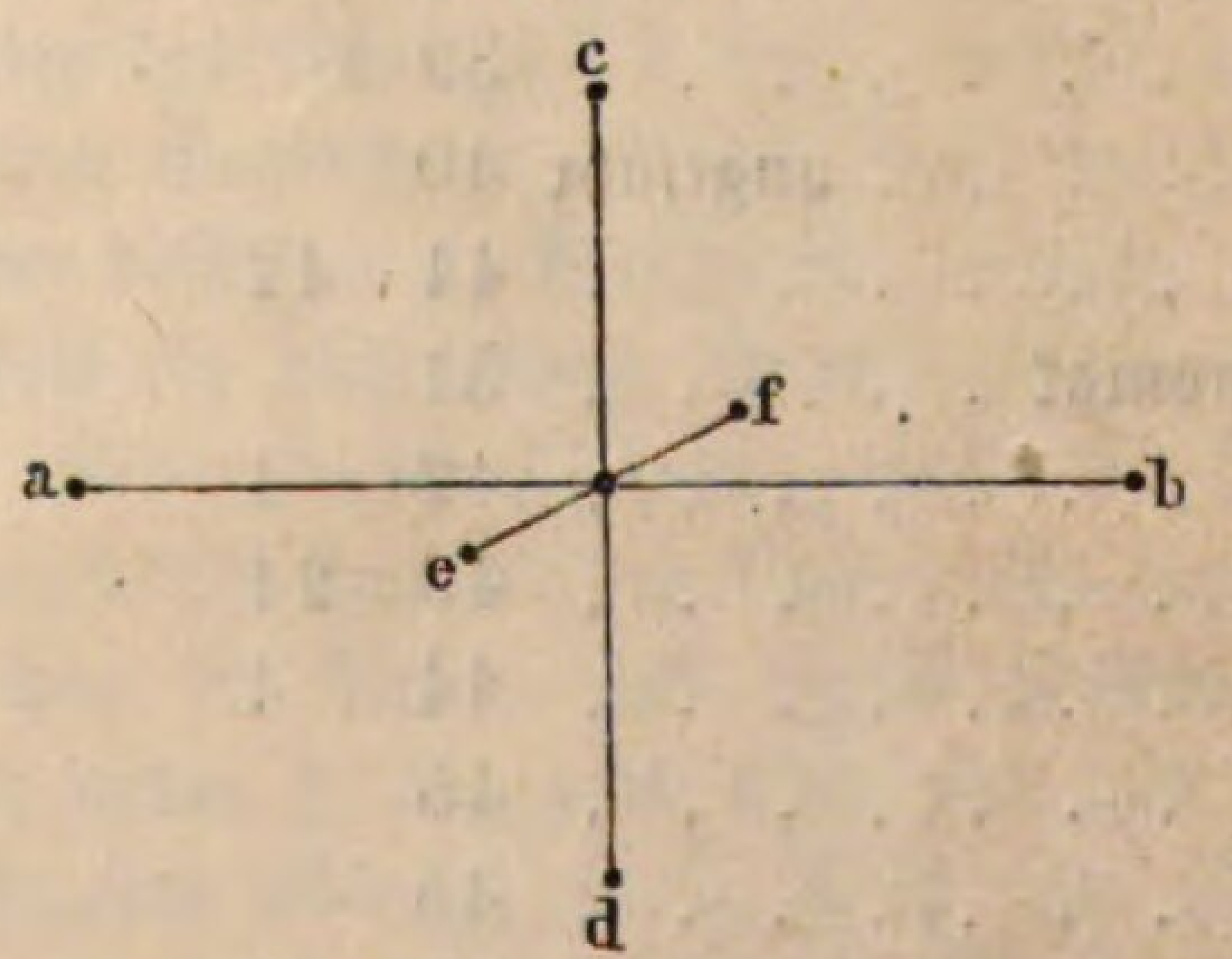
Namen der Krystalle.	Winkel der optischen Axen.
Essigsaures Bleioxyd	70° 25′
Citronensäure	70 29
Weinsteinsäure	79
Weinsteinsaures Kali-Natron (Seignettesalz) . .	80
Kohlensaures Kali	80 30
Cyanit	81 48
Chlorsaures Kali	82
Epidot	84 19
Peridot	87 56
Schwefelsaures Eisenoxydul (Eisenvitriol) . . .	90

Diejenige Linie, welche den spitzen Winkel der beiden optischen Axen halbirt, heißt **Mittellinie**.

283 Gesetze der doppelten Brechung in zweiaxigen Krystallen.

Fresnel hat die Erscheinungen der doppelten Brechung in zweiaxigen Krystallen aus folgender Annahme über die Elasticität des Aethers abgeleitet; die Elasticität des Aethers ist in zweiaxigen Krystallen weder nach allen Richtungen dieselbe, wie dies bei einfach brechenden Mitteln der Fall ist, noch giebt es in denselben eine Axe, um welche herum die Elasticität des Aethers ganz symmetrisch ist, wie bei den einaxigen Krystallen. Es stelle in Fig. 750 ab die größte Elasticität in einem zweiaxigen Krystalle dar, so steht die Axe der kleinsten Elasticität cd rechtwinklig auf derselben; rechtwinklig zur Ebene dieser beiden Axen ist nun die Elasticität des Aethers kleiner als in der Richtung ab, und größer als in der Richtung cd; wir wollen die Axe ef die Axe der mittleren Elasticität nennen; sie erscheint in unserer Figur verkürzt.

Fig. 750.



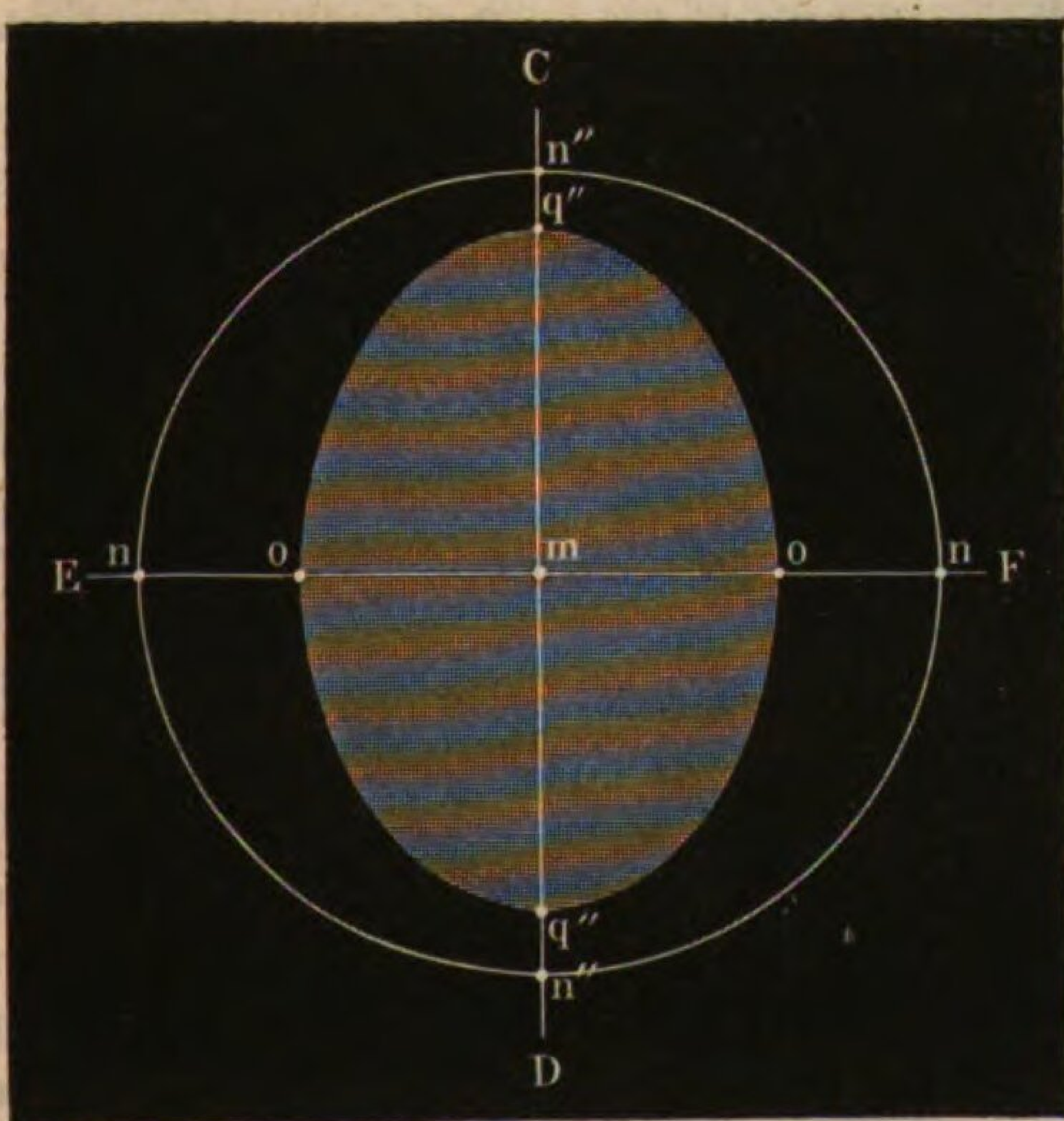
Denken wir uns über diese drei Axen ein Ellipsoid beschrieben, so kann man mit Hülfe desselben das Gesetz, nach welchem sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen mit der Richtung ändert, also die Form der Wellenoberfläche für zweiaxige Krystalle nach folgender, von **Fresnel** gegebener Regel entwickeln: Wenn man durch den Mittelpunkt des Ellipsoids eine Ebene gelegt denkt, so ist der Durchschnitt derselben mit dem Ellipsoid stets eine Ellipse; errichtet man nun in der Mitte des elliptischen Schnittes ein Perpendikel auf der Ebene desselben, trägt man auf demselben die Länge der großen und der kleinen Axe des elliptischen Schnittes auf, so sind diese beiden Längen die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden Strahlen in der Richtung dieses Perpendikels. Hier mag es genügen, die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit den

drei Ebenen zu bestimmen, welche man durch je zwei der drei Elasticitätsaxen legen kann.

Wir wollen der Reihe nach das Gesetz der Fortpflanzungsgeschwindigkeit für beide Strahlen innerhalb der Ebene der Elasticitätsaxen *cd* und *ef*, dann innerhalb der Ebene der Axen *ef* und *ab* und endlich innerhalb der Ebene der Axen *ab* und *cd*, oder, mit anderen Worten, die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit der Ebene der Axen *cd* und *ef*, *ab* und *ef*, *ab* und *cd* bestimmen.

Wenn sich ein Lichtstrahl nach irgend einer Richtung im Krystalle fortpflanzt, welche in die Ebene der Axen *cd* und *ef* fällt, so geht der auf der Richtung des Strahles rechtwinklig durch den Mittelpunkt des Ellipsoids gelegte Schnitt jedenfalls durch die Axe *ab* der größten Elasticität; jede durch die Axe *ab* gelegte Ebene schneidet aber das Ellipsoid in einer Ellipse, deren große Axe *ab* ist; nach allen in die Ebene der Axen *cd* und *ef* fallenden Richtungen können sich also Strahlen fortpflanzen, deren Vibrationen mit der Axe *ab* parallel sind; diese Strahlen durchlaufen nun sämmtlich den Krystall mit gleicher, der Elasticität *ab* entsprechender Geschwindigkeit; zieht man um den Durchschnittspunkt der Linien *CD* und *EF*, Fig. 751, einen Kreis, dessen Halbmesser *mn* gleich $\frac{1}{2}$ *ab* ist, so ist dies der Durchschnitt der durch die Axen *cd* und *ef* gelegten Ebene mit einem Theile der Wellenoberfläche.

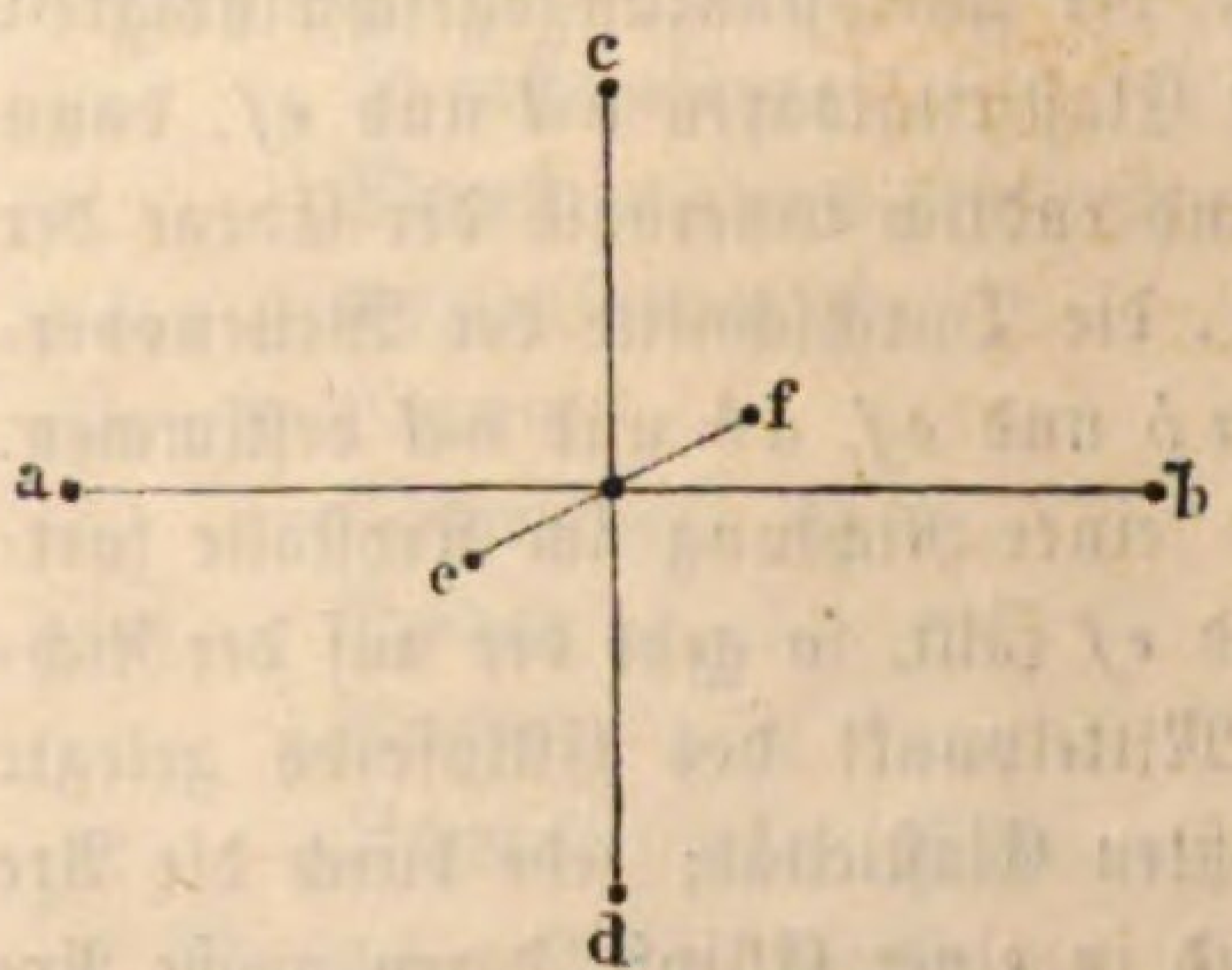
Fig. 751.



Nach denselben Richtungen pflanzen sich aber auch Strahlen fort, deren Vibrationen rechtwinklig zur Axe *ab* stattfinden. Betrachten wir zunächst einen Strahl, der sich in der Richtung der Axe *ef* fortpflanzt; ein durch den Mittelpunkt des Ellipsoids rechtwinklig auf *ef* gelegter Schnitt schneidet dasselbe in einer Ellipse, deren große Axe *ab*, deren kleine Axe aber *cd* ist; die Vibrationen, welche einen Strahl in der Richtung der Axe *ef* fortpflanzen, sind also entweder mit *ab*, oder mit *cd* parallel; der Vibrationsrichtung *ab* entspricht, wie wir schon gesehen haben, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit *mn*, Fig. 751; der Vibrationsrichtung *cd* entspricht dagegen die geringere Fortpflanzungsgeschwindigkeit *mo* (die Länge *mo* müssen wir gleich $\frac{1}{2}$ *cd* machen, wenn $mn = \frac{1}{2}\, ab$); es ist dies die geringste Geschwindigkeit, mit welcher sich irgend ein Strahl im Krystalle fortpflanzen kann, weil *cd* die kleinste Elasticitätsaxe ist; *mn* hingegen ist die größte Fortpflanzungsgeschwindigkeit, weil *ab* die größte Elasticitätsaxe ist.

In der Richtung der Elasticitätsaxe cd, Fig. 752, wird ein Lichtstrahl entweder durch Vibrationen fortgepflanzt, welche parallel mit ab sind, und dann ist seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich $mn'' = mn$, Fig. 751, oder die Schwingungen, welche einen Strahl in der Richtung cd fortpflanzen, sind parallel mit ef, und dann ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich mq'', gleich $\frac{1}{2}\,ef$.

Fig. 752.

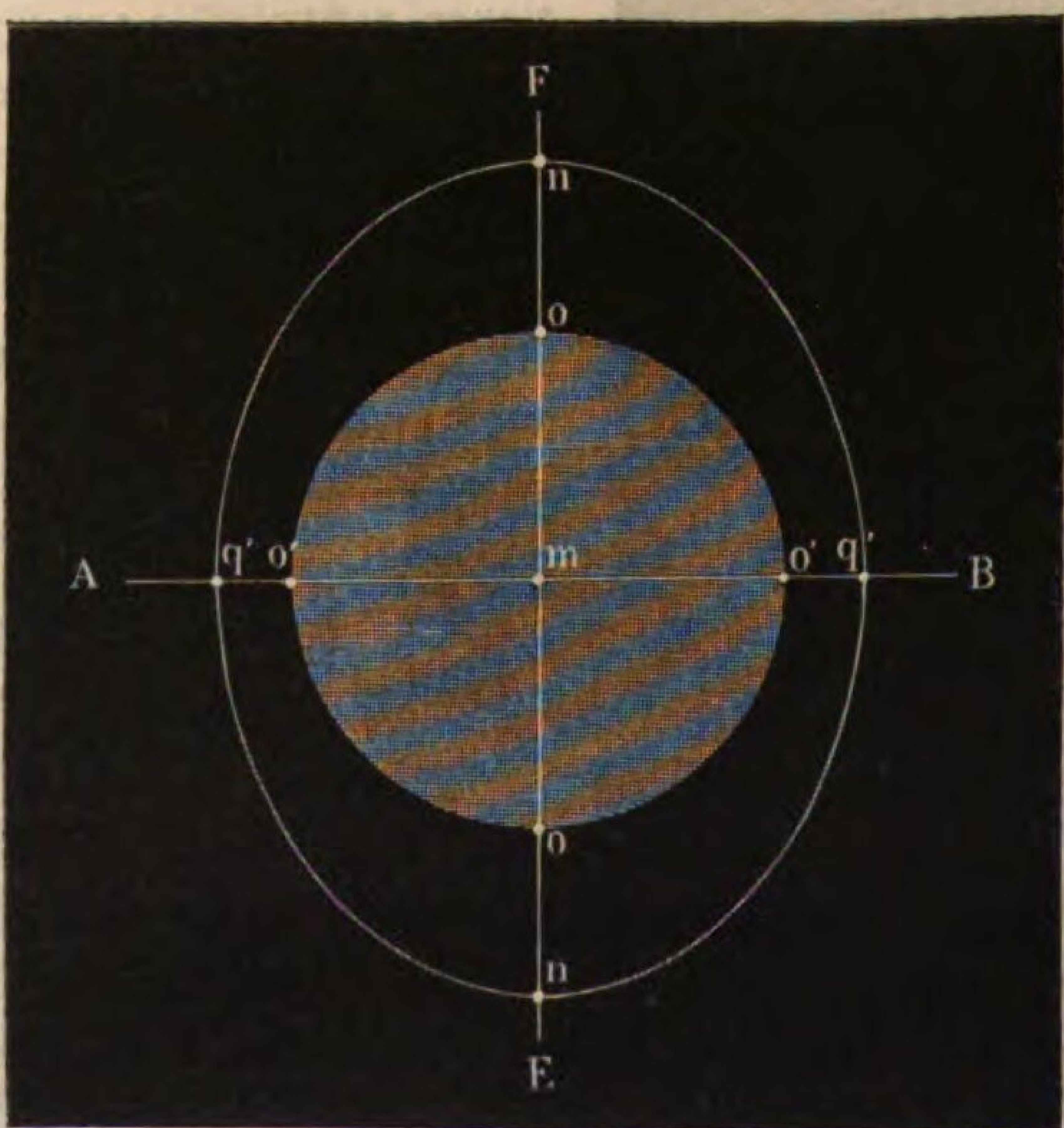


In einer Richtung, die innerhalb des Winkels liegt, welchen die Axen cd und ef mit einander machen, ist begreiflicher Weise die Fortpflanzungsgeschwindigkeit solcher Strahlen, deren Vibrationen auf ab rechtwinklig sind, kleiner als mq'' und größer als mo. Beschreibt man um den Punkt m eine Ellipse, deren Halbaxen mo und mq'' sind, so giebt uns eine von m zu irgend einem Punkte des Umfanges dieser Ellipse gezogene Linie die Geschwindigkeit an, mit welcher sich in der Richtung dieser Linie ein Lichtstrahl bewegt, dessen Vibrationen rechtwinklig auf der Axe der größten Elasticität sind.

Diese Ellipse und der mit dem Halbmesser mn um dieselbe gezogene Kreis stellen uns also den Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer Ebene dar, welche durch die mittlere und die kleinste Elasticitätsaxe gelegt ist.

Durch ähnliche Betrachtungen findet man nun auch den Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer durch die mittlere und die größte Elasticitätsaxe gelegten Ebene. Dieser Durchschnitt besteht ebenfalls aus einem Kreise und einer Ellipse, hier ist aber der Kreis ganz von der Ellipse eingehüllt.

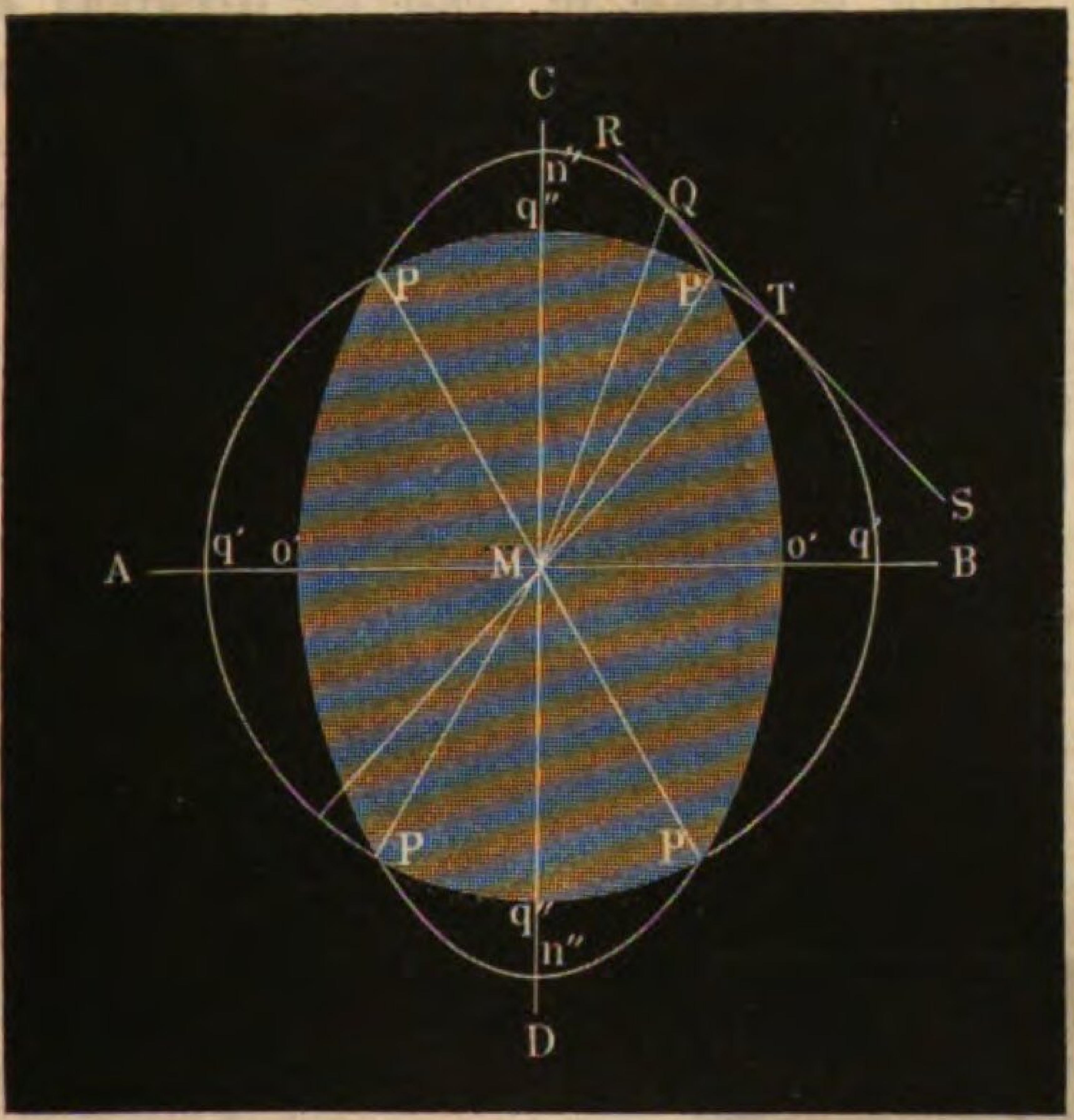
Fig. 753.



Nach allen Richtungen der durch ef und ab, Fig. 752, gelegten Ebene können Strahlen durch Vibrationen fortgepflanzt werden, welche mit der Axe cd, der Axe der kleinsten Elasticität, parallel sind; diese Strahlen pflanzen sich nach allen Seiten mit derselben Geschwindigkeit fort, welche der Vibrationsrichtung cd zukommt; der Halbmesser mo des Kreises der Fig. 753 ist deshalb gleich

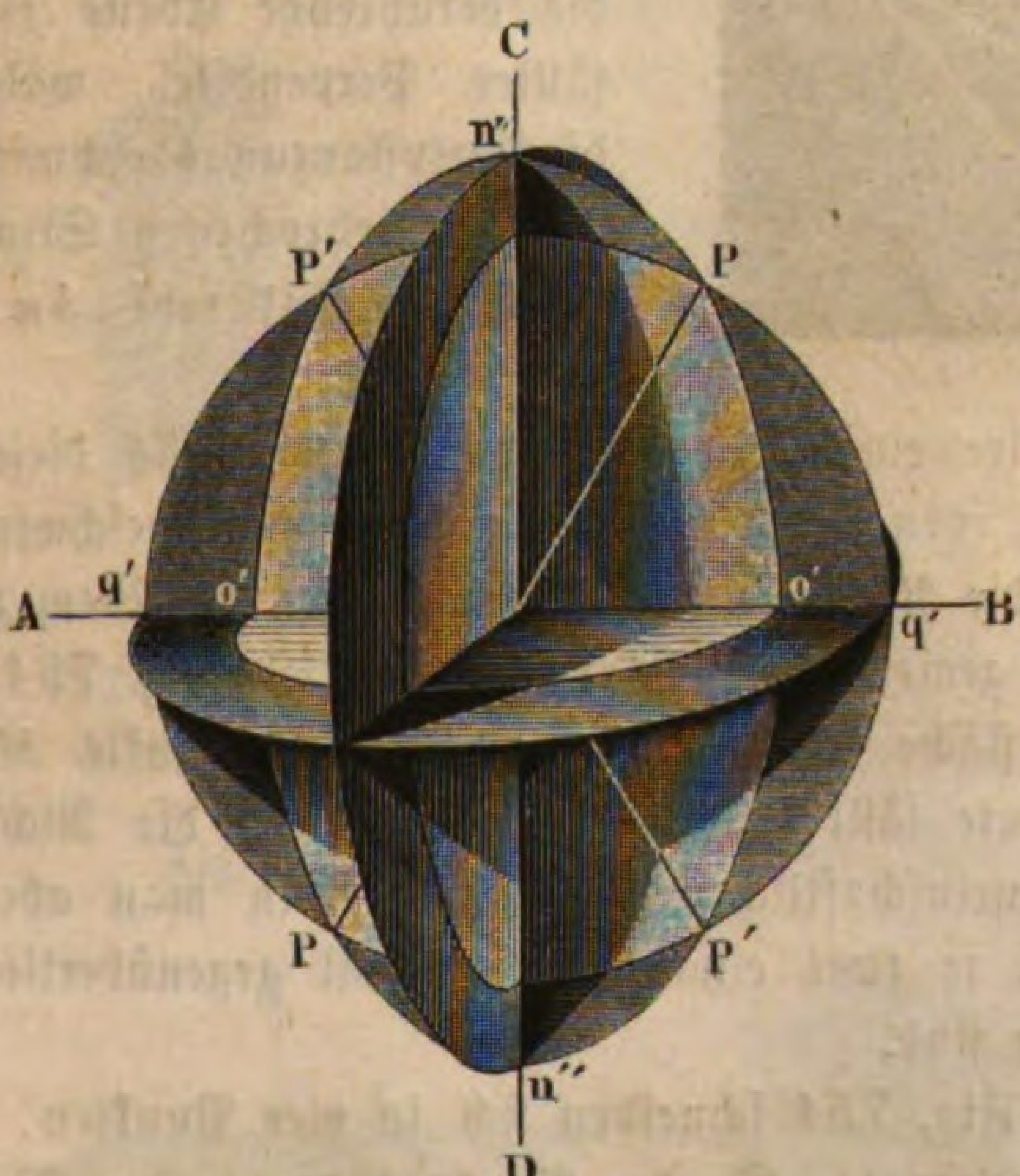
$^1/_2$ *cd* in Fig. 752. In der Richtung der Elasticitätsaxe *ab* werden aber auch Strahlen fortgepflanzt, deren Schwingungen parallel mit *ef* sind, deshalb ist in Fig. 753 $mq' = mq = {}^1/_2\,ef$ gemacht; in der Richtung der Axe *ef* pflanzen sich aber Strahlen, deren Schwingungen parallel mit *ab* sind, wie wir schon wissen, mit der Geschwindigkeit *mn* fort.

Fig. 754.



Der Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer Ebene, welche durch die Axe der größten und der kleinsten Elasticität geht, besteht ebenfalls aus einer Ellipse und einem Kreise. Die kleine Axe der Ellipse ist gleich *Mo*, Fig. 754, die große gleich *Mn*, der Radius des Kreises gleich *Mq*, weil in der Ebene der Elasticitätsaxen *ab* und *cd* nach allen Richtungen Strahlen durch Vibrationen fortgepflanzt werden können, die mit der mittleren Elasticitätsaxe parallel sind.

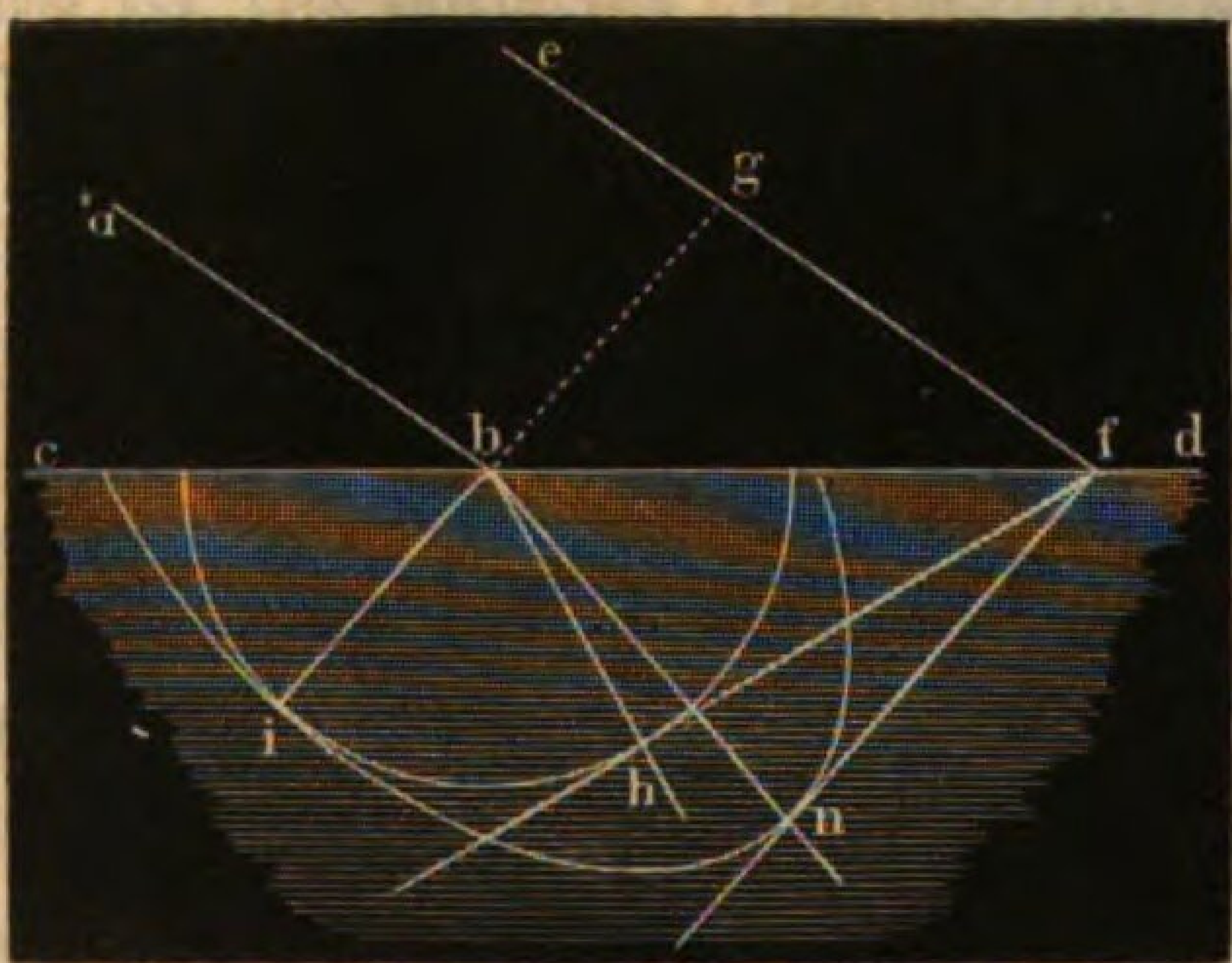
Fig. 755.



Da der Radius des Kreises hier größer ist als die kleine, und kleiner als die große Axe der Ellipse, so schneiden sich der Kreis und die Ellipse in vier Punkten. Die Fig. 755 stellt eine perspectivische Ansicht der durch die erwähnten drei Ebenen geschnittenen Wellenoberfläche dar. Will man sich eine recht klare Vorstellung von der Wellenoberfläche zweiaxiger Krystalle machen, so thut man gut, die drei Durchschnitte doppelt so groß wie obige Figuren auf Kartenpapier zu zeichnen und sie zu einem Modelle zusammenzufügen, wie man Fig. 755 sieht.

Um den Begriff der optischen Axen in zweiaxigen Krystallen festzustellen, müssen wir noch erwähnen, daß hier noch ein Unterschied zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der gebrochenen ebenen Wellen zu machen ist. Bei der Erklärung des Brechungsgesetzes nach der Vibrationstheorie (S. 604) haben wir gesehen, daß die gebrochene ebene Welle alle die elementaren Kugelwellen berührt, welche jeder elementare Lichtstrahl bei seinem Uebergange in das brechende Mittel erzeugt; die Richtung der gebrochenen Strahlen steht hier rechtwinklig auf der Richtung der gebrochenen ebenen Welle, weil ja jede Kreistangente einen rechten Winkel mit ihrem Radius macht; diese Beziehung findet aber nicht mehr Statt, wenn die elementaren Wellen im brechenden Medium nicht kugelförmig sind; eine Tangente, welche eine Ellipse in irgend einem Punkte berührt, steht im Allgemeinen nicht rechtwinklig auf dem Leitstrahle, den man von dem Mittelpunkte der Ellipse nach dem Berührungspunkte ziehen kann; die Richtung der gebrochenen Welle *fn* in Fig. 756 steht nicht genau rechtwinklig auf der Richtung des gebrochenen Strahles. Da sich nun die gebrochenen ebenen Wellen parallel mit der berührenden Ebene *fn* im Krystalle fortbewegen, so ist offenbar die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Wellen ein von *b* auf die berührende Ebene *fn* gefälltes Perpendikel, während die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der gebrochenen Strahlen durch den Leitstrahl *bn* dargestellt wird.

Fig. 756.



Wenn nun die optische Axe eines doppeltbrechenden Krystalls diejenige Richtung ist, nach welcher sich die ebenen Wellen stets mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, so findet man die Richtung der optischen Axen in einem zweiaxigen Krystalle, wenn man eine gemeinschaftliche Tangente *RS*, Fig. 754, an die beiden Theile der Wellenoberfläche legt und von dem Mittelpunkte *M* ein Perpendikel *MT* auf die Tangente fällt; dieses Perpendikel ist die Richtung einer optischen Axe. Solcher gemeinschaftlichen Tangenten kann man aber in Fig. 754 vier ziehen, von denen je zwei einander diametral gegenüberliegend durch eine optische Axe verbunden sind.

Der Kreis und die Ellipse Fig. 754 schneiden sich in vier Punkten, von denen je zwei diametral gegenüberliegen. Da der Punkt *P* den beiden Theilen der Wellenoberfläche gemeinschaftlich ist, so ist klar, daß sich in der Richtung *MP* zwei Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen können, von denen die Schwingungen des einen in die Ebene der Figur fallen, während die Schwingungen des anderen rechtwinklig zu derselben sind. Obgleich sich aber diese

Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit im Krystalle fortpflanzen, so ist doch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ihnen entsprechenden ebenen Wellen nicht dieselbe, da die Tangente, die man im Punkte P' an die Ellipse ziehen kann, nicht mit der demselben Punkte entsprechenden Kreistangente zusammenfällt, da also die Länge der von M auf diese beiden Tangenten gefällten Perpendikel nicht gleich ist. Die Richtungen MP, in welchen sich alle Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, sind also wohl von der ihnen allerdings naheliegenden Richtung der optischen Axe zu unterscheiden.

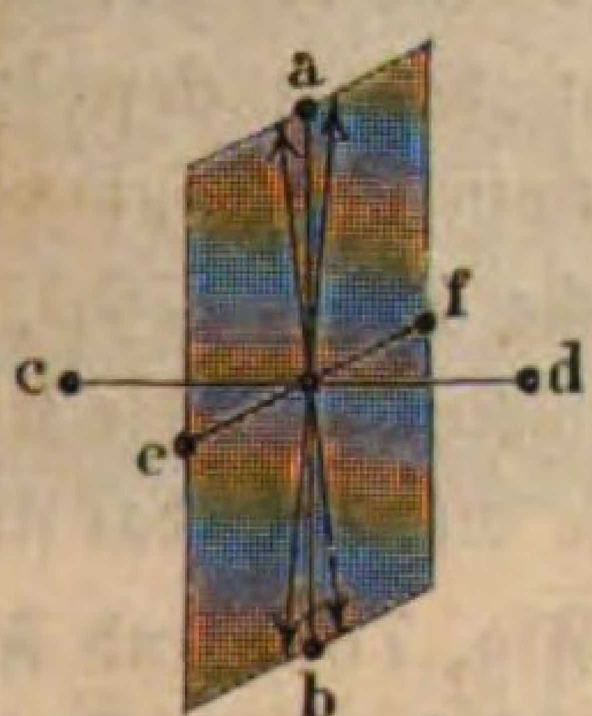
Beziehungen zwischen der Krystallform und der Lage der optischen Axen. Es ist schon früher bemerkt worden, daß alle Krystalle der 284
drei letzten Krystallisationssysteme optisch zweiaxig sind, allein die Lage dieser Axen in Beziehung auf die krystallographischen Axen läßt sich nicht von vornherein bestimmen, wie es bei den optisch einaxigen Krystallen der Fall war.

Bei allen Krystallen, welche dem rhombischen Systeme angehören, fällt jede der drei Elasticitätsaxen mit einer der drei krystallographischen Hauptaxen zusammen; demnach fällt auch die Ebene der optischen Axen stets mit einer durch zwei krystallographische Axen gelegten Ebene zusammen.

Wir wollen dies an einigen Beispielen erläutern.

Der Salpeter krystallisirt in Säulen, welche wir schon oben S. 83 kennen gelernt haben; Fig. 757 stellt das Axenkreuz des Salpeters sammt den optischen Axen dar, welche durch Pfeile angedeutet sind. Hier fällt die Mittellinie mit der Säulenaxe ab zusammen; die Ebene der optischen Axen fällt aber mit der durch die Säulenaxe ab und die Makrodiagonale ef gelegten Ebene zusammen. In Fig. 757, sowie in den folgenden ist die Ebene der optischen Axen durch Schraffirung hervorgehoben.

Fig. 757.



Ganz die gleiche Lage hat die Ebene der optischen Axen und die Mittellinie im Arragonit, im kohlensauren Bleioxyd u. s. w.

Fig. 758 stellt das Axenkreuz des Bittersalzes (schwefelsaure Magnesia) dar. Hier steht die Ebene der optischen Axen rechtwinklig auf der Säulenaxe. Die Krystallformen dieses Salzes haben wir bereits auf Seite 86 kennen gelernt. Gewöhnlich erscheint die vordere Säulenkante noch durch die Fläche h Fig. 759 abgestumpft, in deren Richtung die Krystalle des Bittersalzes auch sehr gut spaltbar sind. Auf die-

Fig. 758.

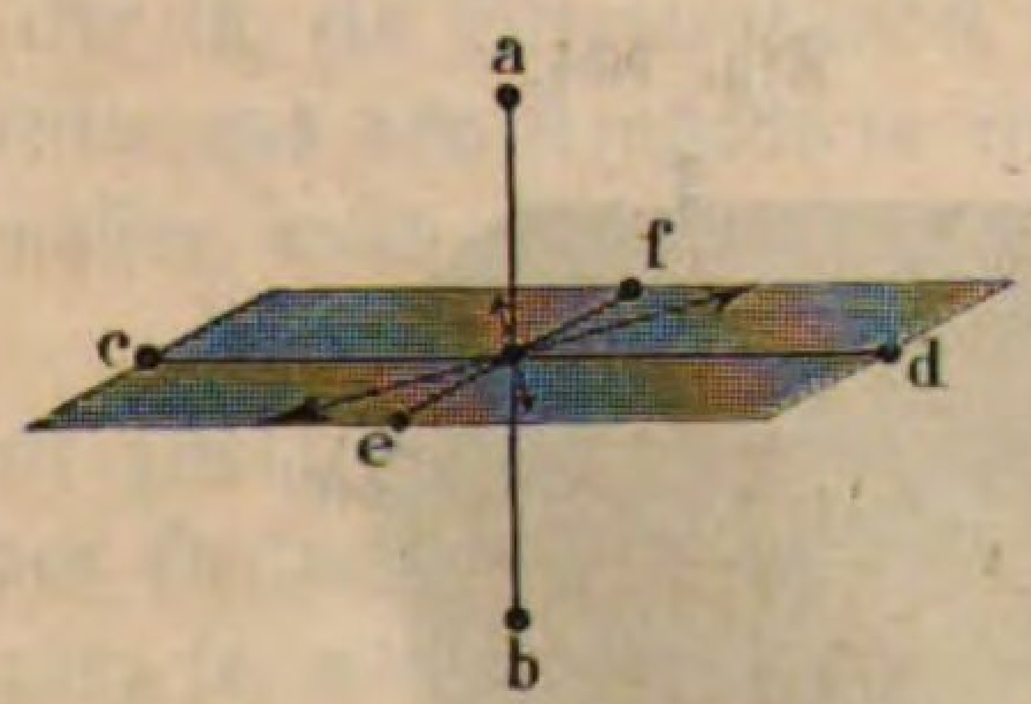


Fig. 759.



ser Spaltungsfläche, also auch auf der Fläche *h* steht die Mittellinie des genannten Salzes rechtwinklig, eben so wie bei allen mit ihm isomorphen Salzen.

Auch bei Schwerspath liegt die Ebene der optischen Axen rechtwinklig zur Säulenaxe und die Mittellinie fällt mit den Makrodiagonale zusammen.

Beim Topas fällt die Mittellinie mit der Säulenaxe zusammen und die Ebene der optischen Axen geht durch die Brachydiagonale *cd*.

Bezeichnet man diejenige Axe *ef* des monoklinischen Systemes, welche auf der Ebene der beiden anderen rechtwinklig steht, als symmetrische Axe, so ist diese symmetrische Axe jedenfalls eine der Elasticitätsaxen des Krystalls.

Fig. 760.



Die beiden anderen Axen des monoklinischen Systems fallen in der Regel nicht mit einer Elasticitätsaxe zusammen. Die Ebene der optischen Axen aber fällt entweder

1) mit der symmetrischen Ebene zusammen, d. h. mit derjenigen Ebene, welche auf der symmetrischen Axe rechtwinklig steht, also durch die beiden einen schiefen Winkel mit einander machenden Axen *ab* und *cd* geht; oder

2) die Ebene der optischen Axen steht rechtwinklig auf der symmetrischen Ebene.

Ersteres ist z. B. der Fall beim Zucker, dessen Axenkreuz sammt der Lage der optischen Axen in Fig. 761 dargestellt ist. Es steht also eine der optischen Axen des Zuckers fast rechtwinklig auf der Fläche *b*, Fig. 762, in deren Richtung die Krystalle auch spaltbar sind.

Fig. 761.

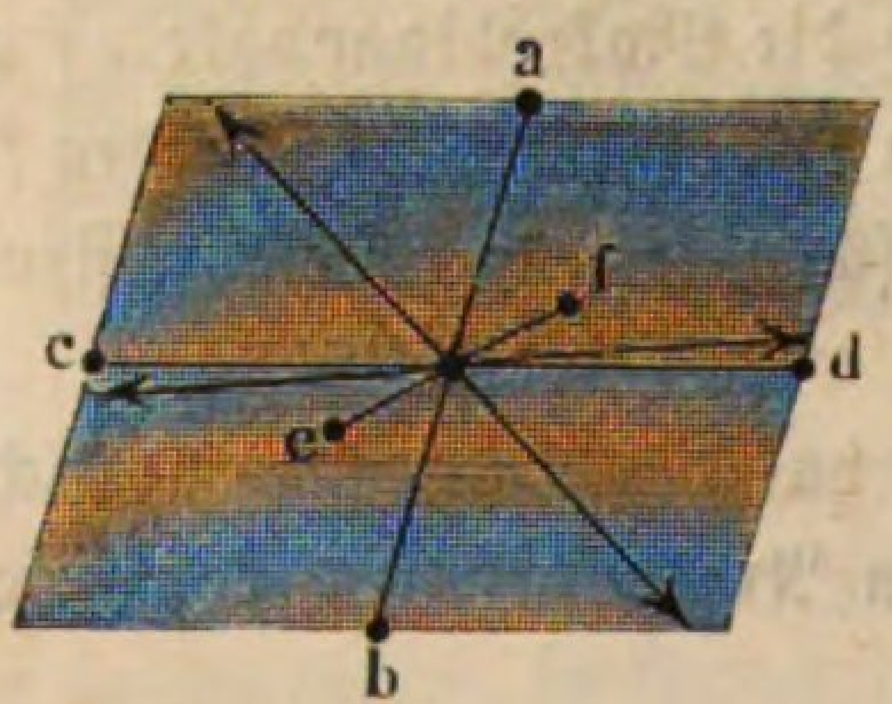


Fig. 762.

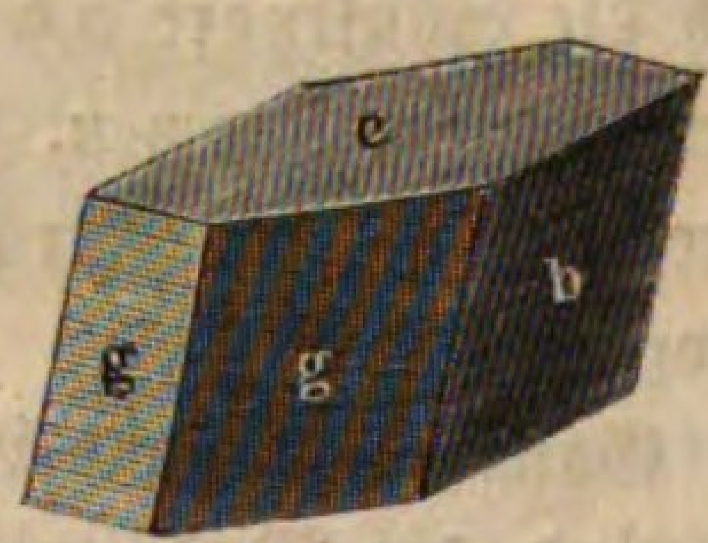


Fig. 763 und Fig. 764 stellen den Durchschnitt eines Krystalls von schwefelsaurem Magnesia-Ammoniak und eines solchen von ameisensaurem Kupferoxyd mit der symmetrischen Ebene sammt den optischen Axen dar, welche auch bei diesen Krystallen in der symmetrischen Ebene liegen.

Fig. 763.

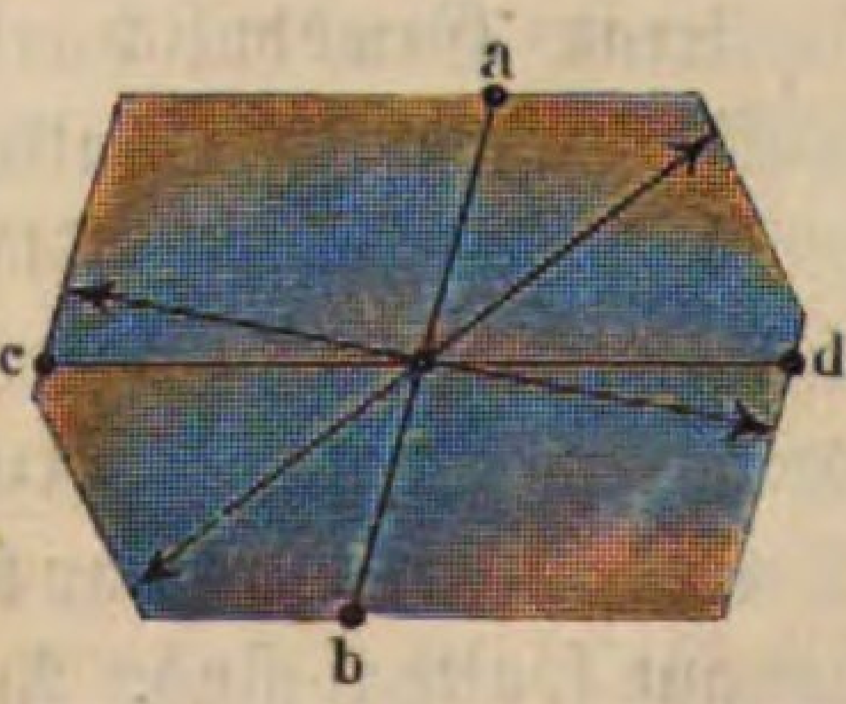
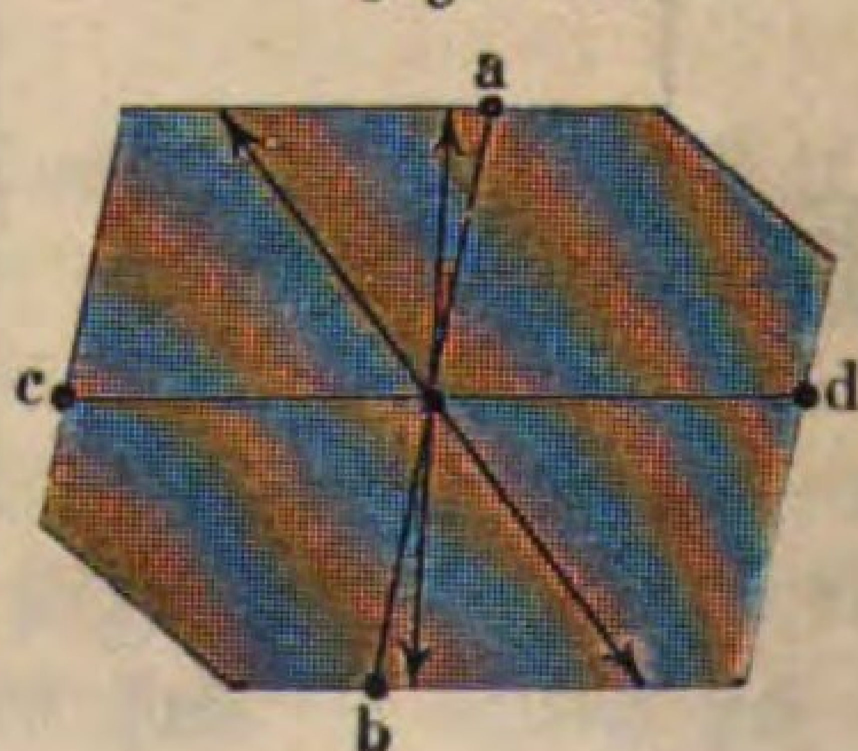


Fig. 764.



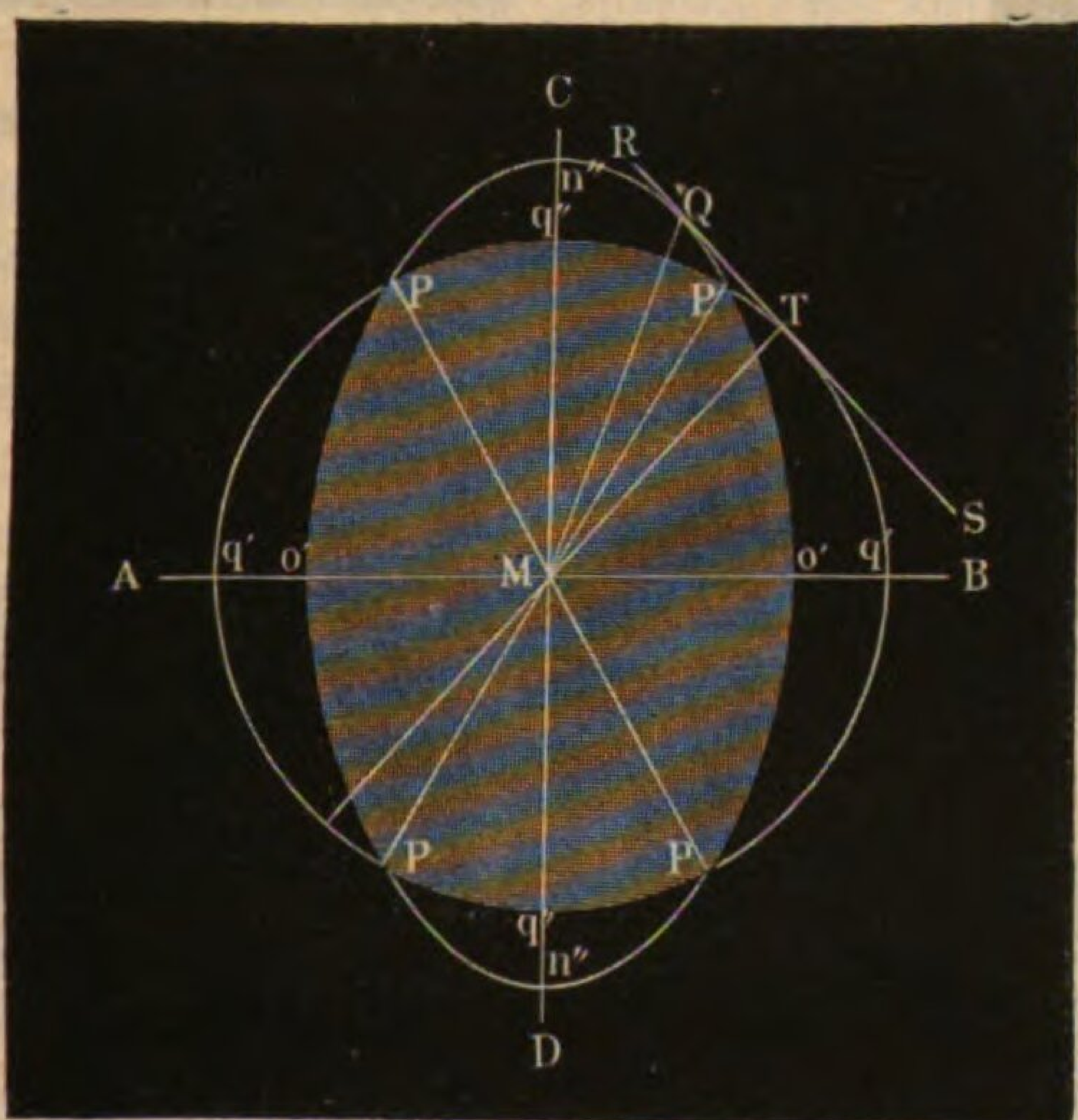
Beim Borax und beim essigsauren Natron liegt die Ebene der optischen Axen rechtwinklig auf der symmetrischen Ebene.

Für triklinische Krystalle hat man bis jetzt noch gar keinen Zusammenhang zwischen der Lage der optischen und der krystallographischen Axen nachweisen können. (S. Beer's Einleitung in die höhere Optik, S. 384 bis 398.)

Später, wenn die Farbenringe verhandelt werden, welche die optischen Axen umgeben, werden wir noch einmal auf diese Verhältnisse zurückkommen müssen.

Conische Refraction. Da die im Punkte *P*, Fig. 765, an den Kreis 285
und die Ellipse gelegten Tangenten nicht zusammenfallen, so ist klar, daß sich in der Richtung *MP* zwei Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen können, denen verschiedene ebene Wellen entsprechen; da nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser beiden ebenen Wellen ungleich ist, so werden die beiden Strahlen auch nach verschiedenen Richtungen aus dem Krystalle austreten.

Fig. 765.



Nun aber hat Hamilton, welcher die Natur der Wellenoberfläche zweiaxiger Krystalle genauer untersuchte, gezeigt, daß die Wellenoberfläche an jedem der Punkte *P* von allen Seiten her vertieft ist, oder, mit anderen Worten, daß sich hier eine trichterförmige Vertiefung findet, daß sich also an jedem der Punkte *P* eine unendliche Anzahl von Berührungsebenen an die Wellenoberfläche legen lassen; jeder dieser Berührungsebenen entspricht nun aber ein anderer austretender Strahl; wenn also in der Richtung *MP*, für welche die Fortpflanzungsgeschwindigkeit aller Strahlen dieselbe ist, ein Strahlenbündel den Krystall durchläuft, so wird es sich beim Austritte aus dem Krystalle in eine unendliche Anzahl von Strahlen theilen müssen, welche zusammen eine conische Oberfläche bilden.

Hamilton hat dies merkwürdige Resultat aus der Fresnel'schen Theorie gefolgert, bevor man noch solche Thatsache beobachtet hatte; Lloyd stellte den Versuch an und fand zum Triumphe für die Wellentheorie die Erscheinung ganz so, wie man sie nach Hamilton's Rechnung erwarten mußte.

Die beiden Richtungen, in welchen alle Strahlen den Krystall mit gleicher

Geschwindigkeit durchlaufen, fallen fast mit den optischen Axen zusammen; im Arragonit machen sie einen Winkel von ungefähr 20° mit einander. Die Arragonitplatte, welche Lloyd zu seinen Versuchen anwandte, war senkrecht zu der Linie geschliffen, welche den Winkel der optischen Axen halbirt; folglich machten die Richtungen der gleichen Strahlengeschwindigkeit einen Winkel von 80° mit der Oberfläche der Platte. In Fig. 766 mögen OM und ON diese Richtungen vorstellen. Auf jede der beiden Oberflächen legte nun Lloyd eine ganz dünne, mit einer sehr feinen Oeffnung versehene Metallplatte, so daß die Verbindungslinie der beiden Oeffnungen mit der Richtung OM zusammenfiel. Wurde nun von der einen Seite der Platte eine Lampenflamme genähert,

Fig. 766.

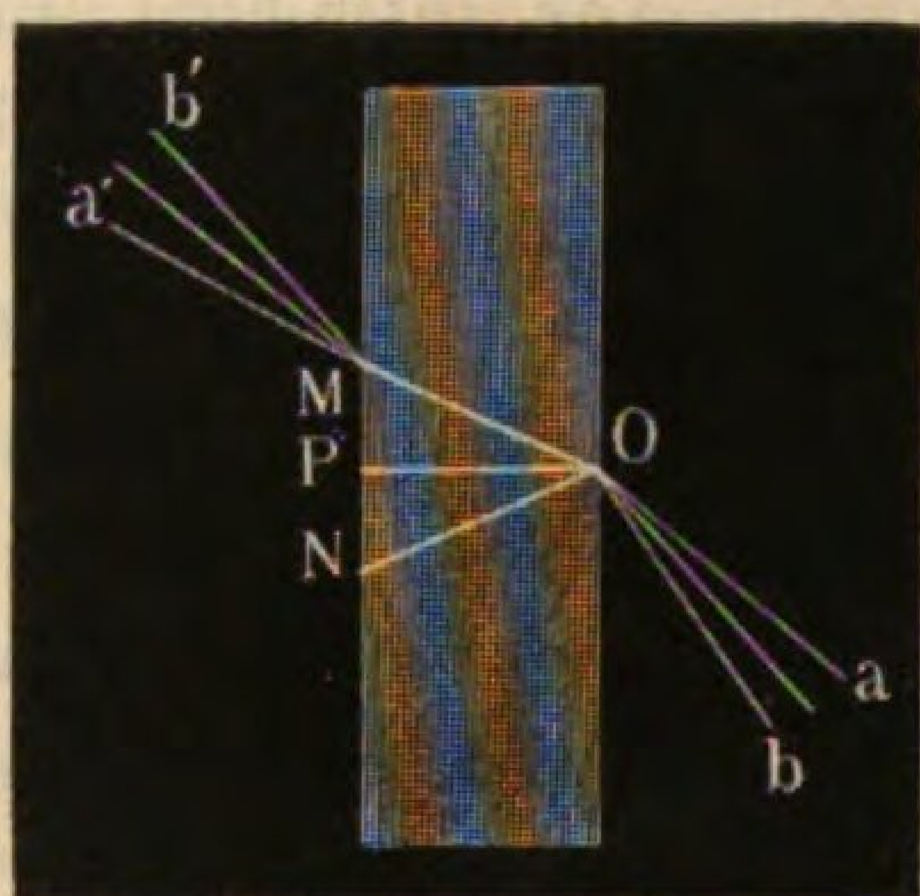


Fig. 767.



so daß ein conisches Strahlenbündel aO, bO auf die Oeffnung fallen konnte, dessen Strahlen nach OM gebrochen wurden, so erblickte man, nach der anderen Oeffnung in der gehörigen Richtung hinsehend, einen glänzenden Lichtring Fig. 767.

Beim Arragonit beträgt der Winkel, unter welchem die Strahlen des austretenden Strahlenkegels divergiren, ungefähr 3°.

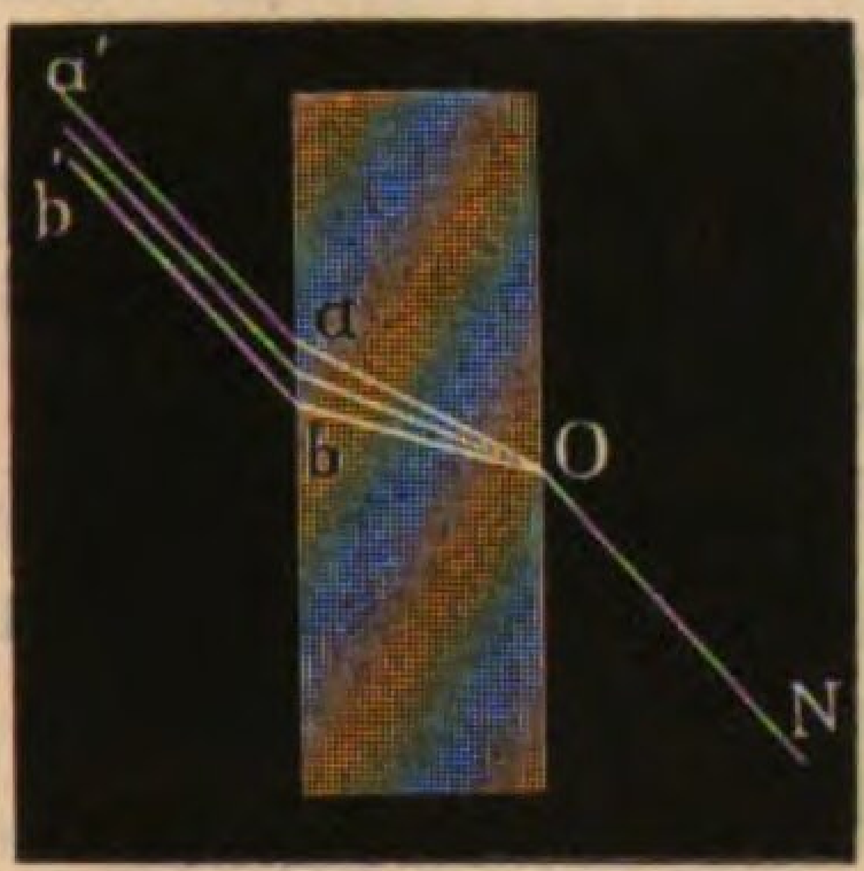
Hamilton nannte diese Art der conischen Brechung die äußere conische Refraction; aber noch eine zweite, ganz ähnliche Erscheinung sagte er vorher, welcher er den Namen der inneren conischen Refraction gab.

Eine Ebene, welche die beiden Theile der Wellenoberfläche zugleich berührt, eine Ebene also, welche rechtwinklig auf einer der optischen Axen des Krystalls steht, berührt die Wellenoberfläche nicht allein in den Punkten Q und T, Fig. 765, sondern in einer unendlichen Anzahl von Punkten, welche einen kleinen Berührungskreis bilden; zu der ebenen Welle RS gehören also nicht allein die beiden Strahlen MQ und MT, sondern unzählig viele, welche zusammen die Oberfläche eines Kegels bilden, dessen Basis jener kleine Berührungskreis ist. Einer der Strahlen dieses Kegels, nämlich MT, durchläuft den Krystall genau in der Richtung der optischen Axe. Die Spitze des Strahlenkegels bildet beim Arragonit einen Winkel von 1° 55′. Alle diese Strahlen treten nach derselben Richtung aus dem Krystalle aus.

Wenn also ein gewöhnlicher Lichtstrahl NO, Fig. 768, in einer solchen Richtung auf die Oberfläche eines zweiaxigen Krystalls fällt, daß ein Strahl nach der Richtung einer optischen Axe desselben gebrochen wird, so wird er beim Eintritte in den Krystall in einen Strahlenkegel getheilt, dessen Strahlen,

an der zweiten Oberfläche parallel mit ON austretend, einen hohlen Strahlencylinder bilden.

Fig. 768.



Auch die Existenz dieser inneren conischen Refraction fand Lloyd durch den Versuch bestätigt; diese Erscheinung läßt sich am leichtesten auf folgende Weise zeigen: Man steckt einen Arragonitkrystall, welcher senkrecht zu einer der beiden optischen Axen geschliffen ist, mit Hülfe eines Korkringes in eine Röhre, deren eines Ende durch eine ganz dünne Metallplatte (ein Stanniolblättchen) verschlossen ist, in welcher sich mehrere ganz feine Oeffnungen befinden; durch diese kleinen Oeffnungen können nun Lichtstrahlen in einer solchen Richtung auf den Krystall fallen, daß sich bei ihrer Brechung jener Strahlenkegel bildet und man von der anderen Seite, nach dem Krystalle hinsehend, kleine Lichtringe sieht, die sich alsbald in zwei Lichtpunkte verwandeln, sobald man das Auge nur etwas aus der richtigen Stellung entfernt. Um die Erscheinung deutlicher zu sehen, kann man an dem einen Ende der Röhre eine Linse anbringen.

Doppelte Brechung des zusammengedrückten Glases. Wir 286
haben bisher die wichtigsten Erscheinungen der doppelten Brechung in Krystallen betrachtet, in welchen die Ungleichheit der Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen eine Folge der krystallinischen Structur ist; allein auch in solchen Körpern, die sonst keine doppelte Brechung haben, läßt sich durch äußere Ursachen, etwa durch einen einseitigen Druck, durch eine ungleiche Erwärmung, eine solche Anordnung der Theilchen hervorbringen, daß die Elasticität des Aethers nicht mehr nach allen Richtungen dieselbe bleibt, daß sie also doppeltbrechend werden. Um diese wichtige Wahrheit nachzuweisen, hat Fresnel folgenden Versuch ausgesonnen.

Vier rechtwinklige Glasprismen, *a, b, c, d,* Fig. 769, welche einander vollkommen gleich sind, werden auf einer horizontalen Ebene mit denjenigen Flächen neben einander gelegt, welche dem rechten Winkel gegenüberliegen; von beiden Seiten legt man nun gegen die Enden Streifen von Kartenpapier und auf dieselben feste Stahlstreifen; dann werden die Prismen in einer passenden Zwenge durch einen Druck zusammengepreßt, welcher in der Richtung der Längenaxe der Prismen wirkt. Während nun die Theilchen der Glasprismen durch den starken Druck in einem gespannten Zustande erhalten werden, legt man drei rechtwinklige Glasprismen, *e, f, g,* in die durch die ersteren gebildeten Rinnen, setzt dann auch noch auf beiden Seiten zwei Prismen *h* und *k* von 45° an, um so ein Parallelepiped zu erhalten, dessen äußerste Seiten *s* und *s'* ein-

Fig. 769.



ander parallel sind; alle Prismen sind endlich zusammengekittet, um partielle Reflexionen an den verschiedenen Flächen zu vermeiden.

Sieht man durch dieses System hindurch, so daß die Lichtstrahlen an der Fläche *s* eintreten, bei *s'* aber nach dem Auge austreten, so erblickt man einen Visirpunkt, der ungefähr ein Meter weit vom Auge entfernt ist, doppelt, und zwar erscheinen die beiden Bilder ungefähr ein Millimeter weit und selbst noch weiter von einander entfernt. Die beiden Strahlen besitzen alle Eigenschaften von Strahlen, welche einen doppeltbrechenden Körper durchlaufen haben.

Bei der Betrachtung der Farbenerscheinungen, welche doppeltbrechende Körper im polarisirten Lichte zeigen, werden wir noch manche Erscheinung kennen lernen, welche von einer doppelten Brechung in nicht krystallisirten Körpern herrührt; wenn aber auch eine durch künstliche Mittel hervorgebrachte doppelte Brechung stark genug ist, um solche Farbenerscheinungen hervorzubringen, so ist sie doch in der Regel zu schwach, um direct beobachtet werden zu können.

287 **Interferenz polarisirter Lichtstrahlen.** Rechtwinklig zu einander polarisirte Lichtstrahlen können, wie Fresnel und Arago gezeigt haben, nicht interferiren, und daraus folgt, daß die Lichtvibrationen rechtwinklig zu der Richtung der Strahlen sind. Wenn man vor das Objectiv eines Fernrohres einen Schirm mit zwei Oeffnungen bringt, wenn man dann vor die Oeffnungen zwei vollkommen gleich dicke Turmalinplatten setzt, so fallen alle Interferenzstreifen weg, welche von der gegenseitigen Einwirkung beider Oeffnungen herrühren, wenn die Polarisationsebenen der Turmalinplatten gekreuzt sind; sie erscheinen aber wieder, wenn man sie parallel stellt.

Elftes Capitel.

Chromatische Polarisation
oder
die Farben doppeltbrechender Krystallplatten im polarisirten Lichte.

Farben dünner Gypsblättchen. Der natürliche Gyps findet sich 288 häufig in großen durchsichtigen Krystallen, die nach einer Richtung hin so vollkommen spaltbar sind, daß man leicht ganz dünne Blättchen abspalten kann; ganz besonders kommt diese Eigenschaft derjenigen Varietät zu, welche auf dem Montmartre bei Paris gefunden wird, obgleich gerade diese Krystalle nicht von regelmäßigen Flächen begränzt sind.

Bringt man ein durch Spaltung erhaltenes recht dünnes Gypsblättchen zwischen die beiden Spiegel eines Polarisationsapparates, so wird es mehr oder weniger brillant gefärbt erscheinen. Je nachdem man das Gypsblättchen selbst oder den Zerlegungsspiegel des Apparates dreht, ändert sich entweder die Intensität der Färbung, oder auch die Färbung selbst.

Ganz besonders eignet sich zu diesen Versuchen der schon oben (S. 642) beschriebene Nörremberg'sche Polarisationsapparat. Man braucht das Gypsblättchen, welches nicht über 0,3 Millimeter dick sein darf, nur auf das mittlere Tischchen zu legen, um es im oberen Spiegel oder durch irgend einen anderen Zerleger gefärbt zu sehen.

Wir wollen zuerst den Fall betrachten, daß die beiden Spiegel des Apparates gekreuzt sind, daß also das Gesichtsfeld ohne das Gypsblättchen dunkel erscheint. Schiebt man das Gypsblättchen in den Apparat ein, so erscheint es farbig auf dunklem Grunde; doch wird man bald sehen, daß die Lebhaftigkeit der Färbung nicht für alle Lagen des Gypsblättchens dieselbe ist.

Hat man das Gypsblättchen auf das Tischchen gelegt, so braucht man dasselbe nur in seiner Ebene, also um eine verticale Axe zu drehen, so wird die Färbung des Blättchens bald lebhafter werden, bald an Intensität abnehmen

und man wird leicht eine bestimmte Stellung ermitteln können, bei welcher das Blättchen selbst ganz so dunkel erscheint wie der Grund, eine Lage also, in welcher das Gypsblättchen gar keine sichtbare Wirkung auf die durchgehenden Strahlen hervorbringt.

Wir wollen nun diese Lage näher bestimmen. Die Gypskrystalle sind, wie eben erwähnt wurde, nach einer Richtung vollkommen spaltbar, sie besitzen aber nach zwei anderen Richtungen noch eine unvollkommene Spaltbarkeit. Es stelle Fig. 770 ein von einem Gypskrystall vom Montmartre abgespaltenes Blättchen dar, so wird man finden, daß es parallel mit den Linien *aa* und

Fig. 770.

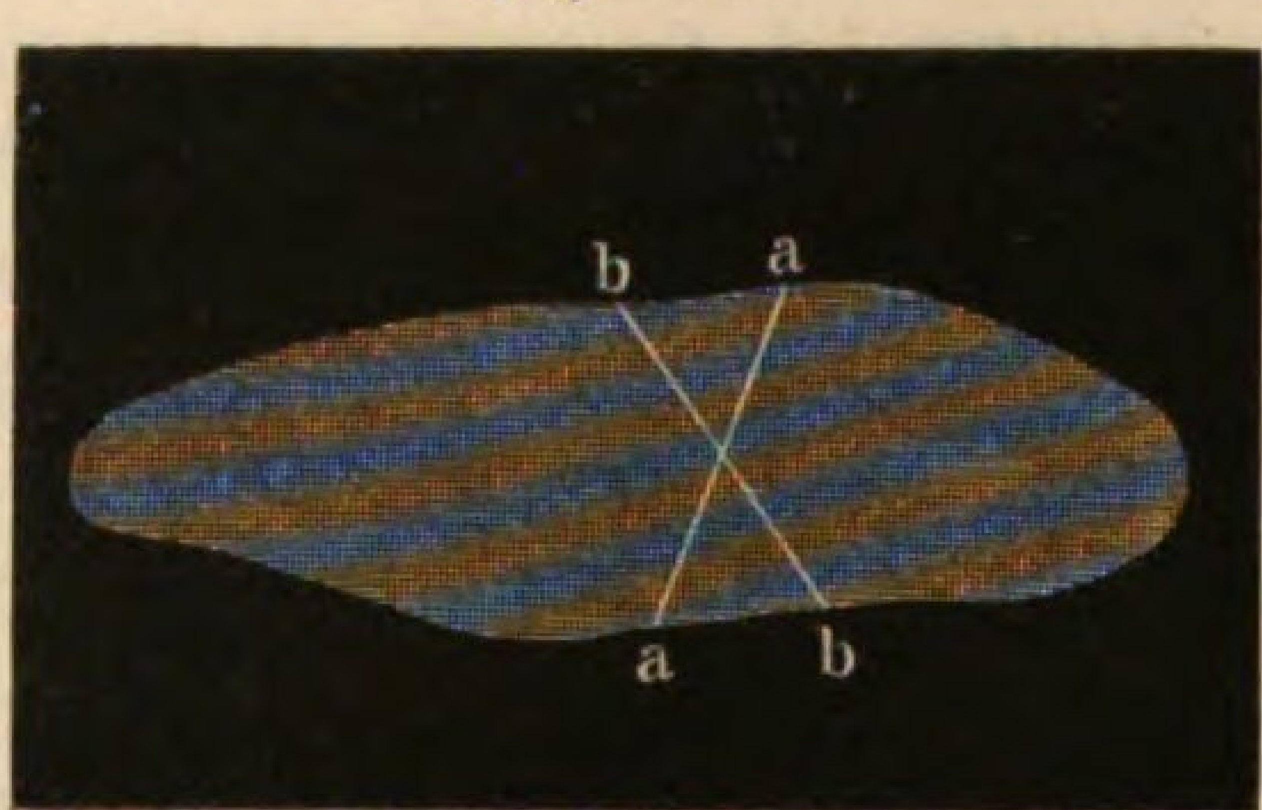
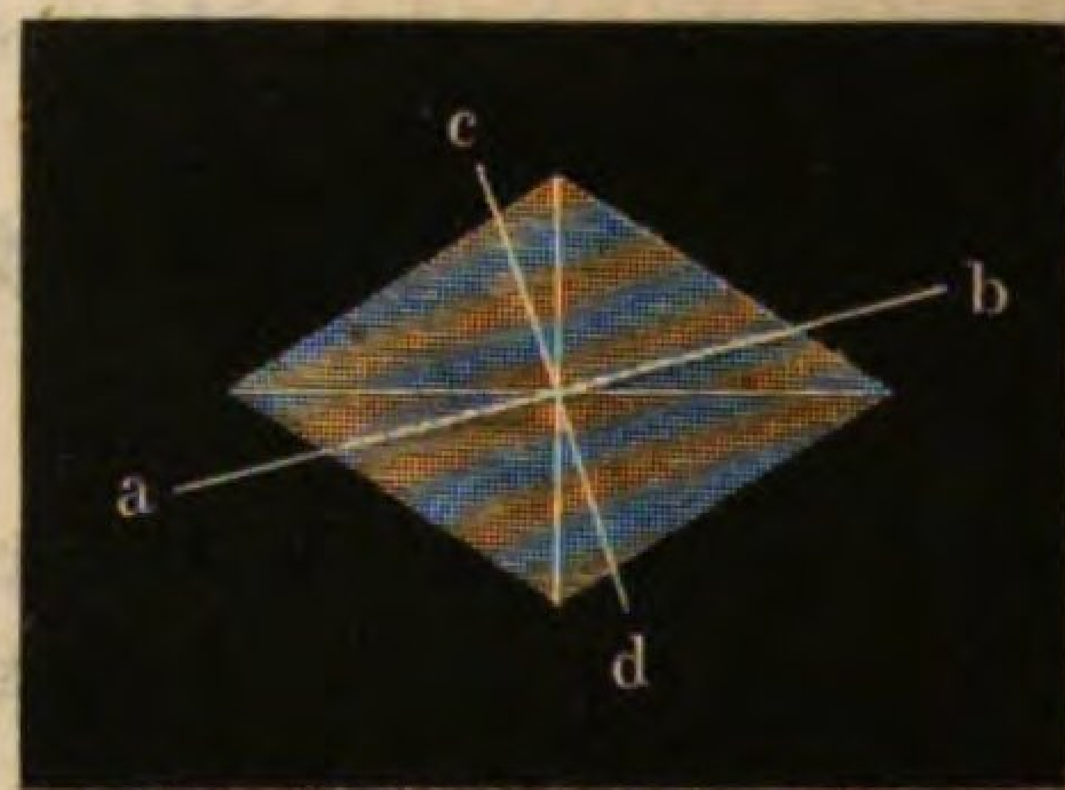


Fig. 771.



bb theilbar ist; und man kann demnach aus einem solchen Gypsblättchen leicht ein Stückchen in Form eines Parallelogramms, Fig. 771, herausspalten. Bringt man nun ein solches Parallelogramm in den Apparat, so findet man, daß das Gypsblättchen durchaus keine Wirkung hervorbringt, wenn eine Linie *ab*, Fig. 771, die mit der Halbirungslinie des spitzen Winkels des Blättchens einen Winkel von nahe 20° macht, mit der Polarisationsebene des unteren Spiegels zusammenfällt, oder darauf rechtwinklig steht. In jeder anderen Lage erscheint es gefärbt, und zwar am lebhaftesten, wenn *ab* einen Winkel von 45° mit der Reflexionsebene des unteren Spiegels macht.

Wenn das Gypsblättchen vollkommen ebene Oberflächen hat, so erscheint es im Polarisationsapparate einfarbig; ist aber die Oberfläche unrein, d. h. sind beim Abspalten Splitter darauf hängen geblieben, so erscheint das Blättchen an verschiedenen Stellen verschieden gefärbt, woraus hervorgeht, daß die Färbung des Gypsblättchens von seiner Dicke abhängt.

Weil ein einzelnes Gypsblättchen gar zerbrechlich ist, muß man darauf denken, es auf eine passende Art aufzubewahren. Das Zweckmäßigste möchte wohl sein, das Blättchen mittelst canadischen Balsams zwischen zwei Glasplatten zu kitten. Einige so gefaßte bunte Gypsblättchen (d. h. solche, die wegen der nicht ganz vollkommenen Oberfläche im Apparate mehrfarbig erscheinen), mehrere ebenso gefaßte einfarbige Blättchen, von denen zwei genau dieselbe Farbe (also genau dieselbe Dicke) haben müssen, sind nöthig, um alle hierher gehörigen Erscheinungen vollständig und bequem zu studiren. Zur Completirung dieser Präparate gehört noch eine keilförmig geschliffene Gypsplatte. Wie erwähnt, hängt die Farbe der Blättchen von ihrer Dicke ab; wenn also ein Gypsblättchen keilförmig zugeschliffen ist, so daß es an dem einen Ende gleichsam mit einer

Schneide endigt, so wird ein solches Blättchen alle die Farben in regelmäßiger Aufeinanderfolge zeigen, welche den verschiedenen Dicken zukommen.

Auch mit einaxigen Krystallblättchen, die parallel mit der Axe geschliffen und hinlänglich dünn sind, sowie mit Blättchen von zweiaxigen Krystallen, deren Oberflächen parallel mit der Ebene der optischen Axen sind, lassen sich dieselben Versuche anstellen; nur eignen sich die Gypsblättchen der leichten Spaltbarkeit dieses Minerals wegen ganz besonders dazu. Statt der keilförmigen Gypsplatte kann man sehr gut eine parallel mit der Axe keilförmig zugeschliffene Quarzplatte anwenden.

Diese Farbenerscheinungen rühren nun von der Interferenz polarisirter Strahlen her. Der Gyps ist ein zweiaxiger Krystall, dessen optische Axen in der Ebene unserer Blättchen liegen; ein jeder Lichtstrahl also, welcher ein solches Blättchen trifft, wird in zwei gespalten, welche rechtwinklig zu einander polarisirt sind, die aber, wenn die einfallenden Strahlen rechtwinklig auf das Blättchen fallen, dasselbe in gleicher Richtung durchlaufen. Die Vibrationen, welche den einen Strahl im Krystalle fortpflanzen, sind parallel mit der Linie *ab*, Fig. 771, die Vibrationen des anderen Strahles hingegen sind parallel mit *cd*.

Legt man nun das Gypsblättchen so zwischen die gekreuzten Spiegel, daß die Linie *ab*, Fig 771, mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels zusammenfällt, so kann der einfallende Strahl offenbar nur Schwingungen nach *ab* im Krystalle hervorrufen, nicht aber nach *cd*, eben weil die Schwingungsrichtung *cd* auf der Schwingungsrichtung der einfallenden Strahlen rechtwinklig steht. In diesem Falle pflanzt sich in der That nur ein polarisirter Strahl durch den Krystall fort, der nach *ab* schwingende; und da der obere Spiegel diese Schwingungen nicht reflectirt, so muß das Gypsblättchen bei dieser Lage dunkel erscheinen.

Ebenso erklärt sich auch, daß das Gypsblättchen dunkel bleibt, wenn die Linie *cd*, Fig. 771, mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels zusammenfällt.

Gehen wir nun zu dem Falle über, in welchem die lebhaftesten Farben erscheinen, nämlich zu dem Falle, daß jede der Linien *ab* und *cd* einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels macht. Um die Erscheinung in ihrer größten Einfachheit kennen zu lernen, muß man statt des weißen Lichtes einfarbiges anwenden. Man erreicht diesen Zweck am leichtesten dadurch, daß man durch eine Platte rothen Glases sieht. Dieses Roth ist zwar nicht vollkommen, doch sehr nahe homogen.

Diejenigen Gypsblättchen nun, welche ohne das rothe Glas roth erscheinen, werden, durch das rothe Glas gesehen, hell auf dunklem Grunde stehen; alle die Blättchen hingegen, welche eine andere Farbe haben, erscheinen, durch das rothe Glas gesehen, weniger hell, die grünen am dunkelsten.

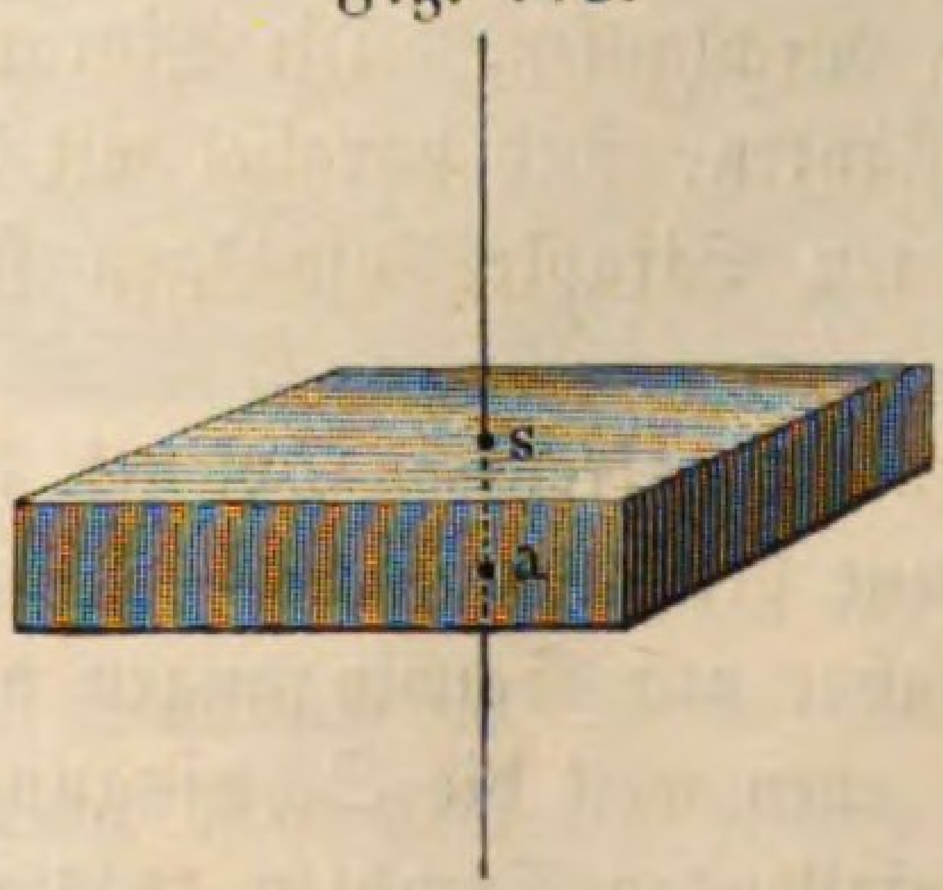
Nehmen wir statt der einfarbigen Blättchen bunte, so erscheinen diese gefleckt; diejenigen Stellen sind die hellsten, die im weißen Lichte roth erscheinen, am dunkelsten aber sind die sonst grünen Stellen. Am vollständigsten

sieht man die Erscheinung in der keilförmig zugeschliffenen Platte; durch das rothe Glas gesehen, bemerkt man abwechselnd helle (rothe) und dunkle Streifen.

Dies Alles läßt sich kurz so zusammenfassen. Wenn ein Gypsblättchen so zwischen die gekreuzten Spiegel des Polarisationsapparates gelegt wird, daß der Winkel der Schwingungsebenen *ab* und *cd*, Fig. 771, durch die Schwingungsebene der einfallenden Strahlen halbirt wird, so erscheint bei Anwendung von homogenem Lichte das Blättchen bald hell, bald dunkel, je nachdem seine Dicke sich ändert. Ersteres ist der Fall, wenn der eine Strahl im Gypsblättchen dem anderen um ein ungerades, letzteres, wenn er um ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge vorausgeeilt ist, wie sich aus folgender Betrachtung ergiebt.

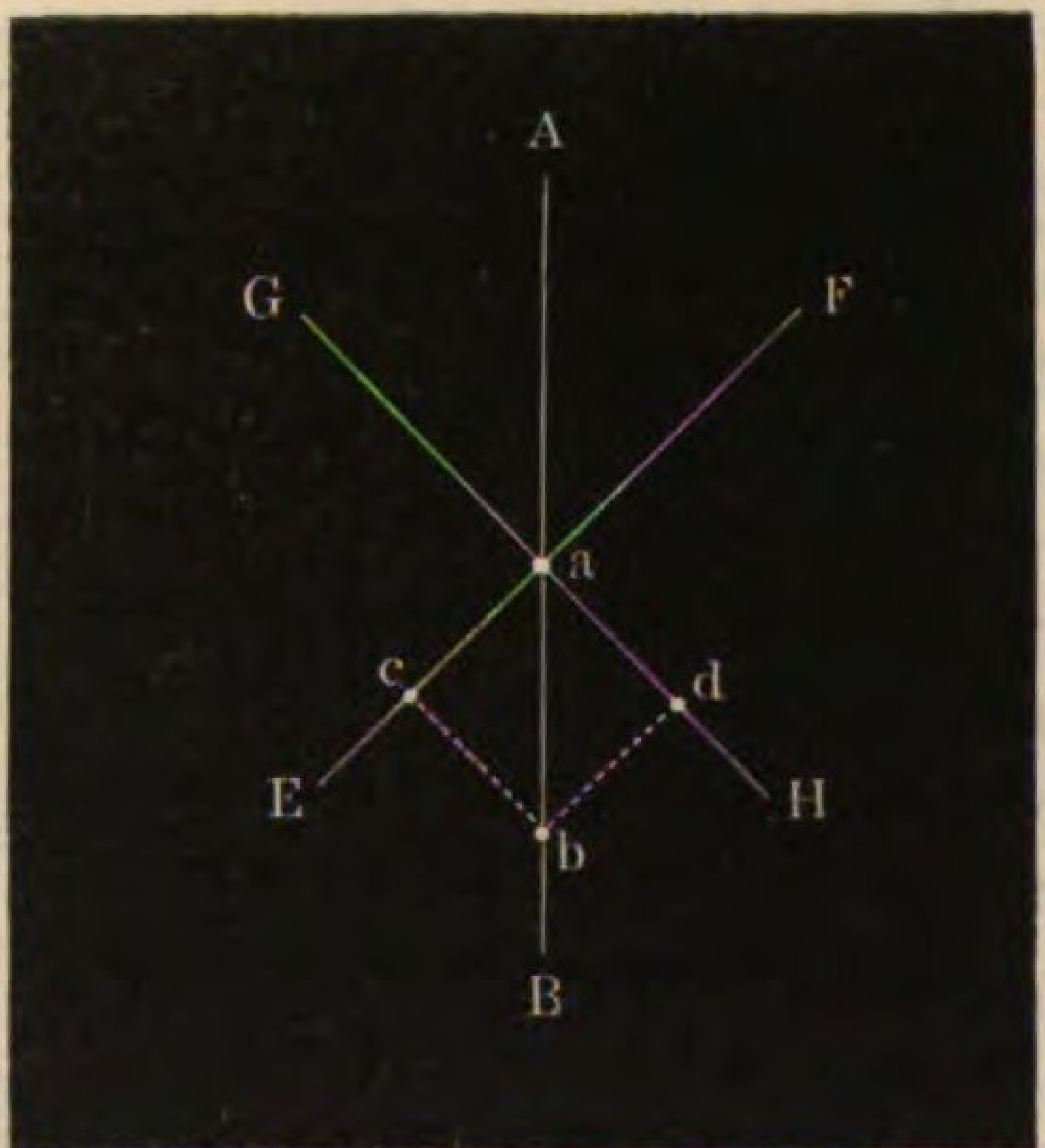
Es stelle Fig. 772 in stark vergrößertem Maaßstabe das Gypsblättchen perspectivisch dar. Der von unten kommende polarisirte Strahl trifft die Platte in *a*; die beiden Strahlen, in welche der einfallende Strahl durch die doppelte Brechung des Gypses gebrochen wird, durchlaufen das Blättchen in gleicher Richtung, um bei *s* wieder auszutreten. — Zunächst haben wir nun zu untersuchen, wie die Vibrationen des einfallenden Strahles beim Eintritt in die Krystallplatte zerlegt, sodann aber wie nach dem Austritt aus der Platte die Schwingungen des ordinären und extraordinären Strahles auf die Schwingungsebene des Zerlegungsspiegels reducirt werden.

Fig. 772.



In Fig. 773 stelle die Ebene des Papiers die Ebene der unteren Fläche des Gypsblättchens dar. Die Richtung der einfallenden Strahlen erscheint in *a* zum Punkt, die Schwingungsebene derselben erscheint in *AB* zur Linie verkürzt. *EF* und *GH* stellen die zur Linie verkürzten Schwingungsebenen des ordinären und des extraordinären Strahles dar, welche, wie wir annehmen, mit *AB* einen Winkel von 45° machen.

Fig. 773.

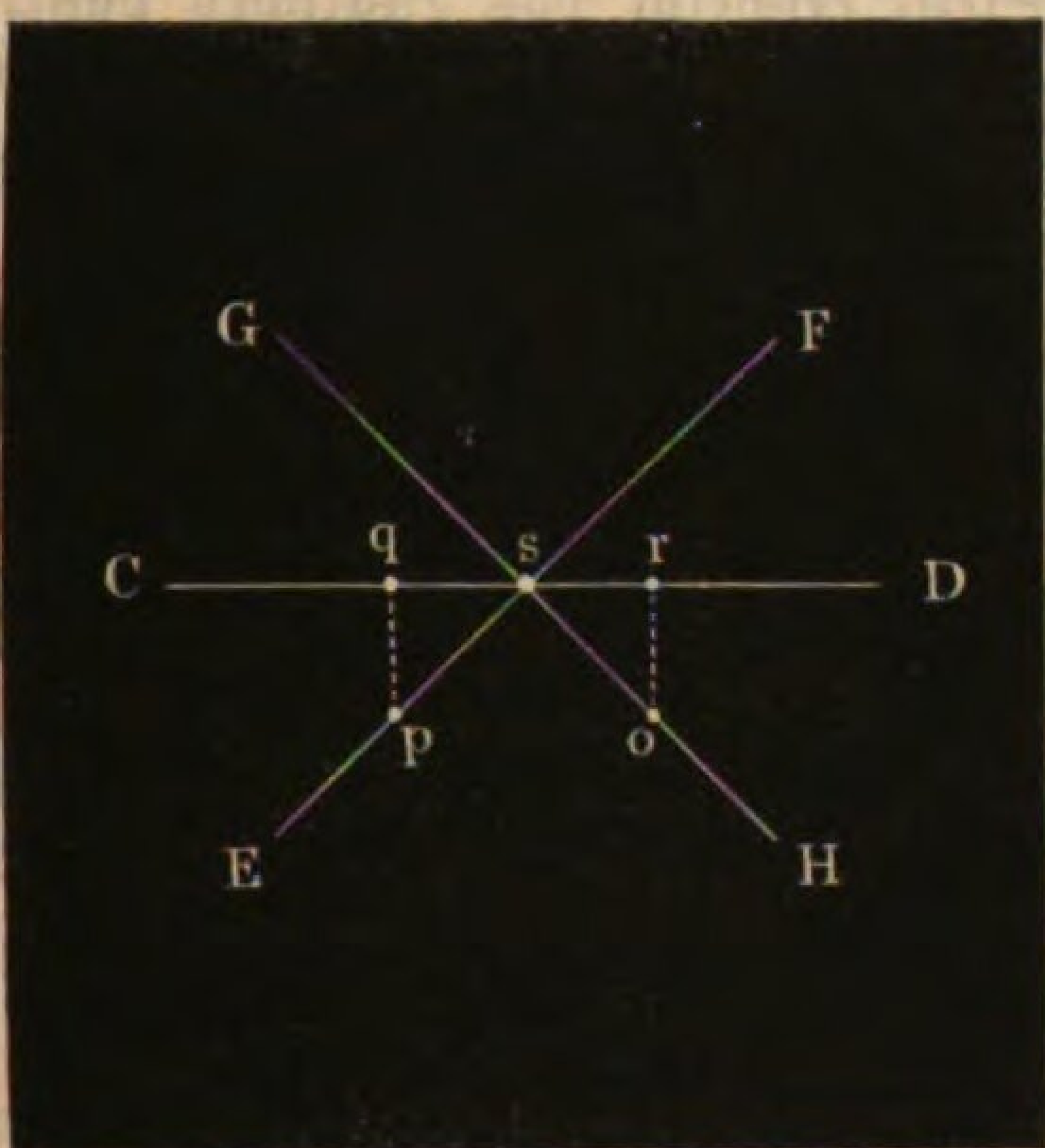


Ist nun ferner *ab* die Vibrationsintensität des einfallenden polarisirten Strahles, so sind *ac* und *ad* die Vibrationsintensitäten der beiden Strahlen, in welche er sich beim Eintritt in den Krystall theilt, und mit welchen die beiden Strahlen bei *s*, Fig. 772, aus dem Plättchen austreten.

Nehmen wir nun an, daß auf dem

Wege des in der Ebene *EF* vibrirenden Strahles zwischen dem Eintrittspunkte *a*, Fig. 772, und dem Austrittspunkte *s* gerade *n* Wellenlängen liegen, so wird, wenn *n* eine ganze Zahl bezeichnet, der Punkt *s* für dieses Wellensystem sich mit *a* in gleichem Schwingungszustande befinden; ein bei *s* liegendes Aetherthellchen wird also in demselben Augenblicke nach *sp*, Fig. 774 (welche die obere Fläche des Gypsblättchens in gleicher Weise dargestellt, wie Fig. 773 die untere) getrieben, in welchem ein Aethertheilchen bei *a* nach *ac* geht; die Vibration *sp* erzeugt aber, auf die Schwingungsrichtung *CD* des Zerlegungsspiegels reducirt, die Schwingung *sq*.

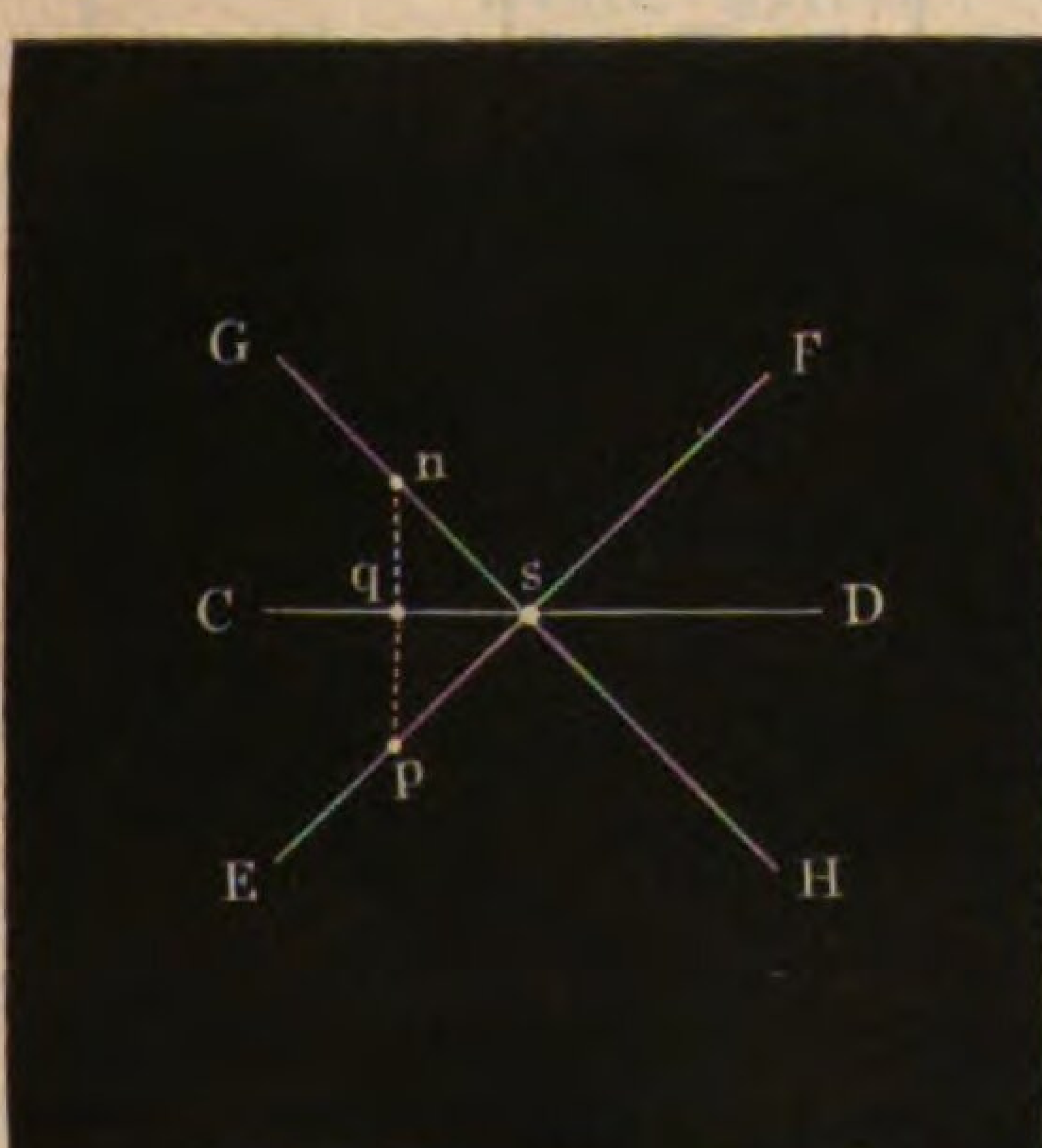
Fig. 774.



Verfolgt man in gleicher Weise den in der Ebene *GH* vibrirenden Strahl, so ergiebt sich, daß, wenn für diesen Strahl auf dem Wege von *a* bis *s* $n + 1$ oder $n + 2$ u. s. w. Wellenlängen liegen, daß alsdann durch dieses Wellensystem das Aethertheilchen in *s* nach Reduction auf die Schwingungsebene *CD* in demselben Momente von *s* nach *r*, Fig. 774, getrieben wird, in welchem es durch das andere Wellensystem in gleicher Stärke nach der entgegengesetzten Seite afficirt ist; das eine Wellensystem wird also, nach der Reduction auf die Schwingungsebene *CD* des Zerlegungsspiegels, das andere vollständig aufheben.

Ein Gypsblättchen wird also in der angegebenen Lage zwischen den gekreuzten Spiegeln dunkel erscheinen, wenn der eine Strahl im Krystall dem anderen um eine ganze Anzahl von Wellenlängen vorausgeeilt ist.

Fig. 775.



Beträgt das Vorauseilen des einen Strahles vor dem anderen ein ungerades Vielfaches von $^1/_2$, so wird das Aethertheilchen *s* durch das eine der austretenden Wellensysteme in demselben Augenblicke nach *n*, Fig. 775, getrieben, in welchem es mit gleicher Stärke durch das andere Wellensystem nach *sp* afficirt ist; nach der Reduction auf der Schwingungsebene des Zerlegungsspiegels wird also das Aethertheilchen *s* durch jeden der beiden Strahlen mit der Vibrationsintensität *sq* nach derselben Seite getrieben. Für diesen Fall unterstützt also der eine Strahl die Wirkung des anderen.

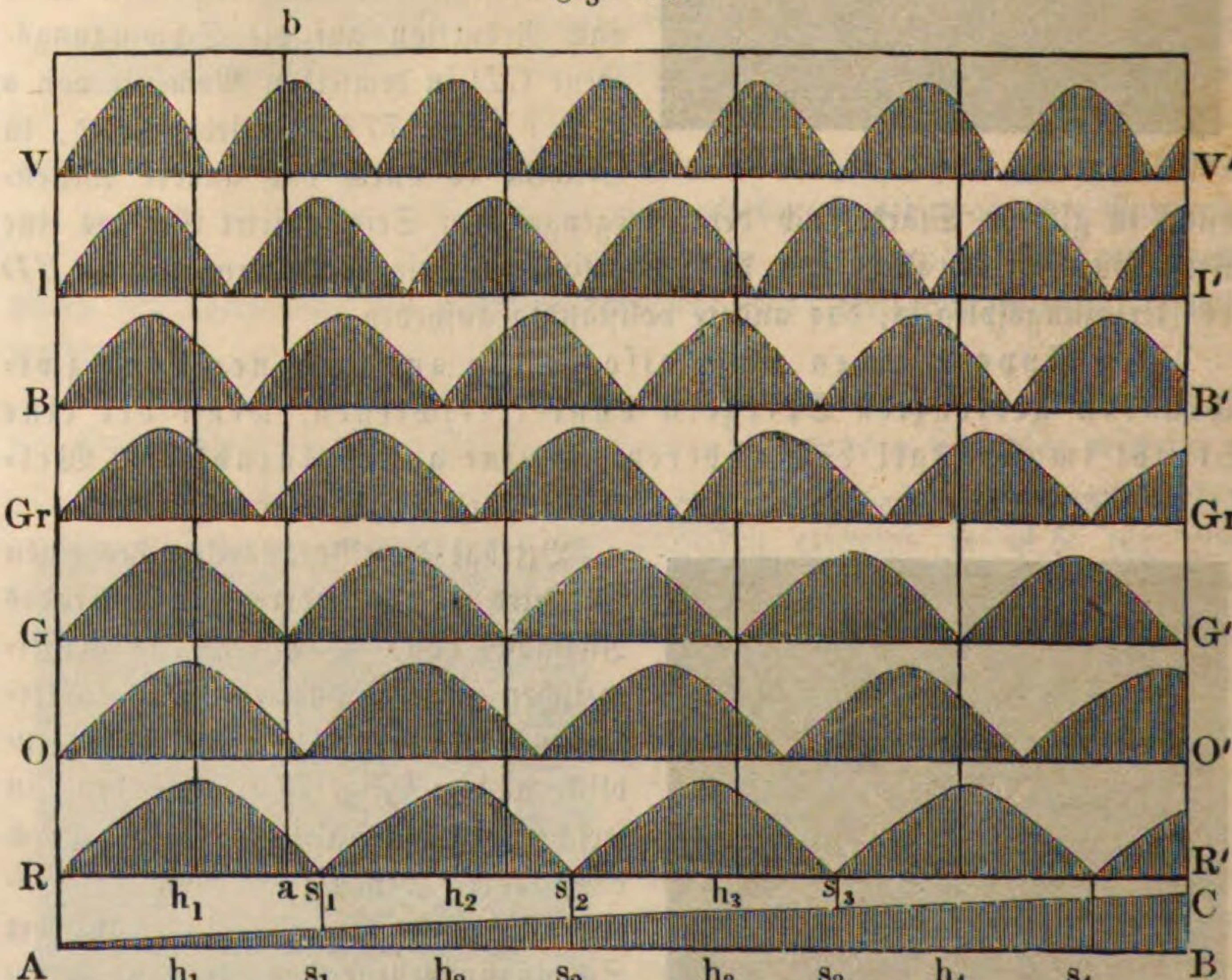
Ein Gypsblättchen wird also in der angegebenen Lage zwischen den gekreuzten Spiegeln hell erscheinen, wenn der eine Strahl im Krystall dem anderen um ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge vorausgeeilt ist.

Nach diesen Auseinandersetzungen wollen wir nun wieder zur Betrachtung der keilförmig geschliffenen Gypsplatte zurückkehren, welche, in der gehörigen Lage zwischen die gekreuzten Spiegel gebracht, abwechselnd helle und dunkle Streifen zeigt; an der dünnsten Stelle erscheint das Blättchen dunkel, an dem zunächst folgenden dunklen Streifen ist die Dicke des Blättchens so groß, daß ein Strahl dem anderen um eine Wellenlänge vorauseilt; an den nun folgenden dunklen Streifen ist die Dicke des Blättchens der Reihe nach die doppelte, dreifache, vierfache. An den hellen Stellen ist der eine Strahl dem anderen um ein ungerades Vielfaches von $1/2$ Wellenlänge vorausgeeilt.

An der Stelle des ersten dunklen Streifens (für rothes Licht) beträgt die Dicke des Gypsblättchens 0,078, an der Stelle des zweiten 0,157 Millimeter.

Stellt in Fig. 776 *ABC* die keilförmige Platte dar, sind s_1, s_2 u. s. w.

Fig. 776.



die Stellen, an welchen sich die auf einander folgenden dunklen Streifen für rothes Licht befinden, so ist die Entfernung $Rs_1 = s_1 s_2 = s_2 s_3$ u. s. w.; es läßt sich also das Gesetz, nach welchem die Lichtstärke bei Anwendung von rothem Lichte mit wachsender Dicke des Blättchens ab- und zunimmt, gerade so

graphisch darstellen, wie wir es schon oben bei der Entwickelung der Gesetze der Newton'schen Ringe gesehen haben.

Da die Wellenlängen für violettes Licht kürzer sind als für rothes, so wird auch nicht die Stelle der keilförmigen Platte den ersten dunklen Streifen für violettes Licht zeigen, deren Dicke 0,078^{mm} ist, sondern eine andere, deren Dicke in demselben Verhältnisse geringer ist, in welchem die violetten Lichtwellen kürzer sind, also eine Stelle, deren Dicke 0,078 $\times$ 0,68^{mm} beträgt. In demselben Verhältnisse werden also auch die dunklen Streifen für violettes Licht näher zusammenrücken, in demselben Verhältnisse wird auch bei der Construction der Intensitätscurve für violettes Licht die Entfernung von einem Minimum zum anderen kleiner werden müssen.

Dasselbe gilt auch für die anderen Farben; kurz, man sieht, daß hier genau dieselben Verhältnisse stattfinden, wie bei den Farben dünner Schichten, daß Fig. 776 und Tab. VIII., welche uns gedient haben, um die Newton'schen Farbenringe zu erklären, auch dienen können, um zu ermitteln, welche Färbung ein Gypsblättchen von gegebener Dicke zwischen den gekreuzten Spiegeln des Apparates im weißen Lichte zeigen wird, kurz, daß die Farben dünner Schichten mit den Farben, welche dünne Krystallblättchen im polarisirten Lichte zeigen, identisch sind.

In der folgenden Tabelle ist angegeben, wie dick die Gypsblättchen sein müssen, wenn sie zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates die verschiedenen Farben der drei ersten Ordnungen zeigen sollen.

Erste Ordnung.	
Bläulich-Weiß	0,027^{mm}
Gelblich-Braun	0,037
Roth	0,044
Zweite Ordnung.	
Dunkel-Purpur	0,065
Blau	0,085
Gelb	0,102
Roth	0,116
Dritte Ordnung.	
Purpur	0,132
Blau	0,142
Grün	0,157
Roth	0,178

Daß die Farben der Gypsblättchen wirklich so zusammengesetzt sind, wie es die Theorie angiebt, läßt sich dadurch zeigen, daß man sie mit dem Prisma analysirt; dazu ist besonders folgende Methode geeignet:

Man erzeuge nach der auf Seite 490 angegebenen Weise auf einem Pa-

pierschirm ein Spectrum, und bringe dann ein zwischen zwei Nicol'schen Prismen befindliches Gypsblättchen dicht bei der Spalte an, durch welche das Licht in das dunkle Zimmer eindringt.

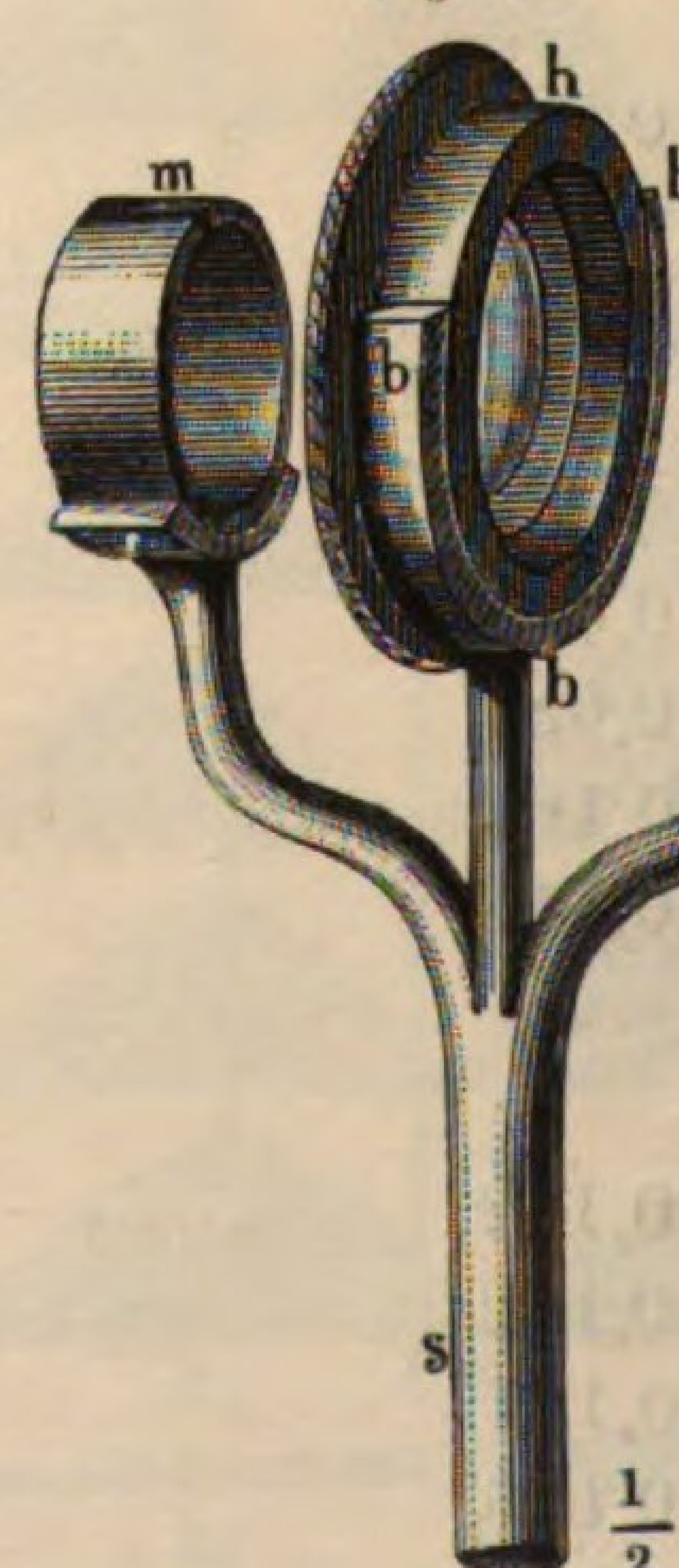
Sind die beiden Nicol'schen Prismen gekreuzt und ist ein Gypsblättchen eingelegt, welches Violett (Dunkelpurpur) der zweiten Ordnung zeigt, so ist das Licht, welches auf das Prisma fällt, das Dunkelpurpur der zweiten Ordnung, und es erscheint ein dunkler Streifen im Gelb des Spectrums; ist das Gypsblättchen roth der dritten Ordnung, so erscheint ein dunkler Streifen im Blau, für Grün vierter Ordnung ein dunkler Streifen im Blau, und ein zweiter an der Gränze zwischen Roth und Orange, wie Nr. 6 auf Tab. III. zeigt. (Vergl. Nr. 12, Tab. VIII.)

Je dicker die Gypsblättchen sind, um so mehr dunkle Streifen erscheinen im Spectrum, zugleich aber wird die Farbe der Blättchen immer unscheinbarer; ein Blättchen, welches drei dunkle Streifen zeigt, ist schon fast ganz weiß. Wenn die Gypsblättchen dick genug sind, so ist die Zahl der Streifen sehr groß und die Streifen selbst sind alsdann sehr fein.

Die beiden letzten Spectra auf Tab. III. sind solche auf die erwähnte Weise durch etwas dickere Gypsblättchen erzeugte. In dem einen treten 5, im anderen treten 11 dunkle Streifen auf. Statt der dickeren Gypsblättchen wendet man auch Quarzplatten an, die parallel mit der Axe geschnitten sind.

Fig. 777 stellt eine Vorrichtung dar, welche dazu dient, um bei Anstellung des eben besprochenen Versuches die Gypsblättchen leicht zwischen die Nicols, und mit diesen vor die Spalte des Ladens setzen zu können. Die Gypsblättchen sind mittelst canadischen Balsams zwischen zwei runde Glasplatten gekittet, welche in einer hölzernen Hülse *h* befestigt werden. Diese Hülse wird in den etwas federnden Messingbügel *b* eingesteckt, der etwas mehr als einen Halbkreis umfaßt. Man kann die Hülse *h* beliebig in ihrer Ebene umdrehen. Der Bügel *b* ist auf einem Messingstäbchen befestigt, welches zu beiden Seiten noch die Messinghülsen *m* und *m'* trägt, die zur Aufnahme der Nicol'schen Prismen dienen. Das Stäbchen *s*, welches die ganze Vorrichtung trägt, wird auf ein passendes Stativ gesteckt und dann dicht bei der Spalte aufgestellt, welche das Licht in das dunkle Zimmer eindringen läßt.

Fig. 777.



Albert hat diesem Apparat eine zweckmäßigere Form gegeben, welche Fig. 778 bis Fig. 780 abgebildet ist. *A* und *B* Fig. 778 sind die Messing-

hülsen, welche zur Aufnahme der Nicol'schen Prismen dienen, von welchen unsere Figur nur eines zeigt. — Zwischen zwei auf die Bodenplatte aufgeschraubte Messingschienen wird der Fig. 779 dargestellte Träger der Gypsblättchen eingeschoben. Fig. 780 endlich stellt die in den Metallbügel *bbb*

Fig. 778.

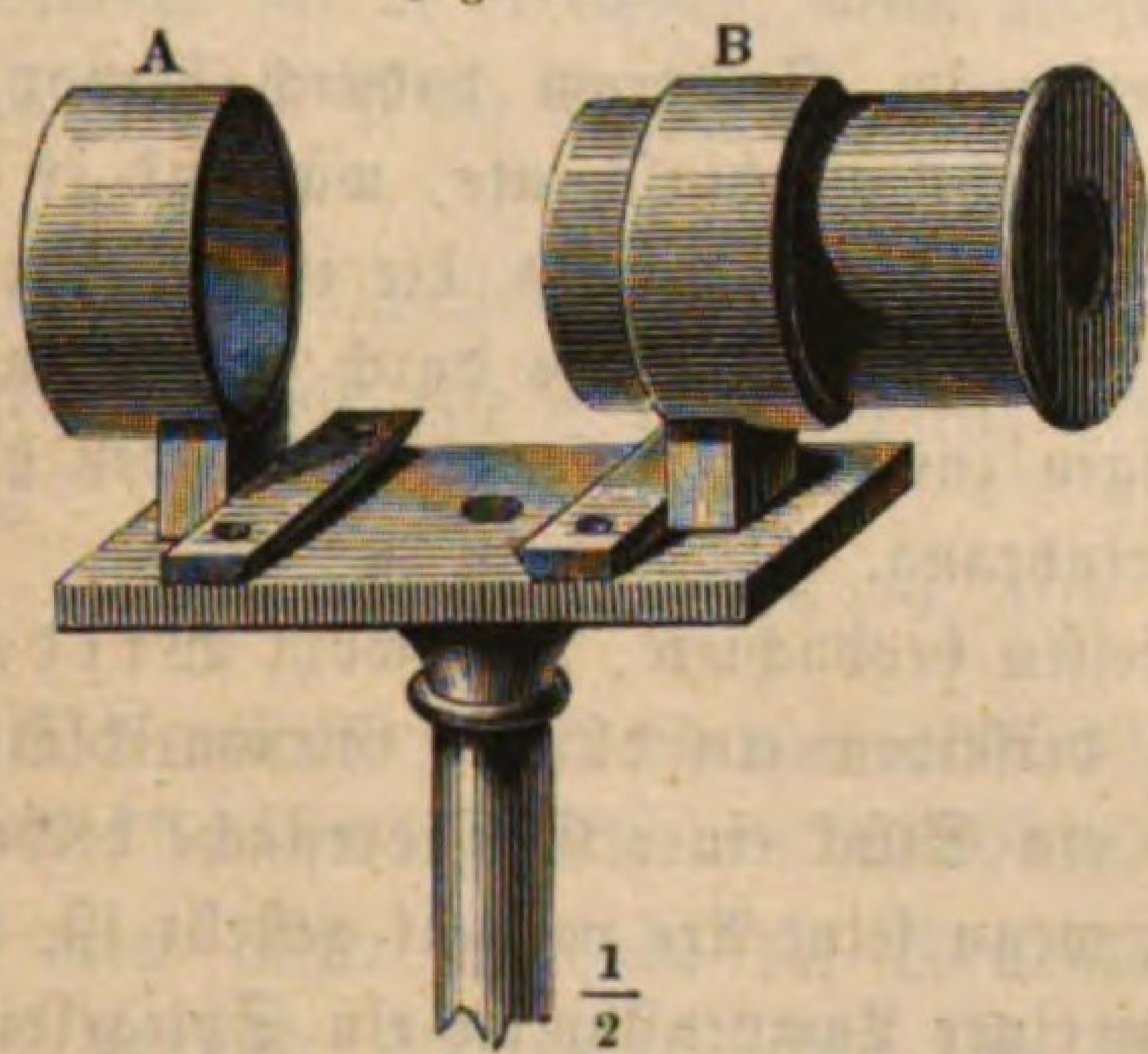


Fig. 779.

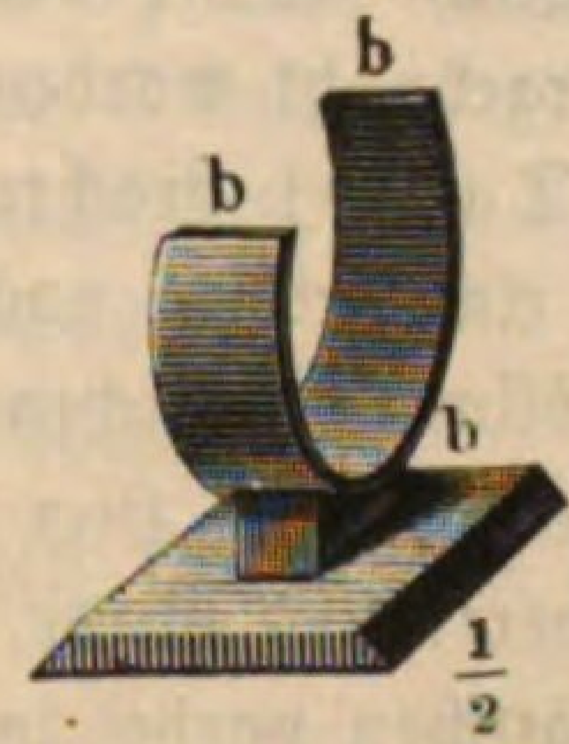
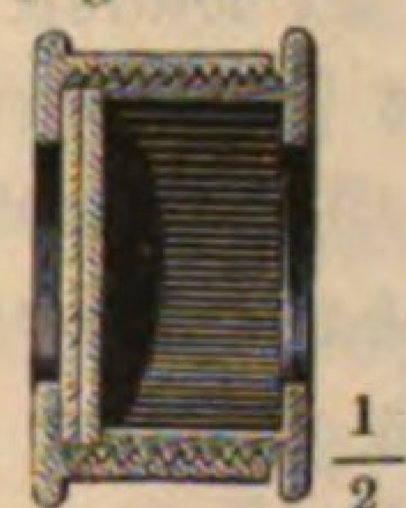


Fig. 780.



einzusteckende Hülse dar, welche zur Aufnahme des zwischen Glasplatten gefaßten Gypsblättchens dient.

So sind denn die Farbenerscheinungen der Gypsblättchen zwischen den gekreuzten Spiegeln vollständig erklärt, wenn die Schwingungsebenen im Gypsblättchen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Spiegel machen. Wenn nun die Spiegel gekreuzt bleiben, das Gypsblättchen aber eine andere Lage erhält, so wird die Färbung nicht ihrer Art, sondern nur ihrer Intensität nach verändert, d. h. die Färbung bleibt dieselbe, sie nimmt nur an Lichtstärke um so mehr ab, je mehr die Schwingungsebenen im Krystallblättchen sich den Schwingungsebenen der Spiegel nähern.

Aus dem, was oben, Seite 654, gesagt worden ist, geht hervor, daß die Vibrationsintensität der Wellensysteme, welche die beiden Strahlen im Gypsblättchen nach der Zerlegung durch den oberen Spiegel liefern, am größten sein wird, wenn die Schwingungsebenen im Gypsblättchen den Winkel halbiren, welchen die Schwingungsebenen der beiden Spiegel mit einander machen; je mehr sich aber die Schwingungsebenen im Gypsblättchen den Schwingungsebenen der Polarisationsspiegel nähern, desto geringer wird die Vibrationsintensität des Strahlenbündels, welches jeder der beiden Strahlen im Gypsblättchen nach der Zerlegung durch den oberen Spiegel liefert; wenn aber die Intensität der interferirenden Strahlenbündel geringer wird, so muß auch die Intensität der Färbung geringer werden, welche durch die Interferenz hervorgebracht wird; ja das Gypsblättchen muß, wie wir schon gesehen haben, ganz dunkel erscheinen, wenn die Schwingungsebenen der beiden Strahlen im Blättchen mit den Schwingungsebenen der beiden Spiegel ganz zusammenfallen.

289 **Die Talbot'schen Linien.** Wir haben im vorigen Paragraphen gesehen, daß die prismatische Zerlegung von Interferenzfarben höherer Ordnung ein Spectrum liefert, welches mit dunklen Linien durchzogen ist, deren Anzahl wächst, wenn der Gangunterschied der beiden interferirenden Lichtbündel größer wird. Solche Streifen wollen wir Talbot'sche Linien nennen, gleichgültig, auf welche Weise der Gangunterschied der beiden interferirenden Lichtbündel hervorgebracht worden ist.

Talbot brachte solche Streifen im Spectrum dadurch hervor, daß er durch ein Prisma nach einer feinen Lichtlinie hinschaute, während er ein dünnes Glimmerblättchen so vor das Auge hielt, daß es die eine Hälfte der Pupille verdeckte. Hier kommt das Lichtbündel, welches durch das Glimmerblättchen verzögert wurde, mit demjenigen zur Interferenz, welches neben dem Glimmerblättchen vorbei in das Auge eindrang.

Der Erste, welcher solche Streifen beobachtete, mag wohl Wrede gewesen sein. Er wandte zur Erzeugung derselben ein dünnes Glimmerblättchen an, welches so gebogen wurde, daß es ein Stück einer Cylinderfläche bildete. Ein solcher Glimmercylinder wird nun, wenn seine Axe vertical gestellt ist, von einer benachbarten Lichtquelle, etwa von einer Lampenflamme ein Spiegelbild geben, welches als eine feine verticale Lichtlinie erscheint. Diese Lichtlinie ist aber durch die Interferenz zweier Lichtbündel entstanden, von welchen das eine auf der vorderen, das andere auf der hinteren Fläche des Glimmerblättchens reflectirt worden ist.

Schaut man durch ein Prisma nach einer solchen Lichtlinie hin, so erscheint das Spectrum von einer großen Anzahl feiner Linien durchschnitten. Um diese Streifen mit bloßem Auge deutlich sehen zu können, muß das Glimmerblättchen sehr dünn sein, für etwas dickere Glimmerblättchen werden sie aber dadurch vollkommen deutlich, daß man sie durch ein Fernrohr beobachtet, vor dessen Objectiv ein Prisma nach der auf Seite 492 beschriebenen Weise aufgestellt ist.

Die Talbot'schen Linien haben nun neuerdings dadurch ein besonderes Interesse gewonnen, daß Esselbach dieselben anwandte, um die Wellenlänge der ultravioletten Strahlen zu bestimmen. Wir wollen sehen, auf welche Weise die Talbot'schen Linien zu einer solchen Bestimmung dienen können.

Wenn wir annehmen, daß für irgend einen Talbot'schen Streifen im Spectrum das Voraneilen des einen hier interferirenden Strahles n Wellenlängen betrage, so beträgt es für den nach der violetten Seite des Spectrums hin folgenden Streifen $n + 1$ Wellenlänge, für den folgenden $n + 2$ Wellenlängen u. s. w. Daraus folgt aber, daß dem Intervall je zweier auf einander folgenden Talbot'schen Linien stets eine gleiche Differenz der Wellenlängen des ihrer Stelle im Spectrum zukommenden Lichtes entspricht, oder mit anderen Worten, daß die Differenzen der Wellenlängen, welche dem Lichte zweier bestimmten Stellen im Spectrum zukommen, der Zahl der Talbot'schen Linien proportional sein müssen, welche zwischen ihnen liegen.

Wir wollen dies an einem Beispiele erläutern. Nach der in §. 288 erläu-

terten Methode wurden die Talbot'schen Linien so dargestellt, daß man zugleich die Fraunhofer'schen Linien auf dem Schirme deutlich sehen konnte. Bei einer bestimmten Dicke der Gypsplatte zählte man nun 5 Talbot'sche Linien zwischen F und G, und 3 solcher dunklen Streifen zwischen G und H. Daraus folgt, daß die Differenz der Wellenlängen für F und G sich zur Differenz der Wellenlängen für G und H verhalte wie 5 zu 3; man kann also die Wellenlänge für H berechnen, wenn dieselbe für F und G bekannt ist.

Nach §. 259 ist die Wellenlänge für F . . 0,000485^{mm}
für G . . 0,000429
die Differenz dieser Wellenlängen ist also . . . 0,000056.

Bezeichnen wir mit x die Differenz der Wellenlängen für G und H, so haben wir

$$5 : 3 = 0{,}000056 : x, \text{ also } x = 0{,}000033;$$

d. h. die Wellenlänge für H ist um 0,000033^{mm} kleiner als die für G, sie ist also 0,000429 — 0,000033 = 0,000396^{mm}.

Um nach dieser Methode die Wellenlängen ultravioletter Strahlen zu bestimmen, benutzte Esselbach eine von Helmholtz gemachte Beobachtung, nach welcher man diese Strahlen dem Auge auch unmittelbar, d. h. ohne Hülfe von Fluorescenz und chemischer Wirkung sichtbar machen kann, wenn man nur die heller leuchtenden Strahlen genügend ausschließt.

Esselbach arrangirte den Versuch in folgender Weise. Das durch eine Spalte in horizontaler Richtung in ein dunkles Zimmer eintretende Strahlenbündel wurde von einem nahe am Fenster aufgestellten Quarzprisma aufgefangen. Die aus diesem Prisma divergirend austretenden Strahlen wurden auf einem ungefähr 2 Fuß entfernten mit einer zweiten Spalte versehenen Schirme aufgefangen, welcher so gestellt war, daß der Spalt an das ultraviolette Ende des Spectrums zu stehen kam. Wurde nun nach diesem nur durch ultraviolette Strahlen erleuchteten Spalt durch ein zweites Quarzprisma und ein Fernrohr in der Weise hingeschaut, wie es Seite 492 erläutert ist, so erblickte man einen Theil des ultravioletten Spectrums und außerdem noch ein schwaches gewöhnliches, von einem durch den zweiten Spalt noch eindringenden Rest zerstreuten Tageslichtes herrührendes Spectrum. Je nachdem das erste Prisma etwas nach der einen oder anderen Seite gedreht wurde, erschien ein anderer Theil des ultravioletten Spectrums im Fernrohr.

Bei dieser Beobachtungsweise erschienen die Fraunhofer'schen Linien im ultravioletten Theil des Spectrums scharf auf mattem graublauem Grunde, und zwar beobachtete Esselbach solche Streifen noch weit über die Linie N hinaus; den letzten noch sichtbaren Streifen bezeichnete er mit R.

Die Talbot'schen Linien hervorzubringen, wurde die Hälfte des Fernrohrobjectivs durch ein dünnes senkrecht zur Axe geschliffenes Quarzblättchen verdeckt.

Auf diese Weise ergaben sich

zwischen *F* und *G*	. . .	31	Talbot'sche Linien,
» *G* » *H*	. . .	25	» »
» *H* » *M*	. . .	22,5	» »
» *M* » *N*	. . .	15	» »
» *N* » *R*	. . .	47	» »

und daraus berechnet sich die Wellenlänge für

M . . . 0,000366,
N . . . 0,000350,
R . . . 0,000309.

Die brechbarsten Strahlen, deren Wellenlänge Eisenlohr bestimmt hatte (§. 264), sind also ungefähr die dem Streifen *N* entsprechenden. (Näheres in Poggendorff's Annalen XCVIII, 513.)

290 **Erscheinungen gekreuzter Gypsblättchen zwischen gekreuzten Spiegeln.** Wenn man zwei Gypsblättchen so auf einander legt, daß die entsprechenden Schwingungsebenen in beiden zusammenfallen, so werden sie offenbar solche Erscheinungen hervorbringen, als ob man eine einzige Platte angewandt hätte, deren Dicke gleich ist der Summe der Dicken der beiden einzelnen Blättchen. Legt man aber die Blättchen so auf einander, daß sich die entsprechenden Schwingungsebenen unter rechtem Winkel kreuzen, daß also die Schwingungsebene der geringsten Elasticität im einen mit der Schwingungsebene der größten Elasticität im anderen zusammenfällt, so wird der Strahl, welcher in dem einen Blättchen voraneilte, im anderen zurückbleiben. Sind nun die gekreuzten Blätter gleich dick, so wird das Voraneilen in dem einen Blättchen dem Zurückbleiben im anderen gleich sein, das eine Blättchen hebt die Wirkung des anderen auf, es ist gerade so, als ob man gar kein Gypsblättchen in den Apparat gebracht hätte. Der Versuch bestätigt dies vollkommen. Kreuzt man zwei Blättchen, welche einzeln ganz gleiche Farben zeigen, so wird die Stelle, an der die Blättchen über einander liegen, ganz dunkel erscheinen, während die freien Ecken gleich gefärbt sind.

Wären die Blättchen nicht gleich dick, so würden sie, auf die angegebene Weise gekreuzt, Farben zeigen, und zwar gerade die Farbe, welche der Differenz ihrer Dicke entspricht. Der Grund davon ist leicht einzusehen und der Versuch leicht anzustellen.

Dies läßt sich anwenden, um mit Hülfe der keilförmigen Gypsplatte die Farbe eines jeden Blättchens zu bestimmen. Wenn die keilförmige Platte in der gehörigen Lage in den Apparat gebracht ist, hält man das zu prüfende Blättchen so darüber, daß die Schwingungsebenen des Blättchens die entsprechenden Schwingungsebenen der keilförmigen Platte kreuzen. An der Stelle, wo das Blättchen die Streifen der keilförmigen Platte überdeckt, erscheinen diese verändert; an der Stelle, an welcher das Gypsblättchen mit der keilförmigen Platte gleiche Dicke hat, erscheint ein schwarzer Streifen, weil sich hier die Wir-

kungen des Blättchens und der keilförmigen Platte aufheben. Verfolgt man nun diesen schwarzen Streifen bis dahin, wo die keilförmige Platte frei liegt, so wird im freien Theil ein farbiger Streifen die Fortsetzung des schwarzen bilden. Dieser Farbestreifen hat genau die Farbe, welche das Blättchen für sich allein zeigt, und man kann nun auch leicht sehen, zu welcher Ordnung diese Farbe gehört.

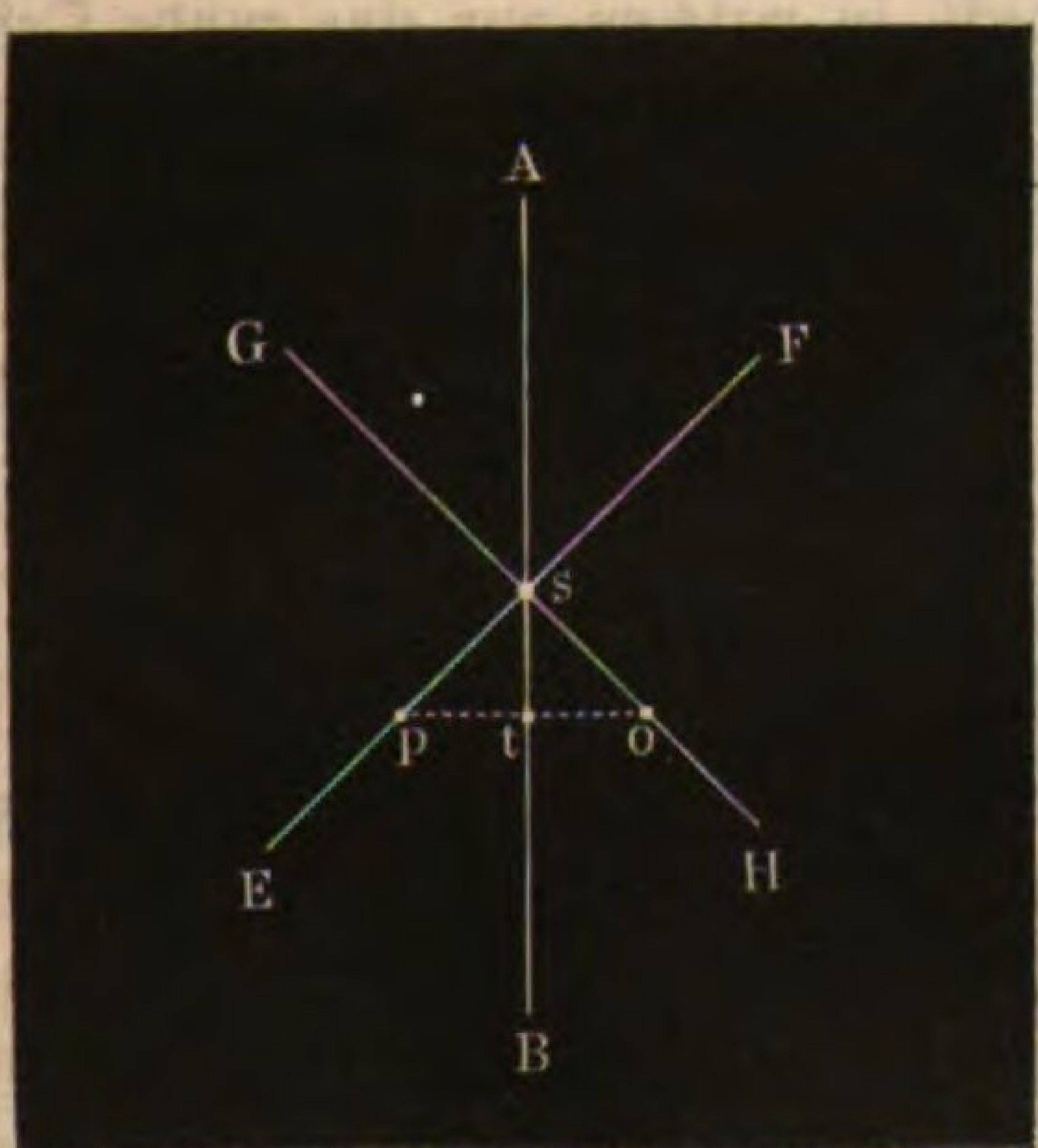
Farben der Gypsblättchen zwischen parallelen Spiegeln; Complementärfarben. Legt man das Gypsblättchen so, daß es bei gekreuzten Spiegeln möglichst lebhafte Farben zeigt, dreht man alsdann den oberen Spiegel, so wird die Farbe blasser und blasser (d. h. mehr dem Weißen sich nähernd); hat man um 45° gedreht, so erscheint das Gypsblättchen ganz farblos; dreht man weiter, so erscheint die der vorigen complementäre Farbe, die am brillantesten wird, wenn die Spiegel parallel sind. Roth geht dabei über in Grün, Grün in Roth; Blau in Gelb, Gelb in Blau u. s. w. 291

Daß das Blättchen farblos erscheint, wenn die Reflexionsebene des oberen Spiegels mit der des unteren einen Winkel von 45° macht, ist leicht einzusehen. In diesem Falle fällt die Schwingungsebene des oberen Spiegels mit der Schwingungsebene des einen Strahles im Krystalle zusammen. Der Spiegel pflanzt also diese Schwingungen fort. Die Schwingungen des anderen Strahles im Krystalle sind aber rechtwinklig zu der Schwingungsebene des oberen Spiegels, sie werden also von diesem Spiegel gar nicht reflectirt; sie können also auch mit den reflectirten Strahlen nicht interferiren, die Ursache der Farbenerscheinung hört also auf.

Die Erklärung der Farbenerscheinungen zwischen parallelen Spiegeln beruht auf demselben Principe, welches wir oben anwandten, um die Farben zwischen gekreuzten Spiegeln zu erklären.

Werden die Vibrationen *so* und *sp*, Fig. 781, nach einer Ebene *AB* zerlegt, die mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen parallel ist, so erzeugen beide eine Vibration nach derselben Richtung *st*; nach der Zerlegung durch den oberen Spiegel werden sich also die beiden Wellensysteme unterstützen müssen.

Fig. 781.

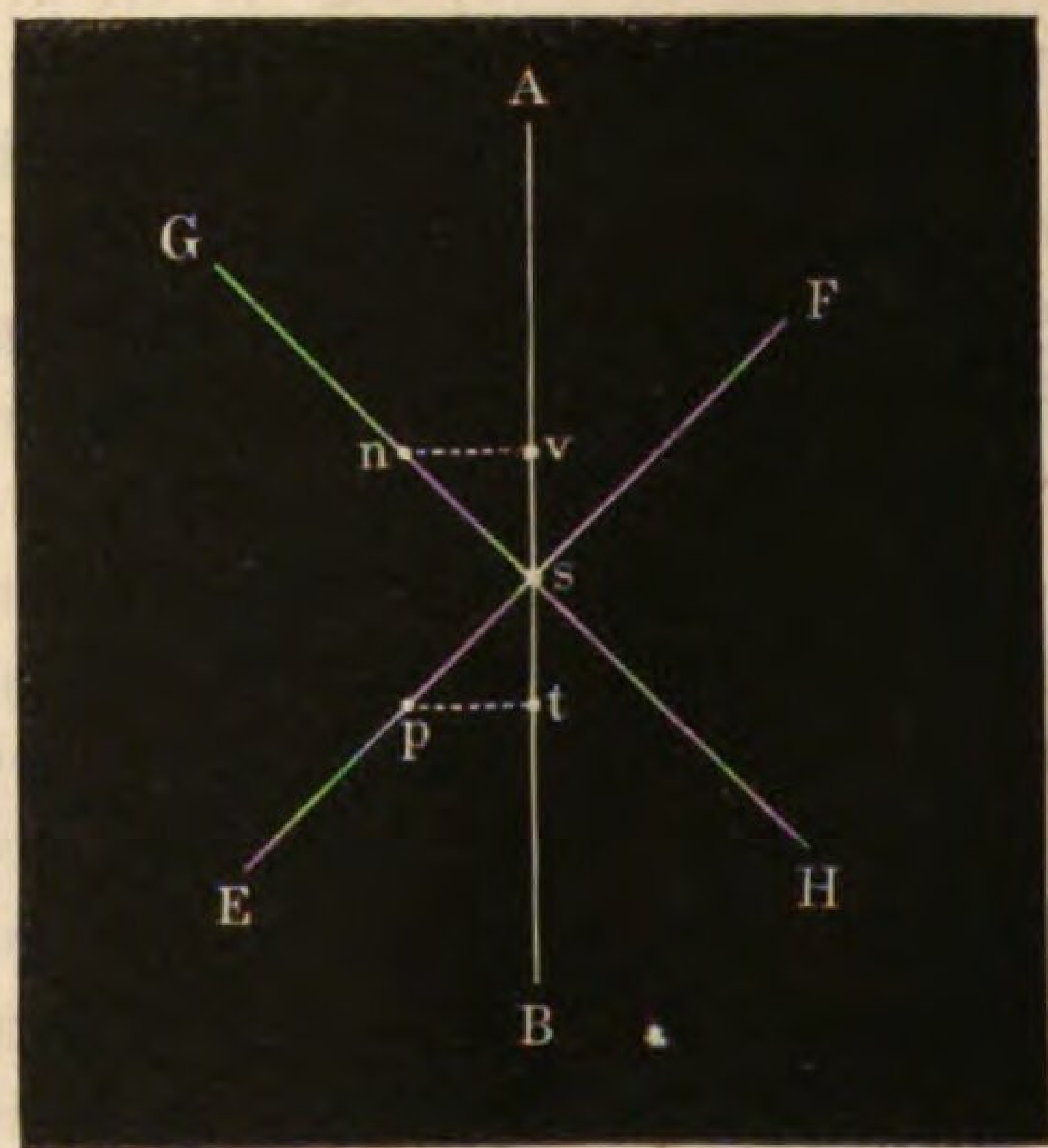


Für einfarbiges Licht erscheinen also zwischen parallelen Spiegeln diejenigen Stellen hell, welche gerade so dick sind, daß ein Strahl im Krystalle dem anderen gerade um eine ganze oder mehrere ganze Wellenlängen voraneilt. Zwischen parallelen Spiegeln werden also gerade diejenigen Stellen der keilförmigen Platte durch das rothe Glas hell erscheinen, die zwischen gekreuzten

dunkel waren; diejenigen aber, die zwischen gekreuzten Spiegeln hell erschienen, sind nun dunkel.

Von dieser letzteren Behauptung, daß zwischen parallelen Spiegeln gerade die Stellen dunkel erscheinen müssen, in welchen der eine Strahl dem anderen um $^1/_2$ oder ein ungerades Vielfaches von $^1/_2$ Wellenlänge vorausgeeilt ist, überzeugt man sich durch Betrachtung der Fig. 782, ohne daß eine weitere Erläuterung nöthig wäre.

Fig. 782.



Nehmen wir nun weißes Licht statt des einfarbigen, so werden bei parallelen Spiegeln gerade diejenigen Farben im Ton des Gypsblättchens vorherrschen, die ihm bei gekreuzten Spiegeln fehlen; diejenigen Farben aber werden hier den geringsten Einfluß auf die Färbung ausüben, die bei gekreuzten Spiegeln vorherrschen.

Demzufolge findet zwischen der Farbe, welche ein Gypsblättchen zwischen gekreuzten und derjenigen, welche es zwischen parallelen Spiegeln zeigt, eine solche Beziehung Statt, daß sie sich gegenseitig zu Weiß ergänzen; es sind also Complementärfarben, die hier in größter Reinheit und Schönheit sich zeigen.

Ersetzt man den Zerlegungsspiegel des Apparates durch ein doppeltbrechendes Prisma, so sieht man zwei Bilder des Gypsblättchens, welche complementär gefärbt sind; diese Färbung ist am stärksten, wenn die Schwingungsebene des einen Strahles im Kalkspathprisma mit der Schwingungsebene des Polarisationsspiegels zusammenfällt. Die Stelle, wo die beiden Bilder über einander fallen, erscheint weiß. Am schönsten läßt sich dies zeigen, wenn man das Gypsblättchen mit einem schwarzen Schirm bedeckt, in welchem nur eine runde Oeffnung sich befindet, unter der gerade das Gypsblättchen liegt; man sieht dann durch das doppeltbrechende Prisma zwei farbige Kreise, deren Farben complementär sind; da aber, wo sie über einander fallen, erscheinen sie weiß, wie dies in Fig. 783 angedeutet ist.

Fig. 783.



292 **Farbige Ringe in einaxigen Krystallen.** Wenn man eine Kalkspathplatte, welche rechtwinklig zur optischen Axe geschliffen ist (eine solche Platte erhält man, wenn man die gegenüberliegenden stumpfen Ecken eines Rhomboeders in der Weise abschleift, wie es Fig. 784 angedeutet ist), zwischen die beiden Turmalinplatten der schon oben beschriebenen Turmalinzange, Fig. 785, bringt und dann, indem man den Apparat dicht vor das Auge hält, nach dem hellen Himmel oder irgend einer recht hellen Fläche sieht, so er-

blickt man ein prächtiges Ringsystem; wenn die Turmalinplatten gekreuzt sind, so sieht man die Erscheinung Fig. 1 Tab. IX.; sind aber die Turmalinplatten so gestellt, daß ihre Polarisationsebenen parallel sind, so sieht man die Erscheinung Fig. 2 Tab. IX., in welcher alle Farben complementär zu den Farben der entsprechenden Stellen in Fig. 1 Tab. IX. sind, weshalb auch hier statt des schwarzen Kreuzes ein weißes erscheint.

Fig. 784.

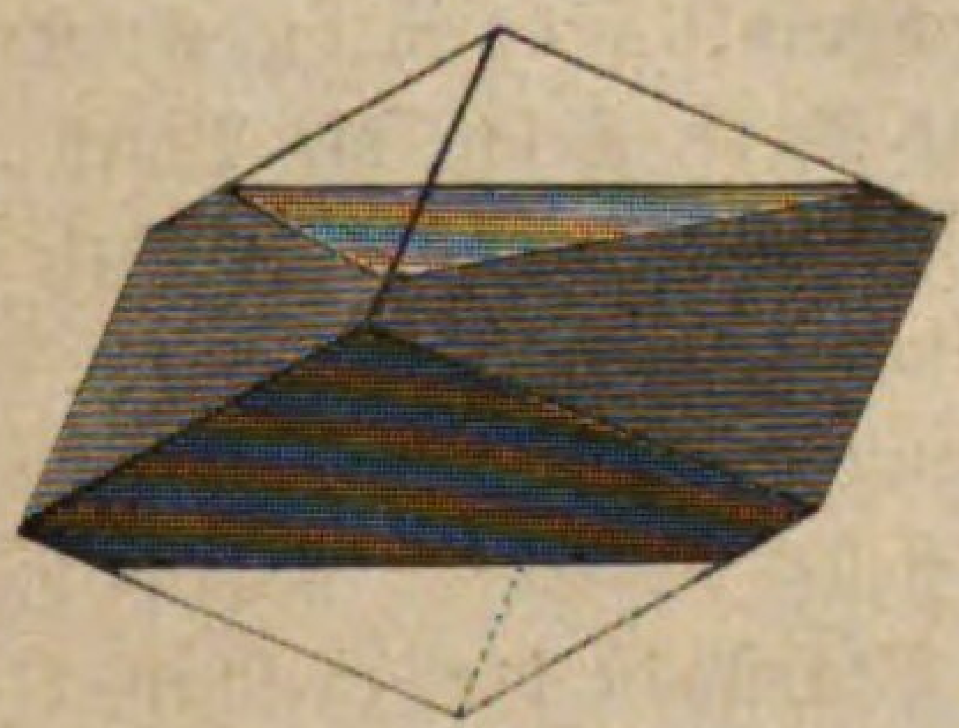


Fig. 785.

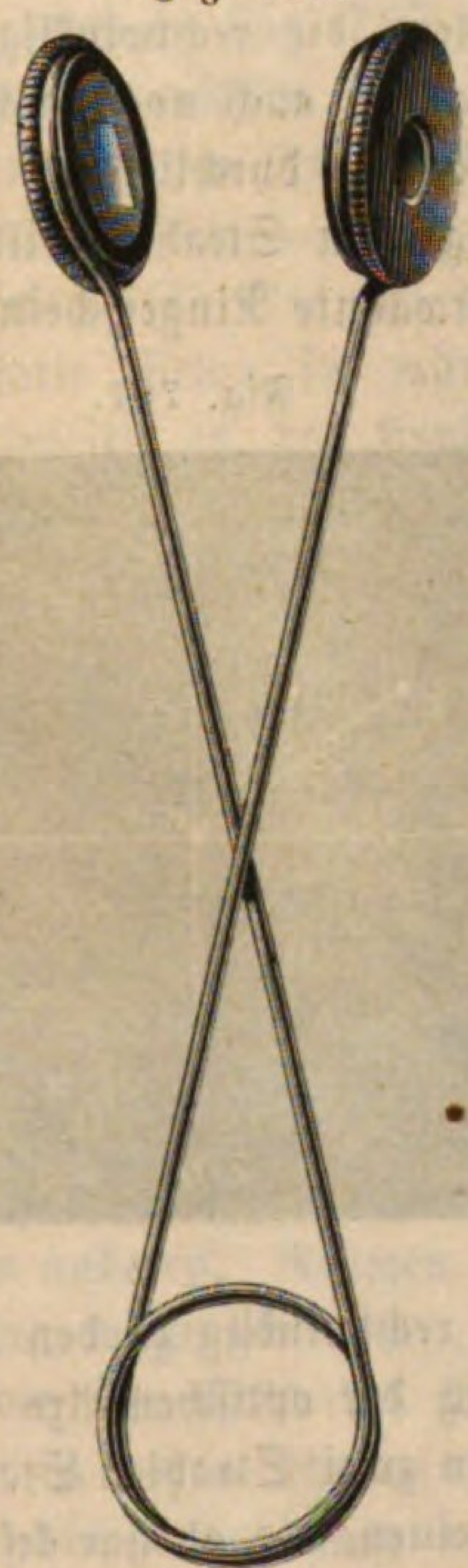
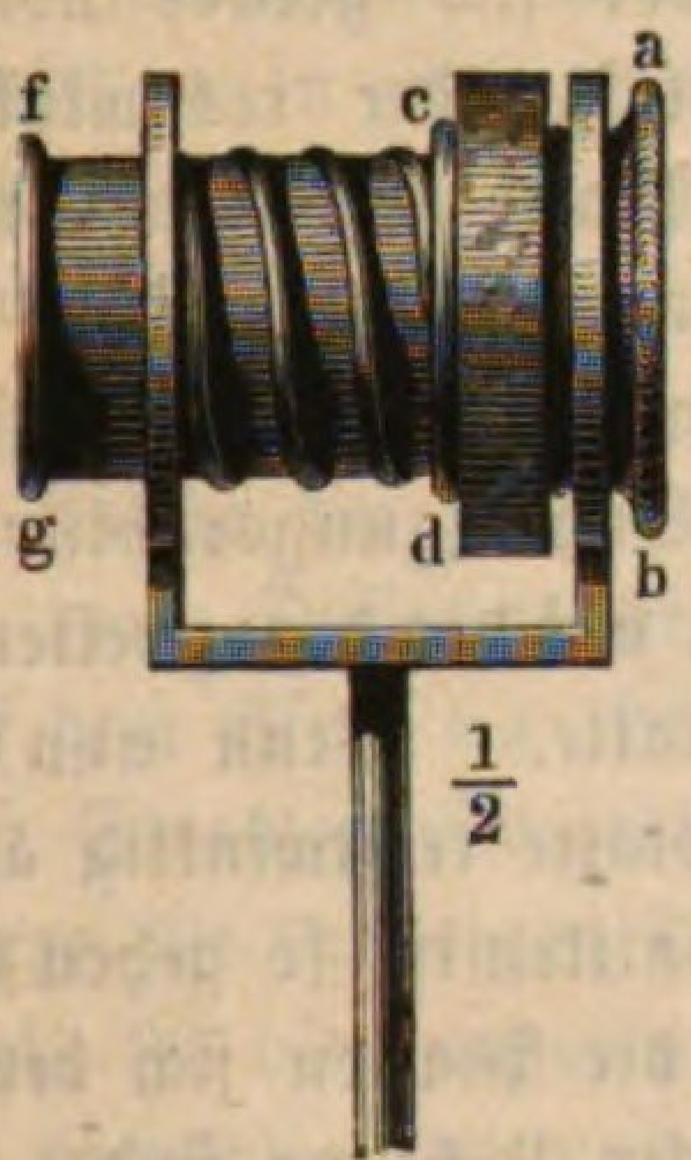


Fig. 786.



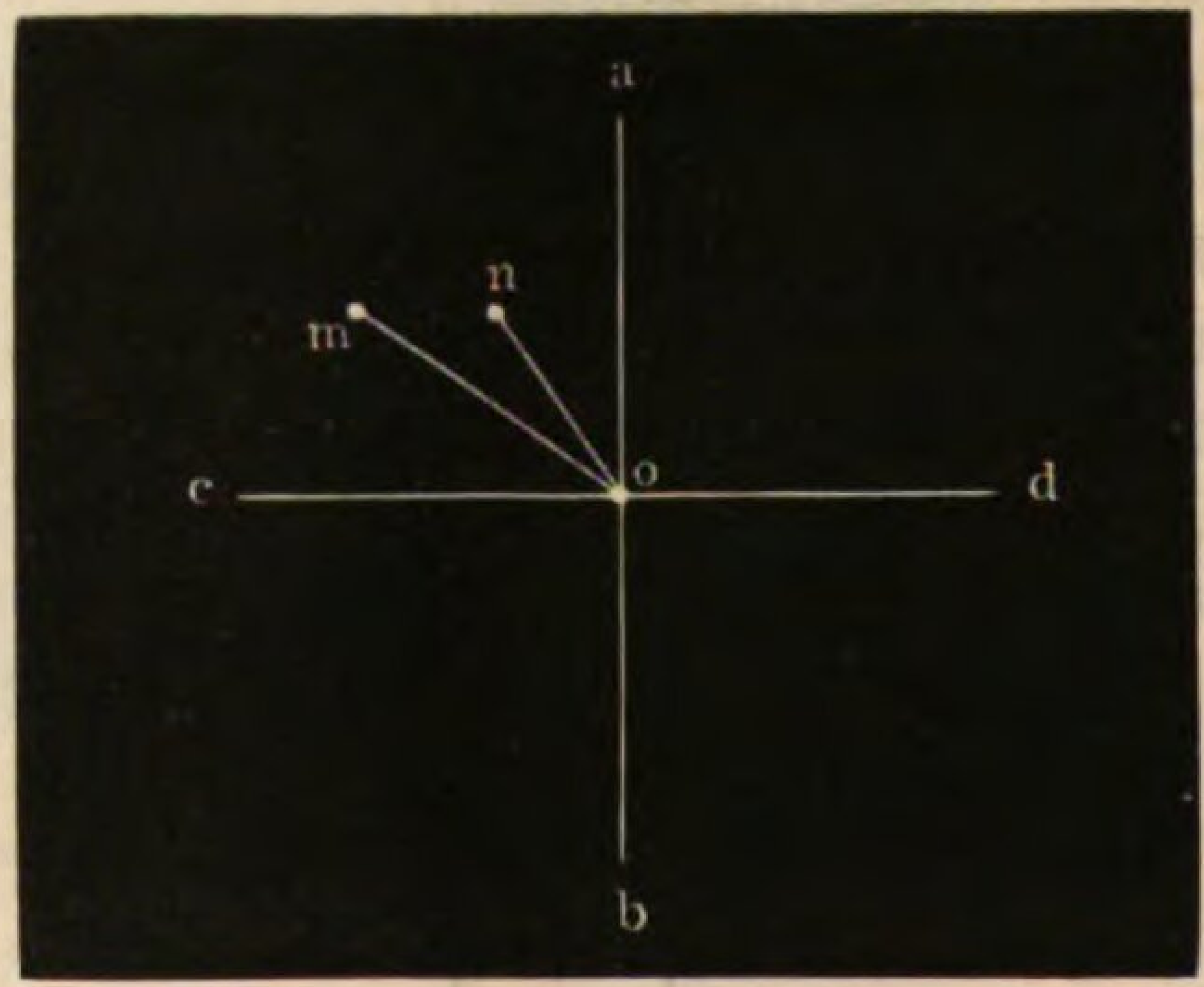
Eine andere, zur Beobachtung der Ringsysteme in doppeltbrechenden Krystallen sehr geeignete Form der Turmalinzange ist Fig. 786 dargestellt. Die erste, dicht vor das Auge zu haltende Turmalinplatte ist in eine Fassung *ab* eingesetzt, welche, in einer verticalen Messingscheibe steckend, um ihre horizontale Axe umgedreht werden kann. Die zweite Turmalinplatte ist bei *cd* am Ende einer Hülse *cdfg* eingesetzt, welche durch eine Spiralfeder gegen die Fassung der ersten Turmalinplatte angedrückt wird. Legt man nun die gewöhnlich in Kork gefaßte Krystallplatte in der Weise zwischen die beiden Turmalinplatten, wie es unsere Figur zeigt, so wird sie hier von selbst durch den Druck der erwähnten Spiralfeder festgehalten.

Die Turmalinzange stellt eigentlich einen kleinen Polarisationsapparat dar; die eine Platte ersetzt den Polarisationsspiegel, die andere den Zerlegungsspiegel jenes Apparates. Wenn eine Krystallplatte auf dem mittleren Tischlein des Polarisationsapparates liegt, so können nur solche Strahlen, die

nahe rechtwinklig durch die Platte gegangen sind, zum oberen Spiegel und von da zum Auge gelangen. Betrachtet man das Auge als die Spitze eines Kegels, dessen Grundfläche die auf dem Tischlein liegende Krystallplatte ist, so ist dieser Kegel ein sehr spitzer; die Strahlen, welche von dem Rande des Blättchens ins Auge gelangen, haben fast dieselbe Richtung, wie die durch seine Mitte gegangenen. Legt man aber eine Krystallplatte in die Turmalinzange und bringt diese dicht ans Auge, so übersieht man ein größeres Feld, d. h. außer solchen Strahlen, die rechtwinklig oder nahe rechtwinklig durch die Krystallplatte gingen, gelangen auch noch solche Strahlen ins Auge, welche die Platte in sehr schräger Richtung durchliefen. Die Gesammtheit aller durch die Platte in das Auge gelangenden Strahlen bildet einen ziemlich stumpfen Kegel.

Die erwähnte Ringerscheinung läßt sich nun leicht erklären. In Fig. 787 stelle die Ebene des Papiers die Oberfläche des zwischen die Turmalinplatten gelegten Krystalls dar. Das Auge des Beschauers befinde sich gerade über *o*; die Richtung der rechtwinklig durch die Platte gehenden Strahlen erscheint also in unserer Figur zu einem Punkte *o* verkürzt. *ab* sei die Schwingungsrichtung der ersten, *cd* die der zweiten Turmalinplatte. Wenn nun die Krystallplatte rechtwinklig auf die Axe geschnitten ist, so gehen die Strahlen, welche rechtwinklig zu den Oberflächen durch die Platten sich bewegen, in der Richtung der optischen Axe hindurch. In dieser Richtung findet aber keine Spaltung in zwei Strahlen Statt; die Mitte des Gesichtsfeldes wird also gerade ebenso erscheinen, als ob gar keine Krystallplatte zwischen den gekreuzten Turmalinplatten läge.

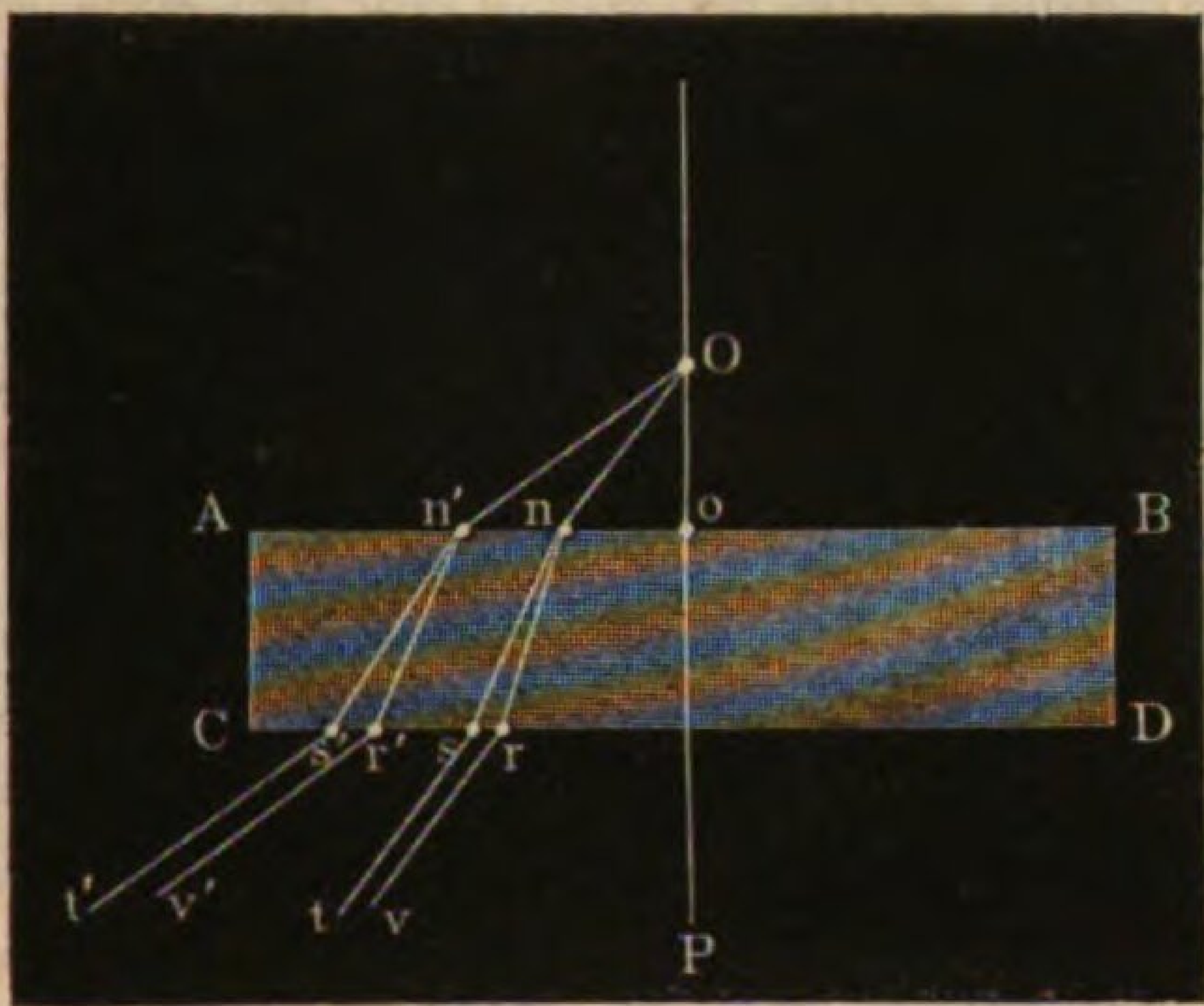
Fig. 787.



Wir wollen den Fußpunkt des von dem Auge auf die Krystallplatte gefällten Perpendikels als die Mitte des Gesichtsfeldes betrachten; diese Mitte wird, wie eben erwähnt wurde, dunkel erscheinen. Betrachten wir nun irgend einen anderen Punkt *n* der Oberfläche des Krystalls. Die hier austretenden und nach dem über *o* stehenden Auge gelangenden Strahlen haben die Platte nicht in der Richtung der optischen Axe durchlaufen. Bei *n* tritt also ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl aus der Platte; der eine Strahl ist dem anderen vorangeeilt; nach der Zerlegung durch die obere Turmalinplatte tritt also ganz derselbe Fall ein, wie für ein Gypsblättchen zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates. Während also der Punkt *o* zwischen den gekreuzten Turmalinplatten dunkel erscheint, wird der Punkt *n* eine Farbe haben, deren Natur davon abhängt, um wie viel Wellenlängen der eine Strahl dem anderen vorausgeeilt ist.

Betrachten wir nun den Gang der beiden in *n* austretenden Strahlen etwas genauer. In Fig. 788 stelle *ABCD* den Durchschnitt der Krystallplatte mit einer Ebene dar, welche durch die Linie *no*, Fig. 787, und das Auge *O* geht, so ist *OoP* das vom Auge auf die Oberfläche des Krystalls gefällte Perpendikel, welches in Fig. 787 zum Punkte verkürzt erschien, und welches mit der optischen Axe im Krystalle zusammenfällt. — Wenn von *O* ein Lichtstrahl, *On*, auf die Krystallplatte fiele, so würde er beim Eintritte in den Krystall in zwei Strahlen *ns* und *nr* gespalten werden, die nach *st* und *rv* parallel mit *nO* austreten. Wenn also umgekehrt ein Lichtstrahl *ts* auf die Platte fällt, so wird er in zwei gespalten, von denen nur der ordinäre nach *n* gelangt. Ein zweiter Strahl *vr* aber, der die Platte trifft, sendet einen extraordinären Strahl nach *n*, bei *n* tritt also ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl in der Richtung *nO* aus.

Fig. 788.



Die Länge der Wege *ns* und *nr* ist so wenig von einander verschieden, daß man diese Differenz bei unserer Betrachtung ganz unberücksichtigt lassen kann; auf dem Wege *ns* aber liegen weniger Wellenlängen als auf *nr*, weil der eine dieser Strahlen ein ordinärer, der andere ein extraordinärer, weil also die Wellenlänge für den einen kürzer ist als für den anderen. Nehmen wir an, der eine Strahl sei dem anderen um eine Wellenlänge vorangeeilt.

Die Strahlen, die von einem Punkte *n'* der Oberfläche des Krystalls ins Auge gelangen, der noch weiter von *o* entfernt ist als *n*, haben den Krystall in einer Richtung durchlaufen, die mit der optischen Axe einen noch größeren Winkel macht, als die Richtung der bei *n* austretenden Strahlen; folglich ist der Gangunterschied der beiden bei *n'* austretenden Strahlen im Krystalle noch größer, als dies für die bei *n* austretenden der Fall ist, das Voraneilen des einen Strahles ist also noch bedeutender. Wir wollen annehmen, daß der eine Strahl dem anderen um zwei Wellenlängen vorausgeeilt sei.

Wie wird nun diese Platte zwischen den Turmalinplatten erscheinen? Offenbar muß etwas Aehnliches stattfinden, wie bei einer keilförmigen Gypsplatte im Polarisationsapparate. Zwischen gekreuzten Turmalinen muß die Stelle *o* dunkel erscheinen, weil von den hier austretenden Strahlen keiner dem anderen vorausgeeilt ist, sie haben ja den Krystall in der Richtung der optischen Axe durchlaufen. Die Stelle *n* wird ebenfalls dunkel erscheinen (für einfarbiges Licht), sie entspricht der Stelle der keilförmigen Platte, welche so dick ist, daß der eine Strahl dem anderen um eine Wellenlänge vorausgeeilt ist; ebenso erscheint *n'* dunkel; dieser Punkt entspricht dem zweiten dunklen Streifen der

Gypsplatte. Zwischen *o* und *n* ist eine Stelle, an welcher ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl nach dem Auge hin austreten, von denen der eine dem anderen um $^1/_2$ Wellenlänge vorausgeeilt ist; diese Stelle wird also hell erscheinen. Ebenso befindet sich eine helle Stelle zwischen *n* und *n'*; von den hier austretenden Strahlen ist der eine dem anderen um $^3/_2$ Wellenlängen vorausgeeilt.

Denken wir uns um *o* auf der Oberfläche der Krystallplatte einen Kreis mit dem Radius *on* gezogen, so werden alle Strahlen, die von dem Umfange dieses Kreises ins Auge gelangen, sich ebenso verhalten wie die von *n* herkommenden, denn alle diese Strahlen haben den Krystall in gleicher Neigung gegen die optische Axe durchlaufen; wenn also der Punkt *n* zwischen den Turmalinplatten dunkel erscheint, so erscheint der ganze Umfang des Kreises dunkel, dessen Mittelpunkt *o* und dessen Radius *on* ist. Um den dunklen Mittelpunkt *o* erscheint also zunächst ein heller Kreis, dann ein dunkler, dessen Radius *on* ist, auf diesen folgt wieder ein heller Ring, dann ein zweiter dunkler Ring, dessen Halbmesser *on'* ist, u. s. w.

Sieht man durch die zwischen gekreuzte Turmalinplatten gelegte Platte nach einer monochromatischen Flamme, so sieht man eine Reihe von concentrischen Kreisen, die immer feiner und feiner werden.

Wenn man statt des einfarbigen Lichtes weißes Licht anwendet, wenn man also z. B. gegen den hellen Himmel sieht, so erblickt man natürlich statt der hellen und dunklen Ringe eine Reihe verschiedenfarbiger Ringe, die von dem Mittelpunkte aus in derselben Ordnung auf einander folgen, wie die Farben der keilförmigen Platten.

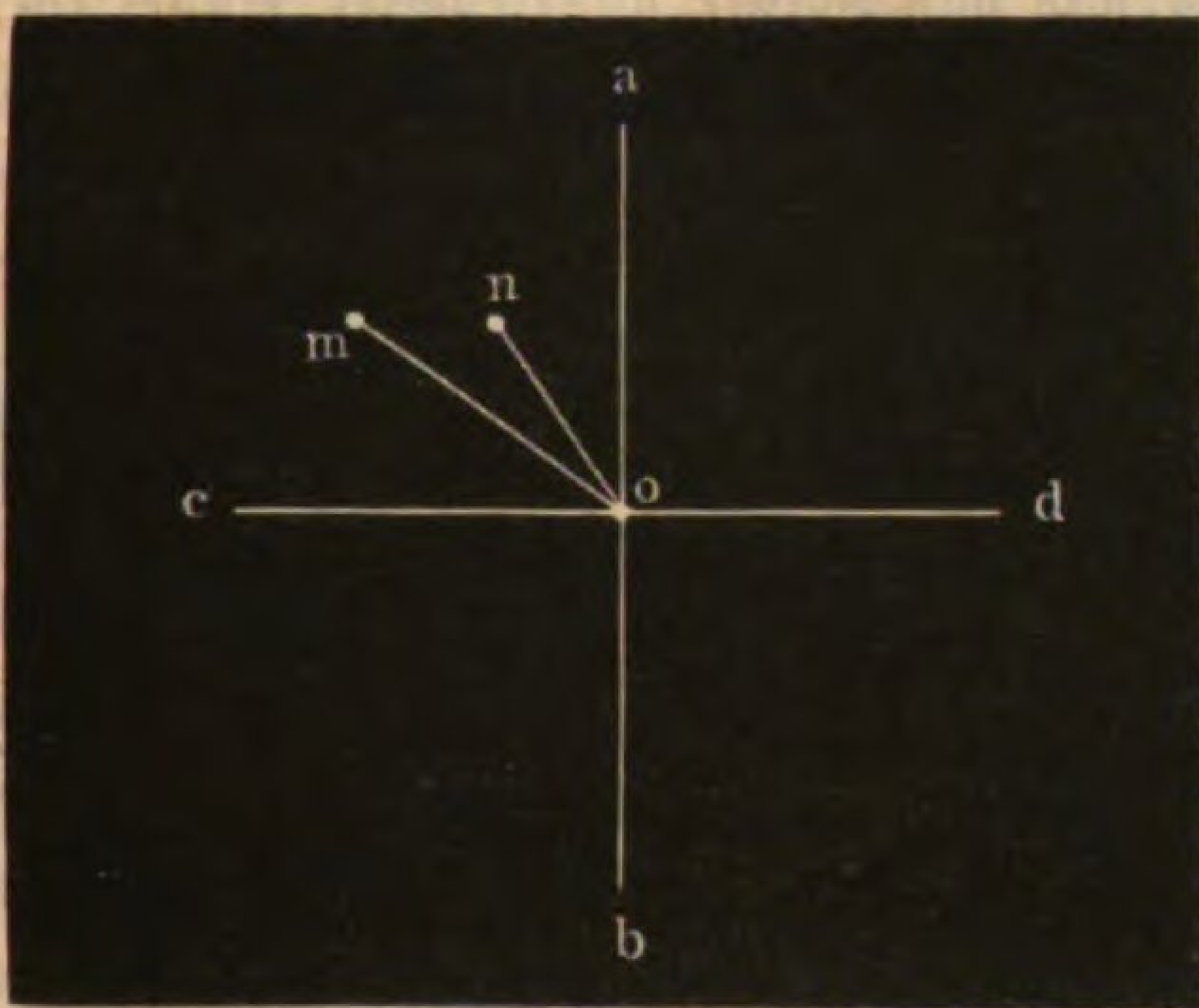
Das oben besprochene Ringsystem erscheint aber von einem schwarzen Kreuze unterbrochen, dessen Mittelpunkt mit dem Mittelpunkte der Ringe zusammenfällt; wir wollen uns jetzt zu der Erklärung dieses schwarzen Kreuzes wenden.

Bei der Erklärung der Farbenerscheinungen in dünnen Gypsblättchen haben wir gesehen, daß die Färbung eines solchen Blättchens zwischen gekreuzten Spiegeln der Art nach ungeändert bleibt, wenn man ihm verschiedene Lagen giebt, daß aber dabei die Intensität der Färbung variirt. Das Blättchen erscheint am lebhaftesten gefärbt, wenn die Schwingungsebenen der beiden Strahlen einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels machen; dreht man das Blättchen aus dieser Lage heraus, so nimmt seine Helligkeit ab, bis es endlich ganz dunkel erscheint, wenn die Schwingungsebene des einen der beiden Strahlen mit der des unteren Spiegels, die Schwingungsebene des anderen Strahles im Krystalle mit der des oberen Spiegels zusammenfällt.

Wir sehen daraus, daß die Intensität der Färbung davon abhängt, welche Lage die Schwingungsebenen im Krystalle gegen die Schwingungsebenen der beiden Spiegel oder, in unserem Falle der beiden Turmalinplatten, haben. Bei den Gypsblättchen sind die Schwingungen aller durchgehenden Strahlen mit zwei bestimmt anzugebenden Linien parallel, bei einer senkrecht auf die Axe geschnittenen Krystallplatte aber ist dies nicht der Fall.

Von einem Punkte *n*, Fig. 789, der Oberfläche eines senkrecht auf die Axe geschliffenen einaxigen Krystalls tritt ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl nach dem über *o* befindlichen Auge aus; die Ebene, welche sich durch den Punkt *n* und die in *o* zum Punkte verkürzte Richtung der optischen Axe legen läßt, ist der Hauptschnitt für diese Strahlen; die Schwingungen des extraordinären Strahles finden nun in diesem hier zur Linie *no* verkürzten Hauptschnitte selbst Statt, die Schwingungen des ordinären sind rechtwinklig auf demselben. Für einen anderen Punkt *m* der Oberfläche des Krystalls ist aber *mo* die Projection des Hauptschnittes, die Schwingungsebenen der von *m* nach dem Auge gelangenden Strahlen haben also eine andere Lage als die Schwingungsebenen der von *n* kommenden Strahlen. Wenn nun der Punkt *n* so liegt, daß die Linie *no* einen Winkel von 45⁰ mit den Schwingungsebenen *ab* und *cd* der beiden Turmalinplatten macht, so werden die Farben an dieser Stelle *n* ein Maximum von Helligkeit zeigen; je mehr aber die von dem Austrittspunkte nach *o* gezogene Linie sich der Linie *ab* oder *cd* nähert, desto dunkler wird die Färbung werden; vollkommene Dunkelheit muß endlich an allen Punkten der Linien *cd* und *ab* selbst stattfinden. So erklärt sich das schwarze Kreuz.

Fig. 789.



Der Durchmesser der Ringe hängt von der Dicke der Platten ab, er ist der Quadratwurzel aus der Dicke proportional; für eine 4mal, 9mal dickere Kalkspathplatte werden die Durchmesser der Ringe 2mal, 3mal kleiner sein.

Auch die anderen einaxigen Krystalle, den Bergkrystall ausgenommen, zeigen dieselbe Erscheinung, nur sind für gleich dicke Platten die Ringe um so enger, je stärker die doppelte Brechung der Substanz, d. h. je größer der Unterschied zwischen dem größten und kleinsten Brechungsexponenten für dieselbe ist; so sind z. B. die Ringe in einer Kalkspathplatte weit enger, als in einer gleich dicken Platte von essigsaurem Kalkkupfer.

Daß zwischen parallelen Turmalinen die complementäre Figur mit dem weißen Kreuze erscheint, bedarf keiner Erklärung. Die nähere Untersuchung der Modificationen, welche die Ringfigur erleidet, wenn die Turmalinplatten weder parallel noch gekreuzt sind, würde uns zu weit führen.

Was die Bearbeitung solcher Krystallplatten betrifft, welche zu diesen Versuchen angewandt werden, so ist sie so einfach, daß sich Jeder leicht selbst solche Platten vorrichten kann; das Schleifen und Poliren härterer mineralischer Körper überläßt man freilich am besten einem Glasschleifer, desto leichter sind dagegen auflösliche Salze zu behandeln; man schleift nämlich die Flächen, welche

senkrecht auf der optischen Axe stehen, zuerst auf einem feinen Schleifstein an, polirt sie dann auf einem leinenen Läppchen, auf welchem ganz feines Caput mortuum, mit einer ganz geringen Menge von Wasser angefeuchtet, eingerieben worden ist. Nachdem dies geschehen ist, putzt man die polirten Flächen mit einem trockenen Tuche sorgfältig ab und kittet sie mit Hülfe von canadischem Balsam zwischen zwei Glasplatten, damit die polirten Flächen nicht wieder durch den Einfluß der Luft ihren Glanz verlieren.

Besonders leicht sind die Krystallplatten dann zu präpariren, wenn die optische Axe auf einer Spaltungsfläche senkrecht steht, wie dies z. B. beim schwefelsauren Nickeloxyd der Fall ist. Das schwefelsaure Nickeloxyd krystallisirt bei verschiedenen Temperaturen in verschiedenen Formen; unter 15° krystallisirt es in gleicher Form mit dem Zinkvitriol, und in diesem Falle ist es optisch zweiaxig; bei einer Temperatur von 15 bis 20° krystallisirt es in Quadratoctaedern, also in optisch einaxigen Krystallen, welche senkrecht zur optischen Axe sehr vollkommen spaltbar sind; hat man durch Spaltung eine Platte mit recht ebenen glänzenden Flächen erhalten, so kann man sie ohne Weiteres zwischen die Glasplatten kitten. Auch das Blutlaugensalz ist in einer Richtung sehr vollkommen spaltbar, welche rechtwinklig zur optischen Axe ist; doch erscheinen die Ringe in demselben selten ganz regelmäßig, sondern meistens verzerrt, was auf eine Störung in der krystallinischen Structur hinzudeuten scheint; ähnliche Unregelmäßigkeiten beobachtet man auch an dem Ringsysteme des Berylls.

Um das Ringsystem zu beobachten, sind außer den schon genannten noch besonders folgende einaxige Krystalle geeignet: Salpetersaures Natron, Turmalin, saures arseniksaures Kali, Honigstein, essigsaures Kalkkupfer und Eis.

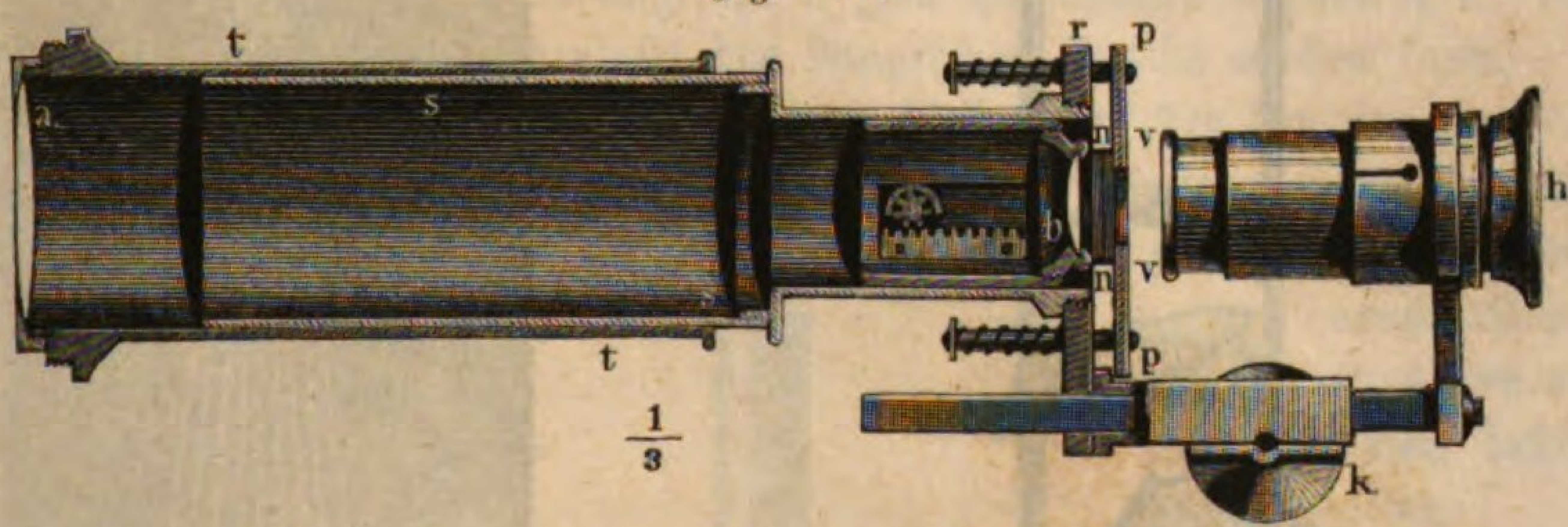
Das salpetersaure Natron krystallisirt in Rhomboedern, wie der Kalkspath, und hat eine noch stärkere doppelte Brechung; das essigsaure Kalkkupfer, ein Doppelsalz von essigsaurem Kupfer und essigsaurem Kalk, krystallisirt in achtseitigen Säulen und ist durch seine prachtvolle blaue Farbe ausgezeichnet; wegen der dunklen Farbe dieses Salzes sieht man seine Ringe am besten, wenn man grüne Turmaline anwendet.

Daß das Eis wirklich eine krystallinische Structur hat, ließ sich schon daraus erwarten, daß die Schneeflocken so regelmäßige Formen zeigen, obgleich man an dem Eise selbst keine regelmäßigen Krystallflächen beobachtet; diese Vermuthung wird nun durch die optischen Eigenschaften des Eises vollkommen bestätigt. Wenn die Eisdecke irgend eines Gewässers eine Dicke von 2 bis 4^{cm} erreicht hat, schlage man aus dieser Decke eine Platte heraus und bringe sie sogleich in die Turmalinzange, so wird man ohne Weiteres ein Ringsystem, wie im Kalkspathe, sehen, nur sind der geringeren doppelten Brechung des Eises wegen die Durchmesser der Ringe hier trotz der Dicke der Platte noch ziemlich groß; die optische Axe des Eises steht also rechtwinklig zur natürlichen Oberfläche der Eisdecken, und das Eis gehört wirklich in das hexagonale Krystallsystem, wohin es auch nach der Gestalt der Schneeflocken, welche sechsseitige Sterne bilden, gehört.

Beim Apophyllit und beim unterschwefelsauren Kalke weicht die Aufeinanderfolge der Farben des Ringsystems von der gewöhnlichen ab.

Verschiedene Methoden, die Ringsysteme in Krystallen zu beobachten. Die einfachste Beobachtungsart der Ringsysteme ist die, daß man die Krystallplatte in die Turmalinzange legt. Um jedoch die Farbenringe zu gleicher Zeit einer größeren Anzahl von Zuschauern zeigen zu können, muß man sie objectiv darstellen, und dazu kann man, wenn man nicht über besondere zu diesem Zwecke construirte Apparate zu verfügen hat, mit wenigen Abänderungen das bereits auf Seite 566 beschriebene Sonnenmikroskop, Fig. 790, verwenden. 293

Fig. 790.



An die Stelle des Objectes *nn* wird nämlich die auf passende Weise gefaßte Turmalinplatte gebracht. Statt der die Objectivlinsen *o* tragenden Hülse *h* wird eine andere eingeschoben, in welcher bei *v* die zweite Turmalinplatte steckt. Zwischen diese zweite Turmalinplatte und die Platte *pp* wird die senkrecht zur Axe geschliffene Krystallplatte eingeschoben. Bei dieser Anordnung erscheint das Ringsystem in ausgezeichneter Schönheit auf einem 5 bis 10 Fuß entfernten weißen oder durchscheinenden Schirme, wenn man durch den Spiegel vor dem Fensterladen ein Bündel Sonnenstrahlen ganz in derselben Weise in das Rohr einfallen läßt, als ob man ein bei *nn* eingeschobenes Object zu erleuchten hätte.

Sobald man zur Darstellung eines Ringsystemes Turmalinplatten anwendet, erscheinen die Farben nie in ihrer ganzen Reinheit, weil eben die Turmaline selbst gefärbt sind.

Man hat deshalb zur objectiven Darstellung der Farbenringe besondere Apparate construirt, bei welchen beide Turmalinplatten durch polarisirende Säulen von Glasplatten ersetzt sind, wie wir solche auf Seite 648 kennen lernten.

Auch mit künstlicher Beleuchtung, d. h. mit Lampen- oder Kalklicht kann man die Ringsysteme doppeltbrechender Krystalle objectiv darstellen, wenn nur die Linsensysteme die für diese Beleuchtungsart passende Einrichtung haben.

Wenn es sich nicht um objective Darstellung handelt, so hat man, um die Farbenringe sehr schön in einem Nörremberg'schen Polarisationsapparate zu sehen, nur einige passende Linsen in der Art anzubringen, wie es Fig. 791

erläutert. Statt des Zerlegungsspiegels oder der Glasplattensäule ist es bequem, ein Nicol'sches Prisma als Zerleger aufzusetzen.

Die Krystallplatte wird auf das mittlere Tischlein des Apparates gelegt,

Fig. 791.

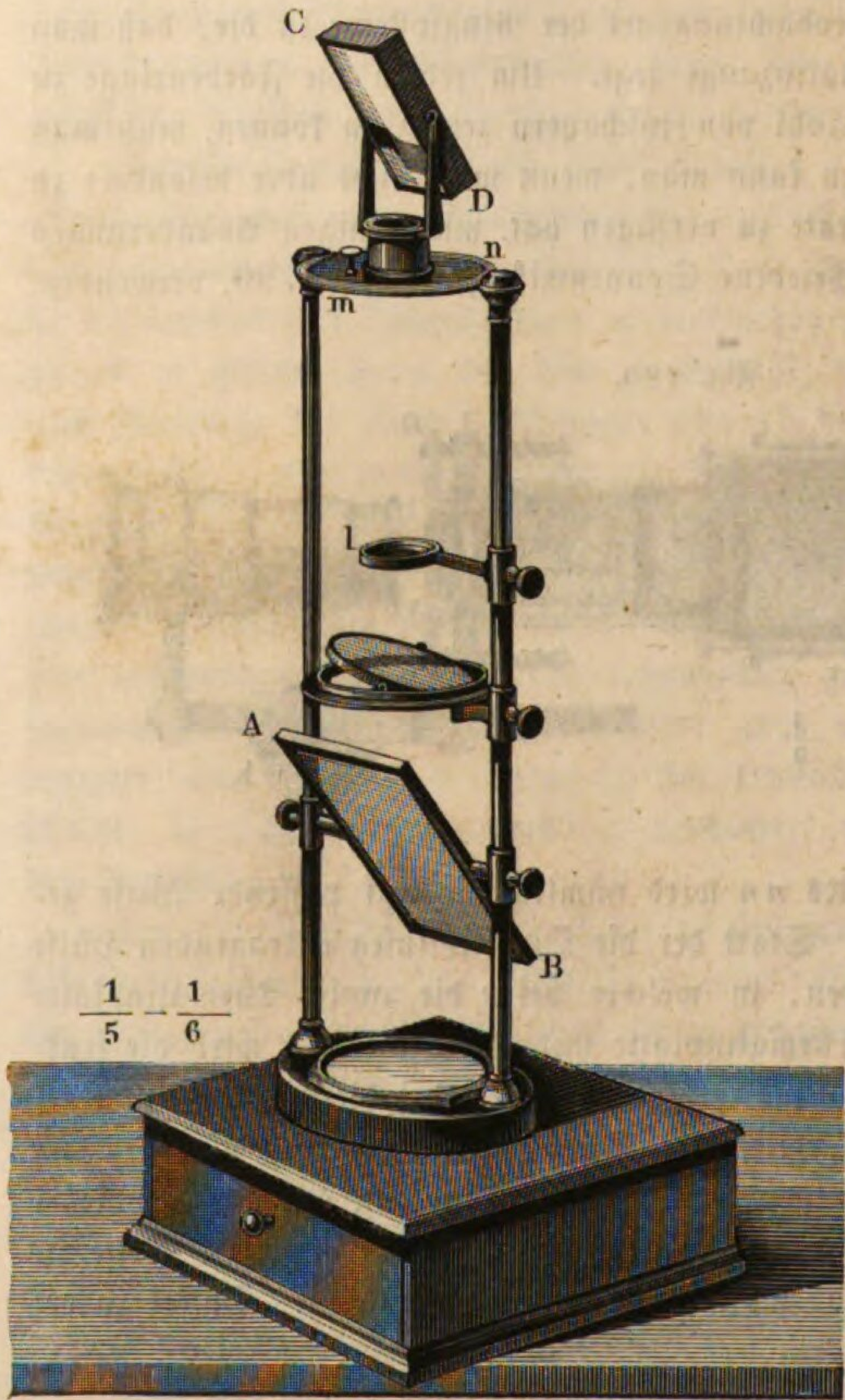
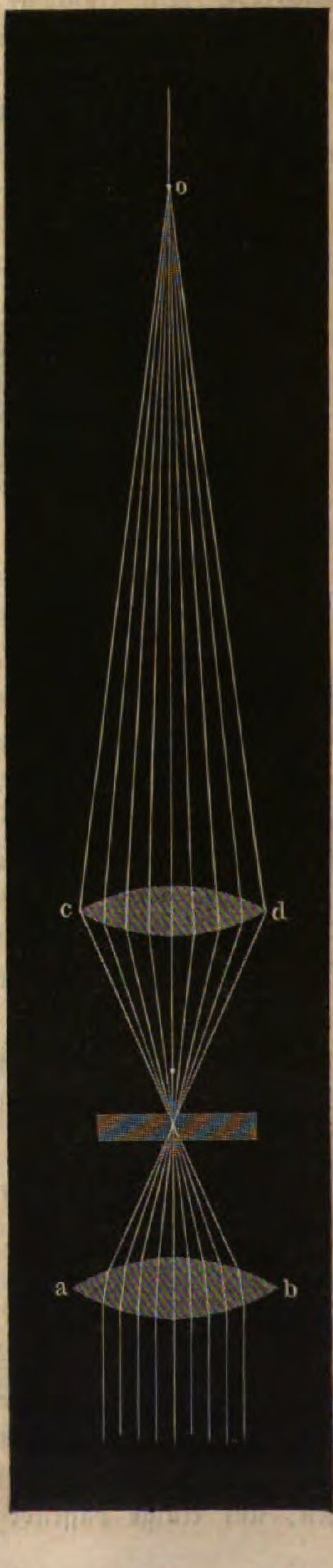


Fig. 792.



die Linse l nahe über derselben festgestellt und eine ähnliche auf gleiche Weise gefaßte Linse dicht unter den Krystall gebracht. — Bei dieser Anordnung erblickt man, durch das Nicol'sche Prisma hinabschauend, ein äußerst zierliches Ringsystem mit sehr reinen und brillanten Farben.

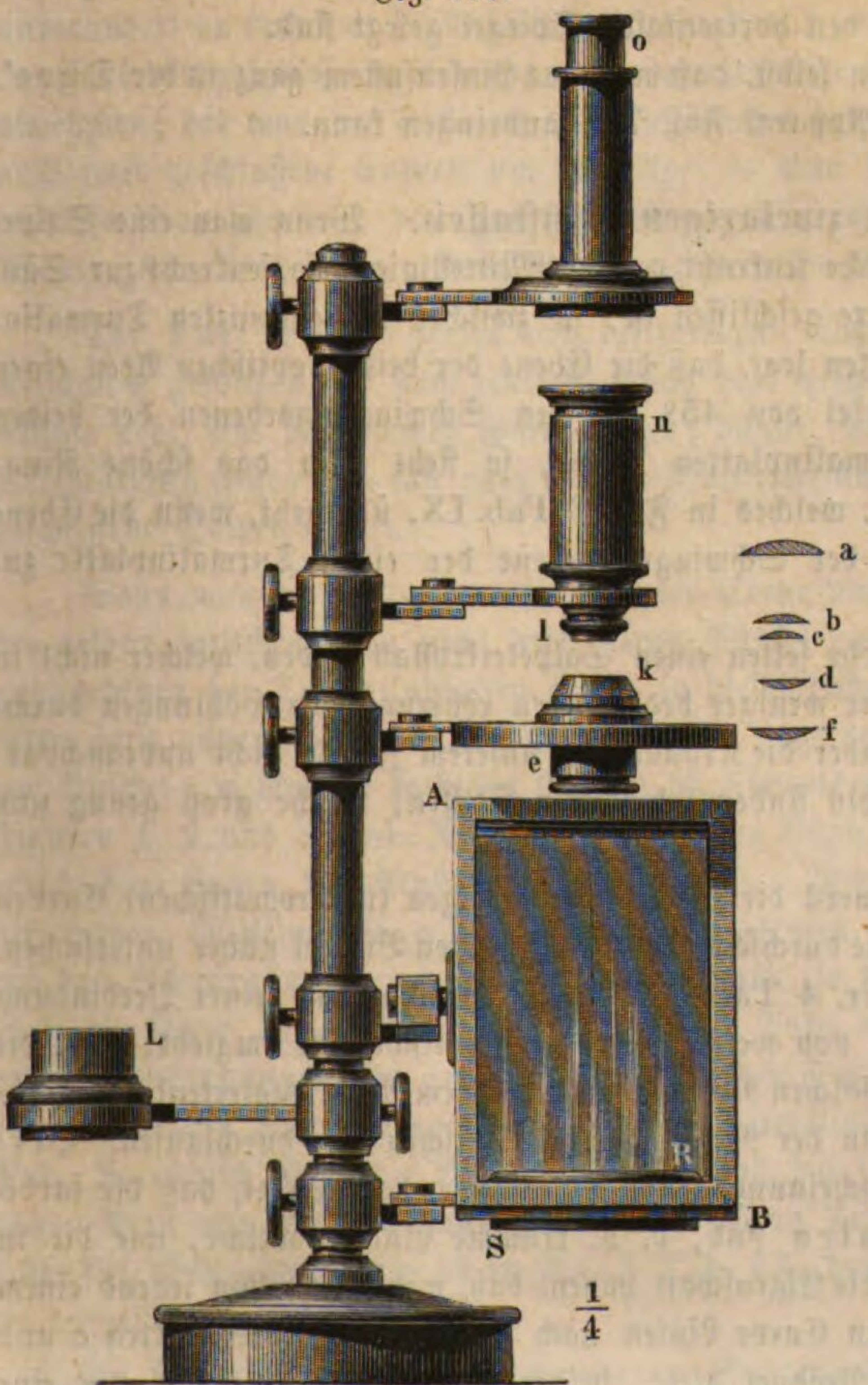
Daß man unter diesen Umständen die Ringe sieht, erklärt sich folgendermaßen: Die von unten kommenden polarisirten Strahlen werden durch die Linse ab, Fig. 792, convergent gemacht, so daß sie die Krystallplatte in

hinreichend schrägen Richtungen durchlaufen, um Farbenringe erzeugen zu können. Die aus dem Krystalle stark divergirend austretenden Strahlen werden aber durch die Linse *cd* in ein schwächer convergirendes Strahlenbündel verwandelt werden, so daß also die Strahlen, welche den äußersten sichtbaren Ringen entsprechen, unter einem viel spitzeren Winkel ins Auge bei *o* gelangen, als der ist, unter welchem sie den Krystall durchliefen. Man wird also hier das Ringsystem kleiner sehen, als wenn man die Krystallplatte zwischen Turmalinen unmittelbar vor das Auge gebracht hätte.

Wenn die Linse unter der Krystallplatte und die Linse *l* ungefähr 1 Zoll Brennweite hat, so sieht ein kurzsichtiges Auge das Ringsystem sehr schön. Um es aber auch für Fernsichtige deutlich zu machen, ist es zweckmäßig, über der Linse *l* noch eine zweite von ungefähr 3 Zoll Brennweite anzubringen, durch deren Verschiebung man jedenfalls das Ringsystem deutlich machen kann.

Bei dieser Vorrichtung sind die vielen Reflexe auf den Linsen äußerst störend; um sie wegzuschaffen, muß man durch einen vorgehaltenen Schirm alles von vorn auf die Linsen fallende Licht abhalten.

Fig. 793.



Denselben Zweck erreicht Mechanicus Duve in Berlin dadurch, daß er die Linsen in Röhren faßt. Fig. 793 stellt den vollständigen Duve'schen Polarisationsapparat dar, welcher in der Hauptsache nur eine abgeänderte Form des Nörremberg'schen Apparates ist. *AB* ist der Polarisationsspiegel, *RS* die Fassung des horizontalen belegten Spiegels, welche in unserer Figur theilweise durch den Rahmen des Polarisationsspiegels verdeckt erscheint. In dem mittleren Tischlein des Apparates ist die Hülse *ke* eingesetzt, welche oben eine feste Linse *d*,

unter derselben eine verschiebbare enthält. Auf diese Hülse *k* kann der Krystall gelegt werden.

Ueber dem Krystalle befindet sich dann die Hülse *ln* mit den drei Linsen *a*, *b* und *c*, von denen die oberste *a* verschiebbar ist.

Die Brennweiten dieser Linsen sind:

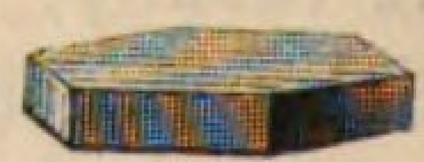
a	 4,8	Centimeter
b	 1,7	»
c	 1,2	»
d	 2,1	»
f	 2,7	»

Bei *o* ist das Nicol'sche Prisma aufgesetzt. Entfernt man die Hülse *ek* und schlägt man den Träger der Hülse *ln* auf Seite, so kann man mit diesem Apparate alle Versuche machen, wie mit dem gewöhnlichen Polarisationsapparate. Die Hülse *L* enthält eine Linse, die man über den horizontalen belegten Spiegel bringen kann, wenn man das Ringsystem in Krystallplatten beobachten will, die auf den horizontalen Spiegel gelegt sind.

Es versteht sich von selbst, daß man das Linsensystem ganz in der Duve'schen Art auch an dem Apparat Fig. 791 anbringen kann.

294 **Farbenringe in zweiaxigen Krystallen.** Wenn man eine Salpeterplatte, Fig. 794, welche senkrecht auf die Mittellinie, also senkrecht zur Säulenaxe geschliffen ist, so zwischen die gekreuzten Turmalinplatten legt, daß die Ebene der beiden optischen Axen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der beiden Turmalinplatten macht, so sieht man das schöne Ringsystem Nr. 4 Tab. IX., welches in Fig. 3 Tab. IX. übergeht, wenn die Ebene der optischen Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt.

Fig. 794.



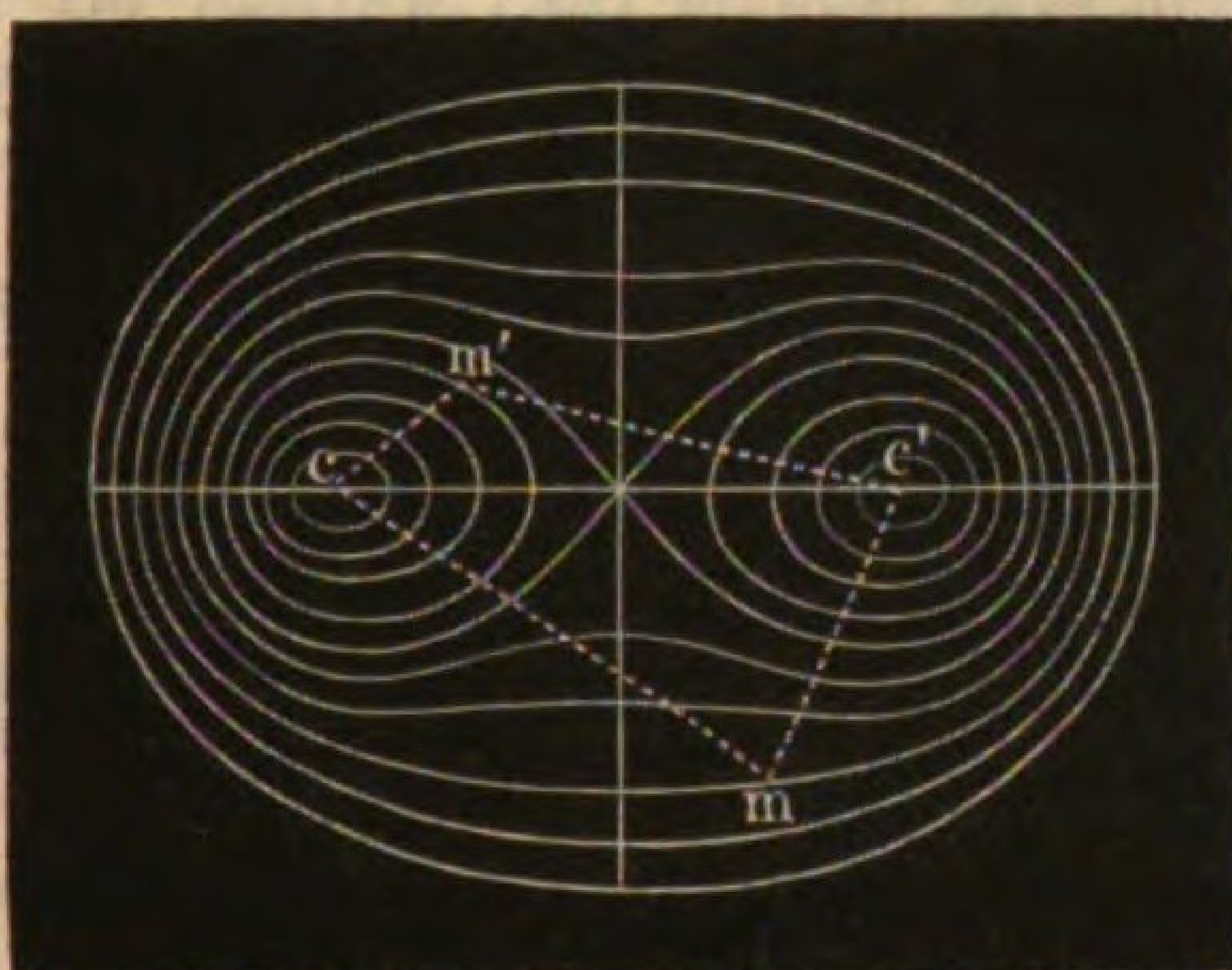
Man wird wohl sehr selten einen Salpeterkrystall finden, welcher nicht in der Mitte mit mehr oder weniger bedeutenden röhrenartigen Höhlungen durchzogen ist. Dies macht aber die Krystalle zu unserem Zwecke nicht unbrauchbar; denn gegen den Rand hin finden sich immer Stellen, welche groß genug und vollkommen rein sind.

Wir wollen nun zuerst die Gestalt der farbigen (isochromatischen) Curven und dann die Form der sie durchschneidenden schwarzen Büschel näher untersuchen.

Die Erscheinung Nr. 4 Tab. IX. besteht offenbar aus einer Verbindung von zwei Ringsystemen, von welchen jedes eine optische Axe umgiebt; d. h. die vom Mittelpunkte eines solchen Ringsystems nach dem Auge austretenden Strahlen haben den Krystall in der Richtung einer optischen Axe durchlaufen. Herschel, welcher diese Erscheinung genau untersuchte, hat gezeigt, daß die farbigen Curven Lemniscaten sind, d. h. krumme Linien, welche, wie die in Fig. 795 verzeichneten, die Eigenschaft haben, daß, wenn man von irgend einem Punkte *m* einer solchen Curve Linien nach den beiden Mittelpunkten *c* und *c'* gezogen denkt, das Product dieser beiden Leitstrahlen *cm* und *c'm* eine

beständige Größe ist, deren Werth sich immer von einer Curve zur folgenden ändert.

Fig. 795.



Auch hier werden die Curven um so weiter, je dünner die Krystallplatte wird. Gesetzt, man habe eine Salpeterplatte, welche die Lemniscaten gerade so zeigt, wie man Fig. 795 sieht, d. h. fünf geschlossene Curven um jede Axe, während die folgenden Ringe beide Axen umschließen, so werden, wenn man die Platte dünner schleift, alle Ringe an Ausdehnung zunehmen, während doch die Mittelpunkte der Ringsysteme unverändert an derselben Stelle bleiben; deshalb muß mit abnehmender Dicke auch die Zahl der geschlossenen Curven, welche um jede Axe herumgehen, immer mehr abnehmen; hat man die Dicke um ein Bestimmtes vermindert, so hat man nur noch zwei geschlossene Curven um jede Axe; ja man kann die Salpeterplatte leicht so dünn schleifen, daß gar keine Ringe mehr erscheinen, welche nur eine Axe umgeben, sondern nur ovale Ringe, welche beide Axen umschließen.

Der Talk wird in Form von tafelartigen, nicht wohl zu bestimmenden Krystallen gefunden, die nach einer Richtung hin, welche senkrecht auf der Mittellinie steht, sehr vollkommen spaltbar sind; dünne, durch Spaltung erhaltene Talkblättchen zeigen nun fast ganz dieselbe Ringerscheinung, wie eine ganz dünn geschliffene Salpeterplatte.

Wenn man die Salpeterplatte in ihrer Ebene umdreht, so daß die Ebene der beiden optischen Axen nicht mehr einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Turmalinplatten macht, so bleibt dabei die Form der Lemniscaten ganz unverändert, nur die Form und die Lage der hyperbolischen schwarzen Büschel, welche die farbigen Curven durchschneiden, ändert sich. In den Figuren 1, 2 und 3 Tab. X. sind die schwarzen Büschel für sich allein für drei verschiedene Lagen der Krystallplatte dargestellt. Wenn die Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte *o* und *o'* der Lemniscaten einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Turmaline macht, so haben die schwarzen Büschel die Form Fig. 1 Tab. X.; die Fig. 2 Tab. X. entspricht dem Falle, daß die Verbindungslinien *oo'*, also die Ebene der optischen Axen, einen Winkel von 9° mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte macht; die Fig. 3 Tab. X. endlich stellt die Büschel für den Fall dar, daß die Ebenen der optischen Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt; für diese letztere Lage ist in Fig. 3 Tab. IX. das Ringsystem im Salpeter dargestellt.

Die Ringerscheinungen im kohlensauren Bleioxyd haben große Aehnlichkeit

mit denen im Salpeter, nur ist die Aufeinanderfolge der Farben etwas anders; es wird von dieser Verschiedenheit bald mehr die Rede sein.

Wenn der Winkel, welchen die beiden optischen Axen eines Krystalls mit einander machen, größer ist als 20°, so kann man in einer senkrecht zur Mittellinie geschliffenen Platte nicht mehr beide Ringsysteme gleichzeitig übersehen; neigt man die Platte bald nach der einen, bald nach der anderen Seite hin, so sieht man bald die Ringe, welche die eine, bald die Ringe, welche die andere Axe umgeben.

Unter den Krystallen, welche, senkrecht zur Mittellinie geschliffen, bei gehöriger Neigung leicht bald das eine, bald das andere Ringsystem zeigen, sind besonders folgende zu nennen: Arragonit, Schwerspath, Glimmer, Topas, Zinkvitriol, Bittersalz, schwefelsaures Nickeloxyd u. s. w.

Der **Topas** ist senkrecht zur Säulenaxe sehr gut spaltbar; eine durch Spaltung erhaltene Topasplatte zeigt nun, je nachdem man sie neigt, bald das Ringsystem der einen, bald das der anderen Axe.

Aehnlich verhält es sich bei den meisten **Glimmerarten**.

Die Krystalle des Glimmers sind äußerlich zu wenig ausgebildet, um das Krystallsystem unmittelbar bestimmen zu können, dem sie angehören; hier sind nun die optischen Eigenschaften entscheidend, denn die optisch einaxigen Glimmerarten gehören dem hexagonalen, die optisch zweiaxigen dem rhombischen Krystallsysteme an; ob aber eine Glimmerplatte optisch einaxig oder zweiaxig ist, ergiebt sich sogleich aus der Beobachtung des Ringsystems. Häufig sind aber die Glimmerblättchen so dünn, daß die Ringe zu groß werden, als daß man sie übersehen könnte; man übersieht bei ihnen nur den centralen Theil der Figur; doch läßt sich auch hier leicht ermitteln, ob dies Blättchen einaxig oder zweiaxig ist. Man lege es nur auf das Tischchen im Polarisationsapparate, während die beiden Spiegel gekreuzt sind; erscheint nun das Blättchen fortwährend dunkel, wie man es auch in seiner Ebene umdrehen mag, so ist es optisch einaxig, denn alsdann erblickt man den centralen Theil der Fig. 1 Tab. IX., welcher stets dunkel erscheinen muß; wenn aber das Blättchen abwechselnd hell und dunkel erscheint, so ist es optisch zweiaxig.

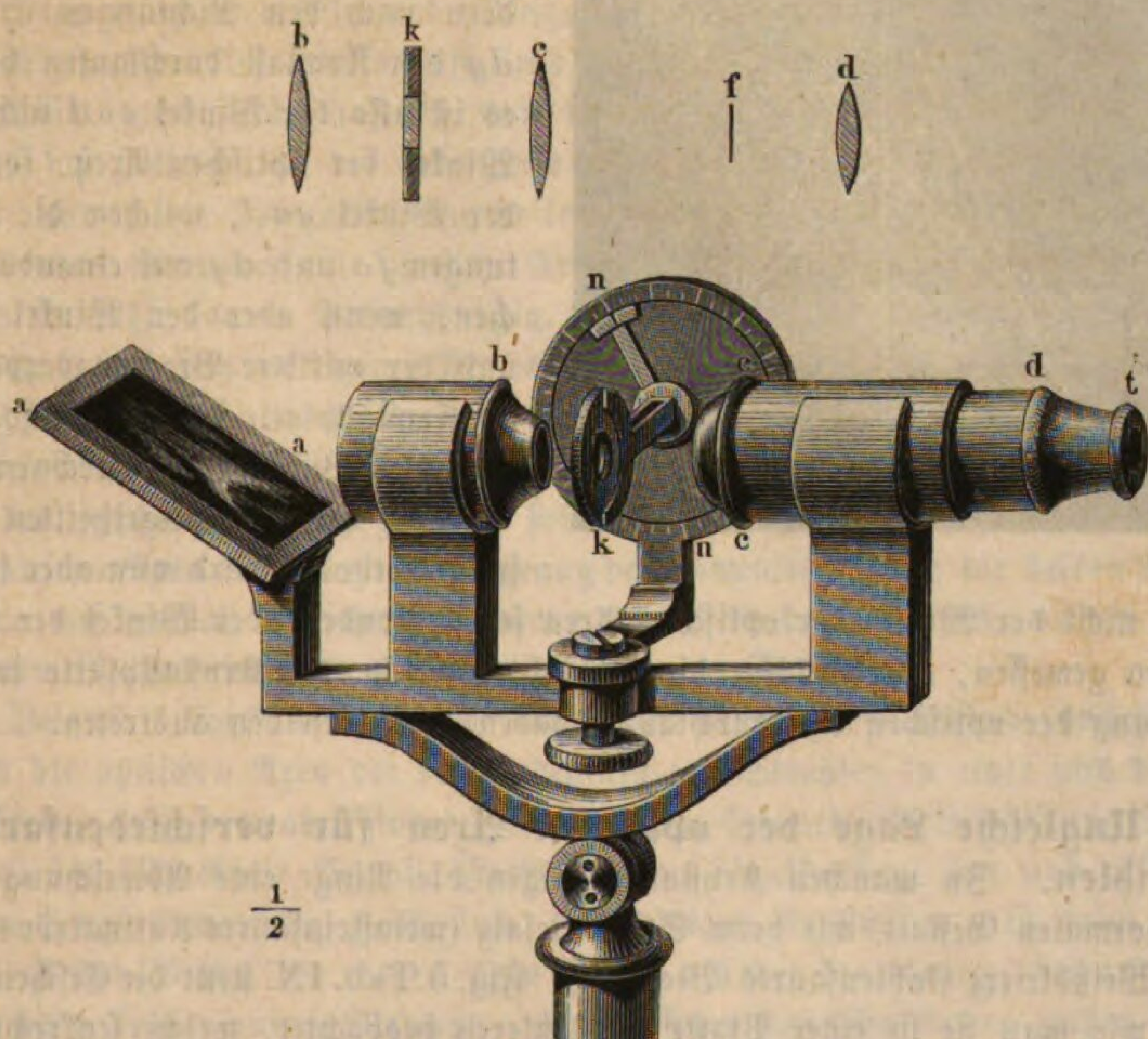
Wenn der Winkel der optischen Axen groß ist, so ist es vortheilhafter, die Krystallplatte nicht senkrecht zur Mittellinie, sondern senkrecht zu einer der optischen Axen zu schleifen; man sieht alsdann freilich nur ein Ringsystem, welches meistens in der Art, wie Fig. 1 Tab. XI., erscheint; die runden oder etwas ovalen Ringe sind nur von einem dunklen Büschel durchschnitten, der seine Lage ändert, wenn man die Krystallplatte in ihrer Ebene umdreht; jedoch ist die Richtung, nach welcher sich der schwarze Büschel dreht, der Richtung entgegengesetzt, in welcher die Krystallplatte gedreht wird. Wenn der schwarze Büschel mit der Richtung der Schwingungsebene der einen Turminalplatte zusammenfällt, so liegt die andere Axe auf der Verlängerung des schwarzen Büschels, oder, genauer gesagt, die durch den schwarzen Büschel senkrecht zur Oberfläche der Platte gedachte Ebene ist alsdann die Ebene der beiden optischen Axen.

Unter den Krystallen, von welchen man vorzugsweise leicht Platten erhalten

kann, welche senkrecht zu der einen Axe sind, muß besonders der Zucker und das saure chromsaure Kali genannt werden. Wir haben bereits oben Seite 682 gesehen, daß die eine Axe des Zuckers nahezu senkrecht auf der Spaltungsfläche ist; in einer durch Spaltungsflächen begränzten Zuckerplatte ist demnach das eine Ringsystem leicht zu beobachten. — Das saure chromsaure Kali ist nach mehreren Richtungen spaltbar, doch nach einer vorzugsweise leicht, und senkrecht auf dieser Spaltungsfläche liegt auch hier eine optische Axe.

Messung der Axenwinkel. Um den Winkel zu messen, welchen die beiden optischen Axen eines Krystalls mit einander machen, kann man den Apparat Fig. 796 anwenden. Der Polarisationsspiegel *a* reflectirt die möglichst 295

Fig. 796.



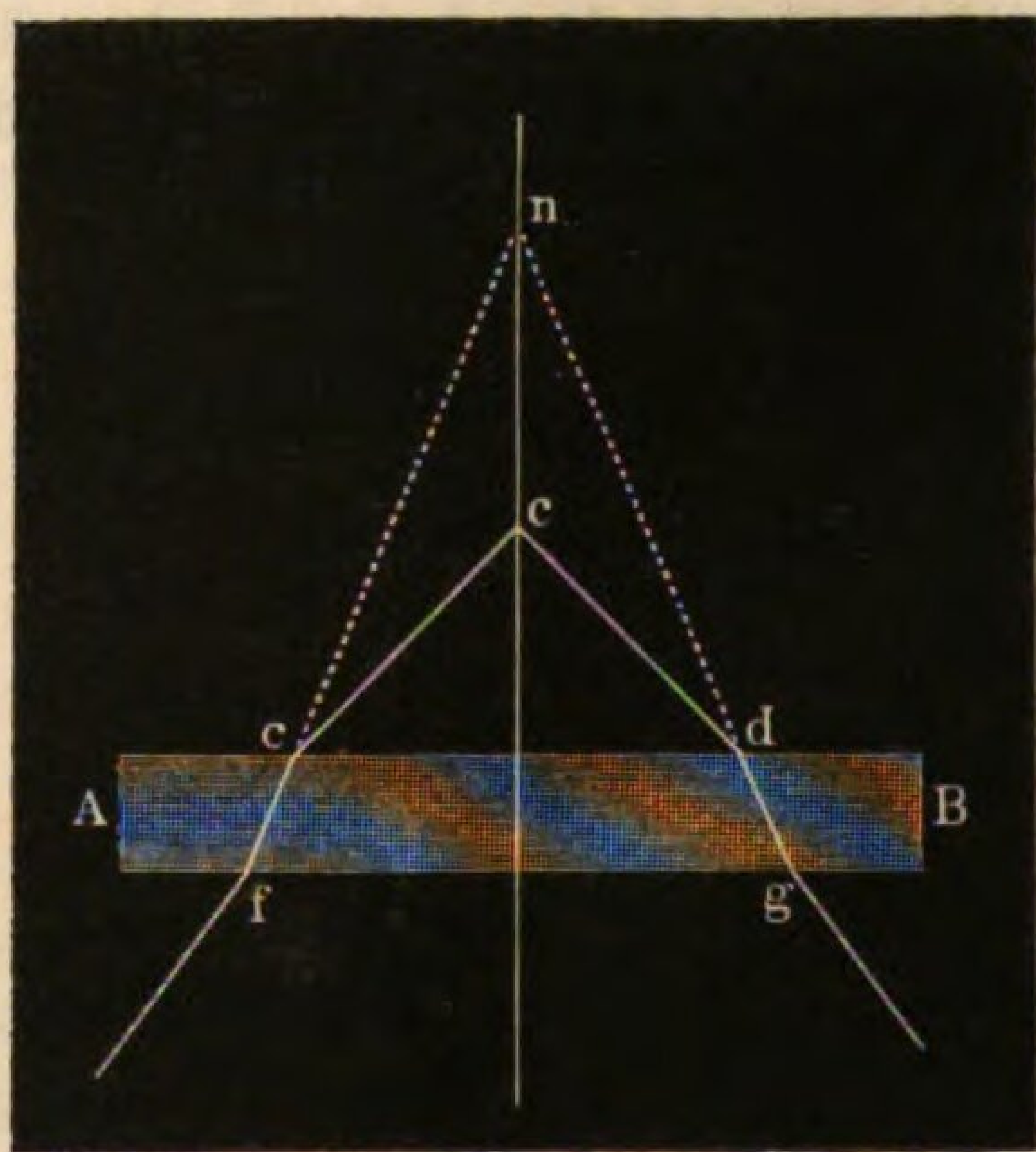
vollständig polarisirten Strahlen in horizontaler Richtung. Als Zerleger dient eine Turmalinplatte *t*. Die Krystallplatte *k* ist in eine Zange gefaßt, welche um eine horizontale Axe drehbar ist. Die Größe dieser Drehung kann man an einem getheilten Kreise *nn* ablesen. Um das Ringsystem sichtbar zu machen, wird ein nach den bereits oben besprochenen Grundsätzen zusammengestelltes Linsensystem angewandt. Nahe beim Brennpunkte der Linse *d* ist ein Fadenkreuz *f* angebracht.

Die Krystallplatte wird nun so eingesetzt, daß die Ebene der beiden Axen mit der Verticalebene zusammenfällt, in welcher die Platte drehbar ist (für unsere Figur die Ebene des Papiers), und die Zange so gedreht, daß der Mit-

telpunkt des einen Ringsystems mit dem Mittelpunkt des Fadenkreuzes zusammenfällt. Nachdem man nun den Nonius abgelesen hat, wird in gleicher Weise die andere Axe eingestellt und abermals abgelesen. Aus dem so ermittelten Drehungswinkel läßt sich dann der Winkel der optischen Axen auf folgende Weise berechnen:

Es stelle in Fig. 797 *AB* eine zweiaxige senkrecht auf die Mittellinie geschliffene Krystallplatte, *o* das darüber befindliche Auge, *od* und *oc* die Richtungen vor, nach welchen man die Mittelpunkte der beiden Ringsysteme sieht, so ist klar, daß die von *c* und *d* nach dem Auge gelangenden Strahlen nicht in derselben Richtung, sondern nach den Richtungen *cf* und *dg* den Krystall durchlaufen haben; es ist also der Winkel *cod* nicht der Winkel der optischen Axen, sondern der Winkel *cnd*, welchen die Richtungen *fc* und *dg* mit einander machen; wenn aber der Winkel *cod* und der mittlere Brechungsexponent der Krystallplatte bekannt ist, so kann man den Winkel *cnd* berechnen.

Fig. 797.



Nach den eben mitgetheilten Messungsmethoden wird nun aber in der That nicht der Winkel der optischen Axen selbst, sondern der Winkel der Richtungen gemessen, nach welchen die Strahlen, welche die Krystallplatte in der Richtung der optischen Axe durchlaufen haben, aus derselben austreten.

296 **Ungleiche Lage der optischen Axen für verschiedenfarbige Strahlen.** In manchen Krystallen zeigen die Ringe eine Abweichung von der normalen Gestalt, wie beim Seignettesalz (weinsteinsaures Kalinatron) und dem Weißbleierz (kohlensaures Bleioxyd). Fig. 5 Tab. IX. stellt die Erscheinung dar, wie man sie in einer Platte des letzteren beobachtet, welche senkrecht zur Mittellinie geschnitten ist. Auf der einen Seite jedes Ringsystems herrscht eine rothe, auf der anderen eine blaue Färbung vor; nach der blaugrünen Seite hin werden die Ringe, namentlich die inneren, auffallend schmäler, so daß sie ein fast birnförmiges Ansehen erhalten. Alle diese Unregelmäßigkeiten verschwinden, sobald man statt des weißen Lichtes einfarbiges anwendet, wenn man etwa nach einer Weingeistflamme hinsieht; unter diesen Umständen beobachtet man vollkommen kreisrunde concentrische Ringe; da also für jede einzelne Farbe die Ringe vollkommen regelmäßig sind, so kann die im weißen Lichte beobachtete Unregelmäßigkeit nur daher rühren, daß die Mittelpunkte der verschiedenfarbigen Ringe nicht zusammenfallen, wie dies auch Herschel nachgewiesen hat; in der That sieht man zwei gesonderte Ringsysteme, deren Mittelpunkte nicht zusam-

menfallen, wenn man die Ringe durch ein farbiges Glas betrachtet, welches nur zwei Farben, etwa nur blaue und rothe Streifen, durchläßt.

Weil der Durchmesser der violetten und blauen Ringe kleiner ist als der Durchmesser der entsprechenden rothen, so ist klar, daß sich die Ringe nach der Seite hin verengen, nach welcher der Mittelpunkt der stärker brechbaren Strahlen liegt.

Da der Mittelpunkt der Ringe für die blauen Strahlen nicht mit dem für die rothen zusammenfällt, so ist ferner klar, daß die optischen Axen für die blauen Strahlen nicht mit den optischen Axen der rothen Strahlen zusammenfallen. Im Seignettesalz ist diese Verschiedenheit der Lage der verschiedenfarbigen Strahlen sehr bedeutend; der Winkel der optischen Axen für die rothen Strahlen ist 76°, für die violetten aber 56°.

Beim essigsauren Bleioxyd (Bleizucker) ist die ungleiche Lage der verschiedenfarbigen Strahlen ebenso auffallend wie beim Seignettesalz; der Bleizucker krystallisirt gewöhnlich in Form von länglichen Tafeln, und die eine optische Axe ist fast senkrecht zu der Oberfläche derselben; man braucht also eine solche Platte nur in die Turmalinzange zu legen, um bei einiger Neigung gegen die einfallenden Strahlen eine ähnliche Erscheinung zu sehen, wie das eine Ringsystem im kohlensauren Bleioxyd (Fig. 5 Tab. IX.).

Fast bei allen zweiaxigen Krystallen fallen die optischen Axen der verschiedenfarbigen Strahlen nicht zusammen, wenn dies auch oft nicht so auffallend ist wie bei den oben angeführten Salzen. Besonders deutlich läßt sich die ungleiche Lage der verschiedenfarbigen Axen in solchen Krystallen wahrnehmen, bei welchen die optischen Axen überhaupt nahe genug beisammenliegen, um die beiden Ringsysteme auf einmal übersehen zu können, wie dies beim Salpeter und in weit stärkerem Maße beim kohlensauren Bleioxyde der Fall ist.

Bei allen Krystallen, welche dem rhombischen Krystallsysteme angehören, liegen die optischen Axen der verschiedenfarbigen Strahlen in einer und derselben Ebene; außerdem aber findet hier eine ganz symmetrische Vertheilung Statt, so daß die Mittellinie für alle Farben genau dieselbe Lage hat und also die beiden Ringsysteme ganz gleich sind. Bei einigen Krystallen, z. B. beim Salpeter, ist der Winkel der rothen Axen kleiner als der der blauen; bei anderen, z. B. beim kohlensauren Bleioxyd, ist umgekehrt der Winkel der rothen Axen größer; bei den ersteren liegen also die optischen Axen ungefähr so, wie es Fig. 798, bei den anderen so, wie es Fig. 799 (a. f. S.) dargestellt ist.

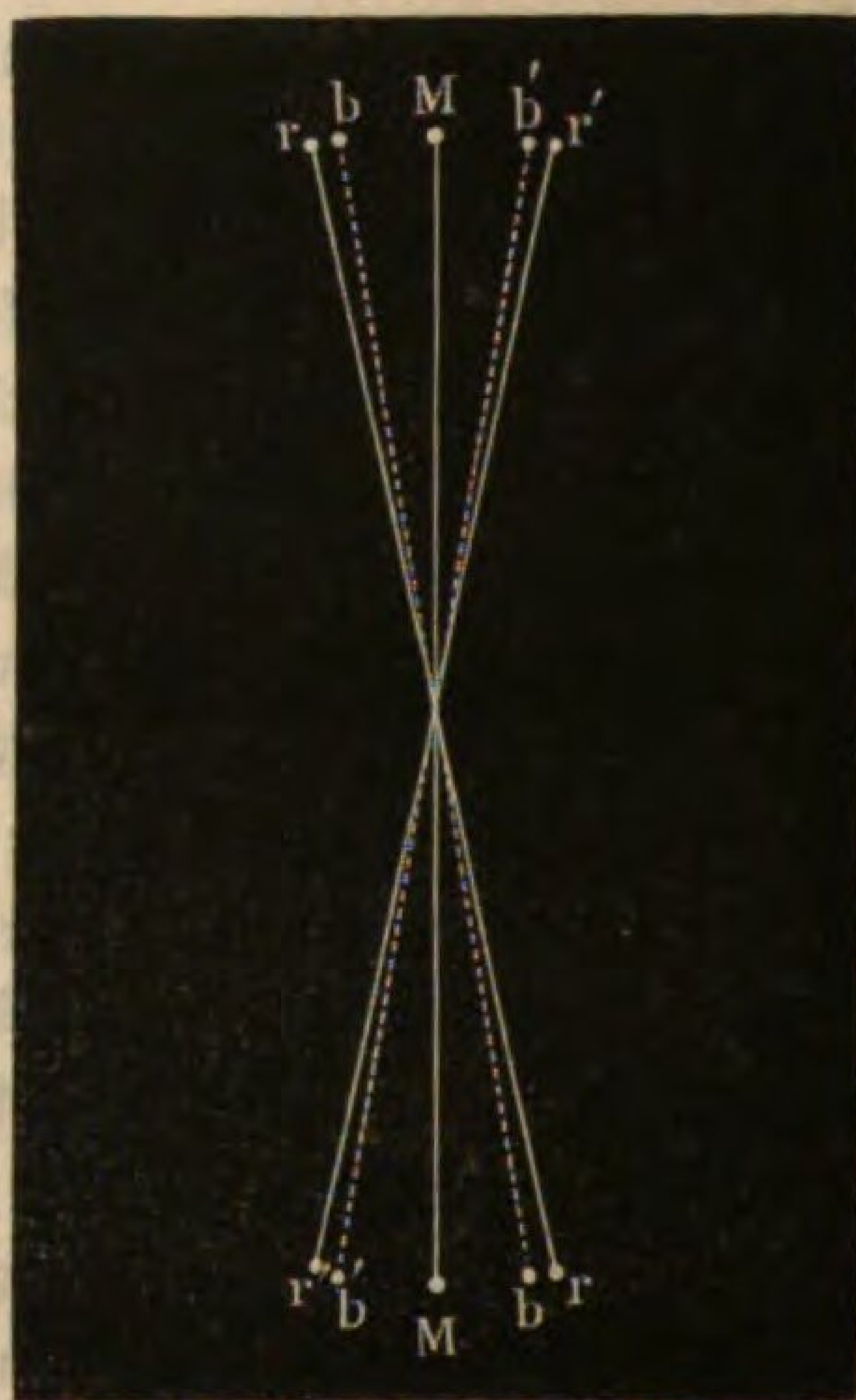
Je größer die Entfernung der Mittelpunkte der blauen und rothen Ringe im Vergleiche zu dem Durchmesser dieser Ringe ist, desto auffallender wird die Abweichung der Figur von der normalen Gestalt; sie ist deshalb in dicken Krystallplatten weit auffallender als in dünnen. Man kann dies recht deutlich sehen, wenn man die Ringsysteme in Salpeterplatten von verschiedener Dicke recht aufmerksam betrachtet. Je dicker die Platten werden, desto kleiner werden die Ringe, und desto mehr nähert sich das Ansehen eines jeden Ringsystems dem Habitus Fig. 5 Tab. IX.; in einer Salpeterplatte von 8 bis 10 Millimeter Dicke haben die Ringe um jede Axe schon fast ganz dieses Ansehen.

Da bei rhombischen Krystallen die Ebene der beiden rothen Axen mit der Ebene der beiden grünen, blauen u. s. w. zusammenfällt, so ist klar, daß die Figur symmetrisch auf beiden Seiten dieser Ebene vertheilt sein muß; wenn man also den Krystall so zwischen die Turmaline legt, daß die Ebene der Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt, so wird

Fig. 798.



Fig. 799.



der schwarze Büschel die Figur symmetrisch theilen, wie man dies sowohl in Fig. 3, als auch in Fig. 5 auf Tab. IX. sieht. Weil der dunkle Büschel für die rothen Strahlen nicht genau mit dem dunklen Büschel für die blauen zusammenfällt, so zeigt der dunkle Büschel an dem einen Ende der Figur eine entschieden rothe, an dem anderen eine entschieden blaue Färbung; man sieht gleichsam zwei farbige Keile, einen rothen und einen blauen, welche gegen einander gekehrt sind. Der blaue Keil liegt auf der Seite der blauen, der rothe Keil auf der Seite der rothen Axen.

In Fig. 5 Tab. IX. sieht man diese Keile in jedem Ringsysteme sehr deutlich; man sieht aber auch, wie der blaue Keil stets dem anderen Ringsysteme zugekehrt, der rothe Keil aber abgewandt ist, daß also beim kohlensauren Bleioxyde die blauen Axen ganz innerhalb des Winkels liegen, den die rothen Axen mit einander machen, und daß daher bei diesem Mineral die in Fig. 799 angedeutete Vertheilung der Axen stattfindet.

Bringt man eine etwas dicke Salpeterplatte in die der Fig. 3 Tab. IX. entsprechende Lage zwischen die Turmalinplatten, so sieht man, wie jetzt der rothe Keil eines jeden Ringsystems dem anderen zugewandt ist, daß also beim Salpeter die rothen Axen innen, die blauen dagegen außen liegen (Fig. 798).

In Fig. 5 Tab. IX. sieht man, daß die Curven auf der Seite des blauen Keils sehr scharf und deutlich zu sehen sind, während sie auf der Seite des

rothen Keils schon sehr blaß und undeutlich werden; dies wird nun um so auffallender, je dicker die Platten sind. Wenn man aus Krystallen, bei denen die Axen der verschiedenen Farben hinlänglich weit aus einander liegen, Platten schneidet, welche dick genug sind, so verschwinden die Curven auf der Seite des rothen Keils vollständig.

Wenn man die Krystallplatte so zwischen die gekreuzten Turmaline legt, daß die Ebene der optischen Axen nicht mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt, so ändert auch der dunkle Büschel seine Lage, er hört auf, die Figur symmetrisch zu theilen. Wenn die Ebene der Axen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Turmalinplatte macht, so schneidet der dunkle Büschel die Figur nach einer Linie, welche rechtwinklig auf der Ebene der Axen steht, wie man dies in Fig. 4 Tab. IX. sieht. In diesem Falle erscheint der dunkle Büschel, namentlich in der Mitte seiner Länge, auf der einen Seite blau, auf der anderen Seite roth gesäumt. Bei dieser Lage des Büschels sieht man, wenn die Platten dick genug sind, die Curven oft nur auf der einen Seite desselben, weil sie ja auf der rothen Seite verschwinden; so würde man in einer Platte von kohlensaurem Bleioxyd, welche die Fig. 5 Tab. IX. zeigt, wenn die Ebene der Axen mit der Schwingungsebene einer Turmalinplatte zusammenfällt, jenseits der dunklen Büschel kaum noch Curven erkennen, wenn man sie um 45° drehte, so daß die Figur in die der Fig. 4 entsprechende überginge. Das Verschwinden der Curven auf einer Seite des dunklen Büschels läßt sich besonders gut im Seignettesalz, dem Bleizucker, dem doppeltchromsauren Kali u. s. w. beobachten.

Bei den Krystallen, welche einem der beiden schiefwinkligen Krystallsysteme angehören, findet eine solche symmetrische Vertheilung der verschiedenfarbigen optischen Axen in der Regel nicht Statt.

Bei denjenigen Krystallen des monoklinischen Systems, bei welchen die Ebene der optischen Axen in die symmetrische Ebene fällt, wie beim Zucker, beim Gyps, beim schwefelsauren Kobaltoxydul-Ammoniak, beim ameisensauren Kupferoxyd u. s. w. (Seite 682), liegen zwar noch die optischen Axen für alle Farben in einer Ebene, dagegen fallen die Mittellinien für die verschiedenen Farben nicht mehr zusammen, was zur Folge hat, daß das eine Ringsystem ein ganz anderes Ansehen hat als das andere; dies ist namentlich der Fall beim Gyps und beim ameisensauren Kupferoxyd. In einer durch Spaltung erhaltenen Platte dieses Salzes sieht man bei geringer Neigung ein fast ganz rundes Ringsystem, bei größerer Neigung ein sehr in die Länge gezogenes. Für das eine liegen also die optischen Axen der rothen und blauen Strahlen sehr nahe zusammen, für das andere liegen sie weit aus einander. Fig. 800 (a. f. S.) stellt die ungefähre gegenseitige Lage der optischen Axen im ameisensauren Kupferoxyd dar.

Wenn die optische Mittellinie mit der symmetrischen Axe des monoklinischen Systems zusammenfällt, wie beim Borax, so ist zwar die Mittellinie für alle farbigen Strahlen dieselbe, aber die Ebene der optischen Axen hat für verschiedenfarbige Strahlen eine andere Lage.

Man erkennt dies daran, daß die Ringfigur durch den schwarzen Büschel nicht symmetrisch getheilt wird, wenn der Büschel mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt. Beim Borax werden die Ringe durch den Büschel symmetrisch getheilt, wenn dieser einen schon ziemlich bedeutenden Winkel mit der Schwingungsebene *ab*, Fig. 2 Tab. XI., der einen Turmalinplatte

Fig. 800.

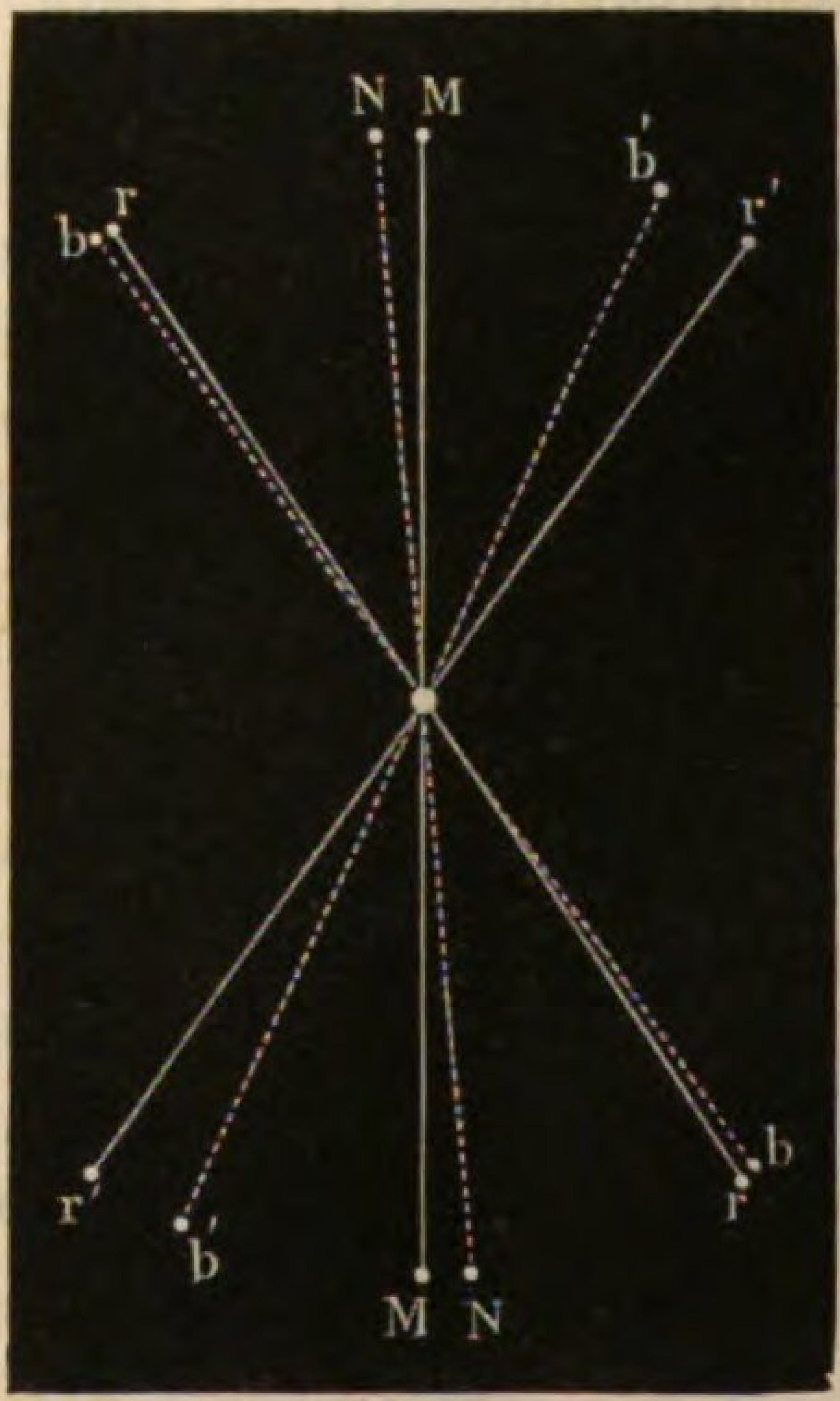
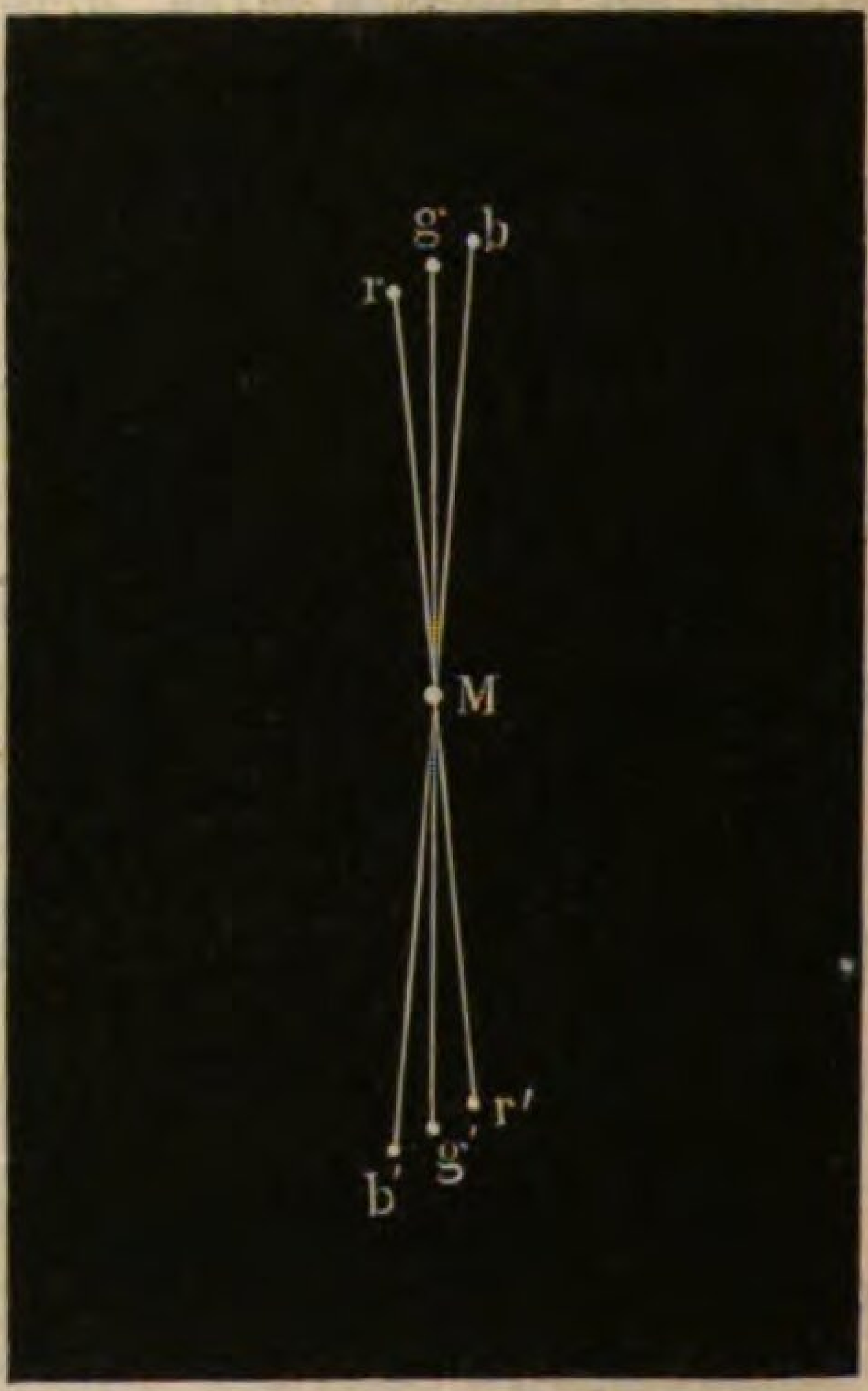


Fig. 801.



macht. Wenn man die Boraxplatte so zwischen die Turmaline gelegt hat, daß sie die Erscheinung wie Fig. 2 Tab. XI. zeigt, so findet sich das andere Ringsystem nicht in der Verlängerung des schwarzen Büschels, also nicht in der Verlängerung der Linie, welche die Mittelpunkte der rothen und blauen Ringe verbindet, sondern in der Richtung *ab*. Die Mittelpunkte der Farbenringe der beiden Ringsysteme sind also im Borax ungefähr so vertheilt, wie es in Fig. 801 angedeutet ist; *r*, *g* und *b* sind die Mittelpunkte der blauen, grünen und rothen Ringe im einen, *r'*, *g'*, *b'* die entsprechenden Mittelpunkte im anderen Ringsysteme; *rr'* ist also die Ebene der rothen, *gg'* die Ebene der grünen, *bb'* die Ebene der blauen optischen Axen. *M* ist die zum Punkt verkürzte Mittellinie.

297 **Hyperbolische Curven in Krystallplatten, die parallel mit der Axe geschliffen sind.** Wenn man eine parallel mit der Axe geschliffene Platte von Bergkrystall, welche 2 bis 4 Linien dick ist, oder eine eben so dicke Gypsplatte in den Polarisationsapparat legt, so erscheint sie nicht farbig wie ein dünnes Blättchen, sondern, wenn man sie in ihrer Ebene umdreht, wird sie nur abwechselnd hell und dunkel. Daß eine solche Platte, wenn ihre Dicke eine gewisse Gränze übersteigt, nicht mehr farbig erscheinen kann, geht aus der Entstehungsweise dieser Farben selbst hervor; denn die Maxima und Minima der Lichtstärke der verschiedenen Farben fallen in einer solchen Weise zusammen,

daß aus ihrer Mischung nur Weiß hervorgeht, wie dies schon oben gezeigt wurde. Legt man aber die Krystallplatte in die Turmalinzange, und zwar in dieselbe Lage, bei welcher eine dünne Platte die Farben möglichst glänzend zeigen würde, so erblickt man, nach einer homogenen Lichtquelle hinsehend, ein System von abwechselnd hellen und dunklen hyperbolischen Streifen, wie sie Fig. 4 und 5 Tab. X. dargestellt sind.

Als homogene Lichtquelle wendet man am bequemsten eine Weingeistlampe an, auf deren Docht man etwas Kochsalz streut; eine solche Flamme liefert ein fast ganz rein gelbes Licht.

Daß überhaupt hier abwechselnd helle und dunkle Curven entstehen, rührt daher, daß von den beiden Strahlen, welche an irgend einer Stelle der Oberfläche der Platte nach dem Auge austreten, der eine bald mehr, bald weniger vorausgeeilt ist, je nachdem die Strahlen den Krystall in einer anderen Richtung durchlaufen haben; die Form der hyperbolischen Curven läßt sich aus der Fresnel'schen Theorie der doppelten Brechung vollständig ableiten, wie ich dies in einer Abhandlung im 33. und 35. Bande von Poggendorff's Annalen nachgewiesen habe; hier würde uns eine solche Ableitung zu weit führen.

Je dünner die Platte wird, desto weiter rücken die Curven aus einander, und wenn die Platte hinlänglich dünn geworden ist, um im weißen Lichte farbig zu erscheinen, sind die Curven gewissermaßen so groß geworden, daß man sie nicht mehr übersehen kann; man sieht alsdann nur den gleichförmig gefärbten centralen Theil der Figur.

Auch eine parallel mit der Axe geschliffene Kalkspathplatte zeigt diese Curven, nur sind sie ungleich enger als bei einer gleich dicken Bergkrystallplatte. Die Bearbeitung einer solchen Kalkspathplatte erfordert aber die größte Sorgfalt; denn wenn die gegenüberliegenden Oberflächen nicht genau parallel sind, so treten die Strahlen, durch deren Interferenz die Curven entstehen sollen, wegen der starken doppelten Brechung des Kalkspaths nicht mehr nach derselben Richtung aus.

Eine Quarzplatte, deren Oberfläche einen Winkel von 45° mit der optischen Axe macht, zeigt bei Anwendung von homogenem Lichte zwischen der Turmalinplatte fast ganz gerade, abwechselnd helle und dunkle Streifen; dieselben Streifen, aber sehr fein, sieht man in einem möglichst dünnen, von einem Rhomboeder abgespalteten Kalkspathblättchen. Diese Streifen sind gewissermaßen die geradlinige Fortsetzung der hyperbolischen Curven, welche man in Platten sieht, die parallel mit der Axe geschliffen sind.

Im Allgemeinen wird man in jeder doppeltbrechenden Krystallplatte, welche mit parallelen Wänden begränzt ist, bei Anwendung von homogenem Lichte (farbige Gläser sind nicht homogen genug) Curven erblicken, von denen im weißen Lichte oft nicht die Spur zu sehen war.

Wenn man zwei Quarzplatten oder zwei Gypsplatten von gleicher Dicke, welche im homogenen Lichte die hyperbolischen Curven zeigen, gekreuzt zwischen die Turmaline bringt, so sieht man die Curven Fig. 5 Tab. X. schon im weißen

Tageslichte; sie erscheinen nun farbig, und ihre Farben folgen fast ganz den Farben der Newton'schen Scala, sie beginnen in der Mitte mit Schwarz, was begreiflich ist, da ja hier die Färbung von der Differenz der in der einen und der anderen Platte durchlaufenen Wege abhängt.

Zwei gleich dicke Quarzplatten, welche in einem Winkel von 45° gegen die Axe geschnitten sind, zeigen, wenn sie gekreuzt sind, im Turmalinapparat ebenfalls farbige Streifen, die von dem mittleren an, welcher schwarz erscheint, nach beiden Seiten hin in der Ordnung der Newton'schen Scala auf einander folgen.

Savart hat zwei solche gekreuzte Quarzplatten mit einer Turmalinplatte vereinigt und nennt diesen Apparat ein Polariskop; denn wenn man durch die Turmalinplatte und die beiden Quarzplatten nach irgend einer Stelle hinsieht, von welcher polarisirtes Licht kommt, so werden alsbald die Farbenstreifen sichtbar werden, und zwar um so brillanter, je vollständiger die einfallenden Strahlen polarisirt sind; sieht man durch diesen Apparat nach dem heiteren Himmel, nach einem Schieferdache, nach der Wand eines Hauses, so wird man die Streifen bald mehr, bald weniger deutlich erscheinen sehen, kurz, man kann mit diesem Apparate die geringsten Spuren von Polarisation der einfallenden Strahlen erkennen; doch sieht man leicht ein, daß man dasselbe weit einfacher erreicht, wenn man ohne Weiteres durch eine Turmalinplatte und eine senkrecht auf die Axe geschliffene Krystallplatte nach der zu untersuchenden Stelle hinsieht.

298 **Circularpolarisation.** Fresnel hat mit dem Namen der Circularpolarisation eine Erscheinung bezeichnet, welche zuerst Arago in Bergkrystallplatten beobachtet hatte, die senkrecht auf die Axe geschliffen waren. Diese Erscheinung kann am bequemsten auf folgende Weise beobachtet werden.

Legt man auf das Tischchen des Polarisationsapparates eine Quarzplatte, welche senkrecht zur Axe geschnitten ist, so erscheint ihr Bild in dem schwarzen Spiegel lebhaft gefärbt, und zwar ändert sich die Farbe, wenn der obere Spiegel gedreht wird. In keiner Stellung des Zerlegungsspiegels erscheint die Krystallplatte ganz farblos hell oder dunkel.

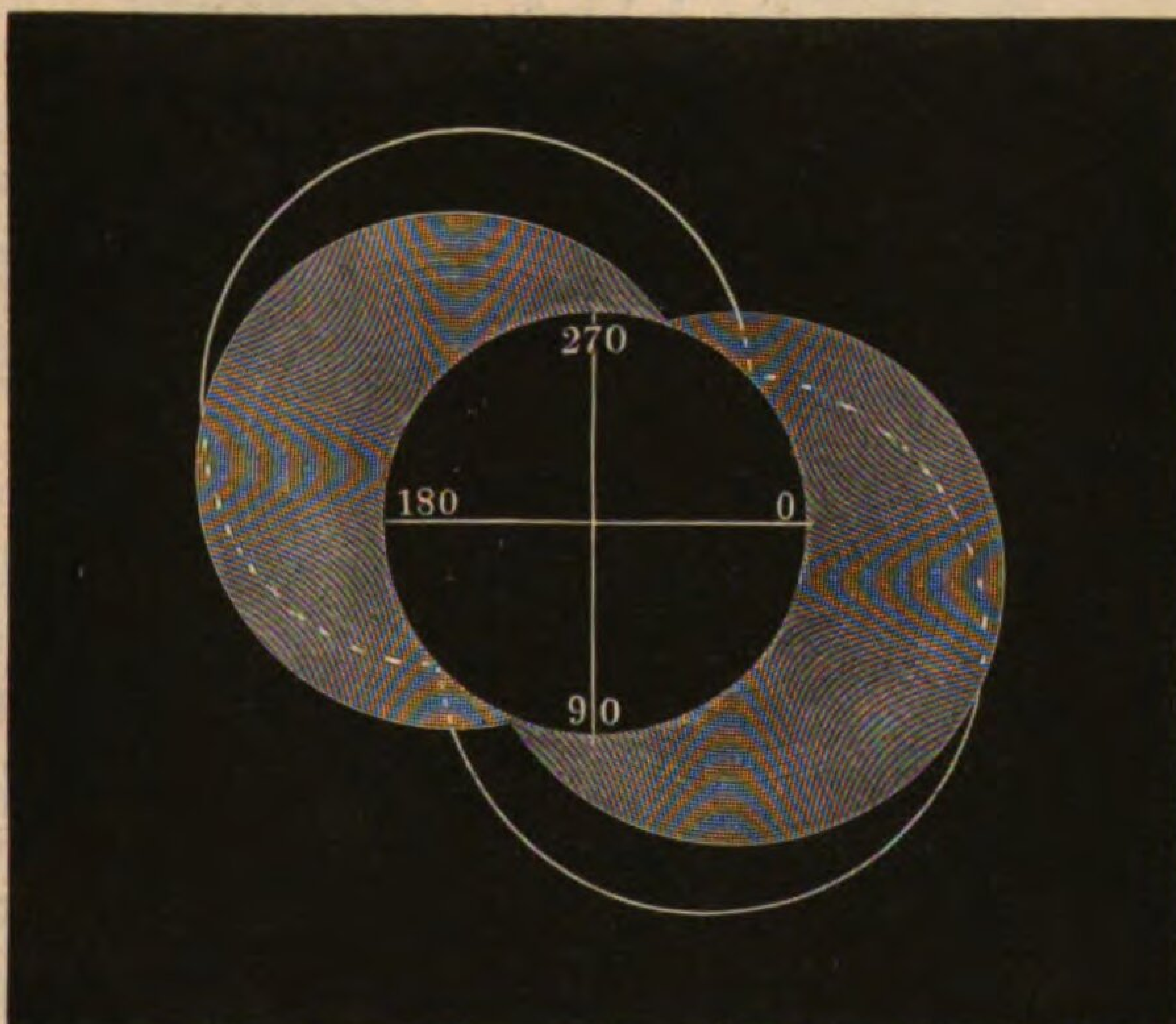
Die Farbenveränderungen, welche man beobachtet, wenn der obere Spiegel gedreht wird, folgen in einer bestimmten Ordnung auf einander, nämlich in derjenigen der prismatischen Farben. Es giebt Bergkrystallplatten, bei welchen man den Zerlegungsspiegel nach der rechten Seite hin, also in der Richtung wie den Zeiger einer Uhr drehen muß, damit Roth in Gelb, Gelb in Grün, Grün in Blau und Blau in Violett übergeht; bei anderen Bergkrystallen aber muß man den Zerlegungsspiegel in der entgegengesetzten Richtung drehen, damit die Farben in derselben Ordnung auf einander folgen. Man unterscheidet deshalb rechts und links drehende Bergkrystallplatten.

Um den Zusammenhang dieser brillanten Farbenerscheinungen zu übersehen, müssen wir statt des weißen Lichtes einfarbiges anwenden. Am einfachsten erreicht man diesen Zweck, wenn man durch ein gefärbtes Glas von möglichst

homogener Farbe nach dem Zerlegungsspiegel sieht. Die Erscheinung, welche man alsdann beobachtet, ist wieder ganz so einfach, wie vor dem Einlegen der Krystallplatte. Nehmen wir an, man hätte durch eine rothe Glasplatte gesehen, so wird man wieder für zwei einander diametral gegenüberliegende Punkte des Theilkreises das Gesichtsfeld ganz dunkel sehen, an zwei anderen um 90° von diesen entfernten Punkten aber ein Maximum von rothem Lichte. Die Punkte dieser Maxima und Minima sind aber nicht mehr 0°, 90°, 180° und 270° der Theilung, sondern andere, deren Lage von der Dicke der angewandten Platte abhängt.

Wenn die eingelegte Platte rechts drehend und 1mm dick ist, so findet man das Maximum des rothen Lichtes bei 19° und 199°; das Gesichtsfeld erscheint aber dunkel bei 109° und 289°. Fig. 802 stellt die Veränderungen der Licht-

Fig. 802.



intensität graphisch dar, welche man beobachtet, wenn der Zerlegungsspiegel ringsherum gedreht wird. Diese Figur unterscheidet sich von Fig. 714 Seite 644 nur dadurch, daß die ganze Intensitätscurve um 19° nach der rechten Seite hin gedreht ist. Durch die eingelegte Krystallplatte ist also die Polarisationsebene der von unten kommenden Strahlen um 19° nach der Rechten gedreht worden.

Für alle anderen Farben des Spectrums ist die Drehung der Polarisationsebene nach der rechten Seite hin durch dieselbe 1mm dicke Quarzplatte noch größer. Hätte man z. B. das vom schwarzen Spiegel reflectirte Licht durch ein grünes Glas untersucht, so würde man die Maxima der Intensität bei 28° und bei 208°, die Minima aber bei 118° und 298° gefunden haben. Die Maxima und Minima der violetten Strahlen sind noch um 13° weiter nach

der Rechten gedreht als die grünen. In Fig. 802 ist die Intensitätscurve für das violette Licht angedeutet.

Die folgende Tabelle giebt nach Biot's Messungen genau den Drehungsbogen der verschiedenen einfachen Strahlen für eine senkrecht auf die Axe geschnittene, 1mm dicke Bergkrystallplatte.

Benennung des einfachen Strahles.	Drehungsbogen in Graden.
Aeußerstes Roth	17,5°
Gränze des Roth und des Orange	20,5°
» » Orange und Gelb	22,3°
» » Gelb und Grün	25,7°
» » Grün und Blau	30,0°
» » Blau und Indigo	34,6°
» » Indigo und Violett	37,7°
» » äußersten Violett	44,1°

Daraus ergeben sich die Drehungsbogen für die mittleren Strahlen jeder Farbe, wie folgt:

Roth	19°	Blau	32°
Orange	21°	Indigo	36°
Gelb	24°	Violett	41°
Grün	28°		

Die hier angegebenen Zahlen beziehen sich nur auf eine Quarzplatte von der angegebenen Dicke. Die Drehung aber wächst in demselben Verhältnisse wie die Dicke der Platte. In einer 2mm dicken Quarzplatte beträgt also die Drehung für rothe Strahlen 38°, für violette 82°.

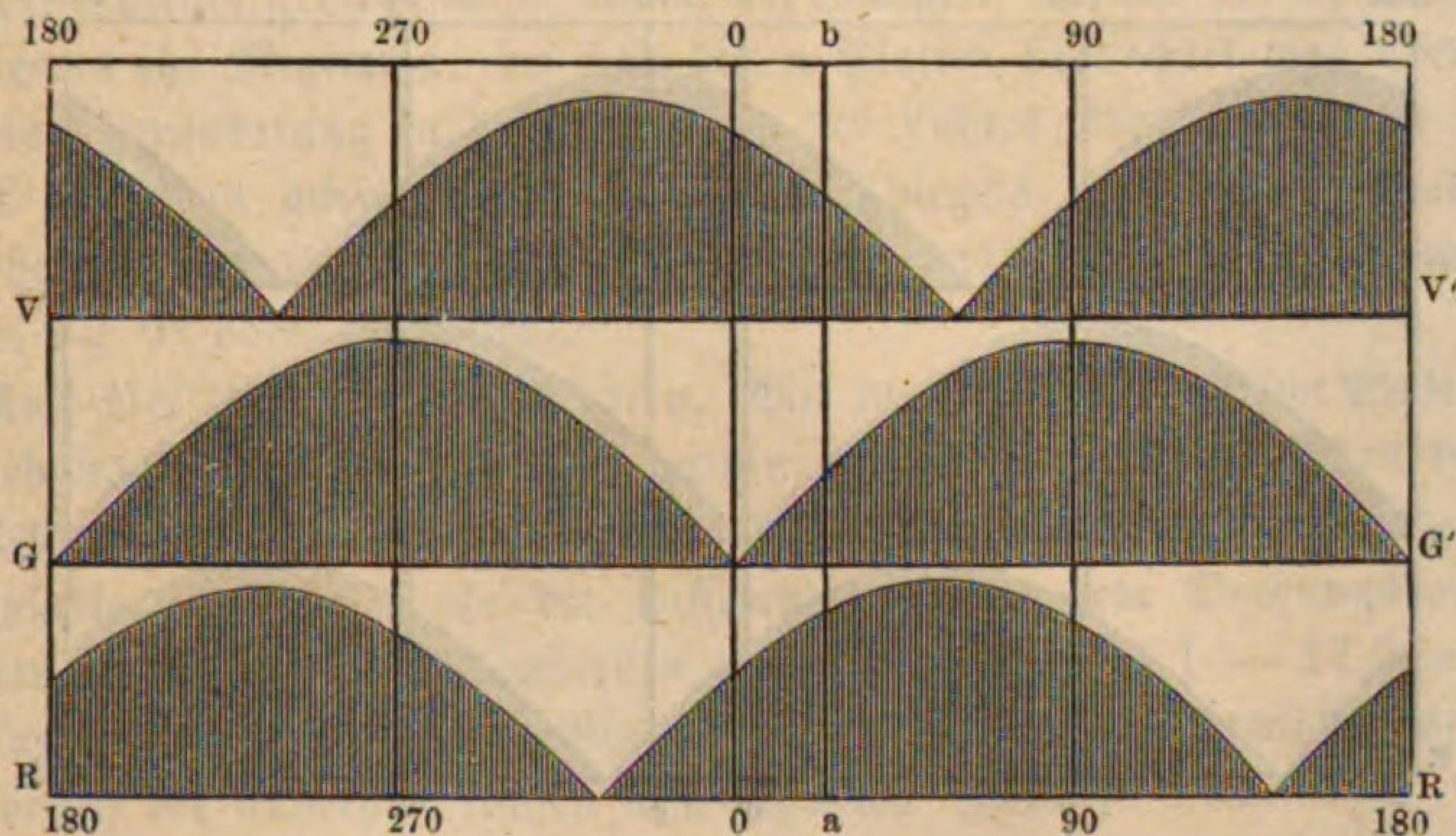
Wenn man nun aber das Bild der Quarzplatte im Zerlegungsspiegel ohne Anwendung eines farbigen Glases betrachtet, so begreift man nach dem Vorhergehenden sehr wohl, daß es in allen Lagen des oberen Spiegels gefärbt erscheinen muß, und zwar sind die nun beobachteten Farben nicht mehr reine prismatische, sondern Mischfarben, deren Ton davon abhängt, welche der prismatischen Farben für irgend eine Stellung des Zerlegungsspiegels mit größerer und geringerer Intensität erscheinen. Ganz dunkel kann das Gesichtsfeld nicht mehr werden, denn wenn auch eine Farbe im Minimum ihrer Intensität ist, so sind es doch die anderen nicht. Ebenso wenig erscheint die Platte an irgend einer Stelle ganz farblos und hell.

Die angegebenen Data reichen vollkommen hin, um die Farbenerscheinungen schon im Voraus zu bestimmen, welche man an einer Quarzplatte von gegebener Dicke beobachten wird. Wir wollen eine solche Bestimmung beispielsweise für eine 3,75mm dicke Platte ausführen. Der Drehungsbogen für die einzelnen farbigen Strahlen ist leicht zu berechnen, die oben angegebenen Zahlen sind nur mit 3,75 zu multipliciren, und so ergeben sich die folgenden Werthe der Drehungsbogen:

Roth	71
Gelb	90
Violett	154

Die Intensitätscurven der einzelnen Farben lassen sich auf dieselbe Weise construiren wie in Fig. 802. Der leichteren Uebersicht wegen wollen wir uns aber die Kreisperipherie in eine gerade Linie entwickelt denken. In Fig. 803

Fig. 803.



stellt die gerade Linie *RR'* die entwickelte Peripherie dar, und die Länge der auf jedem Punkte von *RR'* zu errichtenden Perpendikel bis zur krummen Linie stellt die Intensität des rothen Lichtes dar, wie man sie am oberen Spiegel beobachtet, wenn eine 3,75mm dicke rechtsdrehende Quarzplatte eingelegt ist. Diese Intensität ist ein Maximum bei 71° und 251°, sie ist Null bei 161° und 341°.

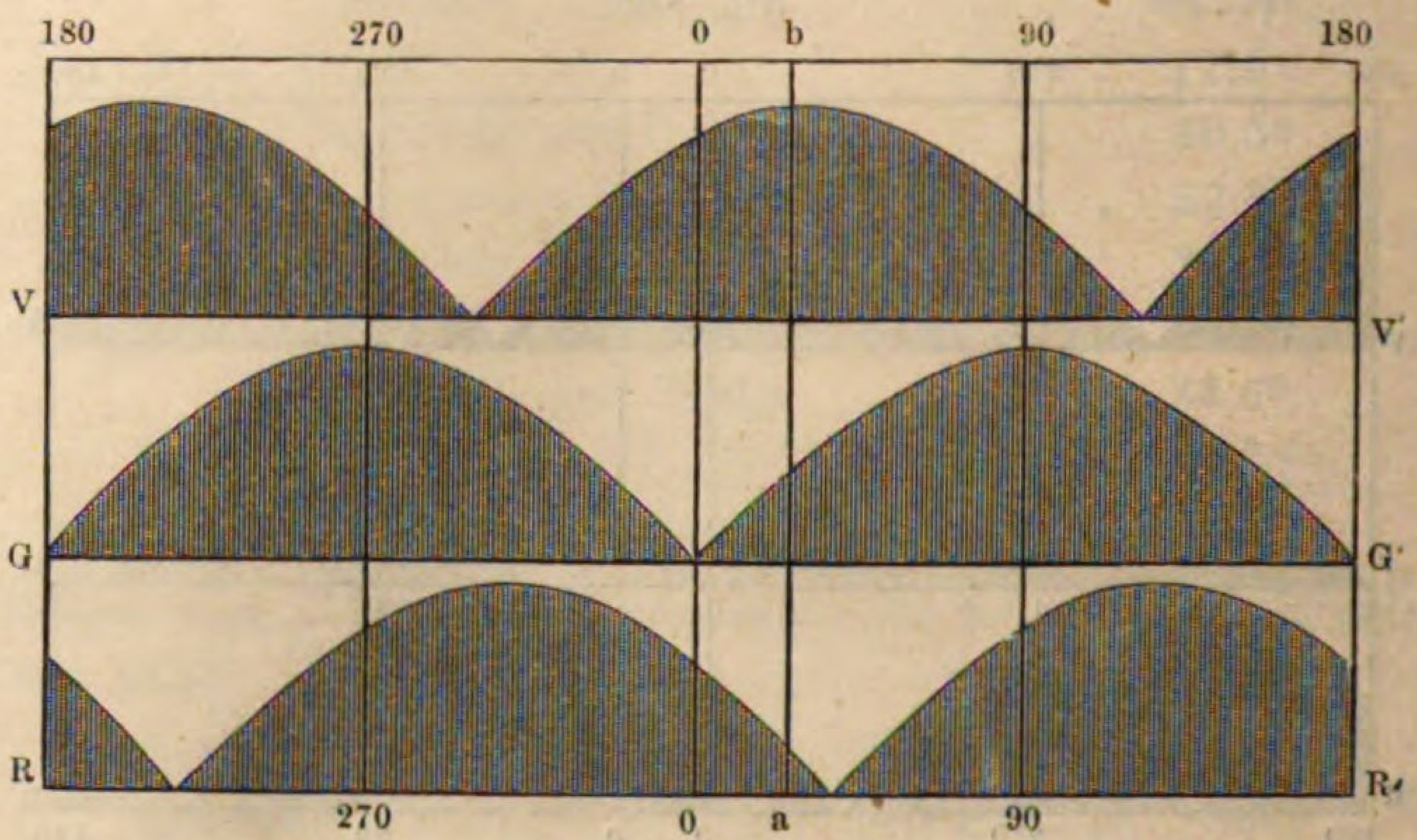
Auf der geraden Linie *GG'*, welche ebenfalls die entwickelte Peripherie darstellt, ist die Intensitätscurve für die gelben Strahlen construirt, welche der für die rothen ganz gleich ist, mit dem einzigen Unterschiede jedoch, daß die Lage der Maxima und Minima verschoben ist. Ebenso ist auf der Linie *VV'* die Intensitätscurve für violette Strahlen construirt, und zwar ist die Lage der Maxima und Minima durch die soeben berechnete Größe der Drehungsbogen bestimmt. So ist z. B. für Violett ein Minimum bei 64°, das andere bei 244°.

Betrachtet man diese drei Intensitätscurven zusammen, so kann man sich daraus ein Urtheil über die zu beobachtenden Farbenerscheinungen bilden. Bei 0°, wenn also der obere Spiegel mit dem unteren parallel steht, ist Violett dem Maximum nahe, Roth etwas schwächer und Gelb ganz Null. Wenn man nach der Rechten dreht, so nimmt der Einfluß, den Roth und Gelb ausüben, zu, während Blau abnimmt. Bald, bei 71°, erreicht Roth sein Maximum und Violett ist hier sehr nahe dem Minimum. Ist die Schwingungsebene des Zerlegers mit der des Polarisationsspiegels parallel, so zeigt sich also eine purpurne Färbung, in welcher das Gelb vollständig fehlt. Dreht man den Zerleger nach der Rechten, so geht die Färbung alsbald in Roth und dann in Gelb über, welches bei einer Drehung von 90° sein Maximum erreicht haben wird. Bei

fernerer Drehung nehmen Roth und Gelb ab, während Blau und Violett zunehmen, die Färbung der Platte geht also vom Gelb durch Grün in Blau und Violett über. Von 180° an wiederholt sich dieselbe Reihe von Erscheinungen.

Fig. 804 stellt die Intensitätscurven der drei Farben Roth, Gelb und Violett für eine gleichfalls 3,75mm dicke, aber links drehende, senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte dar.

Fig. 804.



Man ersieht leicht, wenn man diese Figur mit Fig. 803 vergleicht, daß beide Platten, die rechtsdrehende und die linksdrehende, gleiche Färbung zeigen müssen, wenn die Schwingungsebene des Zerlegers zu der des Polarisationsspiegels parallel oder gekreuzt ist. Bei jeder anderen gegenseitigen Lage derselben erscheint eine rechtsdrehende Platte anders gefärbt, als eine linksdrehende. Wenn z. B. der Zerleger die der Linie *ab* Fig. 803 und Fig. 804 entsprechende Lage hat, so erscheint die 3,75mm dicke rechtsdrehende Platte roth, während die gleich dicke linksdrehende violett erscheint.

Die Farbenerscheinungen, welche die Kreispolarisation hervorbringt, haben also darin ihren Grund, daß der Zerlegungsspiegel, in welcher Stellung er sich auch befinden mag, nicht alle prismatischen Farben in gleichem Verhältnisse reflectirt, daß also, wenn eine Farbe auch vollständig reflectirt wird, andere weniger vollständig oder gar nicht reflectirt werden. Nicht für alle Dicken der Bergkrystallplatten ist aber die Erscheinung der Farben gleich brillant; bei ganz dünnen und bei ganz dicken Platten sind kaum Spuren von Färbung wahrzunehmen. Die Ursache davon läßt sich leicht ersehen.

Man nehme eine Quarzplatte von $^1/_4$mm Dicke, so beträgt der Drehungsbogen für rothe Strahlen ungefähr 5°, für violette Strahlen 10°. Die Drehungsbogen für alle anderen farbigen Strahlen fallen also zwischen 5° und 10°, die Maxima aller Strahlen liegen daher sehr nahe beisammen, und wenn die rothen Strahlen im Maximum ihrer Intensität sind, sind alle anderen ihrem Maximum so nahe, daß das Roth nicht merklich vorherrschen kann, die Platte wird also fast ganz weiß erscheinen. Ebenso liegen alle Minima sehr nahe beisammen, nämlich zwischen 95° und 100°; hier also wird das Gesichtsfeld fast

dunkel sein. Es ist klar, daß, je dünner die Platte wird, die Erscheinung sich immer mehr derjenigen nähert, welche man ohne die zwischengelegte Platte beobachtet.

Auch sehr dicke Platten erscheinen, wie schon bemerkt wurde, farblos; jedoch ist die an ihnen beobachtete Erscheinung wesentlich von derjenigen sehr dünner Platten verschieden. Wie wir eben gesehen haben, erscheint eine ganz dünne Platte im Zerlegungsspiegel fast ganz hell und farblos, wenn er bei 0° steht; wenn der Spiegel gedreht wird, nimmt die Helligkeit ab und erreicht etwas über 90° hinaus ihr Minimum; bei sehr dicken Platten beobachtet man aber durchaus keine Veränderung in der Intensität des Lichtes, wenn der obere Spiegel gedreht wird; in allen Stellungen dieses Spiegels erscheint die Platte stets gleich hell, allein immer weniger hell als eine ganz dünne Platte, wenn der Spiegel bei 0° oder 180° steht.

Auch dies läßt sich leicht erklären. Mit zunehmender Dicke der Platte wächst der Drehungsbogen für jede Farbe, mithin auch die Differenz zwischen dem Drehungsbogen je zweier Farben. Nach der oben angeführten Tabelle ist für eine Quarzplatte von 1^{mm} Dicke die Differenz zwischen dem Drehungsbogen der äußersten violetten und der äußersten rothen Strahlen $44{,}1 - 17{,}5 = 26{,}6°$. Für eine 2mal, 3mal so dicke Platte ist auch die Differenz zwischen dem Drehungsbogen der äußersten rothen und violetten Strahlen 2mal, 3mal so groß. Mit zunehmender Dicke kann aber auch diese Differenz bis auf 180° wachsen (es ist dies der Fall, wenn die Quarzplatte 6,76^{mm} dick ist, denn $6{,}76 \times 26{,}6 = 180$); wenn aber der Drehungsbogen zweier Farben um 180° verschieden ist, so fallen die Maxima und Minima beider Farben vollkommen zusammen; bei einer Quarzplatte, welche 6,76^{mm} dick ist, nimmt der Einfluß, welchen die rothen und die violetten Strahlen auf die Färbung ausüben, in gleichem Maße ab und zu, wenn man den oberen Spiegel dreht. Der Drehungsbogen der Strahlen, welche ungefähr an der Gränze zwischen Blau und Grün liegen, ist das Mittel zwischen dem Drehungsbogen der rothen und der violetten Strahlen; in einer Platte von 6,76^{mm} Dicke also erscheinen die blaugrünen Strahlen im Maximum, wenn die rothen und die violetten im Minimum sind, und umgekehrt. Für eine Quarzplatte, deren Dicke $2 \times 6{,}76$, also 13,52^{mm} beträgt, ist die Differenz der Drehungsbogen der rothen und blaugrünen Strahlen 180°; ebenso groß ist aber auch die Differenz der Drehungsbogen der blaugrünen und violetten Strahlen. An einer solchen Platte erscheint also Roth, Blaugrün und Violett gleichzeitig im Maximum; keine dieser drei Farben kann also entschieden vorherrschen. Bei einer Quarzplatte von 27^{mm} Dicke ist die Differenz der Drehungsbogen der äußersten rothen und mittleren gelben Strahlen 180°. Ebenso groß ist für diese Platte die Differenz der gelben und blaugrünen Strahlen, der blaugrünen und indigofarbigen, der indigofarbigen und violetten. Roth, Gelb, Blaugrün, Indigo und Violett wirken also bei dieser Platte ganz gleichmäßig zur Färbung mit. Wenn diese Farben im Maximum sind, so geben sie zusammen eine Farbe, die nur wenig von Weiß unterschieden ist; sind sie aber im Minimum, so herrschen Orange, Grün, Blau und die Strahlen zwischen

Indigo und Violett vor, und auch diese geben zusammen fast Weiß; schon bei dieser Platte kann man also kaum eine Veränderung im Teint der Platte wahrnehmen, wenn man den oberen Spiegel dreht, und begreiflicher Weise nähert sich die Farbe der Platte noch mehr dem reinen farblosen Weiß, wenn die Dicke noch mehr zunimmt.

Die Erscheinungen, welche man an einer linksdrehenden Quarzplatte beobachtet, unterscheiden sich von denen einer gleich dicken rechtsdrehenden Quarzplatte dadurch, daß man von 0° nach der linken Seite hin, also von 0° über 270° nach 180° den Zerlegungsspiegel drehen muß, um die Farbenerscheinungen in derselben Ordnung zu sehen, als ob man bei der rechtsdrehenden von 0° über 90° nach 180° hin gedreht hätte.

Ob ein Quarzkrystall rechts- oder linksdrehend ist, läßt sich meistens schon äußerlich erkennen. Betrachtet man nämlich die Bergkrystalle genauer, so findet man, daß an den Säulenflächen entweder oben links (und unten rechts, wenn der Krystall vollständig ausgebildet ist) oder oben rechts (und unten links) kleine Abstumpfungsflächen auftreten, wie die Fläche *n* in Fig. 805. Bei einem und demselben Krystallindividuum treten diese kleinen Flächen stets nur auf einer Seite auf, also am oberen Ende des Krystalls nur auf der linken Seite oder nur auf der rechten Seite.

Fig. 805.



Diejenigen Krystalle, welche die fragliche Fläche oben links haben, wie Fig. 805, sind auch optisch linksdrehend, während diejenigen Quarzkrystalle optisch rechtsdrehend sind, bei welchen jene Abstumpfungsfläche oben rechts auftritt.

Außer dem Quarz ist bis jetzt nur noch ein Körper bekannt, welcher, wie Marbach gefunden hat, die Erscheinung der Circularpolarisation zeigt, und dies ist das chlorsaure Natron, ein Salz, welches dem regulären Krystallsysteme angehört und dessen Krystalle (Fig. 806) durch eine Combination des Würfels mit dem Tetraeder gebildet sind; manchmal erscheinen die Würfelkanten durch Dodekaederflächen abgestumpft.

Fig. 806.



Während beim Quarz die Circularpolarisation an die Richtung der krystallographischen Hauptaxe gebunden ist, findet in den Krystallen des chlorsauren Natrons die Circularpolarisation nach allen Richtungen hin in gleicher Weise Statt.

Die Krystalle des chlorsauren Natrons sind optisch rechtsdrehend.

299 Nachahmung der Circularpolarisation und ihre Erklärung.

Die eben beschriebenen Erscheinungen der Kreispolarisation, wie man sie im Bergkrystalle beobachtet, können auch durch eine Combination von Glimmerblättchen und Gypsblättchen, oder noch vollkommener durch eine Combina-

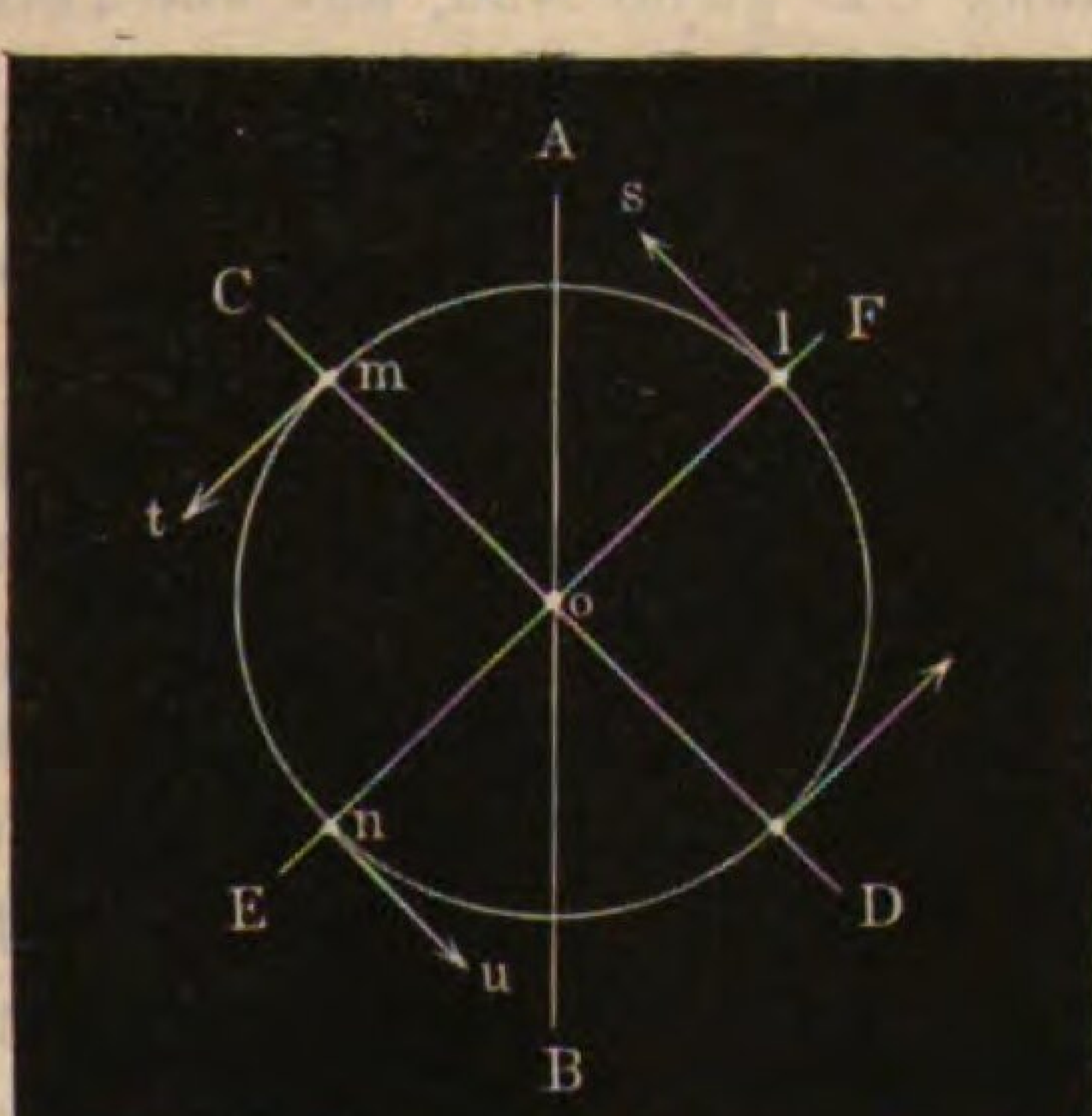
tion von einem Gypsblättchen mit zwei Fresnel'schen Parallelepipeden, die sogleich näher beschrieben werden sollen, nachgeahmt werden, und dadurch erhalten wir einen Schlüssel zur Erklärung dieser Phänomene.

Ein Glimmerblättchen bringt, auf das mittlere Tischchen des Polarisationsapparates gelegt, dieselben Erscheinungen hervor, wie ein Gypsblättchen; es ist aber viel leichter, Glimmerblättchen dünn genug zu spalten, um im polarisirten Lichte die Farben der ersten Ordnung zu zeigen.

Wenn ein Glimmerblättchen gerade so dick ist, daß für gelbes Licht der eine Strahl dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorauseilt, so wird dasselbe auch sehr nahe noch für alle anderen Farben der Fall sein; ein solches Blättchen also, welches 4mal dünner sein muß als ein solches, welches zwischen den gekreuzten Spiegeln das Dunkel-Purpur der zweiten Ordnung zeigt, wird unter denselben Umständen graulich weiß erscheinen, weil alle Farben fast gleich viel zu seiner Färbung beitragen. Wenn man nun ein solches Glimmerblättchen so zwischen die gekreuzten Spiegel des Apparates gelegt hat, daß die Schwingungsebenen der beiden Strahlen im Blättchen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der beiden Spiegel machen, daß also das Blättchen so hell als möglich erscheint, so kann man den oberen Spiegel des Apparates drehen wie man will, ohne daß sich die Helligkeit des Blättchens merklich ändert; nur seine Färbung, welche zwischen den gekreuzten Spiegeln kaum merklich ins Blaue spielt, wird zwischen den parallelen Spiegeln schwach gelblich erscheinen.

Durch das Zusammenwirken der beiden aus dem Glimmerblättchen austretenden Strahlen, welche rechtwinklig zu einander polarisirt sind, und von denen der eine dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt ist, entsteht also ein Strahl, welcher sich wie ein gewöhnlicher Lichtstrahl zu verhalten scheint, indem er von dem oberen Spiegel in allen Lagen gleich gut reflectirt wird; dieser Strahl besitzt jedoch Eigenschaften, die ihn wesentlich von einem gewöhnlichen Strahle unterscheiden, es ist ein circular polarisirter Strahl. Wir wollen die Eigenschaften und die Entstehungsweise eines solchen Strahles sogleich näher betrachten.

Fig. 807.



In Fig. 807 sei AB die Vibrationsebene der vom unteren Spiegel kommenden Strahlen, CD die Schwingungsebene des einen, EF die des anderen Strahles im Glimmerblättchen; wenn AB den rechten Winkel der Ebenen CD und EF halbirt, wie wir bei unserem Versuche annehmen, so ist die Vibrationsintensität des nach CD schwingenden Strahles gleich der Vibrationsintensität des in der Richtung EF schwingenden.

Wenn nun die beiden Strahlen das Glimmerblättchen mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen hätten, so würden sie nach ihrem Austritte aus demselben irgend ein Aethertheilchen gleichzeitig und mit gleicher Kraft von o nach C und von o nach F treiben, das Aethertheilchen würde sich also in der Richtung von o nach A bewegen müssen; kurz, durch das Zusammenwirken der beiden Strahlen würde ein Strahl erzeugt werden, dessen Schwingungen in der Ebene AB vor sich gehen. Dasselbe würde stattfinden, wenn der eine Strahl dem anderen um 1, 2, 3 u. s. w. ganze Wellenlängen vorausgeeilt wäre.

Nun ist aber der eine Strahl dem anderen nur um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt; in einem Moment also, in welchem die Geschwindigkeit, welche der eine Strahl einem Aethertheilchen mittheilt, gerade Null ist, ist es durch den anderen Strahl mit einem Maximum der Geschwindigkeit afficirt, wie es dem Durchgange durch die Geschwindigkeitslage entspricht; während aber die Geschwindigkeit, welche der eine Strahl dem Theilchen mittheilt, gerade zunimmt, nimmt die Geschwindigkeit ab, mit welcher es durch den anderen Strahl angetrieben wird, und dadurch wird eben dem Aethertheilchen eine kreisförmige Bewegung ertheilt.

Nehmen wir an, der parallel mit EF schwingende Strahl sei dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt; das Aethertheilchen, dessen Gleichgewichtslage o ist, befinde sich durch die Einwirkung des nach EF schwingenden Strahles gerade im Maximum der Ausweichung, in l, so ist die Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen gerade in diesem Augenblicke durch den in der Richtung EF schwingenden Strahl afficirt wird, gleich Null; in demselben Momente wird aber das in l befindliche Theilchen durch den anderen Strahl, welcher um $^1/_4$ Wellenlänge zurückgeblieben ist, mit einem Maximum von Geschwindigkeit parallel mit CD in der Richtung des Pfeiles ls fortgetrieben; diese Geschwindigkeit nimmt aber allmälig ab und wird nach $^1/_4$ Undulation gleich Null, während die Geschwindigkeit, welche der andere Strahl dem Aethertheilchen mittheilt, in derselben Zeit von Null an wächst; das Aethertheilchen wird also einen Kreisbogen beschreiben und nach $^1/_4$ Undulation in m ankommen; hier ist nun die Geschwindigkeit in der Richtung CD gleich Null, und das Theilchen bewegt sich in der Richtung des Pfeiles mt; die Geschwindigkeit in dieser Richtung nimmt aber wieder ab, während sie in der Richtung des Pfeiles nu zunimmt, kurz, das Aethertheilchen beschreibt, von der Rechten zur Linken sich drehend, einen Kreis um seine Gleichgewichtslage.

Wäre der parallel mit CD schwingende Strahl dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt, so würde die Rotation der Aethertheilchen von der Linken zur Rechten stattfinden.

Durch das Zusammenwirken der beiden mit gleicher Vibrationsintensität aus dem Glimmerblättchen austretenden Strahlen, welche rechtwinklig zu einander polarisirt sind, und von denen der eine dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt ist, entsteht also ein Strahl, welcher durch kreisförmige Vibrationen fortgepflanzt wird.

Wenn sich aber die Rotation in der Richtung des Strahles von einem Aethertheilchen zum anderen fortpflanzt, so ist klar, daß nicht alle um ihre Gleichgewichtslage rotirenden Theilchen gleichzeitig dieselbe Stellung in ihrem Kreise einnehmen können; die Aethertheilchen, welche in ihrer Gleichgewichtslage auf einer mit der Richtung des Strahles zusammenfallenden geraden Linie liegen, bilden nun eine enge, um diese gerade Linie herumgewundene Schraubenlinie, bei welcher die Höhe eines Ganges der Wellenlänge entspricht. Denkt man sich nun, daß sich eine solche Schraubenlinie mit gleichförmiger Bewegung um ihre Axe so umdreht, daß jede Umdrehung in derselben Zeit vollendet wird, welche auch zu einer gewöhnlichen Lichtvibration erfordert wird, so hat man eine richtige Vorstellung von der Bewegung und der gegenseitigen Lage der Aethertheilchen eines kreisförmig polarisirten Strahles.

Streng genommen, kann ein Glimmerblättchen nur für Strahlen einer bestimmten Farbe vollkommen kreisförmig polarisirtes Licht liefern; denn wenn das Blättchen gerade so dick ist, daß für gelbes Licht der eine Strahl dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorauseilt, so ist dies für rothes, blaues u. s. w. Licht nicht auch ganz genau der Fall; doch bringt diese Abweichung für die meisten Versuche keinen merklichen Nachtheil hervor. Ganz vollständig circular polarisirtes weißes Licht liefert dagegen das Fresnel'sche Parallelepiped, welches übrigens wegen seiner bedeutenden Dicke nicht immer so bequem zu gebrauchen ist wie ein Glimmerblättchen.

Fig. 809 stellt ein Fresnel'sches Parallelepiped von Glas in perspectivischer Ansicht, Fig. 808 stellt den Durchschnitt desselben sammt seiner Fassung dar. Jeder der Winkel bei *a* und bei *c* ist 126°, die spitzen Winkel bei *b* und *d* also 54°. Ein Lichtstrahl, welcher rechtwinklig zu der Fläche *cb* eintritt, erleidet bei *p* und *s* eine totale innere Reflexion und tritt dann rechtwinklig zur Fläche *ad* aus. Wenn nun der einfallende Strahl linear polarisirt ist, und wenn ferner die Ebene der zweifachen inneren Reflexion einen Winkel von 45° mit der Polarisationsebene macht, so ist der austretende Strahl in Folge der zweimaligen inneren Spiegelungen vollständig circular polarisirt.

Fig. 808.

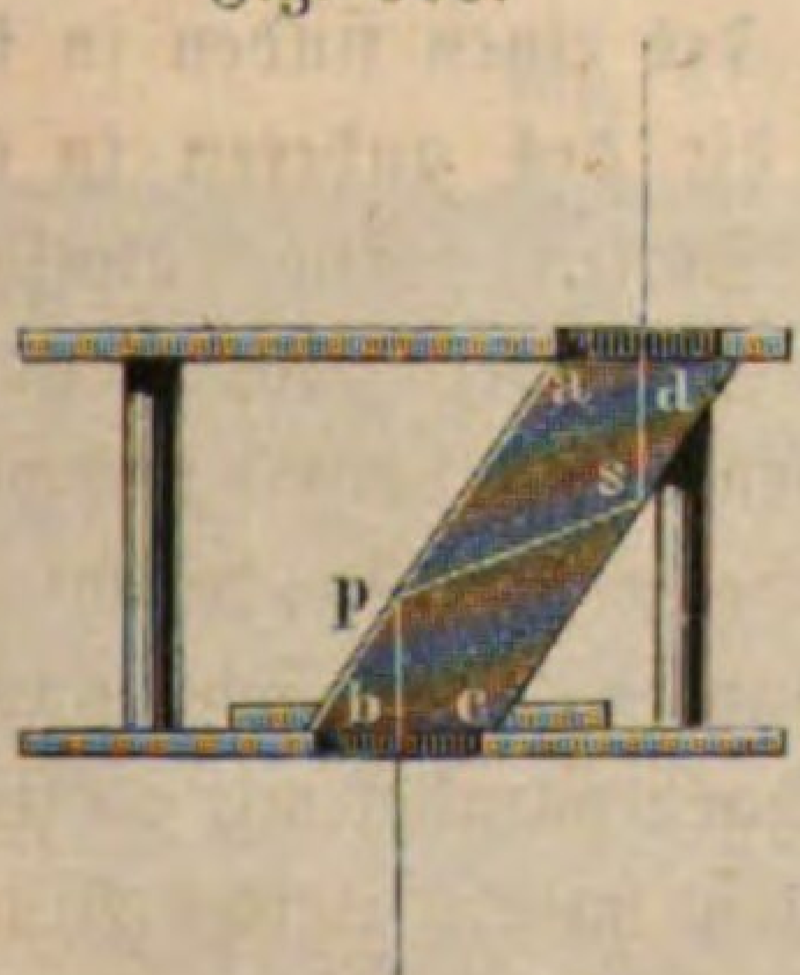
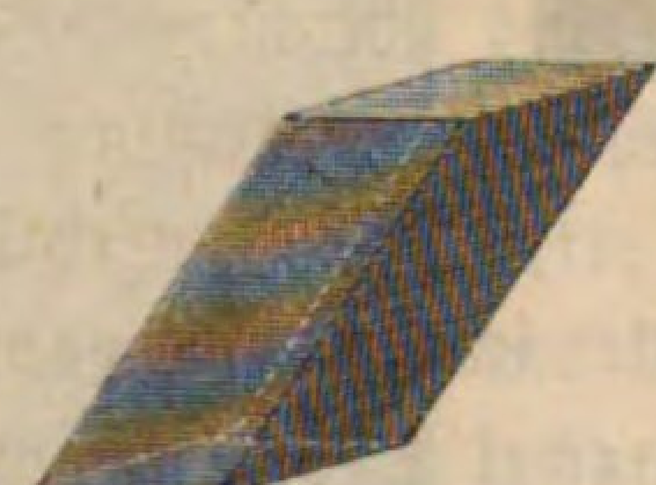


Fig. 809.



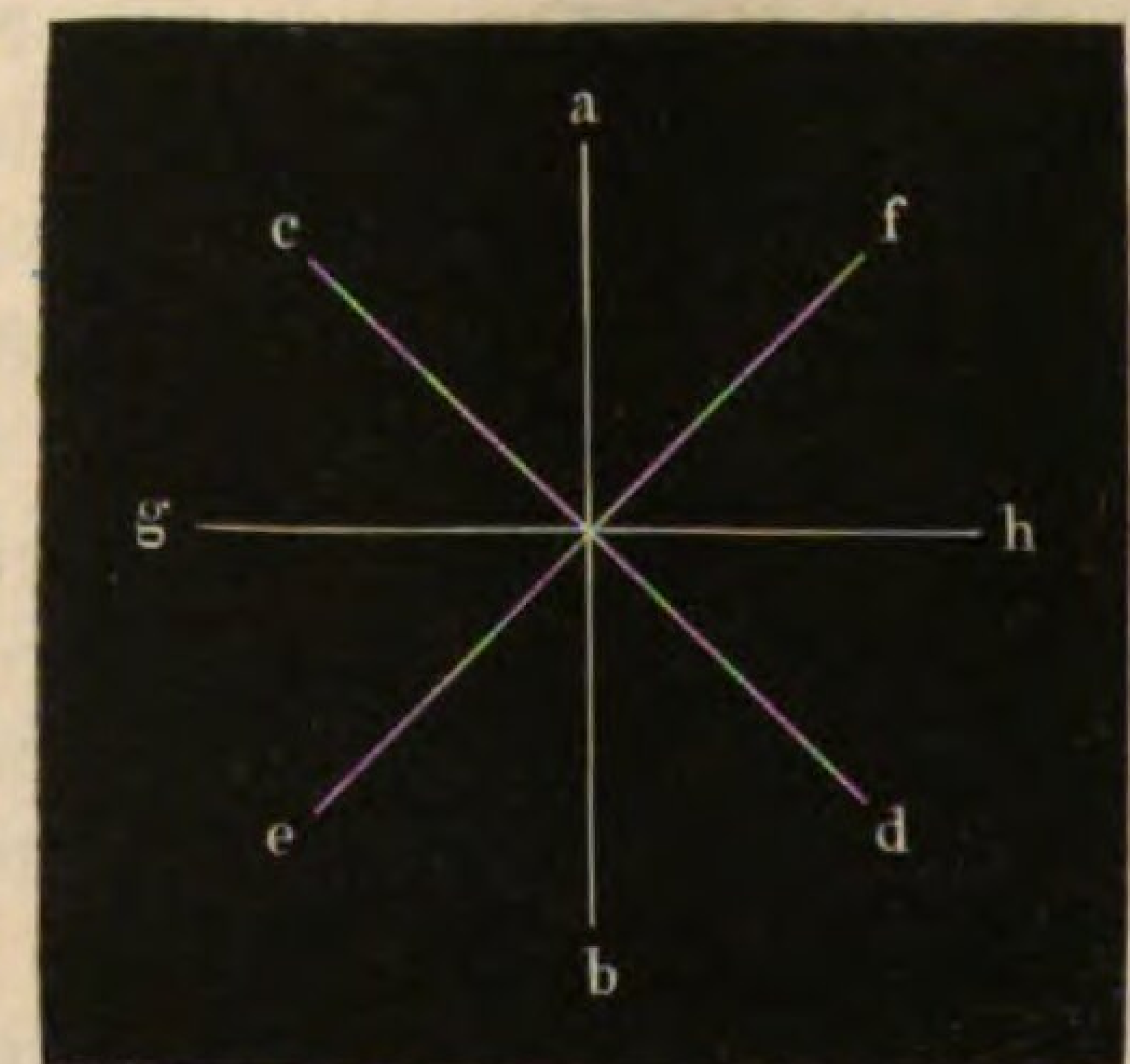
Die Nachweisung, wie unter den erwähnten Umständen im Fresnel'schen Parallelepiped ein circular polarisirter Strahl entsteht, ist ohne Anwendung höherer Rechnung nicht wohl möglich.

Bringt man nun ein Glimmerblättchen der gehörigen Dicke so in den Polarisationsapparat, daß es circular polarisirtes Licht liefert, legt man alsdann ein Gypsblättchen, welches für sich allein im Polarisationsapparate schon farbig erscheint, so

auf das Glimmerblättchen, daß die eine der Schwingungsebenen im Gypsblättchen mit der Polarisationsebene der vom unteren Spiegel kommenden Strahlen zusammenfällt, daß also die Schwingungsebenen im Gypsblättchen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen im Glimmerblättchen machen, so wird man natürlicher Weise bei gekreuzten Spiegeln gar keine Färbung des Gypsblättchens wahrnehmen; sobald man aber ein zweites Glimmerblättchen von derselben Dicke wie das untere so auf das Gypsblättchen legt, daß die Schwingungsebenen des oberen Glimmerblättchens mit denen des unteren zusammenfallen, so erscheint sogleich das Gypsblättchen gefärbt, und diese Färbung ändert sich, wenn man den oberen Spiegel des Apparates dreht, ganz in derselben Weise, als ob man eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte im Apparate hätte. Da wir nun im Stande sind, die Erscheinungen in der Combination von Gyps- und Glimmerblättchen vollständig zu analysiren, so haben wir zugleich eine Erklärung der im Bergkrystalle beobachteten Erscheinungen.

Es sei *ab*, Fig. 810, die Schwingungsebene des vom unteren Polarisationsspiegel kommenden polarisirten Strahles, *cd* und *ef* die Schwingungsebenen der beiden Strahlen im Glimmerblättchen, *ab* und *gh* die beiden Schwingungsebenen im Gypsblättchen.

Fig. 810.



Der Strahl, welcher im Glimmerblättchen parallel mit *cd* schwingt, wird bei seinem Eintritte in das Gypsblättchen in zwei Strahlen zerlegt; die Schwingungen des einen finden in der Richtung *ab*, die des anderen in der Richtung *gh* Statt. Eine ähnliche Zerlegung erleidet aber auch der im Glimmerblättchen parallel mit *ef* schwingende Strahl bei seinem Eintritte in das Gypsblättchen; und so kommt es denn, daß sich im Gypsblättchen zwei Strahlen fortpflanzen, deren Schwingungen parallel mit *ab*, und zwei andere, deren Schwingungen parallel mit *gh* sind.

Die beiden parallel mit *ab* schwingenden Strahlen haben gleiche Vibrationsintensität, der eine ist aber dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt; da die beiden Strahlen nach derselben Richtung schwingen, so werden sie interferiren, sie werden durch ihr Zusammenwirken einen einzigen Strahl hervorbringen, dessen Vibrationsintensität leicht zu ermitteln ist; zu unserem Zwecke ist es aber nicht einmal nöthig, diese Vibrationsintensität zu kennen.

Auch die beiden Strahlen, welche im Gypsblättchen, parallel mit *gh* schwingend, sich fortpflanzen, haben gleiche Vibrationsintensität und der eine ist dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt; also auch diese combiniren sich zu einem einzigen Strahle, dessen Vibrationsintensität gerade ebenso groß ist wie die des Strahles, welcher parallel mit *ab* schwingt.

Es treten also aus dem Gypsblättchen zwei rechtwinklig zu einander pola-

risirte Strahlen von gleicher Vibrationsintensität aus, jeder derselben wird aber durch das obere Glimmerblättchen in einen circular polarisirten Strahl verwandelt, und durch die Interferenz dieser beiden kreisförmig polarisirten Strahlen wird die beobachtete Farbenerscheinung hervorgebracht.

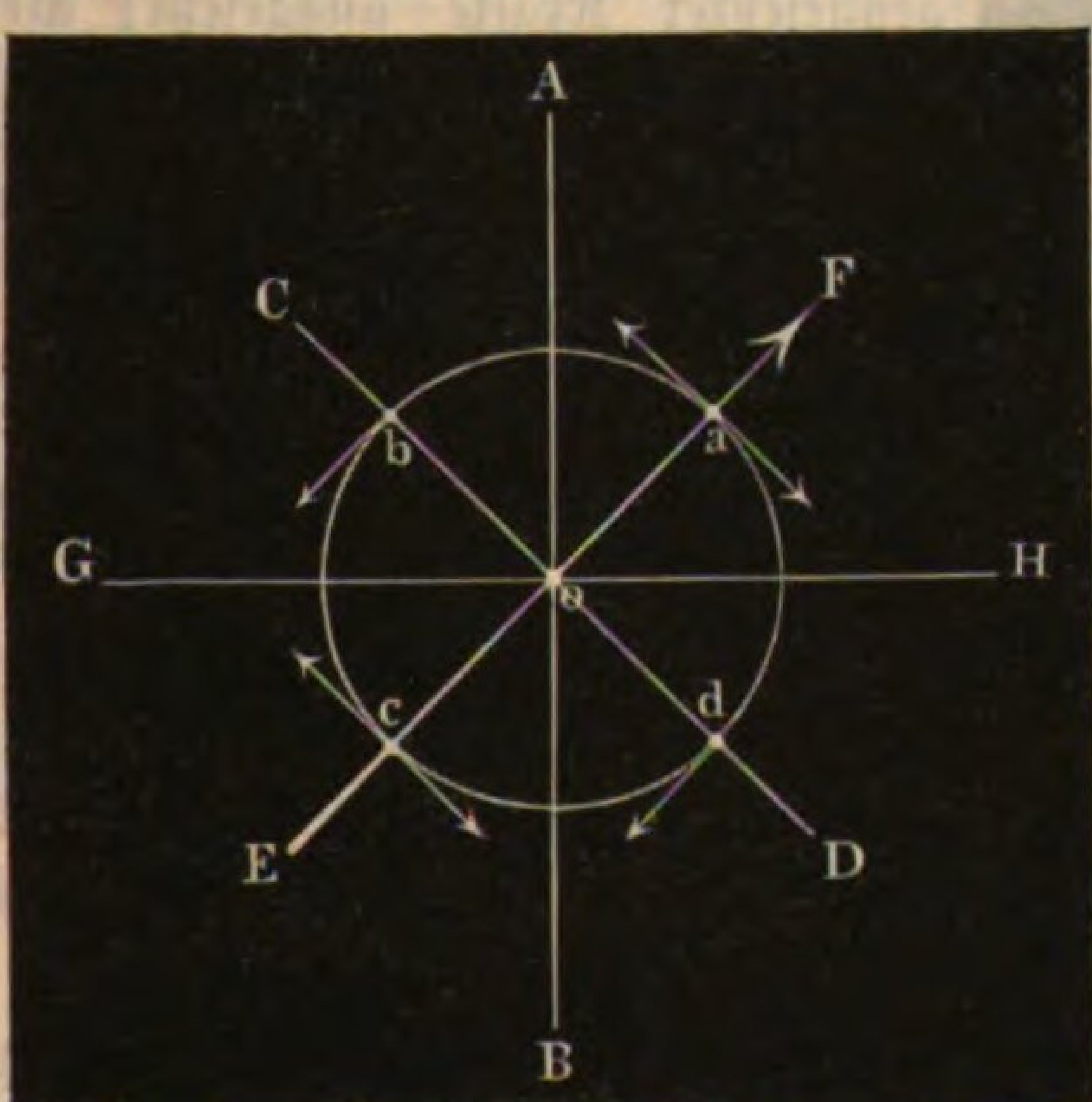
Der linear polarisirte Strahl, welcher, parallel mit *ab* schwingend, aus dem Gypsblättchen austritt, wird durch das obere Glimmerblättchen, dessen Schwingungsebenen *cd* und *ef* sind, ganz so in einen circular polarisirten Strahl verwandelt, wie es oben, Seite 727, gezeigt worden ist. Wenn der im Glimmerblättchen parallel mit *ef* schwingende Strahl dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge voraus eilt, so wird die Rotation der Aethertheilchen im resultirenden Strahle von der Rechten zur Linken gehen; der linear polarisirte Strahl aber, welcher, parallel mit *gh* schwingend, das Gypsblättchen verläßt, wird durch das obere Glimmerblättchen in einen circular polarisirten Strahl von entgegengesetzter Rotationsrichtung verwandelt.

Aus dem Glimmerblättchen treten also zwei circular polarisirte Strahlen von gleicher Intensität, aber entgegengesetzter Rotationsrichtung aus; der eine dieser Strahlen ist dem anderen um eine bestimmte Anzahl von Wellenlängen voraus, welche von der Dicke des Gypsblättchens abhängt.

Durch die Interferenz der beiden kreisförmig polarisirten Strahlen, welche aus dem Glimmerblättchen austreten, wird nun wieder linear polarisirtes Licht erzeugt, dessen Schwingungsrichtung davon abhängt, wie viel Wellenlängen der eine Strahl im Gypsblättchen dem anderen vorausgeeilt ist. Wir wollen dies sogleich näher entwickeln.

In Fig. 811 sei *AB* die Schwingungsrichtung des einen, *GH* die des anderen aus dem Gypsblättchen austretenden Strahles; der eine wird durch das Glimmerblättchen in einen circular polarisirten Strahl verwandelt, welcher die Aethertheilchen in der Richtung *abcd* rotiren macht, während die Rotation des anderen in entgegengesetzter Richtung vor sich geht. Nehmen wir nun an, daß in einem bestimmten Moment ein Aethertheilchen unter dem Einflusse des nach der Linken rotirenden Strahles sich gerade im Punkte *a* befände, während dasselbe Theilchen in demselben Augenblicke sich auch unter dem Einflusse des anderen circular polarisirten Strahles an derselben Stelle befindet, so würde das Aethertheilchen in diesem Augenblicke offenbar durch zwei gleiche, aber entgegengesetzte Kräfte angegriffen werden; alsbald aber streben beide Strahlen, das Aethertheilchen der Linie *CD* zu nähern, denn der eine

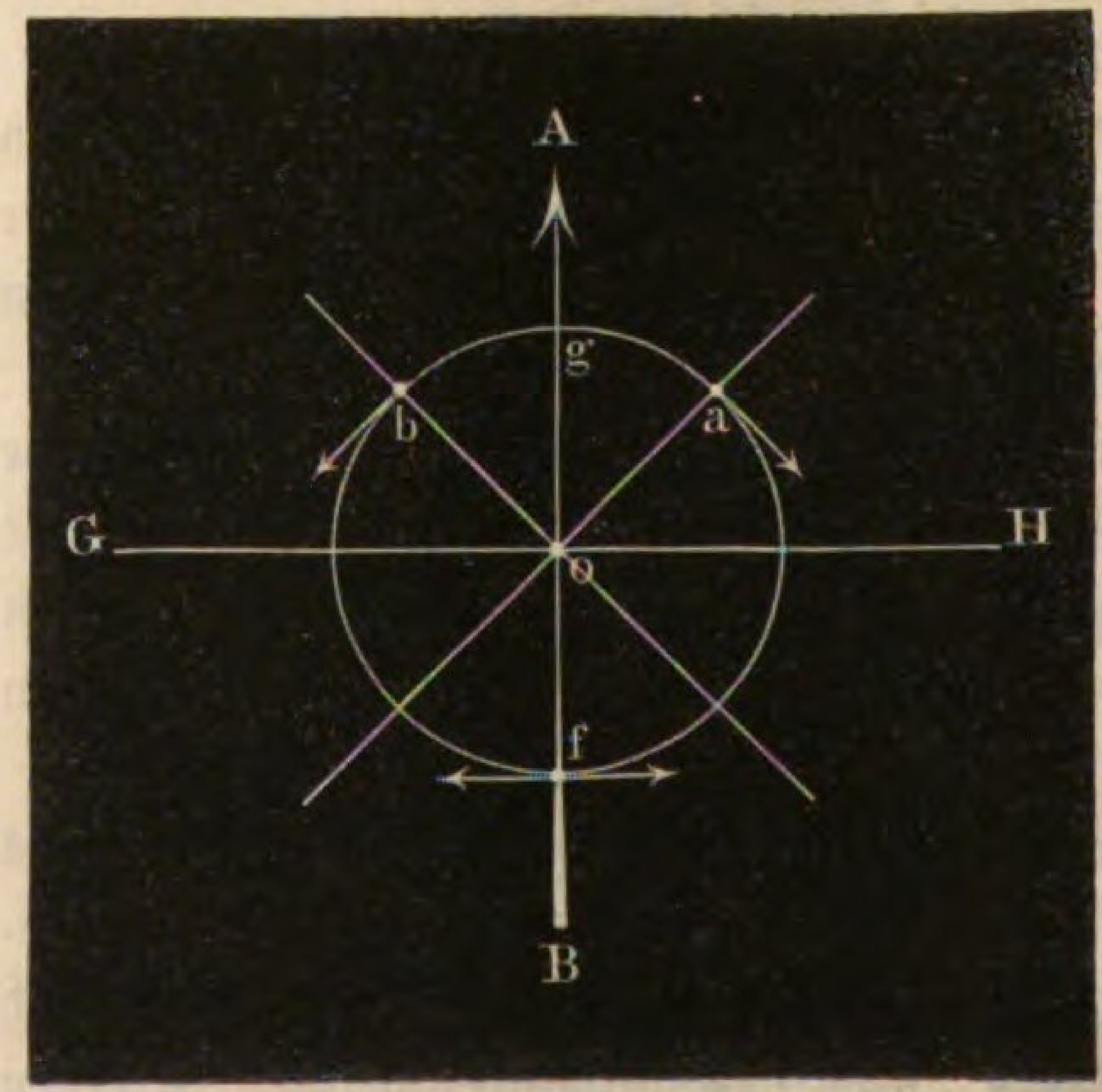
Fig. 811.



Strahl würde es nach *b*, der andere würde es nach *d* führen, beide zusammen führen also das Aetherttheilchen von *a* nach *o*, alsdann weiter von *o* nach *c*; in *c* ist das Theilchen wieder zwei gerade entgegengesetzten Kräften ausgesetzt, beginnt aber alsbald seinen Rückweg, und so oscillirt es zwischen *a* und *c* hin und her, weil sich die beiden circular polarisirten Strahlen nach dieser Richtung stets unterstützen, während sich rechtwinklig zu EF ihre Wirkungen gegenseitig vernichten.

Nehmen wir an, der eine, etwa der links rotirende Strahl wäre dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge mehr vorausgeeilt, als dem eben betrachteten Falle entspricht, so würde dasselbe Aethertheilchen, welches sich in einem bestimmten Momente unter dem Einflusse des langsameren Strahles gerade in *a*, Fig. 812, befindet, unter dem alleinigen Einflusse des anderen Strahles nicht gleichzeitig an derselben Stelle sein können, sondern es müßte $^1/_4$ Kreisumfang weiter, also in *b*, sich befinden; in gleicher Zeit würde aber das Aethertheilchen durch den einen Strahl von *a* nach *f*, durch den anderen von *b* nach *f* geführt werden, in *f* also müßte sich das Aethertheilchen gleichzeitig unter dem Einflusse der beiden Wellensysteme befinden; hier ist es aber für einen Moment der Einwirkung gleicher und entgegengesetzter Kräfte ausgesetzt; alsbald wird es aber durch beide Wellensysteme in der Richtung von *f* nach *g* fortgetrieben, indem sie nach dieser Richtung hin sich unterstützen, während sie rechtwinklig zu dieser Richtung sich gegenseitig vernichten; die Interferenz der beiden circular polarisirten Strahlen bringt also in diesem Falle Vibrationen zwischen *f* und *g*, also einen linear polarisirten Strahl hervor, dessen Schwingungsebene AB ist.

Fig. 812.



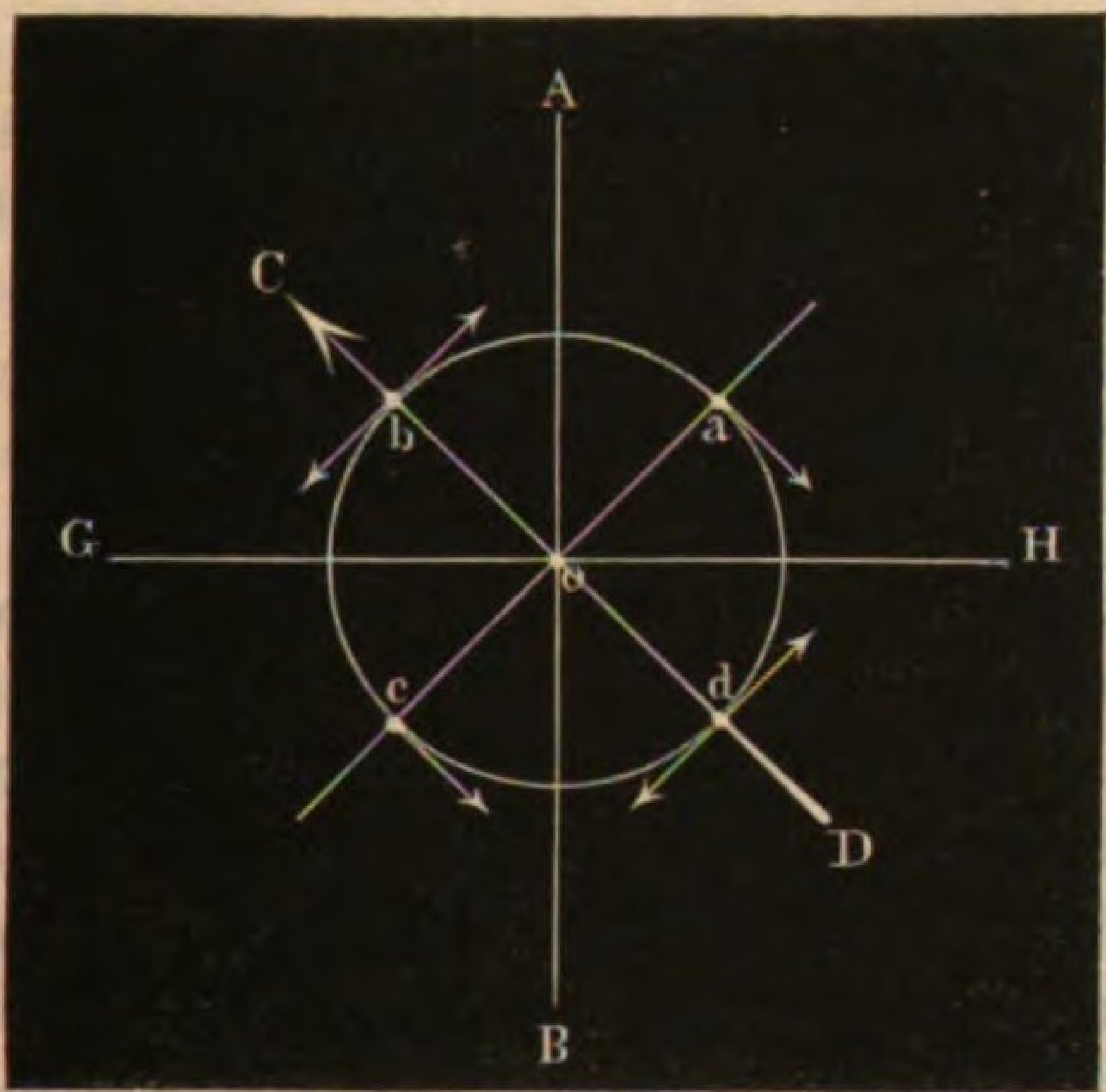
Wäre der links rotirende Strahl um $^1/_2$ Wellenlänge mehr dem anderen vorausgeeilt, als in dem Fig. 811 dargestellten Falle, so würde CD die Vibrationsebene des linear polarisirten Strahles sein, welcher aus der Interferenz der beiden circular polarisirten hervorgeht, wie sich dies schon aus der Betrachtung der Fig. 813 ergiebt.

Kurz, so oft der links rotirende Strahl dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge mehr voraneilt, wird auch die Polarisationsebene des aus der Interferenz resultirenden linearen Strahles um 45° mehr nach der Linken gedreht.

Da nun für die stärker brechbaren Strahlen des Spectrums bei gleicher Dicke einer Krystallplatte der Gangunterschied der beiden Strahlen bedeutender ist als für die weniger brechbaren, so wird man in unserem Falle den Zerle-

gungsspiegel des Apparates von der Rechten zur Linken drehen müssen, um zu machen, daß die rothe Färbung durch Gelb und Grün in Blau übergeht; wäre dagegen der rechts rotirende Strahl dem anderen vorausgeeilt, so würde die Polarisationsebene der stärker brechbaren Strahlen mehr nach der Rechten hin gedreht worden sein, man müßte also den Zerlegungsspiegel von der Linken zur Rechten drehen, um zu machen, daß die Färbung von Roth in Gelb, Grün, Blau übergeht.

Fig. 813.



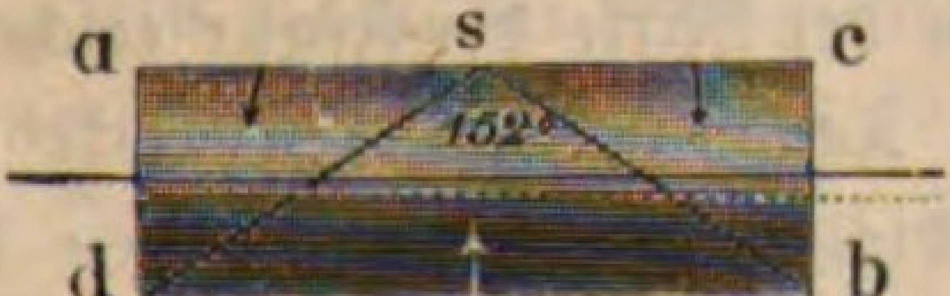
Man braucht nur, während alles Uebrige ungeändert bleibt, das obere Glimmerblättchen um 90° zu drehen, um die Combination von Blättchen, welche die Erscheinungen eines linksdrehenden Krystalls hervorbringt, in eine solche zu verwandeln, welche ebenso wirkt wie ein rechtsdrehender Krystall.

Dieselben Versuche lassen sich auch machen, wenn man die beiden Glimmerblättchen durch Fresnel'sche Parallelepipede ersetzt.

Die Erscheinungen, welche man im Polarisationsapparate an Quarzplatten beobachtet, die senkrecht zur Axe geschliffen sind, lassen sich demnach durch die Annahme erklären, daß sich in diesem Mineral in der Richtung der krystallographischen Axen zwei circular polarisirte Strahlen von entgegengesetzter Rotationsrichtung fortpflanzen, durch deren Interferenz jene Erscheinungen hervorgebracht werden; der Krystall ist rechts- oder linksdrehend, je nachdem der rechts oder links rotirende Strahl den Krystall mit größerer Geschwindigkeit durchläuft.

Doppelte Brechung des Bergkrystalls in der Richtung seiner Axe. 300 Um die Richtigkeit dieser Erklärung zu beweisen, muß man zeigen, daß sich in der Richtung der krystallographischen Axe des Bergkrystalls wirklich zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen, und daß diese Strahlen circular polarisirt sind. Fresnel hat dies in der That durch folgenden sinnreichen Apparat nachgewiesen. Der Cylinder *acbd*, Fig. 814, ist aus drei Prismen von Bergkrystall zusammengesetzt, welche sehr sorgfältig zusammengefügt sein müssen. Der brechende Winkel des mittleren Prismas beträgt 152°; die beiden brechenden Flächen *ds* und *bs* müssen gegen die Axe des Krystalls gleiche Neigung haben; die beiden Gränzflächen der äußeren Prismen, nämlich *ad* und *cb*, stehen rechtwinklig auf der Axe dieser Quarzstücke,

Fig. 814



so daß in allen drei Prismen die Axe dieselbe Richtung hat. Nehmen wir an, das mittlere Prisma sei aus einem rechtsdrehenden Krystalle gemacht, so müssen die beiden Endprismen aus linksdrehenden Krystallen gemacht sein, und umgekehrt. Läßt man nun auf dieses System von der einen Seite her einen polarisirten Strahl einfallen, so theilt er sich in zwei, welche in verschiedenen Richtungen austreten. Der Bergkrystall übt also in der Richtung seiner Axe eine doppelte Brechung aus, und diese doppelte Brechung ist also ganz anderer Art als die, welche man an anderen Krystallen und im Quarz nach anderen Richtungen beobachtet; denn die beiden austretenden Strahlen zeigen keine Spur von Polarisation, wenn man sie mit einer Turmalinplatte oder mit einem doppeltbrechenden Prisma analysirt.

Diese merkwürdige Erscheinung beweist direct, daß sich in der Richtung der optischen Axe des Bergkrystalls zwei circular polarisirte Strahlen von entgegengesetzter Rotationsrichtung mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, und daß derjenige, welcher in rechtsdrehenden Krystallen der schnellere ist, sich in linksdrehenden langsamer fortpflanzt. Der polarisirte Strahl, welcher an der Fläche *ad* eintritt, wird in zwei circular polarisirte Strahlen von entgegengesetzter Drehungsrichtung verwandelt; sie werden beim Eintritte in das mittlere Prisma nach verschiedenen Richtungen gebrochen, weil sie das erste mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufen haben; die Divergenz wird aber durch den Umstand vergrößert, daß derselbe Strahl, welcher im ersten Prisma der schnellere war, im zweiten der langsamere ist, und umgekehrt. Die Strahlen, welche nun schon das mittlere Prisma nach verschiedener Richtung durchlaufen haben, treten im letzten Prisma begreiflicher Weise noch mehr auseinander, und so ist es denn mit Hülfe dieser Vorrichtung möglich, die doppelte Brechung in der Richtung der optischen Axe des Bergkrystalls sichtbar zu machen, welche zu gering ist, als daß sie unmittelbar eine Trennung der Bilder hervorbringen könnte.

301 **Farbenringe senkrecht zur Axe geschnittener Quarzplatten.** Bei den bisher beschriebenen Farbenerscheinungen senkrecht zur Axe geschliffener Quarzplatten kamen nur solche Strahlen in Betracht, welche die Platte genau in der Richtung der optischen Axe durchlaufen hatten; wenn man aber eine solche Platte in der Turmalinzange dicht vor das Auge bringt, so daß auch solche Strahlen in dasselbe gelangen, welche die Platte in schräger Richtung durchlaufen haben, so sieht man das schöne Ringsystem Fig. 3 Tab. XI., wenn die Turmaline gekreuzt sind. Dieses Ringsystem ist demjenigen anderer einaxigen Krystalle ganz ähnlich, nur ist das schwarze Kreuz in der Mitte der Figur ganz verschwunden, und nur weiter von dem Mittelpunkte entfernt sind noch schwache Spuren desselben wahrzunehmen; in der Mitte der Figur erscheint dagegen ein farbiger kreisförmiger Fleck, dessen Färbung von der Dicke der Platte abhängt; es ist dies die Farbe, welche die Quarzplatte zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates zeigt, denn dort sieht man ja nur den centralen Theil der Figur.

Legt man zwei senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatten von vollkom-

men gleicher Dicke auf einander, von denen die eine rechts-, die andere links-drehend ist, so zeigen diese zusammen zwischen den gekreuzten Turmalinen das ganz eigenthümliche Ringsystem Fig. 4 Tab. XI., welches eine Combination von kreisrunden Ringen mit 4 von der Mitte ausgehenden Spiralen ist.

Diese Erscheinung läßt sich auch mit einer einzigen Quarzplatte schon hervorbringen, wenn man sie auf den horizontalen Spiegel des Nörremberg'schen Polarisationsapparates legt und darüber, ungefähr in der Entfernung ihrer Brennweite, eine Sammellinse befestigt. In dem Apparat Fig. 793 kann man dazu die Linse in *L* gebrauchen, welche dann über den horizontalen Spiegel *R* gebracht werden muß, nachdem die anderen Linsensysteme auf die Seite geschoben worden sind. Die Lichtstrahlen durchlaufen hier den Krystall zweimal; einmal nämlich, ehe sie auf den horizontalen Spiegel treffen, und dann, nachdem sie von demselben reflectirt worden sind; wenn die Strahlen nach ihrem ersten Durchgange durch die Platte von dem Spiegel *c* reflectirt worden sind, so verhalten sie sich gerade ebenso, als hätten sie eine Platte von entgegengesetzter Drehungsrichtung durchlaufen.

Circularpolarisation in Flüssigkeiten und Gasen. Der Berg- 302
krystall und das chlorsaure Natron sind die einzigen festen Körper, an welchen man die oben beschriebenen Erscheinungen der Circularpolarisation beobachtet; Biot hat aber diese Eigenschaft bei mehreren Flüssigkeiten entdeckt, und ist zu folgenden Resultaten gelangt:

Linksdrehende Flüssigkeiten, also solche, welche die Polarisationsebene von der Rechten zur Linken drehen, sind: Terpentinöl, Kirschlorbeerwasser, Lösungen von arabischem Gummi und Inulin.

Rechtsdrehende Flüssigkeiten sind: Citronenöl, Zuckersyrup, Auflösungen von Kampher in Alkohol, Dextrin und Auflösungen von Weinsteinsäure.

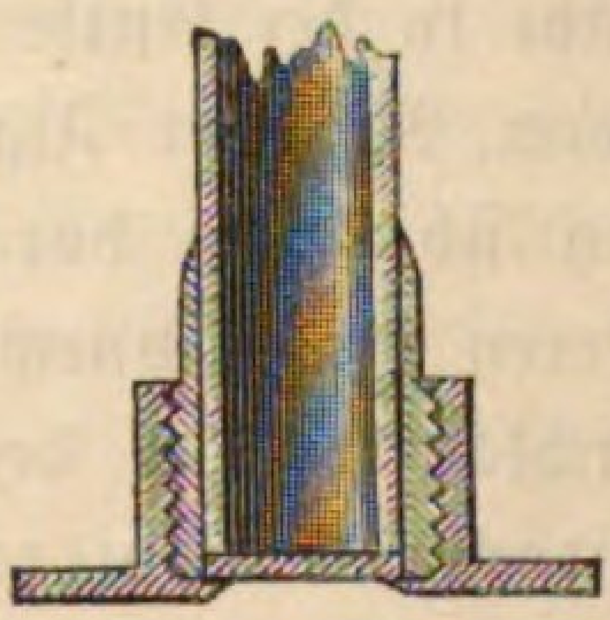
Das Drehungsvermögen dieser Flüssigkeiten ist weit schwächer als das des Bergkrystalls, d. h. eine Quarzplatte von geringer Dicke bringt dieselben Erscheinungen hervor, wie eine flüssige Säule von ziemlich bedeutender Höhe; eine Quarzplatte zeigt z. B. dieselben Farben wie eine 68mal höhere Säule Terpentinöl; da aber dünne Quarzplatten nur wenig brillante Farben zeigen, so ist klar, daß schon eine Terpentinölsäule von ziemlich bedeutender Höhe erforderlich ist, um die Farbenerscheinungen recht deutlich beobachten zu können. Das Drehungsvermögen des Citronenöls ist stärker als das des Terpentinöls, denn eine Säule von Citronenöl zeigt dieselben Farben, wie eine doppelt so hohe Säule von Terpentinöl.

Um die Natur der Circularpolarisation einer Flüssigkeit vollständig zu bestimmen, ist auszumitteln, ob sie rechts- oder linksdrehend ist und wie viel Grade der Drehungsbogen beträgt, um welchen bei einer gegebenen Höhe der flüssigen Säule die Polarisationsebene irgend eines einfachen Strahles, etwa des rothen, gedreht wird.

Zur Beobachtung der Kreispolarisation in Flüssigkeiten kann man ebenfalls

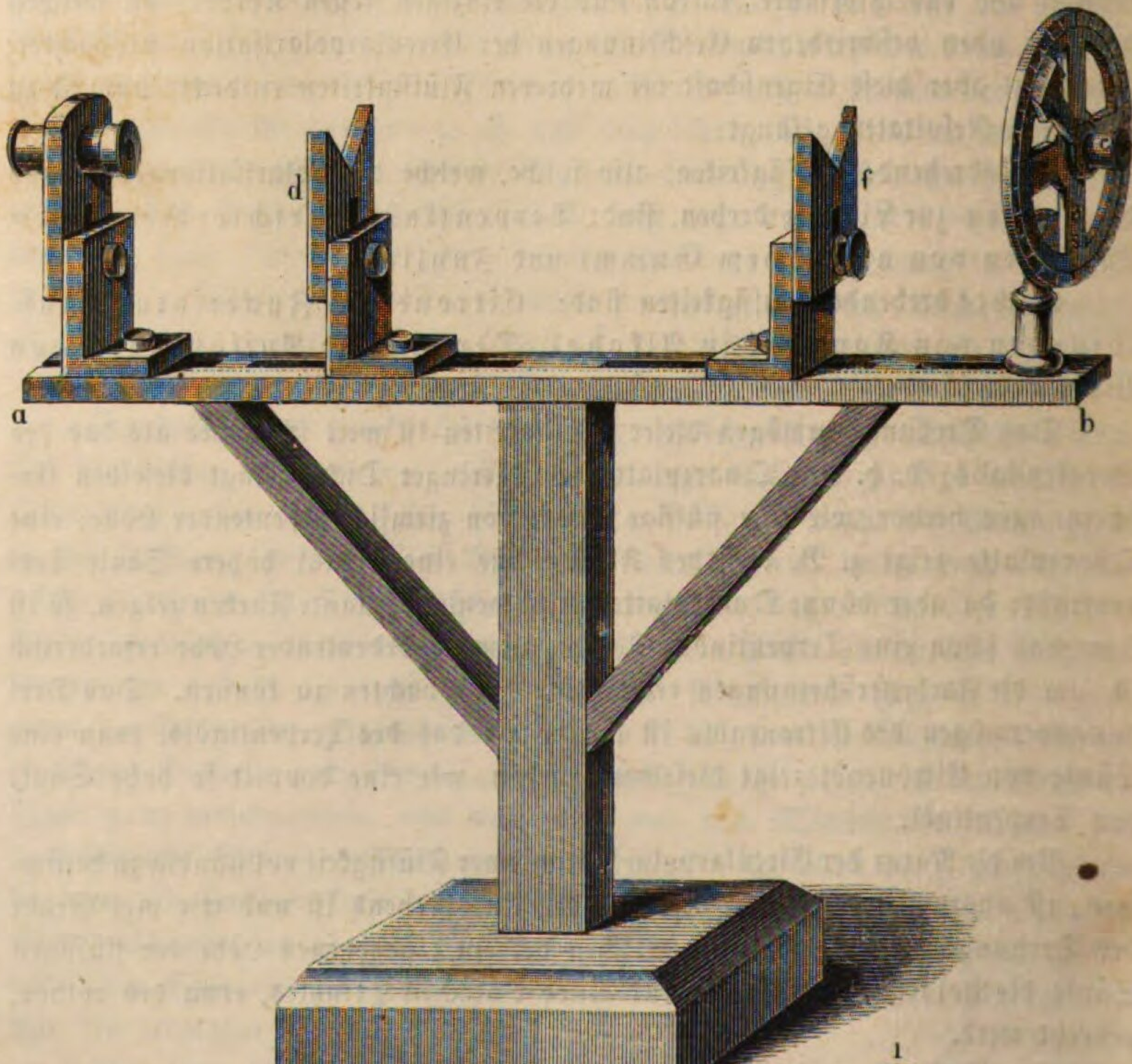
den Nörremberg'schen Polarisationsapparat anwenden. Die Flüssigkeiten werden zu diesem Zwecke in eine oben offene, unten durch eine ebene Glastafel verschlossene Glasröhre gegossen und diese dann auf das mittlere Tischchen des Apparates gestellt. Der untere Theil dieser Röhre mit ihrer Fassung und der sie verschließenden Glasplatte ist Fig. 815 ungefähr in $^1/_2$ der natürlichen Größe im Durchschnitte dargestellt; die Röhre muß so lang wie möglich sein, also so, daß sie, auf dem mittleren Tischchen stehend, durch den oberen Ring des Apparates hindurchgeht und den Zerlegungsspiegel fast berührt; es ist gut, wenn die Röhre graduirt ist, so daß man stets unmittelbar die Höhe der flüssigen Säule ablesen kann. Damit die Farbenerscheinung möglichst lebhaft wird, muß der Zutritt von fremdem Lichte abgehalten werden, was am leichtesten dadurch geschieht, daß man die Glasröhre mit einem hohlen Cylinder von schwarzem Tuch umgiebt und auch den Fuß der Röhre mit schwarzem Tuch belegt.

Fig. 815.



Man hat auch besondere Apparate zur Beobachtung der Kreispolarisation in Flüssigkeiten construirt, die im Wesentlichen aus horizontal stehenden Röhren

Fig. 816.



bestehen, die an beiden Enden mit Glasplatten verschlossen sind, und welche dazu dienen, die Flüssigkeit aufzunehmen; ferner ist an jedem Ende ein Nicol'sches Prisma angebracht, von denen das eine den Polarisationsspiegel, das andere den Zerlegungsspiegel ersetzt.

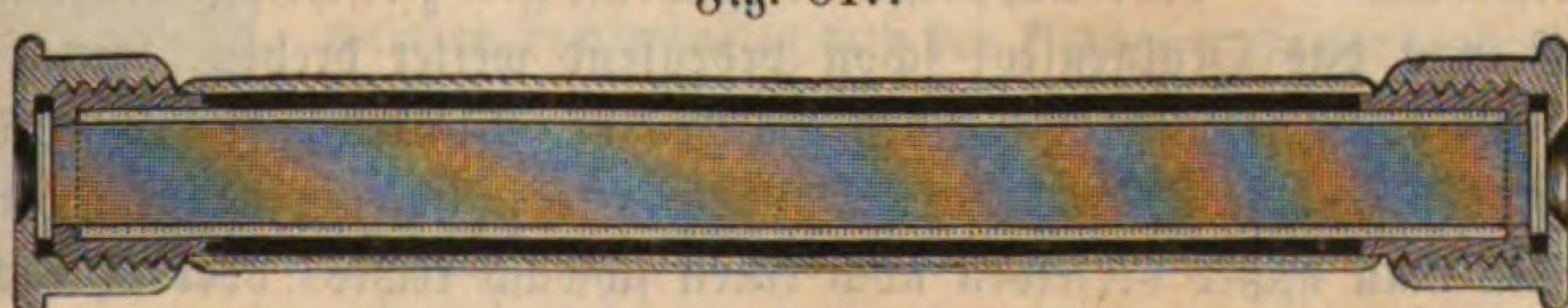
Mit Uebergehung kostbarerer Apparate der Art wollen wir nur einen ganz einfachen von Jolly construirten betrachten, welcher auch geeignet ist, um die durch den galvanischen Strom hervorgebrachte Drehung der Polarisationsebene zu beobachten, von welcher im zweiten Bande die Rede sein wird.

Fig. 816 stellt den Apparat in $^1/_6$ der natürlichen Größe dar. Ein massives Holzgestell trägt eine 20 Zoll lange, $^1/_2$ Zoll dicke und $1^1/_3$ Zoll breite, zum Theil in der Mitte mit einer breiten Spalte versehene Leiste *ab*. An dem einen Ende derselben befindet sich ein verticaler Theilkreis, dessen Ebene rechtwinklig steht auf der Längsrichtung der Leiste. In der Mitte dieses Theilkreises steckt in einer Hülse, die sich zugleich mit dem Nonius dreht, das Nicol'sche Prisma *c*. Diesem gegenüber, am anderen Ende der Leiste, ist ein zweites Nicol'sches Prisma angebracht, welches möglichst groß sein muß. Man kann es nach Belieben höher und tiefer stellen und seinen Träger auch um eine verticale Axe drehen, so daß man seine Axe leicht parallel mit den Kanten der Leiste *ab* und in die Verlängerung der Axe des Nicols *c* bringen kann.

Die Röhre, welche die zu untersuchende Flüssigkeit enthält, wird auf die Träger *d* und *f* gelegt, die man nach Belieben höher und tiefer stellen, richten und verschieben kann.

Fig. 817 stellt eine solche Röhre im Durchschnitt dar. Die Glasröhre

Fig. 817.



welche die Flüssigkeit aufnimmt, ist, zur Abhaltung des fremden Lichtes, mit einer Hülse von Holz oder Messingblech umgeben. — Der Durchmesser der inneren Röhre beträgt $^3/_4$ bis 1 Zoll. In unserer Zeichnung ist der Durchmesser der Röhre zu groß im Verhältniß zur Länge.

Da die drehende Kraft der Flüssigkeiten meist ziemlich gering ist, so muß man dafür sorgen, daß auch noch die geringsten Drehungen merklich gemacht werden. Pouillet erreichte dies durch die von Soleil construirte doppelte Quarzplatte (double plaque). Sie besteht aus zwei senkrecht zur Axe geschnittenen, neben einander gekitteten Quarzplatten, von denen die eine rechts-, die andere linksdrehend ist. Das letzte Abschleifen und Poliren geschieht natürlich erst, nachdem die Platten zusammengekittet worden sind, so daß beide Hälften vollkommen gleich dick sind.

Fig. 818.



Fig. 818 stellt eine solche doppelte Platte dar; die rechtsdrehende und die linksdrehende Hälfte sind durch die Schraffirung unterschieden.

Nach den Auseinandersetzungen von Seite 723 erscheinen die bei-

den Hälften einer solchen Platte vollkommen gleich gefärbt, wenn sie sich zwischen parallelen oder zwischen gekreuzten Spiegeln befindet. Dreht man den Zerleger aus dieser Lage heraus, so erscheinen die beiden Hälften ungleich gefärbt.

Wenn nun schon eine ganz geringe Drehung des Zerlegers dadurch merklich werden soll, daß die Färbung der beiden Hälften ungleich wird, so ist es keineswegs gleichgültig, welche Dicke die Platte hat. Die geeignetste Dicke ist 3,75^{mm}; bei dieser Dicke der Doppelplatte erscheint sie zwischen parallel gestellten Nicols purpurviolett, ein Farbenton, welcher vorzugsweise durch die äußersten Strahlen des Spectrums gebildet wird, während Gelb demselben ganz fehlt. Dieser Farbenton, welcher die **Uebergangsfarbe** (teinte de passage) genannt wird, hat die Eigenschaft, sehr rasch in Blau oder Roth überzugehen, so daß schon bei einer ganz geringen Drehung des Ocularnicols die eine Hälfte der Platte eine röthliche, die andere eine bläuliche Färbung annimmt.

Die Erklärung dieser Empfindlichkeit ergiebt sich leicht aus der Betrachtung der Figuren 803 und 804. Bei der rechtsdrehenden Hälfte geht, wenn man das Ocularnicol nach der Rechten dreht, die Färbung rasch ins Roth über, weil das Roth dabei zu-, das Blau abnimmt, Fig. 803; in der linksdrehenden Hälfte nimmt das Roth ab und das Blau zu, wenn man den Zerleger von 0 nach der Rechten dreht, Fig. 804. Diese Veränderungen in der Intensität des blauen und rothen Lichtes werden aber hier gleich merklich, weil das Gelb fehlt, welches geringe Veränderungen in den blauen und rothen Tönen ganz verdecken würde, wenn es in voller Stärke vorhanden wäre.

Dieselbe 3,75^{mm} dicke Doppelplatte erscheint gelb zwischen gekreuzten Nicols. Hier muß man das Ocularnicol schon bedeutend weiter drehen, wenn die Ungleichheit in der Färbung der beiden Hälften der Platten merklich werden soll.

Befindet sich die 3,75^{mm} dicke Doppelplatte zwischen parallelen Nicols, so wird, wenn man außer derselben noch einen schwach rechts- oder schwach linksdrehenden Körper zwischen die Nicols einschiebt, der Effect fast ganz derselbe sein, als ob man das Ocularnicol nach der Linken oder nach der Rechten gedreht hätte. Man muß nun das Ocularnicol nach der Rechten oder nach der Linken drehen, um die Gleichheit der Färbung wieder herzustellen.

Der Winkel, um welchen man das Ocularnicol drehen muß, um die Gleichheit der Färbung in beiden Hälften der Doppelplatte wieder herzustellen, ist die Größe, um welche der eingeschobene Körper die gelben Strahlen dreht.

In dem Apparat Fig. 816 (Seite 736) wird die doppelte Platte am besten dadurch angebracht, daß man sie mittelst Kork in eine Messinghülse faßt, welche an das erste Nicol angeschoben wird, und zwar an die Seite, welche dem Ocularnicol zugewandt ist.

Wenn die Drehung der Polarisationsebene in demjenigen Körper, welcher sich mit der doppelten Platte zwischen den beiden Nicols befindet, etwas groß ist, so ist es bei einfallendem weißen Licht nicht mehr möglich, durch Drehung des Ocularnicols die Gleichheit der Farben in den beiden Hälften der doppelten Platte wieder herzustellen, wie sich aus den Gesetzen der Circularpolarisation

leicht nachweisen läßt; in diesem Falle wird die Drehung, welche durch den zu prüfenden Körper hervorgebracht wurde, durch einen aus zwei verschiebbaren Quarzkeilen zusammengesetzten Apparat neutralisirt.

Die Circularpolarisation der Flüssigkeiten hat jetzt auch eine technische Bedeutung gewonnen, indem sie angewandt wird, um den Zuckergehalt des Syrups zu ermitteln; es ist klar, daß das Drehungsvermögen einer Zuckerlösung um so mehr zunimmt, je concentrirter die Lösung ist. (Soleil's Saccharometer.)

Auch im Dampfe des Terpentinöls hat Biot die Eigenschaft der Kreispolarisation nachgewiesen; um hier diese Erscheinung wahrnehmen zu können, muß man natürlich ungleich längere Röhren anwenden.

Circularpolarisation der Weinsäure und der Traubensäure. 303

Aus dem Safte unreifer Trauben hat man eine Säure dargestellt, welche ganz gleiche Zusammensetzung mit der Weinsäure (Weinsteinsäure) hat; eine verdünnte Lösung von Traubensäure giebt aber mit einer Gypslösung sogleich einen Niederschlag, was bei einer verdünnten Lösung von Weinsäure nicht der Fall ist.

Die Traubensäure bildet ganz analoge Salze wie die Weinsäure, so namentlich ein dem Seignettesalz entsprechendes traubensaures Natron-Kali und traubensaures Natron-Ammoniak.

Die Krystallform des weinsauren Natron-Kalis ist Fig. 819 dargestellt.

Fig. 819.



Sie besteht im Wesentlichen aus einer Combination der rhombischen Säule *g* mit einem Flächenpaare *a*, welches rechtwinklig auf der größeren, und einem Flächenpaare *b*, welches rechtwinklig auf der kleineren horizontalen Axe steht. Außer diesen 8 Säulenflächen treten noch andere parallel mit der Säulenaxe laufende Flächen auf, sowie auch kleine Abstumpfungsflächen der Kanten, welche die Säulenflächen mit der oberen und unteren Endfläche bilden.

Die Krystalle des traubensauren Natron-Ammoniaks zeigen im Wesentlichen dieselbe Krystallform, nur zeigen sie noch eine auffallende Hemiedrie; die Octaederflächen nämlich stumpfen nur die Hälfte der Kanten zwischen *c* und *g* ab, und zwar so, daß, von der vorderen Fläche *a* aus gerechnet, eine Abstumpfungsfläche oben rechts auftritt, wie Fig. 820, oder oben links, wie Fig. 821.

Fig. 820.



Fig. 821.



Aus einer Lösung rechtshemiedrischer Krystalle (Fig. 820) läßt sich durch Zusatz von Schwefelsäure die Rechtstraubensäure abscheiden, welche mit der Weinsäure vollkommen identisch ist und welche mit Gypslösung keinen Niederschlag giebt. Die Lösung dieser Rechtstraubensäure ist wie die Weinsäure optisch rechtsdrehend.

Die durch das gleiche Verfahren aus einer Lösung linkshemiedrischer

Krystalle (Fig. 821) abgeschiedene Säure giebt ebenfalls dieselben Reactionen wie die Weinsäure, sie giebt mit Gypslösung keinen Niederschlag, ist aber optisch linksdrehend.

Vermischt man die Lösung der Rechtstraubensäure mit der der Linkstraubensäure, so hat die gemischte Lösung keine Circularpolarisation und giebt mit Gypslösung einen Niederschlag, was bei den ungemischten Säuren nicht der Fall war.

Die Krystalle der Weinsäure und der Rechtstraubensäure sind hemiedrisch, aber nach entgegengesetzter Richtung, wie die Krystalle der Linkstraubensäure. — Die in diesem Paragraphen besprochenen Erscheinungen, welche auf einen innigen Zusammenhang zwischen Circularpolarisation und Hemiedrie hinweisen, hat Pasteur entdeckt (Pogg. Annal. LXXX, 127).

304 **Absorption des Lichtes in farbigen doppeltbrechenden Krystallen.** Der Turmalin ist, wie bereits angeführt wurde, ein doppeltbrechender Krystall, und wenn eine parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatte polarisirtes Licht liefert, so beruht dies darauf, daß einer der beiden Strahlen, welche sich im Allgemeinen in doppeltbrechenden Krystallen rechtwinklig zur optischen Axe fortpflanzen, absorbirt wird. In der That sieht man durch ein Prisma von Turmalin, dessen Kanten mit der optischen Axe parallel sind, zwei Bilder, wenn man nahe an der brechenden Kante hindurchsieht, wo der Krystall noch dünn ist; mit zunehmender Dicke wird aber der eine Strahl, und zwar der ordinäre, mehr und mehr absorbirt. Wenn Turmalinplatten das Licht noch nicht vollkommen polarisiren, so ist der Grund davon der, daß sie noch nicht dick genug sind, um den ordinären Strahl ganz zu absorbiren.

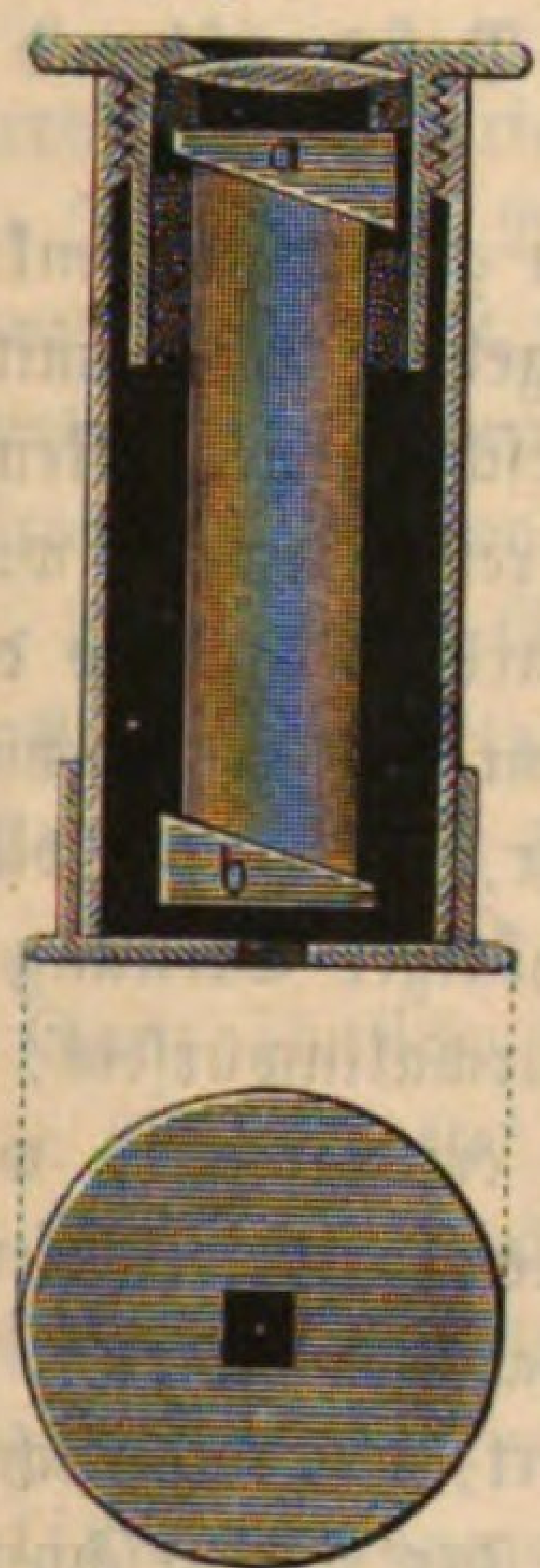
Auch bei anderen farbigen Krystallen bemerkt man ähnliche Erscheinungen. Babinet hat bemerkt, daß die negativen farbigen Krystalle die ordinären Strahlen vorzugsweise absorbiren, während in positiven Krystallen die extraordinären stärker absorbirt werden; so absorbirt z. B. ein hinlänglich dunkler Rauchquarz, ein positiver Krystall, die extraordinären Strahlen; die Vibration der Strahlen, welche eine parallel mit der Axe geschnittene Rauchquarzplatte durchläßt, sind rechtwinklig zu seiner optischen Axe.

Der Turmalin erscheint in der Richtung seiner optischen Axe anders gefärbt, als rechtwinklig zu derselben; diese Erscheinung, welche offenbar mit der Absorption der polarisirten Strahlen zusammenhängt, wird auch an anderen Körpern beobachtet, namentlich am Dichroit, welcher von dieser Eigenschaft seinen Namen führt; in der Richtung seiner Axe erscheint er blau, rechtwinklig zu derselben dagegen braungelb.

Haidinger hat diese Erscheinungen mit Hülfe der von ihm erfundenen dichroskopischen Loupe weiter verfolgt. Dieses Instrument besteht im Wesentlichen aus einem etwas langen Kalkspathrhomboeder, welches in Fig. 822 im Durchschnitte dargestellt ist. Auf die beiden Endflächen sind Glasprismen *a* und *b* aufgekittet, deren Flächen so gegen einander geneigt sind, daß die äußersten Flächen der Glasprismen, durch welche die Lichtstrahlen ein-

und austreten, rechtwinklig auf den Längskanten des Kalkspathrhomboeders stehen. Diese Combination ist nun mittelst Kork in einer Messinghülse befestigt.

Fig. 822.



Das eine Ende dieser Hülse ist durch eine Kapsel geschlossen, deren Deckel in der Mitte eine quadratische Oeffnung hat; die Seite dieses kleinen Quadrats beträgt ungefähr 2,5^{mm}. Am anderen Ende der Hülse befindet sich eine Linse oder auch zwei, deren Brennweite gerade so groß ist, daß man zwei scharfe Bilder der quadratischen Oeffnung dicht neben einander erblickt, wenn man, die Linse dicht vor's Auge haltend, in den Apparat hineinschaut.

Fig. 823.

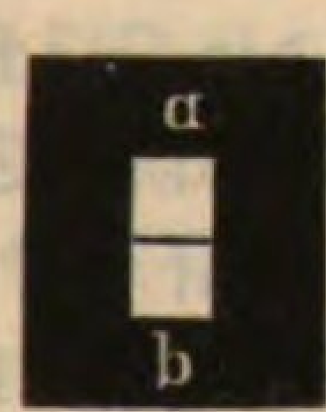
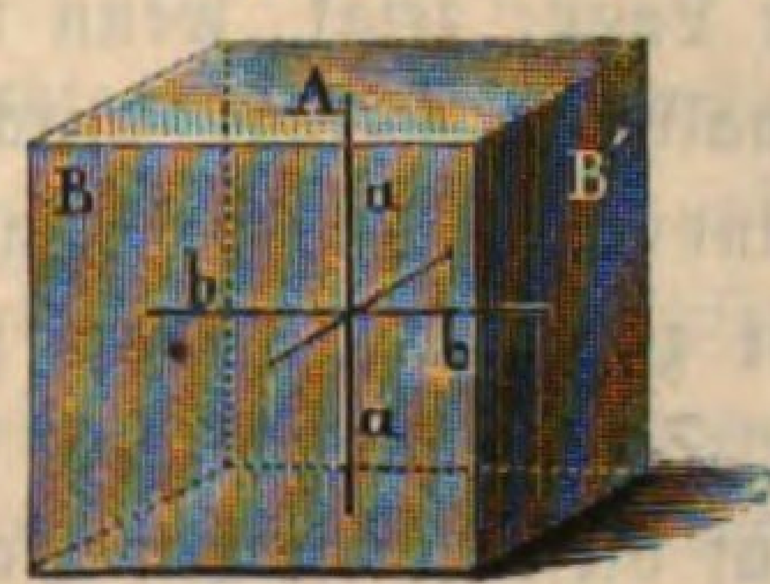


Fig. 824.



Die Kapsel, in deren Deckel sich die quadratische Oeffnung befindet, wird so gedreht, daß das Bild des einen Quadrats die Verlängerung des anderen bildet, wie dies Fig. 823 andeutet.

Diese beiden Bilder sind nun rechtwinklig zu einander polarisirt, die Schwingungen, welche das Licht des einen fortpflanzen, finden in der Richtung *ab* Statt, die des anderen sind rechtwinklig zu *ab*.

Schneidet man aus einem Turmalinkrystall, der einer etwas helleren Varietät angehört, einen Würfel, Fig. 824, an welchem zwei Flächen, die wir mit *A* bezeichnen wollen, senkrecht zur Axe stehen, während die vier anderen mit *B* bezeichneten parallel mit derselben sind, so erscheint der Krystall anders gefärbt, wenn man durch die beiden Flächen *A* schaut, als wenn man durch zwei de gegenüberliegenden Flächen *B* hindurchsieht.

Die Farbe der Basis, d. h. die Farbe, welche das Licht zeigt, welches parallel mit der Axe den Krystall durchläuft, also durch die Flächen *A* ein- und austritt, ist ungleich dunkler, als die Farbe, welche man durch die Flächen *B* beobachtet. Bei dunkleren Varietäten ist die Farbe der Basis schon bei geringer Dicke der Platte ganz schwarz.

Analysirt man die Farbe der Basis mittelst der dichroskopischen Loupe, so erhält man stets zwei gleiche Bilder, Fig. 825, wie man übrigens die Loupe

Fig. 825.



Fig. 826.



drehen mag; untersucht man auf gleiche Weise die Farbe der Flächen *B*, so ändern die beiden Bilder Färbe und Lichtstärke, je nachdem die dichroskopische Loupe durch Drehung um ihre Axe in verschiedene Lagen gegen die Fläche *B* gebracht wird. Fällt die Verbindungslinie der beiden Bilder mit der Diago-

nalen der Fläche B zusammen, so erscheinen beide Bilder gleich. Der größte Unterschied zwischen beiden Bildern wird beobachtet, wenn die Verbindungslinie der beiden Bilder mit der Axe des Krystalls parallel oder darauf rechtwinklig steht; alsdann erscheint das eine Bild mit den Farben der Basis, während das andere einen ungleich helleren Farbenton zeigt, Fig. 826.

Um also die Farbe der Basis zu erkennen, bedarf man gar keiner senkrecht zur Axe geschnittenen Platte, man kann sie auf die angegebene Weise mittelst der dichroskopischen Loupe an einer parallel mit der Axe geschnittenen erkennen.

Bei dunkleren Varietäten des Turmalins ist, wie bereits bemerkt wurde, die Farbe der Basis ganz schwarz. Da nun aber die Farbe der Basis durch solche Schwingungen fortgepflanzt wird, welche senkrecht zur Axe des Krystalls sind, so ist klar, daß auch das dunklere der beiden Bilder, welche die dichroskopische Loupe zeigt, wenn man mittelst derselben bei gehöriger Stellung das Licht analysirt, welches durch zwei der Flächen B des Turmalinwürfels, Fig. 824, hindurchgegangen ist, gleichfalls durch Schwingungen erzeugt wird, welche senkrecht zur Axe aa, also parallel mit bb sind. Daraus folgt nun ferner, daß die Schwingungen des helleren Bildes der Axe aa parallel sind.

Auf diese Weise hat Haidinger den Beweis geliefert, daß die Schwingungen des polarisirten Lichtes, welches eine parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatte liefert, parallel mit der Krystallaxe sind, woraus dann ferner folgt, daß die Schwingungsebene eines polarisirten Strahles senkrecht zu der Ebene ist, welche man mit dem Namen der Polarisationsebene bezeichnet hat. Wir haben bereits auf Seite 651 einen anderen, von Nörremberg herrührenden Beweis dieses Satzes kennen gelernt.

Da das hellere der beiden Bilder, in welche die Farbe einer parallel mit der Axe geschnittenen Turmalinplatte durch die dichroskopische Loupe zerlegt wird, durch Schwingungen erzeugt wird, welche parallel mit der Krystallaxe sind, so nennt Haidinger die Farbe dieses helleren Bildes die Axenfarbe, während, wie wir gesehen haben, die Farbe des dunkleren Bildes die Farbe der Basis ist.

Die folgende Liste giebt die zusammengehörigen Farben einiger der von Haidinger untersuchten Turmalinvarietäten an.

Localität.	Farbe der Basis.	Axenfarbe.
Sibirien	Schwarz	Oelgrün.
» »	Carmoisinroth	Rosenroth.
Brasilien	Schwarz	Haarbraun.
» »	Dunkelbräunlichroth	Gelblichbraun.
» »	Grünlichschwarz	Dunkelpistaciengrün.
» »	Indigblau	Blaß-Berggrün.
Elba	Pistaciengrün	Grasgrün.
»	Oelgrün	Grünlichweiß.

Aehnliche Erscheinungen zeigen auch andere farbige, optisch-einaxige Krystalle; so zeigte z. B.:

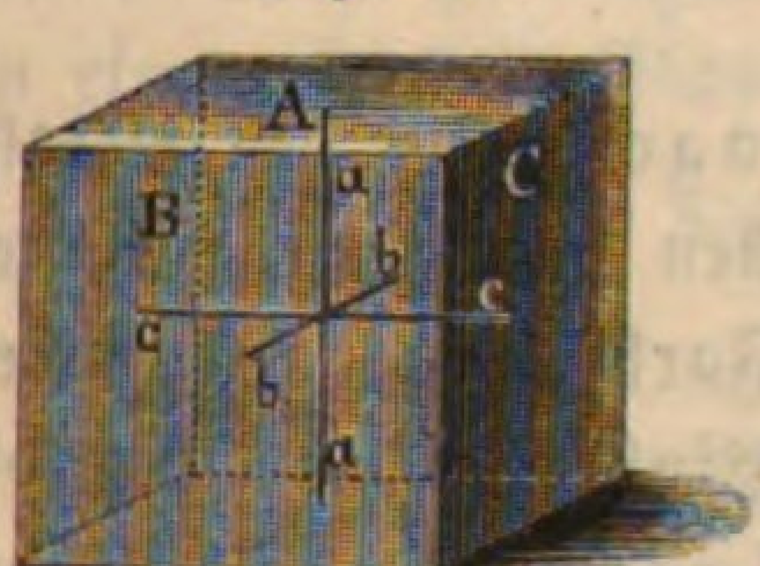
	die Farbe der Basis	die Axenfarbe
Apatit von Cabo de Gata	Weingelb	Spargelgrün.
» » Schlaggenwald	Berggrün	Entenblau.
» » »	Lavendelblau	Rosenroth.
Beryll » Sibirien	Grünlichweiß	Himmelblau.
Im Ganzen Berggrün.		
Rauchtopas v. St. Gotthard	Blaßnelkenbraun	Lichtgelblichbraun.
Apophyllit » Pronah	Gelblichweiß	Berggrün.
Zircon » Ceylon	Blaßblau	Blaßgelb.
Im Ganzen Gelblichweiß.		

An keinem Mineral zeigt sich aber wohl der Dichroismus auffallender als am **Pennin**. Die Farbe der Basis ist **blaugrün**, die Axenfarbe ist **braungelb**, und zwar sind beide Farben sehr intensiv.

Ganz ähnliche Erscheinungen zeigen auch farbige, optisch zweiaxige Krystalle. Eine Platte von essigsaurem Kupferoxyd giebt, mittelst der dichroitischen Loupe untersucht, ein blaues und ein grünes Bild. Ein Krystall von schwefelsaurem Kobaltoxydul-Ammoniak erscheint **violettroth**, wenn man ihn durch zwei einander gegenüberliegende Flächen der schiefen Säule betrachtet, **gelblichroth** dagegen, wenn man senkrecht zu den schiefen Endflächen hindurchschaut. Der Zusammenhang ist jedoch hier etwas complicirter, als bei optisch einaxigen Körpern.

Fig. 827 stelle einen Würfel dar, an welchem immer je zwei Flächen auf einer der Elasticitätsaxen senkrecht stehen, so wird im Allgemeinen jedes Flächenpaar eine andere Farbe zeigen. Jede **Flächenfarbe** aber läßt sich mittelst der dichroskopischen Loupe in zwei **Axenfarben** zerlegen. Die Flächenfarbe von *A* läßt sich zerlegen in die Achsenfarbe *b* und *c*, d. h. das Licht, welches durch die Flächen *A* hindurchgegangen ist, läßt sich in zwei farbige Bilder zerlegen, von denen das eine durch Schwingungen fortgepflanzt wird, welche parallel mit *b* sind, während die Schwingungen des anderen Bildes in der Richtung der Axe *c* stattfinden.

Fig. 827.



Die Flächenfarbe *B* läßt sich in die Axenfarben *a* und *c*, die Flächenfarbe *C* in die Axenfarben *a* und *b* zerlegen.

In diese Classe von Krystallen gehört auch das Mineral, welches bisher unter dem Namen **Dichroit** bekannt war.

An einem geschliffenen Würfel dieses Körpers fand **Haidinger** Folgendes: Die Farbe *A* schön blau, wenig ins Graue ziehend; *B* blaßblau, *C* noch blasser und weniger blau als *B*. Diese letztere ist es, welche oft gelblich erscheint.

Die Farbe der Axe *a* ist gelblichgrau, die von *b* bläulichweiß, die von *c* reines Berlinerblau.

Aehnliche Resultate geben viele andere von **Haidinger** untersuchte farbige Varietäten optisch zweiaxiger Krystalle; so war z. B. an einem blaßcarmoisinrothen Topas aus Brasilien *a* tief carmoisinroth, *b* honiggelb, *c* rosenroth.

Die farbigen optisch zweiaxigen Krystalle zeigen also im Allgemeinen drei verschiedene Flächenfarben und drei verschiedene Axenfarben, weshalb die Bezeichnung: Dichroismus, hier nicht mehr passend ist. Haidinger schlägt statt dessen die Namen Trichroismus oder Pleochroismus vor.

Ebenso ist auch der Name Dichroit für das bisher so genannte Mineral nicht mehr passend. Haidinger nennt es Cordierit.

Fig. 828.



Sehr gut lassen sich die drei Axenfarben am schwefelsauren Kobaltoxydul-Ammoniak beobachten. Die Krystalle dieses Salzes gehören dem monoklinischen Systeme an; die häufigste Form derselben ist Fig. 828 dargestellt. — Analysirt man das Licht, welches durch eine Platte senkrecht zu der schiefen Endfläche *c* hindurchgegangen ist, mit der dichroskopischen Loupe, so zeigen die beiden Bilder allerdings keine bedeutende, aber doch entschieden merkliche Farbenverschiedenheit; das eine Bild ist weingelb, das andere ist rothgelb, und zwar ergiebt sich aus einer genaueren Prüfung, daß die Schwingungen des weingelben Bildes parallel sind mit der brachydiagonalen Axe, während die mit der makrodiagonalen parallelen Schwingungen das rothgelbe Bild fortpflanzen.

Untersucht man auf gleiche Weise eine durch Vorherrschen zweier paralleler Säulenflächen *g* gebildete Platte, so zeigen die beiden Bilder einen sehr bedeutenden Contrast; das eine Bild nämlich ist rothgelb, das andere, dessen Schwingungen nahezu in die Richtung der Säulenaxe fallen, ist röthlich violett.

Mit Hülfe der dichroskopischen Loupe hat Haidinger auch den metallglänzenden Schiller untersucht, welcher manchen Krystallen ein so prachtvolles Ansehen giebt. Er hat nachgewiesen, daß auch die Farben des reflectirten Lichtes von der Lage der spiegelnden Flächen und der Einfallsebene gegen die Krystallaxen abhängig sind. Das Barium-Platincyanür z. B. erscheint im durchgehenden Lichte gelb; im reflectirten Lichte zeigt die Oberfläche bei günstiger Lage einen blauen Metallschimmer. Bei Untersuchung des reflectirten Lichtes mit der dichroskopischen Loupe zeigt sich nun, daß, wenn die Einfallsebene parallel mit der Axe ist, das eine Bild weiß, das andere lasurblau ist.

Leider gehören die Körper, welche diese interessanten Erscheinungen zeigen, zu den seltneren. Haidinger untersuchte unter anderen Körpern, welche diesen Metallschiller zeigen, chrysaminsaures Kali, Magnesium-Platincyanür, Chromsäure, krokonsaures Kupferoxyd, Jodblei, Kalium-Platincyanür, Kalium-Iridium-Chlorid, Muroxyd u. s. w.

Wenn eine Oberflächenfarbe vorhanden ist, so ist sie stets complementär zur Körperfarbe der Substanz.

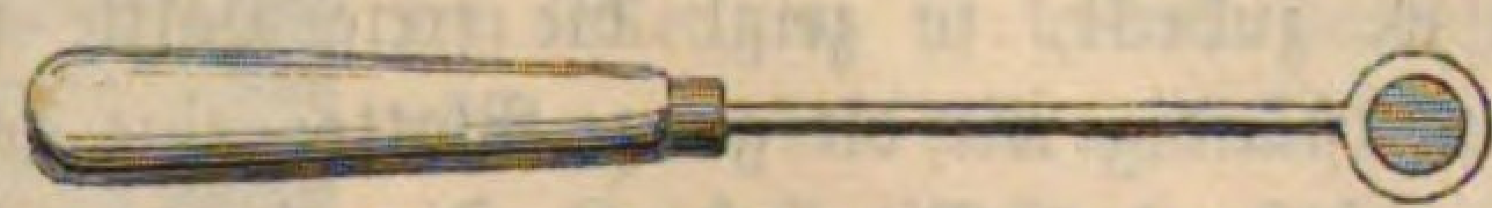
305 **Erscheinungen in geglühten oder gepreßten Gläsern.** Wenn man geglühte und schnell abgekühlte Glasplatten von beliebiger Form in den

Polarisationsapparat, etwa auf das mittlere Tischlein oder den unteren horizontalen Spiegel legt, so beobachtet man mannigfaltige, bald mehr, bald weniger regelmäßige, oft sehr schöne Farbenerscheinungen; so zeigt z. B. eine geglühte quadratische Platte von dickem Spiegelglas oder ein geglühter Glaswürfel zwischen den gekreuzten Spiegeln des Apparates die Farbenerscheinung Fig. 5 Tab. XI., ein geglühter massiver Glascylinder zeigt Ringe, Fig. 6 Tab. XI.

Der Grund dieser Erscheinung ist offenbar in der besonderen Anordnung der Theilchen, in dem gespannten Zustande zu suchen, welcher durch die rasche Abkühlung hervorgerufen wird. In der That braucht man nur solche Gläser wieder zu erhitzen und sie dann langsam abkühlen zu lassen, um zu machen, daß alle diese Farbenerscheinungen verschwinden.

Wenn man eine Art Hülse, Fig. 829, bis zu 100⁰ oder 150⁰ erwärmt

Fig. 829.



und dann einen Glascylinder hineinsteckt, so werden die äußersten Theilchen erwärmt, während die inneren noch kalt sind; es entsteht dadurch ein Spannungszustand, welcher sich ebenfalls durch Farbenerscheinungen im polarisirten Lichte kundgiebt, welche der in Fig. 6 Tab. XI. ähnlich sind. Eine rasche Abkühlung bringt ähnliche Wirkungen hervor.

In Fig. 830 ist eine Presse dargestellt, welche dazu dient, Streifen von dickem Glase zu biegen; während dieses gespannten Zustandes zeigen sich nun an einem solchen Glasstücke im Polarisationsapparate farbige Streifen.

Fig. 830.

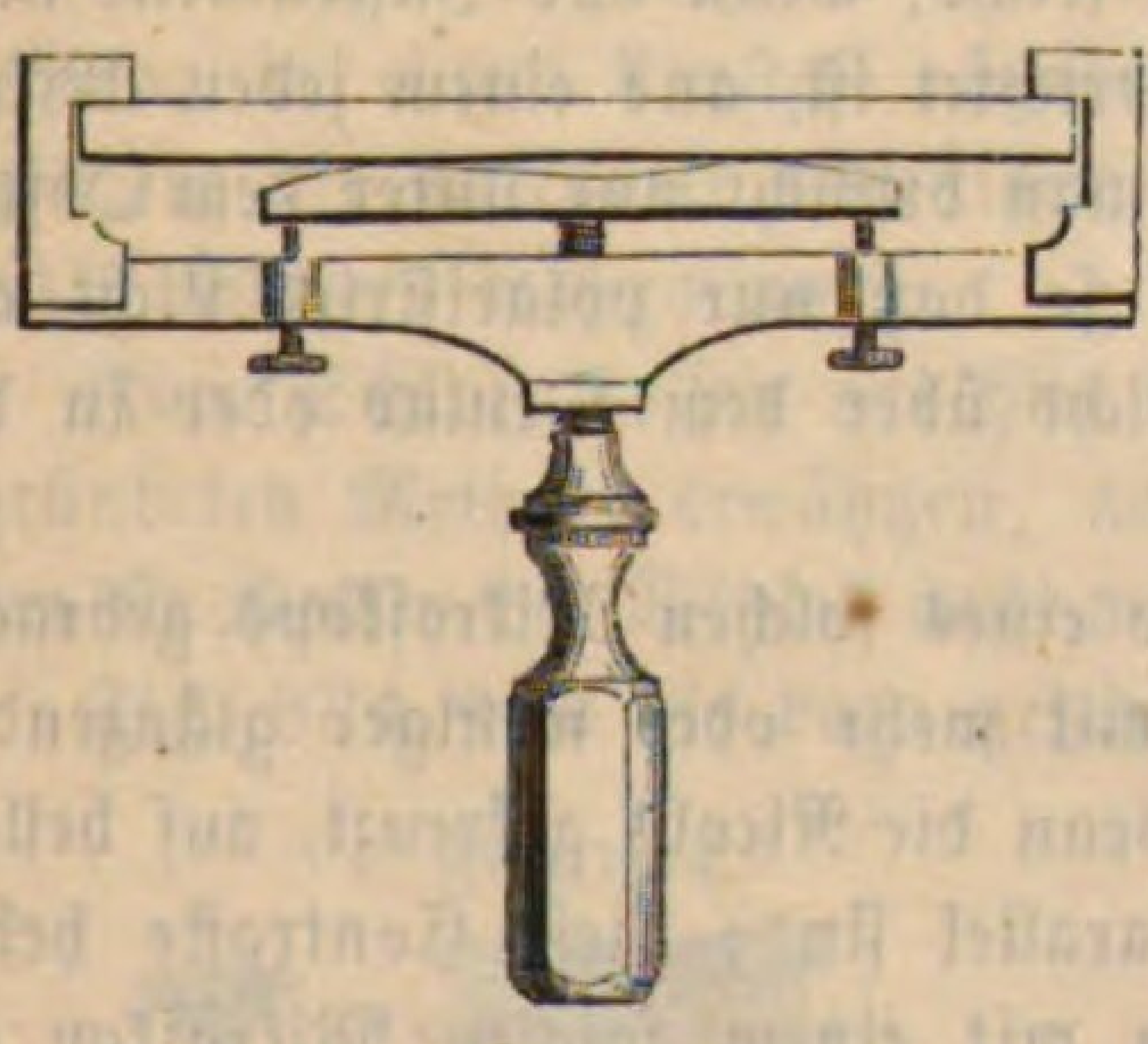


Fig. 831.



Wenn man eine quadratische Platte von dickem Spiegelglase in der Presse Fig. 831 zusammendrückt, so zeigt die Platte im Polarisationsapparate in der Richtung der Compression eine Farbenerscheinung, welche in Fig. 7 und Fig. 8 Tab. XI. dargestellt ist, und zwar Fig. 7 für schwächere, Fig. 8 für stärkere Compression.

Die doppelte Brechung und die Farbenringe in geglühten Gläsern zeigt doch, so ähnlich auch in anderen Beziehungen die Erscheinungen sein mögen, wesentliche Unterschiede von der doppelten Brechung und den Farbenerscheinun-

gen in doppeltbrechenden Krystallen, indem beim geglühten Glase die Erscheinung mehr an eine bestimmte Stelle gebunden ist, bei den Krystallen hingegen nur von der Richtung der durchgehenden Strahlen abhängt.

Wenn die geglühte Glasplatte auf dem mittleren Tischlein des Polarisationsapparates oder auf dem horizontalen Spiegel desselben liegt, so sind alle Strahlen, welche von der Platte ins Auge gelangen, nahezu rechtwinklig zu der Oberfläche der Platte durch dieselbe hindurchgegangen; daß die Mitte der Platte Fig. 4 Tab. XI. zwischen gekreuzten Spiegeln dunkel erscheint, während näher am Rande farbige Ringe auftreten, liegt nicht daran, daß die Strahlen in der Mitte in anderer Richtung durch die Glasplatte hindurchgegangen sind als die am Rande, sondern daß in der Mitte der Glasplatte ein anderer Spannungszustand herrscht, als näher nach dem Rande hin. Wenn man bei einer senkrecht auf die Axe geschnittenen Kalkspathplatte die Hälfte, den vierten Theil u. s. w. zudeckt, so zeigt die freie Hälfte für sich noch das Ringsystem eben so vollständig wie die ganze Platte; eine geglühte Glasplatte zeigt eben nur die Hälfte des Ringsystems Fig. 4 oder Fig. 5 Tab. XI., wenn man sie zur Hälfte zudeckt, wenn man auch die Mitte der freien Hälfte wieder in die Mitte des Gesichtsfeldes schiebt.

Daraus geht nun unzweifelhaft hervor, daß eine geglühte und ebenso eine gepreßte Glasplatte nicht in ihrer ganzen Ausdehnung nach derselben Richtung auch gleich starke doppelte Brechung besitzt, wie dies bei doppeltbrechenden Krystallen der Fall ist, sondern daß an einzelnen Stellen die doppelte Brechung stärker ist als an anderen.

306 **Das Polarisationsmikroskop** ist eine Combination des Polarisationsapparates mit dem Mikroskop. Es ist leicht, wenn das Instrument nicht schon von vornherein zu diesem Zweck eingerichtet ist, aus einem jeden Mikroskop ein Polarisationsmikroskop zu machen; man braucht nur unter dem Objecttisch ein Nicol'sches Prisma zu befestigen, so daß nur polarisirtes Licht auf die Objecte fällt, und ein zweites Nicol dicht über dem Ocular oder in der Ocularröhre anzubringen.

Kleine Kryställchen, unter das Objectiv eines solchen Mikroskops gebracht, erscheinen, wenn sie doppeltbrechend sind, mit mehr oder weniger glänzenden Farben, und zwar auf schwarzem Grunde, wenn die Nicols gekreuzt, auf hellem Grunde, wenn ihre Schwingungsebenen parallel sind; diese Contraste heben die Gestalten ganz ungemein, so daß man mit einem solchen Mikroskop oft Details unterscheiden kann, welche man ohne Polarisationsvorrichtung nicht sieht; dann aber hat man hier das einfachste Mittel, an den kleinsten Bruchstücken von Krystallen zu entscheiden, ob dieselben dem regulären Krystallsysteme angehören oder nicht, indem ja den regulären Krystallen die Erscheinungen der doppelten Brechung fehlen.

Mit Hülfe des Polarisationsmikroskopes kann man sich nun aber auch sehr leicht davon überzeugen, daß die meisten organischen Gebilde, z. B. Seidenfäden, Wallrath, Haare von Menschen und Thieren, Pergament, Knorpel,

Federkiele u. s. w. bald mehr, bald weniger schön und deutlich die Erscheinungen der chromatischen Polarisation zeigen, und dadurch gerade bietet das Polarisationsmikroskop ein treffliches Mittel, um die Structur jener Gebilde zu untersuchen.

An organischen Stoffen hat zuerst Brewster die Erscheinungen doppelter Brechung beobachtet.

Wir können hier natürlich nicht in eine detaillirtere Beschreibung dieser Erscheinungen eingehen und wollen nur einige der interessanteren hervorheben.

Ein Stärkemehlkorn zeigt im Polarisationsmikroskope zwischen gekreuzten Nicols ein schwarzes Kreuz, Fig. 833, welches wegen der mehr oder weniger unregelmäßigen äußeren Gestalt der Körner immer etwas verzerrt erscheint. Das schwarze Kreuz geht in ein helles, Fig. 832, über, wenn man das obere Nicol aus der gekreuzten Stellung so dreht, daß seine Schwingungsebene mit der des unteren parallel wird.

Fig. 832.



Fig. 833.



Sehr interessante Polarisationserscheinungen zeigen die Krystalllinsen von Fischen. Um solche Linsen für die Beobachtung zu präpariren, werden sie an der Luft getrocknet, dann in Oel mittelst eines Wasserbades gekocht und endlich aus der so behandelten Kugel durch Feilen und Schleifen eine von parallelen Flächen begränzte Platte hergestellt, die man mit Canadabalsam zwischen zwei Glasplatten einkittet. Eine so aus einem Fischauge hergestellte Platte zeigt im Polarisationsmikroskop ein Ringsystem, welches große Aehnlichkeit mit dem Ringsysteme einer senkrecht zur Axe geschnittenen Kalkspathplatte hat. Bei genauerer Untersuchung ergiebt sich jedoch, daß die doppelte Brechung eines Fischauges sowohl, wie sämmtlicher organischen Gebilde nicht von der Art ist, wie die doppelte Brechung in einem Krystall, sondern daß die Farbenerscheinungen, welche sie zeigen, in die Kategorie derjenigen gehören, welche man an geglühten und gepreßten Gläsern wahrnimmt.

Zum Schluß wollen wir hier noch einer gleichfalls auf doppelte Brechung gegründeten Methode erwähnen, nach welcher man selbst an mikroskopisch kleineren Krystallen die Winkel noch mit großer Genauigkeit messen kann.

Fig. 834 stellt die dazu gehörige Vorrichtung im Durchschnitt, Fig. 835

Fig. 834.

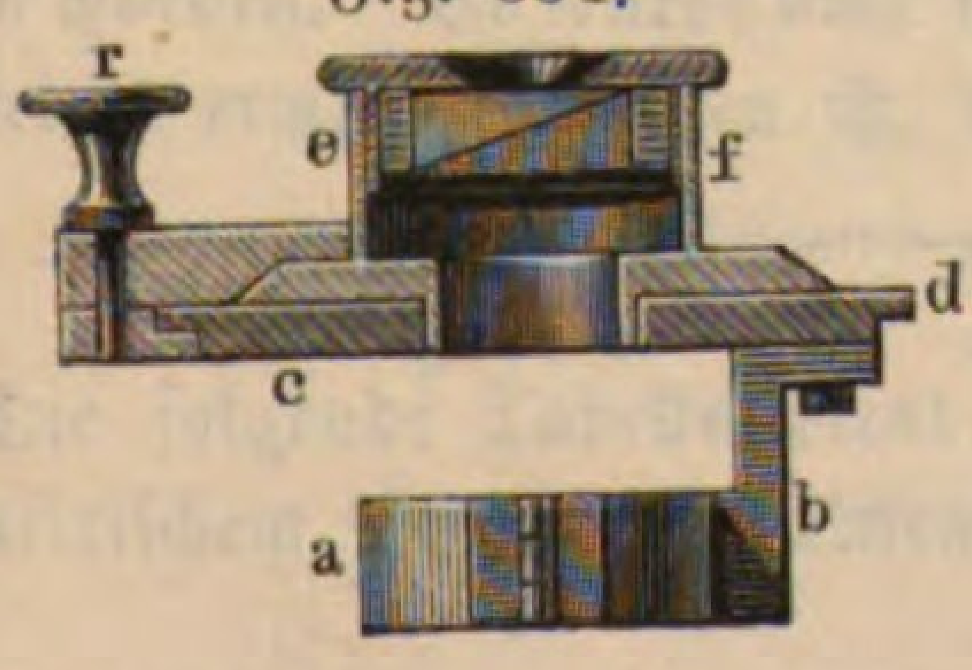
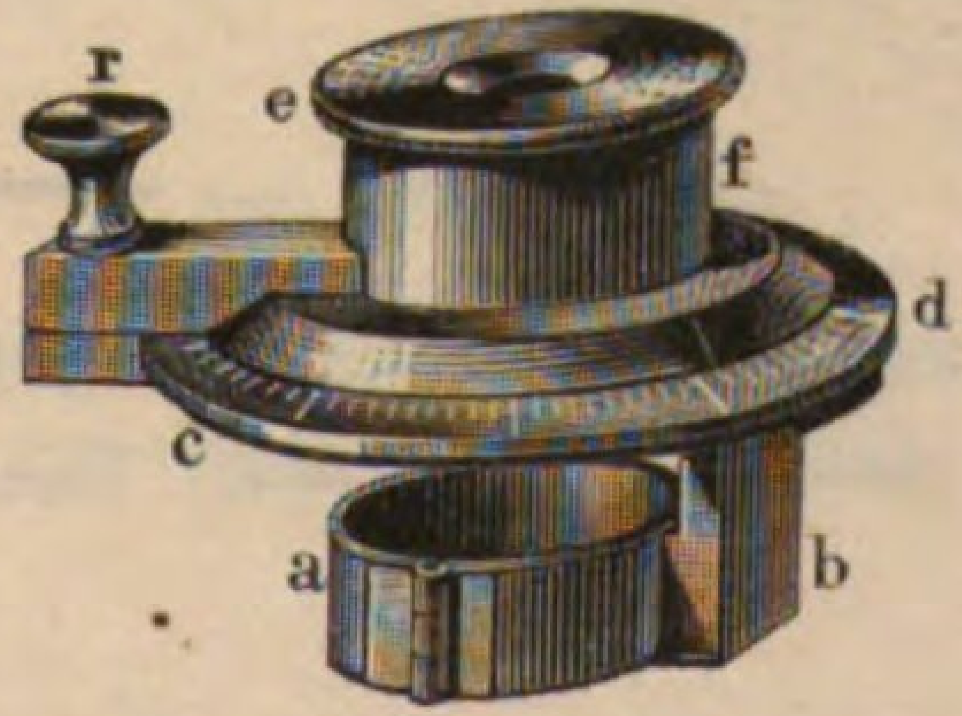


Fig. 835.



stellt eine perspectivische Ansicht derselben dar, welche mittelst des Ringes *ab* auf die Ocularröhre eines Mikroskopes aufgeschraubt wird. Dieser Ring trägt

den getheilten Kreis cd, in welchem die auf einer abgeschrägten Platte sitzende Hülse ef sich um ihre verticale Axe drehen läßt. In dieser Hülse steckt ein schwach doppeltbrechendes Prisma, etwa ein achromatisirtes Quarzprisma, welches also gerade über die Ocularlinsen des Mikroskopes zu stehen kommt.

Schaut man nun durch das doppeltbrechende Prisma in das Mikroskop, so wird man von allen unter dem Objectiv liegenden Gegenständen doppelte Bilder sehen, die sich theilweise überdecken. Liegen nun kleine Kryställchen, etwa rhombische Tafeln auf dem Objectivtische, so wird man eine solche Tafel doppelt sehen, ungefähr wie Fig. 836 zeigt. Die gegenseitige Stellung der beiden Bilder ändert sich aber, wenn man das Prisma dreht, und man kann es

Fig. 836.

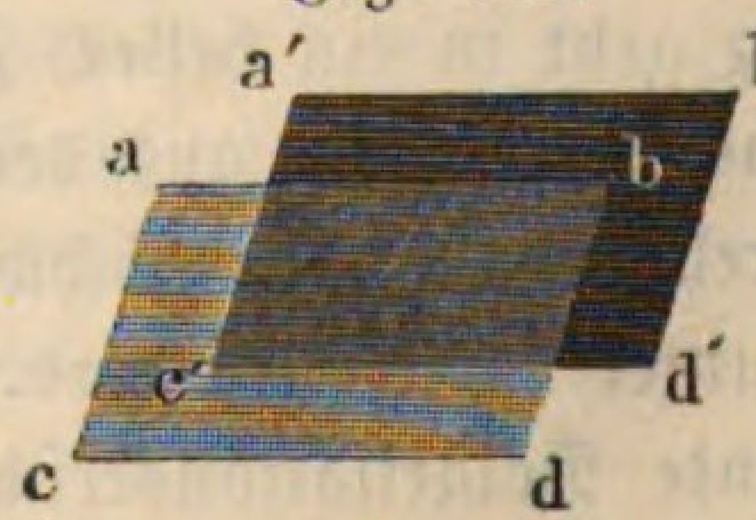
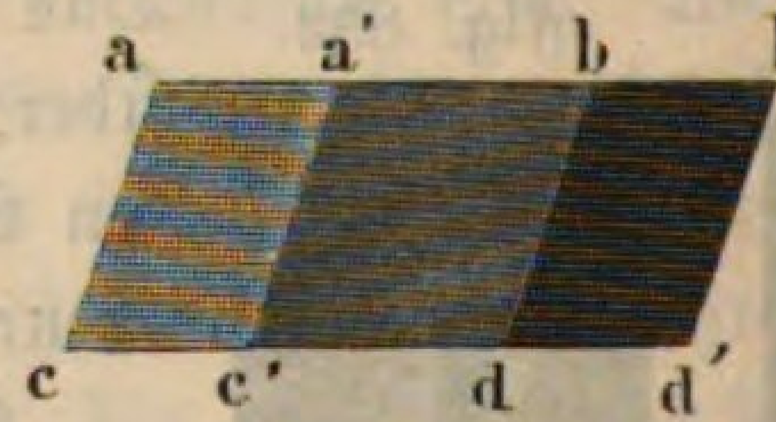
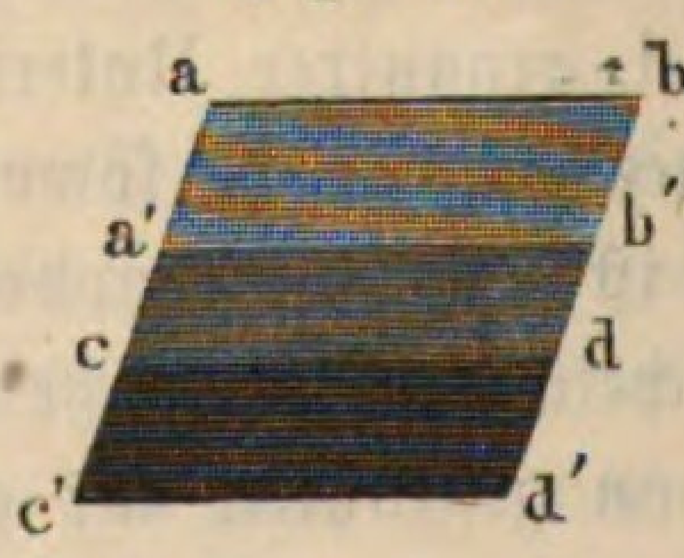


Fig. 837.



leicht dahin bringen, daß die Bilder ab und $a'b'$ derselben Kante in eine gerade Linie fallen, wie Fig. 837 zeigt. Hat man diese gegenseitige Stellung der beiden Bilder erzielt, so wird durch Anziehen der Schraube r, Fig. 835, das Prisma mit seiner ganzen Metallfassung festgeklemmt, und der Nonius abgelesen. Darauf wird die Schraube r wieder gelöst und das Prisma so weit gedreht, daß nun die Kanten bd und $b'd'$ in eine gerade Linie fallen, wie Fig. 838 zeigt. Aus einer nun vorgenommenen zweiten Ablesung des Nonius ergiebt sich der Winkel, um welchen man das Prisma drehen mußte, um die Bilder der Krystallplatte aus der gegenseitigen Stellung, Fig. 837, in die Stellung Fig. 838 zu bringen, und diesen Winkel hat man nur von 180° abzuziehen, um die Größe des Winkels abd zu erhalten.

Fig. 838.



Anhang.

Vergleichung des neueren französischen Maaßsystems mit anderen Maaßsystemen.

In diesem Werke sind sehr oft die Maaßangaben in dem neufranzösischen Systeme ausgedrückt, theils weil nach demselben eine so außerordentlich einfache Beziehung zwischen Maaß und Gewicht besteht, wie es bei anderen Maaßsystemen nicht der Fall ist, eine Einfachheit, welche manche den Gang der physikalischen Betrachtung sonst sehr störenden Rechnungsoperationen unnöthig macht; theils aber auch, weil bei naturwissenschaftlichen Untersuchungen das metrische Maaß- und Gewichtssystem fast allgemein angenommen ist, so daß sich fast alle Physiker und Chemiker desselben bedienen, und es gewiß nicht wohl räthlich ist, die nach dem metrischen Systeme gemachten Messungen und Wägungen auf andere Maaße zu reduciren.

Nun aber sind doch Manche mit dem metrischen Systeme nicht genug bekannt, um in den nach demselben gemachten Maaßangaben sich leicht zurechtzufinden. Um eine solche Orientirung zu erleichtern, ist im Folgenden eine Vergleichung der neufranzösischen Maaße und Gewichte mit anderen gegeben.

Die wichtigsten Notizen über das Metermaaß sind schon oben, Seite 259, gegeben worden. Es wurde dort bereits mitgetheilt, auf welche Weise die Länge des Meters ermittelt worden ist, und daß

$$1^{\text{Meter}} = 10^{\text{Decimeter}} = 100^{\text{Centimeter}} = 1000^{\text{Millimeter}}.$$

Die folgende Tabelle dient zur leichten Reduction von Längenangaben nach metrischem Systeme in altfranzösisches und rheinländisches Maaß.

Tabelle zur Verwandlung des Metermaaßes in rheinländisches und altfranzösisches Maaß.

Meter-Maaß.	Rheinländisches oder preußisches Maaß.			Altfranzösisches Maaß.		
1^{mm}			0,459'''			0,443'''
2			0,918			0,887
3			1,376			1,330
4			1,835			1,773
5			2,294			2,216
6			2,753			2,660
7			3,212			3,103
8			3,671			3,546
9			4,129			3,990
1^{cm}			4,588'''			4,433'''
2			9,176			8,866
3		1''	1,764		1''	1,299
4		1	6,353		1	5,732
5		1	10,941		1	10,165
6		2	3,529		2	2,604
7		2	8,117		2	7,031
8		3	0,705		2	11,462
9		3	5,294		3	3,897
1^{dm}		3''	9,882'''		3''	8,330'''
2		7	7,763		7	4,659
3		11	5,645		11	0,989
4	1'	3	3,527	1'	2	9,318
5	1	7	1,408	1	6	5,648
6	1	10	11,290	1	10	2,038
7	2	2	9,172	2	1	10,307
8	2	6	7,054	2	5	6,637
9	2	10	4,935	2	9	2,966
1^{m}	3'	2''	2,817'''	3'	0''	11,296'''
2	6	4	5,634	6	1	10,592
3	9	6	8,451	9	2	9,888
4	12	8	11,268	12	3	9,184
5	15	11	2,085	15	4	8,480
6	19	1	4,902	18	5	7,776
7	22	3	7,719	21	6	7,072
8	25	5	10,536	24	7	6,368
9	28	8	1,353	27	8	5,664
10	31	10	4,170	30	9	4,950

Aus den Verhältnissen der Längenmaaße ergeben sich die Verhältnisse der entsprechenden Flächen- und Körpermaaße:

Neufranz.		Rheinl.		Altfranz.
1^{qm}	. .	$10{,}15187^{q'}$	. .	$9{,}476817^{q'}$
1^{qdm}	. .	$14{,}619^{q''}$	. .	$13{,}647^{q''}$
1^{qcm}	. .	$21{,}051^{q'''}$	. .	$18{,}650^{q'''}$
1^{km}	. .	$32{,}34587^{k'}$	. .	$29{,}17385^{k'}$
1^{kdm}	. .	$55{,}894^{k''}$	. .	$50{,}412^{k''}$
1^{kcm}	. .	$96{,}584^{k'''}$	. .	$87{,}112^{k'''}$

Das Hohlmaaß sowohl wie das Gewicht ist bei dem neufranzösischen Maaßsysteme unmittelbar vom gewöhnlichen Körpermaaße abgeleitet, was bei den älteren Maaßsystemen nicht der Fall ist; und darin liegt ganz besonders ein großer Vorzug des metrischen Systems, welchen jedoch auch einige andere neuere Maaß- und Gewichtssysteme bieten, welche, wie das badische und darmstädtische, auf das Metersystem basirt sind.

Die Einheit des französischen Hohlmaaßes ist der Raum, welchen 1 Cubikdecimeter ausfüllt und welcher den Namen Litre führt.

$$1^{l} = 0{,}873386 \text{ preuß. Quart.}$$

Ebenso ist, wie schon oben S. 9 bemerkt wurde, die Einheit des Gewichtes beim metrischen Maaßsysteme von dem Längenmaaße abgeleitet. 1 Gramm ist das Gewicht eines Cubikcentimeters Wasser.

Da nun 1 Cubikdecimeter = 1000 Cubikcentimeter, so ist klar, daß 1 Litre Wasser 1000 Gramm oder, was dasselbe ist, 1 Kilogramm wiegt.

Die Unterabtheilungen des Grammes sind:

das Decigramm $= \frac{1}{10}^{gr}$
das Centigramm $= \frac{1}{100}^{gr}$
das Milligramm $= \frac{1}{1000}^{gr}$

Das halbe Kilogramm oder 500 Gramm ist gleich dem badischen, großh. hessischen und dem schweizerischen Pfunde und gilt auch als Einheit des Gewichtes an den Gränzen des deutschen Zollvereins. Die Pfunde anderer Länder weichen bald mehr, bald weniger von diesem Pfunde ab.

So ist z. B. das	baierische Pfund	560	Gramm.
	englische Handelspfund	453	»
	österreichische Handelspfund . . .	560,012	»
	preuß. (altkölnische) Handelspfund .	467,711	»

Das Pfund ist überall auf gleiche Weise eingetheilt; es ist nämlich:

1 Pfund = 32 Loth,
1 Loth = 4 Quentchen.

Das Medicinalpfund ist durchschnittlich kleiner als das Handelspfund, das österreichische und preußische Medicinalpfund ist gerade $^3/_4$ des entsprechenden Handelspfundes. Die Unterabtheilungen des Medicinalpfundes sind:

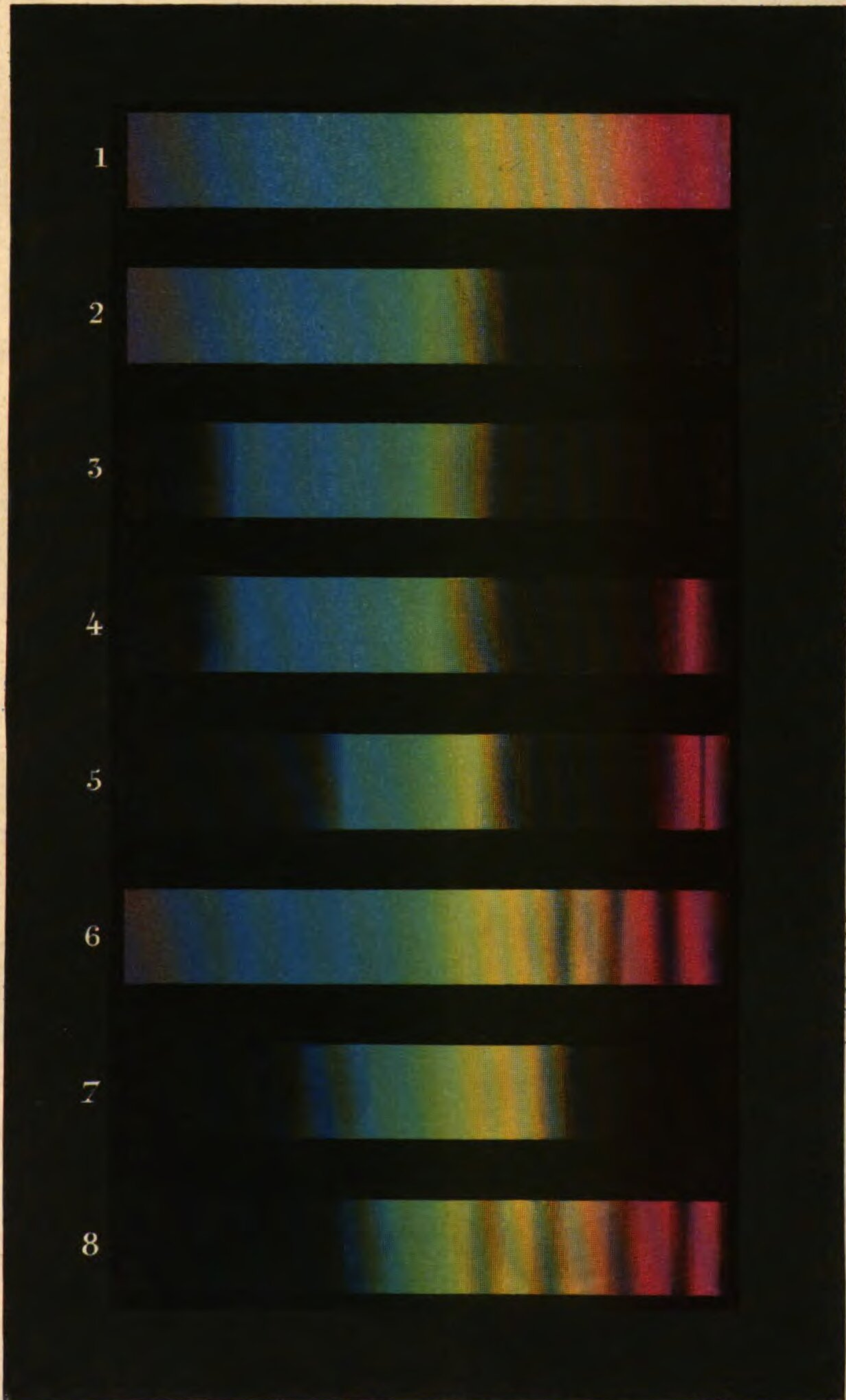
Pfund.	Unze.	Drachme.	Scrupel.	Gran.
1	12 (1 Unze = 2 Loth)	96	288	5760
	1	8	24	480
		1	3	60
			1	20

Zur leichteren Reduction des Grammgewichtes auf das preußische (kölnische) Gewicht dient folgende Tabelle:

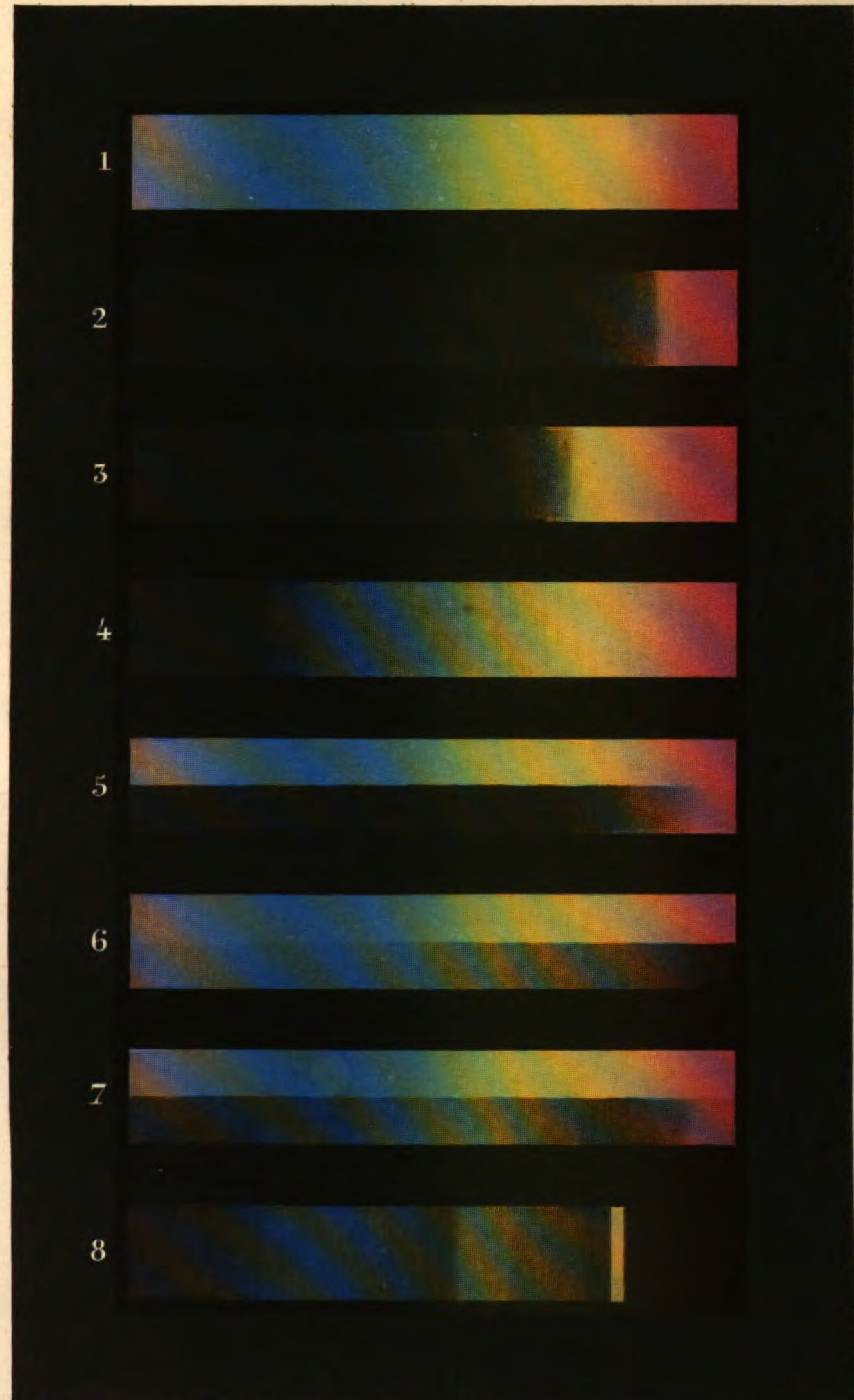
1 Gramm					16,422 Gran
2				1 Scrupel	12,844
3				2	9,266
4			1 Drachme	0	5,688
5			1	1	2,110
6			1	1	18,532
7			1	2	14,954
8			2	0	11,376
9			2	1	7,798
10			2	2	4,22
100		3 Unzen	3	1	2,2
1000	2 Pfd. (H.-G.)	2	2	0	2.

Tab. XII. enthält eine Zusammenstellung verschiedener Maaßstäbe.

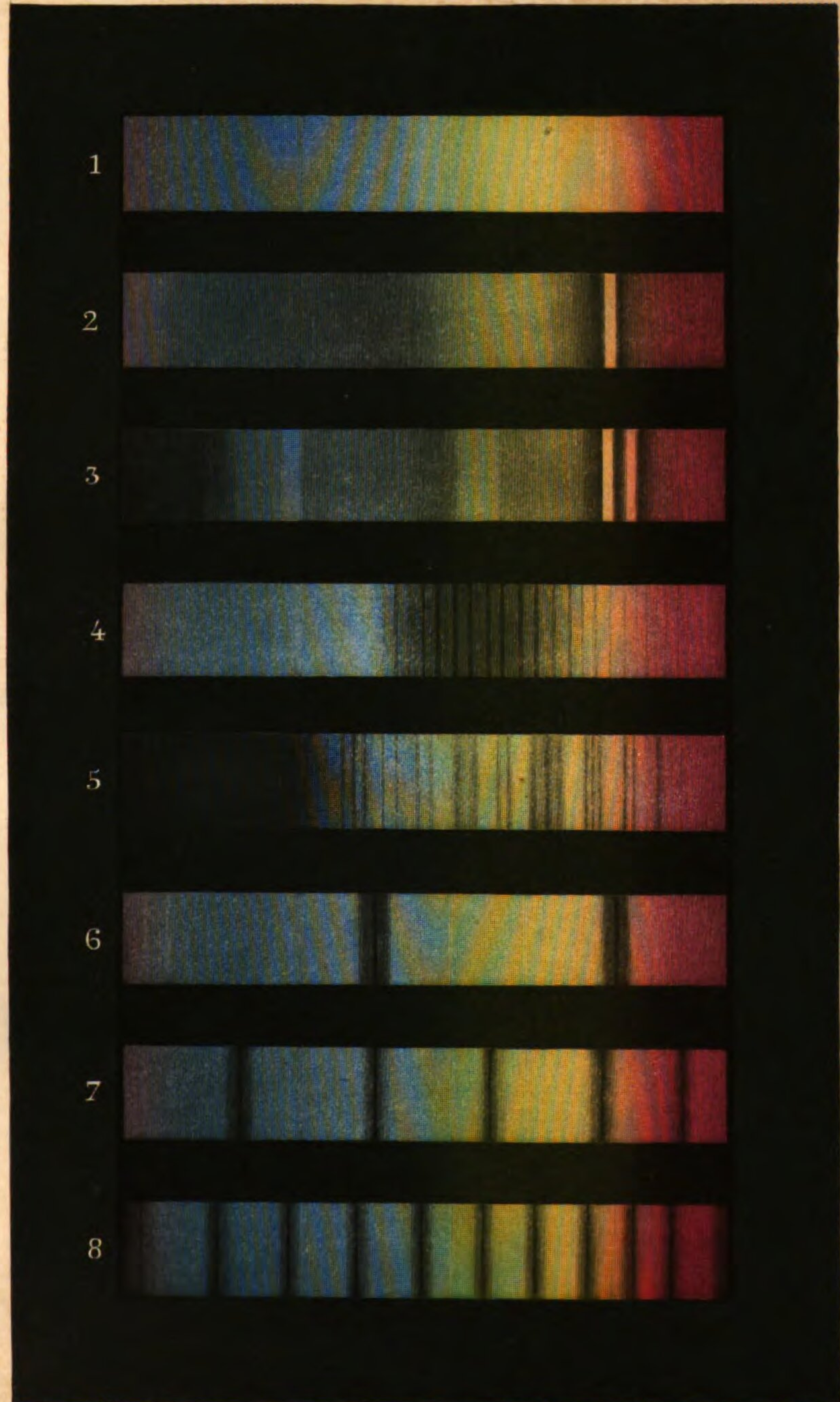
Tab. I.



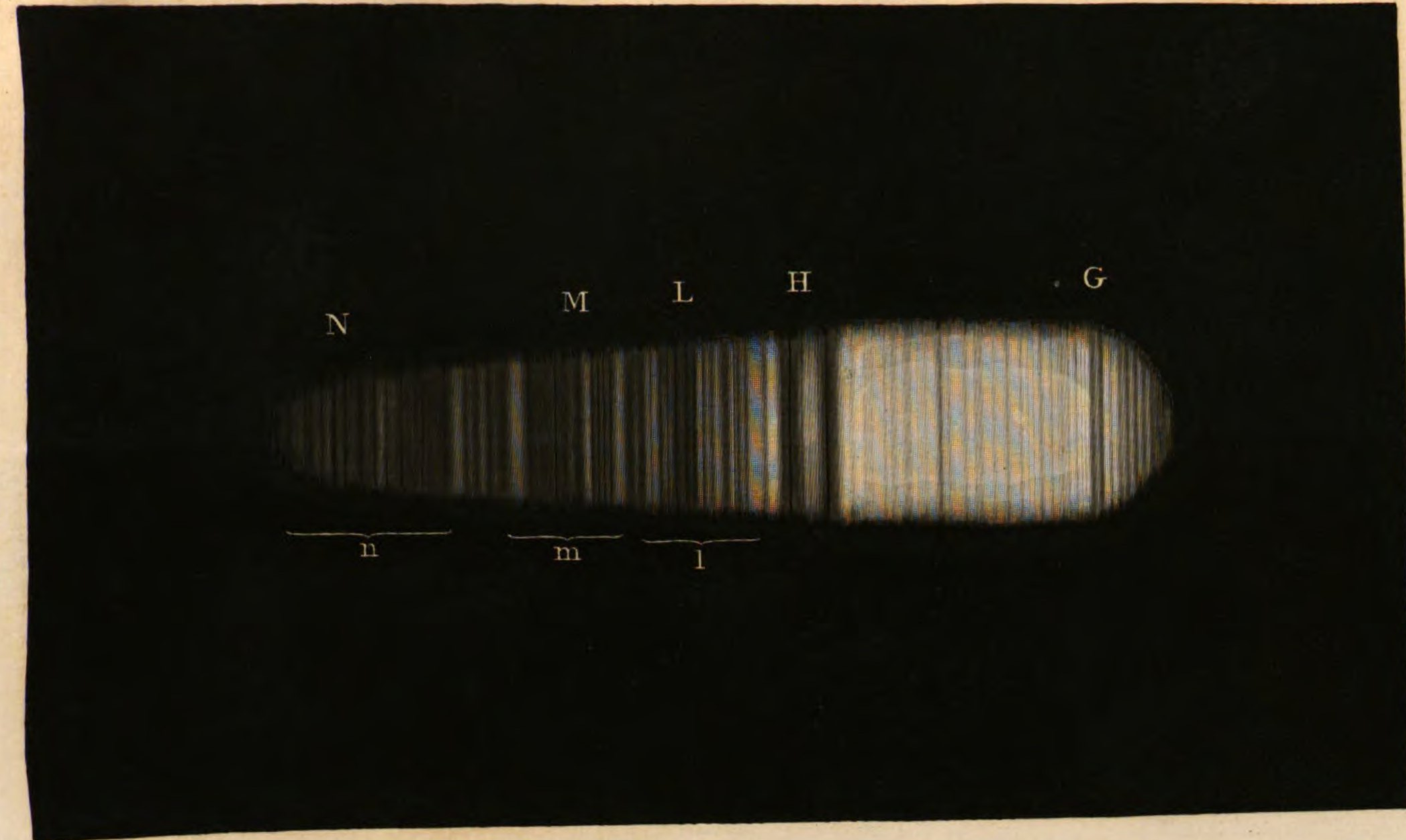
Tab. II.



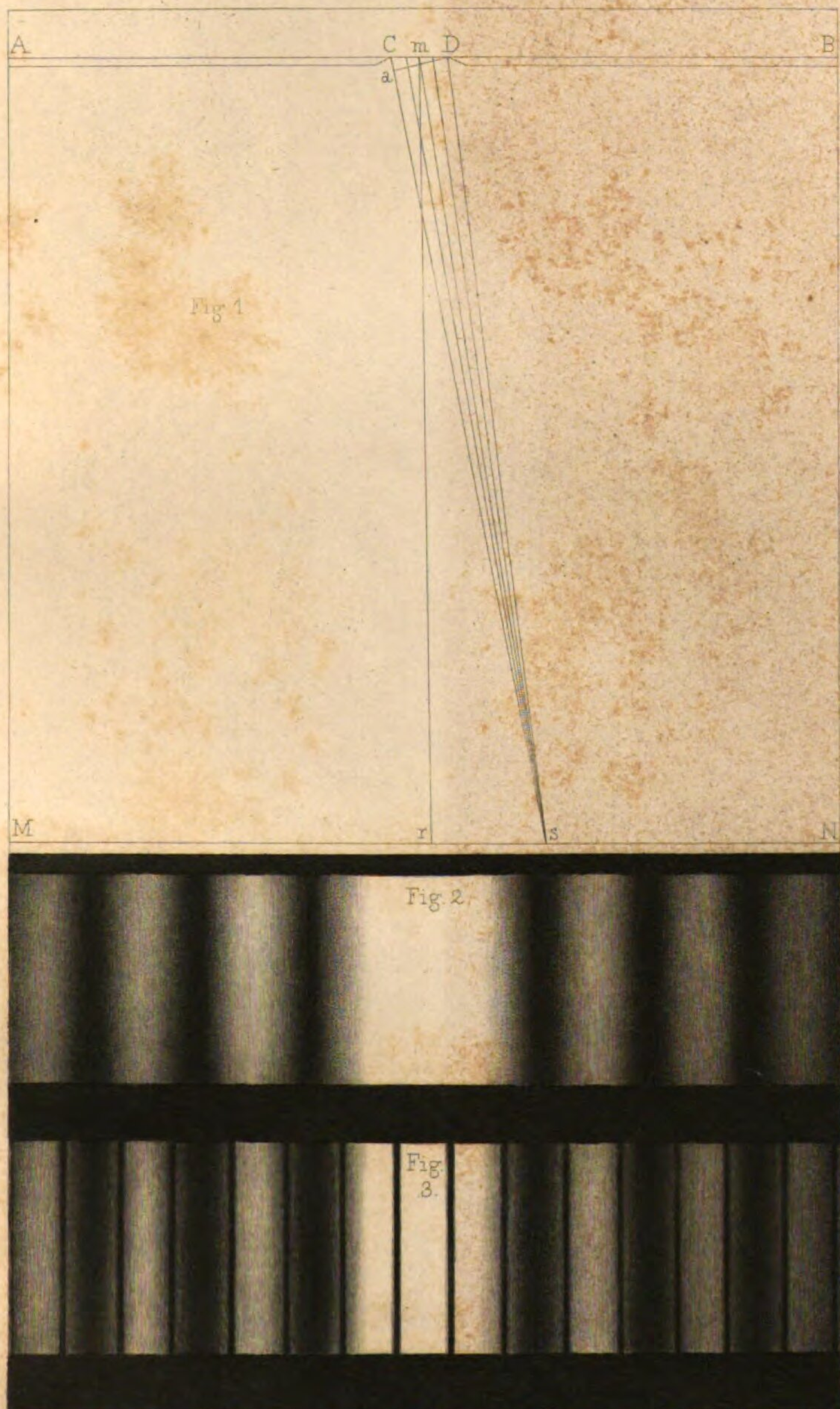
Tab. III.



Das photographirte Spectrum. Tab. IV.



Tab. V.



Tab. VI.

Fig 1

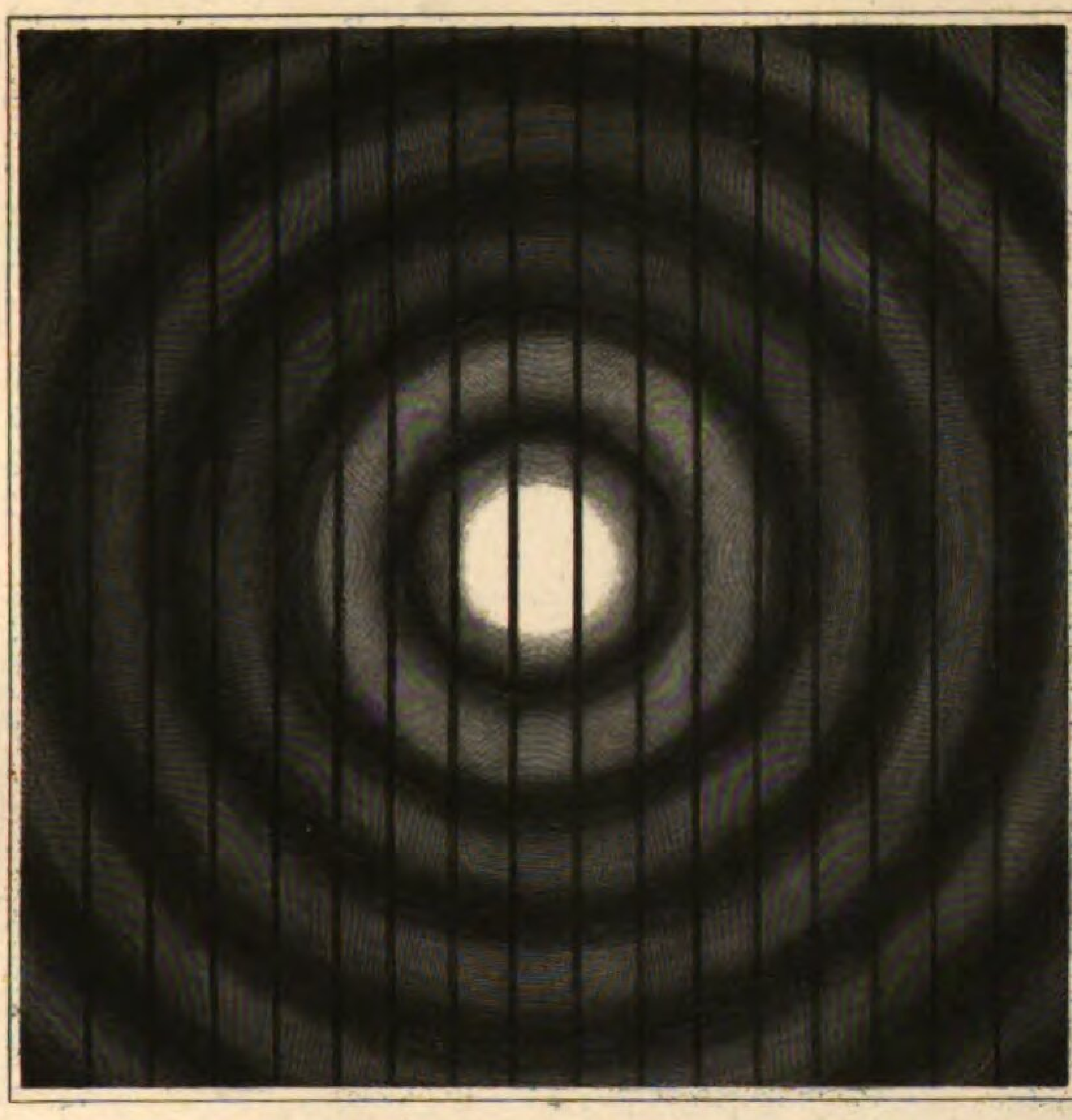
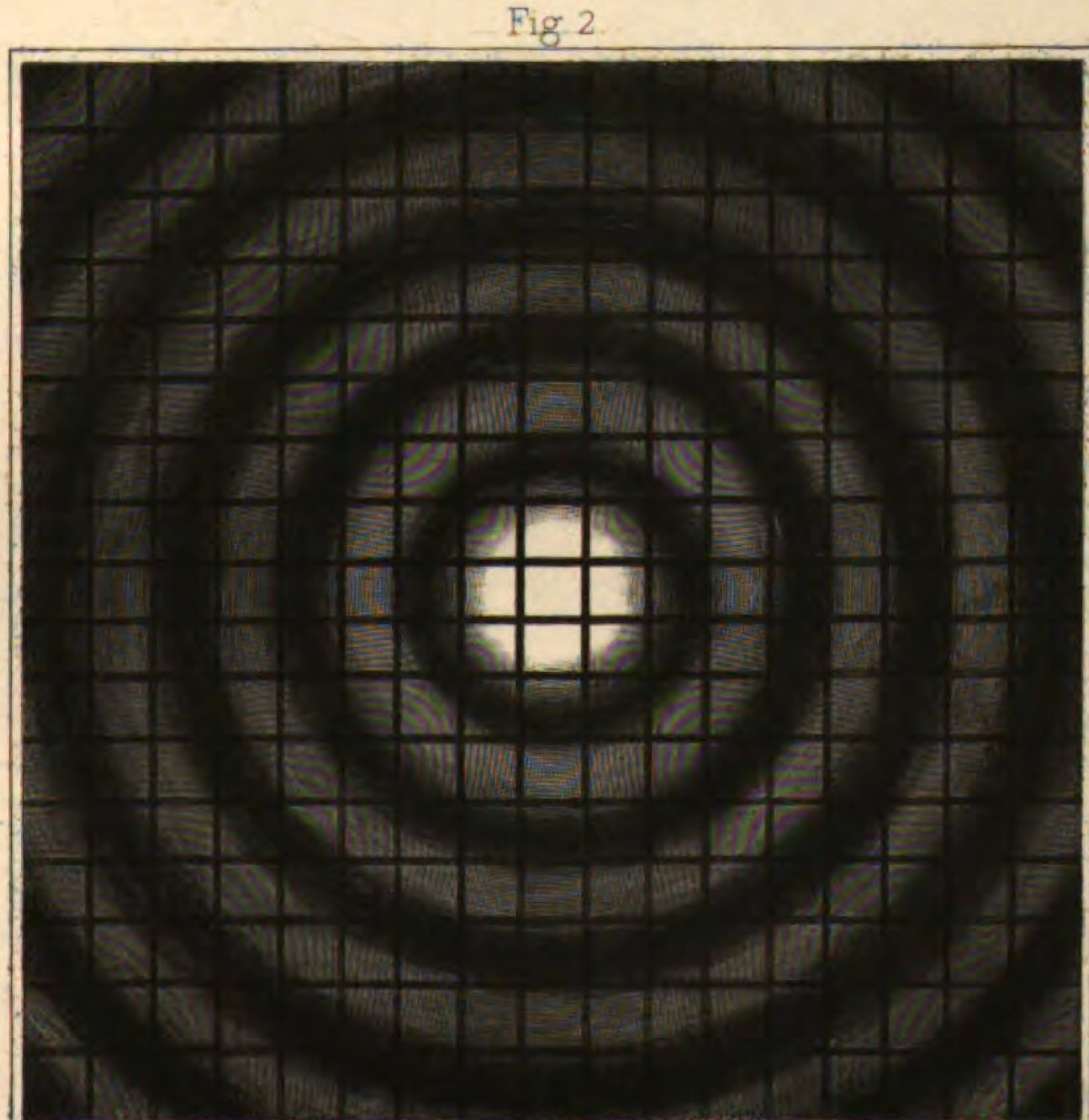
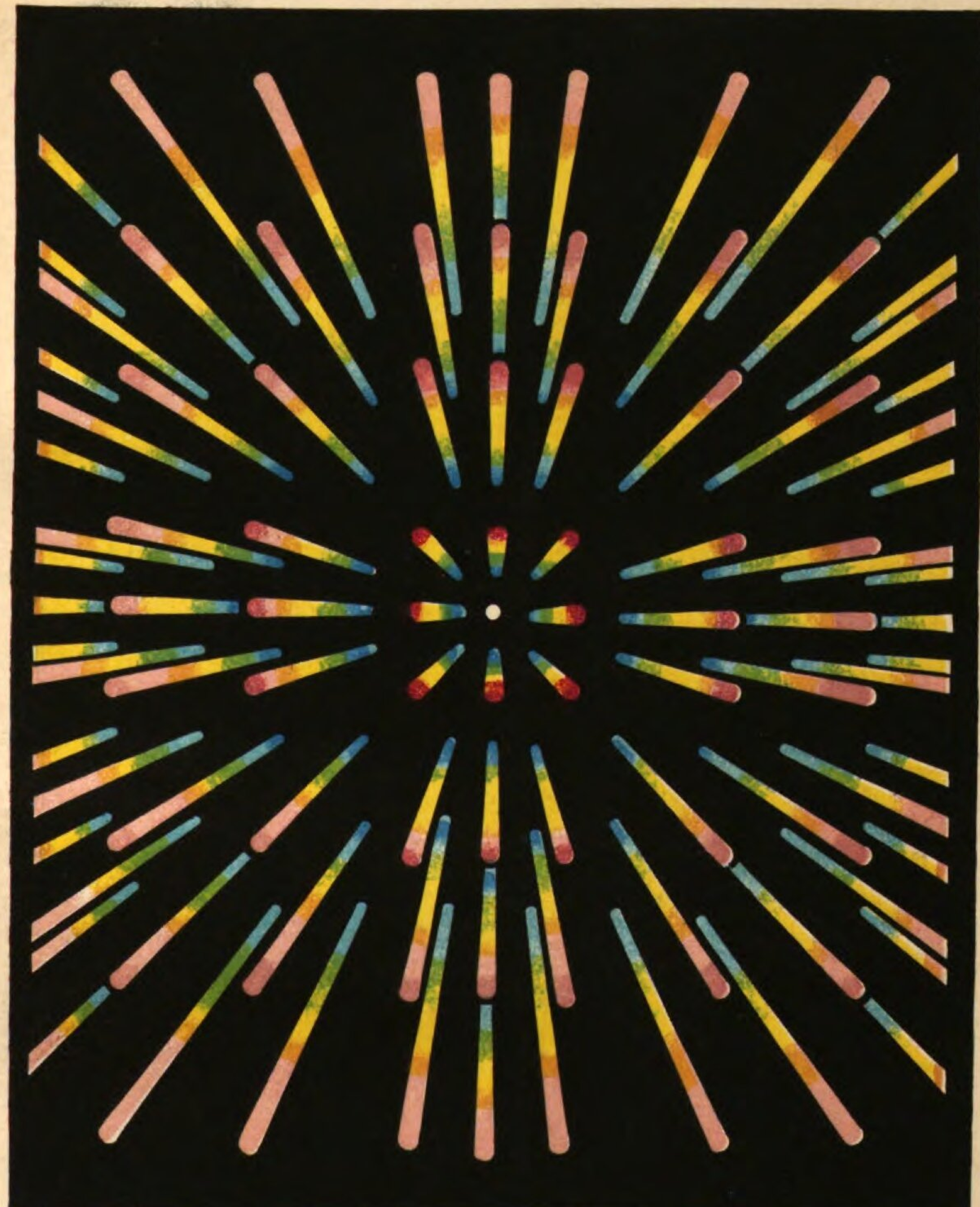


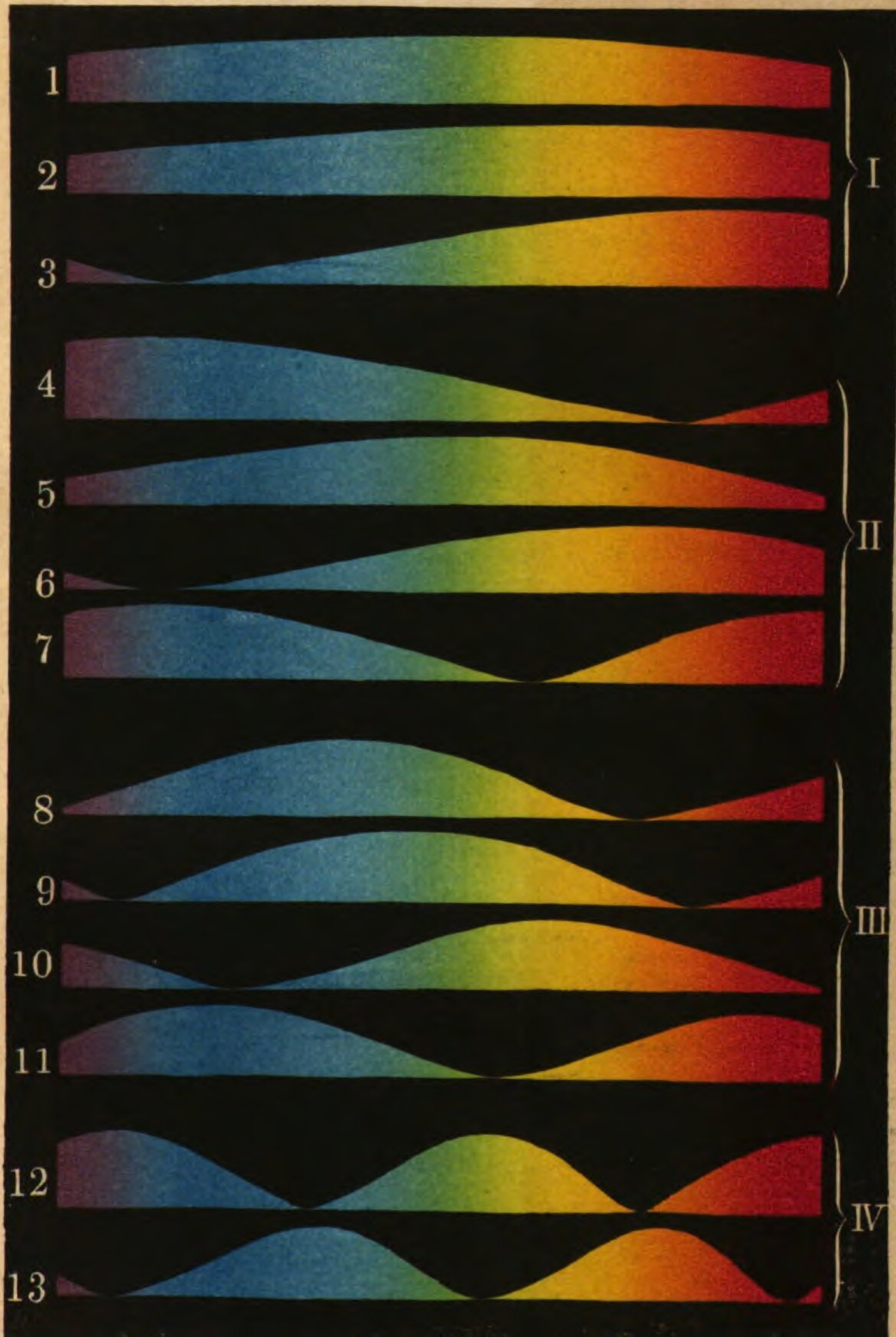
Fig. 2



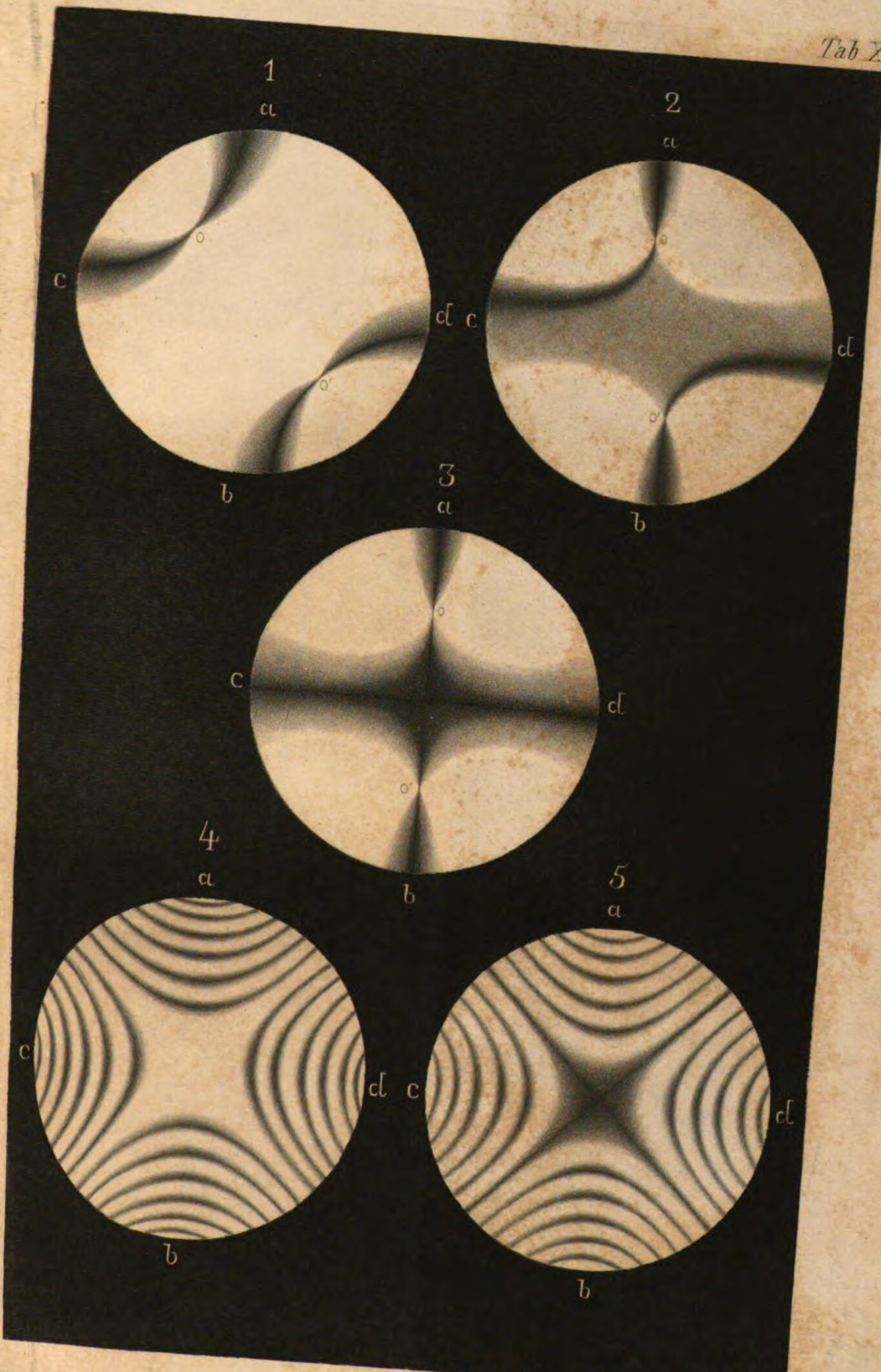
Tab. VII.



Tab. VIII.



Tab X.



Tab. XII.

Vergleichende Tafel der Längenmaasse.

